



कर्नाटक सरकार

गणित

MATHEMATICS

(Revised)

5

इयत्ता पाचवी

5th Standard

मराठी माध्यम

Marathi Medium

भाग - 1

Part - I

Karnataka Text Book Society (R.)

**6th Cross, Malleshwaram,
Bengaluru-560 003.**

Preface

The Textbook Society, Karnataka, has been engaged in producing new textbooks according to the new syllabi which in turn are designed on NCF - 2005 since June 2010. Textbooks are prepared in 12 languages; seven of them serve as the media of instruction. From Standard 1 to 4 there is the EVS, mathematics and 5th to 10th there are three core subjects, namely, mathematics, science and social science.

NCF - 2005 has a number of special features and they are:

- connecting knowledge to life activities.
- learning to shift from rote methods.
- enriching the curriculum beyond textbooks.
- learning experiences for the construction of knowledge.
- making examinations flexible and integrating them with classroom experiences.
- caring concerns within the democratic policy of the country.
- making education relevant to the present and future needs.
- softening the subject boundaries-integrated knowledge and the joy of learning.
- the child is the constructor of knowledge.

The new books are produced based on three fundamental approaches namely, Constructive approach, Spiral approach and Intergrated approach.

The learner is encouraged to think, engage in activities, master skills and competencies. The materials presented in these books are integrated with values. The new books are not examination oriented in their nature. On the other hand they help the learner in the all round development of his/her personality, thus help him/her become a healthy member of a healthy society and a productive citizen of this great country, India.

Mathematics is essential in the study of various subjects and in real life. NCF 2005 proposes moving away from complete calculations, construction of a framework of concepts, relate mathematics to real life experiences and cooperative learning. Many students have a maths

phobia and in order to help them overcome this phobia, jokes, puzzles, riddles, stories and games have been included in textbooks. Each concept is introduced through an activity or an interesting story at the primary level. The contributions of great Indian mathematicians are mentioned at appropriate places.

We live in an age of science and technology. During the past five decades man has achieved great things and realized his dreams and reached pinnacle of glory. He has produced everything to make life comfortable. In the same way he has given himself to pleasures and reached the stage in which he seems to have forgotten basic sciences. We hope that at least a good number of young learners take to science in higher studies and become leading scientists and contribute their share to the existing stock of knowledge in order to make life prosperous. Ample opportunity has been given to learners to think, read, discuss and learn on their own with very little help from teachers. Learning is expected to be activity centered with the learners doing experiments, assignments and projects.

In Social Science especially in Standard 5 the first chapter deals with the historical, geographical, cultural and local study of the division in which learners live. Chapters on sociology, business studies and commerce are introduced in Standard VIII as per the guidelines of NCF-2005. A lot of additional information is given through box items. Learners are encouraged to work towards construction of knowledge through assignments and projects. Learning load of memorizing dates has been reduced to the minimum. Life values have been integrated with content of each chapter. The Textbook Society expresses grateful thanks to the Chairpersons, writers, Scrutinisers, artists, staff of DIETs and CTEs and the Members of the Editorial Board and printers in helping the Textbook Society in producing these textbooks.

Nagendrakumar

Managing Director
Karnataka Textbook Society®
Bengaluru, Karnataka

Prof. G.S. Mudambadithaya

Coordinator
Curriculum Revision and Textbook
Preparation
Karnataka Textbook Society®
Bengaluru, Karnataka

Preface

This 5th standard Mathematics Text book is prepared according to the revised syllabus based on NCF (2005). The basic feature highlighted in NCF(2005) and seriously adopted in this textbook is that “The child is the constructor of her/his own knowledge”. A sincere attempt has been made to follow this principle and make mathematics learning a meaningful and joyful experience for children.

The focus in this text book is on experiential learning which is based on both hands-on and minds-on activities. The emphasis is on,

- engaging students in higher order learning tasks,
- guiding students to explore mathematical facts, concepts, generalisations and procedures,
- providing opportunities to express their newly constructed ideas,
- encouraging students to expand/elaborate the ideas by using or applying them in variety of situations/problems and relating to real life situations.

Group activity emphasising co-operative learning is the suggested instructional strategy for transacting all the units in this textbook. Every unit begins with an engaging activity which is concrete in nature. Teachers can follow suggested activities or plan and create similar activities for specific purposes.

Additional enriched information is provided in boxes titled “Do you know?” and thought provoking questions in boxes titled “Think!”. It should be noted that these two are not for tests and examinations.

Two new units are included in this text book. The purpose of the unit on “Mental Arithmetic” is to provide good practice for mental calculations and enhance speed of mathematical calculations in children. The unit on “Patterns” includes both number patterns and geometrical patterns. This unit enables children to appreciate the beauty of mathematics through its structures and patterns.

We hope that teachers and parents use this text book to facilitate learning environments for children to construct their own knowledge; and students enjoy working through it.

Constructive suggestions are welcome to improve the quality of this textbook.

We sincerely express our grateful thanks to The Karnataka Textbook Society and all its members who co-operated with us.

Dr. G. Vijayakumari
Chairperson
Textbook Committee.

Text Book Committee

Chairperson :

Dr. Vijaya Kumari G. - Associate Professor, Vijaya Teachers College (CTE), 4th block, Jayanagar, Bengaluru - 11.

Members :

Sri Hari Nagesh Pai - Asst. teacher, RES Coposit PU College, Haldipur, Honnavar Tq, Uttara Kannada.

Sri Sadananda Kumar G.V. - Asst. teacher, Sri Malkappa Halakhed G.H.S. Yadaga, Sedam Taluk, Kalaburgi.

Smt. Malathi K.S. - Asst. teacher, V.V.S.G.C.E.P.S, Rajajinagar, Bengaluru.

Sri Prakasha Moodithaya P. - BRP, Sullia Taluk, Dakshina Kannada.

Sri M. Maruthi - Retd. Senior Lecturer, Diet, Ramakrishna Nagar, Mysuru.

Smt. Kousar Jabeen - Drawing teacher, G.J.C. Zaheerabad, Raichur.

Scrutinizer :

Sri Ramaswamy - Retd. Scientist, LRDE, (DRDO), Bengaluru.

Editorial Board :

Dr. K.S. Sameerasimha - Joint Secretary, BHS Higher Education Society, 4th block, Jayanagar, Bengaluru-11.

Dr. S. Shivkumar - Professor, R.V. Engineering college, Bengaluru.

Translators :

Sri. R.G. Kulkarni - Asst. Teacher, G.M.H.P.S. Gunji, Khanapur Tal., Belgavi.

Sri. P.C. Halgekar - Asst. Teacher, Rangubai Bhosale H.S., Belgavi.

Chief Adviser :

Sri Nagendra Kumar, Managing Director, KTBS, Bengaluru.

Smt Nagamani C, Deputy Director, KTBS, Bengaluru.

Chief Co-ordinator :

Prof. G.S. Mudambaditaya, Co-ordinator, Curriculum revision and text book preparation, KTBS, Bengaluru.

Programme Co-ordinator :

Smt. Vijaya Kulkarni - Assistant Director, KTBS, Bengaluru.

About the Revision of Textbooks

Honourable Chief Minister Sri Siddaramaiah who is also the Finance Minister of Karnataka, in his response to the public opinion about the New Textbooks from standard one to ten, announced, in his 2014-15 budget speech of constituting an expert-committee, to look into the matter. He also spoke of the basic expectations there in, which the Textbook experts should follow: “The Textbooks should aim at inculcating social equality, moral values, development of personality, scientific temper, critical acumen, secularism and the sense of national commitment”, he said.

Later, for the production of the Textbooks from class one to tenth, the Department of Education constituted twenty seven committees and passed an order on 24-11-2014. The committees so constituted were subject and class-wise and were in accordance with the standards prescribed. Teachers who are experts in matters of subjects and syllabi were in the committees.

There were already many complaints, and analyses about the Textbooks. So, a freehand was given in the order dated 24-11-2014 to the responsible committees to examine and review text and even to prepare new text and review if necessary. Afterwards, a new order was passed on 19-9-2015 which also give freedom even to re-write the Textbooks if necessary. In the same order, it was said that the completely reviewed Textbooks could be put to force from 2017-18 instead of 2016-17.

Many self inspired individuals and institutions, listing out the wrong information and mistakes there in the text, had send them to the Education Minister and to the ‘Textbook Society’. They were rectified. Before rectification we had exchanged ideas by arranged debates.

Discussions had taken place with Primary and Secondary Education 'Teacher Associations'. Questionnaires were administered among teachers to pool up opinions. Separate meeting were held with teachers, subject inspectors and DIET Principals. Analytical opinions had been collected. To the subject experts of science, social science, mathematics and languages, textbooks were sent in advance and later meeting were held for discussions. Women associations and science related organisation were also invited for discussions. Thus, on the basis of all inputs received from various sources, the textbooks have been reviewed where ever necessary.

Another very important thing has to be shared here. We constituted three expert committees. They were constituted to make suggestions after making a critical study of the text of science, mathematics and social science subjects of central schools (N.C.E.R.T), along with state textbooks. Thus, the state text books have been enriched basing on the critical analysis and suggestions made by the experts. The state textbooks have been guarded not to go lower in standards than the textbooks of central school. Besides, these textbooks have been examined along side with the textbooks of Andhra, Kerala, Tamil Nadu and Maharashtra states.

Another clarification has to be given here. Whatever we have done in the committees is only review, it is not the total preparation of the textbooks. Therefore, the structure of already prepared textbooks have in no way been affected or distorted. They have only been reviewed in the background of gender equality, regional representation, national integrity, equality and social harmony. While doing so, the curriculum frames of both central and state have not been transgressed. Besides, the aspirations of the constitution are incorporated carefully. Further, the reviews of the committees were once given to higher expert committees for examination and their opinions have been effected into the textbooks.

Finally, we express our grateful thanks to those who strived in all those 27 committees with complete dedication and also to those who served in higher committees. At the same time, we thank all the supervising officers of the 'Textbook Society' who sincerely worked hard in forming the committees and managed to see the task reach it's logical completion. We thank all the members of the staff who co-operated in this venture. Our thanks are also due to the subject experts and to the associations who gave valuable suggestions.

Sri M. P. Madegowda

**Managing Director
Karnataka Textbook Society
Bengaluru.**

Prof. Baraguru Ramachandrappa

**Chairman-in-Chief
Textbook Revision Committee
Bengaluru.**

Text Books Review Committee

Chairman-in-chief.

Prof. Barguru Ramchandruppa, State Review Committee, Karnataka textbooks Society®, Bengaluru.

Review Committee

Chairperson

Dr. Narasimhamurthy S.K.

Professor and Chairman, Department of Mathematics, Kuvempu University, Shankaraghatta-577 451. Shivamogga

Members

Dr. B. Chaluvvaraju,

Professor, Department of Mathematics, Bengaluru University, Bengaluru.

Sri. B. K. Vishwanatha Rao,

Rtd., Principal, No.94, "Prashanthi", 30th Cross, BSK 2nd Stage, Bengaluru.

Sri Narasimhamurthy G. N.,

'Beladingalu' No.23/1, 5th cross, Hosalli, Bengaluru.

Sri Shankarmurthy M.V.

Rtd Headmaster, Sarvodaya High-school, Bengaluru

Sri H.N.Subbarao,

Headmaster, Sadvidya Highschool, N.S.Road, Mysuru.

Smt S.S. Thara,

Headmistress, Govt. High School,

Smt Sushma Nagaraj Rao,

Mavattur, K.R. Nagar taluk, Mysuru Dist, High School Teacher, Govt. Higher Primary School, Ramnagar

Sri Shrinath Shastri,

Kannada Ganak Parishat, Chamrajpete, Bengaluru.

High Power Committee

Dr.Kashinath Biradar,

Plot No.7, Gangasiri, Jayanagar, Kalburgi - 585 105.

Smt. L. Padmavati,

Vice-principal, Empress Girls High-school, Tumkur.

Sri T Gangadharaiah,

Associate Professor, Department of Mathematics, Govt. women's college, Kolar

Translators

Sri. P.C. Halgekar,

A.M. Rangubai bhosale H.S. Khanapur, Belgavi.

Sri. V.N. Patil,

Mahila Vidyalay H.S. Belgavi.

Chief Advisors

Sri M. P. Madegowda

Managing Director, Karnataka Textbooks Society, Bengaluru-560 003

Smt. M. D. Usha

Deputy Director, Karnataka Textbooks Society, Bengaluru-560 003

Programme co-ordinator:

Smt. Meenakshi A Ganiger

Asst.Director, Karnataka Textbooks Society, 6th Cross, Malleshwaram, Bengaluru-03

भाग - 1

अनुक्रमणिका



अ.नं	प्रकरण	पृष्ठ क्रमांक
1.	5-अंकी संख्या	1-15
2.	बेरीज	16-24
3.	वजाबाकी	25-37
4.	संख्येचे अवयव व संख्यांच्या पटी	38-47
5.	अपूर्णांक	48-68
6.	कोन	69-85
7.	वर्तुळ रचना	86-94
8.	लांबी	95-103
9.	परिमिती आणि क्षेत्रफळ	104-125
10.	माहिती संकलन व विवरण	126-143
	उत्तरे	144-150

प्रकरण 1

5-अंकी संख्या (5-Digit Numbers)



या प्रकरणाच्या अध्ययनानंतर आपण हे शिकाल.

- पाच अंकी संख्या लिहिणे व वाचणे.
- पाच अंकी संख्येमधील प्रत्येक अंकाचे स्थानमूल्य ओळखणे.
- पाच अंकी संख्येचा त्यातील अंकाच्या स्थानमुल्यानुसार विस्तार करणे व प्रमाणित नमुन्यात संख्या लिहिणे.
- पाच अंकी संख्यांची चढत्या व उतरत्या क्रमात मांडणी करणे.
- पाच अंकी संख्यांच्या गटामधील गाळलेल्या संख्या लिहिणे.

मागील इयत्तेमध्ये आपण चार अंकी संख्यासंबंधी अभ्यास केलेला आहे. आपणांस दिलेली संख्या अक्षरात लिहिणे, संख्येतील अंकांचे स्थान व अंकाची स्थानीय किंमत, संख्येचा प्रमाणित नमुना व संख्येचे विस्तारीत रूप यासंबंधी माहिती आहे.

उजळणी अभ्यास

I. खालील संख्येतील प्रत्येक अंकांचे स्थान दर्शविणारा स्थानमूल्य तक्ता लिहा.

- | | |
|----------|----------|
| 1) 2,684 | 3) 9,806 |
| 2) 7,000 | 4) 8,649 |

II. खालील संख्या अक्षरात लिहा.

- | | |
|----------|-----------|
| 1) 1,739 | 3) 4,088 |
| 2) 3,007 | 4) 11,900 |

III. खालील संख्या अंकात लिहा.

- 1) नऊ हजार तीनशे पंधरा
- 2) दोन हजार चारशे
- 3) सात हजार छत्तीस

IV) उत्तरे लिहा.

- 1) सर्वात मोठी तीन अंकी संख्या लिहा.
- 2) सर्वात लहान तीन अंकी संख्या लिहा.
- 3) सर्वात मोठी व सर्वात लहान चार अंकी संख्या लिहा.

V) =, > किंवा < चिन्हाचा उपयोग करून खालील संख्यांची तुलना करा.

- 1) 3,567 _____ 4,567
- 2) 6,582 _____ 6,385
- 3) 7,384 _____ 7,384

VI) कोणत्याही अंकाची पुनरावृत्ती न करता, खाली दिलेले अंक वापरून सर्वात मोठी संख्या व सर्वात लहान संख्या लिहा.

- 1) 1, 2, 3, 4
- 2) 6, 3, 8, 0
- 3) 5, 2, 7, 4

VII) खालील संख्या चढत्या क्रमात लिहा.

- 1) 2,456 2,465 2,565 2,546
- 2) 5,768 5,678 5,687 5,867
- 3) 8,901 8,910 8,109 8,190

VIII) खालील संख्या उतरत्या क्रमात लिहा.

- 1) 2,947 3,038 2,930 3,830
- 2) 4,892 4,982 4,082 4,792
- 3) 5,678 5,778 5,878 5,978

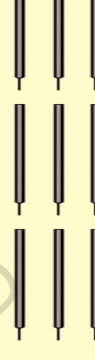
पाच अंकी संख्या

उदाहरण 1 :

संजीवने 9999 अगरबत्तीच्या काड्या जमविल्या असून, त्याने खाली दाखविल्याप्रमाणे त्यांचे गट्टे बांधलेले आहेत.

दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
	    	    	    	    
संख्या	9	9	9	9

जर संजीवच्या वडिलांनी त्याला आणखी एक अगरबत्ती दिली असती, तर त्याच्याजवळ एकूण किती अगरबत्त्या झाल्या असत्या ?

दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
				
+				
हातचा 				
एकूण 				
संख्या 1	0	0	0	0

- 1 या उदाहरणातील एकूण अगरबत्तींची संख्या ही पाच अंकी संख्या आहे.
- 1 आपणास मिळालेली 10,000 ही पाच अंकी संख्या 'दहा हजार' अशी वाचतात.
- 1 10,000 ते 99,999 या सर्व पाच अंकी संख्या आहेत.
- 1 10,000 ही सर्वात लहान पाच अंकी संख्या आहे.
- 1 99,999 ही सर्वात मोठी पाच अंकी संख्या आहे.

खाली दिलेल्या तक्त्यात काही पाच अंकी संख्या अक्षरात दिलेल्या आहेत त्यांचे वाचन करा.

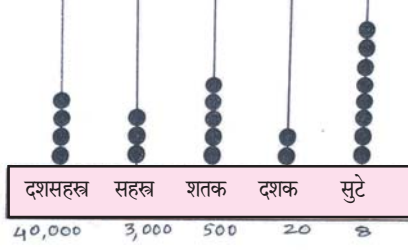
संख्या (अंकात)	अक्षरात लिहिलेल्या संख्या
10,001	दहा हजार एक
10,010	दहा हजार दहा
11,279	अकरा हजार दोनशे एकोण ऐंशी
20,100	वीस हजार एकशे
33,333	तेहत्तीस हजार तीनशे तेहत्तीस
45,698	पंचेचाळीस हजार सहाशे अठ्ठ्याण्णव
50,000	पन्नास हजार
61,030	एकसष्ठ हजार तीस
75,032	पंच्याहत्तर हजार बत्तीस
80,574	ऐंशी हजार पाचशे चौऱ्याहत्तर
99,999	नव्याण्णव हजार नऊशे नव्याण्णव

खालील तक्त्याचे निरीक्षण करा.

सर्वात मोठी संख्या	संख्येत 1 मिळवा	बेरीज	अनुमान सर्वात लहान
एक अंकी → 9	9 + 1	10	दोन अंकी संख्या
दोन अंकी → 99	99 + 1	100	तीन अंकी संख्या
तीन अंकी → 999	999 + 1	1000	चार अंकी संख्या
चार अंकी → 9,999	9,999 + 1	10,000	पाच अंकी संख्या

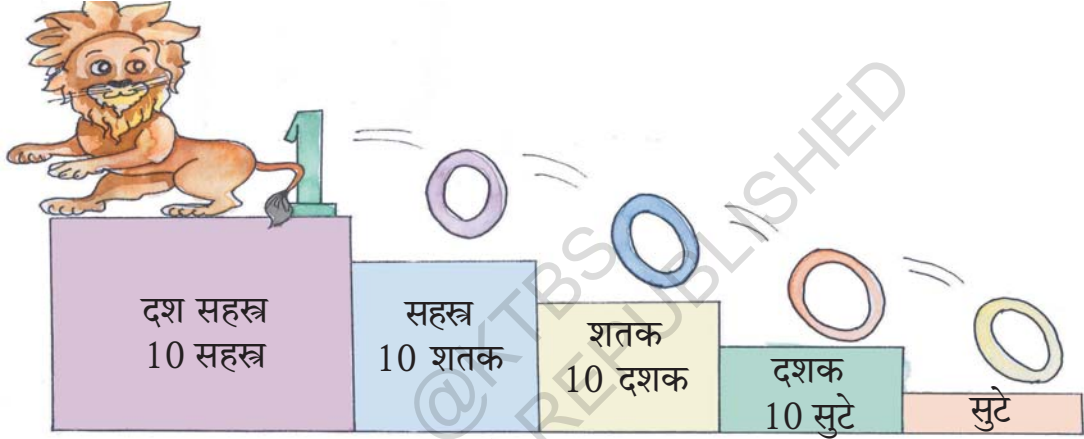
दिलेल्या अंका इतके अंक असणाऱ्या सर्वात मोठ्या संख्येत 1 मिळविला असता आपणांस त्या अंकांपुढील अंकाइतके अंक असणारी सर्वात लहान संख्या मिळते.

खाली दिलेल्या मणी चौकटीचे निरीक्षण करा.



उजवीकडून शेवटची तार दशसहस्र स्थान दर्शविते.

ही संख्या 43,528



$$43,528 = 4 \times 10,000 + 3 \times 1,000 + 5 \times 100 + 2 \times 10 + 8 \times 1$$

$$= 40,000 + 3,000 + 500 + 20 + 8$$

पाच अंकी संख्येतील अंकांचे स्थानमूल्य व संख्येचा विस्तार

उदाहरण 1 :

त्रेपन्न हजार पंचवीस या संख्येतील अंकांची स्थानीय किंमत व संख्येचा विस्तार दर्शविणारा तक्ता:

सहस्र गट		एकक गट		
दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
10,000	1,000	100	10	1
5	3	0	2	5

53,025 या संख्येचा विस्तार खालीलप्रमाणे करता येतो.

$$\begin{aligned}
 & 5 \times \text{दश सहस्र} + 3 \times \text{सहस्र} + 0 \times \text{शतक} + 2 \times \text{दशक} + 5 \times \text{सुटे} \\
 & = 5 \times 10,000 + 3 \times 1,000 + 0 \times 100 + 2 \times 10 + 5 \times 1 \\
 & = 50,000 + 3,000 + 0 + 20 + 5.
 \end{aligned}$$

उदाहरण 2 :

98,431 ही स्थानमूल्य किंमत दर्शक तक्त्यात लिहून त्या संख्येचा विस्तार लिहा.

दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
10,000	1,000	100	10	1
9	8	4	3	1

98,431 या संख्येचा विस्तार खालील प्रमाणे लिहिता येईल.

$$\begin{aligned}
 & 9 \times \text{दशसहस्र} + 8 \times \text{सहस्र} + 4 \times \text{शतक} + 3 \times \text{दशक} + 1 \times \text{सुटे} \\
 & = 9 \times 10,000 + 8 \times 1,000 + 4 \times 100 + 3 \times 10 + 1 \times 1 \\
 & = 90,000 + 8,000 + 400 + 30 + 1
 \end{aligned}$$

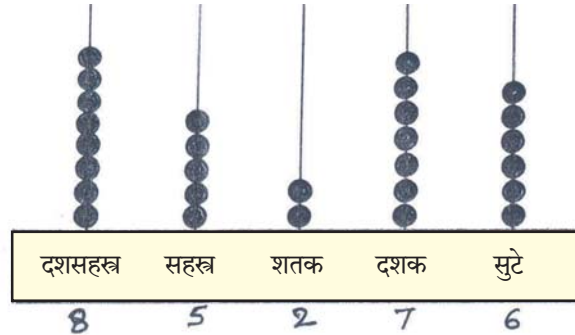
संख्येच्या विस्तारावरून संख्या प्रमाणित नमून्यात (सामान्यरूपात) लिहिणे.

उदाहरण 1 :

$8 \times \text{दशसहस्र} + 5 \times \text{सहस्र} + 2 \times \text{शतक} + 7 \times \text{दशक} + 6 \times \text{सुटे}$ या विस्तारावरून ती संख्या सामान्य रूपात लिहा.

$$\begin{aligned}
 & 8 \times \text{दशसहस्र} + 5 \times \text{सहस्र} + 2 \times \text{शतक} + 7 \times \text{दशक} + 6 \times \text{सुटे} \\
 & = 8 \times 10,000 + 5 \times 1,000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 6 \times 1 \\
 & = 80,000 + 5,000 + 200 + 70 + 6. \\
 & = 85,276
 \end{aligned}$$

मणिचौकटी (Abacus) वर 85,276 ही संख्या खालील प्रमाणे दर्शविली जाते.



उदाहरण 2 :

$$\begin{aligned}
 & 3 \times 10,000 + 0 \times 1000 + 0 \times 100 + 4 \times 10 + 9 \text{ हे सामान्य रूपात लिहा.} \\
 & 3 \times 10,000 + 0 \times 1000 + 0 \times 100 + 4 \times 10 + 9 \times 1 \\
 & = 30,000 + 0 + 0 + 40 + 9 \\
 & = 30,049
 \end{aligned}$$

दिलेल्या अंकांच्या साहाय्याने सर्वात मोठी व सर्वात लहान संख्या लिहिणे.

उदाहरण 1 :

9, 4, 6, 1, 3 या अंकांच्या साहाय्याने कोणत्याही अंकाची पुनरावृत्ती न करता पाच अंकी सर्वात मोठी व सर्वात लहान संख्या लिहा.

पाच अंकी मोठी संख्या लिहिण्यासाठी,

- * दिलेल्या अंकांची तुलना करा
- * ते अंक उतरत्या क्रमात लिहा. 9, 6, 4, 3, 1
- * पाच अंकी मोठी संख्या = 96,431

∴ 9, 4, 6, 1, 3 या अंकापासून कोणत्याही अंकाची पुनरावृत्ती न होता मिळणारी पाच अंकी मोठी संख्या 96,431

पाच अंकी लहान संख्या लिहिण्यासाठी,

- * दिलेल्या अंकांची तुलना करा.
- * ते अंक चढत्या क्रमात लिहा 1, 3, 4, 6, 9
- * पाच अंकी लहान संख्या = 13,469

∴ 9, 4, 6, 1, 3 या अंकापासून कोणत्याही अंकाची पुनरावृत्ती न होता, मिळणारी लहान संख्या = 13,469.

दिलेल्या अंकांपैकी 0 हा एक अंक असणाऱ्या पाच अंकापासून पाच लहान कनिष्ठ संख्या मिळविणे.

उदाहरण 2 :

4, 8, 0, 2, 5 या अंकापासून कोणत्याही अंकाची पुनरावृत्ती न होता पाच अंकी लहान संख्या लिहा.

- * दिलेल्या अंकांची तुलना करा.
- * दिलेले अंक चढत्या क्रमात लिहा. 0, 2, 4, 5, 8
- * शून्य हा अंक सहस्रस्थानी लिहून मिळणारी लहान संख्या लिहा. 20,458.

∴ 4, 8, 0, 2, 5 या अंकापासून कोणत्याही अंकाची पुनरावृत्ती न होता बनणारी लहान संख्या 20,458.

दिलेल्या पाच अंकांपैकी एक अंक शून्य असताना त्यापासून पाच अंकी संख्या कशी लिहाल?

शून्य हा अंक दशसहस्र स्थानी लिहू नये कारण तो अंक दशसहस्र स्थानी लिहिल्यास संख्या चार अंकी बनते.



4, 8, 0, 2, 5
0, 2, 4, 5, 8
20, 458 लहान संख्या

- * दिलेले अंक चढत्या क्रमात लिहा.
- * शून्य व त्याच्या लगतच्या अंकाच्या स्थानाची अदलाबदल करून त्या अंकापासून लहान संख्या मिळवा.

दिलेल्या पाच अंकी संख्येच्या मागील व पुढील क्रमवार पाच अंकी संख्या

दिलेल्या पाच अंकी संख्येच्या क्रमवार मागील व पुढील पाच अंकी संख्या मिळवू.

दिलेल्या संख्येच्या मागील क्रमवार संख्या (दिलेल्या संख्येपेक्षा 1 ने कमी)	दिलेली संख्या	दिलेल्या संख्येच्या पुढील क्रमवार संख्या (दिलेल्या संख्येपेक्षा 1 ने जास्त)
83,652	83,653	83,654
25,047	25,048	25,049
46,789	46,790	46,791
19,999	20,000	20,001

समान अंतर असलेल्या संख्या (Skip numbers)



वरील चित्रात प्रत्येक पायरीवर पायरीची संख्या लिहिलेली आहे. एक खार व एक बेडूक हे 13,669 क्रमांकाच्या पायरीवर आहेत. खार एकावेळी दोन पायऱ्या व बेडूक एकावेळी तीन पायऱ्या इतकी उडी मारत असल्यास 13,679 क्रमांकाच्या पायरीवरील आहार त्या दोघांपैकी कोणाला मिळू शकेल ?

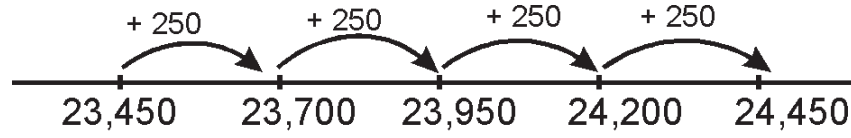
बेडूक उड्या मारत असणाऱ्या पायऱ्यांचे क्रमांक _____, _____, _____,
 खार उड्या मारत असणाऱ्या पायऱ्यांचे क्रमांक _____, _____, _____,
 बेडूक उड्या मारत असणाऱ्या पायऱ्यांचे गाळलेले तीनच्या फरकाने संख्या येतात.
 खार उड्या मारत असणाऱ्या पायऱ्यांचे गाळलेले दोनच्या फरकाने संख्या येतात.

उदाहरण 1 :

खालील संख्यांच्या पुढील संख्या रिकाम्या जागी लिहा.

1. 23,450; 23,700; 23,950; ———; ———.

दोन क्रमवार संख्यांमधील फरक 250 आहे. हा फरक दिलेल्या संख्येत मिळवून त्या संख्येच्या पुढील गाळलेली संख्या मिळवीता येते.



$23,950 + 250 = 24,200$ ही पुढील समान अंतर असलेली संख्या

$24,200 + 250 = 24,450$ ही शेवटची समान अंतर असलेली संख्या

रिकाम्या संख्यांच्या जागी अनुक्रमे 24,200 व 24,450 असे लिहा.

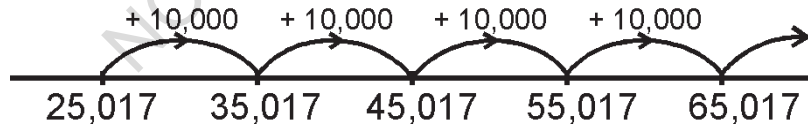
$\therefore 23,450, 23,700, 23,950, 24,200, 24,450$

उदाहरण 2 :

खालील संख्यांच्या गटामधील समान अंतराच्या संख्या लिहा.

1. 25,017, 35,017 ———, ———, 65,017

आता 25,017 व 35,017 यांमधील फरक 10,000 हा फरक मिळवून गाळलेल्या संख्या मिळवा.



$35,017 + 10,000 = 45,017$ ही तिसरी समान अंतराची संख्या तसेच

$45,017 + 10,000 = 55,017$ ही चौथी समान अंतराची संख्या होईल.

$\therefore$ वरील उदाहरणातील तिसरी व चौथी समान अंतराची संख्या अनुक्रमे 45,017 व 55,017 या आहेत.

दिलेल्या पाच अंकी संख्यामधील सर्वात मोठी व सर्वात लहान संख्या ओळखणे.

उदाहरण 1 :

52,428 व 81,214 या संख्यामधील लहान संख्या कोणती?
 दोन्ही संख्यामधील दशसहस्र स्थानातील अंकांची तुलना करा.
 5 व 8 हे त्या संख्यांमधील दशसहस्र स्थानात असणारे अंक आहेत.
 5 हे 8 पेक्षा लहान आहेत.
 $\therefore$ 52,428 ही 81,214 पेक्षा लहान आहे.

उदाहरण 2 :

12,234 व 11,484 या संख्यामधील मोठी संख्या कोणती?
 दोन्ही संख्यामधील दशसहस्र स्थानाचा अंक समान आहे. म्हणून त्या संख्यामधील सहस्र स्थानातील अंकांची तुलना करा.
 सहस्र स्थानात असणारे अंक 2 व 1 हे आहेत
 2 हा 1 पेक्षा मोठा आहे.
 $\therefore$ 12,234 ही संख्या 11,484 पेक्षा मोठी आहे.

दिलेल्या पाच अंकी संख्या चढत्या क्रमांत मांडणे.

उदाहरण 1 :

36,719, 36,952, 35,418, 43,709 व 45,187 या संख्या चढत्या क्रमात लिहा.

- * दशसहस्र स्थानातील अंकांची तुलना करा. दशसहस्र स्थानातील अंक समान असतील, तर सहस्र स्थानातील अंकांची तुलना करा.
- * दिलेल्या संख्या चढत्या क्रमात मांडा.
 35,418, 36,719, 36,952, 43,709, 45,187 हा दिलेल्या संख्यांचा चढता क्रम होय.

दिलेल्या पाच अंकी संख्या उतरत्या क्रमांत मांडणे.

उदाहरण 2 :

57,093, 52,169, 54,917, 57,298, 58,791 या संख्या उतरत्या क्रमांत मांडा.

* प्रथम प्रत्येक संख्येतील दशसहस्र स्थानातील अंकांची तुलना करा. जर हे अंक समान असतील तर सहस्र स्थानातील अंकांची तुलना करा.

* नंतर दिलेल्या संख्या उतरत्या क्रमात मांडा.

∴ 58,791, 57,298, 57,093, 54,917 व 52,169 हा दिलेल्या संख्यांचा उतरता क्रम होय.

स्वाध्याय 1.1

I. खाली दिलेल्या संख्यांमध्ये योग्य ठिकाणी स्वल्प विराम चिन्ह (,) लिहून त्या संख्या अक्षरात लिहा.

1) 32894 2) 18415 3) 99999 4) 40003

II. स्वल्पविराम चिन्हाच वापर करून खाली दिलेल्या संख्या अंकात लिहा.

- 1) पंचेचाळीस हजार सहाशे अठरा
- 2) ब्याऐंशी हजार तीन
- 3) तेरा हजार सातशे नऊ
- 4) चौन्यानऊ हजार तीनशे चौदा

III. खालील संख्यांचा विस्तार लिहा :

उदा. : $47,609 = 4 \times 10,000 + 7 \times 1,000 + 6 \times 100 + 0 \times 10 + 9 \times 1$

- 1) 19,203
- 2) 77,777
- 3) 38,294

IV. खाली दिलेल्या संख्यांच्या विस्तारावरून त्या संख्या सामान्य रूपात लिहा.

उदा. : $6 \times 10,000 + 1 \times 1,000 + 7 \times 100 + 9 \times 10 + 5 \times 1 = 61,795$

1) $7 \times 10,000 + 2 \times 1,000 + 8 \times 100 + 3 \times 10 + 8 \times 1 =$

2) $4 \times 10,000 + 0 \times 1,000 + 0 \times 100 + 0 \times 10 + 1 \times 1 =$

3) $6 \times \text{दशसहस्र} + 3 \times \text{सहस्र} + 5 \times \text{शतक} + 1 \times \text{दशक} + 7 \times \text{सुटे} =$

4) $1 \times \text{दशसहस्र} + 1 \times \text{सहस्र} + 4 \times \text{शतक} + 7 \times \text{दशक} + 4 \times \text{सुटे} =$

V. कोणत्याही अंकाची पुनरावृत्ती न होता, खालील अंक वापरून पाच अंकी सर्वात मोठी संख्या व सर्वात लहान संख्या लिहा -

सर्वात मोठी

सर्वात लहान

उदा. : 1) 3, 1, 4, 7, 9

97,431

13,479

2) 8, 1, 6, 2, 5

3) 7, 0, 6, 1, 3

4) 6, 4, 5, 7, 0

5) 2, 5, 7, 3, 4

VI. खालील कोष्टक पूर्ण करा.

	संख्येच्या मागील क्रमवार संख्या	संख्या	संख्येच्या पुढील क्रमवार संख्या
1)		57,839	
2)	18,375		
3)			40,781
4)		88,890	
5)			13,586

VII. खाली दिलेल्या श्रेणीच्या स्वरूपावरून श्रेणीतील रिक्त जागा भरून श्रेणी पूर्ण करा.

- | | | | | |
|------------|---------|---------|---------|--------|
| 1) 23,344, | 23,444, | 23,544, | _____, | _____. |
| 2) 15,790, | 35,790, | 55,790, | _____, | _____. |
| 3) 88,888, | 78,888, | 68,888, | _____, | _____. |
| 4) 30,453, | _____, | 36,453, | 39,453, | _____. |
| 5) 58,600, | 62,600, | 66,600, | _____, | _____. |

VIII. खालील संख्या चढत्या क्रमात लिहा -

- | | | | |
|------------|---------|---------|--------|
| 1) 30,435, | 70,533, | 20,411, | 40,623 |
| 2) 44,444, | 44,044, | 40,444, | 40,044 |
| 3) 63,841, | 63,481, | 63,148, | 63,184 |
| 4) 50,060, | 50,500, | 55,000, | 50,006 |
| 5) 20,325, | 20,825, | 20,302, | 20,413 |

IX. खालील संख्या उतरत्या क्रमात मांडा -

- | | | | |
|------------|---------|---------|--------|
| 1) 23,456, | 34,567, | 12,345, | 45,678 |
| 2) 40,564, | 45,064, | 45,604, | 40,456 |
| 3) 12,344, | 12,340, | 12,304, | 13,244 |
| 4) 77,770, | 77,077, | 77,777, | 70,777 |
| 5) 61,234, | 62,134, | 21,364, | 12,364 |

X. खाली दिलेल्या संख्यांची, =, > किंवा < चिन्हांच्या साहाय्याने तुलना करा -

- | | | |
|-----------|-------|--------|
| 1) 52,085 | _____ | 52,085 |
| 2) 46,431 | _____ | 43,613 |
| 3) 15,662 | _____ | 24,672 |
| 4) 74,312 | _____ | 76,312 |
| 5) 81,884 | _____ | 81,365 |

* * *

प्रकरण 2

बेरीज (Addition)



या प्रकरणाच्या अध्ययनानंतर आपण हे शिकाल.

- हातचा न घेता पाच अंकी संख्यांची बेरीज करता येईल.
- हातचा घेऊन येणारी पाच अंकी संख्यांची बेरीज करता येईल.
- पाच अंकी संख्यांची तोंडी बेरीज कराल.

यापूर्वी आपण शिकलेल्या दोन अंकी व त्याहून जास्त अंक असणाऱ्या चार अंकांपर्यंतच्या संख्यांची बेरीज करावयाच्या पद्धतीचे स्मरण करूया.

उजळणी अभ्यास

I. खालील संख्यांची बेरीज करा.

- 1) $4,368 + 2,521$
- 2) $2,673 + 5,134$
- 3) $3,653 + 4,213 + 1,156$
- 4) $1,345 + 2,463 + 564$

II. खालील उदाहरणे सोडवा.

- 1) सुमतीने बँकेमध्ये, सोमवारी ₹ 3,672 व मंगळवारी ₹ 4,678 भरले. तर तिने बँकेमध्ये भरलेली एकूण रक्कम किती?
- 2) एका गावची लोकसंख्या 3,389 असून दुसऱ्या गावची लोकसंख्या 4,893 आहे. तर त्या दोन्ही गावची एकूण लोकसंख्या किती?
- 3) एका पंचायतीच्या व्याप्तीमध्ये येणाऱ्या सर्व शाळेत शिकत असणाऱ्या पहिल्या इयत्तेत 1,673, दुसऱ्या इयत्तेत 1,845, तिसऱ्या इयत्तेत 1,437 व चौथ्या इयत्तेत 1,547 विद्यार्थी असल्यास विद्यार्थ्यांची एकूण संख्या किती?

आपणास माहीत आहे का?

दोन संख्या क्रम बदलून मिळविल्या तरी त्यांची बेरीज सारखीच येते. हे वरील उदाहरणाच्या साहाय्याने पडताळून पाहा.

हातचा न घेता पाच अंकी संख्यांची बेरीज करणे -

पाच अंकी संख्यांची बेरीज करावयाची पद्धत ही चार अंकी संख्यांची बेरीज करावयाच्या पद्धतीप्रमाणेच आहे.

सुटे, दशक, शतक, सहस्र व दशसहस्र स्थानातील अंक त्या त्या स्थानातील अंकामध्ये मिळवावयाचे असतात हे ध्यानात घ्या.

उदाहरण 1 :

45,237 व 31,210 या संख्या मिळवा.

वरील संख्यांची बेरीज करावयाची पद्धत खालील चित्राच्या साहाय्याने समजावून घेऊ.

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
					
+					
=					
	7	6	4	4	7

स्थानमूल्य दर्शविणाऱ्या तक्त्यात लिहिलेल्या त्या दोन्ही संख्यांचे निरीक्षण करा. प्रत्येक स्थानातील अंक मिळविलेले आहेत.

	4 दशसहस्र	5 सहस्र	2 शतक	3 दशक	7 सुटे
+	3 दशसहस्र	1 सहस्र	2 शतक	1 दशक	0 सुटे
=	7 दशसहस्र	6 सहस्र	4 शतक	4 दशक	7 सुटे

संख्यांच्या प्रत्येक उभ्या रकान्यातील अंकांच्या बेरजेचे निरीक्षण करा.

		दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
संकल्य		4	5	2	3	7
संकलक	+	3	1	2	1	0
बेरीज (संकलन)	=	7	6	4	4	7

बेरीज करावयाच्या क्रियेमधील टप्पे -

- 1) प्रत्येक संख्येतील अंक त्यांच्या स्थानानुरूप उभ्या रकान्यात लिहा.
- 2) सुटे स्थानातील अंक मिळवा. $7 + 0 = 7$ आता सुटे स्थानी 7 असे लिहा.
- 3) दशक स्थानातील अंक मिळवा. $3 + 1 = 4$ आता 4 हा अंक दशकस्थानी लिहा.
- 4) शतक स्थानातील अंक मिळवा. $2 + 2 = 4$ आता 4 ही संख्या शतकस्थानी लिहा.
- 5) सहस्र स्थानातील अंक मिळवा. $5 + 1 = 6$ आता 6 ही संख्या सहस्रस्थानी लिहा.
- 6) दशसहस्र स्थानातील अंक मिळवा. $4 + 3 = 7$ आता 7 ही संख्या दशसहस्र स्थानात लिहा.

$\therefore 45,237$ व $31,210$ या संख्यांची बेरीज $76,447$

उदाहरण 2 :

23,567 व 34,131 या संख्यांची बेरीज करा

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
	2	3	5	6	7
+	3	4	1	3	1
=	5	7	6	9	8

उदाहरण 3 :

मल्लाप्पानी स्वतःसाठी एक स्कूटर व आपल्या मुलांसाठी एक मोटारसायकल खरेदी केली. स्कूटरची किंमत ₹ 34,221 व मोटारसायकलची किंमत ₹ 35,678 असल्यास मल्लाप्पानी दिलेली एकूण रक्कम किती?

स्कूटरची किंमत = ₹ 34,221

मोटारसायकलची किंमत = ₹ 35,678

मल्लाप्पानी द्यावयाची एकूण रक्कम

= स्कूटरची किंमत + मोटारसायकलची किंमत

= ₹ 34,221 + ₹ 35,678

= ₹ 69,899

∴ मल्लाप्पानी दिलेली एकूण रक्कम = ₹ 69,899

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
	3	4	2	2	1
+	3	5	6	7	8
	6	9	8	9	9

हातचा घेऊन करावयाची पाच अंकी संख्यांची बेरीज -

हातचा घेऊन पाच अंकी संख्यांची बेरीज करावयाची पद्धत ही हातचा घेऊन चार अंकी संख्यांची बेरीज करावयाच्या पद्धतीप्रमाणेच आहे.

उदाहरण 1 :

38,765 व 25,978 या संख्यांची बेरीज किती ?

हातचा घेऊन, दोन पाच अंकी संख्यांची बेरीज करावयाची पद्धत खालील चित्राच्या साहाय्याने समजावून घेऊ.

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
हातचा					
					
+					
=					
	6	4	7	4	3

दोन्ही संख्येमधील प्रत्येक स्थानातील अंकांचे उभ्या रकान्यातील बेरजेचे निरीक्षण करा.

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
हातचा	1	1	1	1	
	3	8	7	6	5
+	2	5	9	7	8
=	6	① 4	① 7	① 4	① 3
=	6	4	7	4	3

हातचा घेऊन बेरीज करावयाच्या पद्धतीमधील टप्पे -

1. संख्येतील अंक त्यांच्या स्थानमूल्य किंमतीप्रमाणे त्या त्या उभ्या रकान्यात लिहा.
 2. सुटे स्थानातील अंक मिळवा. $5 + 8 = 13$ येथे 3 हा अंक सुटे स्थानी लिहून 1 हा अंक दशकस्थानी हातचा लिहा.
 3. दशक स्थानातील अंक मिळवा. $1 + 6 + 7 = 14$ येथे 4 हा अंक दशकस्थानी लिहून 1 हा अंक शतकस्थानी हातचा लिहा.
 4. शतक स्थानातील अंक मिळवा. $1 + 7 + 9 = 17$, येथे 7 हा अंक शतकस्थानी लिहून 1 हा अंक सहस्रस्थानी हातचा लिहा.
 5. सहस्र स्थानातील अंक मिळवा. $1 + 8 + 5 = 14$ येथे 4 हा अंक सहस्रस्थानी लिहून 1 हा अंक दश सहस्र स्थानी हातचा लिहा.
 6. दशसहस्र स्थानातील अंक मिळवा. $1 + 3 + 2 = 6$ आता 6 हा अंक दशसहस्र स्थानी लिहा.
- ∴ 38,765 व 25,978 या संख्यांची बेरीज 64,743

उदाहरण 2 :

56,003 व 42,597 या संख्यांची बेरीज करा.

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
हातचा			1	1	
	5	6	0	0	3
+	4	2	5	9	7
=	9	8	6	0	0

∴ 56003 व 42,597 या संख्यांची बेरीज 98,600 होते.

**उदाहरण 3 :**

एका पुस्तक विक्रेत्याने एका पुस्तक प्रदर्शनात 26,817 पुस्तके विकली व दुसऱ्या पुस्तक प्रदर्शनात 17,794 पुस्तके विकली. तर त्याने त्या दोन्ही पुस्तक प्रदर्शनात विकलेल्या पुस्तकांची एकूण संख्या किती?

पहिल्या पुस्तक प्रदर्शनात विकलेल्या पुस्तकांची संख्या = 26,817

दुसऱ्या पुस्तक प्रदर्शनात विकलेल्या पुस्तकांची संख्या = 17,794

दोन्ही पुस्तक प्रदर्शनात विकलेल्या पुस्तकांची एकूण संख्या = 26,817 + 17,794
= 44,611

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
हातचा	1	1	1	1	
	2	6	8	1	7
+	1	7	7	9	4
=	4	4	6	1	1

∴ विकलेल्या पुस्तकांची एकूण संख्या = 44,611

स्वाध्याय 2.1

I. खालील संख्यांची बेरीज करा.

- 1) $36,417 + 32,532$
- 2) $28,490 + 61,306$
- 3) $12,973 + 46,016$
- 4) $23,462 + 52,304$
- 5) $42,806 + 34,063$

II. खालील संख्यांची बेरीज करा

- 1) $36,907 + 53,613$
- 2) $24,596 + 36,578$
- 3) $43,374 + 36,654$
- 4) $25,700 + 2,246 + 16,413$
- 5) $25,236 + 34,051 + 8,368$

III. खालील उदाहरणे सोडवा.

- 1) एका संरक्षित वनक्षेत्रामध्ये 26,759 झाडे होती. वनमहोत्सवाच्या वेळी तेथे आणखी 13,842 झाडे लावण्यात आली. तर त्या वनक्षेत्रातील झाडांची एकूण संख्या किती?
- 2) एका दुग्धसंकलन केंद्रात शेतकऱ्यांकडून एका आठवड्यात 15,209 लिटर इतके दुग्ध संग्रहीत करण्यात आले व दुसऱ्या आठवड्यात 16,826 लिटर इतके दूध संग्रहीत करण्यात आले. तर त्या केंद्रात एकूण किती लिटर दूध संग्रहीत केले गेले?
- 3) एका भारतीय क्रिकेट खेळाडूने 'टेस्ट क्रिकेट सामन्यामध्ये 14,025 धावा काढल्या व 'एक दिवसीय सामन्यामध्ये 15,759 धावा काढल्या तर त्या क्रिकेट खेळाडूने काढलेल्या एकूण धावा किती?

- 4) एका वाचनालयात 17,943 पुस्तके कन्नड भाषेमधील, 14,635 पुस्तके हिंदी भाषेमधील व 10,284 पुस्तके इंग्लीश भाषेमधील आहेत. तर त्या वाचनालयात असणाऱ्या पुस्तकांची एकूण संख्या किती?
- 5) एका विधानसभा निवडणुकीमध्ये तीन उमेदवारांना प्रत्येकी 32,135 मते, 29,048 मते व 4,951 मते मिळाली. असतील तर त्या निवडणुकीमध्ये मतदारानी घातलेली एकूण मते किती?

* * *

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

प्रकरण 3

वजाबाकी (Subtraction)



या प्रकरणाच्या अध्ययनानंतर तुम्ही हे शिकाल -

- हातचा न घेता, एका पाच अंकी संख्येमधून दुसरी पाच अंकी संख्या वजा करता येईल.
किंवा
हातचा न घेता दोन पाच अंकी संख्यांची वजाबाकी करता येईल.
- हातचा घेऊन, एका पाच अंकी संख्येमधून दुसरी पाच अंकी संख्या वजा करता येईल.
- एका पाच अंकी संख्येमधून एक अंकी, दोन अंकी, तीन अंकी किंवा चार अंकी संख्या हातचा घेऊन किंवा हातचा न घेता वजाबाकी करता येईल.
- पाच अंकी संख्यांच्या वजाबाकीवर आधारित उदाहरणे सोडविता येतील.

यापूर्वी आपण शिकलेल्या चार अंकी संख्यांच्या वजाबाकीच्या पद्धतीचे स्मरण करू या.

उजळणी अभ्यास :

I. खालील संख्यांची वजाबाकी करा.

- 1) $4,528 - 3,214$
- 2) $6,453 - 5,302$
- 3) $3,759 - 2,156$

II. खालील संख्यांची वजाबाकी करा.

- 1) $6,123 - 3,586$
- 2) $8,000 - 4,617$
- 3) $3,564 - 1,345$

III. खालील उदाहरणे सोडवा.

- 1) एका कारखान्यात 8,534 पेट्या तयार करण्यात आल्या. त्यापैकी 5,421 पेट्या विकल्या. तर किती पेट्या शिल्लक राहिल्या?

- 2) एका तालुक्यामधील इ. 5 वी मध्ये शिकणाऱ्या विद्यार्थ्यांची एकूण संख्या 5,728 आहे व त्यापैकी मुलींची संख्या 3,572 असल्यास मुलांची संख्या किती?
- 3) संजीव जवळ एकूण ₹ 8,524 आहेत. त्यापैकी ₹ 2,937 त्याने अनाथ आश्रमाला देणगी दिली. तर संजीव जवळ शिल्लक राहिलेली रक्कम किती?

हातचा न घेता, पाच अंकी संख्यांची वजाबाकी करणे.

पाच अंकी संख्यांची वजाबाकी करण्याची पद्धत ही चार अंकी संख्यांची वजाबाकी करण्याच्या पद्धतीप्रमाणेच आहे.

वजाबाकी करताना सुटे, दशक, शतक, सहस्र व दशसहस्र या स्थानातील अंकांची वजाबाकी करून लिहितात. हे ध्यानात घ्या.

उदाहरण 1 :

75,389 व 32,174 या संख्यांमधील फरक लिहा.

उकल :

वरील संख्यांची वजाबाकी करावयाची पद्धत खालील चित्राच्या साहाय्याने समजावून घेऊ.

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
					
-					
=					
	4	3	2	1	5

स्थानमूल्य किंमती दर्शक तक्त्यामध्ये लिहिलेल्या त्या दोन संख्यांचे निरीक्षण करा. प्रत्येक स्थानातील अंकाची वजाबाकी केलेली आहे.

	7 दशसहस्र	5 सहस्र	3 शतक	8 दशक	9 सुटे
-	3 दशसहस्र	2 सहस्र	1 शतक	7 दशक	4 सुटे
=	4 दशसहस्र	3 सहस्र	2 शतक	1 दशक	5 सुटे

वरील संख्यासंबंधी प्रत्येक उभ्या रकान्यातील अंकांच्या वजाबाकीचे निरीक्षण करा.
वजाबाकी क्रियेमध्ये सामावलेले टप्पे -

1. संख्येतील अंक त्यांच्या स्थानमूल्य किंमतीनुसार संबंधीत उभ्या रकान्यात लिहा.
2. सुटे स्थानातील अंकांची वजाबाकी करा. $9 - 4 = 5$ आता 5 हा अंक सुटे स्थानी लिहा.
3. दशक स्थानातील अंकांची वजाबाकी करा. $8 - 7 = 1$ आता 1 हा अंक दशक स्थानी लिहा.
4. शतक स्थानातील अंकांची वजाबाकी करा. $3 - 1 = 2$ आता 2 हा अंक शतक स्थानी लिहा.
5. सहस्र स्थानातील अंकांची वजाबाकी करा. $5 - 2 = 3$ आता 3 हा अंक सहस्र स्थानी लिहा.
6. दश सहस्र स्थानातील अंकांची वजाबाकी करा. $7 - 3 = 4$ आता 4 हा अंक दशसहस्र स्थानी लिहा.

∴ 75,389 व 32,174 या संख्यांमधील फरक 43,215.

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
व्यवकल्य	7	5	3	8	9
व्यवकलक	3	2	1	7	4
फरक (वजाबाकी)	4	3	2	1	5

उदाहरण 2 :

39,637 मधून 26,235 वजा करा.

- येथे 39,637 हे व्यवकल्य असून 26,235 हे व्यवकलक आहे.
- 39,637 हे पहिल्या आडव्या ओळीत लिहून 26,235 हे दुसऱ्या आडव्या ओळीत त्या संख्येतील अंकांच्या स्थानमूल्य किंमतीप्रमाणे लिहा.
- आता वजाबाकी करा.

		दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
व्यवकल्य		3	9	6	3	7
व्यवकलक	-	2	6	2	3	5
बाकी (फरक)	=	1	3	4	0	2

ताळा -

		दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
बाकी		1	3	4	0	2
व्यवकलक	+	2	6	2	3	5
व्यवकल्य	=	3	9	6	3	7

आपणांस माहीत आहे का?

व्यवकलक व बाकी यांच्या बेरजेमधून वजाबाकीचा ताळा पाहिला जातो.
व्यवकलक व बाकी यांची बेरीज व्यवकल्या इतकी असते.

उदाहरण 1 चा ताळा पाहा. तसेच वजाबाकीच्या सर्व उदाहरणांचा ताळा पाहा.

उदाहरण 3 :

एका नारळाच्या व्यापाऱ्याने एकूण 49, 137 नारळ खरेदी केले व एका महिन्यात त्या नारळापैकी त्याने 26,134 नारळ विकले. तर त्याच्याजवळ आता किती नारळ शिल्लक राहिले?

व्यापाऱ्याने खरेदी केलेल्या नारळांची एकूण संख्या = 49,137

एका महिन्यात त्याने विकलेल्या नारळांची संख्या = 26,134

∴ न विकलेल्या नारळांची संख्या = 49,137 - 26,134 = 23,003

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
	4	9	1	3	7
-	2	6	1	3	4
=	2	3	0	0	3

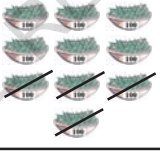
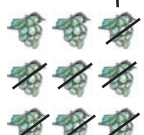
∴ न विकलेल्या नारळांची संख्या = 23,003

हातचा घेऊन पाच अंकी संख्यांची वजाबाकी करणे.

पुनर्रगट करून किंवा हातचा घेऊन पाच अंकी संख्यांची वजाबाकी करावयाची पद्धत ही पुनर्रगट किंवा हातचा घेऊन चार अंकी संख्यांची वजाबाकी करण्याच्या पद्धतीप्रमाणेच आहे.

उदाहरण 1 :

57,394 व 26,765 या दोन संख्यांमधील फरक लिहा.
वरील अंकांची वजाबाकी खालील चित्राच्या साहाय्याने दर्शवू.

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
					
57,394					
-26,765					
30,629					
	3	0	6	2	9

वरील संख्यांमधील प्रत्येक उभ्या रकान्यातील अंकांच्या वजाबाकीचे निरीक्षण करा.

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
	5	7	3	9	4
-	2	6	7	6	5
=					

हातचा घेतल्यानंतर सुटे व दशक स्थान

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
हातचा घेतल्यानंतर		6	13	8	14
	5	~~7~~	~~3~~	~~9~~	~~4~~
-	2	6	7	6	5
=	3	0	6	2	9

हातचा घेऊन वजाबाकी करावयाच्या पद्धतीमध्ये सामावलेले टप्पे -

1. संख्येतील अंक त्यांच्या स्थानमूल्य किंमतीनुसार संबंधीत उभ्या रकान्यात लिहा.
2. सुटे स्थानी व्यवकल्य 4 असून व्यवकलक 5 आहे येथे 4 हे 5 पेक्षा लहान असल्याने, 5 हे 4 मधून वजा करता येत नाहीत. म्हणून दशक स्थानामधून 1 दशक हातचा घ्या. आता सुटे स्थान, 1 दशक + 4 सुटे असे लिहिता येईल.

$$= 10 \text{ सुटे} + 4 \text{ सुटे}$$

$$= 14 \text{ सुटे}$$

सुटे स्थानातील अंकांची वजाबाकी करा. म्हणजेच $14 - 5 = 9$. आता सुटे स्थानी 9 हा अंक लिहा.

3. दशक स्थानामधून हातचा 1 घेतल्याने दशकस्थानात 8 उरतात.

$\therefore 8 - 6 = 2$ ही वजाबाकी करून दशकस्थानी 2 हा अंक लिहा.

4. शतक स्थानात 3 हे सातपेक्षा लहान आहेत. म्हणून 3 मधून 7 वजा करता येत नाहीत.

म्हणून सहस्र स्थानामधून 1 सहस्र हातचे घ्या.

1 सहस्र = 10 शतक

$\therefore$ शतक स्थान हे, 10 शतक + 3 शतक = 13 शतक असे लिहिता येईल.

आता शतक स्थानातील अंकांची वजाबाकी करा.

म्हणजेच $13 - 7 = 6$. आता 6 हा अंक शतक स्थानी लिहा.

5. सहस्र स्थानामधून 1 सहस्र हातचा घेतल्याने सहस्र स्थानात 6 सहस्र शिल्लक राहतात.

$6 - 6 = 0$ येथे वजाबाकी 0 येते म्हणून सहस्र स्थानात '0' हा अंक लिहा -

6. दशसहस्र स्थानातील वजाबाकी $5 - 2 = 3$ येते. म्हणून दशसहस्र स्थानी 3 हा अंक लिहा.

$\therefore 57,394$ मधून $26,765$ वजा केल्यास $30,629$ येते.

वजाबाकीचा ताळा

		दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
बाकी		3	0	6	2	9
व्यवकलक	+	2	6	7	6	5
व्यवकल्य		5	7	3	9	4

उदाहरण 2 :

90,000 मधून 73,649 वजा करा.

येथे 90,000 हे व्यवकल्य असून 73,649 हे व्यवकलक आहे.

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
	9	0	0	0	0
-	7	3	6	4	9
=					

पुनर्रूढ केल्यानंतर, (हातचा घेतल्यानंतर)

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
पुनर्रूढ केल्यानंतर	8	9	9	9	10
	9	0	0	0	0
	7	3	6	4	9
	1	6	3	5	1

ताळा

		दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
फरक (बाकी)		1	6	3	5	1
व्यवकलक	+	7	3	6	4	9
व्यवकल्य		9	0	0	0	0

उदाहरण 3 :

एका प्राथमिक शाळेतील विद्यार्थ्यांना मागील वर्षी 16,986 कि.ग्रॅ. तांदूळ आहाराकरिता लागला. या वर्षी त्यांना 21,482 कि.ग्रॅ. तांदूळ आहाराकरिता लागल्यास, या वर्षी त्यांना किती कि.ग्रॅ. तांदूळ जास्त लागला ?

या वर्षी विद्यार्थ्यांना आहाराकरिता लागलेला तांदूळ = 21,482 कि.ग्रॅ.
 मागील वर्षी विद्यार्थ्यांना आहाराकरिता लागलेला तांदूळ = 16,986 कि.ग्रॅ.
 या वर्षी लागलेला जास्तिचा तांदूळ = 21,482 - 16,986 कि.ग्रॅ.
 = 4,496 कि.ग्रॅ.
 ∴ प्राथमिक शाळेत लागलेला जास्त तांदूळ = 4,496 कि.ग्रॅ.

ताळा

		दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
बाकी			4	4	9	6
व्यकलक	+	1	6	9	8	6
व्यकल्य		2	1	4	8	2

उदाहरण 4 :

एका चहा पावडरच्या कारखान्यात कामगारानी एका दिवसामध्ये 48,342 पाकीटे भरायला हवीत. पण जेवणाच्या सुटीपर्यंत त्यांनी 33,675 पाकीटे भरल्यास अजून भरावयाच्या पाकीटांची संख्या किती ?

एका दिवसात चहा पावडर भरावयाच्या पाकिटांची संख्या = 48,342
 जेवणाच्या सुटीपर्यंत चहा पावडर भरलेल्या पाकिटांची संख्या = 33,675
 अजूनही चहा पावडर भरावयाच्या पाकिटांची संख्या = 48,342 - 33,675
 = 14,667
 ∴ अजूनही चहा पावडर भरावयाच्या पाकिटांची संख्या = 14,667

स्वाध्याय 3.1

I. खालील संख्यातील फरक लिहा -

- 1) $59,842 - 34,532$
- 2) $86,291 - 64,130$
- 3) $41,297 - 16,025$
- 4) $25,768 - 4,304$
- 5) $17,094 - 3,043$

II. खालील संख्यातील फरक लिहा -

- 1) $42,695 - 20,746$
- 2) $50,625 - 36,178$
- 3) $40,000 - 16,543$
- 4) $25,307 - 6,419$
- 5) $20,000 - 8,625$

III. वजाबाकी करा -

- 1) 26,475 मधून 16,486
- 2) 52,367 मधून 36,279
- 3) 31,579 मधून 10,000
- 4) 40,000 मधून 24,683
- 5) 11,035 मधून 4,297

IV. खालील उदाहरणे सोडवा-

- 1) 37,946 या संख्येमध्ये कोणती संख्या मिळविल्यास बेरीज 91,643 येईल?
- 2) 67,215 या संख्येमधून कोणती संख्या वजा केल्यास आपणास 28,491 ही संख्या मिळेल?

- 3) दोन संख्यांची बेरीज 87,065 असून त्या संख्यांपैकी एक संख्या 49,726 असल्यास, दुसरी संख्या कोणती?
- 4) मागील वर्षी एका नारळाच्या बागेत 38,462 नारळ लागले होते. या वर्षी त्या बागेत 47,285 नारळ लागले असल्यास. यावर्षी किती नारळ जास्त लागले?
- 5) विधानसभा निवडणूकीमध्ये श्री. सुरेश यांना 42,618 मते मिळाली. तर श्रीमती रोहिणी यांना 54,951 मते मिळवून विजयी झाल्या. तर सुरेश यांच्यापेक्षा रोहिणीना किती मते जास्त मिळाली?

बेरीज व वजाबाकी या दोन्ही क्रियांचा समावेश असणारी उदाहरणे –

उदाहरण 1 :

सोडवा : $22,457 + 32,986 - 35,712$

प्रथम : 22,457 व 32,986 यांची बेरीज करा.

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
हातचा		1	1	1	
	2	2	4	5	7
+	3	2	9	8	6
=	5	5	4	4	3

आता 22,457 व 32,986 यांच्या बेरजेमधून 35,712 वजा करा.

	दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	सुटे
पुनर्गट करून	4	14	14		
	४	४	४	4	3
-	3	5	7	1	2
=	1	9	7	3	1

$$\therefore 22,457 + 32,986 - 35,712 = 19,731$$

उदाहरण 2 :

एका दुध डेअरीमध्ये A गावामधून 15,684 लिटर व B गावामधून 17,324 लिटर इतके दूध संग्रहीत करण्यात आले. संग्रहीत केलेल्या दुधापैकी 20,263 लिटर दुधाची विक्री केली. तर डेअरीमध्ये किती लिटर दूध शिल्लक राहिले ?

A गावामधून संग्रहीत केलेले दूध	= 15,684 लिटर
B गावामधून संग्रहीत केलेले दूध	= 17,324 लिटर
∴ दोन्ही गावातून संग्रहीत केलेले एकूण दूध	= 15,684 + 17,324 लिटर
	= 33,008 लिटर
डेअरीमधून विक्री केलेले दूध	= 20,263 लिटर
डेअरीमध्ये शिल्लक राहिलेले दूध	= 33,008 - 20,263 लिटर
	= 12,745 लिटर
∴ शिल्लक राहिलेले दूध	= 12,745 लिटर.

उदाहरण 3 :

एका पेट्रोलपंपामध्ये 96,321 लिटर इतके पेट्रोल होते. त्यापैकी सोमवारी 26,841 लिटर व मंगळवारी 35,769 लिटर पेट्रोलची विक्री झाली असल्यास, पेट्रोलपंपामध्ये किती लिटर पेट्रोल शिल्लक असेल ?

प्रारंभी पेट्रोल पंपात असणारे एकूण पेट्रोल	= 96,321 लिटर
सोमवारी विक्री करण्यात आलेले पेट्रोल	= 26,841 लिटर
मंगळवारी विक्री करण्यात आलेले पेट्रोल	= 35,769 लिटर
दोन दिवसात विक्री केलेले एकूण पेट्रोल	= 26,841 + 35,769 लिटर
	= 62,610 लि.
∴ पेट्रोलपंपात शिल्लक असणारे पेट्रोल	= 96,321 - 62,610 लिटर
	= 33,711 लिटर
∴ पेट्रोलपंपात 33,711 लिटर इतके पेट्रोल शिल्लक असेल.	

स्वाध्याय 3.2

I. सोडवा.

- 1) $54,398 + 24,897 - 39,486$
- 2) $43,618 + 6,382 - 29,467$
- 3) $21,679 + 27,428 - 2,438$

II. खालील उदाहरणे सोडवा.

- 1) एका मोबाईल फोनच्या कारखान्यात नोव्हेंबर महिन्यामध्ये 23,715 व डिसेंबर महिन्यामध्ये 34,160 मोबाईल संचांचे उत्पादन झाले. त्यापैकी डिसेंबर महिन्यात 42,534 मोबाईल फोनची विक्री झाल्यास, कारखान्यात विक्री न होता शिल्लक असणाऱ्या मोबाईल संचांची संख्या किती?
- 2) आनंद यांच्या बँक खात्यामध्ये ₹ 15,282 शिल्लक होते. बुधवारी त्यांनी आपल्या खात्यामध्ये ₹ 25,718 भरले व गुरुवारी आपल्या खात्यामधून ₹ 30,145 काढले. तर ही रक्कम काढल्यानंतर त्यांच्या खात्यावर असणारी शिल्लक रक्कम किती?
- 3) अनिताजवळ ₹ 50,000 होते. त्यापैकी ₹ 13,538 देऊन तिने एक रंगीत टी.व्ही. खरेदी केला व ₹ 16,990 देऊन एक रेफ्रिजरेटर खरेदी केला. तर तिच्याजवळ खरेदीनंतर असणारी शिल्लक रक्कम किती?
- 4) एका जिल्ह्यातील विद्यार्थ्यांना वाटप करण्यासाठी एकूण 60,000 गणवेश पुरविण्यात आले. त्यापैकी त्या जिल्ह्यातील दोन तालुक्यामधील शाळांना 12,372 व 23,003 इतके गणवेश वाटप करण्यात आले. त्यानंतर शिल्लक असणाऱ्या गणवेषांची संख्या काढा.

* * *

प्रकरण 4

संख्यांचे अवयव आणि पटी (Factors and Multiples)



या घटकाच्या अध्ययनानंतर तुम्ही,

- दिलेल्या संख्येच्या अवयवांचा अर्थ स्पष्ट कराल.
- दिलेल्या संख्येचे अवयव ओळखाल
- दिलेल्या संख्येचे अवयव काढाल.
- दिलेल्या संख्येचे अवयव, अवयव वृक्षाच्या आकृतीने दर्शवाल
- दिलेल्या संख्येच्या पटीचा अर्थ स्पष्ट कराल.
- दिलेल्या संख्येचे पट लिहाल.
- दिलेल्या संख्येचे पट ओळखाल.

दिलेल्या संख्येचे अवयव व पट :

उदाहरण 1 :

‘सांगितलेल्या संख्येइतके गट करण्याच्या खेळासंबंधी’ विचार करा. या खेळात 12 विद्यार्थी आहेत असे समजा.

विद्यार्थ्यांना वर्तुळाकार मार्गाने फिरण्यास सांगावे व त्यावेळी शिक्षकांनी एक अंक उच्चारवा. शिक्षकांनी उच्चारलेल्या अंका इतके विद्यार्थी एका गटात येतील अशारितीने विद्यार्थी आपले गट बनवतील. ज्या गटातील विद्यार्थ्यांची संख्या उच्चारलेल्या अंकापेक्षा जास्त किंवा कमी असते, त्या गटातील विद्यार्थ्यांना खेळामधून ‘बाद’ ठरविण्यात यावे.



सांगितलेली संख्या	तयार झालेले गट	गटांची संख्या	बाद झालेल्या गड्यांची संख्या
1		12	0
2		6	0
3		4	0
4		3	0
5		2	2
6		2	0
7		1	5
8		1	4
9		1	3
10		1	2
11		1	1
12		1	0

मागील तक्त्याचे निरीक्षण करा व खालील तक्ता पूर्ण करा -

ज्यावेळी गडी शिल्लक राहिले नाहीत त्यावेळी सांगितलेली संख्या -	जेव्हा काही गडी शिल्लक राहिले तेव्हा सांगितलेली संख्या
1, 2, ...	5, ...

पहिल्या गटातील संख्या 12 चे अवयव

1, 2, 3, 4, 6 व 12 हे 12 चे अवयव आहेत.

दुसऱ्या गटातील संख्या ज्या 12चे अवयव नाहीत.

5, 7, 8, 9, 10, 11 हे 12 चे अवयव नाहीत.

जर 1, 2, 3, 4, 6 व 12 हे 12 चे अवयव असतील तर, 1, 2, 3, 4, 6 व 12 च्या अनुषंगाने 12 ला काय म्हणतात?

खालील तक्त्याचे निरीक्षण करा :-

1	x	12	=	12
2	x	6	=	12
3	x	4	=	12
4	x	3	=	12
6	x	2	=	12
12	x	1	=	12

12 ला 1, 2, 3, 4, 6 व 12 च्या पटीतील संख्या असे म्हणतात.

आता $3 \times 8 = 24$ हा गुणाकार ध्यानात घ्या.

येथे, 3 व 8 हे 24 चे अवयव आहेत. तर 24 हे 3 व 8 चे पट आहे.

$\therefore$ अवयव व पट हे एकमेकांशी संबंधीत आहेत.

उदाहरण 2 :

खाली दिलेल्या तक्त्यातील आडव्या ओळीतील संख्यांचा उभ्या रकान्यातील संख्यांशी गुणाकार करून तक्ता पूर्ण करा.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1												12
2						12						
3				12								
4			12									48
5												
6		12						48				
7												
8						48						
9												
10												
11												
12	12			48								

पहिल्या आडव्या ओळीत असणाऱ्या संख्या 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 व 12 या 1 चे पट आहेत.

तर दुसऱ्या पंक्तित असणाऱ्या संख्या 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22 व 24 या 2 चे पट आहेत.

आता 7, 9 व 11 या संख्यांचे पट लिहा.

खालील उदाहरणांचे निरीक्षण करा.

1 ही संख्या 1 चे पट आहे. $1 \times 1 = 1$

2 ही संख्या 2 चे पट आहे. $2 \times 1 = 2$

6 ही संख्या 6 चे पट आहे. $6 \times 1 = 6$

9 ही संख्या 9 चे पट आहे. $9 \times 1 = 9$

11 ही संख्या 11 चे पट आहे $11 \times 1 = 11$

वरील उदाहरणावरून आपणांस असे समजून येते कि, **प्रत्येक संख्या ही त्याच संख्येची पट असते.**

खालील उदाहरणांचे निरीक्षण करा.

1 ही संख्या 1 चे पट आहे. $1 \times 1 = 1$

2 ही संख्या 1 चे पट आहे. $1 \times 2 = 2$

5 ही संख्या 5 चे पट आहे. $1 \times 5 = 5$

10 ही संख्या 10 चे पट आहे. $1 \times 10 = 10$

15 ही संख्या 15 चे पट आहे. $1 \times 15 = 15$

वरील उदाहरणावरून आपणांस असे समजून येते कि, **प्रत्येक संख्या ही 1 चे पट आहे.**

उदाहरण 3 :

कोणकोणत्या दोन संख्यांचा गुणाकार '8' येतो ?

$1 \times 8 = 8$, $2 \times \square = 8$, $4 \times \square = 8$, $8 \times \square = 8$

$\therefore 1, 2, 4.$ व 8 हे 8 चे अवयव आहेत.

उदाहरण 4 :

48 या संख्येचे अवयव लिहा.

$$1 \times 48 = 48, 2 \times \square = 48, 3 \times \square = 48, 4 \times \square = 48$$

$$6 \times 8 = 48, 8 \times \square = 48, 12 \times \square = 48, 16 \times \square = 48$$

$$24 \times \square = 48, 48 \times \square = 48$$

$\therefore$ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 व 48 हे 48 या संख्येचे अवयव आहेत.

वरील उदाहरणांवरून आपणांस असे समजून येते कि, ज्या दोन किंवा त्याहून ज्यास्त संख्या गुणल्या असता, आपणांस जो गुणाकार मिळतो, त्या गुणलेल्या संख्याना गुणाकार असलेल्या संख्येचे 'अवयव' असे म्हणतात.

खालील तक्त्याचे निरीक्षण करा.

पट	अवयव	भागाकार	बाकी
48	2	$48 \div 2 = 24$	शून्य
48	3	$48 \div 3 = 16$	शून्य
48	8	$48 \div 8 = 6$	शून्य
48	12	$48 \div 12 = 4$	शून्य

वरील तक्त्यावरून आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो कि, ज्या संख्येने दिलेल्या संख्येला 'निःशेष' भाग जातो, ती संख्या दिलेल्या संख्येचा अवयव असते.

आपणास माहीत आहे का ?

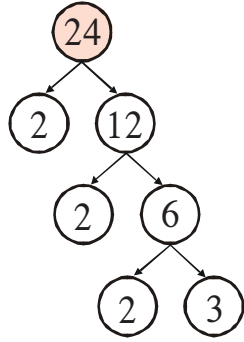
जेव्हा एखाद्या संख्येच्या सर्व अवयवांची बेरीज ही त्या संख्येच्या दुप्पटी इतकी असते. तेव्हा त्या संख्येला 'परिपूर्ण संख्या' असे म्हणतात. 6 या संख्येचे, 1, 2, 3 व 6 हे अवयव आहेत. या सर्व अवयवांची बेरीज $1 + 2 + 3 + 6 = 12$ म्हणजेच $2 \times 6 = 12 \therefore$ 6 ही संख्या परिपूर्ण संख्या आहे. अशा इतर परिपूर्ण संख्या शोधा.

अवयव वृक्ष

कोणतीही संख्याही दोन संख्यांच्या (अवयवांच्या) गुणाकाराच्या रूपात व्यक्त करता येते. हे आपल्याला अवयव वृक्षच्या साहाय्याने खालीलप्रमाणे दर्शविता येते.

उदाहरण 1 :

24 या संख्येचा अवयव वृक्ष लिहा



$$24 = 2 \times 12$$

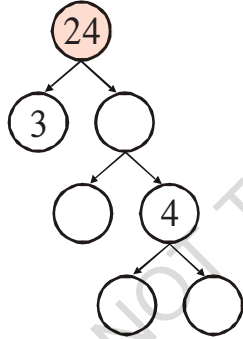
$$24 = 2 \times 2 \times 6$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\therefore 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

उदाहरण 2 :

खालील 'अवयव वृक्ष' पूर्ण करा.



$$24 = 3 \times 8$$

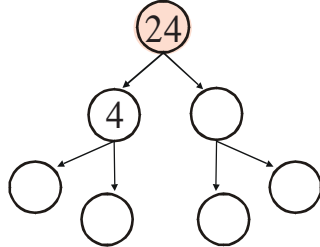
$$24 = 3 \times \square \times \square$$

$$24 = 3 \times \square \times \square \times \square$$

$$\therefore 24 = 3 \times \square \times \square \times \square$$

उदाहरण 3 :

खालील 'अवयव वृक्ष' पूर्ण करा.



$$24 = 4 \times 6$$

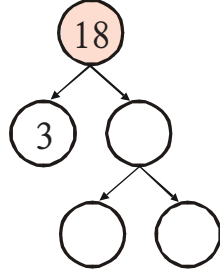
$$24 = \square \times \square \times \square \times \square$$

$$\therefore 24 = \square \times \square \times \square \times \square$$

∴ दिलेल्या संख्येसाठी अवयव वृक्षाची सुरुवात कोणत्याही दोन अवयवानी केली जाते.

उदाहरण 4 :

18 या संख्येशी संबंधीत 'अवयव वृक्ष' पूर्ण करा.



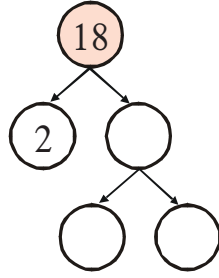
$$18 = 3 \times 6$$

$$18 = 3 \times \square \times \square$$

$$\therefore 18 = 3 \times \square \times \square$$

उदाहरण 5 :

18 या संख्येशी संबंधीत 'अवयव वृक्ष' पूर्ण करा.



$$18 = 2 \times 9$$

$$18 = 2 \times \square \times \square$$

$$\therefore 18 = 2 \times \square \times \square$$

दिलेल्या संख्येचे वेगवेगळे अवयव घेऊन त्या संख्येशी संबंधीत वेगवेगळे अवयव वृक्ष काढता येतात.

ध्यानात ठेवावयाच्या गोष्टी

1. प्रत्येक संख्या ही 1 या संख्येची पट आहे.
2. एखाद्या संख्येचे पट हे एकतर त्या संख्येइतके अथवा त्या संख्येपेक्षा मोठे असतात.
3. 1 हा प्रत्येक संख्येचा अवयव असतो.
4. प्रत्येक संख्या ही त्याच संख्येचा एक अवयव असते.

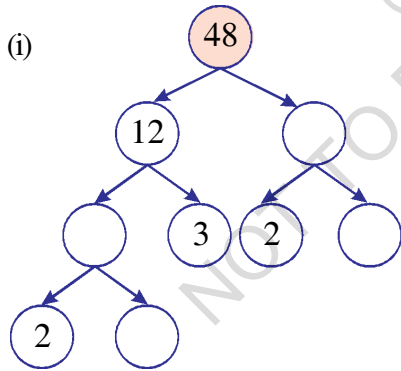
स्वाध्याय 4.1

- 1) खाली दिलेल्या कोष्टकातील 4 या संख्येच्या पटीत असणाऱ्या संख्यांभोवती निळ्या शाईने गोल करा, 6 या संख्येच्या पटीत असणाऱ्या संख्येवर लाल शाईने फुली काढा. व 9 या संख्येच्या पटीत असणाऱ्या संख्यांना पेन्सिलीने अधोरेखित करा.

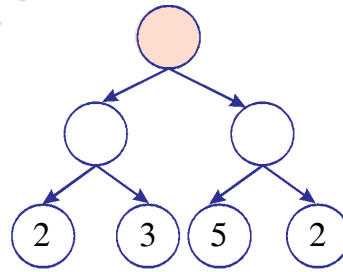
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- 2) खाली दिलेल्या संख्यांमधील 7 च्या पटीत असणाऱ्या संख्यांभोवती गोल करा.
7, 13, 14, 21, 22, 35, 36, 42 व 45.
- 3) खाली दिलेल्या संख्यांमधील 12 च्या पटीत असणाऱ्या संख्यांभोवती गोल करा.
6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72
- 4) 50 व 60 या दोन संख्यांमधील 2 च्या पटीत असणाऱ्या संख्या लिहा.
- 5) 50 व 100 या दोन संख्यांमधील 15 च्या पटीत असणाऱ्या संख्या लिहा.

- 6) खालील संख्यांच्या पटीत असणाऱ्या पाच संख्या लिहा
15, 17, 19 व 23.
- 7) खालील संख्यांपैकी '24' या संख्येचे अवयव असणाऱ्या संख्या शोधून लिहा.
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22 व 24
- 8) खालील संख्यांचे कोणतेही दोन अवयव लिहा.
6, 18, 28, 36, 42, 48
- 9) खालील संख्यांचे सर्व अवयव लिहा.
9, 13, 20, 26, 40.
- 10) खालील संख्यांशी संबंधित 'अवयव वृक्ष' काढा.
12, 20, 28, 32 आणि 36.
- 11) खाली दिलेल्या अवयव वृक्षातील गाळलेल्या संख्या लिहून अवयव वृक्ष पूर्ण करा.



(ii)



* * *

प्रकरण 5

अपूर्णांक (Fractions)



या प्रकरणाच्या अध्ययनानंतर तुम्ही हे शिकाल -

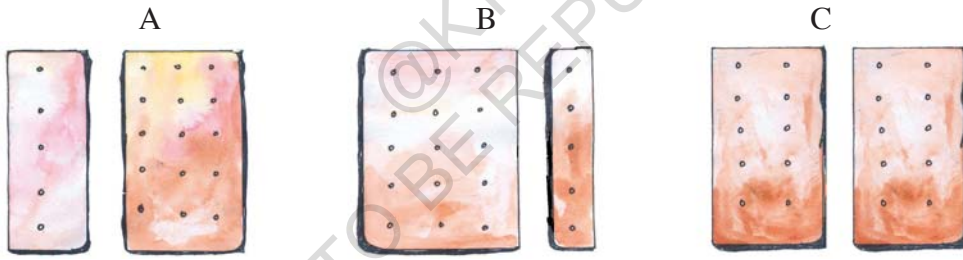
- अपूर्णाकाचा अर्थ समजेल.
- दिलेल्या प्रसंगानुसार अपूर्णांक लिहिणे
- अपूर्णाकांची उदाहरणे
- अपूर्णाकांची तुलना
 - अ) छेद समान असताना
 - ब) अंश समान असताना
- लहान किंवा मोठे अपूर्णांक ओळखणे
- सममूल्य अपूर्णाकांचा अर्थ समजेल.
- दिलेल्या अपूर्णाकासाठी समान अपूर्णांक लिहिणे.
- समान अपूर्णांक ओळखणे.
- $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ चे स्थान संख्यारेषेवर दाखविणे.
- दिलेल्या अपूर्णाकाच्या जवळचा अपूर्णांक शोधणे.
- मोठ्या अपूर्णाकांचे लहान अपूर्णाकात सरळ रूप देणे (समाईक संख्येने भागून)

अपूर्णांक हा पूर्णांकाचा एक भाग

उदाहरण 1 :



जेव्हा तुम्ही अर्धी-अर्धी म्हणता तेव्हा पूर्ण भागाचे किती समान भाग करता?
दोन समान भाग.
दोन अर्धे मिळून एक पूर्ण बनतो.
खालील चित्रातील जोड्यांचा अभ्यास करा.



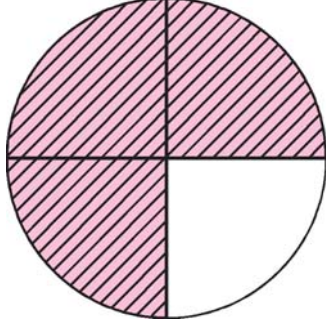
दोन असमान भाग दोन असमान भाग दोन समान भाग
कोणती जोडी अर्धी-अर्धी आहे. कां?



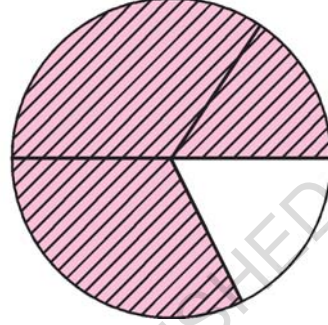
आकृती C मध्ये, पूर्ण हा समान दोन भागात विभागला आहे. प्रत्येक भाग अर्धा आहे. अर्धा हा $\frac{1}{2}$ असा दाखवितात.

उदाहरण 2 :

वर्तुळाकार भागाचे निरीक्षण करा. त्याचे समान चार भाग केलेले आहेत. तुम्हाला कोठे फरक दिसतो का ?



आकृती 2 (a)



आकृती 2 (b)

आकृती 2 (a) मध्ये तुम्ही कोणताही एक भाग निवडा तो एक चतुर्थांश असेल कारण एक वर्तुळ समान चार भागात विभागलेले आहे.

आकृती 2 (b) मधील प्रत्येक भाग एक चतुर्थांश आहे का ? नाही. का ?

अपूर्णांक दर्शविण्यासाठी एका पूर्णांकाचे समान भाग केले पाहिजेत. अपूर्णांक हा पूर्णांकाचा एक भाग आहे हे ध्यानात ठेवणे महत्त्वाचे आहे.

उदाहरण 3 :

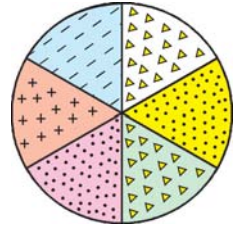


आयताचे निरीक्षण करा. आयताच्या कितव्या भागाला रंग लावलेला आहे ? तो एक तृतीयांश भाग आहे. येथे पूर्ण आयताचे तीन समान भाग केलेले आहेत. त्यातील एका समान भागाला रंग दिला आहे. हे $\frac{1}{3}$ असे लिहितात.

उदाहरण 4 :

दिलेल्या वर्तुळाकार तबकडीचे निरीक्षण करा. तबकडी किती समान भागात विभागली आहे ?

तिचे 6 समान भाग केलेले आहेत



तबकडीच्या किती भागांना आधिक चिन्ह दिलेले आहे?

सहा भागांपैकी एका भागाला, हे $\frac{1}{6}$ असे लिहितात.

तबकडीच्या किती भागांत ठिपके दिलेले आहेत?

सहा भागांपैकी दोन भाग हे $\frac{2}{6}$ असे लिहितात.

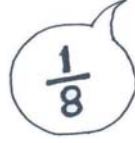
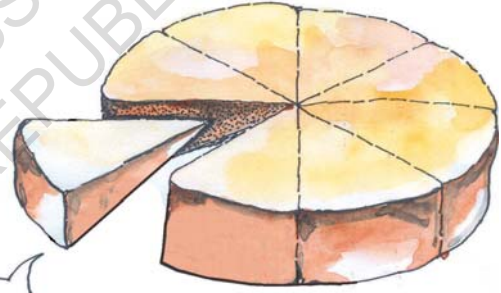
अंश व छेद :

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ हे अपूर्णांक पाहा.

अपूर्णांकामध्ये दोन संख्या वर खाली एकमेकावर लिहिलेल्या असतात व एका रेषेद्वारे वेगळ्या केलेल्या असतात. रेषेच्या वरील संख्येला अंश व खालील संख्येला छेद म्हणतात.

अंश	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
छेद			

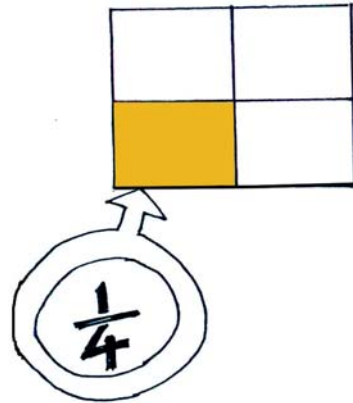
चित्रात केकचे समान 8 भाग केलेले आहेत. त्यातील 1 भाग बाजूला घेतला आहे. म्हणून $\frac{1}{8}$ हा अपूर्णांक होय. एकूण केलेले भाग हा छेद व घेतलेला भाग हा अंश होय.



$\frac{1}{8} \rightarrow$ अंश
 $\frac{1}{8} \rightarrow$ छेद

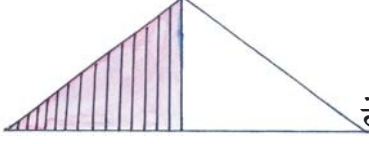
या चित्रात 4 समान भागांपैकी 1 भाग रंगविलेला आहे.

$\therefore \frac{1}{4} \rightarrow$ अंश
 $\frac{1}{4} \rightarrow$ छेद



खाली दिलेल्या त्रिकोणाचे निरीक्षण

करा



$$\frac{\text{रंगविलेल्या भागांची संख्या}}{\text{केलेल्या समान भागांची एकूण संख्या}} = \frac{1}{2}$$

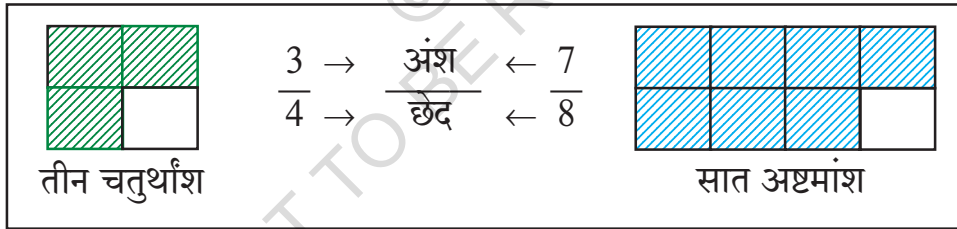
अंश
छेद

$$\frac{\text{न रंगविलेल्या भागांची संख्या}}{\text{केलेल्या समान भागांची एकूण संख्या}} = \frac{1}{2}$$

अंश
छेद

वरील सर्व उदाहरणावरून आम्ही असे समजू शकतो की

- * अपूर्णांक हा पूर्णांकाचा एक भाग होय.
- * अपूर्णांक लिहिण्यास दोन संख्यांची आवश्यकता असते.
- * पूर्णांकाचे जितके समान भाग केलेले असतात त्या संख्येपासून छेद बनतो.
- * समान भागापैकी जितके भाग निवडले जातात किंवा रंगविले जातात त्या संख्येपासून अंश बनतो.

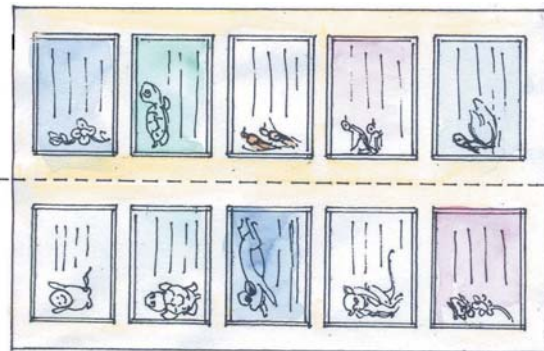


अपूर्णांक हा संग्रहाचा एक भाग

उदाहरण 1 :

हा एक 10 लेबलांचा संग्रह आहे.
या संग्रहाचे समान दोन भाग करा. प्रत्येक
भागात 5 लेबल असतील.

म्हणून 10 चे $\frac{1}{2}$ हे 5 होत.

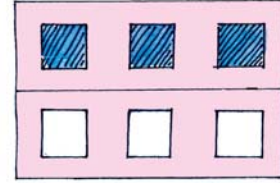


उदाहरण 2 :

खालील संग्रहांचे अपूर्णाकी भाग अभ्यासा.

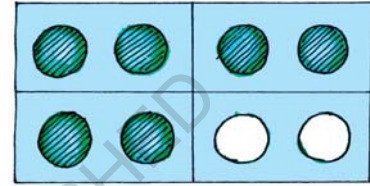
a) या संग्रहाचा $\frac{1}{2}$ भाग रंगविलेला आहे

$\therefore$ 6 चे $\frac{1}{2}$, 3 होय.



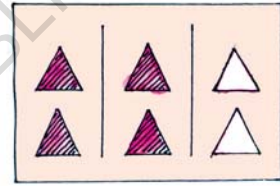
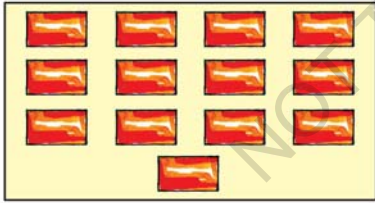
b) या संग्रहाचा $\frac{3}{4}$ भाग रंगविलेला आहे

$\therefore$ 8 चे $\frac{3}{4}$, 6 होय.



c) या संग्रहाचा $\frac{2}{3}$ भाग रंगविलेला आहे

$\therefore$ 6 चे $\frac{2}{3}$, 4 होय.

**उदाहरण 3 :**

अब्दुलच्या ताटात 13 म्हैसूरपाक आहेत. त्याने 2 म्हैसूरपाक आपला मित्र डिसोजाला दिले. डिसोजाला एकूण म्हैसूरपाकचा किती भाग मिळाला हे तुम्ही सांगू शकाल?

13 पैकी 2

येथे, एकूण संग्रह संख्या 13 आहे. घेतलेली संख्या 2 आहे.

$\therefore$ हे $\frac{2}{13}$ असे लिहिले जाते.

वाचताना दोन तेरांश असे वाचले जाते.

उदाहरण 4 :

मनोहर आपल्या दुकानात टोमॅटो विकतो. त्याच्या दुकानात 17 समान आकाराचे टोमॅटो आहेत.

त्याने $\frac{1}{2}$ किलो टोमॅटो वजन केल्याने 5 टोमॅटो आले.

टोमॅटोचा कितवा भाग त्याने दिला? 17 पैकी 5

येथे एकूण संग्रह संख्या 17 आहे

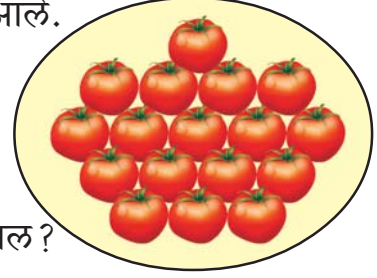
टोमॅटो दिलेली संख्या 5 आहे.

टोमॅटोचा कितवा भाग त्याने दिला हे तुम्ही सांगू शकाल?

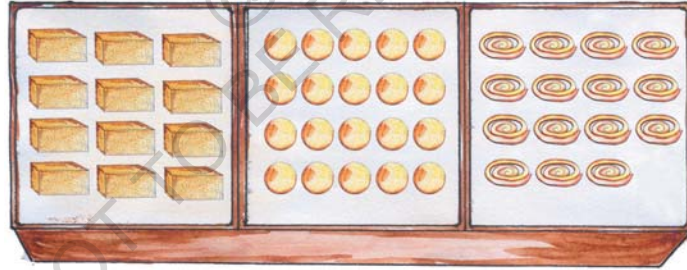
17 पैकी 5

येथे संग्रह केलेली एकूण संख्या 17 आहे.

टोमॅटो घेतलेली संख्या 5 आहे

**अपूर्णांक हा समूहाचा एक भाग****उदाहरण 1 :**

हे हरीचे मिठाई दुकान आहे.



म्हैसूर पाक

लाडू

जिलेबी

हरीच्या मिठाई दुकानात कोणकोणत्या मिठाई आहेत?

त्याने लाडू किती भागात ठेवले आहेत?

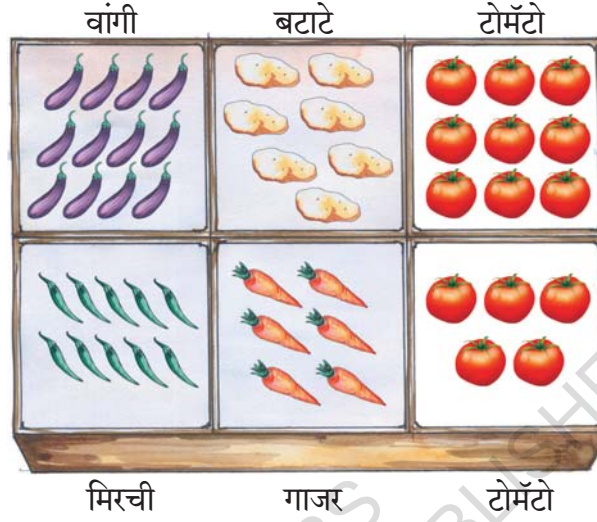
ते $\frac{1}{3}$ भागात आहेत.

हरी विजूला $\frac{7}{20}$ लाडू विकू इच्छितो?

विजूला किती लाडू मिळतील? 7 लाडू

उदाहरण 2 :

हे सिमाचे भाजीचे दुकान आहे



कोणती भाजी जास्त जागेत ठेवली आहे?

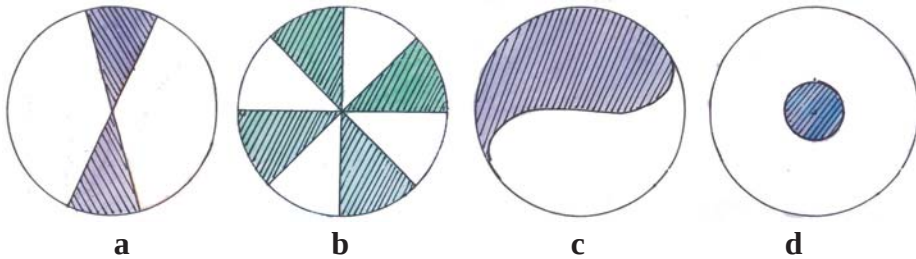
किती भागात ती आहे? ती $\frac{2}{6}$ किंवा $\frac{1}{3}$ भागात आहे.

गाजर ठेवण्यास किती भाग वापरले आहेत? $\frac{1}{6}$ भाग

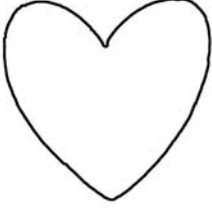
वरील उदाहरणावरून आम्ही असा निष्कर्ष काढू शकतो की, अपूर्णाक हा समूहाचा एक भाग आहे.

स्वाध्याय 5.1

1) खालील पैकी कोणत्या आकृत्या सारख्या आकाराच्या भागात विभागलेल्या आहेत ?



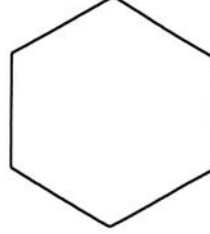
2) दिलेल्या आकृत्यामध्ये सांगितलेले इतके समान भाग होतील अशा रेषा काढा.



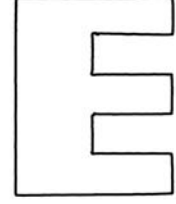
2 भाग



4 भाग



6 भाग



8 भाग

3) अपूर्णाकात लिहा

- | | |
|-----------------|------------------|
| a) अर्धा | f) पाच बारांश |
| b) दोन तृतीयांश | g) आठ नऊमांश |
| c) दोन दशांश | h) चार नऊमांश |
| d) पाच सप्तमांश | i) तीन चतुर्थांश |
| e) पाच सोळांश | j) दोन पंचमांश |

4) खालील अपूर्णाक अक्षरात लिहा.

- | | | | | |
|------------------|------------------|-------------------|--------------------|------------------|
| a) $\frac{2}{5}$ | b) $\frac{3}{4}$ | c) $\frac{7}{10}$ | d) $\frac{11}{12}$ | e) $\frac{2}{3}$ |
| f) $\frac{4}{5}$ | g) $\frac{5}{8}$ | h) $\frac{3}{7}$ | i) $\frac{5}{6}$ | j) $\frac{7}{9}$ |

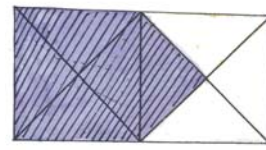
5) चित्राचा रेखांकीत भाग अपूर्णाकात लिहा.



a



b



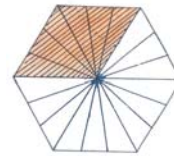
c



d



e

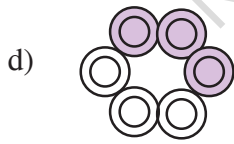
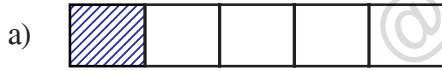


f

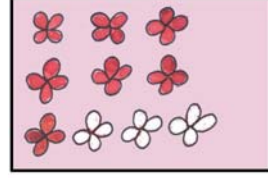
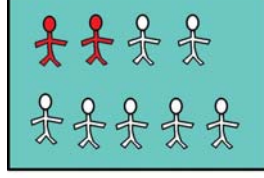
6) मोकळ्या जागा भरा.

- a) $\frac{1}{8}$ या अपूर्णाकाचा छेद आहे
- b) $\frac{2}{5}$ या अपूर्णाकाचा अंश आहे
- c) $\frac{1}{3}$ या अपूर्णाकात 3 हा होय.
- d) $\frac{1}{5}$ या अपूर्णाकात 1 हा होय.
- e) अपूर्णाकामध्ये छेद हा ला वेगळा करणाऱ्या रेषेच्या खाली लिहितात.

7) आकृतीत रेखांकीत भाग अपूर्णाकात लिहा.



8) खालील प्रत्येक चित्राच्या रेखांकित भागासाठी अपूर्णांक लिहा.

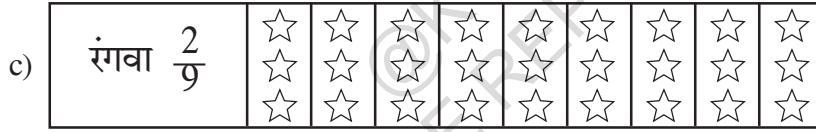
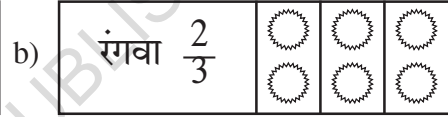
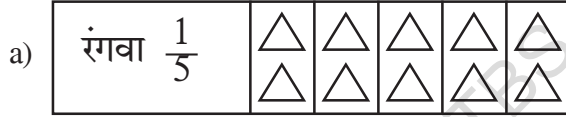
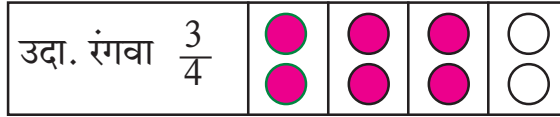


a)

b).....

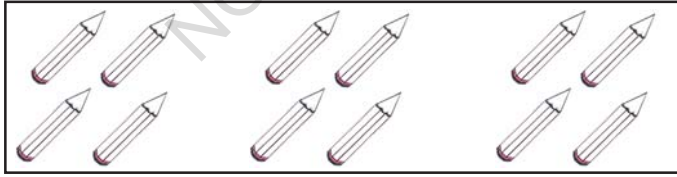
c).....

9) सांगितल्या प्रमाणे रंगवा :

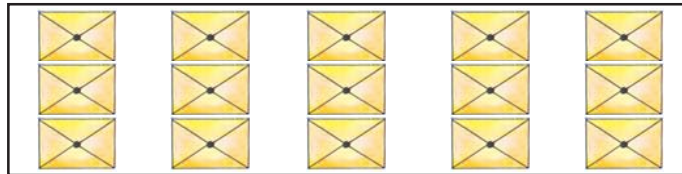


10) रंगवून किंवा रेषा काढून दिलेले अपूर्णांक दाखवा

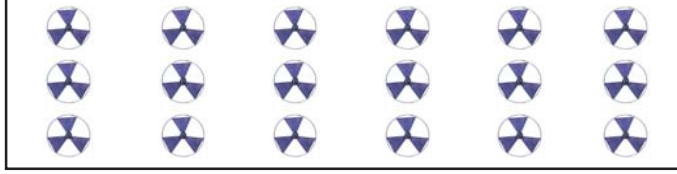
a) 12 चे $\frac{1}{3}$ किती?



b) 15 चे $\frac{2}{5}$ किती?

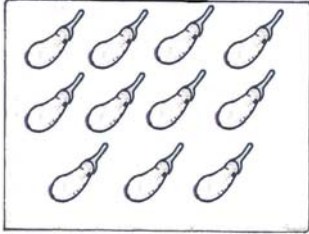


c) 21 चे $\frac{2}{7}$ किती?

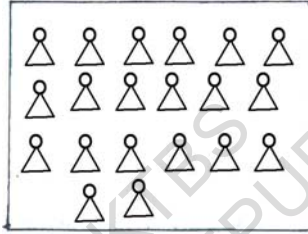


11) अपूर्णांक दाखविण्यासाठी चित्रे रेखांकित

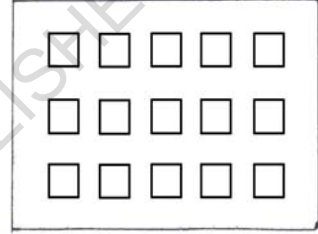
a) $\frac{6}{11}$



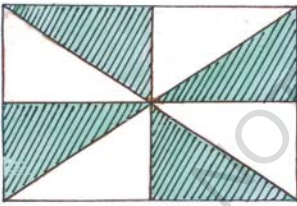
b) $\frac{7}{20}$



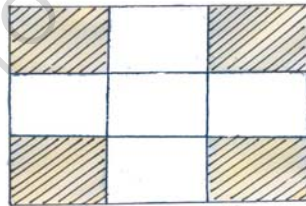
c) $\frac{8}{15}$



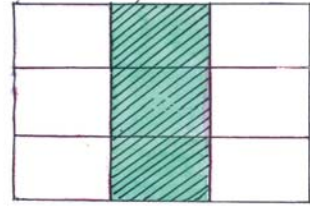
12) खालील रेखांकित चित्रा पैकी कोणते चित्र $\frac{4}{9}$ दर्शवितात ?



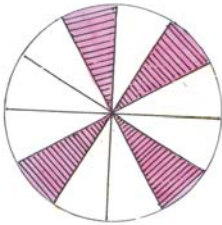
आ. 1



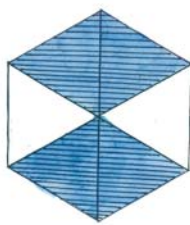
आ. 2



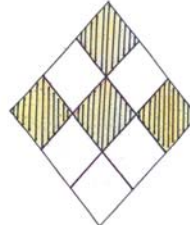
आ. 3



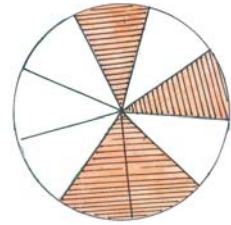
आ. 4



आ. 5

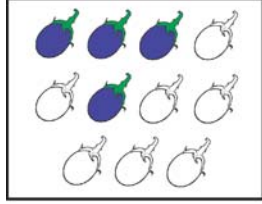


आ. 6

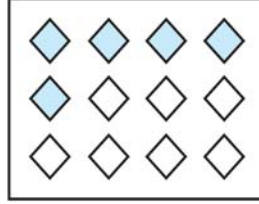


आ. 7

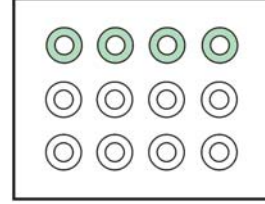
13) खालील रेखांकित चित्रा पैकी कोणते चित्र $\frac{5}{12}$ दर्शवितात आणि कारण द्या.



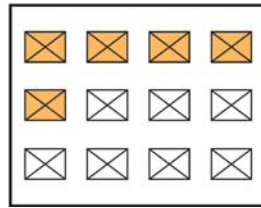
a



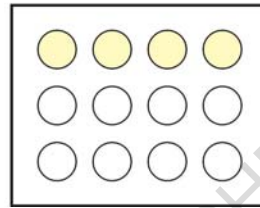
b



c



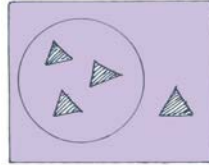
d



e

14) गट केलेला भाग अपूर्णाकात दर्शवा.

उदा.

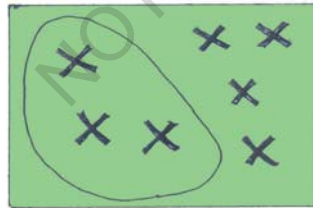


→ $\frac{3}{4}$

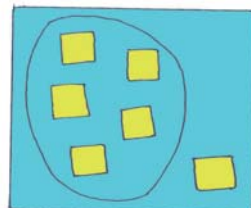
a)



b)



c)

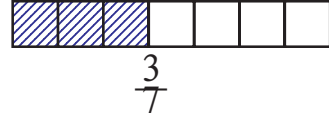
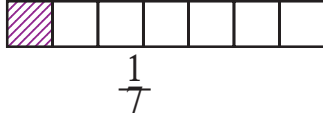


अपूर्णाकांची तुलना

समान छेद असणाऱ्या अपूर्णाकांची तुलना

उदाहरण 1 :

खालील चित्रातील रेखांकित भाग पाहा



प्रत्येक चित्राचा रेखांकित भाग समान आहे का ?

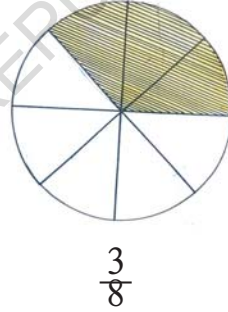
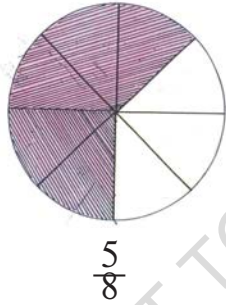
येथे $\frac{1}{7}$ हा $\frac{3}{7}$ पेक्षा लहान आहे.

चिन्हाच्या सहाय्याने आपण हे $\frac{1}{7} < \frac{3}{7}$ असे लिहितो.

निरिक्षण करा की छेद 7 हा समान आहे.

अंश 1 हा अंश 3 पेक्षा लहान आहे.

उदाहरण 2 :



येथे $\frac{5}{8}$ हा $\frac{3}{8}$ पेक्षा मोठा आहे.

छेद 8 समान आहे. अंश 5 हा अंश 3 पेक्षा मोठा आहे.

चिन्हाने आपण हे $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$ असे लिहितो.

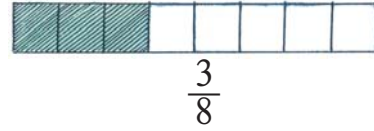
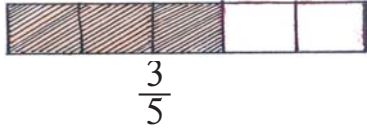
या दोन्ही उदाहरणावरून आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की, जर अपूर्णाकांचा छेद समान असेल, तर

- अंश लहान असणाऱ्या अपूर्णाकांची किंमत लहान असते.
- अंश मोठा असणाऱ्या अपूर्णाकांची किंमत मोठी असते.

अंश समान असताना अपूर्णाकांची तुलना

उदाहरण 1 :

खाली चित्रातील रेखांकित भाग पाहा.

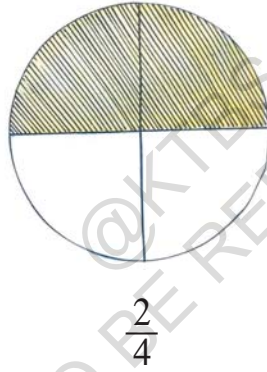
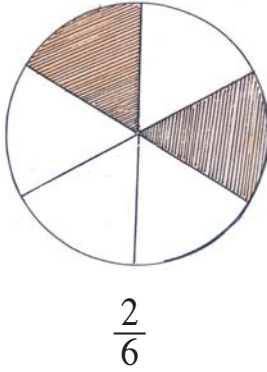


रेखांकित कोणता भाग मोठा आहे

$\frac{3}{5}$ हा $\frac{3}{8}$ पेक्षा मोठा आहे.

उदाहरण 2 :

खालील चित्रातील रेखांकित कोणता भाग मोठा आहे?



$\frac{2}{4}$ हा $\frac{2}{6}$ पेक्षा मोठा आहे.

$$\frac{2}{4} > \frac{2}{6}$$

वरील दोन्ही उदाहरणात अंश समान आहे. अशा वेळी लहान छेद असणारा अपूर्णाक मोठा असतो.

जर अपूर्णाकांचा अंश समान असेल तर,

- छेद मोठा असणाऱ्या अपूर्णाकांची किंमत लहान असते.
- छेद लहान असणाऱ्या अपूर्णाकांची किंमत मोठी असते.

उदाहरणे -

1) $\frac{4}{13}$ हा $\frac{4}{9}$ पेक्षा लहान आहे. $\frac{4}{13} < \frac{4}{9}$

2) $\frac{5}{7}$ हा $\frac{5}{9}$ पेक्षा मोठा आहे. $\frac{5}{7} > \frac{5}{9}$

स्वाध्याय 5.2

> किंवा < चिन्हे वापरून रिकाम्या जागा भरा.

- | | | |
|---|--|---|
| 1) $\frac{3}{5}$ <input type="text"/> $\frac{3}{7}$ | 2) $\frac{9}{15}$ <input type="text"/> $\frac{9}{11}$ | 3) $\frac{4}{7}$ <input type="text"/> $\frac{4}{5}$ |
| 4) $\frac{5}{12}$ <input type="text"/> $\frac{7}{12}$ | 5) $\frac{6}{17}$ <input type="text"/> $\frac{3}{17}$ | 6) $\frac{5}{19}$ <input type="text"/> $\frac{11}{19}$ |
| 7) $\frac{12}{21}$ <input type="text"/> $\frac{12}{15}$ | 8) $\frac{11}{17}$ <input type="text"/> $\frac{11}{15}$ | 9) $\frac{6}{11}$ <input type="text"/> $\frac{6}{15}$ |
| 10) $\frac{14}{23}$ <input type="text"/> $\frac{5}{23}$ | 11) $\frac{17}{20}$ <input type="text"/> $\frac{12}{20}$ | 12) $\frac{11}{15}$ <input type="text"/> $\frac{8}{15}$ |

समान अपूर्णांक (Equivalent Fractions)

उदाहरण 1 :

दिलेल्या चित्रात केकचे वेगवेगळ्या प्रकारे केलेले भाग पाहा.



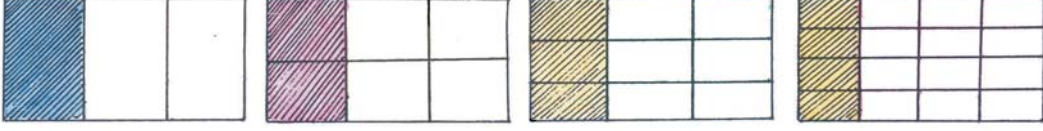
सर्व चित्रामध्ये रेखांकित भाग समान आकारात आहे. प्रत्येक चित्रातील अर्धा भाग रेखांकित दिसतो.

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

अशा अपूर्णाकांना “समान अपूर्णांक” म्हणतात.

समान किंमत दर्शविणाऱ्या अपूर्णाकांना “समान अपूर्णांक” म्हणतात.

उदाहरण 2 : खालील चित्रांचे निरीक्षण करा.



$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6} ; \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 3}{3 \times 3} = \frac{3}{9} ;$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12} \text{ आणि अशा प्रकारे}$$

समान अपूर्णांक काढण्यासाठी दिलेल्या अपूर्णांकाच्या अंश व छेद यांना समान संख्येने गुणावे (शून्य सोडून).

उदाहरण 3 :

$\frac{3}{7}$ चे दोन समान अपूर्णांक लिहा.

$$\frac{3}{7} = \frac{3}{7} \times \frac{2}{2} = \frac{3 \times 2}{7 \times 2} = \frac{6}{14} ; \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{21}$$

$$\therefore \frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \frac{9}{21}$$

अपूर्णांकांची समानता तपासणे

उदाहरण 4 :

a) $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{9}{12}$

$\frac{3}{4} \times \frac{9}{12}$ (तिरकस गुणाकार)

$$3 \times 12 = 36$$

$$4 \times 9 = 36$$

$$36 = 36$$

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

$\frac{3}{4}$ हा $\frac{9}{12}$ शी समान आहे

b) $\frac{2}{7}$ आणि $\frac{6}{18}$

$\frac{2}{7} \times \frac{6}{18}$ (तिरकस गुणाकार)

$$2 \times 18 = 36$$

$$7 \times 6 = 42$$

$$36 \neq 42$$

$$\frac{2}{7} \neq \frac{6}{18}$$

$\frac{2}{7}$ हा $\frac{6}{18}$ शी समान नाही

यावरून आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की, दिलेल्या दोन अपूर्णाकात,

- i) जर दोन अपूर्णाकांचा तिरकस गुणाकार केल्यास गुणाकार समान येत असेल तर ते अपूर्णाक समान अपूर्णाक असतात.
- ii) जर दोन अपूर्णाकांचा तिरकस गुणाकार केल्यास गुणाकार समान येत नसेल तर ते अपूर्णाक समान अपूर्णाक नसतात.

दिलेल्या अपूर्णाकांच्या अंश किंवा छेदावरून समान अपूर्णाक शोधणे.

उदाहरण 5 :

$$a) \frac{2}{5} = \frac{\square}{15}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times \boxed{3}}{5 \times 3} = \frac{\boxed{6}}{15}$$

$$c) \frac{3}{7} = \frac{12}{\square}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 4}{7 \times \boxed{4}} = \frac{12}{\boxed{28}}$$

स्वाध्याय 5.3

I. श्रेणी पूर्ण करा.

$$1) \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{\square}{9} = \frac{8}{\square}$$

$$2) \frac{5}{7} = \frac{\square}{14} = \frac{15}{\square} = \frac{\square}{42}$$

II. पुढील तीन समान अपूर्णाक लिहा.

$$1) \frac{2}{5}, \frac{4}{10} = \dots\dots\dots, \dots\dots\dots, \dots\dots\dots$$

$$2) \frac{3}{8}, \frac{6}{16} = \dots\dots\dots, \dots\dots\dots, \dots\dots\dots$$

$$3) \frac{9}{11}, \frac{18}{22} = \dots\dots\dots, \dots\dots\dots, \dots\dots\dots$$

III. खालील अपूर्णाक समान अपूर्णाक आहेत का ?

1) $\frac{3}{5}$ व $\frac{18}{30} =$

2) $\frac{12}{17}$ व $\frac{8}{20} =$

3) $\frac{2}{7}$ व $\frac{7}{21} =$

4) $\frac{5}{11}$ व $\frac{25}{55} =$

IV. $\frac{4}{7}$ अपूर्णाकाचे समान अपूर्णाक शोधा

1) अंश 16 असताना

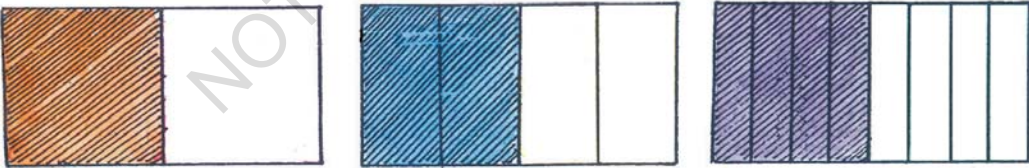
2) अंश 24 असताना

3) छेद 21 असताना

4) छेद 84 असताना

अपूर्णाकांना सरळरूप देणे

उदाहरण 1 :



हे आपण असे लिहितो $\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{4}{8}$ चे $\frac{2}{4}$ व $\frac{1}{2}$ हे समान अपूर्णांक आपण कसे काढतो ?

$$\frac{4}{8} = \frac{4}{8} \div \frac{2}{2} = \frac{4 \div 2}{8 \div 2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{4}{8} \div \frac{4}{4} = \frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$$

वरील उदाहरणावरून आम्ही असा निष्कर्ष काढू शकतो की, दिलेल्या अपूर्णाकाच्या अंश व छेद यांना समान संख्येने भागल्यास समान अपूर्णांक मिळतो. (शून्याशिवाय)

उदाहरण 2 :

$$\frac{3}{9} = \frac{3}{9} \div \frac{3}{3} = \frac{3 \div 3}{9 \div 3} = \frac{1}{3} \text{ म्हणून, } \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{8}{16} = \frac{8}{16} \div \frac{8}{8} = \frac{8 \div 8}{16 \div 8} = \frac{1}{2} \text{ म्हणून, } \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{8}{16} = \frac{8}{16} \div \frac{4}{4} = \frac{8 \div 4}{16 \div 4} = \frac{2}{4} \text{ म्हणून, } \frac{8}{16} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{8}{16} = \frac{8}{16} \div \frac{2}{2} = \frac{8 \div 2}{16 \div 2} = \frac{4}{8} \text{ म्हणून, } \frac{8}{16} = \frac{4}{8}$$

$$\frac{15}{25} = \frac{15}{25} \div \frac{5}{5} = \frac{15 \div 5}{25 \div 5} = \frac{3}{5} \text{ म्हणून, } \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

अपूर्णाकांना सरळरूप देऊन संक्षिप्त करताना दिलेल्या अपूर्णाकाच्या अंश व छेद यांना समान संख्येने भागावे.

यामध्ये दिलेला अपूर्णांक व संक्षिप्त केलेला अपूर्णांक यांची किंमत सारखी असते.

उदाहरण 3 :

$\frac{36}{42}$ हा अपूर्णाकाला संक्षिप्त रूप द्या.

$$\frac{36}{42} = \frac{36}{42} \div \frac{2}{2} = \frac{36 \div 2}{42 \div 2} = \frac{18}{21}$$

(येथे अंश व छेद यांना 2 या समान संख्येने भागले आहे.)

$\frac{18}{21}$ ला तुम्ही पुन्हा संक्षिप्त करू शकाल का?

$$\frac{18}{21} = \frac{18}{21} \div \frac{3}{3} = \frac{18 \div 3}{21 \div 3} = \frac{6}{7} \quad (\text{दोन्हीना 3 ने भागून})$$

आता पुन्हा $\frac{6}{7}$ ला संक्षिप्त करता येते का?

6 व 7 यांना फक्त 1 चा भाग जातो. या वेळी सर्वात लहान रूप मिळते.
किंवा

$$\frac{36}{42} = \frac{36}{42} \div \frac{6}{6} = \frac{36 \div 6}{42 \div 6} = \frac{6}{7}$$

- 1) अपूर्णाकाला लहान रूपात बदल करणे (संक्षिप्त रूप), यालाच अपूर्णाकाला सरळरूप देणे म्हणतात.
- 2) अपूर्णाकाला सरळ रूप देताना अंश व छेद यांना समान संख्येने संक्षिप्त रूप मिळेपर्यंत भागत जावे.

स्वाध्याय 5.4

खाली दिलेल्या अपूर्णाकांना संक्षिप्त रूप द्या.

1) $\frac{8}{16}$

2) $\frac{5}{10}$

3) $\frac{54}{108}$

4) $\frac{4}{20}$

5) $\frac{3}{15}$

6) $\frac{12}{16}$

7) $\frac{9}{27}$

8) $\frac{36}{48}$

9) $\frac{24}{56}$

10) $\frac{24}{72}$

...

प्रकरण 6

कोन (Angles)

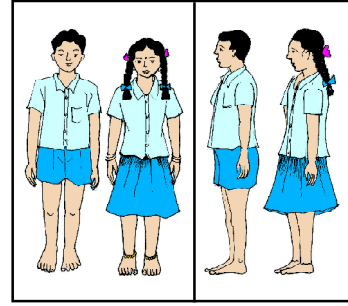


या प्रकरणाच्या अध्ययनानंतर तुम्ही हे शिकाल -

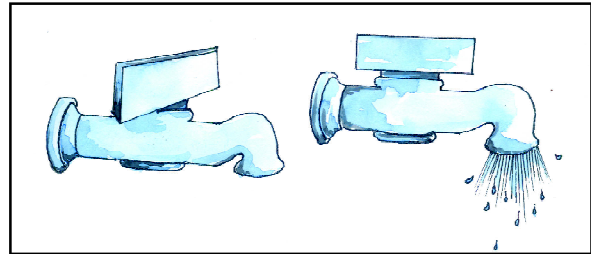
- कागदाची घडी, काड्या, घड्याळाचे काटे यांच्या सहाय्याने कोनाचा अर्थ सांगणे.
- सभोवतालच्या परिसरात कोन तयार होतो अशा घटना व वस्तू ओळखणे.
- वेगवेगळे कोन मोजून त्यांची नावे सांगणे.
- परिसरात आढळणाऱ्या काटकोन, लघुकोन, विशालकोन दर्शवणाऱ्या आकृत्या ओळखणे.
- कंपास बॉक्समधील उपकरणे ओळखून ती वापरण्याचे कौशल्य मिळविणे.
- काटकोन, लघुकोन आणि विशालकोन ओळखून ते रेखाटणे.

दररोज घडणाऱ्या काही घटनांचे निरीक्षण करू -

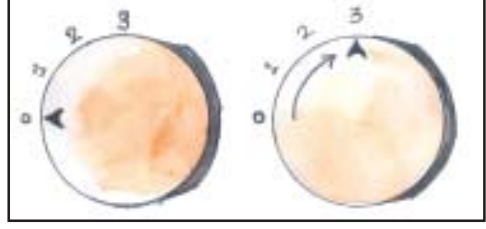
- कवायत करण्यासाठी तुम्ही रांगेत उभे राहिल्यानंतर तुम्हाला, मागे फिरा, उजवीकडे वळा, डावीकडे वळा अशा सुचना दिल्या जातात. वळताना, तुम्ही किती वळता हे सांगू शकाल का?



- नळाला पाणी येण्यासाठी तुम्हाला चावी किती फिरवावी लागते?



- तुम्ही पंख्याच्या वेग नियंत्रक बटणाचे निरीक्षण केले आहे का ? पंख्याचा वेग वाढविण्यासाठी किंवा कमी करण्यासाठी तुम्ही त्याचा वापर करता. बाजूच्या चित्रात वेगनियंत्रक 0 पासून 3 पर्यंत फिरविला आहे. फिरविलेल्या भागाचे मापन किती ?



- बसचा चालक बसचे स्टिअरिंग वळवितो . स्टिअरिंग व्हीलच्या वळणाचे मापन तुम्ही कसे कराल ?

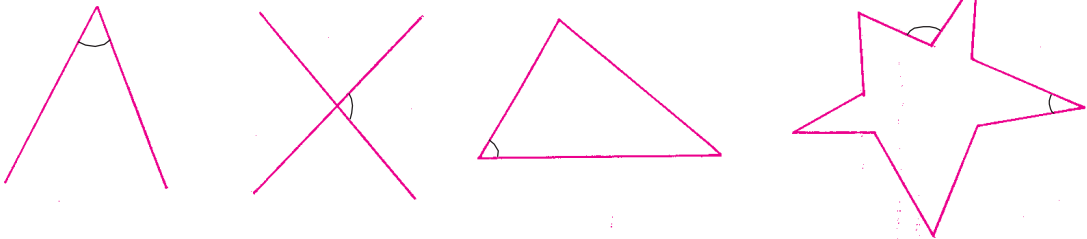


कोन :

- चित्रात दर्शविल्याप्रमाणे घड्याळाचा मिनीट काटा 10 मिनीटे पुढे गेलेला दर्शवितो. घड्याळातील काट्याचे चलन हा 'कोन' दर्शवितो. कोनाला दोन बाजू आणि एक समाईक बिंदू असतो.

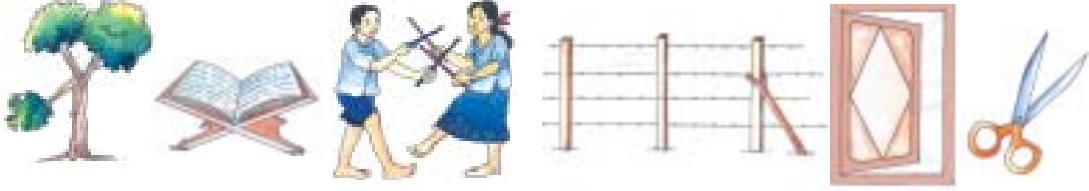


कोन असलेल्या वेगवेगळ्या भौमितीक आकृत्यांचे निरीक्षण करा

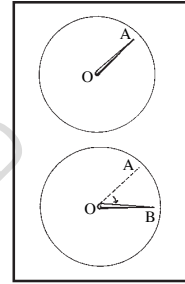


वरील आकृतीत काही कोन हे रेषा आखून दर्शविले आहेत. वर दर्शविल्याप्रमाणे आकृतीतील इतर कोन ओळखा.

आम्ही आमच्या सभोवताली दैनंदिन क्रियामध्ये खालील प्रकारे कोनांचे निरीक्षण करतो. खालील चित्रामध्ये रेषा मारून होणारे कोन ओळखा.



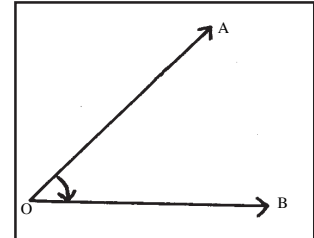
कार्यानुभव : कार्डबोर्डचा एक कागद घेऊन तो वर्तुळाकार कापा. त्या वर्तुळाच्या मध्याला 'O' हे नाव लिहा. त्या मध्यावर प्लॅस्टिक किंवा हिराची किंवा गवताची एक काडी ठेवा. त्यावरील अंतराला OA हे नाव द्या. आता ती काडी फिरवा. त्या अंतराला OB हे नाव द्या 'O' बिंदूवरील स्थान न बदलता काडी A बिंदूपासून B बिंदूपर्यंत सरकविली. या दोन काड्यामधील अंतराला कोन म्हणतात.



कोनाला दोन किरण आणि एक समाईक बिंदू असतो.

कोन दर्शविणे :

येथे OA आणि OB हे दोन किरण आहेत. यांना आपण कोनाच्या बाजू म्हणतो. 'O' बिंदूला मुख्य बिंदू किंवा कोनाचा शिरोबिंदू असे म्हणतात. कोन दर्शविताना ही $\angle$ किंवा $\wedge$ ही खूण करतात आणि इंग्लीश पहिल्या लिपीतील अक्षरांने नाव देतात.

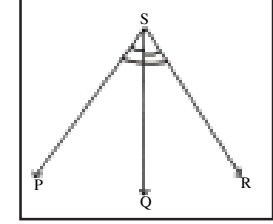
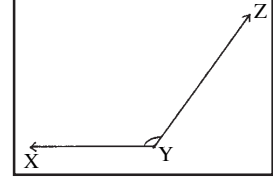


बाजूच्या आकृतीत AOB हा कोन आहे तो $\angle AOB$ किंवा $\angle BOA$ असे दर्शवितात. मधले अक्षर कोनाचा मुख्य बिंदू (शिरोबिंदू) दर्शवितो.

जाणून घ्या : कोनाला इंग्लीश भाषेत अँगल (Angle) असे म्हणतात. 'अँगल' हा शब्द ग्रीक भाषेतील "अँगिलुज" या शब्दापासून तयार झाला आहे. अँगिलुज म्हणजे वळण असलेले, तिरपे किंवा सरळ नाही असे. पाऊल आणि पाय यांना जोडणाऱ्या भागाला 'घोटा' (Ankle) असे म्हणतात.



या बाजूच्या आकृतीत XYZ हा कोन आहे.
तो $\angle XYZ$ किंवा $\angle ZYX$ असा दर्शवितात.
तसेच $\hat{X}YZ$ किंवा $\hat{Z}YX$ असाही दर्शवितात.



बाजूच्या आकृतीत $\angle PSQ$, $\angle QSR$ व $\angle PSR$ हे कोन आहेत.



करून पहा : कार्डशीटचा जाड कागद घ्या. बाजूच्या आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे त्याच्या घड्या घाला. त्याला M अक्षराचा आकार द्या त्यावर तयार झालेल्या कोनांचे निरीक्षण करा. जसजशा कागदाच्या घड्या एकमेकापासून दूर कराल तसतशा कोनांचा आकार वाढेल.

याच प्रमाणे कागदाच्या घड्याघालून त्यावर तुम्ही V, L, E, N, T, Z ही अक्षरे तयार करून कोनांचे निरीक्षण करू शकाल.

कागदाच्या घड्याकरून विविध आकार तयार करा आणि त्यापासून होणाऱ्या कोनांचे निरीक्षण करा.

स्वाध्याय 6.1

1. तुमच्या सभोवतालच्या परिसराचे निरीक्षण करा आणि ज्यामध्ये कोन तयार होतात अशा घटकांची नावे लिहा.
2. खालील चित्रात दर्शविलेली योगासने करतांना वेगवेगळ्या स्थितीमध्ये होणाऱ्या कोनांचे निरीक्षण करा.



त्रिकोणासन



पार्श्वकोनासन



उपविष्टकोनासन



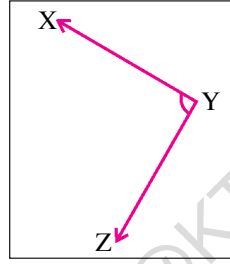
हलासन

- 3) प्रणवने चित्रात दर्शविल्याप्रमाणे काड्यांची रचना केली आहे. त्यांचे निरिक्षण करून आकृतीतील कोनांना कोनाची खूण करा.

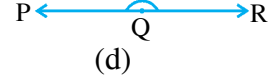
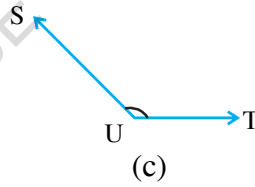
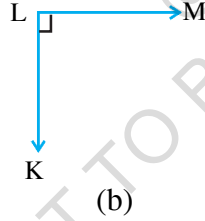
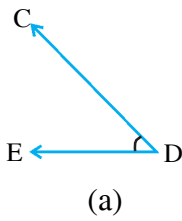


- 4) चित्रातील कोन, कोनांची बाजू आणि शिरोबिंदू दर्शवा

उदाहरण :



कोन = $\angle XYZ$
 बाजू = $\vec{YX}$ आणि $\vec{YZ}$
 शिरोबिंदू = Y

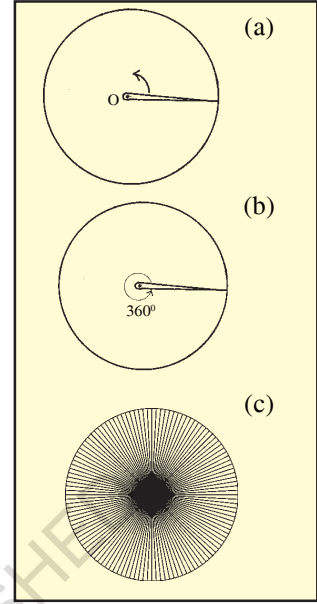


कोनांचे मापन :

ममताच्या हातात दोन घड्याळे आहेत. एका घड्याळात 3 वाजून 30 मिनीटे झालेली आहेत. दुसऱ्या घड्याळात 9 वाजून 30 मिनीटे झालेली आहेत. कोणत्या घड्याळात तास काटा व मिनिट काटा या मधील तयार होणारा कोन मोठा आहे ?

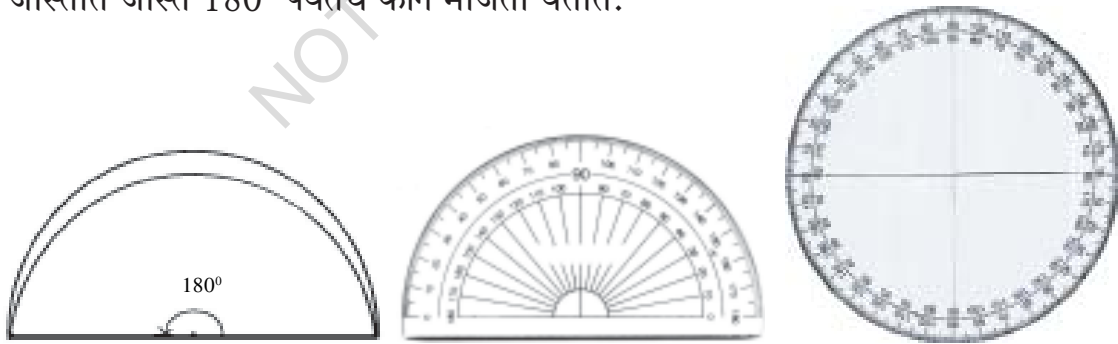


ममताची ही समस्या सोडविण्यासाठी आपण प्रथम कोन कसा मोजावा हे समजावून घेऊ. एक कार्डबोर्डचा वर्तुळाकार भाग कापून घ्या. त्याच्या मध्यावर चित्रात दर्शविल्याप्रमाणे एक सुई ठेवून ती फिरवा. ती सुई फिरून परत आपल्या मूळ स्थानावर येईल तेव्हा एक फेरी पूर्ण झाली असेल. एका पूर्ण फेरीला आपण **पूर्ण कोन** म्हणतो. या पूर्ण वर्तुळाचे समान असे 360 भागात केले असता 360 समान मापनाचे कोन मिळतात. एक कोनाचे मापन एक अंश असे म्हणतात. हे 1° असे लिहितात. (याला आपण एक अंश असे वाचतो.) पूर्ण कोन हा 360° (360 अंश) चा असतो.



कोन मापक :

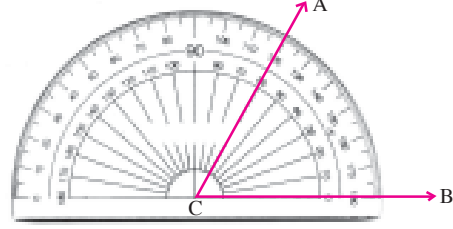
एक वर्तुळाकार कागद घ्या. त्याच्या मध्यावर खूण करा. त्या मध्यावर घडी घालून अर्ध्यावर दुमडा. वर्तुळाच्यापूर्ण कोनांचे मापन 360° असते ते अर्ध्याभागावर दुमडल्याने त्याचे मापन 180° असेल. 180° च्या कोनाला 'सरळकोन' असे म्हणतात. ह्या आकाराच्या तुमच्या कंपासपेटीतील उपकरणांना 'कोनमापक' असे म्हणतात. त्याचा आकार पहा. याच्या मदतीने कोन मोजतात. ह्या कोनमापकावर 0° ते 180° पर्यंत डावीकडून उजवीकडे व 0° ते 180° पर्यंत उजवीकडून डावीकडे अंशांच्या खूणा केलेल्या असतात; म्हणून ह्या कोनमापकाने जास्तीत जास्त 180° पर्यंतचे कोन मोजता येतात.



जाणून घ्या : 360° पर्यंत कोन मोजता येणारे कोन मापक ही आहेत.

कोनमापकाच्या सहाय्याने दिलेल्या कोनाचे मापन करणे :

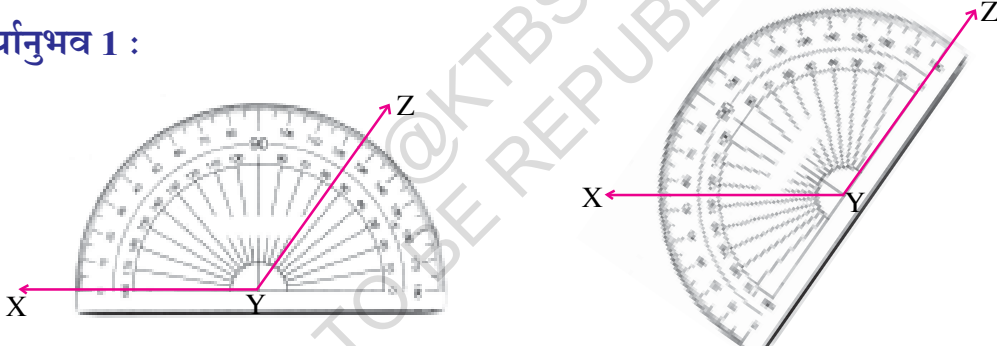
चित्रात दाखविलेला $\angle ACB$ कोनमापकाच्या सहाय्याने मोजूया



पायऱ्या :

- 1) चित्रात दर्शविल्याप्रमाणे कोनमापक $\angle ACB$ वर ठेवा. कोनमापकाचा 0 बिंदू $\angle ACB$ चा शिरोबिंदू 'C' बिंदूवर ठेवा. कोनाची एक बाजू असलेल्या CB रेषेवर कोनमापकाची 0° ची रेषा येईल अशारितीने ठेवा.
- 2) आता 0° पासून वर म्हणजे B बिंदूपासून $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ \dots$ असे मोजत कोनाची दुसरी बाजू असलेल्या CA रेषेपर्यंत मोजले असता 60° होते. म्हणून $\angle ACB$ हा 60° आहे.

कार्यानुभव 1 :



रहीम चित्रात दर्शविलेला कोन मोजून तो $\angle XYZ = 55^\circ$ असे वाचतो.

त्याने बरोबर वाचले आहे कां? कसे?

कोनाचे मापन करताना लक्षात ठेवायचे घटक कोणते याबाबत तुमच्या वर्गमित्राबरोबर व शिक्षकाबरोबर चर्चा करा.

ध्यानात घ्या : एका कोनाला दोन बाजू असतात. त्यापैकी कोणतीही एका बाजू कोनमापकाच्या 0° ठेवून मोजले असता कोनाचे मापन सारखेच येते.

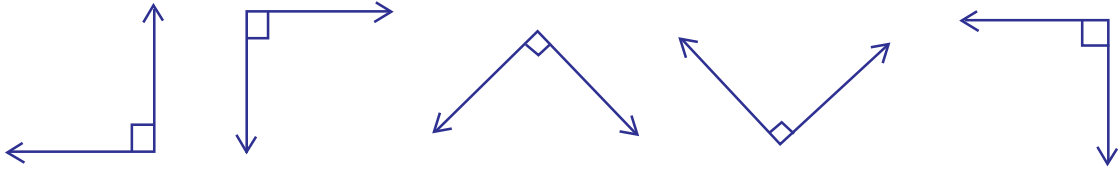
कार्यानुभव 2 :

वर्तुळाकार कार्डबोर्ड घेऊन त्याच्या सहाय्याने कोनमापक आणि पूर्ण कोनमापक तयार करा त्यांच्या सहाय्याने कोन मोजा. त्यावेळी तुम्हाला आलेल्या समस्यांची चर्चा करा.

कोनांचे प्रकार :

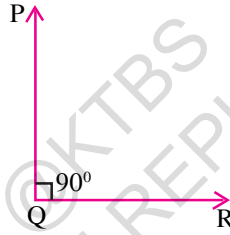
काटकोन (Right angle):

खाली दिलेले कोन मोजा



सर्व कोनांचे मापन 90° आहे. 90° च्या कोनाला 'काटकोन' असे म्हणतात. काटकोनातील दोन्ही बाजू एकमेकाशी लंबरूपात असतात.

आकृतीतील $\angle PQR = 90^\circ$ यामध्ये PQ बाजू व QR बाजू एकमेकाशी लंब रूपात आहेत असे आम्ही म्हणतो. काटकोन (90°) दर्शविण्याचे निरीक्षण करा.



कार्यानुभव 1 :

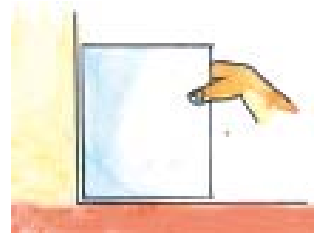
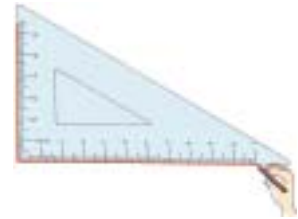
एक वर्तुळाकार कार्डबोर्ड घ्या. त्याच्या मध्यावर दुमडा. कोन मोजला तर तो 180° असतो. त्याला पुन्हा आणखी एकदा घडी घाला. तो काटकोन होतो याचे निरीक्षण करा.

कार्यानुभव 2 :

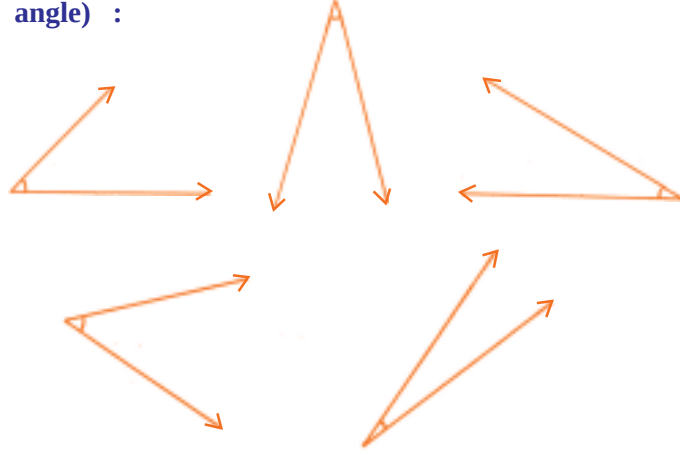
तुमच्या कंपास बॉक्समधील त्रिकोणी गुण्या (सेट स्क्वेअर) घ्या त्याच्या बाजूचें आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे त्याच्या कार्डवरून रेषा आखा कोन 90° आहे का ते पाहा.

आपल्या सभोवती आढळणाऱ्या काटकोन स्वरूपातील वस्तू आपण पाहू शकतो.

उदा. पुस्तकाच्या पानाच्या संलग्न बाजूच्या कोपऱ्यात तयार होणारा कोन, भिंत आणि जमीन यांच्यातील कोन, क्रिकेटचे उभे केलेले स्टंप व जमीन यामधील कोन इत्यादी.



लघुकोन (Acute angle) :



ह्या कोनांचे मापन करा. सर्व कोनांचे मापन काटकोनापेक्षा म्हणजेच 90° पेक्षा लहान आहे. जो कोन 90° पेक्षा लहान असतो. त्याला 'लघुकोन' असे म्हणतात.

खालील चित्राचे निरीक्षण करून त्यात लघुकोनाला खूण करा.

* भिंतीला लावून ठेवलेली शिडी



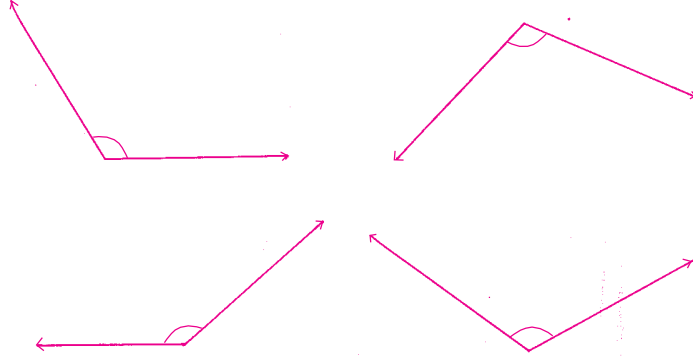
* कात्रीच्या दोन पात्यामध्ये होणारा कोन



* भिंतीवर लावलेला तिरकस फोटो



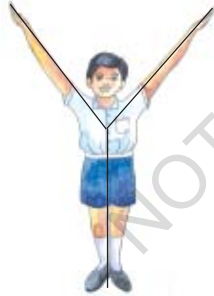
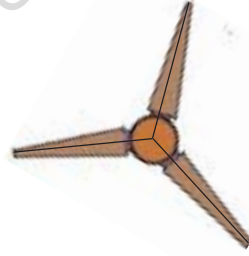
विशाल कोन (Obtuse angle) :



ह्या सर्व कोनांचे मापन करा. प्रत्येक कोन काटकोन (90°) पेक्षा मोठा आणि सरळकोन (180°) पेक्षा लहान आहे. जो कोन 90° पेक्षा मोठा आणि 180° पेक्षा लहान असतो त्याला 'विशालकोन' असे म्हणतात.

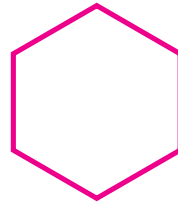
खालील चित्रांचे निरीक्षण करून त्यात विशालकोनाला खूण करा.

- * तीन पाती असलेला पंख्या;
त्यात दोन पात्यामध्ये होणारा कोन.



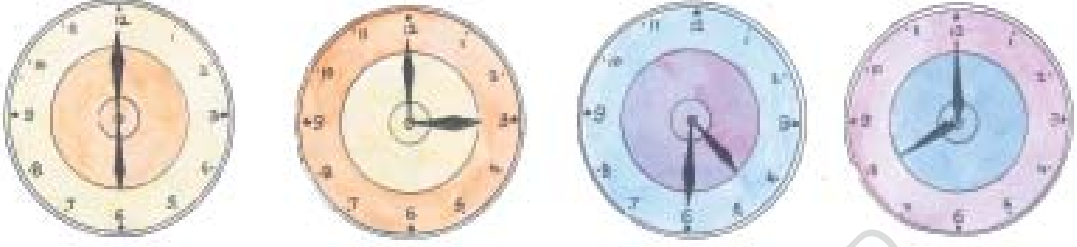
- * हात वर करून थांबलेला मुलगा

- * या आकृतीत होणारे कोन



घड्याळातील कोन :

घड्याळात तास काटा आणि मिनिट काटा असतो. त्या दोन्ही काट्यामध्ये वेगवेगळे कोन तयार होतात. याचे तुम्ही निरीक्षण केला असाल. खाली दिलेल्या घड्याळातील वेळेनुसार तयार झालेल्या कोनांचे निरीक्षण करा.



चर्चा करा : घड्याळातील मिनिट काटा जेव्हा एक फेरी पूर्ण करतो तेव्हा 360° झाले असे म्हणतो. त्यावेळी तासकाटा 30° अंतर पार करतो. या तत्वावर आधारीत खालील प्रश्नांवर चर्चा करा.

- घड्याळात दिलेल्या 12 अंकांपैकी एका अंकापासून त्याच्या नजिकच्या दुसऱ्या अंकाच्या मध्ये कोणता कोन तयार होतो?
- घड्याळात 10 वाजून 30 मिनिटे झाली असता दोन काट्यामध्ये होणारा कोन किती?
- एका दिवसात तासकाटा आणि मिनिटकाटा यामध्ये किती वेळा काटकोन तयार होतो? आता या प्रकरणात दिलेल्या ममताच्या समस्येचे आपण उत्तर देऊ शकाल.

3 वाजून 30 मिनिटे



लघुकोन

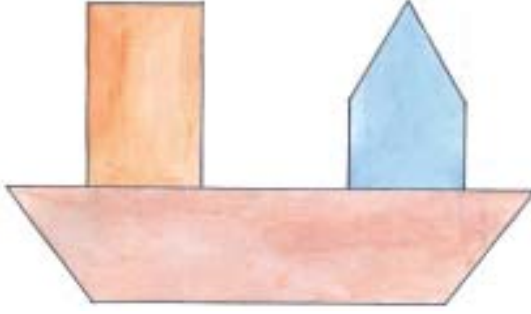
9 वाजून 30 मिनिटे



विशाल कोन

कृती :

- 1) चित्रात तयार झालेले काटकोन लालरंगाने, लघुकोन हिरव्या रंगाने व विशालकोन निळ्या रंगाने दर्शवा व त्यांची संख्या लिहा.



काटकोन = ...

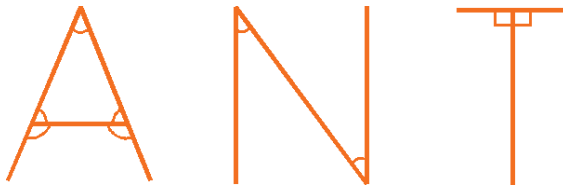
लघुकोन = ...

विशालकोन = ...

- 2) पक्ष्याच्या चोचीमध्ये होणाऱ्या कोनाचे निरीक्षण करून तो काटकोन आहे, लघुकोन आहे की विशालकोन आहे ते ओळखा.



- 3) 'ANT' या शब्दातील अक्षरामध्ये तयार होणारे वेगवेगळे कोन ओळखून त्यांची संख्या लिहा.

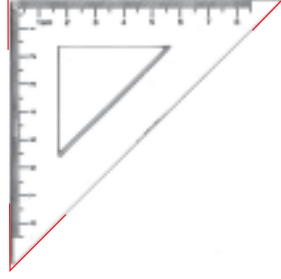


काटकोन = ...

लघुकोन = ...

विशालकोन = ...

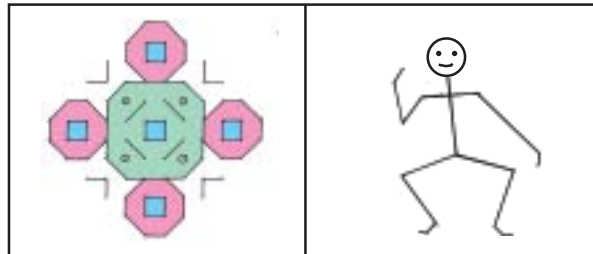
- 4) तुमच्या कंपास बॉक्समधील गुण्या (सेट स्केअर) घेऊन त्याच्या सहाय्याने आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे 90° , 60° आणि 45° चे कोन काढा आणि कोनमापकाच्या सहाय्याने ते मोजा व पडताळून पहा.



विचार करा : गुण्याच्या सहाय्याने तुम्ही 15° , 75° , 105° , आणि 120° , चे कोन रचना करू शकाल का ?

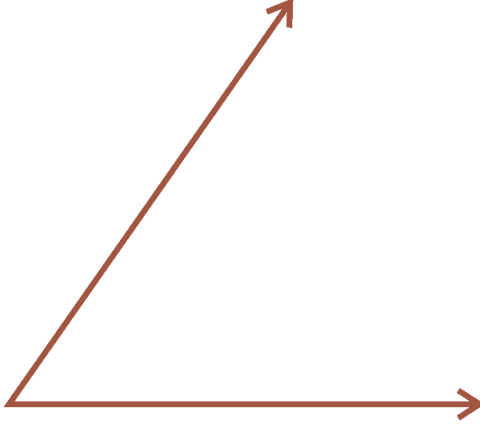
स्वाध्याय 6.2

- 1) खाली दिलेल्या चित्रातील काटकोन, लघुकोन आणि विशालकोन हे विविध रंगानी दर्शवा.

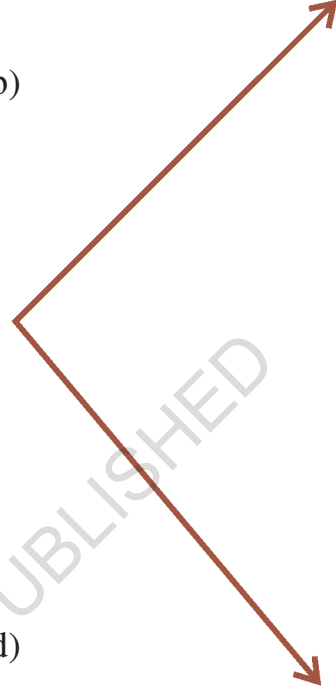


2) खाली दिलेले कोन मोजून त्यांची मापे व प्रकार लिहा. चित्रात विविध रंगानी काटकोन, लघुकोन आणि विशालकोन दर्शवा.

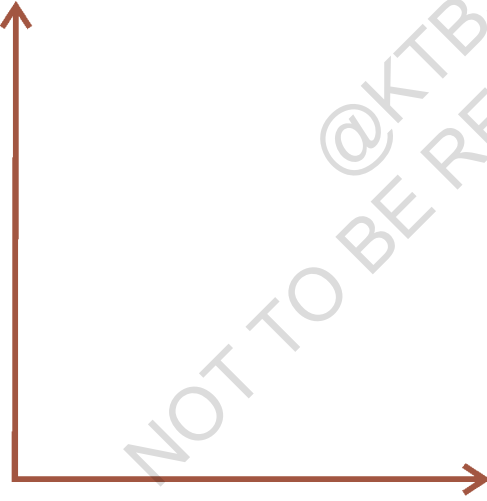
a)



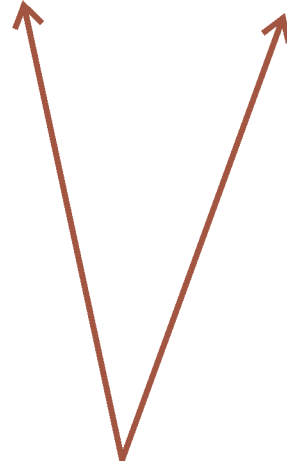
b)



c)



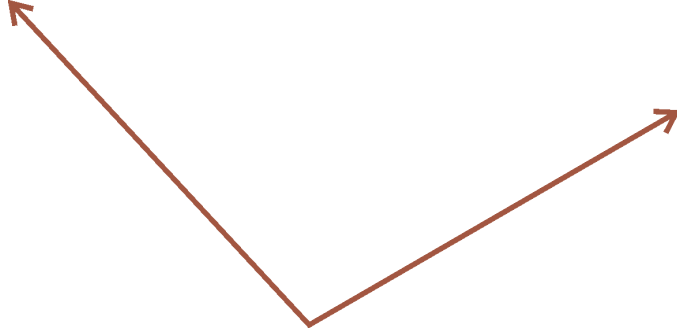
d)



e)



f)



- 3) तुमच्या वर्गात आढळणारे काटकोन, लघुकोन आणि विशालकोन ओळखून त्यांची यादी करा. उदा. फळ्याच्या दोन बाजू - काटकोन.
- 4) तुमचे नाव इंग्लीशमधील पहिल्या लिपीत लिहा. त्यातील अक्षरामध्ये तयार होणारे लघुकोन, विशालकोन आणि काटकोन यांची संख्या लिहा.
- 5) पट्टीच्या सहाय्याने वेगवेगळे 6 कोन काढा व कोनमापकाच्या सहाय्याने ते मोजा आणि कोनांचे प्रकार लिहा.
- 6) खाली दर्शविलेल्या घड्याळाच्या दोन काट्यामधील कोन मोजा व त्यांच्या प्रकाराचे नाव लिहा.



a)



b)



c)



d)



e)

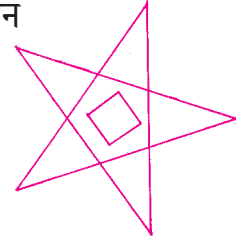
- 7) दिलेल्या उत्तरापैकी योग्य उत्तर निवडून लिहा.

a) विशाल कोनाचे उदाहरण

- 1) 90° 2) 53° 3) 178° 4) 180°

b) दिलेल्या आकृतीतील काटकोन, लघुकोन आणि विशालकोन यांची संख्या

- 1) 15, 4, 10 2) 4, 15, 10
3) 10, 10, 4 4) 4, 5, 5

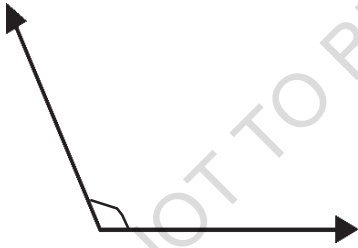
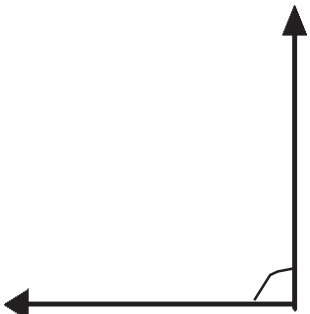


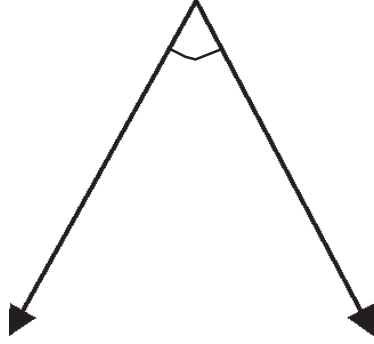
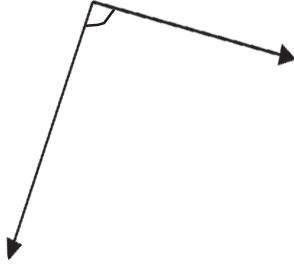
8) खाली दिलेले कोन योग्य त्या प्रकारात वर्गीकरण करा.

16° , 180° , 88° , 179° , 45° , 90° , 100° , 35° , 142° .

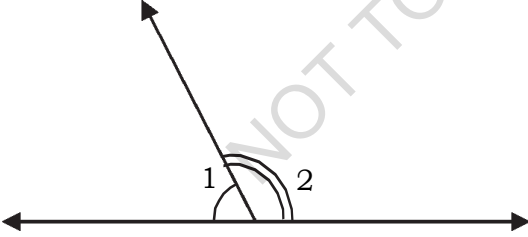
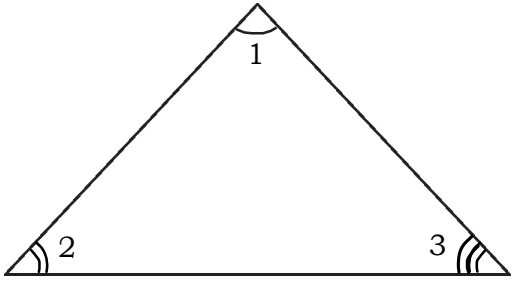
लघुकोन	काटकोन	विशालकोन	सरळकोन

9) दिलेल्या कोनांचे प्रथम अंदाजे मापन करा. अचूक मोजून पडताळा. कोनाचा प्रकार लिहा.

अ.नं.	कोन	अंदाजे मापन	अचूक मापन	कोनाचा प्रकार
उदा:		110°	120°	विशालकोन
1.				

2.				
3.				

10) खालील आकृतील सर्व कोन मोजा. कोनांची बेरीज करा.

 कोन 1 + कोन 2 = _____ + _____ = _____	 कोन 1 + कोन 2 + कोन 3 = _____ + _____ + _____ = _____
--	---

प्रकरण 7

वर्तुळ रचना (Circles)



या प्रकरणाच्या अध्ययनानंतर तुम्ही हे शिकाल -

- कंपास पेटीतील सर्व भौमितीक उपकरणे ओळखू शकाल.
- भौमितीक उपकरणे आवश्यकतेनुसार कशा वापरावीत याचे कौशल्य प्राप्त होईल.
- वर्तुळाचा अर्थ समजावून सांगू शकाल.
- कैवार (कंपास) च्या सहाय्याने दिलेल्या मापनाचे वर्तुळ रचणे.

कार्यानुभव 1 :

तुमच्याजवळ असलेल्या बांगडी, ताट, नाणे यासारख्या वर्तुळाकार वस्तूंच्या सहाय्याने वर्तुळ काढा. या आकृतीचा मध्य तुम्ही अचूकपणे निश्चित करू शकाल कां?

कार्यानुभव 2 :

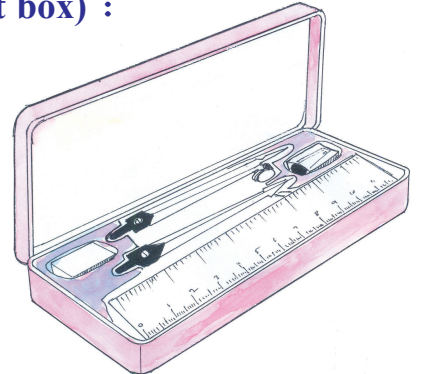
1 सें.मी., 2.5 सें.मी., 4.2 सें.मी. आणि 6 सें.मी. या त्रिज्या असलेली वर्तुळे बांगडी, ताट, नाण यांच्या सहाय्याने अचूकपणे काढू शकाल का?

चर्चा करा - आता आपण दिलेल्या त्रिज्येचे वर्तुळ कसे काढावे हे शिकू.

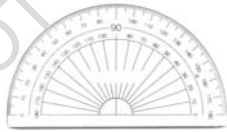
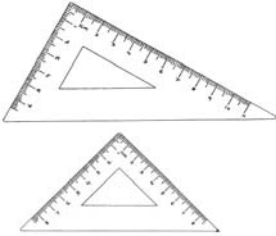
हे शिकण्याआधी वर्तुळ रचना करण्यासाठी आवश्यक असणाऱ्या उपकरणांची माहिती घेऊ.

भौमितीक उपकरण पेटी (Geometrical instrument box) :

या पेटीला आपण कंपासपेटी असे ही म्हणतो. यातील उपकरणांच्या सहाय्याने आपण वेगवेगळ्या भौमितीक आकृत्यांची रचना करू शकतो.



उपकरणांची नावे व त्यांचे उपयोग यांचा तक्ता खाली दिलेला आहे.

उपकरणाचे नाव	उपकरणाचे चित्र	उपकरणाचा उपयोग
मोजपट्टी Scale (ruler)		* सरळरेषा किंवा रेषाखंड काढण्यासाठी * रेषाखंडाची लांबी मोजण्यासाठी
विभाजक Dividers		* रेषाखंडाची अचूक लांबी मोजण्यासाठी
कैवार / कंपास Compasses		* दिलेल्या त्रिज्येच्या मापनावरून वर्तुळ रचना करण्यासाठी
कोनमापक Protractor		* कोन मोजण्यासाठी
गुण्या Set squares		* काटकोनाची रचना करणे व त्याचे मापन करण्यासाठी * समांतर आणि लंब रेषा काढण्यासाठी

कृती :

- 1) कंपास पेटीतील विविध उपकरणाचा वापर कसा करावा ह्याची तुमच्या वर्ग शिक्षकासोबत चर्चा करा. त्यांचा वापर करून विविध चित्रे काढा.

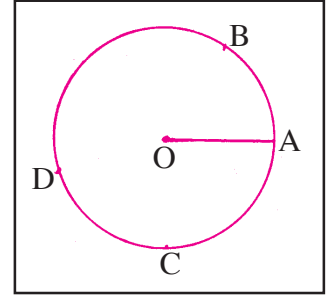
उदा. :



- 2) फळ्यावर भूमिती शिकविताना तुमचे शिक्षक वापरत असलेल्या भौमितीक उपकरणांचे निरीक्षण करा. ते वापरत असलेली उपकरणे व तुम्ही वापरत असलेली उपकरणे यातील फरक कोणते ?

वर्तुळ (Circle) :

वर्तुळ एक समतलाकृती पूर्णाकृती आहे. त्यातील सर्व बिंदू एका विशिष्ट बिंदूपासून समतलात समान अंतरावर असतात. ह्या विशिष्ट बिंदूला वर्तुळमध्य असे म्हणतात. चित्रात 'O' हा वर्तुळमध्य आहे. A हा वर्तुळावरील एक बिंदू आहे. त्याच प्रमाणे B, C, D हे देखील वर्तुळावरील बिंदू आहेत. अशा पद्धतीने अनेक बिंदू आपण वर्तुळावर दाखवू शकतो. OA रेषाखंड हा वर्तुळमध्यातील O बिंदू आणि वर्तुळावरील A हा बिंदू जोडून तयार होतो. OA ही वर्तुळाची त्रिज्या आहे.

**कार्यानुभव :**

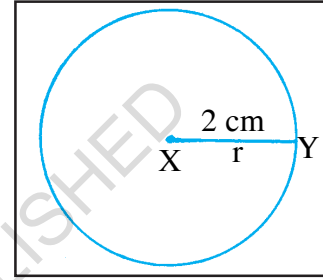
वर्तुळावरील B, C व D हे बिंदू व वर्तुळमध्य O हे सरळरेषेने जोडा. मोजपट्टीच्या सहाय्याने त्यांची लांबी मोजा. OA = ... सें.मी. OB = ... सें.मी. OC = ... सें.मी. CD = ... सें.मी.

या सर्व त्रिज्यांची लांबी समान आहे का? एका वर्तुळातील सर्व त्रिज्यांची लांबी समान असते. त्रिज्या 'r' अक्षराने दर्शवितात. वरील वर्तुळात $r = \dots\dots\dots$ सें.मी.

लक्षात ठेवा :

- * प्रत्येक वर्तुळाला एक वर्तुळमध्य आणि निश्चित लांबीची त्रिज्या असते.
- * वर्तुळमध्य आणि त्रिज्या हे वर्तुळाचे भाग नव्हेत. ते आपणाला वर्तुळाचे अस्तित्व दाखवून देतात.

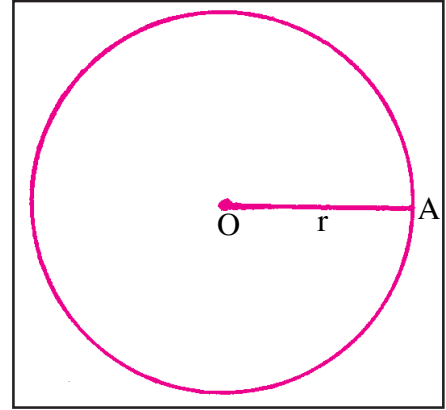
बाजूच्या आकृतीत X हा वर्तुळमध्य आहे. Y हा वर्तुळावरील एक बिंदू आहे. XY ही वर्तुळाची त्रिज्या असून ती 'r' या अक्षराने दर्शविली आहे. त्रिज्या 'r' = 2 सें.मी.



स्वाध्याय 7.1

I. रिकामी जागा योग्य उत्तराने भरा.

- a) वर्तुळावरील बिंदू आणि वर्तुळमध्य यातील अंतराला म्हणतात.
- b) बाजूच्या आकृतीत
 - 1) वर्तुळाचा मध्य हा आहे.
 - 2) वर्तुळाची त्रिज्या दर्शविणारा रेषाखंड.....
 - 3) वर्तुळाची त्रिज्या आहे.

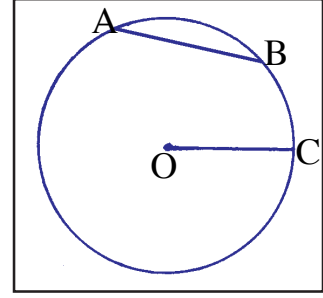


II. खाली दिलेल्या विधानातील योग्य वाक्यासमोर '✓' व चूकीच्या वाक्यासमोर 'x' अशी खूण करा.

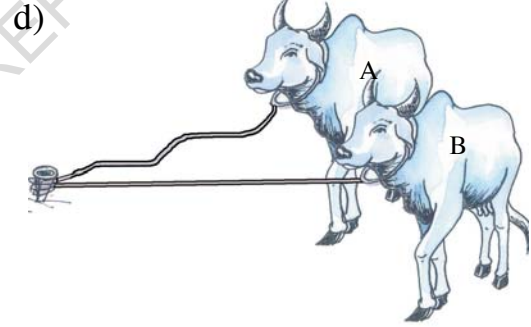
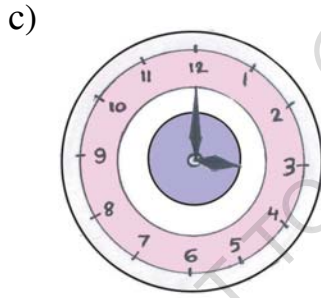
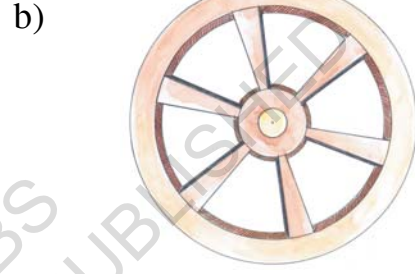
- a) एका वर्तुळात फक्त एकच त्रिज्या काढता येते (.....)
- b) वर्तुळातील सर्व त्रिज्या समान असतात. (.....)
- c) एका वर्तुळाला फक्त एकच वर्तुळमध्य असतो. (.....)

d) दिलेल्या चित्रात

- OC वर्तुळाची त्रिज्या दर्शविते (.....)
- AB ही वर्तुळाची त्रिज्या दर्शविते (.....)

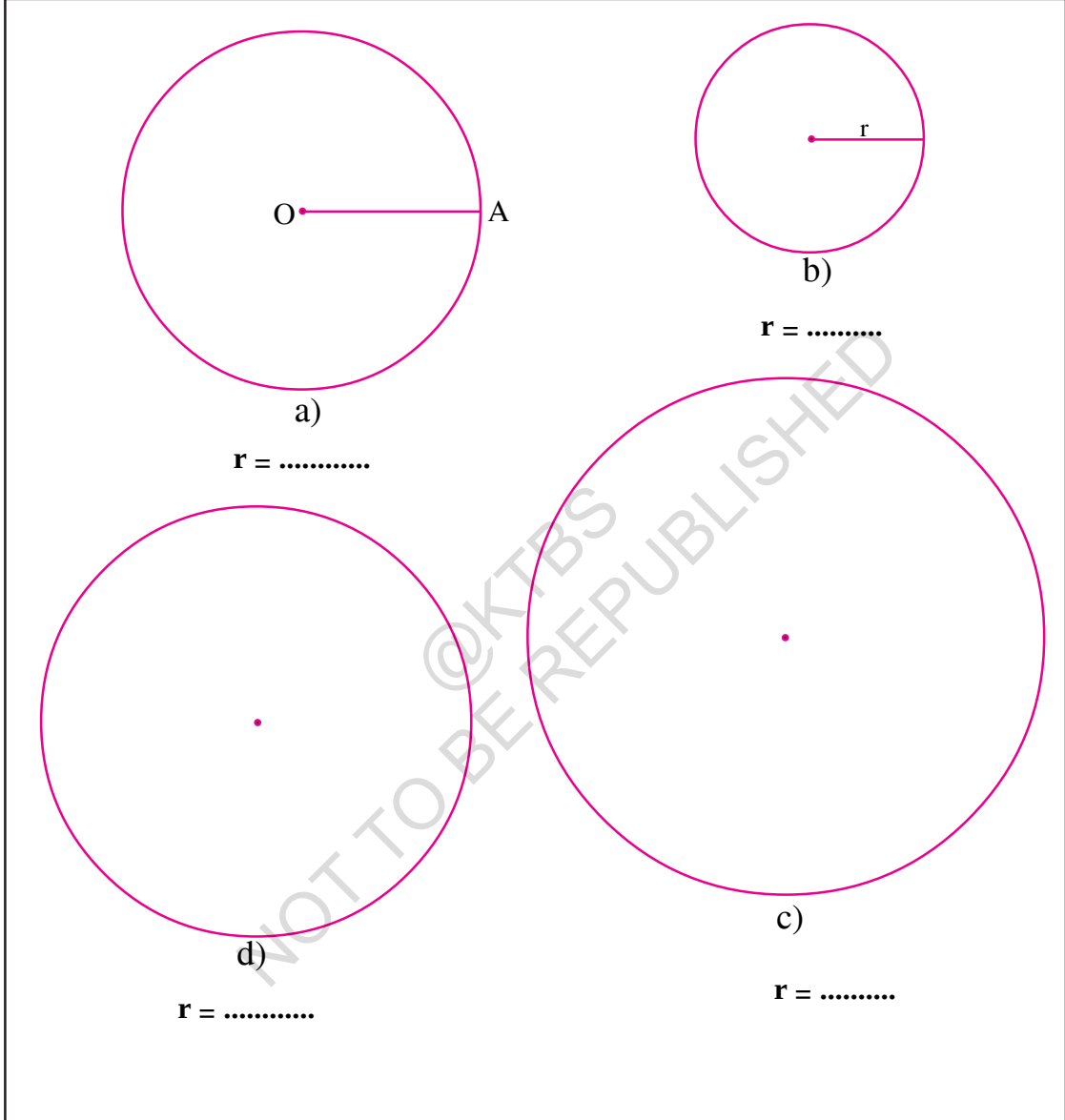


III. i) खालील चित्रात वर्तुळ, त्रिज्या आणि वर्तुळमध्य दाखवा.



- चित्र (a) मध्ये, किती वर्तुळे आहेत? त्यांचा वर्तुळमध्य एकच आहे का?
- चित्र (c) मध्ये, तास काटा वर्तुळाची त्रिज्या दर्शवितो.
- चित्र (c) मध्ये, मिनीट काटा वर्तुळाची त्रिज्या दर्शवितो.
- चित्र (d) मध्ये, कोणत्या गायीची दोरी वर्तुळाची त्रिज्या दर्शविते?

IV. खाली दिलेल्या चित्रातील वर्तुळाची त्रिज्या मोजून त्यांची लांबी दिलेल्या रिकाम्या जागेत लिहा.



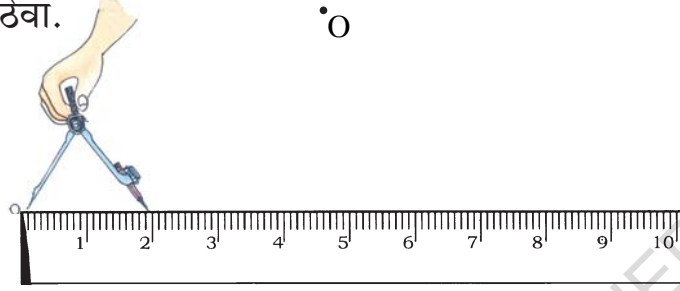
त्रिज्येच्या दिलेल्या मापनानुसार वर्तुळ रचना करणे.

कैवारचा वापर करून तुम्ही वर्तुळ कसे काढावे हे शिकला आहात. एखाद्या कागदावर फक्त कैवारचा वापर करून वेगवेगळ्या त्रिज्येची वर्तुळे रचा.

आता आपण 2 सें.मी. त्रिज्येचे वर्तुळ काढू.

रचनेच्या पायऱ्या -

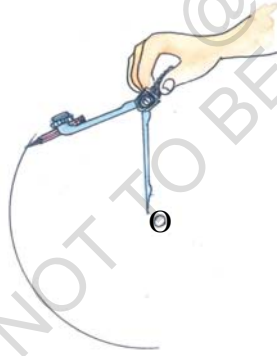
1. प्रथम वर्तुळमध्य 'O' बिंदूची खूण करा.
2. चित्रात दर्शविल्याप्रमाणे कैवारचे टोक आणि पेन्सिलचे टोक बरोबर 2 सें.मी. अंतर येईल असे ठेवा.



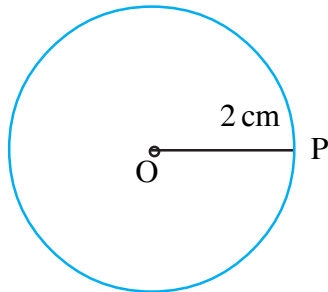
तुमच्या शिक्षकांशी चर्चा करा :

- * कैवार धरण्याची योग्य पद्धत.
- * वर्तुळाची रचना करताना घ्यावयाची खबरदारी.

3. कैवारचे एक टोक 'O' बिंदूवर ठेवा कैवारचे माप न बदलता वर्तुळ काढा.

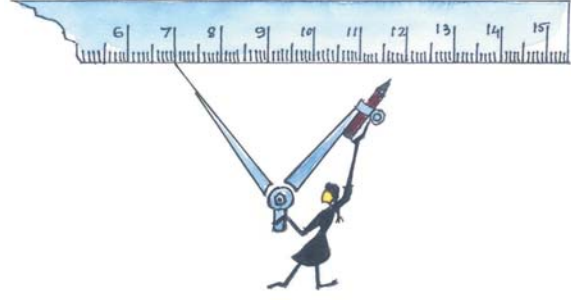


4. वर्तुळावर 'P' ची खूण करा 'OP' सांधा त्यावर त्रिज्येची लांबी लिहा.



रिताला मदत करा -

कृती: रिताला 4 सें.मी. त्रिज्या असलेले वर्तुळ काढावयाचे आहे. तिच्याकडे चित्रात दाखविल्याप्रमाणे मोडलेली मोजपट्टी आहे. तिने कै वारचे एक टोक चित्रात दाखविल्याप्रमाणे मोडलेल्या मोजपट्टीवर ठेवले आहे. 4 सें.मी. त्रिज्या असलेले वर्तुळ काढण्यासाठी तिने पेन्सिलचे टोक कोणत्या बिंदूवर ठेवावे? तिला कोणत्या बिंदूपासून ते कोणत्या बिंदूपर्यंत घ्यावे ते दर्शवून मदत करा.



स्वाध्याय 7.2

1. खालील त्रिज्येच्या वर्तुळांची रचना करा.

a) 4 सें.मी. b) 2.5 सें.मी. c) 7 सें.मी. d) 5.5 सें.मी. e) 4.2 सें.मी.

2. विद्यार्थ्यांना दिलेल्या त्रिज्येच्या मापनानुसार वर्तुळाची रचना करावयाची आहे.

त्याकरीता विद्यार्थ्यांनी मोजपट्टीवर कै वार ठेवला आहे. त्यांनी तो कै वार योग्य रितीने ठेवला असेल तर '✓' आणि नसेल तर 'x' खूण करा. चूक दुरुस्त करून चित्रात दिलेल्या मापनांचे वर्तुळ तुमच्या वहीत काढा.

a) 6 सें.मी.	b) 4.5 सें.मी.
c) 5 सें.मी.	d) 3.3 सें.मी.

3. 'O' बिंदूची खूण करून घ्या. हा केंद्र बिंदू ठेवून 2 सें.मी., 3 सें.मी., 4 सें.मी., 5 सें.मी., 6 सें.मी. त्रिज्येची वर्तुळे रचा.

तुम्ही करून पहा -

- * कैवारचा वापर करून सर्वात लहान आणि सर्वात मोठे वर्तुळ रचा आणि त्याची त्रिज्या मोजा.
- * तुमच्या वहीत सर्वात मोठे वर्तुळ काढल्यास त्याची त्रिज्या किती असेल?
- * वेगवेगळ्या रंगाचे कागद घ्या. त्यावर वेगवेगळ्या त्रिज्येची वर्तुळे काढून ती एकावर एक अशी ठेवा.
- * शिक्षक वापरत असलेला कैवार घेऊन फळ्यावर आणि जमिनीवर वेगवेगळ्या त्रिज्येची वर्तुळे रचा.
- * दोरा, तार, लांबी मोजण्याची टेप यांच्या सहाय्याने जमिनीवर किंवा खेळाच्या मैदानावर वेगवेगळ्या त्रिज्येची वर्तुळे रचा.



विचार करा :

किरण, वर्तुळ
काढण्यासाठी
मला एक उपकरण दे



हे घे पवन
वर्तुळ काढ

- * पवनने दिलेल्या उपकरणाने किरण वर्तुळाची रचना करू शकेल का?
- * कोनमापकाच्या सहाय्याने तुम्ही वर्तुळ काढू शकाल का? कसे?

प्रकरण 8

लांबी (Length)



या प्रकरणाच्या अध्ययनानंतर तुम्ही हे शिकाल -

- दैनंदिन जीवनात वापरल्या जाणाऱ्या वस्तूंच्या लांबीचे मापन करणे.
- ज्यास्त लांबीच्या वस्तूंची कमी लांबीच्या वस्तूशी तुलना करून त्यांच्यामधील संबंध ओळखणे.
- गणिताच्या मूलभूत क्रियावर आधारित व लांबीच्या एककांशी संबंधीत असणारी दैनंदिन जीवनातील उदाहरणे सोडविणे.

रमेशने एक बॅट खरेदी केली. त्याला त्या बॅटची लांबी मोजावयाची होती. हाताच्या वीतीने त्याने बॅटची लांबी मोजली. ती त्याच्या हाताच्या वीतीच्या 4 पट आली. त्याचा वर्गमित्र रॉबर्टने सुद्धा आपल्या हाताच्या वीतीने त्याच बॅटची लांबी मोजली ती त्याच्या हाताच्या वीतीच्या $4\frac{1}{2}$ पट इतकी आली. हे कसे शक्य आहे?

एकाच वस्तूची अशी दोन वेगवेगळी लांबी असू शकते कां? तर मग लांबी मोजण्याची योग्य पद्धत कोणती?

आपण मागील इयत्तेत वेगवेगळ्या वस्तूंची लांबी हाताची वीत, हात, वाव व पाऊल यासारखी अनौपचारिक एकेके वापरून कशी मोजावीत हे शिकला आहात. परंतु ही मापने योग्य नाहीत. ही एकेके व्यक्ती गणिक वेगवेगळी असल्याने ती 'प्रमाणित नाहीत'.

अनौपचारिक एककामधून लांबीचे अचूक मापन होत नाही त्याकरिता लांबीच्या अचूक मापनांसाठी प्रमाणित एककांची आवश्यकता आहे.

वस्तूची लांबी मोजण्याचे प्रमाणित एकक 'मीटर' आहे. मीटर हे 'm' या इंग्रजी अक्षराने किंवा 'मी.' या अक्षराने दर्शवितात.

ज्यास्त लांबीचे मापन करण्यासाठी डेकामीटर, हेक्टोमीटर व किलोमीटर ही प्रमाणित एकेके वापरतात. कमी लांबीचे मापन करण्यासाठी डेसीमीटर, सेंटीमीटर व मिलीमीटर ही प्रमाणित एकेके वापरतात.

आता आपण लांबीच्या मापनाच्या प्रमाणित एककासंबंधी अधिक माहिती मिळवू.
सामान्यपणे, डेका, हेक्टो, किलो, डेसी, सेंटी व मिली हे शब्द 'मीटर' या शब्दापूर्वी येतात. ही एकके मीटरचा कितवा भाग हे दर्शवितात. म्हणून या लांबीच्या मापनाच्या एककांचा प्रथम अर्थ समजावून घेऊ...

जास्त लांबीची प्रमाणित एकके

↓

1 मीटर

डेका = 10 पट

हेक्टो = 100 पट

किलो = 1,000 पट

कमी लांबीची प्रमाणित एकके

↓

1 मीटर

डेसी = $\frac{1}{10}$ भाग

सेंटी = $\frac{1}{100}$ भाग

मिली = $\frac{1}{1,000}$ भाग

लांबीच्या मोठ्या प्रमाणित एककांची एका मीटरशी तुलना

1 मीटरचे 10 पट	=	10 मीटर	=	1 डेकामीटर
1 मीटरचे 100 पट	=	100 मीटर	=	1 हेक्टोमीटर
1 मीटरचे 1,000 पट	=	1,000 मीटर	=	1 किलोमीटर

लांबीच्या लहान प्रमाणित एककांची मीटरशी तुलना

1 मीटरचे $\frac{1}{10}$ भाग	=	$\frac{1}{10}$ मीटर	=	1 डेसीमीटर
1 मीटरचे $\frac{1}{100}$ भाग	=	$\frac{1}{100}$ मीटर	=	1 सेंटीमीटर
1 मीटरचे $\frac{1}{1,000}$ भाग	=	$\frac{1}{1,000}$ मीटर	=	1 मिलीमीटर

दैनंदिन जीवनात आपण वापरत असलेली लांबीची सामान्य प्रमाणित एकके

1 कि.मी. = 1,000 मी.,	1 सें.मी. = 10 मि. मी.
1 मी. = 100 सें.मी.	

लांबीचे एका एककातून दुसऱ्या एककात रूपांतर करणे
मोठ्या एककाचे लहान एककात रूपांतर करण्यासाठी,
नियम :

किलोमीटरचे मीटरमध्ये रूपांतर करण्यासाठी 1,000 ने गुणावे.
मीटरचे सेंटीमीटरमध्ये रूपांतर करण्यासाठी 100 ने गुणावे.
सेंटीमीटरचे मिलीमीटरमध्ये रूपांतर करण्यासाठी 10 ने गुणावे.

टीप : लांबीच्या मोठ्या एककातून लांबीच्या लहान एककात रूपांतर करताना आपण गुणाकार करावा.

खालील उदाहरणाचे निरीक्षण करा :

उदाहरण 1 : 2 कि.मी. म्हणजे किती मीटर ?

$$\begin{aligned} 1 \text{ कि.मी.} &= 1,000 \text{ मीटर} \\ \therefore 2 \text{ कि.मी.} &= 1,000 \times 2 \\ &= 2,000 \text{ मीटर} \end{aligned}$$

उदाहरण 2 : 4 मीटर म्हणजे किती सेंटीमीटर ?

$$\begin{aligned} 1 \text{ मीटर} &= 100 \text{ सेंटीमीटर} \\ \therefore 4 \text{ मीटर} &= 100 \times 4 \\ &= 400 \text{ सेंटी मीटर} \end{aligned}$$

उदाहरण 3 : 12 सेंटी मीटर म्हणजे किती मिलीमीटर ?

$$\begin{aligned} 1 \text{ सेंटी मीटर} &= 10 \text{ मिलीमीटर} \\ \therefore 12 \text{ सेंटी मीटर} &= 10 \times 12 \\ &= 120 \text{ मिलीमीटर} \end{aligned}$$

मोठ्या एककाचे लहान एककात रूपांतर करताना,

नियम : मीटरचे किलोमीटरमध्ये रूपांतर करताना दिलेल्या संख्येला 1,000 ने भागावे.
सेंटीमीटरचे मीटरमध्ये रूपांतर करताना दिलेल्या संख्येला 100 ने भागावे.
मिलीमीटरचे सेंटीमीटरमध्ये रूपांतर करताना दिलेल्या संख्येला 10 ने भागावे.

टीप : लांबीच्या लहान एककातून लांबीच्या मोठ्या एककात रूपांतर करताना आपण भागाकार करावा.

खालील उदाहरणाचे निरीक्षण करा :

उदाहरण 4 : 3,000 मीटरचे किलोमीटरमध्ये रूपांतर करा.

$$1,000 \text{ मीटर} = 1 \text{ किलोमीटर}$$

$$\therefore 3,000 \text{ मीटर} = 3,000 \div 1,000 = 3 \text{ कि.मी.}$$

उदाहरण 5 : 575 सेंटीमीटरचे मीटरमध्ये रूपांतर करा.

$$100 \text{ सेंटी मीटर} = 1 \text{ मीटर}$$

$$\therefore 575 \text{ मीटर} = 575 \div 100 = 5.75 \text{ मीटर}$$

उदाहरण 6 : 400 मिलीमीटरचे सेंटी मीटरमध्ये रूपांतर करा.

$$10 \text{ मिलीमीटर} = 1 \text{ सेंटीमीटर}$$

$$\therefore 400 \text{ मिली मीटर} = 400 \div 10 = 40 \text{ सेंटी मीटर}$$

कृती 1 :

तुमच्या वर्गातील फळ्याची लांबी, मीटरपट्टीने मोजा व मीटरमध्ये लिहा.

कृती 2 :

तुम्ही बसत असलेल्या डेस्कची लांबी मीटरपट्टीने मोजा व मीटरमध्ये लिहा.

कृती 3 :

तुमच्या घरातील खोलीची व वर्गाच्या खोलीची लांबी, मोजण्याच्या टेपने मोजून खालीलप्रमाणे लिहा.

अ.नं.	खोली	एकूण लांबी सेंटीमीटरमध्ये	लांबी मीटरमध्ये
1	घर		
2	वर्ग खोली		

स्वाध्याय 8.1

I. तोंडी उत्तरे द्या -

- 1) 1 सेंटीमीटर म्हणजे किती मिलीमीटर ?
- 2) 1 मीटर म्हणजे किती सेंटीमीटर ?
- 3) 1 किलोमीटर म्हणजे किती मीटर ?
- 4) अर्धा किलोमीटर म्हणजे किती मीटर ?
- 5) $\frac{3}{4}$ मीटर म्हणजे किती सेंटीमीटर ?

II. सोडवा -

- 1) 573 सेंटी मीटरचे मीटरमध्ये रूपांतर करा.
- 2) 1,378 मीटरचे किलोमीटरमध्ये रूपांतर करा.
- 3) 1,515 सेंटीमीटरचे मिलीमीटरमध्ये रूपांतर करा.
- 4) राधाची शाळा तिच्या घरापासून 2,450 मीटर अंतरावर आहे. तर हे अंतर किलोमीटर मध्ये दाखवा.
- 5) एका मैदानाची लांबी 15 मीटर आहे. त्या मैदानाच्या लांबीचे सेंटीमीटरमध्ये रूपांतर करा.

लांबीच्या मापनावर आधारीत उदाहरणे :-

उदाहरण 1 :

एक व्यापाऱ्याने एका व्यक्तीला 5 मी. 40 सें.मी. इतके लाल रंगाचे कापड व 3 मी. 40 सें.मी. इतके पांढऱ्या रंगाचे कापड विकले. तर त्या व्यापाऱ्याने विकलेल्या कापडाची एकूण लांबी किती ?

लाल रंगाच्या कापडाची लांबी = 5 मी. 40 सें.मी.

पांढऱ्या रंगाच्या कापडाची लांबी = 3 मी. 40 सें.मी.

विकलेल्या कापडाची एकूण लांबी = 8 मी. 80 सें.मी.

उदाहरण 2 :

ग्रामपंचायतीने शाळा ते ग्रामपंचायत हा एकूण 3 कि.मी. 300 मी. इतका रस्ता करण्यास सुरुवात केली. त्यानी 2 कि.मी. 150 मी. इतका रस्ता केलेला असल्यास. अजून करावयाच्या रस्त्याची लांबी किती ?

$$\begin{array}{rcl}
 \text{एकूण तयार करावयाच्या रस्त्याची लांबी} & = & 3 \text{ कि.मी. } 300 \text{ मी.} \\
 \text{एकूण तयार केलेल्या रस्त्याची लांबी} & = & 2 \text{ कि.मी. } 150 \text{ मी.} \\
 \hline
 \therefore \text{ न तयार केलेल्या रस्त्याची लांबी} & = & 1 \text{ कि.मी. } 150 \text{ मी.}
 \end{array}$$

उदाहरण 3 :

एक फुलदाणी सजविण्यासाठी 2 मी. 30 सें.मी. लांबीची वायर लागते. तर अशा 9 फुलदाण्या सजविण्यासाठी किती लांबीची वायर लागेल ? लांबी मी. मध्ये सांगा.

$$\begin{array}{rcl}
 1 \text{ फुलदाणी सजविण्यासाठी लागणारी वायरची लांबी} & = & 2 \text{ मी. } 30 \text{ सें.मी.} \\
 9 \text{ फुलदाण्या सजविण्यासाठी लागणारी वायरची लांबी} & = & 2 \text{ मी. } 30 \text{ सें.मी.} \times 9 \\
 & & \hline
 & & 18 \text{ मी. } 270 \text{ सें.मी.}
 \end{array}$$

येथे 270 सें.मी.चे मीटरमध्ये रूपांतर करू -

$$\begin{array}{rcl}
 \text{लागणाऱ्या वायरची एकूण लांबी} & = & 18 \text{ मी. } 270 \text{ सें.मी.} \\
 & = & 18 \text{ मी. } + 200 \text{ सें.मी. } + 70 \text{ सें.मी.} \\
 & = & 18 \text{ मी. } + 2 \text{ मी. } + 70 \text{ सें.मी. } (100 \text{ सें.मी. } = 1 \text{ मी.}) \\
 & = & 20 \text{ मी. } + 70 \text{ सें. मी.} \\
 & = & 20.7 \text{ मी.}
 \end{array}$$

उदाहरण 4 :

5 कामगारांनी मिळून गणवेश शिवून घेण्यास एकूण 9 मीटर कापड खरेदी केले. ते कापड सर्वांनी समान प्रमाणात वाटून घेतले. तर प्रत्येक कामगाराला किती लांबीचे कापड मिळाले ?

$$\begin{array}{rcl}
 5 \text{ कामगारांनी मिळून खरेदी केलेल्या कापडाची एकूण लांबी} & = & 9 \text{ मी.} \\
 \therefore \text{ प्रत्येक कामगाराला मिळालेल्या कापडाची लांबी} & = & 9 \text{ मी. } \div 5 \\
 & = & 1.8 \text{ मी.}
 \end{array}$$

येथे 1.8 मीटरचे सेंटीमीटरमध्ये रूपांतर करू

1 मी. = 100 सें.मी.

∴ 1.8 मी. × 100 सें.मी. = 180.0 सें.मी.
= 180 सें.मी.

प्रत्येक कामगाराला मिळणाऱ्या कापडाची लांबी = 1.8 मी. अथवा 1 मी. 80 सें.मी.

कृती 1 :

तुमच्या शाळेतील राष्ट्र ध्वजाची लांबी आणि रुंदी मीटरपट्टीच्या साहाय्याने मोजा. त्यातील केशरी, पांढरा व हिरवा या पट्ट्यांची रुंदी मोजून त्यांची बेरीज करा.

सर्व पट्ट्यांच्या रुंदीची बेरीज ही राष्ट्रध्वजाच्या रुंदी इतकी आहे का?

कृती 2 :

तुमच्या वर्गातील सर्वात उंच मित्राची व तुमची उंची सेंटीमीटरमध्ये मोजा. उंची मधील फरक सांगा.

स्वाध्याय 8.2

I. तोंडी उदाहरणे -

- 1) एका वायरची लांबी 3 मीटर आहे. तर अशा 5 वायर्सची एकूण लांबी किती?
- 2) 50 मीटर कापडच्या ताग्यामधील 17 मीटर कापड विकले गेले, तर राहिलेल्या कापडाची लांबी किती?
- 3) 24 मीटर रंगीत रिबन 8 विद्यार्थीनी मध्ये समान वाटली. तर प्रत्येक विद्यार्थीनीला किती लांबीची रिबन मिळाली?
- 4) 9 मीटरमध्ये किती सेंटीमीटर असतात?
- 5) एका लाकडी फळीची लांबी 19 मीटर आहे. या फळीचे प्रत्येकी 3 मीटर लांबीचे 5 तुकडे केले तर राहिलेल्या फळीच्या तुकड्याची लांबी किती?

II. बेरीज करा :

- 1) 22 मी. 71 सें.मी. आणि 14 मी. 30 सें.मी.
- 2) 4 कि.मी. 230 मी. आणि 22 कि.मी. 280 मी.

III. वजाबाकी करा :

- 1) 75 मी. 48 सें.मी. मधून 68 मी. 35 सें.मी.
- 2) 17 कि.मी. 650 मी. मधून 12 कि.मी. 425 मी.

IV. खालील उदाहरणे सोडवा.

- 1) एका रेषेची लांबी 12 सें.मी. आहे. तर या रेषेचे 3 सेंटीमीटर लांबीचे किती तुकडे होतील? त्या रेषेचे असे तुकडे करता येतील का?
- 2) रवीने 3 मीटर 60 सेंटीमीटर लांबीचे पॅन्टचे कापड विकत घेतले. त्यातील 1 मीटर 20 सेंटीमीटर लांबीचे कापड त्याने आपल्या लहान भावाला दिले तर किती लांबीचे कापड रवीकडे शिल्लक राहिले?
- 3) जॉनने पुढीलप्रमाणे कापड खरेदी केले. शर्टासाठी 2 मी. 20 सें.मी., पॅन्टसाठी 1 मी. 20 सें.मी. आणि कोटासाठी 4 मी. 80 सें.मी. तर त्याने खरेदी केलेल्या कापडाची एकूण लांबी किती?
- 4) एक फ्रॉक शिवण्यासाठी 2 मी. 80 सें.मी. लांबीचे कापड लागते. असे 12 फ्रॉक शिवण्यासाठी किती लांबीचे कापड लागेल?
- 5) कुर्ता व पायजमा अशा 6 जोड्या शिवण्यासाठी 33 मी. लांबीचे कापड लागते. तर कुर्ता व पायजमा अशी 1 जोडी शिवण्यासाठी किती लांबीचे कापड लागेल?
- 6) 8 बंडल वायरची एकूण लांबी 204 मी. आहे. तर एका बंडल मधील वायरची लांबी किती असेल?

- 7) एका टेबलाची उंची 1 मी. 25 सें.मी. आहे व स्टूलची उंची, टेबलाच्या उंचीपेक्षा 50 सें.मी. ने कमी असल्यास, स्टूलची उंची किती ?
- 8) एका ग्रामपंचायतने मुख्य रस्त्यापासून खेड्याला जोडण्याचा एक रस्ता करण्याचे ठरविले. पहिल्या दिवशी 3 कि.मी. 460 मी. लांबीचा तर दुसऱ्या दिवशी 4 कि.मी. 540 मी. लांबीचा रस्ता केला. तर एकूण किती लांबीचा रस्ता ग्रामपंचायतीने केला ?

• • •

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

प्रकरण 9

परिमिती आणि क्षेत्रफळ (Perimeter and Area)



या प्रकरणाच्या अध्ययनानंतर आपण हे शिकाल -

‘आयत’ व ‘चौरस’ यांची परिमिती, याला अनुसरून

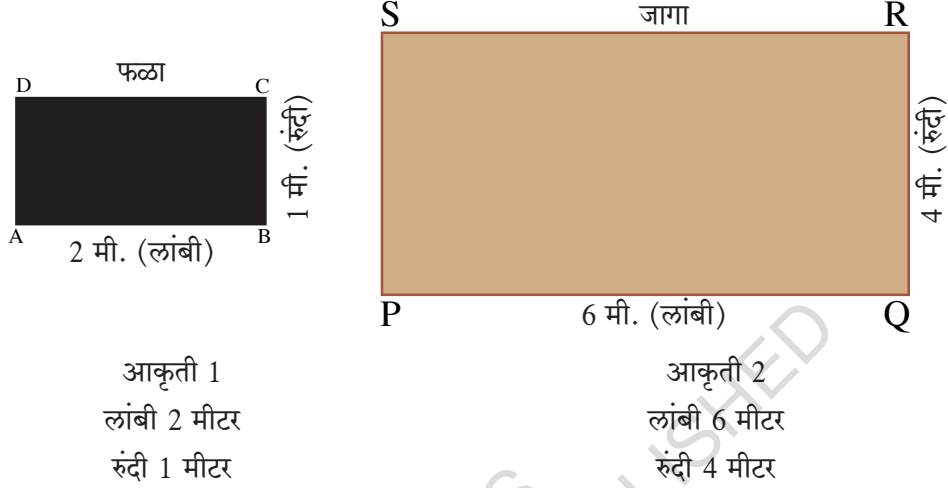
- ‘परिमिती’ या शब्दाचा अर्थ स्पष्ट करता येईल.
- आयताची लांबी व रुंदी मोजून त्याची परिमिती काढता येईल.
- आयताची परिमिती ही आयताच्या लांबीची दुप्पट व आयताच्या रुंदीची दुप्पट यांच्या बेरजे इतकी असते हे स्पष्ट करता येईल.
- सूत्राच्या साहाय्याने आयताची परिमिती काढता येईल.
- चौरसाची लांबी मोजून त्याची परिमिती काढता येईल.
- चौरसाची परिमिती ही त्याच्या लांबीच्या चौपट असते असे स्पष्ट करता येईल.
- सूत्राच्या साहाय्याने चौरसाची परिमिती काढता येईल.

‘आयत’ व ‘चौरसाचे’ क्षेत्रफळ याला अनुसरून.

- ‘क्षेत्रफळ’ या शब्दाचा अर्थ स्पष्ट कराल.
- आयताचे एकक चौरसात विभागणी करून त्याचे क्षेत्रफळ काढाल.
- आयताचे क्षेत्रफळ हे त्याची लांबी व रुंदी यांच्या गुणाकाराइतके असते, असे स्पष्ट कराल.
- सूत्राचा उपयोग करून आयताचे क्षेत्रफळ काढाल.
- चौरसाची एकक चौरसामध्ये विभागणी करून त्याचे क्षेत्रफळ काढाल.
- चौरसाचे क्षेत्रफळ त्याच्या लांबीच्या वर्गाइतके असते, असे स्पष्ट कराल.
- सूत्राचा उपयोग करून चौरसाचे क्षेत्रफळ काढाल.

आयताची लांबी, रुंदी आणि परिमिती :

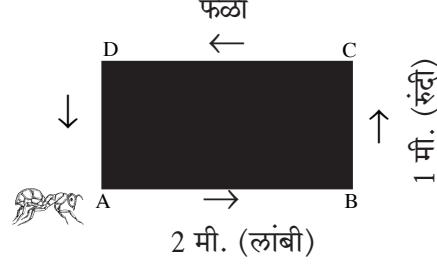
खालील आकृतींचे निरीक्षण करून तुलना करा. त्यांच्या मापनातील फरकाची नोंद करा.



आता दोन्ही आकृत्यामधील समानता पाहू -

- 1) दोन्ही आकृत्यांना 'लांबी व रुंदी' अशी दोन परिमाणे आहेत.
- 2) दोन परिमाणे असलेल्या आकृत्यांना 'प्रतलीय आकृत्या' असे म्हणतात. म्हणून वर दिलेल्या दोन आकृत्यांना सुद्धा प्रतलीय आकृत्या असे म्हणतात.
- 3) आकृती 1 ला चार बाजू आहेत - AB, BC, CD आणि DA
आकृती 2 ला सुद्धा चार बाजू आहेत - PQ, QR, RS आणि SP
- 4) आयताच्या विरुद्ध बाजूंची लांबी समान असते.
आकृती 1 मध्ये $AB = CD$ (लांबी = l) व $BC = DA$ (रुंदी = b)
आकृती 2 मध्ये $PQ = RS$ (लांबी = l) व $QR = SP$ (रुंदी = b)
- 5) आकृती 1 मधील BC व AD या विरुद्ध बाजू एकमेकीशी समान आहेत. (रुंदी)
आकृती 2 मधील QR व PS या विरुद्ध बाजू एकमेकीशी समान आहेत. (रुंदी).
- 6) या दोन्ही आकृत्या आयत आहेत.

आकृती 1 पाहू -



एका आयताकृती फळ्याच्या भोवती एक किडा बिंदू A पासून बिंदू B पर्यंत, बिंदू B पासून बिंदू C पर्यंत, बिंदू C पासून बिंदू D पर्यंत आणि बिंदू D पासून बिंदू A पर्यंत एक फेरा पूर्ण करतो. तर किड्याने एकूण किती अंतर पूर्ण केले?

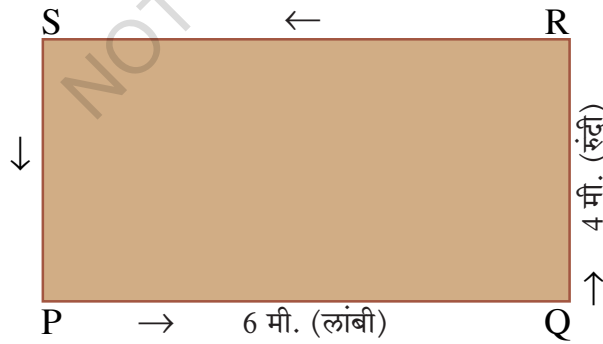
त्या किड्याने आक्रमिलेले अंतर आपण काढू शकाल का?

खालील टप्प्यांचे निरीक्षण करा.

आरंभ बिंदू A पासून पूर्ण केलेले एकूण अंतर = $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$
 $= 2 \text{ मीटर} + 1 \text{ मी.} + 2 \text{ मी.} + 1 \text{ मी.}$
 $= 6 \text{ मीटर.}$

$\therefore$ आयताकृती फळ्याच्या भोवती किड्याने 6 मीटर इतके अंतर पूर्ण केले. आयताकृती फळ्याभोवती एका फेऱ्यात पूर्ण केलेले अंतर म्हणजेच फळ्याची 'परिमिती' होय.

आता आकृती 2 चे निरीक्षण करा



या आयताकृती मैदाना भोवती काटेरी तारेचे कुंपण घालावयाचे आहे. या मैदानाची परिमिती काढण्यासाठी, त्याची लांबी व रुंदी माहीत असणे आवश्यक आहे.

राजू हा कामगार बिंदू P पासून बिंदू Q, बिंदू Q पासून बिंदू R, बिंदू R पासून बिंदू S आणि बिंदू S पासून बिंदू P पर्यंत जागेचे मोजमाप घ्यायला सुरू करतो आणि एकूण जागेच्या मोजमापाची नोंद करतो.

तर, त्या मैदानाची एकूण लांबी किती?

त्या आयताकृती मैदानाची लांबी ही त्याच्या 4 बाजूंच्या मापनाच्या बेरजे इतकी असते.

$$P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow S \rightarrow P$$

$$6 \text{ मीटर} + 4 \text{ मीटर} + 6 \text{ मीटर} + 4 \text{ मीटर} = 20 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{त्या जागेची एकूण लांबी} = 20 \text{ मीटर}$$

आयताकृती जागेच्या भोवती एका फेऱ्याचे मोजमाप म्हणजेच आयताची परिमिती होय.

वरील दोन उदाहरणावरून आपणास असे समजते की,

- * कोणत्याही आयताला 4 बाजू असतात. आयताच्या 4 बाजूंची बेरीज म्हणजे त्याची परिमिती होय.
- * आयताला दोन लांबी व दोन रुंदी असून त्या एकमेकीशी विरुद्ध असतात व त्यांची मापे समान असतात.

$$\begin{aligned} \text{आयताची परिमिती} &= (2 \times \text{लांबी} + 2 \times \text{रुंदी}) \\ &= (2l + 2b) \text{ एकक} \end{aligned}$$

ध्यानात घ्या : परिमिती ही लांबीच्या एककामध्ये व्यक्त करतात

उदाहरण : मीटर - (m), सेंटीमीटर - (cm)

कृती 1 :

तुमच्या गणित पाठ्यपुस्तकाच्या मुखपृष्ठाची लांबी व रुंदी मोजपट्टीने मोजा व त्याची परिमिती काढा.

कृती 2 :

तुमच्या कंपासपेटीची लांबी व रुंदी मोजपट्टीने मोजा व कंपासपेटीची परिमिती काढा.

उदाहरण : 1

एका आयताकृती खोलीची लांबी व रुंदी अनुक्रमे 4 मीटर आणि 3 मीटर आहे. तर त्या खोलीची परिमिती काढा.

पायरी 1 : दिलेल्या गोष्टी : लांबी = 4 मीटर, रुंदी = 3 मीटर

पायरी 2 : आयताकृती खोलीची परिमिती

$$= (2l + 2b) \text{ एकक}$$

$$= (2 \times 4 + 2 \times 3)$$

$$= (8 + 6)$$

$$= 14 \text{ मीटर}$$

**उदाहरण : 2**

एका आयताकृती बागेची लांबी 10 मीटर व रुंदी 8 मीटर आहे. त्या बागे भोवती काटेरी तारेचे 4 वेढे असलेले कुंपण घालण्यासाठी लागणाऱ्या तारेची लांबी किती?

पायरी 1 :

दिलेल्या गोष्टी : लांबी = 10 मीटर, रुंदी = 8 मीटर

पायरी 2 :

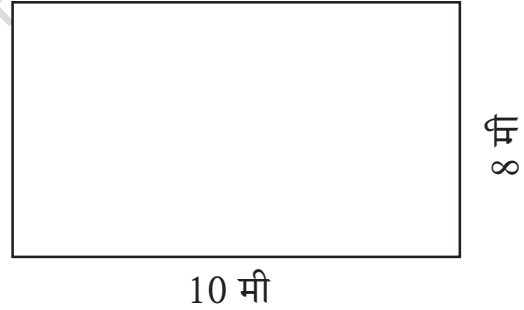
आयताकृती बागेची परिमिती

$$= (2l + 2b) \text{ एकक}$$

$$= (2 \times 10 + 2 \times 8)$$

$$= (20 + 16)$$

$$= 36 \text{ मीटर}$$



पायरी 3 :

$\therefore$ तारेचे 4 वेढे घालण्यासाठी लागणाऱ्या काटेरी तारेची लांबी

$$= 4 \times \text{परिमिती}$$

$$= 4 \times 36 \text{ मी.}$$

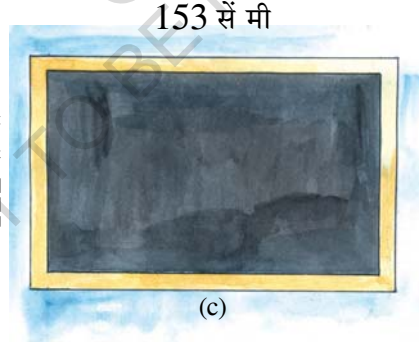
$$= 144 \text{ मी.}$$

स्वाध्याय 9.1

I) तोंडी उत्तरे द्या -

- 1) द्विमितीय आकृत्या असे कोणत्या आकृत्यांना म्हणतात?
- 2) आयताच्या दोन परिमाणांची नावे लिहा.
- 3) आयतामध्ये विरुद्ध बाजूंच्या किती जोड्या असतात?
- 4) आयताच्या संमुख बाजू कशा असतात?
- 5) आयताची परिमिती ही त्याच्या लांबी व रुंदीच्या बेरजेच्या कितीपट असते?

II) खालील चित्रांची परिमिती काढा.



III) आयतांची लांबी व रुंदी खाली दिलेली आहे. त्यावरून त्याची परिमिती काढा.

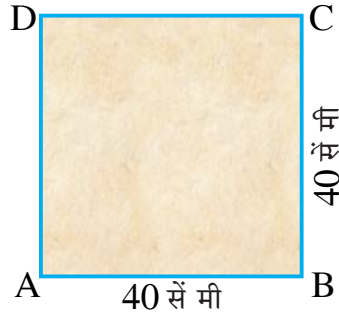
आयत क्रमांक	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
लांबी (सेंटीमीटरमध्ये)	2	2	3	5	5	3	4	5	8	7
रुंदी (सेंटीमीटरमध्ये)	3	4	4	4	2	6	6	6	6	9
परिमिती										

IV) खालील उदाहरणे सोडवा:

- 1) आयताकृती खोलीची लांबी 6 मीटर आणि रुंदी 4 मीटर आहे. तर त्या खोलीची परिमिती काढा.
- 2) आयताकृती शेताची लांबी 150 मीटर आणि रुंदी 120 मीटर आहे. तर त्या शेताची परिमिती काढा.
- 3) आयताकृती बागेची लांबी 80 मीटर व रुंदी 50 मीटर आहे. तर बागेची परिमिती काढा. बागेभोवती काटेरी तारेचे 5 वेढे घालण्यासाठी लागणाऱ्या तारेची लांबी किती?
- 4) एका सभामंडपाच्या भिंतीची लांबी 80 मीटर व रुंदी 30 मीटर आहे. भिंत सजविण्यासाठी रंगीत पताकांचे 4 वेढे घालण्यासाठी लागणाऱ्या पताकांची लांबी किती? 1 मीटर पताकांची किंमत ₹ 15 असेल तर सभागृहाच्या भिंती सजविण्यासाठी एकूण किती खर्च येईल?
- 5) सकाळच्यावेळी श्रीलता आयताकृती मैदानाभोवती चालत तीन फेरे पूर्ण करते. मैदानाची लांबी व रुंदी अनुक्रमे 320 मी. व 210 मी. असल्यास श्रीलताने चाललेले एकूण अंतर किती?

चौरसाची परिमिती

रहीमकडे हातरुमाल आहे. त्याने रुमालाची लांबी व रुंदी मोजली. त्याला लांबी व रुंदी यांचे माप प्रत्येकी 40 सेंटीमीटर असल्याचे आढळले. त्याने हातरुमालाची लांबी 40 सें मी व रुंदी 40 सें मी घेऊन आकृती काढली. येथे आकृतीची लांबी व रुंदी समान आहे म्हणून त्याने लांबी आणि लांबी असे लिहिले.



त्याने हातरुमालाच्या गुणधर्मांची यादी खालीलप्रमाणे केली -

- 1) लांबी आणि लांबी अशी दोन परिमाणे आहेत.
- 2) येथे समान लांबीच्या चार बाजू आहेत (AB, BC, CD आणि DA)
- 3) चारी बाजू समान आहेत म्हणून हा 'चौरस' आहे.

रहीमने बिंदू A पासून बिंदू B , बिंदू B पासून बिंदू C , बिंदू C पासून बिंदू D आणि बिंदू D पासून बिंदू A पर्यंत चारी बाजूंची लांबी मोजून त्यांची बेरीज केली.

चौरसाकृती हातरुमालाची एकूण लांबी

$$\begin{aligned}
 &= A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \\
 &= 40 \text{ सें मी} + 40 \text{ सें मी} + 40 \text{ सें मी} + 40 \text{ सें मी} \\
 &= 160 \text{ सेंटीमीटर.}
 \end{aligned}$$

$\therefore$ हातरुमालाच्या चार बाजूंची एकूण लांबी = 160 सेंटीमीटर या एका फेऱ्याची एकूण लांबी म्हणजेच “चौरसाची परिमिती” होय.

येथे प्रत्येकी 4 बाजूंची लांबी समान 40 सेंटीमीटर आहे. म्हणून खालीलप्रमाणे आम्ही परिमिती काढू-

$$\begin{aligned}
 \text{चौरसाची परिमिती} &= 4 \times l = (4 \times 40) \text{ सेंटीमीटर} \\
 &= 160 \text{ सेंटीमीटर.}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{चौरसाची परिमिती} = 4 \times l = 4l$$

कृती 1 :

निसर्गातील चौरस आकाराची चित्रे जमा करून त्यांची परिमिती काढा.

कृती 2 :

वेगवेगळ्या रंगाचे कागद घेऊन 5 सें.मी., 6.5 सें.मी., 7 सें.मी. व 7.5 सें.मी. बाजू असणारे चौरस कापून चित्रकलावहीत चिकटवा आणि त्यांची परिमिती काढा.

उदाहरण : 1

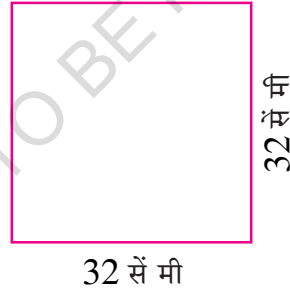
चौरसाकृती मैदानाची लांबी 80 मीटर आहे. त्याच मैदानाची परिमिती काढा.

मैदानाची लांबी = 80 मीटर

∴ मैदानाची परिमिती = $(4 \times l)$ एकके
 = (4×80) मीटर
 = 320 मीटर.

उदाहरण : 2

दिलेल्या आकृतीची परिमिती काढा



चौरसाची लांबी = 32 सेंटीमीटर

∴ चौरसाची परिमिती = $(4 \times l)$ एकक
 = (4×32) सेंटीमीटर
 = 128 सेंटीमीटर

उदाहरण : 3

एका चौरस मैदानाची लांबी 75 मीटर आहे. मेरी मैदानासभोवती धावत 5 फेऱ्या पूर्ण करते. तर तिने धावलेले एकूण अंतर किती?

$$\begin{aligned}
 \text{दिलेले : मैदानाची लांबी} &= 75 \text{ मीटर} \\
 \text{मेरीने मैदानाभोवती मारलेल्या फेऱ्यांची संख्या} &= 5 \text{ फेरे} \\
 \text{मैदानाची परिमिती} &= (4 \times l) \text{ एकक} \\
 &= 4 \times 75 \\
 &= 300 \text{ मीटर}
 \end{aligned}$$

मेरीने एका फेऱ्यात 300 मीटर अंतर कापले

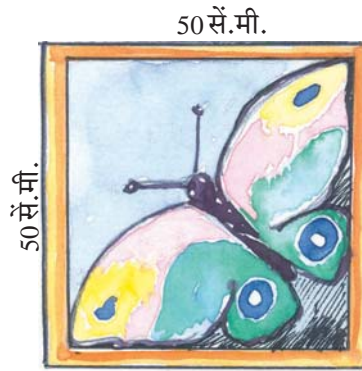
$$\begin{aligned}
 \therefore \text{मेरीने 5 फेऱ्यात कापलेले अंतर} &= 300 \text{ मी} \times 5 \\
 &= 1500 \text{ मीटर}
 \end{aligned}$$

स्वाध्याय 9.2**I) तोंडी उत्तरे द्या :**

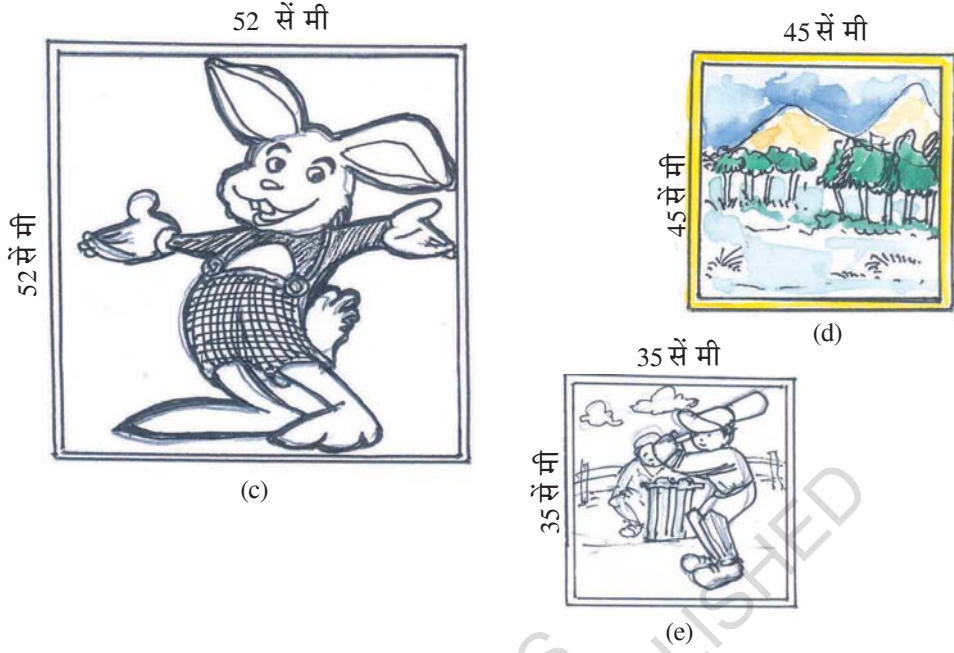
- 1) चौरसाची दोन परिमाणे कोणती?
- 2) चौरसामध्ये असणाऱ्या समान बाजूंची संख्या किती?
- 3) चौरसाची परिमिती ही त्याच्या एका बाजूच्या लांबीच्या कितीपट असते?
- 4) 5 सें.मी. बाजू असणाऱ्या चौरसाची परिमिती किती?

II) खालील चित्रांची परिमिती काढा.

(a)



(b)



III) चौरसांची लांबी खालील रकान्यात दिलेली आहे. त्यावरून त्यांची परिमिती काढा.

चौरसाचा क्रमांक	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
चौरसाची लांबी (सें.मी. मध्ये)	3	5	11	18	25	30	41	55	63	92
चौरसाची परिमिती										

IV) खालील उदाहरणे सोडवा:

- एका चौरसाकृती खोलीची लांबी 15 मीटर आहे. तर खोलीची परिमिती काढा.
- चौरसाकृती बागेची लांबी 85 मीटर आहे. रामा त्या बागे भोवती 4 फेरे मारतो तर त्याने एकूण किती अंतर पूर्ण केले?
- चौरसाकृती खोलीची लांबी 16 मीटर आहे. खोलीची भिंतीला रंगित कापडाचे 4 वेढे गुंडाळण्यासाठी किती लांबीचे रंगित कापड लागेल?

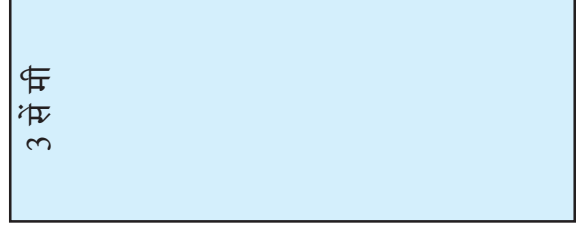
आयताचे क्षेत्रफळ

रश्मीचा पेपर



6 सें.मी.

रिटाचा पेपर



8 सें.मी.

रश्मी व रिटा या वर्ग मैत्रिणी असून कागदाची फुले बनविण्यासाठी त्यानी रंगीत कार्डशीटस् विकत आणले.

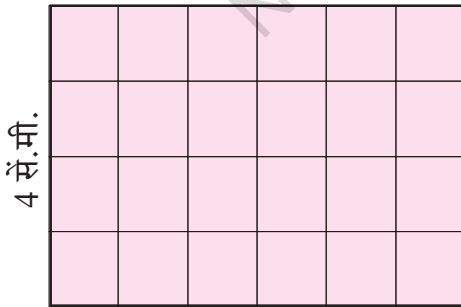
रश्मी, रिटाचा पेपर पाहून म्हणते की, माझा पेपर तुझ्या पेपरपेक्षा रुंद आहे. म्हणजेच रश्मीचा पेपर रिटाच्या पेपरपेक्षा आकाराने मोठा आहे.

नंतर रिटा, रश्मीचा पेपर पाहून म्हणते की, माझा पेपर तुझ्या पेपरपेक्षा जास्त लांब आहे. म्हणजेच रिटाचा पेपर हा आकाराने मोठा व रश्मीचा पेपर लहान आहे.

तर मग, नक्की कोणाचा पेपर आकाराने मोठा आहे? प्रत्येक पेपरचा आकार कसा काढावा? कोणाचा पेपर मोठा आहे हे पाहण्यासाठी, आपणास कोणाचा पेपर किती जागा व्यापतो ते पाहिले पाहिजे.

मोजपट्टीच्या साहाय्याने रश्मीच्या पेपरचे लांबीचे 6 समान भाग व रुंदीचे 4 समान भाग करू. त्याचप्रमाणे मोजपट्टीच्या साहाय्याने रिटाच्या पेपरच्या लांबीचे 8 समान भाग व रुंदीचे 3 समान भाग करू.

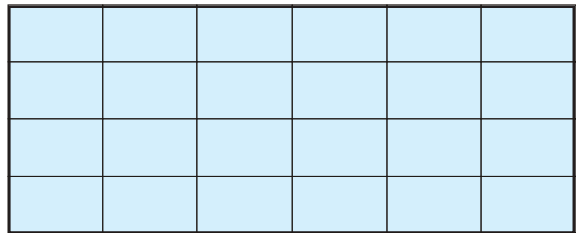
रश्मीचा पेपर



6 सें.मी.

आकृती -1

रिटाचा पेपर



8 सें.मी.

आकृती -2

आकृती-1 आणि आकृती-2 चे निरीक्षण करा. प्रत्येक पेपरमध्ये अनेक चौरस आहेत. प्रत्येक चौरसाचा आकार मोजला असता तो 1 सें.मी. लांब व 1 सें.मी. रुंद असा आपल्याला मिळतो.

लांबी 1 एकक $\times$ रुंदी 1 एकक चे 1 चौ एकक बनते

येथे 1 सेंटीमीटर $\times$ 1 सेंटीमीटर = 1 चौ सेंटीमीटर आहे.

$$\begin{aligned} 1 \text{ वर्ग एकक} &= \text{लांबी 1 एकक} \times \text{रुंदी 1 एकक} \\ &= 1 \text{ सेंटीमीटर} \times 1 \text{ सेंटीमीटर} \\ &= 1 \text{ चौ सेंटीमीटर} \end{aligned}$$

एकाच एकातील दोन समान परिमाणांच्या मापनांच्या गुणाकाराला चौरस (चौ). एकक म्हणतात

आकृती 1 मधील चौरस मोजा. आम्हाला 24 चौरस मिळाले.

$\therefore$ रश्मीच्या पेपरचा आकार 24 चौरस सें.मी. आहे.

आता आकृती 2 मधील चौरस मोजा. येथे सुद्धा आम्हाला 24 चौरस मिळाले.

$\therefore$ रिटाच्या पेपरचा आकारसुद्धा 24 चौरस सेंटीमीटर आहे. जरी रश्मी व रिटाच्या पेपरची लांबी व रुंदी वेगवेगळी असली तरी ते समान जागा व्यापतात.

त्याचप्रमाणे आयतामधील एकूण जागा काढायची असेल तर आयताचे समान एकक चौरस पाडावे. आयतातील चौरसांची एकूण संख्या आयताने व्यापलेली एकूण जागा होय.

प्रतलीय आकृतीने व्यापलेली जागा म्हणजेच त्या आकृतीचे 'क्षेत्रफळ' होय.

आयताचे समान चौरस करून आयताचे क्षेत्रफळ काढता येतेच असे नाही. काही वेळा दिलेली संख्या (मापे) मोठी असेल तर जास्त वेळ लागतो.

आकृती 1 व 2 चे निरीक्षण करा त्यांचे क्षेत्रफळ अगोदर काढलेलेच आहे.

आकृती 1 ची लांबी व रुंदी पहा -

आयताची लांबी = 6 सेंटीमीटर

व रुंदी = 4 सेंटीमीटर

∴ आयताचे क्षेत्रफळ = ?

लांबी व रुंदी यांचा गुणाकार करा.

आयताचे क्षेत्रफळ = $l \times b$

= 6 सेंटीमीटर x 4 सेंटीमीटर

= 24 (सें.मी.)²

= 24 चौरस सेंटीमीटर

याचप्रमाणे आकृती 2 ची लांबी व रुंदी पहा -

आयताची लांबी = 8 सेंटीमीटर

आयताची रुंदी = 3 सेंटीमीटर

∴ आयताचे क्षेत्रफळ = ?

लांबी व रुंदी यांचा गुणाकार करा.

आयताचे क्षेत्रफळ = $l \times b$

= 8 सेंटीमीटर x 3 सेंटीमीटर

= 24 (सें.मी.)²

= 24 चौरस सेंटीमीटर

म्हणजेच, जेव्हा आपण लांबी व रुंदी या दोन्हींचा गुणाकार करतो तेव्हा आयताचे क्षेत्रफळ मिळते.

∴ आयताचे क्षेत्रफळ = $(l \times b)$ चौरस एकक

∴ क्षेत्रफळ हे नेहमी चौरस एककामध्ये व्यक्त करतात.

टीप : चौरस मीटर = sq. m.

चौरस सेंटीमीटर = sq. cm.

कृती 1 :

पांढऱ्या रंगाचा कोरा कागद घेऊन त्या कागदाची लांबी व रुंदी मोजा. नंतर लांबी व रुंदीचे संख्ये इतके समान चौरस पाडा. प्रत्येक चौरस वेगवेगळ्या रंगाने रंगवा. सर्व चौरस मोजा शेवटी पेपरचे क्षेत्रफळ लिहा.

कृती 2 :

तुमच्या गणित पाठ्यपुस्तकाच्या पहिल्या पानाची लांबी व रुंदी मोजून त्याचे क्षेत्रफळ काढा.

कृती 3 :

तुमच्या वर्गातील टेबलाच्या वरील पृष्ठभागाची लांबी व रुंदी मोजून त्याचे क्षेत्रफळ काढा.

उदाहरण 1 :

आयताकृती खोलीची लांबी 4 मीटर व रुंदी 3 मीटर आहे. तर त्या खोलीतील जमिनीचे क्षेत्रफळ काढा.

पायरी 1 : दिलेले : लांबी = 4 मीटर, रुंदी = 3 मीटर

पायरी 2 : जमिनीचे क्षेत्रफळ = $(l \times b)$ चौरस एकके
 $= (4 \text{ मीटर} \times 3 \text{ मीटर})$
 $= 12 (\text{मीटर})^2$
 $= 12 \text{ चौरस मीटर}$

उदाहरण 2 :

एका सभामंडपाच्या जमिनीची लांबी व रुंदी अनुक्रमे 10 मीटर आणि 8 मीटर आहे. जमिनीवर 2 मीटर x 1 मीटर लांबीच्या दगडी फरशा घालावयाच्या आहेत. तर किती दगडी फरशा घालाव्या लागतील ?

पायरी 1 : दिलेले : लांबी = 10 मीटर, रुंदी = 8 मीटर

पायरी 2 : सभामंडपातील जमिनीचे क्षेत्रफळ = $(l \times b)$ चौरस एकके
 $= (10 \text{ मीटर} \times 8 \text{ मीटर})$
 $= 80 (\text{मीटर})^2$
 $= 80 \text{ चौरस मीटर}$

पायरी 3 : एका दगडी फरशीचे क्षेत्रफळ = $(l \times b)$ चौरस एकक
 = (2×1) चौरस मीटर
 = 2 चौरस मीटर

पायरी 4 :

$$\begin{aligned} \text{लागणाऱ्या फरशीची एकूण संख्या} &= \frac{\text{सभामंडपाच्या जमिनीचे क्षेत्रफळ}}{\text{दगडाच्या एका फरशीचे क्षेत्रफळ}} \\ &= \frac{80 \text{ चौरस मीटर}}{2 \text{ चौरस मीटर}} \\ &= 40 \text{ दगडी फरशा} \end{aligned}$$

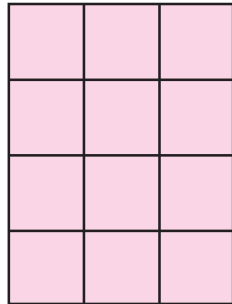
स्वाध्याय 9.3

I) उत्तरे द्या :

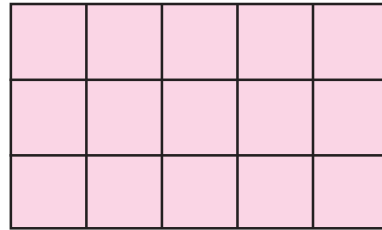
- 1) क्षेत्रफळाचे एकक कोणते?
- 2) एखाद्या सपाट आकृतीच्या आतील भागाच्या जागेला काय म्हणतात?
- 3) एका एकक चौरसाचे क्षेत्रफळ किती असते?

II) खाली दिलेल्या आयताची लांबी चौरसामध्ये विभागली आहे. त्यांचे क्षेत्रफळ काढा.

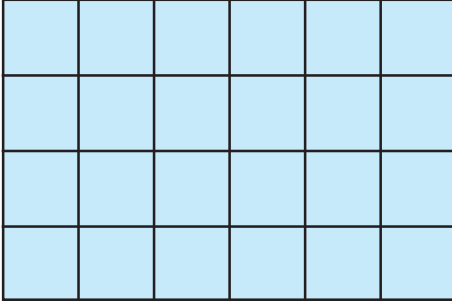
1)



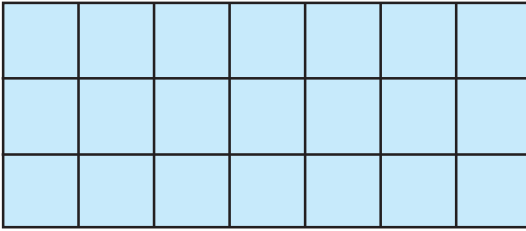
2)



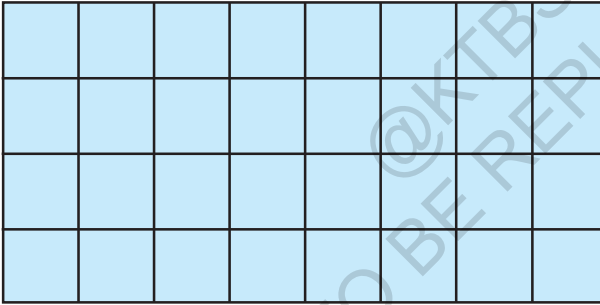
3)



4)



5)



III) आयताची लांबी व रुंदी खालील कोष्टकात दिलेली आहे. त्यावरून त्यांचे क्षेत्रफल काढा.

आयताचे क्रमांक	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
लांबी (सेंटीमीटरमध्ये)	2	2	3	5	5	3	4	5	8	7
रुंदी (सेंटीमीटरमध्ये)	3	4	4	4	2	6	6	6	6	9
क्षेत्रफल										

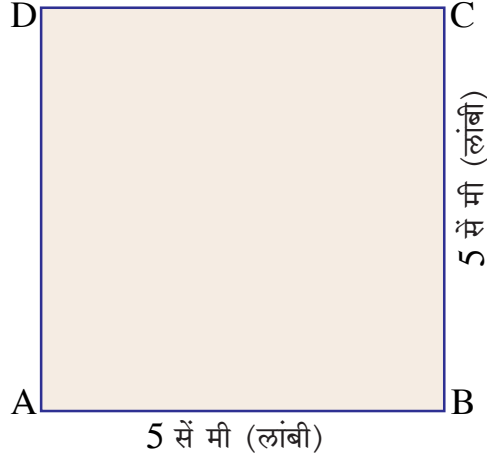
IV) खालील दिलेल्या आकृत्यांचे क्षेत्रफळ काढा.



V) खालील उदाहरणे सोडवा:

- एका शेतकऱ्याच्या आयताकृती जमिनीची लांबी 250 मीटर आणि रुंदी 180 मीटर आहे. तर त्या जमिनीचे क्षेत्रफळ काढा.
- खोलीतील जमीन पूर्णपणे झाकण्यासाठी गालीचा घालावयाचा आहे. जर खोलीची लांबी 16 मीटर आणि रुंदी 5 मीटर असेल तर लागणाऱ्या गालीचाचे क्षेत्रफळ किती?
- एका सभामंडपाची लांबी 25 मीटर व रुंदी 18 मीटर आहे. जमिनीवर 3 मीटर x 1 मीटर आकाराच्या दगडी फरशा घालावयाच्या आहेत. तर किती दगडी फरशा लागतील?
- आयताकृती जागेची लांबी 25 मीटर व रुंदी 15 मीटर आहे. तर त्या जागेचे क्षेत्रफळ काढा. जर 1 चौरस मीटर जागेची किंमत ₹ 250 असेल तर त्या जागेची एकूण किंमत काढा.
- आयताकृती खोलीची लांबी 20 मीटर आणि रुंदी 11 मीटर आहे. जमिनीवर 2 मीटर x 1 मीटर आकाराच्या फरश्या घालावयाच्या आहेत. तर किती फरश्या घालाव्या लागतील?

चौरसाचे क्षेत्रफळ



दिलेल्या आकृतीचे निरीक्षण करा :

येथे समान लांबीची दोन परिमाणे आहेत.

जेव्हा आपण दोन समान लांबीचा गुणाकार करतो तेव्हा चौरसाचे क्षेत्रफळ मिळते
(लक्षात ठेवा आयताचे क्षेत्रफळ = $(l \times b)$)

$$\therefore \text{चौरसाचे क्षेत्रफळ} = (l \times l) \text{ चौ. एकाचे}$$

आता आकृतीची लांबी पाहू -

$$\begin{aligned} \text{चौरसाची लांबी} &= 5 \text{ सेंटीमीटर} \\ \text{चौरसाचे क्षेत्रफळ} &= l \times l \\ &= 5 \text{ सें.मी.} \times 5 \text{ सें.मी.} \\ &= 25 (\text{सें.मी.})^2 \\ &= 25 \text{ चौरस सेंटीमीटर} \end{aligned}$$

कृती 1 :

मोजपट्टीच्या साहाय्याने 5 सेंटीमीटर लांबीचा चौरस काढा. चौरसांच्या चारही बाजूंचे 5 समान भाग करा. 1 एकाकाचे चौरस पडतात. ते चौरस मोजा. आकृतीचे क्षेत्रफळ व केलेले चौरसाची संख्या यांची तुलना करा व तुमचे अनुमान लिहा.

कृती 2 :

मोजपट्टीच्या साहाय्याने 6 सेंटीमीटर लांबीचा चौरस काढा. 1 सेंटीमीटर मापाचे समान चौरस करा वेगवेगळ्या रंगानी ते चौरस रंगवा व ते एकक चौरस मोजून आकृतीचे क्षेत्रफळ काढा.

उदाहरण : 1

चौरसाकृती जमिनीची लांबी 4 मीटर आहे. तर तिचे क्षेत्रफळ काढा.

पायरी 1 : दिलेले : जमिनीची लांबी = 4 मीटर

पायरी 2 : जमिनीचे क्षेत्रफळ = $l \times l$
 = 4 मी x 4 मी
 = 16 (मीटर)^2
 = 16 चौरस मीटर

उदाहरण : 2

चौरसाकृती आकार असलेल्या टेबल टेनिस खेळीच्या हॉलची लांबी 9 मीटर आहे. त्या हॉलच्या जमिनीवर (3 मी x 1 मी) मापाच्या फरशा घालावयाच्या आहेत. तर एकूण किती फरशा लागतील ?

पायरी 1 : हॉलची लांबी = 9 मीटर
 एक फरशीचा आकार = 3 मीटर x 1 मीटर

पायरी 2 : हॉलची क्षेत्रफळ = $l \times l$
 = 9 मीटर x 9 मीटर
 = 81 चौरस मीटर

पायरी 3 : एक फरशीचे क्षेत्रफळ = $l \times b$
 = 3 मीटर x 1 मीटर
 = 3 चौरसमीटर

पायरी 4 :

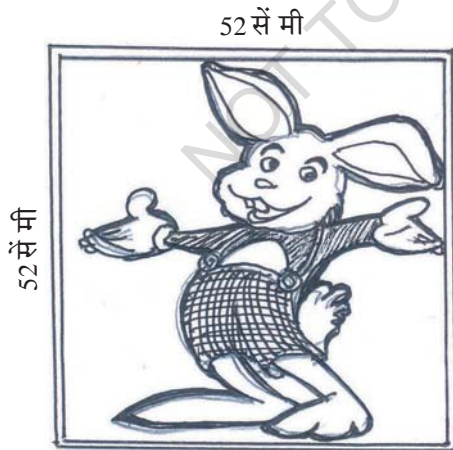
$$\begin{aligned}
 \text{लागणाऱ्या एकूण फरशा} &= \frac{\text{हॉलचे क्षेत्रफळ}}{\text{एक फरशीचे क्षेत्रफळ}} \\
 &= \frac{27 \times 81 \text{ चौरस मीटर}}{81 \text{ चौरस मीटर}} \\
 &= 27 \text{ फरशा}
 \end{aligned}$$

स्वाध्याय 9.4

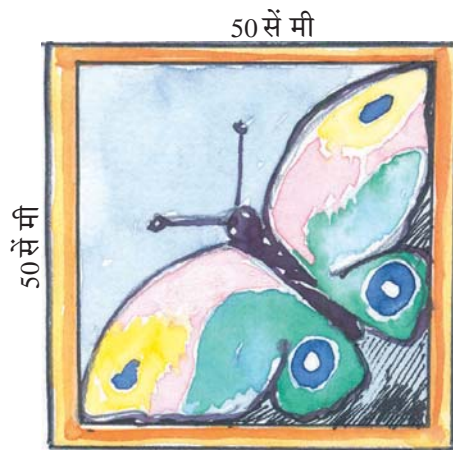
I) तोंडी उत्तरे द्या :

- 1) एका चौरसाने मर्यादीत असलेल्या जागेला काय म्हणतात?
- 2) क्षेत्रफळाचे एकक कोणते?
- 3) चौरसाचे क्षेत्रफळ म्हणजे काय?

II) खाली दिलेल्या आकृत्यांचे क्षेत्रफळ काढा.



(a)



(b)

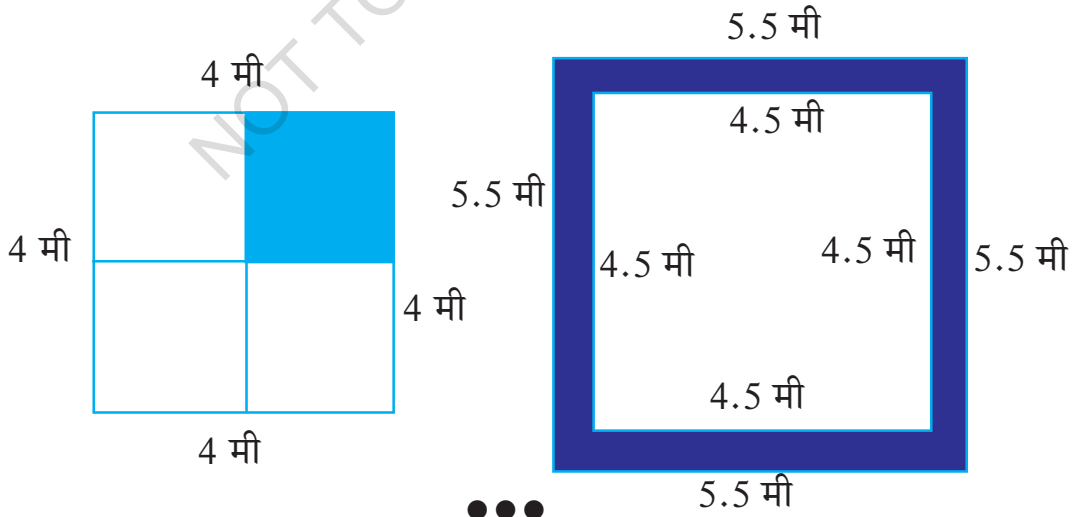
III) चौरसांच्या एका बाजूचे माप दिले आहे त्यावरून त्याचे क्षेत्रफळ काढा.

चौरसांचे क्रमांक	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
चौरसाची एका बाजूची लांबी (सें.मी. मध्ये)	3	5	11	18	25	30	41	55	63	92
चौरसाचे क्षेत्रफळ										

IV) खालील उदाहरणे सोडवा:

- 1) चौरसाकृती खोलीची लांबी 6 मीटर आहे. तर खोलीतील जमिनीचे क्षेत्रफळ किती?
- 2) चौरसाकृती पेपरची लांबी 21 सेंटीमीटर आहे. तर त्या पेपरचे क्षेत्रफळ किती?
- 3) चौरसाकृती कॅनव्हॉस कापडाची लांबी 15 मीटर आहे. तर कापडाचे क्षेत्रफळ काढा.
- 4) चौरसाकृती खोलीची लांबी 8 मीटर आहे. 2 मीटर x 1 मीटर मापाचे ग्रॅनाईट दगड खोलीत जमिनीवर घालायचे आहेत. तर एकूण किती ग्रॅनाईट दगड लागतील?
- 5) चौरसाकृती खोलीची लांबी 400 सें.मी. आहे. 10 सेंटीमीटर लांबीच्या चौरसाकार फरशा खोलीच्या जमिनीवर घालावयाच्या आहेत. तर एकूण किती फरशा लागतील?

V) रेखांकीत भागाचे क्षेत्रफळ काढा.



प्रकरण 10

माहिती संकलन व विवरण



या प्रकरणाच्या अध्ययनानंतर तुम्ही हे शिकाल -

- माहिती संग्रहीत करून त्याची विभागणी करून ती योग्य तक्त्याच्या स्वरूपात मांडणे.
- संग्रहीत केलेली माहिती आलेखाद्वारे दर्शविणे.
- चित्रालेख व स्तंभालेखाद्वारे संग्रहीत माहिती दर्शविणे.
- आलेख काढण्यास योग्य ते प्रमाण (स्केल) घेणे.
- आलेखासाठी योग्य प्रमाण घेण्याची आवश्यकता.
- आलेख काढण्यासाठी आवश्यक टप्प्यांचे विवरण करणे.

मागील इयत्तेत तुम्ही माहिती संग्रहित करणे व ती माहिती चित्रालेख आणि स्तंभालेखाद्वारे कशी दर्शवावी हे शिकला आहात. आता आणखी काही उदाहरणे पाहू.

उदाहरण 1 :



येथे अल्बममध्ये विविध पक्षांची चित्रे आहेत.

त्या अल्बम मधील एकाच प्रकारच्या पक्षांची चित्रे मोजून आशाने इतर पक्षांच्या चित्रांच्या संख्येशी तुलना करून तक्त्यात दर्शविली आहे.

पक्षी	मोजखुणा	संख्या
मोर	𑖦𑖦𑖦	5
पोपट	𑖦𑖦 ।	6
गरूड	॥	2
कबूतर	𑖦𑖦𑖦𑖦	4
चिमणी	𑖦𑖦𑖦	3

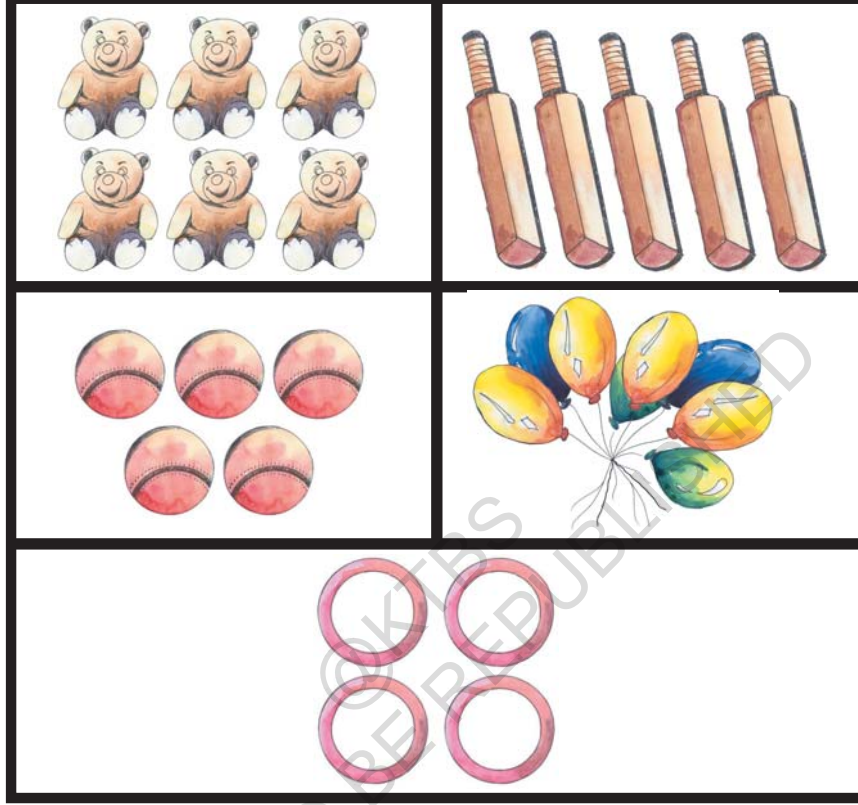
या तक्त्यावरून प्रत्येक पक्षांची संख्या चटकन मोजायला मदत झाली आणि हा तक्ता चित्रालेखाद्वारे खालील प्रमाणे दर्शविला.

वरील तक्त्याच्या चित्रालेख

पक्षाचे नाव	पक्षांची संख्या
मोर	
पोपट	
गरूड	
कबूतर	
चिमणी	

उदाहरण 2 :

खाली दिलेले चित्र पाहा. कपाटात काही खेळणी ठेवली आहेत



प्रत्येक प्रकारच्या खेळण्यांची संख्या मोजून मोजखुणाद्वारे दर्शविले आहे.
तक्त्यात दर्शविलेल्या नोंदीचे निरीक्षण करा.

खेळण्याचे नाव	मोजखुणा	संख्या
बाहुली	𑂔𑂔𑂔 I	6
बॅट	𑂔𑂔𑂔	5
चेंडू	𑂔𑂔𑂔	5
फुगा	𑂔𑂔𑂔 III	8
रिंग	IIII	4

ही माहिती आपण चित्रालेखाद्वारे खालील प्रमाणे दर्शवू शकतो :

खेळण्यांचे नाव	खेळण्यांची संख्या
बाहुली	
बॅट	
चेंडू	
फुगा	
रिंग	

आपण आणखी काही उदाहरणांचा अभ्यास करू.

उदाहरण 3 :

शिक्षिका स्मिता यांनी पाचव्या इयत्तेत शिकणाऱ्या विद्यार्थ्यांना दररोज येणाऱ्या प्रवास पद्धती बद्दल विचारले. विद्यार्थ्यांनी दिलेल्या उत्तरानुसार मोजखुणा करून पुढील तक्ता तयार केला.

प्रवासाचे माध्यम (शालेला येण्याची तऱ्हा)	मोजखुणा	विद्यार्थ्यांची संख्या
चालत	IIII IIII IIII	15
बस	IIII II	10
कार	IIII IIII	10
सायकल	IIII	05

विद्यार्थ्यांची संख्या जास्त आहे. म्हणून जास्त चित्रे काढण्यास जास्त वेळ लागेल.

त्या करिता शिक्षिकेने 5 विद्यार्थ्यांसाठी एक चित्र काढण्याचे ठरविले.

एक चित्र  = 5 विद्यार्थी

प्रवासाचे माध्यम	विद्यार्थ्यांची संख्या
चालत	  
बस	 
कार	 
सायकल	

रहीमने फळाच्या दुकानातून आईच्या वाढदिवसानिमित्त तिला देण्यासाठी काही फळे विकत घेतली. त्याने विकत घेतलेल्या विविध फळांच्या संख्येच्या माहितीचा तक्ता तयार केला.

फळाचे नावे	मोजखुणा	फळांची संख्या
केळी	॥ ॥ ॥ ॥	24
संत्री	॥ ॥ ॥ ।	16
सफरचंद	॥ ॥ II	12
आंबा	॥ ॥ ॥ ॥	20

ही माहिती चित्रालेखाद्वारे दर्शविणे शक्य आहे.

प्रमाण : चित्रातील 1 फळ = 4 फळे

फळांची नावे	फळांची संख्या
केळी	
संत्री	
सफरचंद	
आंबा	

जेव्हा दर्शवायची संख्या जास्त असेल तर वस्तूंच्या ठराविक संख्येबद्दल एक चित्र दाखवून ती वस्तू संख्या स्वरूपात दर्शविता येते.

उदाहरण 5 :

खाली दिलेली माहिती एका दुकानदाराने वर्षातील पहिल्या पाच महिन्यातील पेनांच्या विक्रीची संख्या दर्शविते.

महिने	पेनांची संख्या
जानेवारी	35
फेब्रुवारी	25
मार्च	40
एप्रिल	30
मे	20

ही माहिती आपण चित्रालेखाद्वारे दर्शवू शकतो.

प्रमाण : एक  = 5 पेन दर्शविते.

महिने	विक्री झालेल्या पेनांची संख्या
जानेवारी	
फेब्रुवारी	
मार्च	
एप्रिल	
मे	

सूचना : चित्रालेख काढताना दिलेल्या प्रत्येक वस्तूच्या एकूण संख्येला निश्चित केलेल्या प्रमाणाच्या संख्येने भागून चित्रे काढावयाची संख्या काढता येते.

उदाहरण 5 मध्ये घेतलेल्या संख्या खालील प्रमाणे आहेत.

$$\begin{array}{rcl} 35 \div 5 & = & 7 \\ 25 \div 5 & = & 5 \\ 40 \div 5 & = & 8 \\ 30 \div 5 & = & 6 \\ 20 \div 5 & = & 4 \end{array}$$

चित्रालेखांचे स्पष्टीकरण

उदाहरण 1

35 विद्यार्थी असलेल्या एका वर्गातील एका आठवड्यातील प्रत्येक दिवशी हजार असलेल्या विद्यार्थ्यांची संख्या खालील चित्रालेखाद्वारे दर्शविली आहे.

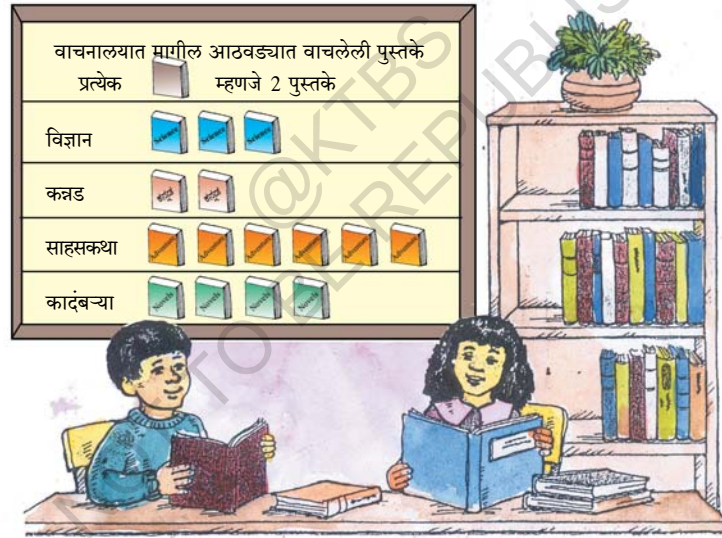
दिवस	 = 5 विद्यार्थी	विद्यार्थ्यांची संख्या
सोमवार		30
मंगळवार		25
बुधवार		15
गुरुवार		35
शुक्रवार		20
शनिवार		10

चित्रालेखाचा अभ्यासकरून खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा

- जास्तीत जास्त विद्यार्थी हजर असलेला दिवस कोणता?
- सर्वात कमी विद्यार्थी हजर असलेला दिवस कोणता?
- सोमवारी हजर असलेल्या विद्यार्थ्यांची संख्या किती?
- मंगळवार आणि शुक्रवार या दोन दिवसातील हजर विद्यार्थ्यांच्या संख्येतील फरक किती?
- बुधवारी गैरहजर असलेल्या विद्यार्थ्यांची संख्या किती?

स्वाध्याय 10.1

1) खालील चित्रालेख पाहा आणि प्रश्नांची उत्तरे लिहा.



प्रत्येक  = 2 पुस्तके

- वाचलेल्या विज्ञान पुस्तकांची संख्या =
- वाचलेल्या कन्नड पुस्तकांची संख्या =
- वाचलेल्या साहसकथांच्या पुस्तकांची संख्या =

- वाचलेल्या कादंबऱ्यांची संख्या =
- वाचलेल्या एकूण पुस्तकांची संख्या =

2) एका तालुक्यातील 5 गावातील कारगाड्यांच्या संख्येचे विवरण चित्रालेखाद्वारे दर्शविले आहे.

खेडेगाव	 = 5 कार्स
गाव 1	
गाव 2	
गाव 3	
गाव 4	
गाव 5	

वर दिलेल्या चित्रालेखाचे निरीक्षण करून, खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

- जास्तीत जास्त कारगाड्या असलेले गाव कोणते?
- सर्वात कमी कारगाड्या असलेले गाव कोणते?
- पाचही गावात मिळून एकूण किती कारगाड्या आहेत?
- गाव 5 पेक्षा गाव 3 मध्ये किती कारगाड्या जास्त आहेत?
- कोणत्या दोन गावामध्ये कारगाड्यांची संख्या समान आहे?

- 3) रामूजवळ 5 पेन्स, 3 खोडरबर, 6 पुस्तके, 2 शिसपेन्सिल व एक शार्पनर (गिरमिट) आहे.

या माहितीच्या आधारे तक्ता तयार करून तो चित्रालेखाद्वारे दर्शवा.

वस्तूचे नाव	वस्तूची संख्या

वस्तूचे नाव	चित्रालेख

- 3) बल्ब तयार करणाऱ्या एका कारखान्यात एक आठवड्यात उत्पादन केलेल्या बल्बसूची संख्या दिली आहे. योग्य प्रमाण घेऊन माहितीच्या आधारे त्याचा चित्रालेख काढा.

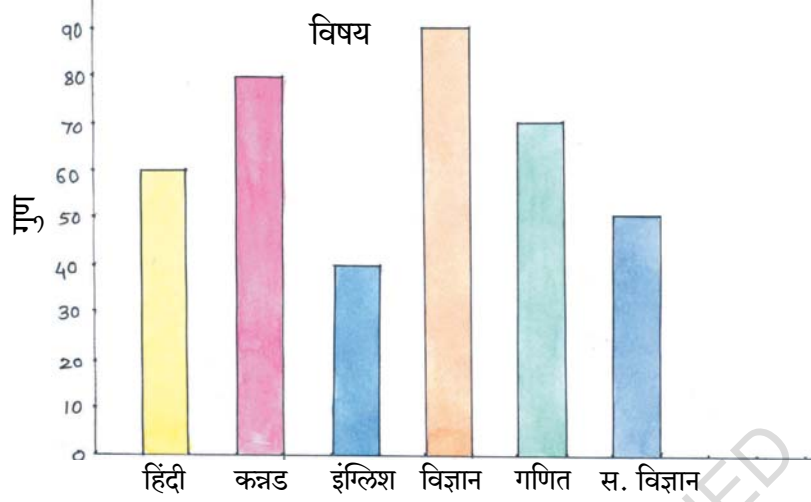
आठवड्याचे दिवस	सोम	मंगळ	बुध	गुरु	शुक्र	शनि
उत्पादन केलेल्या बल्बसूची संख्या	50	40	60	20	30	40

स्तंभालेख (Bar Graph) : खालील दिलेल्या उदाहरणांचा अभ्यास करा

उदाहरण 1 : अतुलने वार्षिक परिक्षेत मिळविले गुण खालील प्रमाणे आहेत.

विषय	हिंदी	कन्नड	इंग्लिश	विज्ञान	गणित	स. विज्ञान
गुण	60	80	40	90	70	50

दिलेल्या माहितीच्या आधारे काढलेला आलेख पाहा.



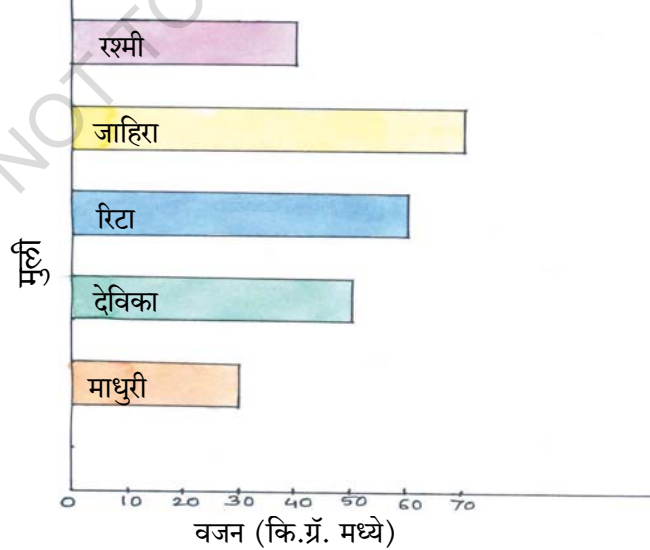
या आलेखात दिलेली माहिती समान अंतर ठेवून, समान रुंदीचे उभे आयताकार स्तंभ काढून दर्शविली आहे.

उदाहरण 2 :

पाच मुलींचे वजन खालील प्रमाणे आहे.

माधुरी	देविका	रिटा	जहिरा	रश्मी
30 कि.ग्रॅ.	50 कि.ग्रॅ.	60 कि.ग्रॅ.	70 कि.ग्रॅ.	40 कि.ग्रॅ.

इथे दिलेल्या आलेखाचा अभ्यास करा

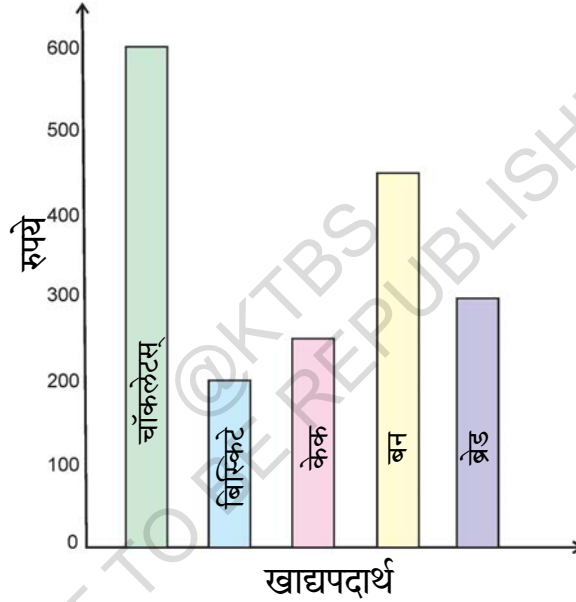


हा आलेख दिलेल्या माहितीनुसार समान अंतर ठेवून समान रुंदीचे आयताकार आडवे स्तंभ काढून दर्शविला आहे.

दिलेली माहिती उभ्या अथवा आडव्या, समान अंतरावर असलेल्या समान रुंदी असलेल्या आयताकार स्तंभाद्वारे दर्शविलेल्या आलेखाला 'स्तंभालेख' असे म्हणतात.

स्तंभालेखाचे स्पष्टीकरण

खालील स्तंभालेख एका बेकरीतील एक दिवसाची विक्री दर्शवितो.



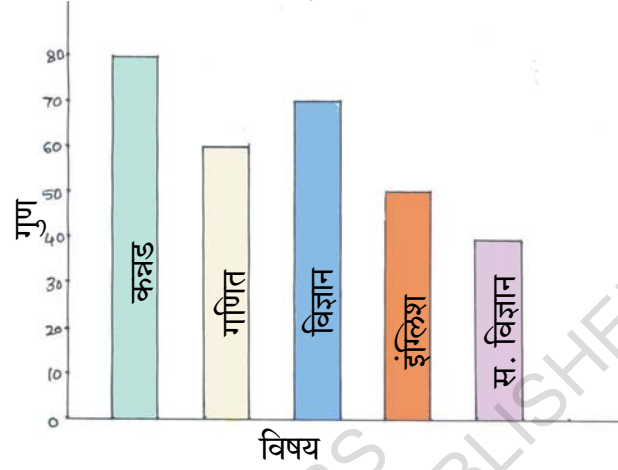
स्तंभालेख पाहून खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

- स्तंभालेखात कोणती माहिती दिलेली आहे?
- बन व केक यांच्या विक्रीची एकूण रक्कम किती?
- कोणत्या खाद्यपदार्थाची विक्री सर्वात जास्त झाली आहे?
- कोणत्या खाद्यपदार्थाची विक्री सर्वात कमी झाली आहे?

खालील उदाहरणांचे निरीक्षण करा.

उदाहरण : 1

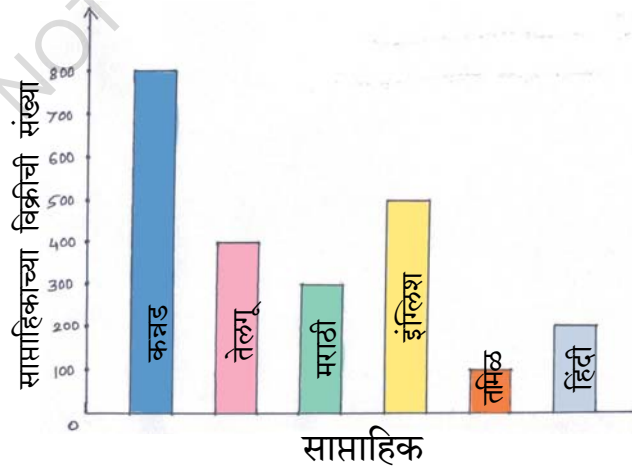
अझिजने सहामाही परिक्षेत वेगवेगळ्या विषयात मिळविलेले गुण खालील प्रमाणे आहेत. स्तंभालेखाचे निरीक्षण करा आणि दिलेल्या प्रश्नांची उत्तरे लिहा.



- स्तंभालेखात कोणती माहिती दिली आहे ?
- प्रत्येक विषय आणि त्यात मिळविलेले गुण यांची यादी करा.
- अझिजला कोणत्या विषयात जास्त गुण मिळाले आहेत ?
- अझिजला कोणत्या विषयात सर्वात कमी गुण मिळाले आहेत ?

उदाहरण 2 :

स्तंभालेखाचे निरीक्षण करा आणि खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या



- वरील स्तंभालेखात कशा बाबत माहिती दिली आहे?
- स्तंभालेखात घेतलेले प्रमाण किती?
- प्रत्येक भाषेतील साप्ताहिकांच्या विक्रीची संख्या लिहा.

कन्नड		तेलगू		मराठी	
इंग्लिश		तमिळ		हिंदी	

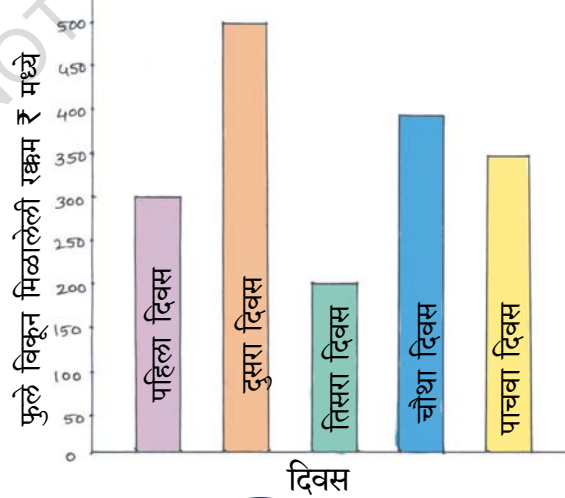
- विक्री झालेल्या साप्ताहिकांची एकूण संख्या किती?
- साप्ताहिकांच्या विक्रीची संख्या चढत्या क्रमात लिहा.

स्तंभालेख काढताना अवलंबण्याच्या पायऱ्या

1. आलेखाच्या कागदावर एक उभी आणि एक आडवी रेषा काटकोन करतील अशा काढून घ्या.
2. आडव्या रेषेवर स्तंभासाठी समान अंतरावर खूणा करा.
3. प्रत्येक स्तंभाची रुंदी समान असावी.
4. दिलेल्या माहितीच्या आधारे अंक दर्शविण्यासाठी उभ्या अक्षावर समान अंतरावर खूणा करा.
5. योग्य प्रमाण (स्केल) घ्या.
6. स्तंभालेखाला योग्य शिर्षक द्या.
7. प्रत्येक स्तंभ रंगवा अथवा रेखांकित करा.

स्वाध्याय 10.2

- 1) खालील आलेखाचे निरीक्षण करा आणि प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

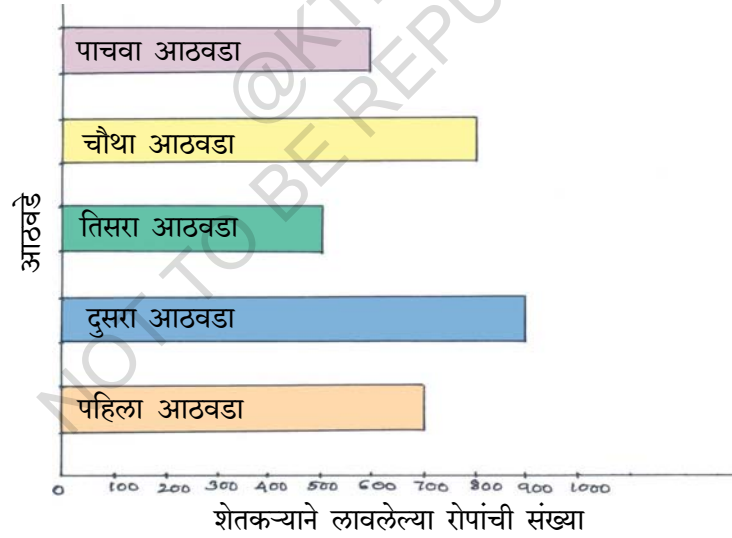


- स्तंभालेखात कशाचे विवरण आहे?
- हा आलेख काढताना घेतलेले प्रमाण किती?
- फूलविक्रेत्याची प्रत्येक दिवसाची मिळालेली रक्कम सांगा.

1 ला दिवस 2 रा दिवस
 3 रा दिवस 4 था दिवस
 5 वा दिवस

- 5 पाच दिवसातफूल व्यापाऱ्याने मिळविलेली एकूण रक्कम किती?
- कोणत्या आठवड्यात जास्तीतजास्त रोपांची लागवड केली?
- कोणत्या आठवड्यात शेतकऱ्याने सर्वात कमी रोपांची लागवड केली?

2) खालील स्तंभालेखाचे निरीक्षण करा आणि प्रश्नांची उत्तरे लिहा.



- स्तंभालेखात कशाची माहिती दिली आहे?
- आलेखासाठी घेतलेले प्रमाण किती?
- प्रत्येक आठवड्यात लावलेल्या रोपांची संख्या किती?

1 ला आठवडा 2 रा आठवडा 3 रा आठवडा 4 था आठवडा 5 वा आठवडा

- 5 आठवड्यात लागवड केलेल्या एकूण रोपांची संख्या किती?
- दुसऱ्या दिवशी व पाचव्या दिवशी मिळालेल्या रकमेतील फरक किती?
- प्रत्येक दिवसाची विक्रीची रक्कम उतरत्या क्रमात लिहा.

3) एका शाळेतील 120 विद्यार्थी आपला रिकामा वेळ कसा घालवितात याची माहिती खाली दिलेली आहे.

कृती	विद्यार्थ्यांची संख्या
खेळ खेळणे	45
गोष्टींची पुस्तके वाचणे	30
टी.व्ही. पहाणे	20
संगीत ऐकणे	10
चित्रे काढणे	15

वरील माहितीच्या आधारे स्तंभालेख काढा

प्रमाण : 1 सें.मी. = 5 विद्यार्थी

खेळ खेळणे सोडून दुसऱ्या कोणत्या कृतीला विद्यार्थ्यांनी जास्त महत्त्व दिलेले आहे?

4) एका दुकानदाराने आठवड्यातील सहा दिवसात काही 'बेल्ट' (पट्टे) विकले त्याचे विवरण खालील प्रमाणे आहे.

दिवस	सोम	मंगळ	बुध	गुरु	शुक्र	शनि
विकलेल्या बेल्टची संख्या	20	30	45	35	25	20

वरील माहितीच्या आधारे स्तंभालेख काढा

प्रमाण : 1 सें.मी. = 5 बेल्ट

सहा दिवसात त्याने विकलेले एकूण बेल्टस्ची संख्या किती?

5) एका सायकल तयार करण्याच्या कारखान्यात वर्ष 2005 ते 2009 पर्यंत तयार केलेल्या सायकलींची संख्या खाली दिलेली आहे. योग्य प्रमाण घेऊन स्तंभालेख काढा.
(योग्य प्रमाण निवडा)

वर्ष	तयार केलेल्या सायकलींची संख्या
2005	800
2006	600
2007	900
2008	500
2009	700

अ) कोणत्या वर्षी सर्वात जास्त सायकली तयार केल्या आहेत?

आ) कोणत्या वर्षी सर्वात कमी सायकली तयार केल्या आहेत?

...

उत्तरे

प्रकरण-1 स्वाध्याय 1.1

II. 1) 45,618 2) 82,003 3) 13,709 4) 94,314

III. 1) $1 \times 10,000 + 9 \times 1,000 + 2 \times 100 + 0 \times 10 + 3 \times 1$

2) $7 \times 10,000 + 7 \times 1,000 + 7 \times 100 + 7 \times 10 + 7 \times 1$

3) $3 \times 10,000 + 8 \times 1,000 + 2 \times 100 + 9 \times 10 + 4 \times 1$

IV. 1) 72,838 2) 40,001 3) 90,609 4) 63,517 5) 11,474

V. मोठी संख्या

लहान संख्या

1) 97,431

13,479

2) 86,521

12,568

3) 76,310

10,367

4) 76,540

40,567

5) 75,432

23,457

VI. 1) 57,838, 57,840 2) 18,376, 18,377

3) 40,779 40,780 4) 88,889, 88,891 5) 13,584, 13,585

VII. 1) 23,644 23,744 2) 75,790 95,790

3) 58,888 48,888 4) 33,453 42,453

5) 70,600 74,600

VIII. 1) 20,411 30,435 40,623 70,533

2) 40,044 40,444 44,044 44,444

3) 63,148 63,184 63,481 63,841

4) 50,006 50,560 50,500 55,000

5) 20,302 20,325 20,413 20,825

IX	1) 45,678	34,567	23,456	12,345
	2) 45,604	45,064	40,564	40,456
	3) 13,244	12,344	12,340	12,304
	4) 77,777	77,770	77,077	70,777
	5) 62,134	61,234	21,364	12,364

X. 1) = 2) > 3) < 4) < 5) >

प्रकरण-2 स्वाध्याय 2.1

I.	1) 68,949	2) 89,796	3) 58,989	4) 75,766	5) 76,869
II	1) 90,520	2) 61,174	3) 80,028	4) 44,359	5) 67,655
III	1) 40,601	2) 32,035	3) 29,784	4) 42,862	5) 66,134

प्रकरण-3 स्वाध्याय 3.1

I.	1) 25,310	2) 22,161	3) 25,272	4) 21,464	5) 14,051
II.	1) 21,949	2) 14,447	3) 23,457	4) 18,888	5) 11,375
III.	1) 9,989	2) 16,088	3) 21,579	4) 15,317	5) 6,738
IV.	1) 53,697	2) 38,274	3) 37,339	4) 8,823	5) 12,333

स्वाध्याय 3.2

I.	1) 39,809	2) 20,533	3) 46,669	
II.	1) 15,341	2) ₹ 10,855	3) ₹ 19,472	4) 24,625

प्रकरण-4 स्वाध्याय 4.1

1) 4च्या पटी 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96 व 100.

6च्या पटी 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90 व 96.

9च्या पटी 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90 व 99.

2) 7, 14, 21, 35, 42 3) 12, 24, 36, 48, 60, 72

4) 52, 54, 56, 58 5) 60, 75, 90

6) 15च्या 5 पटी 15, 30, 45, 60 व 75 या आहेत.

17च्या 5 पटी 17, 34, 51, 68 व 85 या आहेत.

19च्या 5 पटी 19, 38, 57, 76 व 95 या आहेत.

23च्या 5 पटी 23, 46, 69, 92 व 115 या आहेत.

7) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 व 24

8) 6 चे कोणते ही दोन अवयव 2 व 3 हे आहेत.

18 चे कोणते ही दोन अवयव 2 व 9 हे आहेत.

28 चे कोणते ही दोन अवयव 2 व 14 हे आहेत.

36 चे कोणते ही दोन अवयव 3 व 12 हे आहेत.

42 चे कोणते ही दोन अवयव 2 व 21 हे आहेत.

48 चे कोणते ही दोन अवयव 2 व 24 हे आहेत.

सूचना :- दुसरी उत्तरे सुद्धा शक्य आहेत.

9) 9 चे सर्व अवयव = 1, 3 व 9.

13 चे सर्व अवयव = 1 व 13.

20 चे सर्व अवयव = 1, 2, 4, 5, 10 व 20.

26 चे सर्व अवयव = 1, 2, 13 व 26.

40 चे सर्व अवयव = 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 व 40

प्रकरण-5 स्वाध्याय 5.1

1. (b), (c)

3. 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{2}{10}$ 4) $\frac{5}{7}$ 5) $\frac{5}{16}$
 6) $\frac{5}{12}$ 7) $\frac{8}{9}$ 8) $\frac{4}{9}$ 9) $\frac{3}{4}$ 10) $\frac{2}{5}$

- 4) 1) दोन पंचमांश 2) तीन चतुर्थांश 3) सात दशांश
 4) अकरा बारांश 5) दोन तृतांश 6) चार पंचमांश
 7) पाच अष्टमांश 8) तीन सप्तमांश 9) पाच सष्टांश
 10) सात नऊमांश

5. 1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{2}{4}$ 3) $\frac{5}{8}$ 4) $\frac{7}{12}$ 5) $\frac{7}{15}$ 6) $\frac{6}{18}$
 6. 1) 8 2) 2 3) छेद 4) अंश
 5) अंश

7. 1) $\frac{1}{5}$ 2) $\frac{2}{4}$ 3) $\frac{4}{12}$ 4) $\frac{3}{6}$ 5) $\frac{4}{9}$

10. 6) 4 7) 6 8) 6

8. $\frac{4}{7}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{10}$

12. आकृती 2, आकृती 6, आकृती 7

13. आकृती b व d 12 पैकी 5 वस्तू रेखांकित केल्या आहेत.

- 14 a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{5}{6}$

स्वाध्याय 5.2

- (1) > (2) < (3) < (4) > (5) > (6) < (7) <
 (8) < (9) > (10) > (11) > (12) >

स्वाध्याय 5.3

- I. 1) $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$ 2) $\frac{10}{14}$, $\frac{15}{21}$, $\frac{30}{42}$

- II. 1) $\frac{6}{15}$, $\frac{8}{20}$, $\frac{10}{25}$ 2) $\frac{9}{24}$, $\frac{12}{32}$, $\frac{15}{40}$ 3) $\frac{27}{33}$, $\frac{36}{44}$, $\frac{45}{55}$

- III. 1) होय 2) नाही 3) नाही 4) होय
 IV. 1) $\frac{16}{28}$ 2) $\frac{24}{42}$ 3) $\frac{12}{21}$ 4) $\frac{48}{84}$

स्वाध्याय 5.4

- I. 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{1}{5}$ 5) $\frac{1}{5}$
 6) $\frac{3}{4}$ 7) $\frac{1}{3}$ 8) $\frac{3}{4}$ 9) $\frac{3}{7}$ 10) $\frac{1}{3}$

प्रकरण- 6 स्वाध्याय 6.1

- | 4) कोन | शिरोबिंदू | बाजू |
|---------------|-----------|---|
| a) <u>CDE</u> | D | $\overrightarrow{DE}$ आणि $\overrightarrow{DC}$ |
| b) <u>KLM</u> | L | $\overrightarrow{LK}$ आणि $\overrightarrow{LM}$ |
| c) <u>SUT</u> | U | $\overrightarrow{US}$ आणि $\overrightarrow{UT}$ |
| d) <u>PQR</u> | Q | $\overrightarrow{QP}$ आणि $\overrightarrow{QR}$ |

स्वाध्याय 6.2

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| 2) a) $55^\circ =$ लघुकोन | b) $95^\circ =$ विशालकोन |
| c) $90^\circ =$ काटकोन | d) $32^\circ =$ लघुकोन |
| e) $180^\circ =$ सरळकोन | f) $103^\circ =$ विशाल कोन |
| 6) a) $90^\circ =$ काटकोन | b) $30^\circ =$ लघुकोन |
| c) $150^\circ =$ विशाल कोन | d) $105^\circ =$ विशालकोन |
| e) $130^\circ =$ विशाल कोन | |

7) a) 3) 178^0

b) 2) 4, 15, 10

प्रकरण- 7 स्वाध्याय 7.1

I. a) त्रिज्या b) 1) O 2) OA 3) 2.5 सें.मी.

IV. a) 2.4 सें.मी. b) 1.6 सें.मी. c) 3.6 सें.मी. d) 2.9 सें.मी.

प्रकरण- 8 स्वाध्याय 8.1

II. 1) 5.73 मी. 2) 1.378 कि.मी. 3) 15150 मि.मी.

4) 2.450 कि.मी. 5) 1,500 सें.मी.

स्वाध्याय 8.2

II. 1) 37 मी. 01 सें.मी. 2) 26 कि.मी. 510 मी.

III. 1) a) 7 मी. 13 सें.मी. 2) 5 कि.मी. 225 मी.

IV. 1) 4 2) 2 मी. 40 सें.मी. 3) 8 मी. 20 सें.मी.

4) 33 मी. 60 सें.मी. 5) 5.5 मी. 6) 25.5 मी.

7) 75 सें.मी. 8) 8 कि.मी. 9) 1मी. 50 सें.मी.

10) 10 फेरे 11) अर्जुन ने 840 मी.

प्रकरण- 9 स्वाध्याय 9.1

I. 1) समतल आकृत्या 2) लांबी व रुंदी

3) दोन जोड्या 4) समान 5) दोन

II. a) 320 सें.मी. b) 168 सें.मी. c) 550 सें.मी. d) 18 सें.मी. e) 344 सें.मी.

III. 1) 10 सें.मी. 2) 12 सें.मी. 3) 14 सें.मी. 4) 18 सें.मी. 5) 14 सें.मी.

6) 18 सें.मी. 7) 20 सें.मी. 8) 22 सें.मी. 9) 28 सें.मी. 10) 32 सें.मी.

IV. 1) 20 मी. 2) 540 मी. 3) 260 मी.; 1,300 मी.

4) 880 मी. ; ₹ 13,200 5) 3,180 मी.

स्वाध्याय 9.2

- II. a) 56 सें.मी. b) 200 सें.मी. c) 208 सें.मी. d) 180 सें.मी. e) 140 सें.मी.
 III. 1) 12 सें.मी. 2) 20 सें.मी. 3) 44 सें.मी. 4) 72 सें.मी. 5) 100 सें.मी.
 6) 120 सें.मी. 7) 164 सें.मी. 8) 220 सें.मी. 9) 252 सें.मी.
 10) 368 सें.मी.
 IV. 1) 60 मी. 2) 1,360 मी. 3) 256 मी.

स्वाध्याय 9.3

- II. 1) 12 चौ.एकके 2) 15 चौ.एकके 3) 24 चौ.एकके
 4) 21 चौ.एकके 5) 32 चौ.एकके
 III. 1) 6 चौ.सें.मी. 2) 8 चौ.सें.मी. 3) 12 चौ.सें.मी. 4) 20 चौ.सें.मी.
 5) 10 चौ.सें.मी. 6) 18 चौ.सें.मी. 7) 24 चौ.सें.मी. 8) 30 चौ.सें.मी.
 9) 48 चौ.सें.मी. 10) 63 चौ.सें.मी.
 IV. a) 6,300 चौ.सें.मी. b) 1,440 चौ.सें.मी. c) 18,666 चौ.सें.मी.
 d) 18 चौ.सें.मी. e) 7,360 चौ.सें.मी.
 V. 1) 45,000 चौ.मी. 2) 80 चौ.मी. 3) 150
 4) 375 चौ.मी. ; ₹ 9,37,50 5) 110

स्वाध्याय 9.4

- II. a) 2,704 चौ.सें.मी. b) 2,500 चौ.सें.मी. c) 196 चौ.सें.मी.
 d) 2,025 चौ.सें.मी. e) 1,225 चौ.सें.मी.
 III. 1) 9 चौ.सें.मी. 2) 25 चौ.सें.मी. 3) 121 चौ.सें.मी.
 4) 324 चौ.सें.मी. 5) 625 चौ.सें.मी. 6) 900 चौ.सें.मी.
 7) 1,681 चौ.सें.मी. 8) 3,025 चौ.सें.मी. 9) 3,969 चौ.सें.मी.
 10) 8,464 चौ.सें.मी.
 IV. 1) 36 चौ.मी. 2) 441 चौ.सें.मी. 3) 225 चौ.मी.
 4) 32 5) 1,600