ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರ

ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ

ತರಗತಿ

8

ಭಾಗ–1

ಎಂಟನೇ ತರಗತಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ
ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

© KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

विद्यया ऽमृतमश्नुते
एन सी ई आर टी
NCERT

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

Karnataka Textbook Society (R.)
6th Cross, Malleshwaram, Bengaluru-560 003

0874 – Ganita Prakash
Textbook of Mathematics for Grade 8 (Part-I)

ISBN 978-93-5729-642-7

First Edition
July 2025 Ashadha 1947

PD 1500T BS

©National Council of Educational Research and Training, 2025

ALL RIGHTS RESERVED

- No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise without the prior permission of the publisher.
- This book is sold subject to the condition that it shall not, by way of trade, be lent, re-sold, hired out or otherwise disposed of without the publisher's consent, in any form of binding or cover other than that in which it is published.
- The correct price of this publication is the price printed on this page, Any revised price indicated by a rubber stamp or by a sticker or by any other means is incorrect and should be unacceptable.

OFFICES OF THE PUBLICATION DIVISION, NCERT

NCERT Campus
Sri Aurobindo Marg
New Delhi 110 016 **Phone : 011-26562708**

108, 100 Feet Road
Hosdakere Halli Extension
Banashankari III Stage
Bengaluru 560 085 **Phone : 080-26725740**

Navjivan Trust Building
P.O.Navjivan
Ahmedabad 380 014 **Phone : 079-27541446**

CWC Campus
Opp. Dhankal Bus Stop
Panihati
Kolkata 700 114 **Phone : 033-25530454**

CWC Complex
Maligaon
Guwahati 781 021 **Phone : 0361-2674869**

₹ 65.00

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

Publication Team

Head, Publication Division : *M.V. Srinivasan*

Chief Editor : *Bijnan Sutar*

Chief Production Officer (In charge) : *Jahan Lal*

Chief Business Manager : *Amitabh Kumar*

Production Assistant : *Ashwani Machra*

Cover and Layout
Creative Art Studio

Illustrations
Chetan Sharma and Madhushree Basu

Printed on 80 GSM paper with NCERT watermark

Published at the Publication Division by the Secretary, National Council of Educational Research and Training, Sri Aurobindo Marg, New Delhi 110 016 and printed at Shivam Offset, Plot No. D-111, Kagal Five Star M.I.D.C. Kagal, Kolhapur-416236

FOREWORD

The National Education Policy (NEP) 2020 envisages a system of education in the country that is rooted in an Indian ethos and its civilisational accomplishments in all fields of knowledge and human endeavour. At the same time, it aims to prepare students to engage constructively with the opportunities and challenges of the twenty-first century. The basis for this aspirational vision has been well laid out by the National Curriculum Framework for School Education (NCF-SE) 2023 across curricular areas at all stages. By nurturing students' inherent abilities across all five planes of human existence (*pañchakośhas*), the Foundational and Preparatory Stages set the Stage for further learning at the Middle Stage. Spanning Grades 6 to 8, the Middle Stage serves as a critical three-year bridge between the Preparatory and Secondary Stages.

The NCF-SE 2023, at the Middle Stage, aims to equip students with the skills that are needed to grow, as they advance in their lives. It aims to enhance their analytical, descriptive, and narrative capabilities, and to prepare them for the challenges and opportunities that await them. A diverse curriculum, covering nine subjects ranging from three languages—including at least two languages native to India—to Science, Mathematics, Social Sciences, Art Education, Physical Education and Well-being, and Vocational Education promotes their holistic development.

Such a transformative learning culture requires certain essential conditions. One of them is to have appropriate textbooks in different curricular areas, as these textbooks are intended to play a central role in mediating between content and pedagogy's role that helps strike a judicious balance between direct instruction and opportunities for exploration and inquiry. Among the other conditions, classroom arrangement and teacher preparation are crucial to establish conceptual connections both within and across curricular areas.

The National Council of Educational Research and Training (NCERT), on its part, is committed to providing students with such high-quality textbooks. Various Curricular Area Groups (CAGs), which have been constituted for this purpose, comprising notable subject-experts, pedagogues, and practising teachers as their members, have made all possible efforts to develop such textbooks. *Ganita Prakash*, the textbook of mathematics for Grade 8 (Part 1) is designed to make learning fun,

NOT TO BE REPUBLISHED

engaging, and meaningful. Aligned with NEP 2020 and NCF-SE 2023, the textbook continues to foster the spirit of experiential and inquiry-based learning, a spirit already introduced in the mathematics textbooks for Grades 6 and 7. It encourages students to ask questions, think critically, and understand concepts of mathematics through real-world contexts. The textbook makes efforts to encourage the students to observe and explore patterns around them and discover mathematical concepts on their own. The content is structured in a way that supports a joyful and progressive understanding of increasingly complex concepts, easing students into more advanced learning. The content attempts to integrate mathematics with other subject areas, such as Science, Social Science with cross-cutting themes like environmental education, value education, inclusive education, and Indian Knowledge Systems (IKS). At most of the places the concept begins with either a story or a puzzle that not only makes students think but also feels the importance of the concept.

However, in addition to this textbook, students at this stage should also be encouraged to explore various other learning resources. School libraries play a crucial role in making such resources available. Besides, the role of parents and teachers will also be invaluable in guiding and encouraging students to do so.

With this, I express my gratitude to all those who have been involved in the development of this textbook, and hope that it will meet the expectations of all stakeholders. At the same time, I also invite suggestions and feedback from all its users for further improvement in the coming years.

© KTAS
NOT TO BE REPUBLISHED

Dinesh Prasad Saklani
Director
National Council of Educational
Research and Training

New Delhi
June 2025

ABOUT THE BOOK

Mathematics helps students develop not only basic arithmetic skills, but also the crucial capacities of logical reasoning, creative problem-solving, and clear and precise communication (both oral and written). Mathematical knowledge also plays a crucial role in understanding concepts in other school subjects, such as Science and Social Science, and even Arts, Physical Education, and Vocational Education. Learning Mathematics contributes to the development of capacities to make informed choices and decisions. Understanding numbers and quantitative arguments is necessary for effective and meaningful democratic and economic participation. Mathematics thus plays an important role in achieving the overall aims of school education.

Mathematics at the Middle Stage is a major challenge and performs the dual role of being both close to the experience and environment of a learner and being abstract. It performs the role of developing intuition, while also maintaining and emphasising rigour. It is enhancing critical and logical thinking, while also developing artistry and creativity, and a sense of elegance and aesthetics. Mathematics provides students with plenty of opportunities to explore and discover concepts on their own while also teaching the best-known methods in the global repertoire of mathematics.

This textbook attempts to address the goals and challenges of learning mathematics. The writers have aimed to strike a judicious balance between informal and formal definitions and methods in helping students to develop both intuition and rigour. The textbook also provides numerous opportunities for student-student and student–teacher interaction in the classroom to promote active and experiential learning. A number of questions, puzzles, and interactive exercises are posed throughout the textbook to encourage constant exploration. Many of the questions are open-ended to stimulate classroom discussion.

The Chapter 1: 'A Square and A Cube' is an introduction to the special types of numbers called squares and cubes through engaging explorations, and contexts. Chapter 2: 'Power Play' considers short and logical ways of expressing very large numbers, and discusses how they can be written and read without ambiguity. Chapter 3: 'A Story of Numbers' reveals how the idea of number and number representation evolved over the course of time, across different places in the world,

NOT TO BE REPUBLISHED © NCERT

to finally reach its modern efficient form. Chapter 4: 'Quadrilaterals' discusses some interesting types of four-sided figures and problems based on them. Chapter 5: 'Number Play' shows different properties of numbers studied by the students with a balance of engaging activities through visualisation and rigorous mathematical reasoning. Chapter 6: 'We Distribute, Yet Things Multiply' covers aspects related to Algebra, and in particular, the distributive law. Chapter 7: 'Proportional Reasoning' explores a new way to compare two quantities using daily life situations. In all the chapters, an attempt has been made to emphasise connections with other subjects including Art, History and Science.

By weaving storytelling and hands-on activities together, as done in Grades 6 and 7, we hope that an immersive learning experience will be created that ignites curiosity and fosters a love for mathematics. It is hoped that teachers would give students the opportunity to discuss, play, engage with each other and provide logical arguments for different ideas, and find loopholes in arguments presented. This is necessary for the learners to eventually develop the ability to understand what it means to prove something and also become confident about the underlying concepts. The mathematics classroom should not expect a blind application of algorithms but should rather encourage students to find many different ways to solve problems.

As per the National Education Policy (NEP) 2020, computational thinking has also been gently introduced through puzzles, games, and interactive exercises that encourage students on these aspects. Indian rootedness has also been kept in mind while giving contexts for different concepts. The contributions of Indian mathematicians have also been given as part of a problem-solving approach to make students aware of India's rich mathematical heritage and its global contributions to mathematics.

The concepts and problems in this textbook are related to daily life situations. An attempt has been made to use contexts and materials that students are familiar with. Learning material sheets have been given at the back of the book that may be photocopied and used in the classroom. Exercises or activities are often given to encourage peer group efforts and discussions. However, this textbook intends to address the learning needs of a diverse group of students in the classroom.

We have tried to link concepts learnt in initial chapters with ideas in subsequent chapters, to show the connectedness and unity of mathematics. We hope that teachers can revise these concepts in

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

a spiralling way so that students are able to appreciate the entire conceptual structure of mathematics. We hope that teachers may focus more on the ideas of squares and cubes, exponents, evolution of numbers and other notions that are new to the students, and are foundational for further learning.

Finally, this textbook aims to be more than just a textbook—it is a passport to a world of mathematical discovery and exploration. Whether used in the classroom or at home, we hope that it inspires students to embark on their own mathematical adventures, empowering them to see the beauty and relevance of Mathematics in everything. With its engaging approach and comprehensive coverage of Grade 8 mathematics concepts, this textbook aims to captivate young minds and set them on a lifelong journey of mathematical discovery.

I once again thank all the writers of and contributors of this textbook for their valuable contribution and service to the nation's mathematics teachers, learners and enthusiasts.

We look forward to your comments and suggestions regarding the textbook and hope that you will send interesting exercises, activities and tasks that you may develop while teaching and learning for future editions.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

Ashutosh Wazalwar
Professor and *Academic Convener*
Department of Education in
Science and Mathematics
National Council of Educational
Research and Training

NATIONAL SYLLABUS AND TEACHING LEARNING MATERIAL COMMITTEE (NSTC)

1. M.C. Pant, *Chancellor*, National Institute of Educational Planning and Administration (NIEPA) **(Chairperson)**
2. Manjul Bhargava, *Professor*, Princeton University **(Co-Chairperson)**
3. Sudha Murty, Acclaimed *Writer* and *Educationist*
4. Bibek Debroy, *Chairperson*, Economic Advisory Council to the Prime Minister (EAC–PM)
5. Shekhar Mande, Former *Director General*, CSIR, Distinguished Professor, Savitribai Phule Pune University, Pune
6. Sujatha Ramdorai, *Professor*, University of British Columbia, Canada
7. Shankar Mahadevan, Music Maestro, Mumbai
8. U. Vimal Kumar, *Director*, Prakash Padukone Badminton Academy, Bengaluru
9. Michel Danino, Visiting Professor, IIT–Gandhinagar
10. Surina Rajan, *IAS* (Retd.), Haryana, Former *Director General*, HIPA
11. Chamu Krishna Shastri, *Chairperson*, Bharatiya Bhasha Samiti, Ministry of Education
12. Sanjeev Sanyal, Member, Economic Advisory Council to the Prime Minister (EAC–PM)
13. M.D. Srinivas, *Chairperson*, Centre for Policy Studies, Chennai
14. Gajanan Londhe, *Head*, Programme Office
15. Rabin Chhetri, *Director*, SCERT, Sikkim
16. Pratyusa Kumar Mandal, *Professor*, Department of Education in Social Sciences, NCERT, New Delhi
17. Dinesh Kumar, *Professor*, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, New Delhi
18. Kirti Kapur, *Professor*, Department of Education in Languages, NCERT, New Delhi
19. Ranjana Arora, *Professor* and *Head*, Department of Curriculum Studies and Development, NCERT **(Member-Secretary)**

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

TEXTBOOK DEVELOPMENT TEAM

Contributors

Amartya Kumar Dutta, *Professor*, Stat-math Unit, Indian Statistical Institute (ISI), Kolkata

Anjali Gupte, *Principal* (Retd.), Vidya Bhavan Public School, Udaipur

Ashutosh Kedarnath Wazalwar, *Professor*, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, New Delhi — CAG (Mathematics) **(Member Coordinator)**

H. S. Sharada, *Assistant Mistress*, Government High School, M. C. Thalalu, H. D. Kote Taluk, Mysore, Karnataka

Madhavan Mukund, *Director*, Chennai Mathematical Institute, Chennai — CAG *Chairperson* (Mathematics)

Madhu B., *Assistant Professor*, Regional Institute of Education (RIE), Mysuru

Manjul Bhargava, *Professor*, Princeton University, and *Co-Chairperson*, NSTC

Padmapriya Shirali, Former *Principal*, Sahyadri School KFI, Pune

Patanjali Sharma, *Assistant Professor*, Regional Institute of Education, (RIE), Ajmer

Ramchandar Krishnamurthy, *Principal*, Azim Premji School, Bengaluru

Shivkumar K. M., *Senior Consultant*, Programme Office, NSTC,

Shravan S. K., *Senior Consultant*, Programme Office, NSTC

Reviewers

Aaloka Kanhere, *Project Scientific Officer*, Homi Bhabha Centre for Science Education, Mumbai

Aparna Lalingakar, *Director*, Aksharbrahma Consultancy, Pune — (Team Leader)

Rakhi Bannerjee, *Associate Professor*, Azim Premji University, Bengaluru

Sujatha Ramdorai, *Professor*, University of British Columbia, Canada, Member NSTC

Vijayan K., *Professor*, Department of Curriculum Studies and Development, NCERT, New Delhi

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ACKNOWLEDGEMENTS

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) acknowledges the guidance and support of the esteemed Chairperson and members of the Curricular Area Group (CAG): Mathematics, and other concerned CAGs for their guidelines on cross-cutting themes in developing this textbook. During the development of this textbook, various workshops were organised and subject experts from different Institutions were invited. The NCERT acknowledges the valuable views and inputs given by subject experts—Sreelatha Iyengar, *TGT* Mathematics, Bengaluru; Jaspal Kaur, TGT (Maths), School of Excellence, Delhi; Sunita Sharma, *TGT* Mathematics, The Heritage School, Delhi; Sangeeta Solanki, *TGT* Mathematics, The Heritage School, Delhi; Rishikesh Kumar, *Assistant Professor*, DESM, NCERT, New Delhi.

The Council acknowledges the efforts of Nidhi M. Shastri and Tarun Choubisa from the Programme Office; and Sneha Titus, *Cheif Editor*, At Right Angles, Azim Premji University, Bengaluru, Ramu MS *Philatelist*, for providing the pictures of the stamps of some endangered species; Shweta Rao, Banyan Tree, New Delhi for providing Infographic; and Arkaprovo Das for making world maps.

Acknowledgements are due for the academic and administrative support of Sunita Farkya, *Professor* and *Head*, DESM, NCERT, New Delhi.

The Council appreciates the contributions of Sushmita Joshi, *Senior Research Associate*, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT for providing support in the development of the textbook. The NCERT gratefully acknowledges the contributions of Kishore Singhal, Ayaz Ahmad Ansari, DTP Operators (contractual), Publication Division, and Abhilash Kumar, DTP Operator of DESM NCERT for all their efforts.

The Council acknowledges the efforts of Ilma Nasir, *Editor* (contractual); Adiba Tasneem, Ariba Usman, Jatinder Kumar, Praveen Kumar and Talha Faisal Khan, *Proofreaders* (contractual), Publication Division, NCERT. The Council also appreciates the efforts of Pawan Kumar Barriar, *In charge*, DTP Cell; Mohan Singh, Vivek Mandal and Anita Kumari *DTP Operators* (contractual), Publication Division, NCERT, for finalising this textbook.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸೂಚನೆಗಳು

ಸಂತಸದಾಯಕ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಮುಂದಿನ ಪೀಳಿಗೆಗೆ ವರ್ಗಾಯಿಸುವ ಸಂಭ್ರಮದ ಗುರುತರ ಜವಾಬ್ದಾರಿ ನಿಮ್ಮೆದುರಿಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಸಾಧಿಸುವ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ, ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ ಪುಸ್ತಕವು ನಿಮಗೆ ಉತ್ತಮ ಬೆಂಬಲ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಈ ಜವಾಬ್ದಾರಿಯನ್ನು ನಿಭಾಯಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಗಳು ಅರಳುವಂತಹ ಸಾರವತ್ತಾದ ಪರಿಸರವನ್ನು ಒದಗಿಸುವುದು ಬಹುಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ತರಗತಿ ಕೋಣೆಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೇವಲ ಕೇಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು. ಅವರಿಗೆ ಹೇಳಿದ್ದನ್ನು ಮತ್ತು ಕಪ್ಪುಹಲಗೆಯ ಮೇಲಿರುವುದನ್ನು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ಎಂದಿಗೂ ಒದಗಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಬದಲಾಗಿ ತರಗತಿ ಕೋಣೆಗಳು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಡುತ್ತಾ ಕಲಿಯುವ, ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸುವ ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಎಲ್ಲರೂ ಒಟ್ಟಾಗಿ ಸೃಜನಶೀಲ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುವ ತಾಣಗಳಾಗಬೇಕಿವೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ತಮ್ಮಲ್ಲೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಸಂಭವನೀಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು. ವಾಸ್ತವವಾಗಿ, ಇದುವರೆಗೂ ಇಂತಹ ವಾತಾವರಣಗಳೇ ಇಡೀ ಗಣಿತ ಕ್ಷೇತ್ರದ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಕಾರಣವಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾಗಿ, ಈ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಗಳಿಲ್ಲದೇ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ಅರ್ಥೈಸುವಿಕೆಯನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಎಂಬುದನ್ನು ಯಾರೂ ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲಾರರು.

ಆದೃಷ್ಟವಶಾತ್, ಈ ರೀತಿಯ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಸೃಜಿಸುವುದು ಅಂತಹ ಕಷ್ಟವೇನಲ್ಲ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ, ನಿಯಮಿತವಾಗಿ ಒಂದು ಆಸಕ್ತಿಕರವಾದ ಪ್ರಶ್ನೆ, ಸಮಸ್ಯೆ, ವಿನ್ಯಾಸ, ಅಥವಾ ಸವಾಲನ್ನು ಹಾಕುವುದು ಮತ್ತು ಅದರೊಂದಿಗೆ ಆಡಲು, ಚರ್ಚಿಸಲು ಮತ್ತು ಬಿಡಿಸಲು ಇಡೀ ತರಗತಿಗೆ ಅಥವಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಅಥವಾ ಗುಂಪುಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತ ಸಮಯಾವಕಾಶವನ್ನು ಒದಗಿಸುವುದಷ್ಟೇ ಅಗತ್ಯ.

ಇದರೊಂದಿಗೆ, ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸುವ ಮತ್ತು ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ಮಹತ್ವವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ಪೋಷಿಸಬೇಕಿದೆ.

ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಗಳು ಸ್ಫುರಿಸುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು ಕಷ್ಟವಾಗದಿದ್ದರೂ. ಅದನ್ನು ಸುಸ್ಥಿರವಾಗಿ ಮುಂದುವರಿಸುವುದು ಸವಾಲಿನ ವಿಷಯವಾಗಬಹುದು ಮತ್ತು ಇದಕ್ಕಾಗಿ ನಿಮ್ಮ ಕಡೆಯಿಂದ ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ಬೇಕಾಗಬಹುದು. ಅದೇನೇ ಇರಲಿ, ಮೊದಲ ಭಾಗವಾದ ಪ್ರಶ್ನೆ, ಸಮಸ್ಯೆ, ವಿನ್ಯಾಸ ಅಥವಾ ಸವಾಲನ್ನು ಕನಿಷ್ಠ ವಾರಕ್ಕೊಂದೆರಡು ಬಾರಿಯಾದರೂ ಕೇಳುವುದರಿಂದ ಹಾಗೂ ಇದರ ಜೊತೆಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಆಡಲು, ಚರ್ಚಿಸಲು, ಬಿಡಿಸಲು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ನೀವು ನೀಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತವನ್ನು ಹೇಗೆ ನೋಡುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಹೇಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದರ ಮೇಲೆ ಬಹು ದೊಡ್ಡ ಸಕಾರಾತ್ಮಕ ಪರಿಣಾಮವನ್ನು ಬೀರಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಈ ರೀತಿಯ ಸಕಾರಾತ್ಮಕ ಪರಿಣಾಮವು ರಾತ್ರೋರಾತ್ರಿ ಉಂಟಾಗುವಂತಹದ್ದಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಇದು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೇ, ನೀವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಕೊಡುವ ಅವಕಾಶಗಳು, ನಿಮ್ಮ ತಾಳ್ಮೆ ಮತ್ತು ನೀವು ನೀಡುವ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹ ಮುಂತಾದ ಅನೇಕ ಅಂಶಗಳ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ನೀವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲು ಅನುವಾಗುವಂತೆ ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಅಥವಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ? ಮತ್ತು (?) ಸಂಕೇತದಿಂದ (icon) ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಸಂಕೇತ, ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಆರಂಭಿಸಲು ಮತ್ತು ಪರಿಶೋಧಿಸಲು ಸಮರ್ಥ ಅವಕಾಶದ ಒಂದು ಸೂಚಕವಾಗಿದೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು 

– ಈ ಹೆಸರಿನಲ್ಲಿ ಕಾಣುತ್ತೀರಿ. ಈ ರೀತಿಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಚರ್ಚೆಯ ವಿಷಯವನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು.

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ವಿವಿಧ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಶಕುನ ಪಕ್ಷಿಯ (ಹಾಲಕ್ಕಿ) ಲಾಂಛನವು ಮಹತ್ವದ ಗಣಿತೀಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು, ಆಲೋಚನಾ ವಿಧಾನಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆ–ಪರಿಹಾರ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಹೈಲೈಟ್ ಮಾಡಲು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ. ಶಕುನ ಪಕ್ಷಿ ಇರುವ ಕಡೆ ಮತ್ತು ಇತರ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ತರಗತಿ ಚರ್ಚೆಯ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಹೊರತರಬಹುದು.

ಈ ಗ್ರೇಡ್‌ನಲ್ಲಿ ಗಣಿತೀಯ ಹೇಳಿಕೆಗಳ ಸಮರ್ಥನೆ/ಸಾಧನೆಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಕಂಡುಬರುತ್ತವೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು, ಊಹಿಸಲು ಸಕಾರಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಹಾಗೇ ಮಾಡಲು ಬಲವಂತ ಪಡಿಸಬಾರದು. ಅವರು ಅದನ್ನು ಮಾಡುವಾಗ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿದಾಗ, ಪ್ರಯೋಗಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಗಮನಿಸಲು ಮತ್ತು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ತಮ್ಮ ಅಂತಃಪ್ರಜ್ಞೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ. ಸಮರ್ಥನೆ/ಸಾಧನೆ ಮಾಡುವ ಕೌಶಲ್ಯವು ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಹೊಂದಲು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಅರ್ಥೈಸುವಿಕೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸಲು ಗುಣಮಟ್ಟದ ಸಮಯವನ್ನು ನೀಡುವುದು. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಲಭ್ಯವಿರುವ ಸಮಯದಲ್ಲಿಯೇ ಎಲ್ಲಾ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು "ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವ" ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ಆಗಬಾರದು.

ಪರಿಶೋಧನಾ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಕೇವಲ ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರ ಕೌಶಲವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೇ ಮಕ್ಕಳು ಪರಿಶೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡಾಗ ಅವರ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನದ ನಿರರ್ಗಳತೆಯನ್ನು (Procedural Fluency) ಬಲಪಡಿಸುವಲ್ಲಿಯೂ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಕಲಿಯುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಗಳಾಗಬೇಕಿದೆ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಅತ್ಯಾವಶ್ಯಕವಾದ ಒಂದು ಅಂಶವೆಂದರೆ, ಗಣಿತ ಪಠ್ಯವನ್ನು ಓದಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು. ಈ ಕೌಶಲವನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತಾವಾಗಿಯೇ ಅಥವಾ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಓದಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು. ಅವರು ಏನು ಓದಿದ್ದಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಮತ್ತು ಇತರರಿಗೆ ಅದನ್ನು ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಗೊಳಿಸಲು ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ನೀಡಿ. ಇದರಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತವನ್ನು ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಗೊಳಿಸಲು ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ ರೂಪದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವಿವರಣೆ ನೀಡಲು ಕಷ್ಟಪಡುವ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲೂ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಹಲವು ಮುಕ್ತವಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿವೆ. ಕೆಲವು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಹೊಸ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವನ್ನು ನೀವು ತಕ್ಷಣ ಬಿಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿದ್ದರೆ ಅಥವಾ ಅರ್ಥವಾಗದಿದ್ದರೆ ಪರವಾಗಿಲ್ಲ! ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಎಲ್ಲವೂ ತಿಳಿದಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಈ ರೀತಿಯ ವಿಷಯ ವಸ್ತುವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಅವಲೋಕಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಇದನ್ನು ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆಗೆ ಒಳಪಡಿಸುವುದು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗುತ್ತದೆ. ಚರ್ಚೆಯ ನಂತರ, ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗಿರುವುದು ಮತ್ತು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗದಿರುವುದನ್ನು ನಿಸ್ಸಂದಿಗ್ಧವಾಗಿ ಸಾರಾಂಶೀಕರಿಸಬಹುದು. ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯೇ ವಿಷಯ ವಸ್ತುವಿನ ಮೇಲೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಬೆಳಕನ್ನು ಚೆಲ್ಲಬಹುದು.

ಈ ಚರ್ಚೆಗಳಲ್ಲಿ ನೀವೇ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವವರಾಗಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳಬಹುದು. ಶಿಕ್ಷಕರೇ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಗ್ರಹಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವ ಸನ್ನಿವೇಶವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಅದ್ಭುತ ನಿದರ್ಶನವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ.

ನೀವು ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಮತ್ತು ಫಲಪ್ರದವಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ ಎಂದು ಆಶಿಸಲಾಗಿದೆ!

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶಗಳ ಸಾರಾಂಶ

ಪರಿಶೋಧನಾ ಸಮಯ

1. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೊಸ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು, ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಅಥವಾ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ನಿಯಮಿತವಾಗಿ ನೀಡುವುದು ಮತ್ತು ವೈಯಕ್ತಿಕವಾಗಿ ಅಥವಾ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಅವುಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಡಲು, ಚರ್ಚಿಸಲು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ನೀಡುವುದು ಬಹಳ ಮುಖ್ಯ.
2. ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸುವ ಮತ್ತು ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ತಪ್ಪುಗಳ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ಪೋಷಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿದೆ.
3. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ತಮ್ಮಲ್ಲಿಯೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿಕೊಳ್ಳುವ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಇರುವ ಹಲವು ವಿಧಾನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಪರಸ್ಪರ ಚರ್ಚಿಸುವ ಸಂಸ್ಕೃತಿ ನಿರ್ಮಾಣವಾಗಬೇಕು.

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ

1. ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಪರಿಶೋಧನಾ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಕೇವಲ ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಉತ್ತೇಜಿಸುವುದಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೇ ಮಕ್ಕಳು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿರರ್ಗಳವಾಗಿ ಬಿಡಿಸುವುದನ್ನು ಬಲಪಡಿಸುವ ಗುರಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.
2. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸಲು ಗುಣಮಟ್ಟದ ಸಮಯವನ್ನು ಕೊಡತಕ್ಕದ್ದು; ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಲಭ್ಯವಿರುವ ಸಮಯದಲ್ಲಿಯೇ ಎಲ್ಲಾ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು "ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವ" ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ಆಗಬಾರದು.

ಓದುವಿಕೆ

1. ಮಕ್ಕಳು ವೈಯಕ್ತಿಕವಾಗಿ ಅಥವಾ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಪುಸ್ತಕ ಓದುವುದನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ.
2. ಅವರು ಓದಿರುವುದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಬ್ಬರೊಂದಿಗೆ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಸಲು ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ನೀಡಿ.

ಅರ್ಥವಾಗದೇ ಇರುವುದು ಹಕ್ಕು (**Right of Not Knowing**)

1. ನಿಮಗೆ ಕೆಲವು ವಿಷಯ ವಸ್ತು ತಕ್ಷಣವೇ ಅರ್ಥವಾಗದಿದ್ದರೆ ಪರವಾಗಿಲ್ಲ! ಈ ರೀತಿಯ ವಿಷಯ ವಸ್ತುವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಅವಲೋಕಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಇದನ್ನು ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆಗೆ ತೆರೆದಿಡಬಹುದು. ಈ ಚರ್ಚೆಗಳಲ್ಲಿ ನೀವೇ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವವರಾಗಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳಬಹುದು. ಶಿಕ್ಷಕರೇ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಗ್ರಹಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವ ಸನ್ನಿವೇಶವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಅದ್ಭುತ ನಿದರ್ಶನವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ!
2. ಕಲಿಕೆಯು ನಿರಂತರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ. ನಿಜವಾಗಿ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರೆ, ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ ತಿಳಿಯದೇ ಇರುವ ಎಷ್ಟೋ ವಿಷಯಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಇವುಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಹೆಚ್ಚಿನ ಪರಿಶೋಧನೆಯ ಅಗತ್ಯವಿದೆ!

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಟಿಪ್ಪಣಿ!

ಗಣಿತದ ಕಲೆಯನ್ನು ಪ್ರಶಂಸಿಸಲು ಕೇವಲ ವೀಕ್ಷಕನಾಗಿದ್ದರಷ್ಟೇ ಸಾಲದು, ಒಂದು ರಹಸ್ಯವನ್ನು ಭೇದಿಸಲು ಒಬ್ಬ ಪತ್ತೇದಾರನಾಗಿ ಕಾರ್ಯಪ್ರವೃತ್ತನಾಗುವಂತೆ ನೀವೇ ಅದರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗಿದೆ.

ನೀವು ಹೊಸ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಅಥವಾ ನಿಮ್ಮದೇ ಪ್ರಜ್ಞೆಯಿಂದ ಪ್ರಶ್ನೆ ಹುಟ್ಟಿಕೊಂಡಾಗ ಅಥವಾ ನೀವು ಹೊಸ ಸುಂದರ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಇದು ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಅಗತ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ನೀವು ಇವುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿದಾಗ, ಓದುವುದನ್ನು ತಾತ್ಕಾಲಿಕವಾಗಿ ತಡೆ ಹಿಡಿದು, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಅಥವಾ ಅರ್ಥೈಸಲು ಮತ್ತು ಪ್ರಶಂಸಿಸಲು ನಿಮ್ಮ ಸೃಜನಶೀಲತೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ.

ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಅವುಗಳ ಉತ್ತರಗಳೊಂದಿಗೆ ಇರುವುದನ್ನು ನೀವು ಕಾಣಬಹುದು. ಹಾಗಿದ್ದರೂ, ನೀವೇ ಅಥವಾ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೋಡುವುದಕ್ಕೆ ಮುಂಚಿತವಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ.

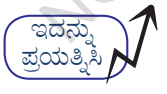
ಇದು ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಓದುವ ನಿಮ್ಮ ಅನುಭವವನ್ನು ಪುಷ್ಟೀಕರಿಸುತ್ತದೆ!

ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಬಂದಾಗಲೆಲ್ಲಾ ನೀವು ? ಮತ್ತು (?) ಈ ಗುರುತನ್ನು ನೋಡುವಿರಿ. ಇದು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಮಯ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ! ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ **'ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ'** ಎಂಬ ಶೀರ್ಷಿಕೆಯಡಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಕಡೆ ಅನೇಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಗೂಬೆಗಳ ಐಕಾನ್‌ಗಳು  ಮತ್ತು  ಗಣಿತದ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.

ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು 

ಎಂಬುದಾಗಿ ಗುರುತಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ. ಇವು ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ ಪರಿಹರಿಸಲು ನೀಡಲಾಗಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಕೊನೆಯದಾಗಿ, 

ಎಂಬುದಾಗಿ ಗುರುತಿಸಲಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿವೆ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಲು ಹೆಚ್ಚಿನ ಸೃಜನಶೀಲತೆಯ ಅಗತ್ಯವಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ಆಗಾಗ್ಗೆ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಉತ್ತರಿಸುವುದು ಹೆಚ್ಚು ಮೋಜಿನದಾಗಿರುತ್ತದೆ!

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ಮುನ್ನುಡಿ

2026–27 ನೇ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲಿನಿಂದ ರಾಜ್ಯದ ಎಲ್ಲಾ 8ನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕಲಿಕೆಗಾಗಿ ಲಭ್ಯವಾಗುತ್ತಿರುವ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಯು 2020 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿ ಹಾಗೂ 2023 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು (ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ)ಗಳ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡು ರಚಿಸಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅಂತರ್ಗತ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯೊಂದಿಗೆ 21 ನೇ ಶತಮಾನದ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುವಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಬೇಕಿರುವುದು ಮಾತ್ರವಲ್ಲ, ಅವರ ಭವಿಷ್ಯದ ಬೆಳೆವಣಿಗೆಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ದಕ್ಕಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು ತುಂಬಾ ಅಗತ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿ, ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಸದ್ಬಳಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಿದ್ಧರಿರುವಂತೆ ಅವರ ವಿಶ್ಲೇಷಣಾತ್ಮಕ, ವಿವರಣಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ನಿರೂಪಣಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಪೋಷಿಸಬೇಕಿದೆ. ಈ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಮಹತ್ತರವಾದ ಪಾತ್ರವನ್ನು ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದರೆ ತಪ್ಪಾಗಲಾರದು.

ಪಠ್ಯವಸ್ತು ಹಾಗೂ ಬೋಧನಾ ಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಸಮನ್ವಯಗೊಂಡಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುತೂಹಲಕ್ಕೆ ನೀರು ಎರೆಯುತ್ತಾ, ಅವರ ವಿಚಾರಣಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿ, ಅನ್ವೇಷಣಾ ಮಾರ್ಗದಲ್ಲಿ ಜ್ಞಾನ ಕಟ್ಟಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೇರಳ ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ತನ್ನ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿನ ಪ್ರಪಂಚವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಶೋಧಿಸಿ ಅಲ್ಲಿ ಅನುಭವಿಸುವ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಆರಂಭದಲ್ಲಿಯೇ ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಬಳಕೆಯಾಗಿರುವ ವರ್ಣರಂಜಿತ ಉದಾಹರಣೆಗಳು, ಸಂವಾದಾತ್ಮಕ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಬುನಾದಿಯನ್ನು ಬಲಿಷ್ಟಗೊಳಿಸಿ ಸಂಕೀರ್ಣ ಗಣತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ. ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥೈಯಿಸಲು ಪಠ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಕಥೆಗಳು, ಸಂವಾದಗಳು ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳ ಸಹಜ, ಸರಳ ಕಲಿಕೆಗೆ ಪೂರಕವಾಗಿವೆ. ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನಾವೀನ್ಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಹಾಗೂ ಒಗಟುಗಳನ್ನು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡಿರುವುದುರಿಂದ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳ ಗಮನವನ್ನು ಕಲಿಕೆಯ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಲು ಹಾಗೂ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಆಳವಾಗಿ ಅರ್ಥೈಯಿಸಿಕೊಂಡು ಅನ್ವಯಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಈ ಮೂಲಕ ತಮ್ಮ ಗಣಿತೀಯ ಅಲೋಚನಾ (Computational Thinking) ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರೇರಣೆ ನೀಡುತ್ತವೆ.

ನೀಡಿರುವ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಹಾಗೂ ಬಳಸಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಿತ್ಯಜೀವನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಅನ್ವಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸರಳವಾಗುತ್ತದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲೂ ಕಲೆ, ಇತಿಹಾಸ, ವಿಜ್ಞಾನ ಇತ್ಯಾದಿ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಸಮ್ಮಿಳನಗೊಳಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಬಹುಶಿಸ್ತೀಯ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅನುಕೂಲವಾಗುತ್ತದೆ. ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಥನ ಶೈಲಿಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ **ಮಾಡಿ ಕಲಿ** ತತ್ತ್ವದಡಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಸಲು ಅವಕಾಶ ನೀಡಿರುವುದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಕುತೂಹಲ ಮತ್ತು ಪ್ರೀತಿ ಹೆಚ್ಚುವುದರಲ್ಲಿ ಅನುಮಾನವಿಲ್ಲ.

ಇಷ್ಟೆಲ್ಲ ವಿಶೇಷ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತರಗತಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸುಗಮಕಾರರು ತಮ್ಮ ತರಗತಿಯನ್ನು ಅದಕ್ಕೆ ಪೂರಕವಾಗುವಂತೆ

NOT TO BE REPUBLISHED © KSTBE

ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೊಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಹಾಗೂ ಪೂರ್ವಭಾವಿ ಸಿದ್ಧತೆಯೊಂದಿಗೆ ತರಗತಿ ನಿರ್ವಹಣೆ ಮಾಡುವುದು ತುಂಬಾ ಅಗತ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಕುರುಡು ಲೆಕ್ಕಾಚರದ ಬದಲಿಗೆ ಒಗಟು, ಚರ್ಚೆ, ಸಂವಾದ, ಆಟ, ಪರಸ್ಪರ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಿಕೆ, ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಆಲೋಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತಹ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಒಳಗೊಂಡ ಸುಗಮಗಾರಿಕೆಯನ್ನು ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರೀಕ್ಷೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಈ ನಿರೀಕ್ಷೆಯನ್ನು ನಮ್ಮ ಸುಗಮಕಾರರು ಹುಸಿ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬ ನಂಬಿಕೆ ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯದ್ದಾಗಿದೆ.

ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕರ್ನಾಟಕ ರಾಜ್ಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ರಾಷ್ಟ್ರಮಟ್ಟದ ಎಲ್ಲಾ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ತನ್ನದಾಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು ಎಂಬ ಆಶಯದೊಂದಿಗೆ 2026–27 ನೇ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲಿನಿಂದ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅನುಮತಿ ನೀಡಿದ ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರದ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಬಳಕೆಗೆ ಅವಕಾಶ ನೀಡಿದ ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರಕಾಶನ ವಿಭಾಗಕ್ಕೆ ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಧನ್ಯವಾದಗಳು.

ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕನ್ನಡ, ಮರಾಠಿ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ತಮಿಳು ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಗೆ ಅನುವಾದಿಸಿದ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿಗೆ, ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಂಯೋಜನೆ ಮಾಡಿದ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಾಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ, ಡಿ.ಟಿ.ಪಿ ಆಪರೇಟರ್‌ಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಮುದ್ರಕರಿಗೆ ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಸಲ್ಲಿಸುತ್ತದೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಶ್ರೀ ಎಂ.ಪಿ. ಮಾದೇಗೌಡ
ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು
ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ.)
ಬೆಂಗಳೂರು.

ಕನ್ನಡ ಭಾಷಾಂತರ ಸಮಿತಿ

ಡಾ. ಹೆಚ್.ಎಸ್. ಗಣೇಶ ಭಟ್ಟ ನಿವೃತ್ತ ಪ್ರಾಂಶುಪಾಲರು, ಎಂ.ಇ.ಎಸ್. ಶಿಕ್ಷಣ ಮಹಾವಿದ್ಯಾಲಯ, ರಾಜಾಜಿನಗರ, ಬೆಂಗಳೂರು.

ಶ್ರೀ ಜೆ.ಆರ್. ನರಸಯ್ಯ ನಿವೃತ್ತ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಕರ್ನಾಟಕ ಪಬ್ಲಿಕ್ ಶಾಲೆ, ದೊಡ್ಡಬೆಳವಂಗಲ, ದೊಡ್ಡಬಳ್ಳಾಪುರ ತಾ॥ ಬೆಂಗಳೂರು ಗ್ರಾಮಾಂತರ ಜಿಲ್ಲೆ.

ಶ್ರೀ ಹೆಚ್.ಆರ್. ಸ್ವಾಮಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು, ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಅರಳುಮಲ್ಲಿಗೆ ಬಾಗಿಲು, ದೊಡ್ಡಬಳ್ಳಾಪುರ ತಾ॥ ಬೆಂಗಳೂರು ಗ್ರಾಮಾಂತರ ಜಿಲ್ಲೆ.

ಶ್ರೀಮತಿ ಎಸ್.ಎಸ್. ಸುಚೇತಾ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಟಿ. ದಾಸರಹಳ್ಳಿ, ಬೆಂಗಳೂರು ಉತ್ತರ ವಲಯ–4.

ಶ್ರೀ ಗುರುರಾಜ ಹೊಸೂರ್‌ಕರ್ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಕರ್ನಾಟಕ ಪಬ್ಲಿಕ್ ಶಾಲೆ (ಪ್ರೌಢ ವಿಭಾಗ), ಹೆಗ್ಗನಹಳ್ಳಿ, ಬೆಂಗಳೂರು ಉತ್ತರ ವಲಯ–1.

ಸಲಹೆ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ

ಶ್ರೀ ಎಂ.ಪಿ. ಮಾದೇಗೌಡ ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು, ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ.), 6ನೇ ಅಡ್ಡರಸ್ತೆ, ಮಲ್ಲೇಶ್ವರಂ, ಬೆಂಗಳೂರು.

ಶ್ರೀಮತಿ ಎಂ.ಡಿ. ಉಷಾ ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರು, ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ.), 6ನೇ ಅಡ್ಡರಸ್ತೆ, ಮಲ್ಲೇಶ್ವರಂ, ಬೆಂಗಳೂರು.

ಸಮನ್ವಯಾಧಿಕಾರಿಗಳು

ಶ್ರೀಮತಿ ಭಾಗ್ಯಲಕ್ಷ್ಮಿ ಸಹಾಯಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು, ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ.), 6ನೇ ಅಡ್ಡರಸ್ತೆ, ಮಲ್ಲೇಶ್ವರಂ, ಬೆಂಗಳೂರು.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ಪರಿವಿಡಿ

B1Z2T5

ಭಾಗ – ೧

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಘಟಕದ ಹೆಸರು	ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ
1	ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ	01
2	ಘಾತಾಂಕಗಳ ಆಟ	21
3	ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕಥೆ	52
4	ಚತುರ್ಭುಜಗಳು	86
5	ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಆಟ	117
6	ನಾವು ವಿಭಾಜಿಸುತ್ತೇವೆ ಆದರೆ ಅವು ಗುಣಿಸಲ್ಪಡಿಸುತ್ತವೆ	143
7	ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆ–1	167

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1 ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ

M5W5V7

ರಾಣಿ ರತ್ನಮಂಜೂರಿಯು ತನ್ನ ಬಳಿ ಇರುವ ರತ್ನಗಳ (ಅಮೂಲ್ಯ ಕಲ್ಲುಗಳು) ಸಂಪತ್ತನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಒಂದು ಉಯಿಲನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಳು ಮತ್ತು ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಒಗಟು ಕೂಡ ಇತ್ತು. ಆಕೆಯ ಮಗ ಖೋಯಿಸ್ನಮ್ ಮತ್ತು ಅವಳ 99 ಸಂಬಂಧಿಕರನ್ನು ರಾಣಿಯು ಬರೆದ ಉಯಿಲನ್ನು ಓದಲು ಆಹ್ವಾನಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ತನ್ನ ಎಲ್ಲಾ ರತ್ನಗಳನ್ನು ತನ್ನ ಮಗನಿಗೆ ಕೊಡಲು ಅವಳು ಬಯಸಿದ್ದಳು, ಆದರೆ ಹಾಗೆ ಮಾಡಿದರೆ, ಅವಳ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಬಂಧಿಕರು ಖೋಯಿಸ್ನಮ್‌ನನ್ನು ಸದಾ ಪೀಡಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ಅವಳಿಗೆ ತಿಳಿದಿತ್ತು. ಒಗಟನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮಗನಿಗೆ ನೀಡಿರುವುದಾಗಿ ಭಾವಿಸಿದ್ದಳು. ಅವಳು ತನ್ನ ಉಯಿಲಿನಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಟಿಪ್ಪಣಿಯನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಳು–

"ನಾನು ಒಂದು ಒಗಟು ರಚಿಸಿದ್ದೇನೆ. ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ 100 ಮಂದಿಯೂ ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಉತ್ತರಿಸಿದರೆ, ನೀವು ಆಗ ರತ್ನಗಳನ್ನು ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ. ಒಂದು ವೇಳೆ ನೀವು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿಗರಾದರೆ, ಆಗ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಎಲ್ಲಾ ರತ್ನಗಳೂ ನಿಮ್ಮದೇ ಆಗುತ್ತವೆ. ಶುಭವಾಗಲಿ."

ಸಚಿವರು ಖೋಯಿಸ್ನಮ್ ಮತ್ತು ಅವನ 99 ಸಂಬಂಧಿಕರನ್ನು ಅರಮನೆಯಲ್ಲಿರುವ 100 ಲಾಕರ್‌ಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ರಹಸ್ಯ ಕೋಣೆಗೆ ಕರೆದುಕೊಂಡು ಹೋದರು.

ನಂತರ ಸಚಿವರು ವಿವರಿಸಿದರು– "ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಗೂ 1 ರಿಂದ 100 ರವರೆಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ."

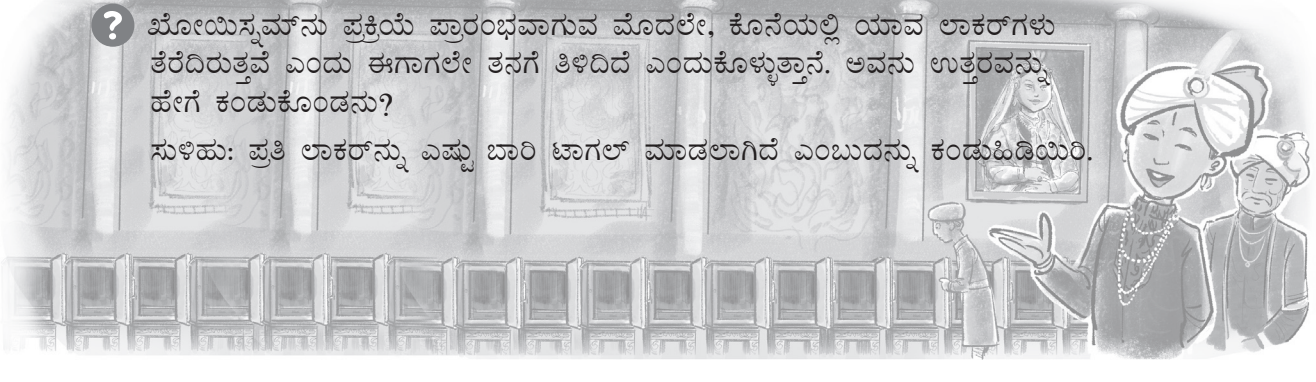
- ಮೊದಲ ವ್ಯಕ್ತಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ತೆರೆಯುತ್ತಾನೆ.
- ಎರಡನೇ ವ್ಯಕ್ತಿ ಪ್ರತಿ 2ನೇ ಲಾಕರ್‌ನ್ನು (2ನೇ, 4ನೇ, 6ನೇ,.....) ಟಾಗಲ್ (ಅಂದರೆ, ಲಾಕರ್ ತೆರೆದಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಮುಚ್ಚುತ್ತಾನೆ, ಲಾಕರ್ ಮುಚ್ಚಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ತೆರೆಯುತ್ತಾನೆ) ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.
- ಮೂರನೇ ವ್ಯಕ್ತಿ ಪ್ರತಿ 3ನೇ ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ಟಾಗಲ್ (3ನೇ, 6ನೇ, 9ನೇ, ... ಮತ್ತು ಹೀಗೆ) ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.
- ನಾಲ್ಕನೇ ವ್ಯಕ್ತಿ ಪ್ರತಿ 4ನೇ ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ಟಾಗಲ್ (4ನೇ, 8ನೇ, 12ನೇ, ... ಮತ್ತು ಹೀಗೆ) ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.

ಇದೇ ರೀತಿ ಎಲ್ಲಾ 100 ಜನರು ತಮ್ಮ ಸರದಿ ಬರುವವರೆಗೆ ಈ ಕ್ರಮವನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ, ಕೆಲವು ಲಾಕರ್‌ಗಳು ಮಾತ್ರ ತೆರೆದಿರುತ್ತವೆ. ತೆರೆದ ಲಾಕರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಸುರಕ್ಷಿತವಾಗಿರುವ ಕೋಡ್ ಅದೃಷ್ಟಶಾಲಿಗೆ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ."

? ಖೋಯಿಸ್ನಮ್‌ನು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಮೊದಲೇ, ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವ ಲಾಕರ್‌ಗಳು ತೆರೆದಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಈಗಾಗಲೇ ತನಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಅವನು ಉತ್ತರವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಕೊಂಡನು?

ಸುಳಿಹು: ಪ್ರತಿ ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಟಾಗಲ್ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



NOT TO BE REPUBLISHED © KTBS

ಒಂದು ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಾರಿ ಟಾಗಲ್ ಮಾಡಿದರೆ, ಅದು ತೆರೆದಿರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಅದು ಮುಚ್ಚಿರುತ್ತದೆ. ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಟಾಗಲ್ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಲಾಕರ್ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 6ನೇ ನಂಬರಿನ ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ಮೊದಲನೇ ವ್ಯಕ್ತಿ ತೆರೆಯುತ್ತಾನೆ. ಎರಡನೇ ವ್ಯಕ್ತಿ ಅದನ್ನು ಮುಚ್ಚುತ್ತಾನೆ, ಮೂರನೇ ವ್ಯಕ್ತಿ ಅದನ್ನು ತೆರೆಯುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ಆರನೇ ವ್ಯಕ್ತಿ ಅದನ್ನು ಮುಚ್ಚುತ್ತಾನೆ.

1, 2, 3 ಮತ್ತು 6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 6 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆ. ಲಾಕರ್‌ನ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಜನರು ಟಾಗಲ್ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಅದು ಅಂತಿಮವಾಗಿ ಮುಚ್ಚಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

6:
1×6
2×3
1, 2, 3 ಮತ್ತು 6
ಅಪವರ್ತನಗಳು

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಪವರ್ತನಕ್ಕೂ ಅದಕ್ಕೆ 'ಜೋಡಿಯಾಗುವ ಅಪವರ್ತನ' ವಿರುತ್ತದೆ, ಆ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಜೋಡಿಯ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ, 1 ಮತ್ತು 6 ಇವುಗಳು 6 ರ ಅಪರ್ತನಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತವೆ ಹಾಗೂ 2 ಮತ್ತು 3 ಮತ್ತೊಂದು ಜೋಡಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತವೆ.

(?) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆಯೇ?

1:
1×1
ಒಂದೇ ಒಂದು
ಅಪವರ್ತನ 1

4:
1×4
2×2
ಅಪವರ್ತನಗಳು
1, 2 ಮತ್ತು 4

9:
1×9
3×3
ಅಪವರ್ತನಗಳು
1, 3 ಮತ್ತು 9

ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ, 2×2 ನಂತಹ, ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

(?) ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನೀವು ಈ ಒಳನೋಟವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದೇ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 36ರ ಅಪವರ್ತನ ಜೋಡಿ 6×6 ಆಗಿದ್ದು, ಇಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 6 ಆಗಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆಯೇ? 6ನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ 36 ರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಪವರ್ತನವು ಅದರ ಪಾಲುದಾರನಾಗಿ ವಿಭಿನ್ನ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಸಂಖ್ಯೆ 36 ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು. ಇದು ನಿಜವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ –

$$1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3, 4 \times 4, \ldots$$

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು **ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ** ಅಥವಾ ಸರಳವಾಗಿ **ವರ್ಗ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮಾತ್ರ ವರ್ಗಗಳು, ಏಕೆಂದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ಸಂಖ್ಯೆಯು 1ನ್ನು ಅಪವರ್ತನವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ, ಅಲ್ಲದೇ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ಅದು ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಲಾಕರ್ ತೆರೆದಿರುತ್ತದೆ.

© KSEEB NOT TO BE REPUBLISHED

? ತೆರೆದಿರುವ ಲಾಕರ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಖೋಯಿಸ್ನಾಮ್ ತಕ್ಷಣವೇ ಈ 10 ಲಾಕರ್‌ಗಳಿಂದ ಸುಳಿವುಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ, 'ಪಾಸ್‌ಕೋಡ್ ನಿಖರವಾಗಿ ಎರಡು ಬಾರಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸಲಾದ ಮೊದಲ ಐದು ಲಾಕರ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ' ಎಂದು ಓದುತ್ತಾನೆ.

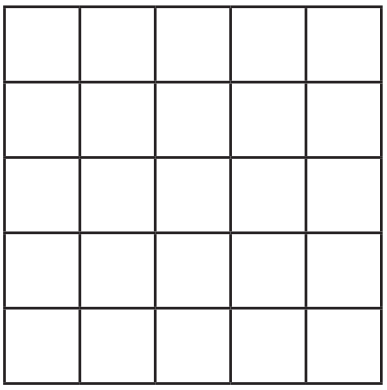
? ಈ ಐದು ಲಾಕರ್‌ಗಳು ಯಾವುವು?

ಎರಡು ಬಾರಿ ಟಾಗಲ್ ಮಾಡಲಾದ ಲಾಕರ್‌ಗಳು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ, ಏಕೆಂದರೆ ಪ್ರತಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯು 1 ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಕೋಡ್ 2 – 3 – 5 – 7 – 11.

1.1 ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

1, 4, 9, 16, ... ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಏಕೆ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ? ಚೌಕದಲ್ಲಿನ ಯೂನಿಟ್ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (ಒಂದು ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) ಅದರ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ವಿಭಿನ್ನ ಬಾಹು ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ(ಮೂಲಮಾನಗಳಲ್ಲಿ)	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳಲ್ಲಿ)
1	$1 \times 1 = 1$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನ
2	$2 \times 2 = 4$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನ
3	$3 \times 3 = 9$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನ
4	$4 \times 4 = 16$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನ
5	$5 \times 5 = 25$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನ
10	$10 \times 10 = 100$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನ



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ನಾವು ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಕೇತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ

$1 \times 1 = 1^2 = 1$
$2 \times 2 = 2^2 = 4$
$3 \times 3 = 3^2 = 9,$
$4 \times 4 = 4^2 = 16$
$5 \times 5 = 5^2 = 25.$
⋮

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ n ನ್ನು $n \times n = n^2$, ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ, ಅದನ್ನು nರ ವರ್ಗ ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.

ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ $\frac{3}{5}$ ಅಥವಾ 2.5 ಮೂಲಮಾನ ಹೊಂದಿರುವಂತೆ ಚೌಕ ಇರುತ್ತದೆಯೇ?

ಹೌದು, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $(\frac{3}{5})^2 = (\frac{3}{5}) \times (\frac{3}{5}) = (\frac{9}{25})$,

..... ಮತ್ತು $(2.5)^2 = (2.5) \times (2.5) = 6.25$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳಾಗಿವೆ.

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು **ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 1, 4, 9, 16, 25..... ಇವುಗಳೆಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳಾಗಿವೆ.

ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳ ವಿನ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು:

ಮೊದಲ 30 ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$12^2 =$	$22^2 =$
$3^2 = 9$	$13^2 =$	
$4^2 = 16$	$14^2 =$	
$5^2 = 25$	$15^2 =$	
$6^2 =$	$16^2 =$	
$7^2 =$	$17^2 =$	
$8^2 =$	$18^2 =$	
$9^2 =$	$19^2 =$	
$10^2 =$	$20^2 =$	

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(?) ಯಾವ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿರುವಿರಿ? ನೀವು ಗಮನಿಸಿದ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ತೀರ್ಮಾನ ತಿಳಿಸಿ.

ಗಣಿತದ ಮಾತು

ಮೇಲಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ವರ್ಗಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿ, ಅವುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಅಂಕಿಗಳು ಯಾವುವು? ಇವುಗಳ ಕೊನೆ (ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ) ಇರುವ ಅಂಕಿಗಳು 0, 1, 4, 5, 6 ಅಥವಾ 9 ಆಗಿವೆ. ಅಲ್ಲದೇ 2, 3, 7 ಅಥವಾ 8 ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ (ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ) ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

(?) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 0, 1, 4, 5, 6 ಅಥವಾ 9 ರಲ್ಲಿ ಕೊನೆಗೊಂಡರೆ, ಅದು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದು ವರ್ಗವೇ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

16 ಮತ್ತು 36 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 6 ಇರುವ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವರ್ಗಗಳಾಗಿವೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಬಿಡಿ ಅಂಕಿಯು 6 ಆಗಿರುವ 26 ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ವರ್ಗವಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ನೋಡುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದು ವರ್ಗವೇ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದರೆ, ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಯಿಂದ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಯಾವಾಗ ವರ್ಗವಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 2, 3, 7, ಅಥವಾ 8 ರೊಂದಿಗೆ ಕೊನೆಗೊಂಡರೆ, ಅದು ವರ್ಗವಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಖಂಡಿತವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು.

? ಅವುಗಳ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯನ್ನು ನೋಡಿ ಅವು ವರ್ಗಗಳಲ್ಲ ಎಂದು ನೀವು ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದಾದ 5 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

1^2, 9^2, 11^2, 19^2, 21^2 ಮತ್ತು 29^2 ಎಂಬ ವರ್ಗಗಳು ಅವುಗಳ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 1 ನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಮುಂದಿನ ಎರಡು ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 1 ಅಥವಾ 9 ನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವರ್ಗವು 1 ರಲ್ಲಿ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

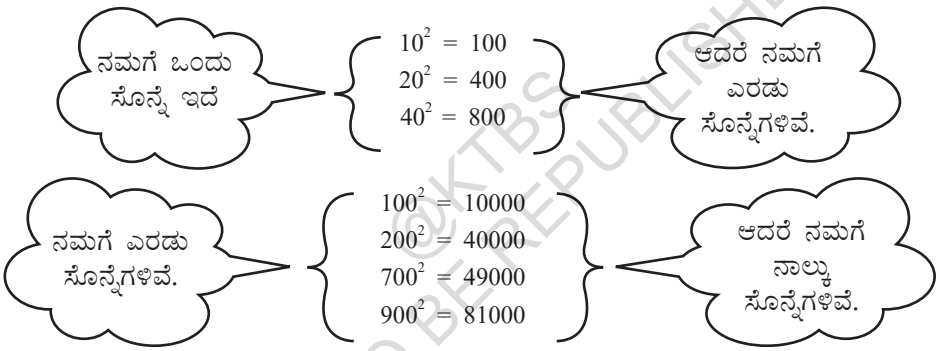
? ಸಂಖ್ಯೆ 6 ರಲ್ಲಿ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ: $16 = 4^2$, $36 = 6^2$, $196 = 14^2$, $256 = 16^2$, $576 = 24^2$ ಮತ್ತು $676 = 26^2$

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಅಂಕಿ 6 ನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ?

(i) 38^2 ii) 34^2 (iii) 46^2 (iv) 56^2 (v) 74^2 (vi) 82^2

? ನೀವು ಈಗಾಗಲೇ ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿದ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ಕಂಡುಬರುವ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ 3 ಸೊನ್ನೆಗಳಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವರ್ಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ?

? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದರ ವರ್ಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ? ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಾಧ್ಯವೇ? ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿರಬಹುದು ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದೇ?

? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದರ ವರ್ಗದ ಸಾಮ್ಯತೆ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು ಮತ್ತು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ವರ್ಗಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ನಾವು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚೋಣ. ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ?

$4-1=3$ $9-4=5$ $16-9=7$ $25-16=9$

ಮುಂದಿನ ಕೆಲವು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಈ ವಿನ್ಯಾಸವು ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಿ.

ಇದರಿಂದ ನಾವು 1 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದರಿಂದ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಕ್ರಮಾನುಗತ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$1 = \mathbf{1}$

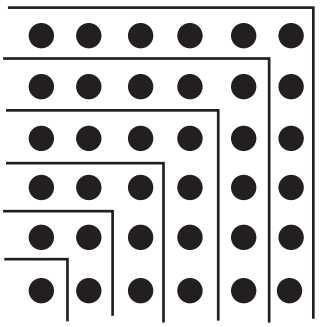
$1 + 3 = \mathbf{4}$

$1 + 3 + 5 = \mathbf{9}$

$1 + 3 + 5 + 7 = \mathbf{16}$

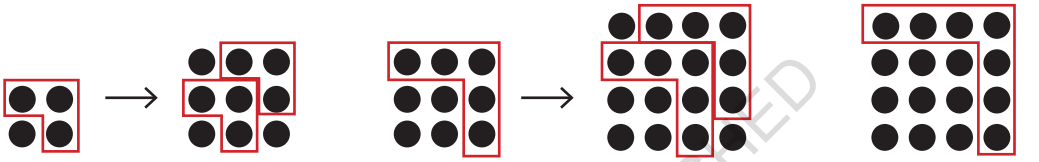
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \mathbf{25}$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = \mathbf{36}.$



6ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವ ಈ ವಿನ್ಯಾಸ ನಿಮಗೆ ನೆನಪಿದೆಯೇ?

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವು ಪ್ರತಿ ತಲೆಕೆಳಗಾದ L ನಂತರದ ಮುಂದಿನ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಏಕೆ ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ:



ಮೊದಲ "n" ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ n^2 ಎಂದು ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವರ್ಗವು 1 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ.



ಗಣಿತದಲ್ಲಿ, ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ವಾದಗಳು ಮತ್ತು ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಯಾವುದೇ (ಹೇಳಿಕೆ) ಪದಗಳಿಲ್ಲದೆ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಬಹುದು. ದೃಶ್ಯ ಪುರಾವೆಗಳನ್ನು ಅವುಗಳಿಂದಲೇ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಬಹುದು.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಅಲ್ಲದೆ, ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಕಳೆಯುವುದರ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ನೀವು ಸಂಖ್ಯೆ 25 ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, 1, 3, 5,..... ಇವುಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 0 ಪಡೆಯುವವರೆಗೆ ಅಥವಾ ದಾಟುವವರೆಗೆ ಕಳೆಯಿರಿ.

$25 - 1 = 24$ $\quad 24 - 3 = 21$ $\quad 21 - 5 = 16$ $\quad 16 - 7 = 9$ $\quad 9 - 9 = 0$

ಇದರರ್ಥ $25 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$ ಮತ್ತು ಇದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗಿದೆ. ನಾವು ಮೊದಲ ಐದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಳೆಯುವುದರಿಂದ, $25 = 5^2$ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

? $35^2 = 1225$ ಎಂದು ನೀಡಲಾಗಿದ್ದು, ಮೇಲಿನ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, 36^2 ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮೇಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಯಿಂದ 1225 ಎಂಬುದು ಮೊದಲ 35 ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. 36^2 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ನಾವು 36ನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 1225 ಗೆ ಕೂಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

(?) ನಾವು 36ನೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ?

1ನೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ 1, 2ನೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ 3, 3ನೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ 5, ..., 6ನೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ 11 ಮತ್ತು ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿಸಿ.

(?) nನೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

nನೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ $2n-1$.

ಆದ್ದರಿಂದ, 36ನೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ 71.

1225 ಕ್ಕೆ 71 ಅನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ, ನಮಗೆ 1296 ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ, ಇದು 36^2 ಆಗಿದೆ.

ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲದ, 38 ಎಂಬ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, 1 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಅನುಕ್ರಮ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಳೆಯುತ್ತಾ ಹೋಗಿ ಆಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹೀಗಿರುತ್ತದೆ.

$38 - 1 = 37$ $37 - 3 = 34$ $34 - 5 = 29$ $29 - 7 = 22$ $22 - 9 = 13$

$13 - 11 = 2$ $2 - 13 = -11$

ಇಲ್ಲಿ 38 ನ್ನು 1 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, 1 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲಾಗದಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಆ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು. ಈ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೇ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

(?) ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳ ನಡುವೆ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನೀವು ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ?

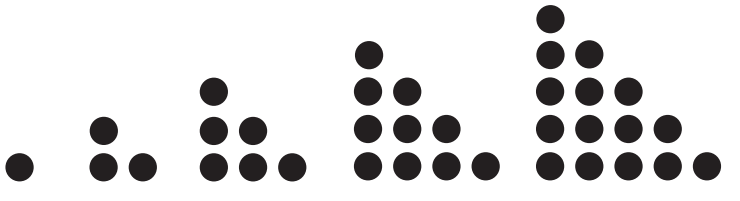
(?) ನೀವು ಈ ಮೊದಲು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿದ ವರ್ಗಗಳ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಬಳಸಿ, 1 ಮತ್ತು 100 ರ ನಡುವೆ ಎಷ್ಟು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ? 101 ಮತ್ತು 200 ರ ನಡುವೆ ಎಷ್ಟು? ಪ್ರತಿ 100 ರ ಬ್ಲಾಕ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ವರ್ಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನಮೂದಿಸುವ ಮೂಲಕ ಕೆಳಗಿನ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ನಮೂದಿಸಿ. 1000 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ದೊಡ್ಡ ವರ್ಗ ಯಾವುದು?

1 –100	101 – 200	201 – 300	301 – 400	401 – 500
_____	_____	_____	_____	_____
501 – 600	601 – 700	701 – 800	801 – 900	901 – 1000
_____	_____	_____	_____	_____

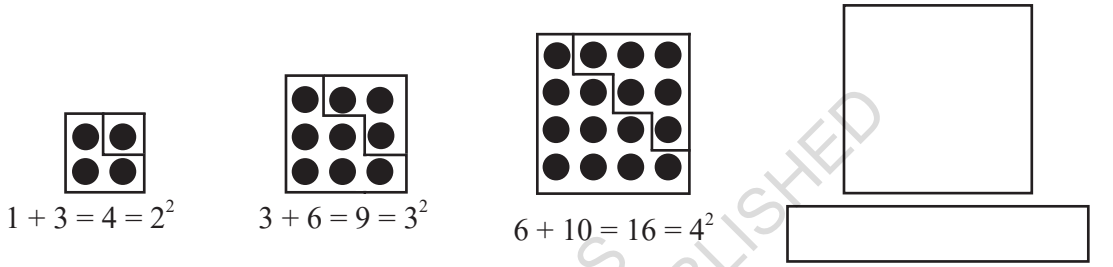
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು ಮತ್ತು ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ನಿಮಗೆ ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ನೆನಪಿದೆಯೇ?



? ನೀವು ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನೋಡಬಹುದೇ? ನೀಡಲಾಗಿರುವ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಮುಂದುವರೆಸಿ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಪದದ ವಿನ್ಯಾಸ ಬರೆಯಿರಿ.



ವರ್ಗ ಮೂಲಗಳು

? ಒಂದು ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 49 cm^2 ಆದರೆ ಅದರ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು? ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ, $7 \times 7 = 49$ ಅಥವಾ $7^2 = 49$

ಆದ್ದರಿಂದ, 49 cm^2 ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 7 cm ಆಗಿದೆ. 7 ನ್ನು 49 ರ **ವರ್ಗಮೂಲ** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, $y = x^2$ ಆಗಿದ್ದರೆ x ಎಂಬುದು y ನ **ವರ್ಗಮೂಲ**ವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

? 64 ರ ವರ್ಗಮೂಲ ಎಷ್ಟು?

8×8 ಯು 64 ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, 8 ಯು 64 ರ ವರ್ಗಮೂಲವಾಗಿದೆ. -8×-8 ರ ಬಗ್ಗೆ ನಿಮ್ಮ ಅಭಿಪ್ರಾಯವೇನು? ಅದು ಕೂಡಾ 64 ಆಗಿದೆ!

$\therefore\ 8^2 = 64$ ಮತ್ತು $(-8)^2 = 64$

ಆದ್ದರಿಂದ, 64 ರ ವರ್ಗಮೂಲಗಳು +8 ಮತ್ತು −8.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವು ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಧನಾತ್ಮಕವಾಗಿದ್ದರೆ, ಇನ್ನೊಂದು ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು $\sqrt{\ }$ ಮೂಲಕ ಸೂಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಹಾಗಾಗಿ, $\sqrt{64} = \pm 8$ ಮತ್ತು $\sqrt{100} = \pm 10$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

$\sqrt{8^2} = \pm 8$ ಮತ್ತು $\sqrt{10^2} = \pm 10$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, $\sqrt{n^2} = \pm n$ ಆಗಿದೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ, ನಾವು ಧನಾತ್ಮಕ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ.



? 576 ಅಥವಾ 327 ನಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡಿದರೆ, ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೇ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು? ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು 1, 4, 9, 6, 5, ಅಥವಾ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ ಸೊನ್ನೆ ಇವುಗಳಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದರೆ, ಈ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದು ವರ್ಗ ಎಂದು ನಾವು ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೇಳಲು ಬರುವುದಿಲ್ಲ.

327 ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು. ಅಲ್ಲದೇ 576 ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಹ ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಎಂದು ನಾವು ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

1. ನಾವು ಎಲ್ಲಾ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಈ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ 576 ಇದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸೋಣ. $20^2 = 400$, ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ 21, 22, 23..... ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಾಗ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ 576 ಅಥವಾ 576 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರುವವರೆಗೂ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡೋಣ.

$20^2 = 400$ $21^2 = 441$ $22^2 = 484$ $23^2 = 529$ $24^2 = 576$

ಆದಾಗ್ಯೂ, ಈ ವಿಧಾನವು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮಂಜಸವಲ್ಲ.

2. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವರ್ಗವನ್ನು 1 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

$\sqrt{81}$ ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

$81 - 1 = 80$ $80 - 3 = 77$ $77 - 5 = 72$ $72 - 7 = 65$ $65 - 9 = 56$

$56 - 11 = 45$ $45 - 13 = 32$ $32 - 15 = 17$ $17 - 17 = 0$

ನಾವು ಸಂಖ್ಯೆ 81 ನ್ನು ಒಂದರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ, ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಳೆಯುತ್ತಾ ಹೋದಾಗ, 9ನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ '0' ಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ನಾವು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 729 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ? ಹೌದು, ಆದರೆ ಅದು ಹೆಚ್ಚು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

3. ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಅದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದರಿಂದ ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೇ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆಯೇ?

ಹೌದು, ನಾವು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಎರಡು ಸಮಾನ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದಾದರೆ, ಎರಡೂ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿನ ಒಂದೊಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? 324 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೇ?

$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

ಇವುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಗುಂಪುಮಾಡಬಹುದು

$$324 = (2 \times 3 \times 3)(2 \times 3 \times 3)$$

$$= (2 \times 3 \times 3)^2 = 18^2$$

ನಾವು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಯಾಗಿಯು ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು. ಅಂದರೆ,

$$324 = (2 \times 2)(3 \times 3)(3 \times 3)$$

ಇದು 324 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ,

$$324 = (2 \times 3 \times 3)^2 = 18^2$$

ಆದ್ದರಿಂದ, $\sqrt{324} = 18$

? 156 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೇ?

156 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $2 \times 2 \times 3 \times 13$

ಈ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ನಾವು ಜೋಡಿಯಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ, 156 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಲ್ಲ..

? ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಕ್ರಮದಿಂದ 1156 ಮತ್ತು 2800 ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಹತ್ತಿರದಲ್ಲಿರುವ ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹುಡುಕಿ, ನಂತರ ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ ಅಂದಾಜಿಸುವುದರಿಂದ ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $\sqrt{1936}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ನಾವು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಯೋಚಿಸಬಹುದು:

(i) 1936 ಯು 1600 (40^2) ಮತ್ತು 2500 (50^2) ರ ನಡುವೆ ಇದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ $40 < \sqrt{1936} < 50$ ಆಗಿದೆ.

(ii) 1936 ರ ಕೊನೆಯ ಅಂಕಿ 6 (ಬಿಡಿಸ್ಥಾನ) ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ವರ್ಗಮೂಲದ ಕೊನೆಯ ಅಂಕಿ 4 ಅಥವಾ 6 ಆಗಿರಬೇಕು. ಅದು 44 ಅಥವಾ 46 ಆಗಿರಬಹುದು.

(iii) 40–45 ರ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಎರಡು ಸಮಭಾಗ ವ್ಯಾಪ್ತಿಗಳಾಗಿ (ಅರ್ಧಿಸಿ) ಅಂದರೆ 40–45 ಮತ್ತು 45–50 ಎಂದು ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು. ನಂತರ 1936 ರೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ ನಂತರದಲ್ಲಿ ಅಂದಾಜಿಸುವುದು.

ನಾವು 45^2 ಅನ್ನು $(40 + 5)(40 + 5) = 40^2 + 2 \times 40 \times 5 + 5^2$

$= 1600 + 400 + 25 = 2025$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

(iv) $2025 > 1936$ ಆದ್ದರಿಂದ, $40 < \sqrt{1936} < 45$ ಆಗಿದೆ.

(v) ಎರಡನೇ (ii) ಅಂಶದಲ್ಲಿನ ವೀಕ್ಷಣೆಯಿಂದ ನಾವು $\sqrt{1936}$ ಯು 44 ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ನಂತರ ಅದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ –

ಅರಿಬಮ್ ಮತ್ತು ಬಿಜೌ ಒಂದು ಆಟವನ್ನು ಆಡುತ್ತಾರೆ. ಒಬ್ಬರು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಬ್ಬರು ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲದೊಂದಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸುತ್ತಾರೆ. ಈಗ ಅರಿಬಮ್ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅವನು 25 ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ಬಿಜೌ ಬೇಗನೆ 5 ಎಂದು ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯಿಸುತ್ತಾನೆ. ನಂತರ ಬಿಜೌ 81 ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ, ಮತ್ತು ಅರಿಬಮ್ 9 ಎಂದು ಉತ್ತರಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅರಿಬಮ್ 250 ಎಂದು ಹೇಳುವವರೆಗೆ ಆಟ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ. ಬಿಜೌಗೆ ಇದನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ 250 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಲ್ಲ. ಆಗ ಕನಿಷ್ಠ 250 ರ ವರ್ಗಮೂಲಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರವಿರುವ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡಬಹುದೇ ಎಂದು ಅರಿಬಮ್‌ನು ಬಿಜೌನನ್ನು ಕೇಳುತ್ತಾನೆ.

ಆಗ, ಬಿಜೌನು 250 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವನು. $100 < 250 < 400$ ಮತ್ತು $\sqrt{100} = 10$ ಮತ್ತು $\sqrt{400} = 20$ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, $10 < \sqrt{250} < 20$.

ಆದರೆ, 250 ರ ವರ್ಗವಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ನಾವು ಇನ್ನೂ ಹತ್ತಿರದಲ್ಲಿಲ್ಲ.

ಈಗ $15^2 = 225$ ಮತ್ತು $16^2 = 256$ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $15 < \sqrt{250} < 16$ ಆಗಿದೆ. 250 ಯು 225 ಕ್ಕೆ ಹೊಲಿಸಿದರೆ 256 ಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚು ಹತ್ತಿರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, $\sqrt{250}$ ಸರಿಸುಮಾರು 16 ಆಗಿದೆ. ಅದು 16 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ ಇಲ್ಲಿದೆ.

ಅಖಿಲ್‌ನು 125 cm^2 ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಚೌಕಾಕಾರದ ಬಟ್ಟೆಯ ತುಂಡನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾನೆ. ಅವನು ಅದನ್ನು 15 cm ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಇರುವ ಚೌಕಾಕಾರದ ಕರವಸ್ತ್ರವನ್ನಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಬಹುದೇ ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಬಯಸುತ್ತಾನೆ. ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿದ್ದರೆ ಈ ಬಟ್ಟೆಯ ತುಂಡಿನಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಸಮೀಪವಿರುವ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವಂತೆ ಗರಿಷ್ಠ ಗಾತ್ರದ ಕರವಸ್ತ್ರವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಬಹುದಾದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಅವನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಬಯಸುತ್ತಾನೆ.

125 ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಲ್ಲ. ಹತ್ತಿರದ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು $11^2 = 121$ ಮತ್ತು $12^2 = 144$ ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಬಟ್ಟೆಯ ತುಂಡಿನಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಬಹುದಾದ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವಿರುವ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕಾಕಾರದ ಕರವಸ್ತ್ರದ ಅಳತೆಯು 11 cm ಆಗಿದೆ.

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲ?
   (i) 2032 (ii) 2048 (iii) 1027 (iv) 1089
2. 64^2, 108^2, 292^2, 36^2 ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೆ (ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನ) ಯಲ್ಲಿ ಅಂಕಿ '4' ನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ?
3. $125^2 = 15625$ ಕೊಟ್ಟಾಗ, 126^2 ರ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?
   (i) $15625 + 126$ (ii) $15625 + 26^2$ (iii) $15625 + 253$
   (iv) $15625 + 251$ (v) $15625 + 51^2$
4. ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 441 m^2 ಆದರೆ, ಅದರ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಬಹುದಾದ ಚಿಕ್ಕ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: 4, 9 ಮತ್ತು 10.
6. 9408 ನ್ನು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿಸಲು ಅದಕ್ಕೆ ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಲ್ಲದೇ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ನಡುವೆ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ?

(i) 16 ಮತ್ತು 17 (ii) 99 ಮತ್ತು 100

8. ಕೆಳಗಿನ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ

$$1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$$

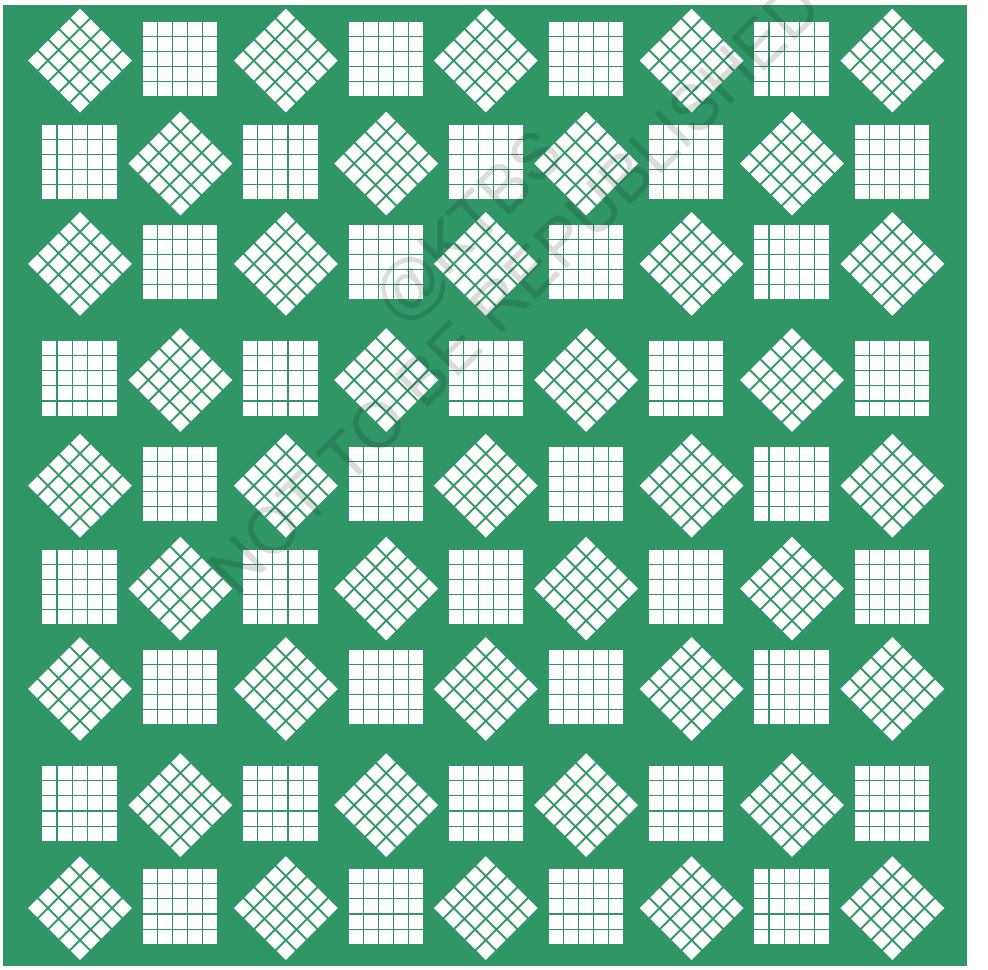
$$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$$

$$3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$$

$$4^2 + 5^2 + 20^2 = (\_\_\_)^2$$

$$9^2 + 10^2 + (\_\_\_)^2 = (\_\_\_)^2$$

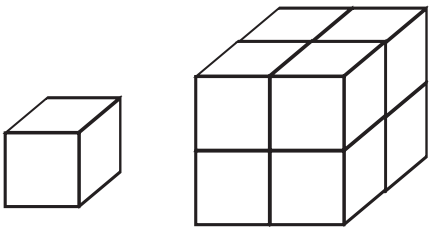
9. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳಿವೆ? ಈ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1.2 ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಜ್ಯಾಮಿತೀಯವಾಗಿ **ಘನ** ಎಂಬ ಪದ ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಘನವು ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯಾಗಿದ್ದು, ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಚುಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದು, ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. 2 cm ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಘನದಲ್ಲಿ 1 cm ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಇರುವ ಎಷ್ಟು ಘನಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು?



? 3 cm ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಘನದಲ್ಲಿ 1 cm ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಇರುವ ಎಷ್ಟು ಘನಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು? 1, 8, 27 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, ...

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ **ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳಿಗೆ ಆ ರೀತಿ ಹೆಸರಿಡಲು ಕಾರಣವೇನು ಎಂದು ನಿಮಗೆ ಅರ್ಥವಾಯಿತೇ? ಅವುಗಳಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂರು ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಪಡೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

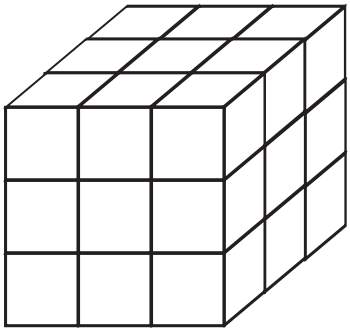
$$1 = 1 \times 1 \times 1$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

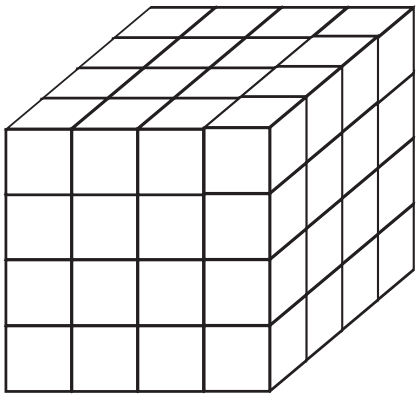
? 9 ಒಂದು ಘನವೇ?

$2 \times 2 \times 2 = 8$ ಮತ್ತು $3 \times 3 \times 3 = 27$ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇದರಿಂದ 9 ಪೂರ್ಣ ಘನವಲ್ಲ, ಅಲ್ಲದೇ 10 ರಿಂದ 26 ರವರೆಗಿನ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಸಹ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿದುಬರುತ್ತದೆ.



? ನೀವು 4 ಮೂಲಮಾನ ಅಂಚಿನ ಉದ್ದವಿರುವ ಘನದಲ್ಲಿ 1 ಮೂಲಮಾನ ಅಂಚಿನ ಉದ್ದವಿರುವ ಎಷ್ಟು ಘನಗಳನ್ನು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಬಹುದು?

ಇದು 64 ಮೂಲಮಾನ ಘನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ! ನೀವು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಗಮನಿಸಿದರೆ, ಈ ಘನದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದರವು 4×4 ಮೂಲಮಾನ ಘನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಇದರ ಪ್ರತಿ ಪದರವು 16 ಮೂಲಮಾನ ಘನಗಳನ್ನು ಅಂದರೆ (4×4) ಘನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅಂತಹ 4 ಪದರಗಳಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಘನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $4 \times 4 \times 4 = 64$, $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, ಅಂದರೆ 125 ಒಂದು ಘನವಾಗಿದೆ.



ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ n ಗೆ, ಅದರ ಘನ $n \times n \times n$ ನ್ನು n^3 ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

$1^3 = 1$	$11^3 = 1331$
$2^3 = 8$	$12^3 =$
$3^3 = 27$	$13^3 = 2197$
$4^3 = 64$	$14^3 = 2744$
$5^3 = 125$	$15^3 =$
$6^3 =$	$16^3 =$
$7^3 =$	$17^3 = 4913$
$8^3 =$	$18^3 = 5832$
$9^3 =$	$19^3 = 6859$
$10^3 =$	$20^3 =$

? ನೀವು ಮೇಲಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿರುವಿರಿ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

? ನಮಗೆ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ 0, 1, 4, 5, 6, 9 ಮಾತ್ರ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಕೊನೆಯ (ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನ) ಅಂಕಿಗಳು ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ. ಘನಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಅಂಕಿಗಳು ಯಾವುವು?

? ನೀವು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆಯೇ, 1, 2, ಮತ್ತು 3 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ? ನೀವು ಏನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ?

? ಒಂದು ಘನಸಂಖ್ಯೆಯು ನಿಖರವಾಗಿ ಎರಡು ಸೊನ್ನೆಗಳೊಂದಿಗೆ (00) ಕೊನೆಗೊಳ್ಳಬಹುದೇ? ವಿವರಿಸಿ.

ನಾವು $(\frac{4}{6})^2$, $(13.08)^2$, ಮತ್ತು $(-6)^2$ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು/ದಶಮಾಂಶಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಂತೆ, $(\frac{4}{6})^3$, $(13.08)^3$, ಮತ್ತು $(-6)^3$ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನಗಳನ್ನು ಸಹ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

$$(\frac{4}{6})^3 = (\frac{4}{6}) \times (\frac{4}{6}) \times (\frac{4}{6}) = (\frac{64}{216})$$

$$(13.08)^3 = 13.08 \times 13.08 \times 13.08 = 2237.810112$$

$$(-6)^3 = -6 \times -6 \times -6 = -216.$$

ಟ್ಯಾಕ್ಸಿಕ್ಯಾಬ್ (Taxi cab) ಸಂಖ್ಯೆಗಳು



ಒಮ್ಮೆ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್‌ರವರು ಕೇಂಬ್ರಿಡ್ಜ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಲ್ಲಿ ಜಿ.ಹೆಚ್. ಹಾರ್ಡಿ ಅವರೊಂದಿಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾಗ, ರಾಮಾನುಜನ್‌ರವರು ಅನಾರೋಗ್ಯದಿಂದ ಬಳಲುತ್ತಿದ್ದಾಗ ಹಾರ್ಡಿರವರು ಅವರನ್ನು ಭೇಟಿ ಮಾಡಲು ಆಸ್ಪತ್ರೆಗೆ ಬಂದಿದ್ದರು. ಹಾರ್ಡಿಯವರು ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿದ ಟ್ಯಾಕ್ಸಿಕ್ಯಾಬ್‌ನ ಸಂಖ್ಯೆಯು 1729 ಆಗಿತ್ತು ಮತ್ತು ಅವರ ಪ್ರಕಾರ 1729 'ಒಂದು ನೀರಸ

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಂಖ್ಯೆ' ಎಂದು ಹೇಳಿದರು, ಆದರೆ ಇದು ಕೆಟ್ಟ ಶಕುನವೇನಲ್ಲ ಎಂದು ಅವರು ಆಶಿಸಿದರು. ರಾಮಾನುಜನ್ ತಕ್ಷಣ ಉತ್ತರಿಸಿದರು, "ಇಲ್ಲ, ಹಾರ್ಡಿ, ಇದು ತುಂಬಾ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದು ಎರಡು ಘನಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ" ಎಂದರು.

$$1729 = 1^3 + 12^3$$
$$= 9^3 + 10^3$$

ಈ ಕಥೆಯಿಂದಾಗಿ, 1729 ಅನ್ನು **ಹಾರ್ಡಿ ರಾಮಾನುಜನ್** ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು ಎರಡು ಘನಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು **ಟ್ಯಾಕ್ಸಿಕ್ಯಾಬ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? 1729 ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಂತರದ ಮುಂದಿನ ಎರಡು ಟ್ಯಾಕ್ಸಿಕ್ಯಾಬ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 4104 ಮತ್ತು 13832 ಆಗಿವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಎರಡು ಧನ ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಎರಡು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಿ.

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಇದನ್ನು ರಾಮಾನುಜನ್ ಹೇಗೆ ತಿಳಿದಿದ್ದರು? ಕಾರಣ, ಅವರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರೀತಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಅವರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಅವರ ಜೀವನದುದ್ದಕ್ಕೂ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದರು. ರಾಮಾನುಜನ್ ಕೇಂಬ್ರಿಡ್ಜ್‌ನಲ್ಲಿದ್ದಾಗ, ಅವರ ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಗಳು ಇತರರಿಗೆ ಅಸಾಧ್ಯವೆಂದು ತೋರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಇವರ ಆಳವಾದ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ನೋಡುವ ಅವರ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ನೋಡಿ ಆಶ್ಚರ್ಯಚಕಿತರಾಗಿದ್ದರು. ಅವರ ಸಹೋದ್ಯೋಗಿ ಜಾನ್ ಲಿಟಲ್‌ವುಡ್ ಒಮ್ಮೆ ಹೀಗೆ ಹೇಳಿದರು, "ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು ಅವರ [ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ] ವೈಯಕ್ತಿಕ ಸ್ನೇಹಿತರಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬರಾಗಿದ್ದರು".

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಿಯಮವು ಸಹ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು. ಈ ಕೆಳಗಿನ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ನೋಡಿ:

$$1 = 1 = 1^3$$

$$3 + 5 = 8 = 2^3$$

$$7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$$

$$13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$$

$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 = 5^3$$

$$31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 = 216 = 6^3.$$

ಈ ಸರಣಿಯ ನಂತರ, ನಾವು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ:

$$91 + 93 + 95 + 97 + 99 + 101 + 103 + 105 + 107 + 109.$$

? ನೀವು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡದೆಯೇ ಈ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು ಎಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

ಘನಮೂಲಗಳು (Cube Roots)

ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುವಂತೆ, $8 = 2^3$ ಆಗಿದೆ.

ನಾವು 2ನ್ನು 8 ರ ಘನಮೂಲ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು $\sqrt[3]{8} = 2$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, $y=x^3$ ಆಗಿದ್ದರೆ, x ಎಂಬುದು y ನ ಘನಮೂಲವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು $x = \sqrt[3]{y}$ ನಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$.

ಇದೇ ರೀತಿ, $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ ಮತ್ತು $\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 3$ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿದಾಗ, $\sqrt[3]{n^3} = n$

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಘನವೇ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ? ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿನ ಮಾಹಿತಿಯಿಂದ ಸ್ಫೂರ್ತಿಗೊಂಡು, ನಾವು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಕ್ರಮವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದೇ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

? 3375 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಘನವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ.

$$3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5.$$

ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಮೂರು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದೇ? 3375 ಕ್ಕೆ, ನಾವು (3×5) ನ ಮೂರು ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ,

$$\begin{aligned} 3375 &= (3 \times 5) \times (3 \times 5) \times (3 \times 5) \\ &= (3 \times 5)^3 = 15^3. \end{aligned}$$

ಇನ್ನೊಂದು ಮಾರ್ಗವೆಂದರೆ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ತ್ರಿವಳಿ(ಗಳು) ಆಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಬಹುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು:

$$3375 = (3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5 \times 5) = 3^3 \times 5^3.$$

ಇದರರ್ಥ $\sqrt[3]{3375} = 15$.

? 500 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಘನವೇ?

$500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಮೂರು ಒಂದೇ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, 500 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಘನವಲ್ಲ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು	ಅವುಗಳ ಘನಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು
$4 = 2 \times 2$	$4^3 = 64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \times 2^3$
$6 = 2 \times 3$	$6^3 = 216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^3$
$15 = 3 \times 5$	$15^3 = 3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 3^3 \times 5^3$
$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12^3 = 1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 2^3 \times 3^3$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಇದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದರೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರತಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನವು ಅದರ ಘನದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಬಾರಿ ಕಂಡುಬರುವುದು.

? ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೆಲೆ (ಘನ ಮೂಲ)ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $\sqrt[3]{64}$ = (ii) $\sqrt[3]{512}$ = (iii) $\sqrt[3]{729}$ =

ಕ್ರಮಾನುಗತ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳು (Successive Differences)

ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುವ ಹಾಗೆ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಶೇಢಿಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾದ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಇಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಎರಡು ಹಂತಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳು ಒಂದೇ ಆಗುತ್ತವೆ.

ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು

	1	4	9	16	25	36	...
ಹಂತ 1		3	5	7	9	11	...
ಹಂತ 2			2	2	2	2	...

? ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ವಿವಿಧ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬರುವ ಹಾಗೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿರಿ. ಇದರಿಂದ ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ.

ಪೂರ್ಣ ಘನಗಳು

1	8	27	64	125	216	...

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1.3 ಇತಿಹಾಸದ ಒಂದು ತುಣುಕು (A Pinch of History)



ಮೊದಲ ಬಾರಿಗೆ ಕ್ರಿ.ಪೂ 1700ಕ್ಕಿಂತ ಮುಂಚಿತವಾಗಿ ಬ್ಯಾಬಿಲೋನಿಯನ್ನರು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ್ದರು. ಜೇಡಿಮಣ್ಣಿನ ಫಲಕಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಈ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು, ಭೂಮಿಯ ಅಳತೆ, ವಾಸ್ತುಶಿಲ್ಪ ವಿನ್ಯಾಸ, ಮತ್ತು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಇತರ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ವರ್ಗಮೂಲಗಳು ಮತ್ತು ಘನಮೂಲಗಳನ್ನು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.

ಪ್ರಾಚೀನ ಸಂಸ್ಕೃತ ಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ವರ್ಗ ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ಚೌಕಾಕಾರದ ಆಕೃತಿ ಅಥವಾ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹಾಗೂ ವರ್ಗಘಾತ ಎರಡಕ್ಕೂ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು ಮತ್ತು ಘನ ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ಘನಾಕೃತಿಯ ಘನ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂರು ಬಾರಿಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಗುಣಲಬ್ಧ ಎರಡಕ್ಕೂ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ನಾಲ್ಕನೇ ಘಾತವನ್ನು ವರ್ಗ–ವರ್ಗ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಈ ಪದಗಳನ್ನು ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಮೂರನೇ ಶತಮಾನ (BCE) ಯಿಂದ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.

ಆರ್ಯಭಟ (499 CE) ನಿರೂಪಿಸುತ್ತಾನೆ

"ವರ್ಗ ಆಕೃತಿಯು ನಾಲ್ಕು ಸಮನಾದ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು ಮತ್ತು ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವರ್ಗ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಎರಡು ಸಮಾನ ಪ್ರಮಾಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನೂ ಸಹ ವರ್ಗ ಎಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ."

ಹೀಗಾಗಿ, ವರ್ಗ (ಘಾತಕ್ಕಾಗಿ ವರ್ಗ) ಎಂಬ ಪದವು ಚೌಕ ಆಕೃತಿಯ ಚಿತ್ರಾತ್ಮಕ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಹುಟ್ಟಿಕೊಂಡಿದೆ.

ಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆ $\sqrt{}$ ವರ್ಗಮೂಲ, ಘನಮೂಲ ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಗೆ "ಮೂಲ" (ಸಸ್ಯದ ಮೂಲ) ಪದವನ್ನು ಏಕೆ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ?

ಏಕೆಂದರೆ, ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತದಲ್ಲಿ, ಬೇರು, ಆಧಾರ, ಕಾರಣ ಎಂಬ ಇತ್ಯಾದಿ ಅರ್ಥವಿರುವ ಮೂಲ ಎಂಬ ಸಂಸ್ಕೃತದ ಪದವನ್ನು ಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.

ಸಂಸ್ಕೃತದಲ್ಲಿ, ವರ್ಗ–ಮೂಲ (ವರ್ಗದ ಆಧಾರ, ಕಾರಣ, ಮೂಲ) ಅನ್ನು ಸ್ಕ್ವೇರ್ ರೂಟ್ (Square root) ಗೆ ಮತ್ತು ಘನ–ಮೂಲವನ್ನು ಕ್ಯೂಬ್ ರೂಟ್ (Cube root) ಪದಕ್ಕೆ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಮೂಲದ ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಾಗಿ ಮೂಲ ಎಂಬ ಪದದ ಬಳಕೆಯನ್ನು ತರುವಾಯ ಅರೇಬಿಕ್ ಮತ್ತು ಲ್ಯಾಟಿನ್ ಭಾಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಕರಿಸಲಾಯಿತು. ಕ್ರಮವಾಗಿ ಜಿಧ್ರ್ ಮತ್ತು ರಾಡಿಕ್ಸ್ ಎಂಬ ಸಸ್ಯದ ಮೂಲಕ್ಕೆ ಅವುಗಳ ಅನುಗುಣವಾದ ಪದಗಳ ಮೂಲಕ. ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಮೂಲ ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಎಂದರೆ ಮೊದಲ ಶತಮಾನದಿಂದಲೂ (BCE) ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಬಳಸಲಾದ ಇನ್ನೊಂದು ಪದವೆಂದರೆ ಪಾದ (ಪಾದ, ಆಧಾರ, ಕಾರಣ, ಮೂಲ). ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ (ಕ್ರಿ.ಶ. 628) ವಿವರಿಸಿದ್ದಾರೆ, 'ಕೃತಿ (ಚೌಕ) ದ ಪಾದ (ಮೂಲ) ಅದು ಚೌಕವಾಗಿದೆ.'

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. 27000 ಮತ್ತು 10648 ಇವುಗಳ ಘನಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2. 1323ನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿಸಲು ಅದಕ್ಕೆ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

3. ಸರಿ ಅಥವಾ ತಪ್ಪು ಎಂದು ತಿಳಿಸಿ. ನಂತರ ನಿಮ್ಮ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

   (i) ಯಾವುದೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನವು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

   (ii) 8 ರಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವ ಯಾವುದೇ ಘನಸಂಖ್ಯೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ

   (iii) 2–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನವು 3–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಬಹುದು.

   (iv) 2–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನವು ಏಳು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು.

   (v) ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

4. ಸಂಖ್ಯೆ 1331 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಘನ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳುತ್ತಿರಿ. ನೀವು ಅದರ ಘನಮೂಲವನ್ನು ಅವಪರ್ತಿಸದೇ ಊಹಿಸಬಹುದೇ? ಅದರ ಘನಮೂಲ ಯಾವುದು? ಅದೇ ರೀತಿ, 4913, 12167 ಮತ್ತು 32768 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನಮೂಲಗಳನ್ನು ಊಹಿಸಿ.

5. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ? ಕಾರಣದೊಂದಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

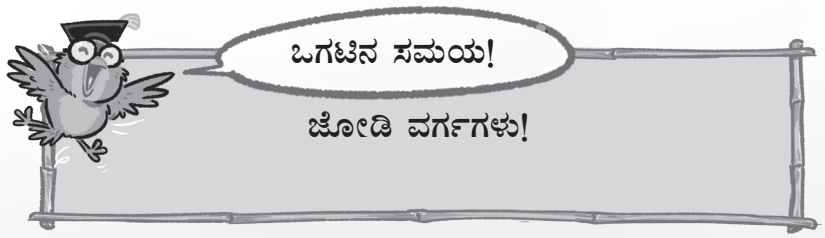
   (i) $67^3 - 66^3$ (ii) $43^3 - 42^3$ (iii) $67^3 - 66^3$ (iv) $43^3 - 42^3$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಾರಾಂಶ

- ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
- ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ/ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0, 1, 4, 5, 6 ಅಥವಾ 9 ಇರುತ್ತದೆ. ವರ್ಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ (ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ) ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸೊನ್ನೆಗಳು ಮಾತ್ರ ಇರುತ್ತವೆ.
- ವರ್ಗಮೂಲವು ವರ್ಗದ ವಿಲೋಮ ಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಧನವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು "$\sqrt{\ }$" ಎಂಬ ಸಂಕೇತದಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಉದಾರಣೆಗೆ $\sqrt{9} = 3$
- ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂರು ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಗುಣಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಘನ ಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಉದಾರಣೆಗೆ 1, 8, 27, ... ಇತ್ಯಾದಿಗಳು ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.
- ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು
- ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂರು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು.
- ಘನ ಮೂಲವನ್ನು $\sqrt[3]{\ }$ ಸಂಕೇತದಿಂದ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಉದಾರಣೆ, $\sqrt[3]{27} = 3$.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ 3, 6, 10, 15, 1 ಇವುಗಳನ್ನು ಅಕ್ಕ ಪಕ್ಕದ ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ ವರ್ಗ ಬರುವ ಹಾಗೆ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

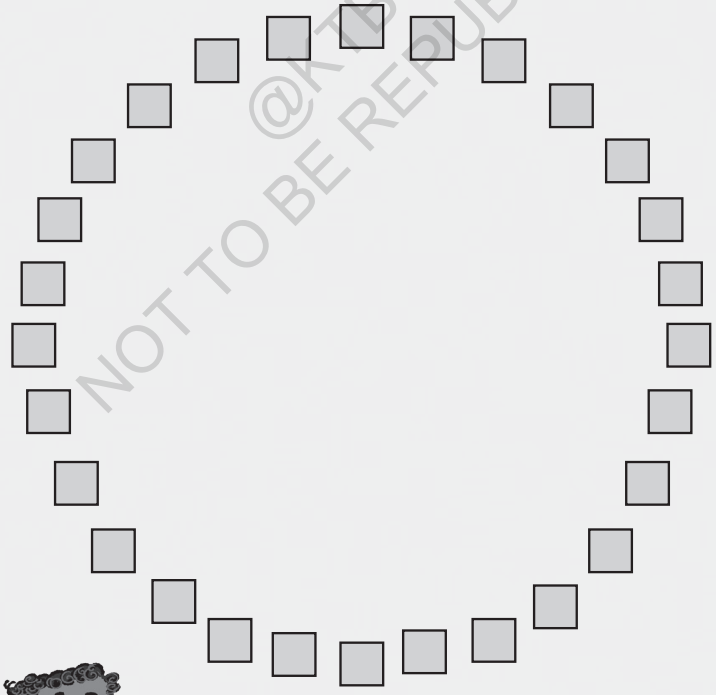
$$3 + 6 = 9, \quad 6 + 10 = 16, \quad 10 + 15 = 25, \quad 15 + 1 = 16.$$

ಇದೇ ರೀತಿ 1 ರಿಂದ 17 ರ ವರೆಗಿನ (ಪುನರಾವರ್ತಿಸದೇ) ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಅಕ್ಕ ಪಕ್ಕದ ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ವರ್ಗವಾಗಿರುವಂತೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ.

ನೀವು ಇದನ್ನು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದೇ? ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಏಕೆ ಎಂದು ಅದನ್ನು ವಿವರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?



ನೀವು ಇದನ್ನು 1 ರಿಂದ 32ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ (ಪುನರಾವರ್ತಿಸದೇ) ಅನ್ವಯಿಸುವಂತೆ ಈ ಬಾರಿ ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಬಹುದೇ?



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



2 ಘಾತಾಂಕಗಳ ಆಟ

T2M9X9

2.1 ಘಾತಗಳ ಆಟವನ್ನು ಅನುಭವಿಸುವುದು

ಒಂದು ಅಸಾಧ್ಯವಾದ ಸಾಹಸ !

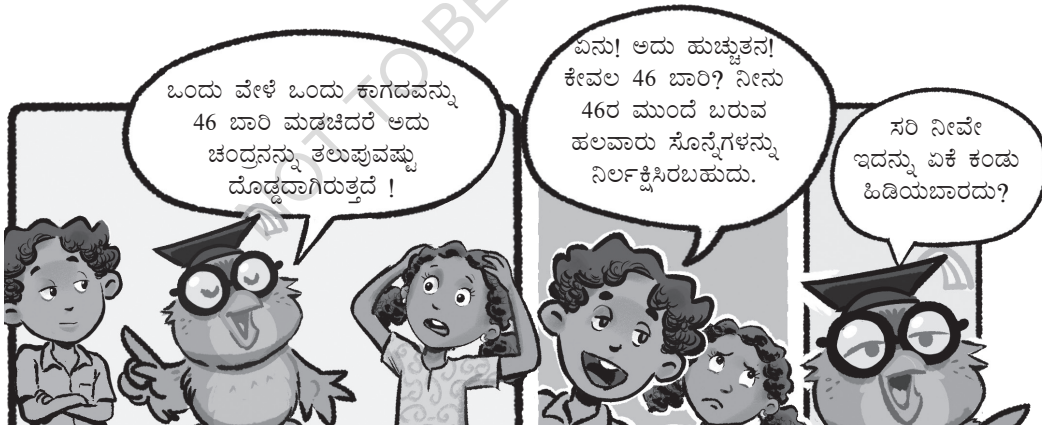
ಎಷ್ಟು ಸಾಧ್ಯವೊ, ಅಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದಾದ ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಅದನ್ನು ಒಮ್ಮೆ ಮಡಚಿ. ಅದನ್ನು ಮತ್ತೆ ಮತ್ತೆ ಮಡಚಿ.

? ಒಂದರ ಮೇಲೆ ಒಂದರಂತೆ ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಮಡಚಬಹುದು?

ಎಸ್ತು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ "ಒಂದು ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಯನ್ನು 7ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಮಡಚಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ಕೇಳಿದ್ದೇನೆ"

ರಾಕ್ಸಿ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ "ನಾವು ವೃತ್ತ ಪತ್ರಿಕೆ ಅಥವಾ ಟಿಷ್ಯುಪೇಪರ್ ರೀತಿಯ ಕಾಗದವನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ ಹೇಗೆ?"

ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಕಾಗದಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಮತ್ತು ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡಿ.



? ನಿಮಗಿಷ್ಟ ಬಂದಷ್ಟು ಸಾರಿ ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಮಡಚಬಹುದು ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ. 30 ಸಾರಿ ಮಡಚಿದರೆ ಅದರ ದಪ್ಪ ಎಷ್ಟಾಗಬಹುದು? ಊಹಿಸಿ.

ಒಂದು ವೇಳೆ ಕಾಗದದ ದಪ್ಪ 0.001 cm ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದರೆ, ಅದರ ದಪ್ಪ 46 ಬಾರಿ ಮಡಚಿದ ಮೇಲೆ ಎಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

© @KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ಕಾಗದದ ಪ್ರತಿ ಮಡಿಕೆಯ ನಂತರದ ದಪ್ಪವನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಮಡಿಕೆಯಲ್ಲು ಅದರ ಗಾತ್ರ ದುಪ್ಪಟ್ಟಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ
1	0.002 cm	7	0.128 cm	13	8.192 cm
2	0.004 cm	8	0.256 cm	14	16.384 cm
3	0.008 cm	9	0.512 cm	15	32.768 cm
4	0.016 cm	10	1.024 cm	16	65.536 cm
5	0.032 cm	11	2.048 cm	17	≈ 131 cm
6	0.064 cm	12	4.096 cm		

("≈" ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಸರಿಸುಮಾರು (ಅಂದಾಜು) ಎಂದು ಸೂಚಿಸಲು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.) 10 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪವು 1 cm ಗಿಂತ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ (1.024 cm).

17 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪವು ಸುಮಾರು 131 cm (4 ಅಡಿಗಳಿಗಿಂತ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು).

? ಈಗ 30 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ, 45 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ಕಾಗದದ ದಪ್ಪ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ? ಗಣಿತದ ಮಾತು

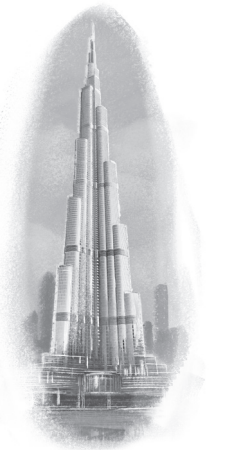
ಊಹಿಸಿ.

? ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ.

ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ
18	≈ 262 cm	21		24	
19	≈ 524 cm	22		25	
20	≈ 10.4 cm	23		26	

26 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪವು ಸುಮಾರು 670 m. ದುಬೈನಲ್ಲಿರುವ ಜಗತ್ತಿನ ಅತಿ ಎತ್ತರದ ಕಟ್ಟಡ ಬುರ್ಜ್ ಖಲೀಫದ ಎತ್ತರವು 830 m.

ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ
27	≈ 1.3 km	29	
28		30	



30 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ಕಾಗದದ ದಪ್ಪವು ಸುಮಾರು 10.7 km. ಇದು ವಿಮಾನಗಳು ಹಾರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಎತ್ತರಕ್ಕೆ ಸಮ. ಅನ್ವೇಷಣೆಯ ಪ್ರಕಾರ ಸಾಗರಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಆಳವಾದ ಸ್ಥಳ ಮರಿಯಾನ ಟ್ರಂಚ್. ಇದರ ಆಳ 11 km ಆಗಿದೆ.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ
31		36		41	
32		37		42	
33		38		43	
34		39		44	
35		40		45	

ಕೇವಲ 46 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪವು 7,00,000 km ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಎನ್ನುವ ಅಂಶವನ್ನು ಜೀರ್ಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಕಷ್ಟವಾಗಬಹುದು. ಇದು ಗುಣಾಕಾರದ ಬೆಳವಣಿಗೆಯ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ, ಇದನ್ನು **ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ** ಎಂದು ಕರೆಯಬಹುದು.

ನಾವು ಬೆಳವಣಿಗೆಯ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಪ್ರತಿ ಮಡಿಕೆಯ ನಂತರ ದಪ್ಪವು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಮಡಿಕೆ 4	0.016 cm
ಮಡಿಕೆ 5	0.032 cm

ಮಡಿಕೆ 9	0.512 cm
ಮಡಿಕೆ 10	1.024 cm

ಎರಡು ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪದಲ್ಲಿನ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಅದು ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ?

3 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪವು ಎಂಟರಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ (= 2 × 2 × 2). ಇದು ನಿಜವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಹಾಗೆಯೇ ಯಾವುದೇ ಹಂತದಿಂದ 10 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪವು 1024 ರಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ. (= 2ನ್ನು 10 ಸಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ) ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ.

ಮಡಿಕೆ 4	0.016 cm
ಮಡಿಕೆ 6	0.064 cm

ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	(ಇಷ್ಟು) ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ
0 ರಿಂದ 10	1.024 cm – 0.001 cm = 1.023 cm	1.024 ÷ 0.001 = 1024
10 ರಿಂದ 20	10.485 m – 1.024 cm ≈ 10.474 m	10.485 m ÷ 1.024 cm = 1024
20 ರಿಂದ 30	10.737 km – 10.485 m ≈ 10.726 km	10.737 km ÷ 10.485 m = 1024
30 ರಿಂದ 40	10995 km – 10.737 km ≈ 10984.2 km	10995 km ÷ 10.737 km = 1024

© KSEEB NOT TO BE REPUBLISHED

2.2 ಘಾತೀಯ ಸಂಕೇತಗಳು ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯೆಗಳು

ಕಾಗದದ ಆರಂಭಿಕ ದಪ್ಪವು 0.001 cm. ಒಮ್ಮೆ ಮಡಚಿದಾಗ ಅದರ ದಪ್ಪವು $0.001 \text{ cm} \times 2 = 0.002 \text{ cm}$ ಆಯಿತು.

ಎರಡು ಸಾರಿ ಮಡಚಿದಾಗ ಅದರ ದಪ್ಪವು $0.001 \text{ cm} \times 2 \times 2 = 0.004 \text{ cm}$ ಅಥವಾ $0.001 \text{ cm} \times 2^2 = 0.004 \text{ cm}$ ಆಯಿತು.

ಮೂರು ಬಾರಿ ಮಡಚಿದಾಗ ಅದರ ದಪ್ಪವು $0.001 \text{ cm} \times 2 \times 2 \times 2 = 0.008 \text{ cm}$ ಅಥವಾ $0.001 \text{ cm} \times 2^3 = 0.008 \text{ cm}$ ಆಯಿತು.

ನಾಲ್ಕು ಬಾರಿ ಮಡಚಿದಾಗ ಅದರ ದಪ್ಪವು $0.001 \text{ cm} \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 0.0016 \text{ cm}$ ಅಥವಾ $0.001 \text{ cm} \times 2^4 = 0.016 \text{ cm}$ ಆಯಿತು.

ಇದೇ ರೀತಿ ಕಾಗದವನ್ನು ಏಳು ಸಾರಿ ಮಡಚಿದಾಗ ಅದರ ದಪ್ಪವು $0.001 \text{ cm} \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 0.128 \text{ cm}$ ಅಥವಾ $0.001 \text{ cm} \times 2^7 = 0.128 \text{ cm}$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು n^2 ಎಂದೂ ಮತ್ತು ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು n^3 ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

$n \times n = n^2$ (n ನ ವರ್ಗ ಅಥವಾ 'n' ನ ಘಾತವನ್ನು 2ಕ್ಕೆ ಏರಿಸಲಾಗಿದೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ)

$n \times n \times n = n^3$ ('n' ಕ್ಯೂಬ್ ಅಥವಾ 'n' ನ್ನು 3ರ ಘಾತಕ್ಕೆ ಏರಿಸಲಾಗಿದೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ)

$n \times n \times n \times n = n^4$ (n ನ್ನು 4ರ ಘಾತಕ್ಕೆ ಏರಿಸಲಾಗಿದೆ ಅಥವಾ 'n' ನ ಘಾತ 4 ಎಂದು ಓದಲಾಗುತ್ತದೆ)

$n \times n \times n \times n \times n \times n \times n = n^7$ (n ನ್ನು 7ರ ಘಾತಕ್ಕೆ ಏರಿಸಲಾಗಿದೆ ಅಥವಾ 'n' ನ ಘಾತ 7 ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ) ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 'n' ನ್ನು 'a' ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ n^a ಎಂದು ನಮೂದಿಸುತ್ತೇವೆ.

$$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$$

5^4 ಎನ್ನುವುದು 625 ರ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪ. ಇಲ್ಲಿ 4 ಎಂಬುದು **ಘಾತಾಂಕ/ ಘಾತ** ಮತ್ತು 5 ಎನ್ನುವುದು **ಆಧಾರ**. 5^n ರೂಪದ ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು 5 ರ ಘಾತಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ: $5^1, 5^2, 5^3, 5^4$, ಇತ್ಯಾದಿ.

5^4 ರಲ್ಲಿ 5ನ್ನು 4ರ ಘಾತಕ್ಕೆ ಏರಿಸಲಾಗಿದೆ ಅಥವಾ 5ರ ಘಾತ 4 ಅಥವಾ 5ರ ನಾಲ್ಕನೇ ಘಾತ ಎಂದು ಓದಬಹುದು.

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10} = 1024$ ಈ ಹಿಂದೆ ನಮಗೆ ದೊರೆತ 1024 ನೆನಪಿದೆಯೇ? ಅಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ 10 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪವು 1024 ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದರ್ಥ.

? ಯಾವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಒಂದು ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಯನ್ನು 10 ಬಾರಿ ಮಡಚಿದ ನಂತರ ಅದರ ದಪ್ಪವನ್ನು ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ? ಆರಂಭಿಕ ದಪ್ಪವನ್ನು 'v' ನಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

(i) $10v$ (ii) $10 + v$ (iii) $2 \times 10 \times v$

(iv) 2^{10} (v) $2^{10}v$ (vi) 10^2v

NOT TO BE REPUBLISHED © KTBS

ಘಾತೀಯ ಸಂಕೇತದ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳು:

$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64.$

$(-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3 = -64.$

ಅದೇ ರೀತಿ, $a \times a \times a \times b \times b$ ಯನ್ನು $a^3 b^2$ ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು (a ಕ್ಯೂಬ್ b ಸ್ಕ್ವೈರ್ ಅಥವಾ a ರ ಘಾತ 3, b ರ ಘಾತ 2 ಎಂದು ಓದಬಹುದು) '

$a \times a \times b \times b \times b \times b$ ಯನ್ನು $a^2 b^4$ (a ಸ್ಕ್ವೈರ್ b ಟು ದ ಪವರ್ 4 ಅಥವಾ a ಯ ಘಾತ 2, b ಯ ಘಾತ 4 ಎಂದು ಓದಬಹುದು)

ನೆನಪಿಡಿ: $4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12,$

ಆದರೆ, $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64.$

? 32400 ನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

$32400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3.$

ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿದಾಗ ಹೀಗಿರುತ್ತದೆ $32400 = 2^4 \times 5^2 \times 3^4$

2	32400
2	16200
2	8100
2	4050
5	2025
5	405
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

? $(-1)^5$ ಎಂದರೇನು? ಇದು ಧನಾತ್ಮಕವೇ ಅಥವಾ ಋಣಾತ್ಮಕವೇ?
$(-1)^{56}$ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

? $(-2)^4 = 16$ ಇದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

0^2, 0^5 ಎಂದರೇನು?
0^n ಎಂದರೇನು?

? **ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ**

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

(i) $6 \times 6 \times 6 \times 6$ (ii) $y \times y$

(iii) $b \times b \times b \times b$ (iv) $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$

(v) $2 \times 2 \times a \times a$ (vi) $a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d$

2. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಅವುಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಘಾತೀಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

(i) 648 (ii) 405 (iii) 540 (iv) 3600

3. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕ ಬೆಲೆ (ಮೌಲ್ಯ)ಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 2×10^3 (ii) $7^2 \times 2^3$

(iii) 3×4^4 (iv) $(-3)^2 \times (-5)^2$

(v) $3^2 \times 10^4$ (vi) $(-2)^5 \times (-10)^6$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

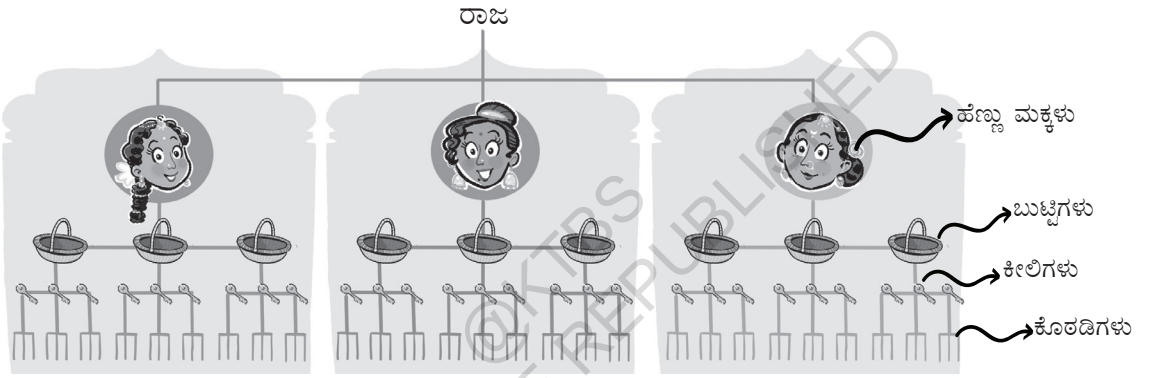
ಹೊಳೆಯುವ ಕಲ್ಲುಗಳು ....



? ಕುತೂಹಲ ಬಿಂಬಿಸುವ ಕಣ್ಣುಗಳ ಮೂವರು ಹೆಣ್ಣುಮಕ್ಕಳು, ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ರಾಜನಿಂದ ಬಹುಮಾನವಾಗಿ ಮೂರು ಬುಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಪಡೆದರು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಮೂರು ಬೆಳ್ಳಿಯ ಕೀಲಿಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೀಲಿಯಿಂದ ಮೂರು ದೊಡ್ಡ ಕೊಠಡಿಗಳು ಸುಲಭವಾಗಿ ತೆರೆಯಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೊಠಡಿಯಲ್ಲಿ ಮೇಜುಗಳಿವೆ– ಒಂದು, ಎರಡು, ಮೂರು, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೇಜಿನ ಮೇಲೆ ಮೂರು ಹೊಳೆಯುವ ನೆಕ್ಲೇಸ್‌ಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ನೆಕ್ಲೇಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಹೊಳೆಯುವ ಮೂರು ವಜ್ರದ ಕಲ್ಲುಗಳಿವೆ. ಈ ಹೊಳೆಯುವ ಕಲ್ಲುಗಳನ್ನು ನೀವು ಎಣಿಸಬಹುದೇ?
ಸುಳಿಹು: ಬುಟ್ಟಿಗಳು ಮತ್ತು ಕೊಠಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? ಒಟ್ಟಾರೆಯಾಗಿ ಅಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕೊಠಡಿಗಳಿದ್ದವು?

ನೀಡಿರುವ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಅವಲೋಕಿಸಿದಾಗ ಕೊಠಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 3^4 ಎಂದು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. 3ನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿ ಗುಣಿಸುವುದರಿಂದ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

$$3 \times 3 = 9.$$
$$9 \times 3 = 27.$$
$$27 \times 3 = 81.$$
$$81 \times 3 = 243.$$

? ಒಟ್ಟಾರೆಯಾಗಿ ಎಷ್ಟು ವಜ್ರದ ಕಲ್ಲುಗಳಿದ್ದವು? ಮೇಲಿನ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಬಳಸಿ ಕೇವಲ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಒಂದು ಗುಣಾಕಾರದಿಂದ ನಾವು ವಜ್ರದ ಕಲ್ಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ವಜ್ರದ ಕಲ್ಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ: $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$

$3^7 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. 3^4 ರ ಬೆಲೆ ಮತ್ತು 3^3ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಅವುಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು $(3^3 = 27), (3^4 = 81)$ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 3^7 ರ ಬೆಲೆ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

$$= 3^4 \times 3^3$$
$$= 81 \times 27$$
$$= 2187$$

$$\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{3^4} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3^3}$$

? 3^7 ನ್ನು $3^2 \times 3^5$ ಎಂದೂ ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು. ಏಕೆ ಎಂದು ನೀವು ಕಾರಣ ನೀಡಬಲ್ಲಿರಾ? ಒಂದೇ ಅಕ್ಷರ–ಸಂಖ್ಯೆ ಹೊಂದಿರುವ ಘಾತಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು.

? $p^4 \times p^6$ ರ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಘಾತಾಂಕ (ಘಾತೀಯ) ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

$p^4 \times p^6 = (p \times p \times p \times p) \times (p \times p \times p \times p \times p \times p) = p^{10}$.

ಇದನ್ನು ನಾವು ಹೀಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು –

$n^a \times n^b = n^{a+b}$, a ಮತ್ತು b ಗಳು ಎಣಿಕೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

? ಈ ಅವಲೋಕನದಿಂದ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ.

(i) 2^9 (ii) 5^7 (iii) 4^6



4^6 ನ್ನು ಈ ಎರಡು ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಬಹುದು.

$(4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^3 \times 4^3$ $= 64 \times 64$ $= 4096.$	$(4 \times 4) \times (4 \times 4) \times (4 \times 4) = 4^2 \times 4^2 \times 4^2$ $= 16 \times 16 \times 16$ $= 4096.$
$4^3 \times 4^3$ ಎಂಬುದು 4^3 ರ ವರ್ಗವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ, $4^3 \times 4^3$ ನ್ನು $(4^3)^2$ ಎಂದೂ ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು.	$4^2 \times 4^2 \times 4^2$ ಇದು 4^2 ರ ಘನ ಅಂದರೆ, $4^2 \times 4^2 \times 4^2$ ನ್ನು $(4^2)^3$ ಎಂದೂ ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇದೇ ರೀತಿ, $7^4 = (7 \times 7) \times (7 \times 7) = 7^2 \times 7^2 = (7^2)^2$, ಮತ್ತು

$2^{10} = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2)$

$= (2^2) \times (2^2) \times (2^2) \times (2^2) \times (2^2)$

$= (2^2)^5$.

? 2^{10} ಯು $(2^5)^2$ ಕ್ಕೆ ಸಮವೇ? ಅದನ್ನು ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

$2^{10} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$

$= (2^5) \times (2^5)$

$= (2^5)^2$.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, $(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b} = n^{ab}$, ಇಲ್ಲಿ a ಮತ್ತು b ಗಳು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

? ಕೆಳಗಿನ ಘಾತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕನಿಷ್ಟ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಘಾತದ ಘಾತವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 8^6 (ii) 7^{15} (iii) 9^{14} (iv) 5^8

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಮಾಯಾ ಕೊಳ



? ಒಂದು ಸುಂದರವಾದ ಮಾಂತ್ರಿಕ ಕೊಳದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹೊಳೆಯುವ ಗುಲಾಬಿ ಕಮಲವಿದೆ. ಈ ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿದಿನ ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. 30 ದಿನಗಳ ನಂತರ ಕೊಳವು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳಿಂದ ಆವೃತಗೊಂಡಿದೆ. ಯಾವ ದಿನ ಕೊಳವು ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳಿಂದ ಅರ್ಧ ತುಂಬಿತ್ತು?

30ನೇ ದಿನ ಕೊಳವು ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳಿಂದ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವೃತವಾಗಿದ್ದರೆ, 29 ನೇ ದಿನ ಕೊಳದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗ ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳಿಂದ ಆವರಿಸಿಕೊಂಡಿತ್ತು?

ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಪ್ರತಿದಿನ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ 29ನೇ ದಿನ ಕೊಳದ ಅರ್ಧ ಭಾಗ ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳಿಂದ ಆವರಿಸಿಕೊಂಡಿರುತ್ತದೆ.

? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಘಾತೀಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. (i) ಕೊಳವು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾಗಿದ್ದಾಗ (ii) ಕೊಳದ ಅರ್ಧ ಭಾಗವು ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾಗಿದ್ದಾಗ

? ಇದೇ ರೀತಿಯ ಇನ್ನೊಂದು ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿದಿನ ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಎರಡೂ ಕೊಳಗಳಲ್ಲಿ ಹೂವುಗಳಿಲ್ಲದ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ದಮಯಂತಿಯು ಹೂವು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳುವ ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಮಲದ ಹೂವನ್ನು ಇಟ್ಟಳು. 4 ದಿನಗಳ ನಂತರ ಅವಳು ಅಲ್ಲಿಂದ ಎಲ್ಲಾ ಹೂವುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಹೂವು ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುವ ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟಳು. 4 ದಿನಗಳ ನಂತರ ಈ ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳಿರುತ್ತವೆ?

ಮೊದಲ 4 ದಿನಗಳ ನಂತರ, ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$.

ಮುಂದಿನ 4 ದಿನಗಳ ನಂತರ, ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು $2^4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^4$

? ಒಂದು ವೇಳೆ ದಮಯಂತಿಯು ಹೂವುಗಳನ್ನು ಕೊಳಗಳಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿದ ಕ್ರಮವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿದ್ದರೆ ಏನಾಗುತ್ತಿತ್ತು? ಎಷ್ಟು ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳು ಇರುತ್ತಿದ್ದವು?

$$1 \times 3^4 \times 2^4 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2).$$

? ಈ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು m^n ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದೇ? ಇಲ್ಲಿ m ಮತ್ತು n ಗಳು ಕೆಲವು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮರು ಗುಂಪು ಮಾಡುವುದರಿಂದ $= (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2)$

$$= (3 \times 2)^4 = 6^4.$$

ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ $m^a \times n^a = (mn)^a$, ಇಲ್ಲಿ 'a' ಒಂದು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಈ ಅವಲೋಕನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು $2^5 \times 5^5$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? $\frac{10^4}{5^4}$ ನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ. ಘಾತಾಂಕ (ಘಾತೀಯ) ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

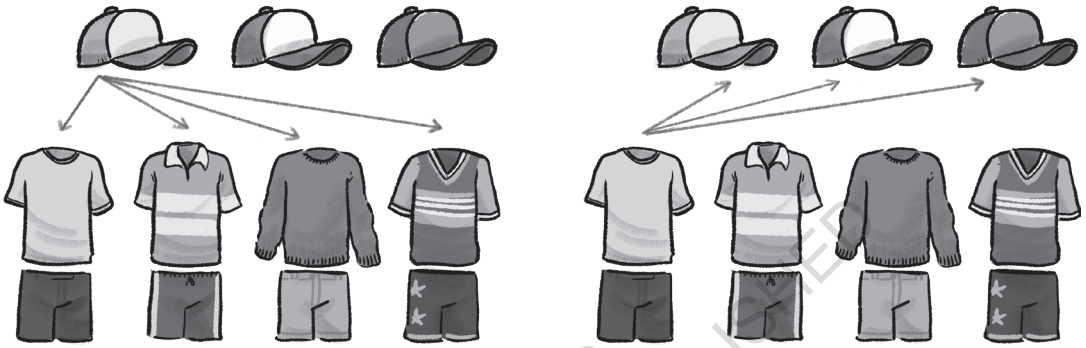
ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ $\frac{m^a}{n^a} = \left(\frac{m}{n}\right)^a$ ಎಂದು ನಾವು ತೋರಿಸಬಹುದು.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ಎಷ್ಟು ಸಂಯೋಜನೆಗಳು?

? ಎಸ್ತು 4 ಜೊತೆ ಉಡುಪುಗಳು (ಡ್ರೆಸ್‌ಗಳು) ಮತ್ತು 3 ಟೋಪಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾನೆ. ಎಷ್ಟು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಎಸ್ತು ಉಡುಪುಗಳು ಮತ್ತು ಟೋಪಿಗಳನ್ನು ಧರಿಸಬಹುದು?

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಟೋಪಿಗೆ, ಅವನು 4 ಉಡುಪುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದನ್ನಾದರೂ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ 3 ಟೋಪಿಗಳಿಗೆ, $4 + 4 + 4 = 4 \times 3 = 12$ ಆಯ್ಕೆಗಳು ಸಾಧ್ಯ. ನಾವು ಅದನ್ನು ಹೀಗೂ ನೋಡಬಹುದು. ಪ್ರತಿ ಉಡುಪುಗೆ ಎಸ್ತು 3 ಟೋಪಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದನ್ನಾದರೂ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ 4 ಉಡುಪುಗಳಿಗೆ $3 + 3 + 3 + 3 = 3 \times 4 = 12$ ಸಂಯೋಜನೆಗಳು ಸಾಧ್ಯ.



? ರಾಕ್ಸಿಯು 7 ಜೊತೆ ಉಡುಪುಗಳು, 2 ಟೋಪಿಗಳು ಮತ್ತು 3 ಜೊತೆ ಶೂಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ. ರಾಕ್ಸಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಧರಿಸಬಹುದು?

(**ಸುಳಿಹು:** ಮೇಲಿನಂತೆ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.)

? ಎಸ್ತು ಮತ್ತು ರಾಕ್ಸಿ ತಮ್ಮ ಮುತ್ತಜ್ಜ (ಪೂರ್ವಿಕರು) ಸುರಕ್ಷಿತವಾಗಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ್ದ ಹಳೆಯ ಅಂಚೆ ಚೀಟಿಗಳು ಮತ್ತು ನಾಣ್ಯಗಳ ಕಪಾಟು (ಪೆಟ್ಟಿಗೆ) ಕಂಡುಕೊಂಡರು. ಅದು 5 ಅಂಕಿಯ ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ನಿಂದ ಭದ್ರಪಡಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಯಾರಿಗೂ ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್ ತಿಳಿದಿರದ (ಗೊತ್ತಿರದ) ಕಾರಣ, ಅದು ತೆರೆಯುವವರೆಗೂ ವಿಭಿನ್ನ ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸದೆ ಬೇರೆ ದಾರಿ ಇರಲಿಲ್ಲ. ಅವರ ದುರಾದೃಷ್ಟಕ್ಕೆ ಕೊನೆಯ ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್ ಅನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದ ನಂತರವೇ ಕಪಾಟು (ಲಾಕ್) ತೆರೆಯಿತು. ಅಷ್ಟೊತ್ತಿಗೆ ಅವರು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಭವನೀಯ ಸಂಯೋಜನೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದ್ದರು. ಅವರು ಎಷ್ಟು ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದ್ದರು.





ನಿಮಗೆ ಒಂದು ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ ದೊರಕದಿದ್ದರೆ, ನೀವು ಪರಿಹರಿಸಬಹುದಾದ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸರಳ ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಈ ತಂತ್ರವು ಅನೇಕ ಬಾರಿ ನಿಮ್ಮ ನೆರವಿಗೆ ಬರಬಹುದು.

5 – ಅಂಕಿಯ ಲಾಕ್ ಬದಲಿಗೆ, ನಾವು 2 – ಅಂಕಿಯ ಲಾಕ್ ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳು ಸಾಧ್ಯ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

ಮೊದಲ ಅಂಕಿಗೆ 10 ಆಯ್ಕೆಗಳಿವೆ (0 ಯಿಂದ 9). ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ, ಎರಡನೇ ಅಂಕಿಗೆ 10 ಆಯ್ಕೆಗಳಿವೆ (0 ಮೊದಲ ಅಂಕಿಯಾದರೆ 01, 02, 03, 04, ... 09 ಸಾಧ್ಯ). ಆದುದರಿಂದ 2 – ಅಂಕಿಯ ಲಾಕ್‌ನ ಒಟ್ಟು ಸಂಯೋಜನೆಗಳ (ಆಯ್ಕೆ) ಸಂಖ್ಯೆ $10 \times 10 = 100$.

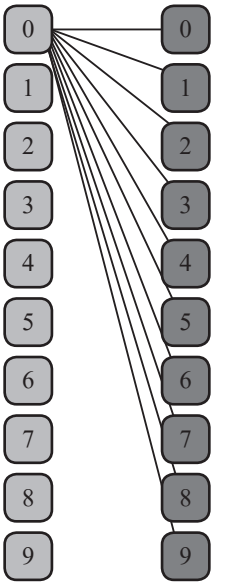
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈಗ, ನಮ್ಮ ಬಳಿ 3 – ಅಂಕಿಯ ಲಾಕ್ ಇದೆ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಹಿಂದಿನ 100 (2 ಅಂಕಿಯ) ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳಿಗೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ 3ನೇ ಅಂಕಿಗೆ 10 ಆಯ್ಕೆಗಳಿವೆ. ಆದುದರಿಂದ 3 – ಅಂಕಿಯ ಲಾಕ್‌ಗೆ $100 \times 10 = 1000$ ಸಂಯೋಜನೆ (ಆಯ್ಕೆ)ಗಳಿವೆ. ನೀವು ಅವೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಹೀಗೆ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಬಹುದು: 000, 001, 002 – – – – – – – – – 997, 998, 999.

5 – ಅಂಕಿಯ ಎಷ್ಟು ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳು ಸಾಧ್ಯ?



ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಗೆ 10 ಆಯ್ಕೆಗಳಿವೆ. ಹಾಗಾಗಿ 5 – ಅಂಕಿಯ ಲಾಕ್‌ಗೆ ಇರುವುದು: $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5 = 1,00,000$ ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳು. ಇದು 99,999 ರವರೆಗೆ ಎಲ್ಲಾ 5 – ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವಂತೆ ಇದೆ. ಅಂದರೆ, 00000, 00001, 00002, …00010, 00011, …, 00100, 00101, …, 00999, …, 30456, …, 99998, 99999.



ಎಸ್ತು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ, "ಮುಂದಿನ ಸಾರಿ ನಾನು A ಯಿಂದ Z ಅಕ್ಷರಗಳಿರುವ 6 ಸ್ಲಾಟ್‌ಗಳ ಲಾಕ್ ಅನ್ನು ಖರೀದಿಸುತ್ತೇನೆ. ಅದು ಸುರಕ್ಷಿತ ಎಂದು ನನಗನಿಸುತ್ತದೆ."

? ಅಂತಹ ಲಾಕ್‌ಗೆ ಎಷ್ಟು ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳು ಸಾಧ್ಯ?

? ವಿವಿಧ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸಂಯೋಜನೆ (ಆಯ್ಕೆ)ಗಳು ಸಾಧ್ಯ ಎಂದು ಯೋಚಿಸಿ. ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

(i) ಭಾರತದ ಕೆಲವು ಸ್ಥಳಗಳ ಪಿನ್‌ಕೋಡ್‌ಗಳು – ಮಧ್ಯಪ್ರದೇಶದ ವಿದಿಶಾದ ಪಿನ್‌ಕೋಡ್ 464001 ಮಿಜೊರಾಂನ ಜೆಮಬಾವ್ಕ್‌ನ ಪಿನ್‌ಕೋಡ್ 796017.



(ii) ಮೊಬೈಲ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

(iii) ವಾಹನ ನೋಂದಣಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಥವಾ ಕೋಡ್‌ಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಹಂಚಿಕೆ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2.3 ಘಾತಾಂಕಗಳ ಇನ್ನೊಂದು ಭಾಗ

16 ಯೂನಿಟ್ (ಏಕಮಾನ)ಗಳ ಉದ್ದದ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಊಹಿಸಿ. ಅದರ ಅರ್ಧವನ್ನು ಅಳಿಸಿದರೆ ಉಳಿಯುವ ಭಾಗವು

$$2^4 \div 2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8 \text{ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು}$$

ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಉಳಿದ ಅರ್ಧವನ್ನು ಅಳಿಸಿದರೆ ಉಳಿಯುವ ಭಾಗವು

$$(2^4 \div 2) \div 2 = 2^4 \div 2^2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2 \times 2 = 2^2 = 4 \text{ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು}$$

16 cm ಅನ್ನು ಮೂರು ಸಾರಿ ಅರ್ಧ ಮಾಡಿದಾಗ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$2^4 \div 2^3 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2 = 2^1 = 2 \text{ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು}$$

ಇದರಿಂದ ನಾವು ತಿಳಿಯುವುದೇನೆಂದರೆ, $2^4 \div 2^3 = 2^{4-3} = 2^1$.

? $2^{100} \div 2^{25}$ ಇದರ ಬೆಲೆ ಏನು?

ಸಾಮಾನ್ಯೀಕೃತ ರೂಪದಲ್ಲಿ $n^a \div n^b = n^{a-b}$,

ಇಲ್ಲ $n \neq 0$, a ಮತ್ತು b ಗಳು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹಾಗೂ $a > b$.

? n ಏಕೆ 0 ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ?

? ಘಾತಾಂಕವು ಸೊನ್ನೆ ಆಗುವ ಸಾಧ್ಯತೆಯನ್ನು ನಾವು ಇದುವರೆಗೂ ಪರಿಗಣಿಸಿಲ್ಲ (ಚರ್ಚಿಸಿಲ್ಲ): ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 2^0 ರ ಬೆಲೆ ಏನು?



ಮೇಲಿನ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕೃತ ರೂಪವು ನಿಜವಾಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 2^0 ನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸೋಣ.

$$2^0 = 2^{4-4} = 2^4 \div 2^4 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 1.$$

ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಯಾವುದೇ ಅಕ್ಷರ (ಪದ) ಸಂಖ್ಯೆ a ಗೆ

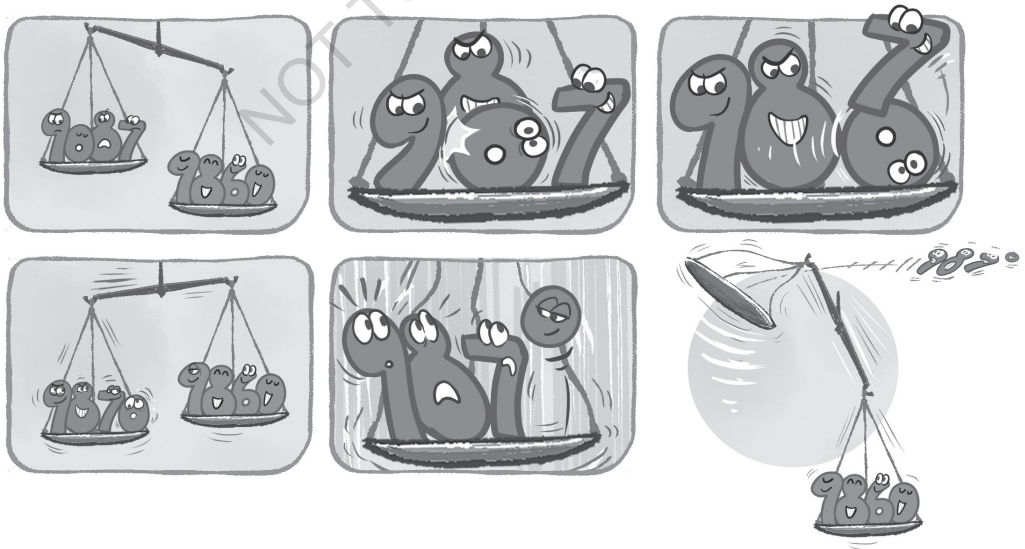
$$2^0 = 2^{a-a} = 2^a \div 2^a = 1.$$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, $x^a \div x^a = x^{a-a} = x^0$,

ಆದುದರಿಂದ, $1 = x^0$

ಇಲ್ಲಿ $x \neq 0$ ಮತ್ತು 'a' ಯು ಒಂದು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಘಾತಾಂಕವು (ಘಾತವು) ಸೊನ್ನೆ ಆಗಿದ್ದಾಗ!



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

2^4 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳ ರೇಖೆಯನ್ನು 5 ಸಾರಿ ಅರ್ಧ ಮಾಡಿದಾಗ (ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ)

$$2^4 \div 2^5 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2} \text{ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು}$$

ಸಾಮಾನ್ಯೀಕೃತ ರೂಪವನ್ನು ಬಳಸಿದಾಗ $2^4 \div 2^5 = 2^{(4-5)} = 2^{-1}$ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ

$$\text{ಆದುದರಿಂದ } 2^{-1} = \frac{1}{2}.$$

2^4 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳ ರೇಖೆಯನ್ನು 10 ಸಾರಿ ಅರ್ಧ ಮಾಡಿದಾಗ (10 ಅರ್ಧಗಳಾಗಿ)

$$2^4 \div 2^{10} = 2^{(4-10)} = 2^{-6} \text{ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಾಗುತ್ತದೆ.}$$

ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ, $2^4 \div 2^{10} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$

ಇದನ್ನು 2^{-6} ಎಂದೂ ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಅದೇ ರೀತಿ $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{1000}$, $7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{7 \times 7} = \frac{1}{49}$ ಇತ್ಯಾದಿ.

? $10^3 = \frac{1}{10^{-3}}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದೇ?

$\frac{1}{10^{-3}}$ ನ್ನು ನಾವು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು, $\frac{1}{10^{-3}} = \frac{1}{1/10^3} = 1 \div \frac{1}{10^3} = 1 \times 10^3 = 10^3$.

ಅದೇ ರೀತಿ , $7^2 = \frac{1}{7^{-2}}$ ಮತ್ತು $4^a = \frac{1}{4^{-a}}$

ಸಾಮಾನ್ಯೀಕೃತ ರೂಪದಲ್ಲಿ, $n^{-a} = \frac{1}{n^a}$ ಮತ್ತು $n^a = \frac{1}{n^{-a}}$, ಇಲ್ಲಿ $n \neq 0$ ಆದಾಗ

ಗಣಿತದ ಮಾತು

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪಗಳನ್ನು ಅವಲೋಕಿಸಿದಾಗ

$n^a \times n^b = n^{a+b}$	$(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b}$	$n^a \div n^b = n^{a-b}$

? 'a' ಮತ್ತು 'b' ಗಳು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ ಆಗಿರಬೇಕು. a ಮತ್ತು b ಗಳು ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಬಾರದೇ? ಸಾಮಾನ್ಯೀಕೃತ ರೂಪಗಳು ಈಗಲೂ ಮಾನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತವೆಯೇ?

? ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಸಮಾನ ರೂಪಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 2^{-4} (ii) 10^{-5} (iii) $(-7)^{-2}$

(iv) $(-5)^{-3}$ (v) 10^{-100}

? ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

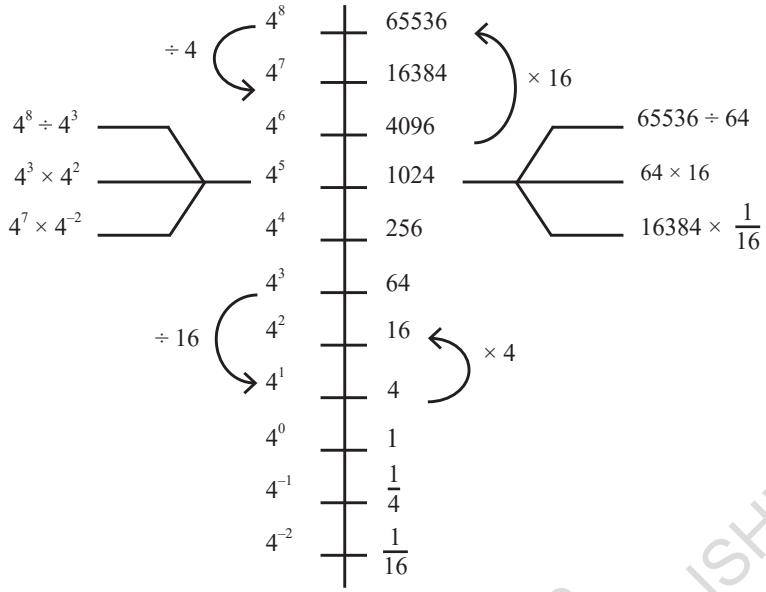
(i) $2^{-4} \times 2^7$ (ii) $3^2 \times 3^{-5} \times 3^6$ (iii) $p^3 \times p^{-10}$

(iv) $2^4 \times (-4)^{-2}$ (v) $8^p \times 8^q$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಘಾತ (ಘಾತಾಂಕ) ರೇಖೆಗಳು

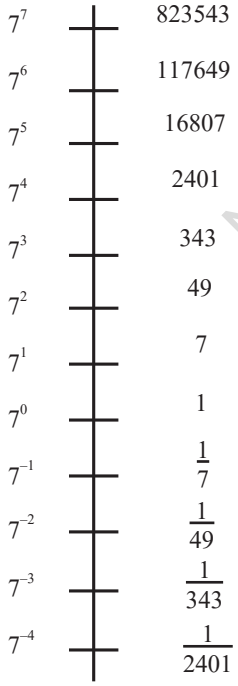
4ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ಒಂದು ರೇಖೆಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಜೋಡಿಸೋಣ.



? 16384 (4^7) ಇದು 1024 (4^5) ಕ್ಕಿಂತ 16 (4^2) ಪಟ್ಟು ದೊಡ್ಡದು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ?
ಹೌದು, ಏಕೆಂದರೆ $4^7 \div 4^5 = 4^2$

? 4^{-2} ಕ್ಕಿಂತ 4^2 ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟು ದೊಡ್ಡದು?

? 7ರ ಘಾತ (ಘಾತಾಂಕ) ರೇಖೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.



$2,401 \times 49 =$

$49^3 =$

$343 \times 2,401 =$

$\frac{16,807}{49} =$

$\frac{7}{343} =$

$\frac{16,807}{8,23,543} =$

$1,17,649 \times \frac{1}{343} =$

$\frac{1}{343} \times \frac{1}{343} =$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

2.4 ಹತ್ತರ ಘಾತಗಳು (ಘಾತಾಂಕಗಳು)

ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆದಾಗ ನಾವು 10, 100, 1000 ಇತ್ಯಾದಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$$47561 = (4 \times 10000) + (7 \times 1000) + (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1.$$

ಇದನ್ನು 10ರ ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$(4 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0).$$

? ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. (i) 172 (ii) 5642 (iii) 6374

? 561.903 ನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು?

$$561.903 = (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1 + (9 \times \frac{1}{10}) + (0 \times \frac{1}{100}) + (3 \times \frac{1}{1000}).$$

10ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಬರೆದಾಗ,

$561.903 = (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0) + (9 \times 10^{-1}) + (0 \times 10^{-2}) + (3 \times 10^{-3})$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತ

ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಕೆಲವು ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

(i) ನಮ್ಮ ಗೆಲಾಕ್ಸಿ ಕ್ಷೀರಪಥ (Milky way)ದ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸೂರ್ಯನು 30,00,00,00,00,00,00,00,00,000 m ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದಾನೆ.

(ii) ನಮ್ಮ ಗೆಲಾಕ್ಸಿಯಲ್ಲಿರುವ ನಕ್ಷತ್ರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 1,00,00,00,00,000

(iii) ಭೂಮಿಯ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯು 59,76,00,00,00,00,00,00,00,00,00,000 kg.

ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಓದಲು ಕಷ್ಟ. ನಾವು ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ತಪ್ಪಾಗಿ ಎಣಿಸಬಹುದು ಅಥವಾ ಅಲ್ಪ ವಿರಾಮ ತಪ್ಪಾಗಿ ಹಾಕಬಹುದು. ಆಗ ನಾವು ತಪ್ಪಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಓದುತ್ತೇವೆ. ನಿಮಗೆ ₹ 50,000 ಸಿಗಬೇಕಾದ ಕಡೆ ₹ 5,000 ಸಿಕ್ಕಂತಾಗುತ್ತದೆ. ಹಲವಾರು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಆರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮುಖ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಈ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸರಳೀಕರಿಸಿ ಸರಿಯಾಗಿ ಓದಲು ನಾವು ಘಾತೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದೇ? ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸಂಖ್ಯೆ 5900 ನ್ನು ಹೀಗೆ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

$$\begin{aligned} 5900 &= 590 \times 10 = 590 \times 10^1 \\ &= 59 \times 100 = 59 \times 10^2 \\ &= 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3 \\ &= 0.59 \times 10000 = 0.59 \times 10^4. \end{aligned}$$

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 1 ಮತ್ತು 10ರ ನಡುವಿನ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಮತ್ತು 10ರ ಘಾತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$5900 = 5.9 \times 10^3$ $20800 = 2.08 \times 10^4$ $80,00,000 = 8 \times 10^6$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ನಾವು ಇದಕ್ಕಿಂತ ಮೊದಲು ಓದಿದ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಇದೇ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತ ಅಥವಾ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ (ಆದರ್ಶ ರೂಪ ಎಂದು ಕರೆಯಬಹುದು), ನಾವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು $x \times 10^y$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇಲ್ಲಿ $x \geq 1$ ಮತ್ತು $x < 10$ ಎಂಬುದು ಸಹಗುಣಕ ಮತ್ತು ಘಾತ y, ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಘಾತ 'y' ಗುಣಾಂಕ 'x' ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮುಖ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಮುಂಬೈನ ಎರಡು ಕೋಟಿ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಾವು 2×10^7 ಎಂದು ಬರೆದಾಗ, ಘಾತ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ಎಂಬುದು ಸಂಖ್ಯೆ 2 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮುಖ್ಯ. ಒಂದು ವೇಳೆ ಸಂಖ್ಯೆ 2ನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆ 3 ಆಗಿ ಬದಲಾದರೆ (ಬದಲಾಯಿಸಿದರೆ) ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದೂವರೆ ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, 2 ಕೋಟಿಯಿಂದ 3 ಕೋಟಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಘಾತ ಸಂಖ್ಯೆ 7ನ್ನು 8ಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸಿದರೆ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 10 ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, 2 ಕೋಟಿಯಿಂದ 20 ಕೋಟಿಗೆ ಏರಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಆದರ್ಶ ರೂಪವು ಘಾತವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳುತ್ತದೆ. ಇದು ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಕೊಹಿಮಾದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ 1, 42, 395 ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಿದರೆ, ನಮಗೆ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದವರೆಗೆ ಖಚಿತತೆ ಇದೆ ಎಂಬ ಭಾವನೆ ಮೂಡುತ್ತದೆ. ಬಹುತೇಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದಾಗ ಅದರ ನಿಖರವಾದ ಮೌಲ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಪ್ರಮಾಣ ಅಥವಾ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದು ಎನ್ನುವುದರ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಕಾಳಜಿ ವಹಿಸುತ್ತೇವೆ. ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಸುಮಾರು 1 ಲಕ್ಷ 42 ಸಾವಿರ ಎಂದು ಕರಾರುವಕ್ಕಾದರೆ (ಖಚಿತವಾಗಿದ್ದರೆ) ಮಾತ್ರ ಅದನ್ನು 1.42×10^5 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದು ಒಂದು ಲಕ್ಷ 40 ಸಾವಿರ ಎಂದು ನಿಖರವಾಗಿ ಮಾಹಿತಿ ಇದ್ದರೆ 1.4×10^5 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಸಹಗುಣಾಂಕದಲ್ಲಿನ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನಿಮಗೆ ಎಷ್ಟು ಚೆನ್ನಾಗಿ ತಿಳಿದಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪ್ರತಿಬಿಂಬಿಸುತ್ತದೆ. ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಪ್ರಮುಖ ಭಾಗ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತಾಂಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕದ ಮೊದಲ ಅಂಕಿಯಾಗಿದೆ. ಸಹಗುಣಕದ ನಂತರದ ಅಂಕಿಗಳು ಮೊದಲ ಅಂಕಿಯ ಸಣ್ಣ ತಿದ್ದುಪಡಿಗಳಾಗಿವೆ.



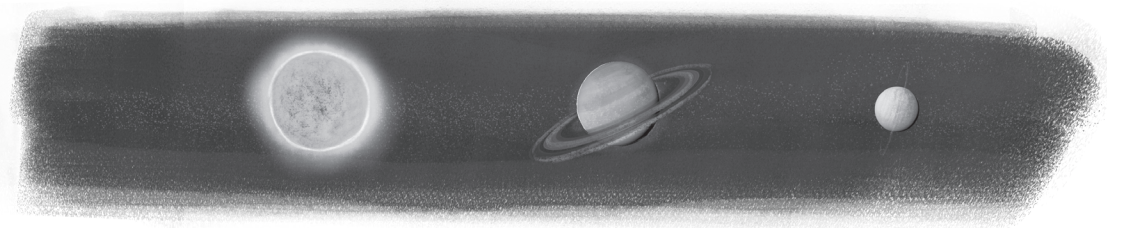
ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹತ್ತಿರದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದಿಸಿದ ಅಂದಾಜುಗಳು, ಸರಾಸರಿಗಳು ಅಥವಾ ಅಂದಾಜು ಬೆಲೆಗಳು ಅವು ತಮ್ಮ ಗುರಿಯನ್ನು ಪೂರೈಸುತ್ತವೆ.

ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಶನಿ ಗ್ರಹದ ನಡುವಿನ ಅಂತರವು 14,33,50,00,00,000 m = 1.4335×10^{12} m

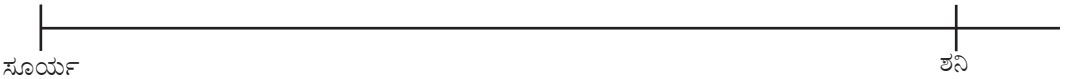
ಶನಿ ಮತ್ತು ಯುರೇನಸ್ ಗ್ರಹಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವು 14,39,00,00,00,000 m = 1.439×10^{12} m

ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಭೂಮಿಯ ನಡುವಿನ ದೂರವು 1,49,60,00,00,000 m = 1.496×10^{11} m

? ಈ ಮೂರು ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಕಡಿಮೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?



? ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯು ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಶನಿ ಗ್ರಹದ ನಡುವಿನ ಅಂತರ (1.4335×10^{12} m) ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಭೂಮಿಯ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಭೂಮಿಯ ನಡುವಿನ ಅಂತರವು 1.496×10^{11} m.



? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪ (ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ರೂಪ)ದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

(i) 59,853 (ii) 65,950

(iii) 34,30,000 (iv) 70,04,00,00,000

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2.5 ನೀವು ಎಂದಾದರೂ ಆಶ್ಚರ್ಯಪಟ್ಟಿದ್ದೀರಾ?

ಕಳೆದ ವರ್ಷ ನಾವು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಚಿಂತನಾ ಪ್ರಯೋಗಗಳನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಪ್ರಯಾಣವನ್ನು ಹಾಗೆ ಮುಂದುವರಿಸೋಣ.

ನಂಜುಂಡಪ್ಪನು ರಾಕ್ಷಿಯ ತೂಕಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ಬೆಲ್ಲ ಮತ್ತು ಎಸ್ತುವಿನ ತೂಕಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ಗೋಧಿಯನ್ನು ದಾನ ಮಾಡಲು ಇಚ್ಛಿಸುತ್ತಾನೆ. ಈ ವಸ್ತುಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಖರ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಯೋಚಿಸುತ್ತಿದ್ದಾನೆ.





? ದಾನ ಮಾಡಿದ ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆ (ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ) ಎಷ್ಟು? ದಾನ ಮಾಡಿದ ಗೋಧಿಯ ಬೆಲೆ (ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ) ಎಷ್ಟು? ಇದನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಮೊದಲು ಇರುವ ಪ್ರಮಾಣಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವಿವರಿಸೋಣ.

ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆ (ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ) = ರಾಕ್ಷಿಯ ತೂಕ kg ಗಳಲ್ಲಿ × ಒಂದು kg ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆ

ಗೋಧಿಯ ಬೆಲೆ (ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ) = ಎಸ್ತುವಿನ ತೂಕ kg ಗಳಲ್ಲಿ × ಒಂದು kg ಗೋಧಿಯ ಬೆಲೆ

? ಅವ್ಯಕ್ತಗಳಿಗಾಗಿ ಅಗತ್ಯ ಮತ್ತು ಸಮಂಜಸವಾದ ಊಹೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರಲಿ ರಾಕ್ಸಿಯ ವಯಸ್ಸು 13 ವರ್ಷಗಳು ಮತ್ತು ಎಸ್ತುವಿನ ವಯಸ್ಸು 11 ವರ್ಷಗಳು. ರಾಕ್ಸಿಯ ತೂಕ 45 kg ಮತ್ತು 1 kg ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆ ₹ 70 ಆದರೆ, ದಾನ ಮಾಡಿದ ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆಯು 45 × 70 = ₹ 3150 ಆಗುತ್ತದೆ. ಎಸ್ತುವಿನ ತೂಕ 50 kg ಮತ್ತು 1 kg ಗೋಧಿಯ ಬೆಲೆ ₹ 50 ಆದರೆ, ದಾನ ಮಾಡಿದ ಗೋಧಿಯ ಬೆಲೆಯು 50 × 50 = ₹ 2500 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ತೂಕಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ದೇವರಿಗೆ ಅರ್ಪಿಸುವ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ತುಲಾಭಾರ ಅಥವಾ ತುಲಾಭಾರಂ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಈ ಹಳೆಯ ಪದ್ಧತಿ (ಸಂಪ್ರದಾಯ)ಯನ್ನು ದಕ್ಷಿಣ ಭಾರತದ ಹಲವು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಈಗಲೂ ಆಚರಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಇದು ಭಕ್ತಿಯ ಸಂಕೇತ (ಸ್ವಯಂ ಸಮರ್ಪಣೆ) ಧನ್ಯತಾಭಾವ. ಇದು ಸಮುದಾಯವನ್ನು ಬೆಂಬಲಿಸುತ್ತದೆ.

? ರಾಕ್ಸಿಯು ಆಶ್ಚರ್ಯ ಚಕಿತಾಳಾಗಿ (ಕುತೂಹಲದಿಂದ) ಪ್ರಶ್ನಿಸುತ್ತಾಳೆ. "ಬೆಲ್ಲದ ಬದಲಾಗಿ ನಾವು 1 – ರೂಪಾಯಿ ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ, ನನ್ನ ತೂಕಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ಎಷ್ಟು ನಾಣ್ಯಗಳು ಬೇಕಾಗಬಹುದು?" ನಾವು ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು?

ಈ ರೀತಿಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸೂಚಿಸಿರುವ ಕೆಳಗಿನ ಹಂತಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು.

1. ಊಹಿಸುವುದು: ಯಾವುದೇ ಲೆಕ್ಕಚಾರಗಳಿಲ್ಲದೆ ಸಮಂಜಸವಾದ ತ್ವರಿತ ಉತ್ತರವನ್ನು ಊಹೆ ಮಾಡಿ.
2. ಅಂದಾಜು ಮತ್ತು ಸಮೀಪದ ಬೆಲೆ ಬಳಸಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವುದು.
   (i) ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾದ ಪ್ರಮಾಣಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
   (ii) ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಮಾಹಿತಿಯು ಲಭ್ಯವಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಸಮರ್ಪಕವಾದ ಊಹೆಗಳು ಮತ್ತು ಅಂದಾಜುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ.
   (iii) ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರಿಸಿ (ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಊಹೆಯು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಹತ್ತಿರದಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.)

? ನೂರಾರು, ಸಾವಿರಾರು, ಲಕ್ಷಾಂತರ, ಕೋಟ್ಯಾಂತರ ಅಥವಾ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಾಣ್ಯಗಳಿರಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಸಮಂಜಸವಾದ ಊಹೆ ಮಾಡಿ.

? ಅವ್ಯಕ್ತಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮಂಜಸವಾದ ಊಹೆಗಳು ಮತ್ತು ಅಂದಾಜುಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನೆನಪಿಡಿ: ನಾವು ನಿಖರವಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಹುಡುಕುತ್ತಿಲ್ಲ, ಬದಲಾಗಿ ಅತ್ಯಂತ ಹತ್ತಿರದ ಅಂದಾಜನ್ನು ನೋಡುತ್ತಿದ್ದೇವೆ.

1 – ರೂಪಾಯಿ ನಾಣ್ಯದ ತೂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ?



ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಊಹೆಗಳು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಬಹಳ ದೂರವಿರಬಹುದು ತುಂಬಾ ಒಳ್ಳೆಯದು! ನೀವು ವಿಭಿನ್ನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು ಆಗಾಗ್ಗೆ ಮಾಡುತ್ತಾ ಹೋದಂತೆ ನೀವು ಪರಿಣಿತರಾಗುತ್ತೀರಿ. ಊಹಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ವಿವಿಧ ಪರಿಮಾಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅಂತಃಪ್ರಜ್ಞೆ ಬೆಳೆಯುತ್ತದೆ.

ಎಸ್ತು ಕೇಳುತ್ತಾನೆ "ನಾವು 5 ರೂಪಾಯಿ ನಾಣ್ಯಗಳು ಅಥವಾ 10 ರೂಪಾಯಿ ನೋಟುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ ಹೇಗೆ? ಅದು ಎಷ್ಟು ಹಣವಾಗಬಹುದು?

? ಮೊದಲು ಸಮಂಜಸವಾದ ಊಹೆ ಮಾಡಿ, ನಂತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಅವ್ಯಕ್ತಗಳ ವಿವರವಾದ ಮಾಹಿತಿ ಬಗ್ಗೆ ಅಗತ್ಯವಾದ ಮತ್ತು ಸಮಂಜಸವಾದ ಊಹೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರಿಸಿ.)

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಎಸ್ತು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ "ನಾನು ವಯಸ್ಕನಾದಾಗ, ನನ್ನ ತೂಕದಷ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದ ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿವರ್ಷ ದಾನ ಮಾಡಲಿಚ್ಛಿಸುತ್ತೇನೆ" ರಾಕ್ಸಿ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ. "ನಾನು ದೊಡ್ಡವಳಾದಾಗ, ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ನನ್ನ ತೂಕದಷ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದ ಅನ್ನದಾನ (ಧಾನ್ಯಗಳು ಅಥವಾ ಊಟವನ್ನು) ಮಾಡಲಿಚ್ಛಿಸುತ್ತೇನೆ."

ಗಣಿತದ ಮಾತು

? ಒಂದು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಈ ಇಬ್ಬರ ಅರ್ಪಣೆಗಳಿಂದ (ದಾನಗಳಿಂದ) ಎಷ್ಟು ಜನರು ಪ್ರಯೋಜನ ಪಡೆಯಬಹುದು? ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ, ಮೊದಲು ಊಹಿಸಿ ನಂತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ರಾಕ್ಸಿ ಮತ್ತು ಎಸ್ತು ಯಾರೋ ಹೇಳಿರುವುದನ್ನು ಕೇಳಿದ್ದರು– "ನಾವು 400 km ಗಳ ಪಾದಯಾತ್ರೆ ಮಾಡಿ ಈ ಸ್ಥಳವನ್ನು ತಲುಪಿದೆವು! ನಾವು ಇಂದು ಬೆಳಗಿನ ಜಾವ ತಲುಪಿದೆವು".

? ಅವರು ಎಷ್ಟು ಸಮಯದ ಹಿಂದೆ (ಮುಂಚೆ) ಪ್ರಯಾಣವನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿರಬಹುದು?

? ಸಮಂಜಸವಾದ ಊಹೆ ಮತ್ತು ಅಂದಾಜುಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವ ಮೊದಲು ಊಹೆ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಊಹೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಹತ್ತಿರವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ!

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಟಿಪ್ಪಣಿ : ಊಹೆಗಳು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಬಹಳಷ್ಟು ಬದಲಾಗಬಹುದು ಮತ್ತು ಇದರ ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದರಿಂದ ಲೆಕ್ಕಚಾರ ಮಾಡಿದ ಉತ್ತರಗಳೂ ಸಹ ಬದಲಾಗಬಹುದು. ಇದು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಸರಿಯಿದೆ. ಪರಿಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಮಾಡೆಲಿಂಗ್ ಮಾಡುವುದು ನಿರ್ಣಾಯಕವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದು. ಊಹಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಥವಾ ಪ್ರಮಾಣಗಳ ನಿಖರತೆಯ ಒಡ್ಡುವಿಕೆ ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸಗಳೊಂದಿಗೆ ಉತ್ತಮಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

© DKTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಪಾದಯಾತ್ರೆಯು ಧಾರ್ಮಿಕ ಅಥವಾ ಆಧ್ಯಾತ್ಮಿಕ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಭಾಗವಾಗಿ ಬಹಳ ದೂರ ನಡೆಯುವ ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ಅಭ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ. ನಮ್ಮ ದೇಶಾದ್ಯಂತ ವಿವಿಧ ಧರ್ಮಗಳ ಜನರು ಇದೆ ರೀತಿಯ ತೀರ್ಥಯಾತ್ರೆ ಅಥವಾ ಆಧ್ಯಾತ್ಮಿಕ ನಡಿಗೆಯನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಆದರೂ ಅವು ವಿಭಿನ್ನ ಹೆಸರುಗಳು ಅಥವಾ ಉದ್ದೇಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು.

ಕೆಲವು ತೀರ್ಥಯಾತ್ರೆಗಳು (ಕ್ಷೇತ್ರಗಳು) – ಅಜ್ಮೀರ್ ಫರೀದ್ ದರ್ಗಾ ಜಿಯಾರತ್, ಪಂಡರ್‌ಪುರ್ ವಾರಿ, ಕನ್ವರ್ ಯಾತ್ರ, ಸಮ್ಮೇದ್ ಶಿಖರ್ಜಿಯಾತ್ರ, ಲುಂಬಿನಿಯಿಂದ ಸಾರಾನಾಥ್ ಯಾತ್ರೆ ಮುಂತಾದವು.



ಆಧುನಿಕ ಸಾರಿಗೆಯ ಉದಯಕ್ಕೆ ಮೊದಲು, ಒಂದು ಸ್ಥಳದಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಸ್ಥಳಕ್ಕೆ ಜನರು ಕಾಲ್ನಡಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದರು. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ವ್ಯಾಪಾರಿಗಳು, ಋಷಿಗಳು (ಸಾಧು ಸಂತರು) ಮತ್ತು ವಿದ್ವಾಂಸರು ಪ್ರಪಂಚದ ಇತರೆ ಭಾಗಗಳಾದ ಮರುಭೂಮಿಗಳು, ಪರ್ವತಗಳು ಮತ್ತು ನದಿಗಳನ್ನು ದಾಟಿ ಸಾವಿರಾರು ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ನಡೆದು ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದರು.

? ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿ ತನ್ನ ಜೀವಿತಾವಧಿಯಲ್ಲಿ ನಿರಂತರವಾಗಿ ಎಲ್ಲಿಯೂ ತಂಗದೆ (ವಾಸ್ತವ್ಯ ಹೂಡದೆ) ಕಾಲ್ನಡಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಭೂಮಿಯನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಬಹುದು (ಸುತ್ತಬಹುದು)? ಭೂಮಿಯ ಸುತ್ತಳತೆಯ 40,000 km ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

ರೇಖೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಮತ್ತು ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ

ರಾಕ್ಷಿಯು ತನ್ನ ಸ್ನೇಹಿತ ಎಸ್ತುವಿನೊಂದಿಗೆ ತಾನು ಓದುತ್ತಿರುವ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಕಾದಂಬರಿಯಲ್ಲಿ ಚಂದ್ರನನ್ನು ತಲುಪಲು ಅವರು ನಿರ್ಮಿಸಿರುವ ಒಂದು ಏಣಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ.

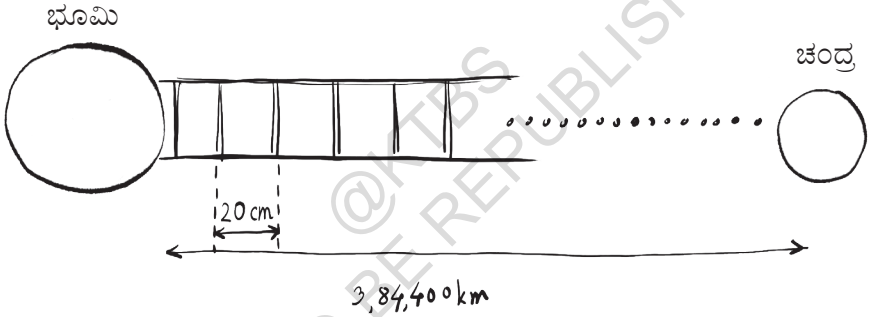


"ನಾವು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಅಂತಹ ಏಣಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಅದರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳು (ಏಣಿ ಕಾಲುಗಳು) ಇರುತ್ತಿದ್ದವು? ಎನ್ನುವುದರ ಬಗ್ಗೆ ನಾನು ಆಶ್ಚರ್ಯ ಚಕಿತಳಾಗಿದ್ದೇನೆ".

? ನೀವು ಏನನ್ನು ಯೋಚಿಸುವಿರಿ? ಮೊದಲು ಸಮಂಜಸವಾಗಿ ಊಹಿಸಿ.

? ಏಣಿಯ ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಾವಿರಾರು, ಲಕ್ಷಾಂತರ, ಕೋಟ್ಯಾಂತರ ಅಥವಾ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಇರಬಹುದೇ?

ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಏಣಿಯ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ನಾವು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಈ ಅಂತರವು 20 cm ಇದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸೋಣ. ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸುವಂತೆ ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸುವುದು.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಎಷ್ಟು 20 cm ಗಳ ಅಂತರವು ಸೇರಿ 3,84,400 km ಆಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

ನಾವು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದರೆ 1,92,20,00,000 ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳು. ಅಂದರೆ 192 ಕೋಟಿ ಮತ್ತು 20 ಲಕ್ಷ ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳು ಅಥವಾ 1 ಬಿಲಿಯನ್ 992 ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳು ಎನ್ನುವ ಉತ್ತರ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಭೂಮಿಯಿಂದ ಪ್ರತಿ ಮೆಟ್ಟಿಲಿನ ನಡುವಿನ ಅಂತರದ ಸ್ಥಿರ ಹೆಚ್ಚಳವನ್ನು (ಪ್ರತಿ ಮೆಟ್ಟಿಲಿನ ಅಂತರ 20cm ಹೆಚ್ಚಳ) **ರೇಖೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ರೇಖೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯೊಂದಿಗೆ ಭೂಮಿ ಮತ್ತು ಚಂದ್ರನ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು 1,92,20,00,000 ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳನ್ನು ಹತ್ತಬೇಕು. ಆದರೆ ಕೇವಲ 46 ಬಾರಿ ಕಾಗದದ ತುಂಡನ್ನು ಮಡಚಿದಾಗ ಇಷ್ಟೇ ದೂರವನ್ನು ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯೊಂದಿಗೆ ಕ್ರಮಿಸಬಹುದು! ರೇಖೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯು ಸಂಕಲನಾತ್ಮಕವಾದರೆ ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯು ಗುಣಾಕಾರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$\underbrace{20 + 20 + 20 + \ldots\ldots\ldots\ldots}_{\text{1,92,20,00,000 ಸಾರಿ}}$ $\qquad$ $\underbrace{0.001 \times 2 \times 2 \times 2 \ldots\ldots\ldots}_{\text{46 ಸಾರಿ}}$

ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳಾದ 'ಹೊಳೆಯುವ ಕಲ್ಲುಗಳು', 'ಮಾಯಾಕೊಳ', 'ಎಷ್ಟು ಸಂಯೋಜನೆಗಳು' ಇವುಗಳನ್ನು ನಾವು ಈ ಹಿಂದೆ ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ (ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ). ಮುಂಬರುವ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಇದೇ ರೀತಿ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ತಿಳಿಯೋಣ.

? ರೇಖೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಮತ್ತು ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಗಮನಿಸುವುದು

ಕಳೆದ ವರ್ಷ, ನಾವು ಲಕ್ಷಗಳು ಮತ್ತು ಕೋಟಿಗಳು, ಹಾಗೂ ಮಿಲಿಯನ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಬಿಲಿಯನ್‌ಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಒಂದು ಲಕ್ಷವು 10^5 (1,00,000), ಒಂದು ಕೋಟಿಯು 10^7 (1,00,00,000) ಮತ್ತು ಒಂದು ಅರಬ್ 10^9 (1,00,00,00,000) ಆಗಿದೆ. ಆದರೆ ಒಂದು ಮಿಲಿಯನ್ 10^6 (1,000,000) ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಿಲಿಯನ್ ಅಂದರೆ 10^9 (1,000,000,000) ಆಗಿದೆ.

ಜಗತ್ತಿನ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರಮಾಣ ಎಷ್ಟೆಂದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿರಬಹುದು. ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ಇರುವೆಗಳೆಷ್ಟು? ಅಥವಾ ಎಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಮಾನವನ ಉಗಮವಾಯಿತು ಎನ್ನುವ ಆಶ್ಚರ್ಯದಾಯಕ ಮಾಹಿತಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಎಂದಾದರೂ ಯೋಚಿಸಿದ್ದೀರಾ? ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ನಾವು ಅರಬ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಬಿಲಿಯನ್‌ಗಳಿಗಿಂತ ಗಮನಾರ್ಹವಾಗಿ ದೊಡ್ಡದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಆವಿಷ್ಕರಿಸೋಣ (ಯೋಚಿಸೋಣ). ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಮತ್ತು ಹೋಲಿಸಲು ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ 10ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.

10^0 – 2025ರ ಮಧ್ಯದ ವೇಳೆಗೆ, ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಕೇವಲ ಎರಡು ಉತ್ತರದ ಬಿಳಿ ಹೆಣ್ಣು ಖಡ್ಗಮೃಗಗಳು ಉಳಿದಿವೆ. ಎರಡೂ ಹೆಣ್ಣುಗಳು ಮತ್ತು ಅವು ಕೀನ್ಯಾದ ಓಲ್ ಪೆಜೆಟಾ ಕನ್ಸರ್ವೆನ್ಸಿಯಲ್ಲಿ ವಾಸಿಸುತ್ತಿವೆ (= 2×10^0).

10^1 – 2024ರ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಹೈನಾನ್ ಗಿಬ್ಬಾನ್‌ಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅತ್ಯಲ್ಪ 42 ($\approx 4 \times 10^1$).

10^2 – 2025ರ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಕೇವಲ 242 ಕಾಕಪೋಗಳು (ರಾತ್ರಿಗಿಳಿಗಳು) ಜೀವಂತವಾಗಿದೆ ($\approx 2 \times 10^2$).

10^3 – 3,000 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಕೊಮಡೊ (ಉಡ) ಡ್ರಾಗನ್‌ಗಳು ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿವೆ. ಅವೆಲ್ಲವೂ ಇಂಡೋನೇಷ್ಯಾದಲ್ಲಿವೆ ($\approx 3 \times 10^3$).

10^4 – ಮ್ಯಾನ್ಡ್‌ವುಲ್ಫ್ (ಮನುಷ್ಯನ ತೋಳ) ಸಂಖ್ಯೆಯು 2005ರ ಅಂದಾಜಿನ ಪ್ರಕಾರ 17000 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿವೆ. ಬಹುತೇಕ ಅವುಗಳು ಬ್ರೆಜಿಲ್‌ನಲ್ಲಿವೆ (1.7×10^4).



10^5 – 2018ರ ಪ್ರಕಾರ ಸುಮಾರು 4.15 ಲಕ್ಷ ಆಫ್ರಿಕನ್ ಆನೆಗಳಿವೆ ($\approx 4 \times 10^5$).

10^6 – 2025 ರ ಪ್ರಕಾರ ಅಂದಾಜು 50 ಲಕ್ಷ / 5 ಮಿಲಿಯನ್ ಅಮೇರಿಕನ್ ಮೊಸಳೆಗಳಿವೆ (5×10^6).

10^7 – ಜಾಗತಿಕ ಒಂಟೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅಂದಾಜು 3.5 ಕೋಟಿ / 35 ಮಿಲಿಯನ್ (3.5×10^7). ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೇವಲ 2.5 ಲಕ್ಷಗಳು. ಜಾಗತಿಕ ಕುದುರೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸುಮಾರು 5.8 ಕೋಟಿ / 58 ಮಿಲಿಯನ್ (5.8×10^7) ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಅಮೆರಿಕದಲ್ಲಿವೆ.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

10^8 – ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ 20 ಕೋಟಿ / 200 ಮಿಲಿಯನ್ (2×10^8) ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ನೀರೇಮ್ಮೆಗಳನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಬಹುಪಾಲು ಏಷ್ಯಾದಲ್ಲಿವೆ.

10^9 – ಕಬ್ಬಕ್ಕಿ (ಸ್ಟಾರ್ಲಿಂಗ್)ಗಳ ಅಂದಾಜು ಜಾಗತಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸುಮಾರು 1.3 ಅರಬ್ / 1.3 ಬಿಲಿಯನ್ (1.3×10^9) ಆಗಿದೆ. 2025 ರ ಪ್ರಕಾರ ಜಾಗತಿಕ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 8.2 ಅರಬ್ / 8.2 ಬಿಲಿಯನ್ (8.2×10^9) ಆಗಿದೆ.



UKಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಜಮೀನಿನ ಮೇಲೆ ಸ್ಟಾರ್ಲಿಂಗ್ ಗೊಣಗುತ್ತಿರುವ ಚಿತ್ರ. ಸ್ಟಾರ್ಲಿಂಗ್ ಗೊಣಗುತ್ತಿರುವುದು ಸಾವಿರಾರು ಸ್ಟಾರ್ಲಿಂಗ್‌ಗಳು ಸಿಂಕ್ರೊನೈಸ್ ಮಾಡಿದ, ಸುತ್ತುತ್ತಿರುವ ಮಾದರಿಗಳಲ್ಲಿ ಹಾರುತ್ತಿರುವ ಮೋಡಿಮಾಡುವ ವೈಮಾನಿಕ ಪ್ರದರ್ಶನವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 'ನೃತ್ಯ ಸಂಯೋಜನೆಯ ನೃತ್ಯ' ಎಂದು ವಿವರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

? UK ಯಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಕೃಷಿ ಭೂಮಿ (ಫಾರ್ಮ್) ಮೇಲೆ ಕಬ್ಬಕ್ಕಿ (ಸ್ಟಾರ್ಲಿಂಗ್) ಗೊಣಗುವುದರ ಚಿತ್ರ. ಕಬ್ಬಕ್ಕಿ ಗೊಣಗುವುದು ಎಂದರೆ, ಸಾವಿರಾರು ಕಬ್ಬಕ್ಕಿ (ಸ್ಟಾರ್ಲಿಂಗ್) ಗಳು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯಿಂದ ಸುರುಳಿಯಾಕಾರದ ಮಾದರಿಗಳಲ್ಲಿ ಹಾರುವ ಒಂದು ಸಮ್ಮೋಹನಗೊಳಿಸುವ ಮೋಡಿಮಾಡುವ ವೈಮಾನಿಕ ಪ್ರದರ್ಶನ. ಇದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 'ನೃತ್ಯ ಸಂಯೋಜನೆ' (ಕೊರಿಯೋಗ್ರಾಫ್ಡ್ ಡ್ಯಾನ್ಸ್) ಎಂದು ವಿವರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ಜಾಗತಿಕ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಸುಮಾರು 8×10^9 ಮತ್ತು ಆಫ್ರಿಕಾದ ಆನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 4×10^5, ಪ್ರತಿ ಒಂದು ಆಫ್ರಿಕಾದ ಆನೆಗೆ ಸುಮಾರು 20,000 ಜನರಿದ್ದಾರೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು?

10^{10} – ಜಾಗತಿಕವಾಗಿ ಜೀವಂತ ಕೋಳಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಯಾವುದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ 33 ಬಿಲಿಯನ್ (3.3×10^{10}) ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸಲಾಗಿದೆ.

10^{12} – ಜಾಗತಿಕವಾಗಿ ಅಂದಾಜು ಮರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (2023) 30 ಖರಾಬ್ / 3 ಟ್ರಿಲಿಯನ್ (3×10^{12}) ಆಗಿದೆ. ಒಂದು ಖರಾಬ್ ಎಂದರೆ 100 ಅರಬ್ ಮತ್ತು ಒಂದು ಟ್ರಿಲಿಯನ್ ಎಂದರೆ 1000 ಬಿಲಿಯನ್.

10^{14} – ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ ಅಂದಾಜು ಸೊಳ್ಳೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (2023) 11 ನೀಲ್ / 110 ಟ್ರಿಲಿಯನ್ (3×10^{14}) ಆಗಿದೆ. ಅಂಟಾರ್ಕ್ಟಿಕ್ ಕ್ರಿಲ್ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಅಂದಾಜು 50 ನೀಲ್ / 500 ಟ್ರಿಲಿಯನ್ (5×10^{14}) ಆಗಿದೆ.

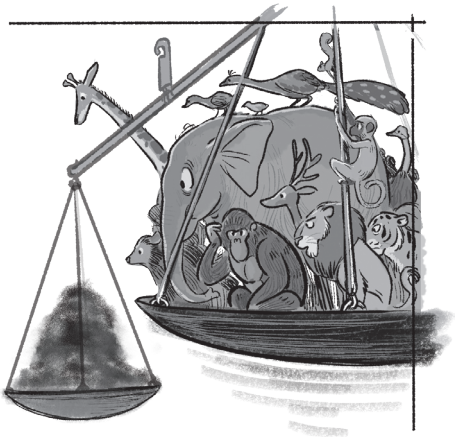


10^{15} – ಜೀರುಂಡೆಗಳ ಅಂದಾಜು ಸಂಖ್ಯೆಯು 1 ಪದ್ಮ / 1 ಕ್ವಾಡ್ರಿಲಿಯನ್ ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸಲಾಗಿದೆ. ಎರೆಹುಳುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಕೂಡ ಒಂದು ಪದ್ಮ / ಒಂದು ಕ್ವಾಡ್ರಿಲಿಯನ್ ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸಲಾಗಿದೆ.

NOT TO BE REPUBLISHED © KSEEB

10^{16} – ಜಾಗತಿಕವಾಗಿ ಇರುವೆಗಳ ಅಂದಾಜು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸುಮಾರು 20 ಪದ್ಮ / 20 ಕ್ವಾಡ್ರಿಲಿಯನ್ (2×10^{16}). ಇರುವೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎಲ್ಲಾ ಕಾಡು ಪಕ್ಷಿಗಳು ಮತ್ತು ಸಸ್ತನಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೀರಿಸುತ್ತದೆ.

10^{21} – ಇದು ಭೂಮಿಯ ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಕಡಲ ತೀರಗಳು (ಬೀಚ್) ಮತ್ತು ಮರುಭೂಮಿಗಳಲ್ಲಿನ ಒಟ್ಟು ಮರಳಿನ ಕಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದು ಪ್ರತಿ ಇರುವೆಗೂ ವಾಸಿಸಲು 10 ಚಿಕ್ಕ ಮರಳಿನ ಕೋಟೆಗಳನ್ನು ಕಟ್ಟಲು ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ.





10^{23} – ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿನ ವೀಕ್ಷಿಸಬಹುದಾದ ನಕ್ಷತ್ರಗಳ ಅಂದಾಜು ಸಂಖ್ಯೆ 2×10^{23}.

10^{25} – ಭೂಮಿಯ ಮೇಲೆ ಅಂದಾಜು 2×10^{25} ನೀರಿನ ಹನಿಗಳಿವೆ. (ಪ್ರತಿ mL ಗೆ 16 ನೀರಿನ ಹನಿಗಳು ಎಂದು ಊಹಿಸಿ)

? ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರಿಸಿ.

(i) ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ವ್ಯಕ್ತಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಇರುವೆಗಳಿವೆ?

(ii) ಒಂದು ಕಬ್ಬಕ್ಕಿ (ಸ್ಟಾರ್ಲಿಂಗ್)ಗಳ ಹಿಂಡಿನಲ್ಲಿ 10,000 ಪಕ್ಷಿಗಳಿದ್ದರೆ, ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಕಬ್ಬಕ್ಕಿ (ಸ್ಟಾರ್ಲಿಂಗ್)ಗಳ ಎಷ್ಟು ಹಿಂಡು ಇರಬಹುದು?

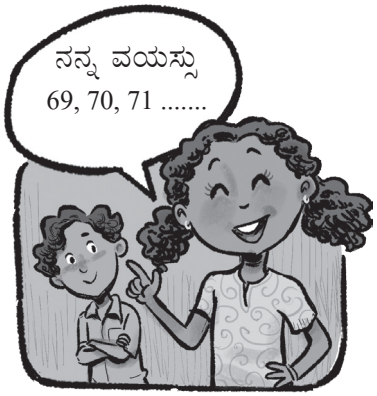
(iii) ಪ್ರತಿ ಮರವೂ ಸುಮಾರು 10^5 ಎಲೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಜಗತ್ತಿನ ಎಲ್ಲಾ ಮರಗಳಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ಎಲೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(iv) ನೀವು ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದರಂತೆ ಜೋಡಿಸಿದರೆ, ಚಂದ್ರನನ್ನು ತಲುಪಲು ಎಷ್ಟು ಹಾಳೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ನಿಮ್ಮ ವಯಸ್ಸನ್ನು ಹೇಳಲು ಒಂದು ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನ !

"ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?" ಎಂದು ಎಸ್ತು ಕೇಳಿದ.
"ಕೆಲವು ವಾರಗಳ ಹಿಂದೆ 13 ವಸಂತಗಳನ್ನು ಪೂರೈಸಿದೆ!" ಎಂದು ರಾಕ್ಸಿ ಹೇಳಿದಳು.
"ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?" ಎಂದು ಮತ್ತೆ ಎಸ್ತು ಕೇಳಿದ.
"ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಇಂದಿಗೆ 4840 ದಿನಗಳು!" ಎಂದು ರಾಕ್ಸಿ ಹೇಳಿದಳು.
"ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?" ಎಂದು ಮತ್ತೆ ಎಸ್ತು ಕೇಳಿದ.
"ನನಗೆ _____ ಗಂಟೆಗಳು ವಯಸ್ಸು!" ಎಂದು ರಾಕ್ಸಿ ಹೇಳಿದಳು.
ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಮೊದಲು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಿ.
ಎಸ್ತು ಹೇಳಿದನು "ನನಗೆ ಇಂದಿಗೆ 4070 ದಿನಗಳ ವಯಸ್ಸಾಗಿದೆ. ನನ್ನ ಜನ್ಮ ದಿನಾಂಕವನ್ನು ನೀನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವೆಯಾ?"



ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅರ್ಥವೇನು? ಕಂಡುಹಿಡೀಯಿರಿ

? ನೀವು 10 ಲಕ್ಷ ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳು ಬದುಕಿದ್ದರೆ (ಜೀವಿಸಿದ್ದರೆ), ನಿಮ್ಮ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

ನಾವು ಕೆಲವು ಘಟನೆಗಳು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಮಾನಗಳ ಅಂದಾಜು ಸಮಯಗಳು ಮತ್ತು ಟೈಮ್ ಲೈನ್‌ಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ ಮತ್ತು ಈ ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಮತ್ತು ಹೋಲಿಸಲು 10ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ಬಳಸೋಣ.

ಸಮಯ (ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ)		ನೈಜ ಪ್ರಪಂಚದ ಘಟನೆಗಳು / ವಿದ್ಯಮಾನಗಳ ಹೋಲಿಕೆ
$10^0 = 1$ ಸೆಕೆಂಡ್	-	ಮೇಲಕ್ಕೆ ಎಸೆದ ಚೆಂಡು ಹಿಂತಿರುಗಿ (ಮರಳಿ) ನೆಲದ ಮೇಲೆ ಬೀಳಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ (ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕೆಲವು ಸೆಕೆಂಡುಗಳು)
$10^1 = 10$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು	-	ದೇಹದ ಮೂಲಕ ರಕ್ತವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಪರಿಚಲನೆ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ: 10 ರಿಂದ 20 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ($1 \times 10^1 - 2 \times 10^1$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು)
	-	ಟ್ರಾಫಿಕ್ ಸಿಗ್ನಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಾಯುವ ಸಮಯ



ಪ್ರಪಂಚದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಇರುವೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ರಕ್ತವು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಪರಿಚಲನೆಗೊಳ್ಳಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯದಂತಹ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಯಾರಾದರೂ ಅಂದಾಜು ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. ಸಾಕಷ್ಟು ಅದ್ಭುತವಲ್ಲವೆ? ನೀವು ಇಂತಹ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆ ಹಚ್ಚಿದಾಗ ಆ ಆಶ್ಚರ್ಯವನ್ನು ನೀವು ಕಟ್ಟಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ನೀವು ಇಂತಹ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನದಂತಹ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಕಾಣಬಹುದು. ಅಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ಅಂದಾಜುಗಳನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ.

10^2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 1.6 ನಿಮಿಷಗಳು	-	ಒಂದು ಲೋಟ ಚಹಾ ಮಾಡಲು ಬೇಕಾಗುವ ಸಮಯ: 5 ರಿಂದ 10 ನಿಮಿಷಗಳು ($\approx 4 \times 10^2 - 8 \times 10^2$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).
	-	ಬೆಳಕು ಸೂರ್ಯನಿಂದ ಭೂಮಿಗೆ ತಲುಪಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ: ಸುಮಾರು 8 ನಿಮಿಷಗಳು ($\approx 5 \times 10^2$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು)

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



10^3 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ≈ 16.6 ನಿಮಿಷಗಳು

- ಕಡಿಮೆ ಎತ್ತರದ ಭೂ ಕಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿರುವ ಉಪಗ್ರಹಗಳು. ಭೂಮಿಯ ಸುತ್ತ ಒಂದು ಪ್ರದಕ್ಷಿಣೆ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು 90 ನಿಮಿಷಗಳಿಂದ ($\approx 5.5 \times 10^3$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು) ಎರಡು ಗಂಟೆಗಳ ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

10^4 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ≈ 2.7 ಗಂಟೆಗಳು

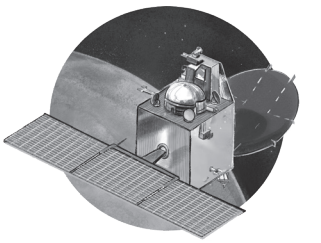
- ಒಂದು ಊಟವನ್ನು ಜೀರ್ಣಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಬೇಕಾಗುವ ಸಮಯ: ಹೊಟ್ಟೆಯ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗಲು ಸುಮಾರು 2 ರಿಂದ 4 ಗಂಟೆಗಳು.
- ಪ್ರೌಢ ನೊಣದ ಜೀವಿತಾವಧಿ: ಸುಮಾರು ಒಂದು ದಿನ ($\approx 9 \times 10^4$ ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳು).



? 10^5 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 1:16 ದಿನಗಳು ಮತ್ತು 10^6 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 11.57 ದಿನಗಳು (i)10^5 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು (ii) 10^6 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ಸಮಯದ ಅವಧಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಕೆಲವು ಘಟನೆಗಳು ಅಥವಾ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ. ಇವುಗಳನ್ನು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

10^7 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 115.7 ದಿನಗಳು / ≈ 3.8 ತಿಂಗಳುಗಳು

- ಒಂದು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ನಿದ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಕಳೆದ ಸಮಯ: ಸುಮಾರು 4 ತಿಂಗಳುಗಳು.
- ಮಂಗಳ ಗ್ರಹವನ್ನು ತಲುಪಲು ಮಂಗಳಯಾನ ಮಿಷನ್ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯ: 298 ದಿನಗಳು ($\approx 2.65 \times 10^7$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).
- ಸೂರ್ಯನ ಸುತ್ತ ಒಂದು ಪ್ರದಕ್ಷಿಣೆ ಹಾಕಲು ಮಂಗಳ ಗ್ರಹವು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ: 687 ಪೃಥ್ವಿ – ದಿನಗಳು/ 1.88 ಪೃಥ್ವಿ – ವರ್ಷಗಳು ($\approx 6 \times 10^7$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).



10^8 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 3.17 ವರ್ಷಗಳು

- ಎಲ್ಲಾ ನಾಯಿಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಜೀವಿತಾವಧಿಯು 3 ರಿಂದ 15 ವರ್ಷಗಳು

10^9 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 31.7 ವರ್ಷಗಳು

- ಹ್ಯಾಲಿ ಧೂಮಕೇತುವಿನ ಕಕ್ಷಾ ಅವಧಿಯು 75 – 79 ವರ್ಷಗಳು. ಮುಂದಿನ ನಿರೀಕ್ಷಿತ ಮರು ಆಗಮನವು 2061 ರಲ್ಲಿ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ. ($\approx 2.4 \times 10^9$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು)
- ಸೂರ್ಯನ ಸುತ್ತ ನೆಪ್ಚೂನ್ ಗ್ರಹವು ಒಂದು ಸುತ್ತು ಪ್ರದಕ್ಷಿಣೆ ಹಾಕಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವು 60, 190 ಪೃಥ್ವಿ ದಿನಗಳು / ≈ 165 ಪೃಥ್ವಿ–ವರ್ಷಗಳು ಅಥವಾ 89,666 ನೆಪ್ಚೂನ್ ದಿನಗಳು / 1 ನೆಪ್ಚೂನ್–ವರ್ಷ ($\approx 5.2 \times 10^9$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು) ನೆಪ್ಚೂನ್‌ನಲ್ಲಿ ಒಂದು ದಿನದ ಅವಧಿಯು ಸುಮಾರು 16.1 ಗಂಟೆಗಳು.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯು ಎಷ್ಟು ಕ್ಷಿಪ್ರವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. 10^6 ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳು 15 ದಿನಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ. ಆದರೆ 10^9 ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳು ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಮೊತ್ತ 31 ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮ (ಮನುಷ್ಯನ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಜೀವಿತಾವಧಿ)

10^{10} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 317 ವರ್ಷಗಳು
- ಚೋಳ ರಾಜವಂಶವು 900 ವರ್ಷಗಳಿಗಿಂತ ($\approx 3\times 10^{10}$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು) ಹೆಚ್ಚು ಕಾಲ ಆಳ್ವಿಕೆ ನಡೆಸಿತು. (3ನೇ ಶತಮಾನ BCE ಮತ್ತು 12ನೇ ಶತಮಾನ CE ನಡುವೆ)

10^{11} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 3,170 ವರ್ಷಗಳು
- ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ಅತ್ಯಂತ ಹಳೆಯ ಜೀವಂತ ಮರದ ವಯಸ್ಸು: ಸುಮಾರು 5000 ವರ್ಷಗಳು ($\approx 1.57 \times 10^{11}$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು)
- ಹಿಮಯುಗದ ಅಂತ್ಯದ ನಂತರದ ಸಮಯ: 19,000–26,000 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ($\approx 6 \times 10^{11}$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು - 8.2×10^{11} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು)

10^{12} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 31,700 ವರ್ಷಗಳು
- ಆದಿ ಹೋಮೋ ಸೇಪಿಯನ್ಸ್ ಮೊದಲಿಗೆ 2–3 ಲಕ್ಷ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ($\approx 7\times 10^{12} - 9\times 10^{12}$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು) ಕಾಣಿಸಿಕೊಂಡರು. ಅಂದಿನ ಇಡೀ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಕ್ರಿಕೆಟ್ ಕ್ರೀಡಾಂಗಣವನ್ನು ಆವರಿಸುವಷ್ಟಿತ್ತು.

10^{13} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 3.17 ಲಕ್ಷ ವರ್ಷಗಳು
- ಸ್ಟೆಪ್ಪೆ ಮ್ಯಾಮ್ಮೊತ್ ಸುಮಾರು 8–18 ಲಕ್ಷ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಕಾಣಿಸಿಕೊಂಡಿದೆ ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸಲಾಗಿದೆ.



10^{14} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 3.17 ಮಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳು
- ಕೆಲೆನ್ಕೆನ್ ಗಿಲ್ಲರ್‌ಮೋಯಿ ಎಂಬ ಭಯಾನಕ ಪಕ್ಷಿಯ ಪಳೆಯುಳಿಕೆಯು 15 ಮಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳಷ್ಟು ಹಳೆಯದು (≈_____ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).



10^{15} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 3.17 ಕೋಟಿ ವರ್ಷಗಳು
- ಹಿಮಾಲಯ ಪರ್ವತ ಶ್ರೇಣಿಯ ವಯಸ್ಸು: 5.5 ಕೋಟಿ ವರ್ಷಗಳು / 55 ಮಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳು ($\approx 1.7 \times 10^{15}$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು). ಅವು ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ಕೆಲವು mm ಗಳಷ್ಟು ಬೆಳೆಯುತ್ತಲೇ ಇರುತ್ತವೆ.
- ಡೈನೋಸಾರ್‌ಗಳು 6.6 ಕೋಟಿ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ / 66 ಮಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ($\approx 2 \times 10^{15}$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು) ನಶಿಸಿ ಹೋದವು.
- ಡೈನೋಸಾರ್‌ಗಳು ಮೊದಲು 20 ಕೋಟಿಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು / 200 ಮಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ($\approx 6 \times 10^{15}$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು) ಕಾಣಿಸಿಕೊಂಡವು.
- ಸೂರ್ಯನು ಕ್ಷೀರಪಥ ಗೆಲಾಕ್ಸಿಯ ಸುತ್ತ ಒಂದು ಪ್ರದಕ್ಷಿಣೆ ಹಾಕಲು ಸುಮಾರು 23 ಕೋಟಿ ವರ್ಷಗಳನ್ನು ($\approx 7 \times 10^{15}$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು) ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

10^{16} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 31.7 ಕೋಟಿ ವರ್ಷಗಳು
- ಭೂಮಿಯ ಮೇಲೆ ಸಸ್ಯಗಳು 47 ಕೋಟಿ / 470 ಮಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ (≈_____ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು) ಉಗಮವಾದವು.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

10^{17} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು
≈ 3.17 ಬಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳು

- ಅತ್ಯಂತ ಹಳೆಯ ಪಳೆಯುಳಿಕೆ ಪುರಾವೆಗಳ ಪ್ರಕಾರ ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯಾಗಳು ಸುಮಾರು 3.7 ಬಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಕಾಣಿಸಿಕೊಂಡವು ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.
- ಭೂಮಿಯು ವಯಸ್ಸು ಸುಮಾರು 4.5 ಬಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳು
- ಕ್ಷೀರಪಥ (Milky way) ನಕ್ಷತ್ರಪುಂಜವು 13.6 ಬಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಮತ್ತು ಬ್ರಹ್ಮಾಂಡವು 13.8 ಬಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ರೂಪುಗೊಂಡಿತು.

10^9 ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳು ಒಬ್ಬ ಮನುಷ್ಯನ ಜೀವಿತಾವಧಿಯ ಕ್ರಮ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ. ಆದರೆ ಆಧುನಿಕ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ 10^{18} ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳ ಹಿಂದೆ ಬ್ರಹ್ಮಾಂಡವು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿರಲಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ!! ಘಾತೀಯ ಸಂಕೇತವು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬಹಳ ದೊಡ್ಡ ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

? ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರಿಸಿ.

(i) ಪ್ರತಿ ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗೆ ಒಂದರಂತೆ ನಕ್ಷತ್ರಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿದರೆ, ಬ್ರಹ್ಮಾಂಡದ ಎಲ್ಲಾ ನಕ್ಷತ್ರಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವೆಷ್ಟು? ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತದ ಬಳಕೆಯಿಂದ ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(ii) ಒಬ್ಬನಿಗೆ ಪ್ರತಿ 10 ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ ಒಂದು ಲೋಟ (200ml) ನೀರು ಕುಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ, ಭೂಮಿಯ ಮೇಲಿನ ಸಂಪೂರ್ಣ ಪ್ರಮಾಣದ ನೀರನ್ನು ಕುಡಿದು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವೆಷ್ಟು?

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ



ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಪ್ರಮಾಣಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ನಮ್ಮ ಅನುಭವ ಮತ್ತು ಗ್ರಹಿಕೆಯ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಮೀರಿವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿತವಾಗಿರಿಸಲು ನಾವು ನಮಗೆ ಪರಿಚಿತವಾಗಿರುವ ಪ್ರಮಾಣಗಳೊಂದಿಗೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಂಬಂಧಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಹೋಲಿಸಬಹುದು. ಇದು ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಅಳತೆಯು ಎಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದು ಎಂಬುದರ ಅಸ್ತಿತ್ವವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ!

2.5 ಇತಿಹಾಸದ ಒಂದು ತುಣುಕು

ಮೊದಲ ಶತಮಾನ BCE (ಕ್ರಿಸ್ತಪೂರ್ವ ಮೊದಲ ಶತಮಾನ)ದ ಬೌದ್ಧ ಗ್ರಂಥ **ಲಲಿತ ವಿಸ್ತಾರದಲ್ಲಿ** 10ರ ಘಾತದ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ 10^{53} ರವರೆಗೂ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ. ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞ ಅರ್ಜುನ ಮತ್ತು ಬೋಧಿಸತ್ವ ರಾಜಕುಮಾರ ಗೌತಮ ಇವರ ನಡುವಿನ ಸಂಭಾಷಣೆಯಲ್ಲಿ ಇವು ಬರುತ್ತವೆ.

"ನೂರು ಕೋಟಿಗಳನ್ನು ಆಯುತ (10^9) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ನೂರು ಆಯುತಗಳಿಗೆ ಒಂದು ನಿಯುತ (10^{11}), ನೂರು ನಿಯುತಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಕಂಕರ (10^{13}) ....., ನೂರು ಸರ್ವ–ಬಲಗಳಿಗೆ ಒಂದು ವಿಸಮ್‌ಜ್ಞ – ಗಟಿ (10^{47}), 100 ವಿಸಮ್‌ಜ್ಞ – ಗಟಿಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಸರ್ವಜ್ಞ (10^{49}), 100 ಸರ್ವಜ್ಞಗಳಿಗೆ ಒಂದು ವಿಭೂತಂಗಮ (10^{51}), ನೂರು ವಿಭೂತಂಗಮಗಳಿಗೆ ಒಂದು ತಲ್ಲಕ್ಷಣ (10^{53})."

ಮಹಾವೀರಚಾರ್ಯರು ತಮ್ಮ ಗಣಿತ–ಸಾರ–ಸಂಗ್ರಹ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ 24 ಪದಗಳ ಪಟ್ಟಿ (ಅಂದರೆ 10^{23}) ರವರೆಗೆ ನೀಡಿದ್ದಾರೆ. ಒಂದು ಅನಾಮಿಕ ಜೈನ ಗ್ರಂಥ ಅಮಲ ಸಿದ್ಧಿಯು 10^{96} (ದಶ–ಅನಂತ) ರವರೆಗಿನ ಘಾತಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೆಸರಿನ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಕಕ್ಕಾಯನನ ಪಾಳಿ ವ್ಯಾಕರಣ ಗ್ರಂಥವು 10^{140} ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಅಸಂಖ್ಯೇಯ ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಲಾಗಿದೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಹತ್ತರ ಹೆಚ್ಚಿನ ಘಾತಗಳನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಜೈನ ಮತ್ತು ಬೌದ್ಧ ಪಠ್ಯಗಳು ಸಹಸ್ರ (ಸಾವಿರ)ಮತ್ತು ಕೋಟಿ (ಹತ್ತು ಮಿಲಿಯನ್) ನಂತಹ ಆಧಾರಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಪ್ರಯುಕ್ತ (10^6) ದಸ ಸಹ ಸಹಸ್ರ (ಹತ್ತು ನೂರು ಸಾವಿರ) ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಆಧುನಿಕ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ (ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೆಸರು) ಇದನ್ನು ಹೋಲುತ್ತದೆ. ನಾವು ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ನೂರು ಸಾವಿರಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಲಕ್ಷ	$100 \times 1000 = 1,00,000$	$10^2 \times 10^3 = 10^5$
ನೂರು ಲಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಕೋಟಿ	$100 \times 1,00,000 = 1,00,00,000$	$10^2 \times 10^5 = 10^7$
ನೂರು ಕೋಟಿಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಅರಬ್	$100 \times 1,00,00,000 = 1,00,00,00,000$	$10^2 \times 10^7 = 10^9$
ನೂರು ಅರಬ್‌ಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಖರಾಬ್	$100 \times 1,00,00,00,000 = 1,00,00,00,00,000$	$10^2 \times 10^9 = 10^{11}$

ಇದನ್ನು ಮುಂದುವರೆಸುತ್ತಾ ನೂರು ಖರಾಬ್ ಎಂದರೆ ನೀಲ್ (10^{13}) ನೂರು ನೀಲ್ ಎಂದರೆ ಪದ್ಮ (10^{15}), ನೂರು ಪದ್ಮ ಎಂದರೆ ಶಂಖ (10^{17}) ಮತ್ತು ನೂರು ಶಂಖ ಎಂದರೆ ಮಹಾಶಂಖ (10^{19}) ಆಗುತ್ತದೆ.

ಅಮೇರಿಕಾ / ಅಂತರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ಒಂದು ಸಾವಿರ ಸಾವಿರವು ಒಂದು ಮಿಲಿಯನ್	$1000 \times 1000 = 1,000,000$	$10^3 \times 10^3 = 10^6$
ಒಂದು ಸಾವಿರ ಮಿಲಿಯನ್‌ಗೆ ಒಂದು ಬಿಲಿಯನ್	$1000 \times 1,000,000 = 1,000,000,000$	$10^3 \times 10^6 = 10^9$
ಒಂದು ಸಾವಿರ ಬಿಲಿಯನ್‌ಗೆ ಒಂದು ಟ್ರಿಲಿಯನ್	$1000 \times 1,000,000,000 = 1,000,000,000,000$	$10^3 \times 10^9 = 10^{12}$

ಇದನ್ನು ಮುಂದುವರೆಸಿದಾಗ ಒಂದು ಸಾವಿರ ಟ್ರಿಲಿಯನ್‌ಗೆ ಒಂದು ಕ್ವಾಡ್ರಿಲಿಯನ್ (10^{15}), ಈ ವಿನ್ಯಾಸವು ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ. ಈ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮಿಲಿಯನ್ (10^6), ಬಿಲಿಯನ್ (10^9), ಟ್ರಿಲಿಯನ್ (10^{12}), ಕ್ವಾಡ್ರಿಲಿಯನ್ (10^{15}), ಕ್ವಾಂಟಿಲಿಯನ್ (10^{18}), ಸೆಕ್ಸ್‌ಟಿಲಿಯನ್ (10^{21}), ಸೆಪ್ಟಿಲಿಯನ್ (10^{24}), ಆಕ್ಟಿಲಿಯನ್ (10^{27}), ನಾನಿಲಿಯನ್ (10^{30}), ಡೆಸಿಲಿಯನ್ (10^{33}).

? ಪ್ರತಿ ಹೆಸರಿನ ಮೊದಲ ಭಾಗ ಏನನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ?

ಸಂಖ್ಯೆ 10^{100} ಅನ್ನು ಗೂಗೋಲ್ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಬ್ರಹ್ಮಾಂಡದಲ್ಲಿನ ಪರಮಾಣುಗಳ ಅಂದಾಜು ಪರಮಾಣುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 10^{78} ರಿಂದ 10^{82} ರಷ್ಟಿದೆ. ಸಂಖ್ಯೆ $10^{\text{ಗೂಗೋಲ್}}$ ಅನ್ನು ಗೂಗೋಲ್ ಪ್ಲೆಕ್ಸ್ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದು ಎಂದು ಊಹಿಸುವುದು ಕಷ್ಟ.

ಪ್ರಸ್ತುತ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮುಖಬೆಲೆಯ ಕರೆನ್ಸಿ ನೋಟು 2,000 ರೂಪಾಯಿಗಳು. .ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಇದುವರೆವಿಗೂ ಮುದ್ರಿಸಲಾದ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮುಖಬೆಲೆಯ ಕರೆನ್ಸಿ ನೋಟು ಯಾವುದೆಂದು ಊಹಿಸಿ. 1946ರಲ್ಲಿ ಹಂಗೇರಿಯಲ್ಲಿ ಮುದ್ರಿಸಲಾದ 1 ಸೆಕ್ಸ್‌ಟಿಲಿಯನ್ ಪೆಂಗೊ (10^{21} ಅಥವಾ 1 ಮಿಲಿಯರ್ಡ್ ಬಿಲ್‌ಪೆಂಗೊ) ಮೌಲ್ಯದ

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ವಿಶೇಷ ನೋಟು ಇದುವರೆಗೆ ಮುದ್ರಿಸಲಾದ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕ ಮೌಲ್ಯದ ಬ್ಯಾಂಕ್ ನೋಟು ಆಗಿದೆ. ಆದರೆ ಇದು ಚಲಾವಣೆಗೆ ಬರಲಿಲ್ಲ. 2009ರಲ್ಲಿ ಜಿಂಬಾವೆ 100 ಟ್ರಿಲಿಯನ್ (10^{14}) ಜಿಂಬಾವೆ ಡಾಲರ್ ನೋಟನ್ನು ಮುದ್ರಿಸಿತು. ಮುದ್ರಣ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಅದರ ಮೌಲ್ಯ $ 30 ರಷ್ಟಿತ್ತು.





ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. $(2^{224}) \div (4^{32})$ರ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [**ಸುಳಿಹು:** $4 = 2^2$]

2. ಒಂದು ಸಂಗ್ರಾಹಕದಲ್ಲಿ 5 ಬಾಟಲಿಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿದಿನ ಒಂದು ಹೊಸ ಸಂಗ್ರಾಹಕವನ್ನು ತರಲಾಗುತ್ತದೆ. 40 ದಿನಗಳ ನಂತರ ಎಷ್ಟು ಬಾಟಲಿಗಳು ಇರುತ್ತವೆ?

3. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಘಾತಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಮೂರು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಘಾತಾಂಕಗಳು ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿರಬಹುದು.

   (i) 64^3 (ii) 192^8 (iii) 32^{-5}

4. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದು 'ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿ', 'ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಮಾತ್ರ ಸರಿ' ಅಥವಾ 'ಸರಿಯಿಲ್ಲ' ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನಿಮ್ಮ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

   (i) ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಸಹ ಆಗಿವೆ.

   (ii) ನಾಲ್ಕನೇ ಘಾತಗಳು ಸಹ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಆಗಿವೆ.

   (iii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಐದನೇ ಘಾತವು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನದಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

   (iv) ಎರಡು ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

   (V) q^{46} ಎಂಬುದು 4ನೇ ಘಾತ ಮತ್ತು 6ನೇ ಘಾತ ಎರಡೂ ಆಗಿದೆ. (q ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ)

5. ಇವುಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರವನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

   (i) $10^{-2} \times 10^{-5}$ (ii) $5^7 \div 5^4$

   (iii) $9^{-7} \div 9^4$ (iv) $(13^{-2})^{-3}$

   (v) $m^5n^{12}(mn)^9$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

6. $12^2 = 144$ ಆದರೆ, ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $(1.2)^2$ (ii) $(0.12)^2$

(iii) $(0.012)^2$ (iv) 120^2

7. ಸಮನಾದ ಬೆಲೆ ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವೃತ್ತಾಕಾರ ಮಾಡಿ.

$2^4 \times 3^6$ $6^4 \times 3^2$ 6^{10} $18^2 \times 6^2$ 6^{24}

8. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

(i) 4^3 ಅಥವಾ 3^4 (ii) 2^8 ಅಥವಾ 8^2 (iii) 100^2 ಅಥವಾ 2^{100}

9. ಒಂದು ಹಾಲು ಉತ್ಪಾದನಾ ಘಟಕವು ಒಂದು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ 8.5 ಬಿಲಿಯನ್ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗಳಷ್ಟು ಹಾಲನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸಲು ಯೋಜಿಸಿದೆ. ಅವರಿಗೆ ಪ್ರತಿ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗೆ ಒಂದು ಅನನ್ಯ ಐಡಿ (ಗುರುತಿಸುವಿಕೆ) ಕೋಡ್ ಬೇಕಾಗಿದೆ. 0–9 ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಲು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದರೆ, ಕೋಡ್ ಎಷ್ಟು ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ?

10. 64 ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ (8^2) ಮತ್ತು ಘನ ಸಂಖ್ಯೆ (4^3) ಎರಡೂ ಆಗಿದೆ. ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ ಎರಡೂ ಆಗಿರುವ ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆಯೇ? ಅಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ವಿವರಿಸುವ ಮಾರ್ಗವಿದೆಯೇ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

11. ಒಂದು ಡಿಜಿಟಲ್ ಲಾಕರ್ 5 ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯಾಯುಕ್ತ (ಆಲ್ಫಾ ನ್ಯೂಮರಿಕ್) ಪಾಸ್‌ಕೋಡ್‌ನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳು G89P0, 38098, BRJKW ಮತ್ತು 003AZ ಅಂತಹ ಎಷ್ಟು ಕೋಡ್‌ಗಳು ಸಾಧ್ಯ.

12. ಪ್ರಪಂಚದಾದ್ಯಂತ ಇರುವ ಕುರಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (2024)ರಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 10^9 ಮತ್ತು ಮೇಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಸಹ ಅಷ್ಟೇ ಆಗಿದೆ. ಕುರಿ ಮತ್ತು ಮೇಕೆಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

(i) 20^9 (ii) 10^{11} (iii) 10^{10}

(iv) 10^{18} (v) 2×10^9 (vi) $10^9 + 10^9$

13. ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) ಜಗತ್ತಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವ್ಯಕ್ತಿಯು 30 ಬಟ್ಟೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಒಟ್ಟು ಬಟ್ಟೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ii) ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 100 ಮಿಲಿಯನ್ ಜೇನುಗೂಡುಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿ ಗೂಡು ಸುಮಾರು 50,000 ಜೇನುನೊಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಜೇನುನೊಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(iii) ಒಬ್ಬ ಮಾನವನ ದೇಹದಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 38 ಟ್ರಿಲಿಯನ್ ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯ ಕೋಶಗಳಿವೆ. ಜಗತ್ತಿನ ಎಲ್ಲಾ ಮನುಷ್ಯರಲ್ಲಿ ವಾಸಿಸುವ ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(iv) ಜೀವಿತಾವಧಿಯಲ್ಲಿ ಆಹಾರ ಸೇವಿಸಲು ಕಳೆದ ಒಟ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

14. 1 ಅರಬ್ / 1 ಬಿಲಿಯನ್ ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳ ಹಿಂದಿನ ದಿನಾಂಕ ಯಾವುದು?

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

NOT TO BE REPUBLISHED © KTBS

ಸಾರಾಂಶ

- ನಾವು ಕೆಲವು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿದ್ದೇವೆ, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳಿಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಮೊದಲು ಊಹಿಸಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದೇವೆ. ನಂತರ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಮಾದರಿ ಮಾಡಿ (ಅರ್ಥೈಸಿ / ತುಲನೆ ಮಾಡಿ) ಊಹೆಗಳು ಮತ್ತು ಅಂದಾಜುಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದೇವೆ.
- ಗುಣಾಕಾರ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಕ್ಷಿಪ್ರ ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯನ್ನು ಸಂಕಲನಾತ್ಮಕ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಹೇಗೆ ಹೋಲಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.
- n^a ಎಂಬುದು $n \times n \times n \times n \times \ldots\ldots \times n$ (n ಅನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿ a ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ)

  ಮತ್ತು $n^{-a} = \frac{1}{n^a}$ ಆಗಿದೆ.

  ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಕ್ರಿಯೆಗಳು

  - $n^a \times n^b = n^{a+b}$
  - $(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b}$
  - $n^a \div n^b = n^{a-b}$ $(n \neq 0)$
  - $n^a \times m^a = (n \times m)^a$
  - $n^a \div m^a = (n \div m)^a$ $(m \neq 0)$
  - $n^0 = 1$ $(n \neq 0)$
- 308100000 ಸಂಖ್ಯೆಯ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತವು 3.081×10^8 ಆಗಿದೆ. ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತದ ಆದರ್ಶರೂಪ $x \times 10^y$ ಆಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ $x \geq 1$ ಮತ್ತು $x < 10$, ಮತ್ತು y ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ.
- ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಚಿಂತನ ಪ್ರಯೋಗಗಳನ್ನು ಸಾಧನವಾಗಿ ಬಳಸುವ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಪ್ರಮಾಣ ಎಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದು ಎಂದು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



ಒಗಟಿನ ಸಮಯ!

ಹತ್ತರಲ್ಲಿ ಪ್ರಚಂಡ!

ಈ ಆಟವನ್ನು ಆಡಲು ಸಂಗಾತಿಯನ್ನು ಹುಡುಕಿ. 0–9 ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಗಣಿತದ ಮೂಲಭೂತ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 10 ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿಬ್ಬರ ನಡುವೆ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡುವ ವ್ಯಕ್ತಿ ಸುತ್ತು ಗೆಲ್ಲುತ್ತಾನೆ.

10000000000000 999999 × 999999

ಮೊದಲ ಸುತ್ತಿನಲ್ಲಿ ರಾಕ್ಷಿ 10000000000000 ಎಂದು ಬರೆದಳು ಮತ್ತು ಎಸ್ತು 999999 × 999999 ಎಂದು ಬರೆದನು. ಇವೆರಡರಲ್ಲಿ ರಾಕ್ಷಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ. ಅದು ಏಕೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಹುದೇ? ರಾಕ್ಷಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 10^{13} ಆಗಿದೆ. ಆದರೆ ಎಸ್ತುವಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು $(10^6)^2$ ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿದೆ.

ಎರಡನೇ ಸುತ್ತಿನಲ್ಲಿ ರಾಕ್ಷಿಯು $10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000}$ ಎಂದು ಮತ್ತು ಎಸ್ತು $(10^{1000000}) \times 9000$ ಎಂದು ಬರೆದರು. ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

$10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000}$ $10^{1000000} \times 9000$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ವಿವಿಧ ಸುತ್ತುಗಳಿಗೆ ತಾವು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದಾದ ಕೆಲವು ಷರತ್ತುಗಳು ಇಂತಿವೆ.

(i) ಘಾತಾಂಕಗಳಿಗೆ ಅನುಮತಿಯಿಲ್ಲ, ಕೇವಲ ಸಂಕಲನವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಅನುಮತಿಸಲಾಗಿದೆ.

(ii) ಘಾತಾಂಕಗಳಿಗೆ ಅನುಮತಿಯಿಲ್ಲ, ಕೇವಲ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕೆ ಅನುಮತಿಯಿದೆ.

(iii) ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಅನುಮತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕೇವಲ ಸಂಕಲನವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಅನುಮತಿಸಲಾಗಿದೆ.

(iv) ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಅನುಮತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಯಾವುದೇ ಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಅನುಮತಿಸಲಾಗಿದೆ.

ನಿಮ್ಮದೇ ಆದ ಷರತ್ತುಗಳನ್ನು ನೀವು ವಿಧಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು / ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಜನರನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಆಟವಾಡಲು ಸೇರಿಸಬಹುದು.



3 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕಥೆ

Y7Q613

3.1 ರೀಮಾಳ ಕುತೂಹಲ

ಒಂದು ಮಧ್ಯಾಹ್ನ, ಸೋಮಾರಿತನದಿಂದ ಕುಳಿತಿದ್ದ ರೀಮಾ ಹಳೆಯ ಪುಸ್ತಕವೊಂದನ್ನು ನೋಡುತ್ತಿದ್ದಾಗ, ಒಂದು ಕಾಗದದ ತುಂಡು ಜಾರಿಕೊಂಡು ನೆಲದ ಮೇಲೆ ಬಿದ್ದಿತು. ಅವಳು ಅದನ್ನು ಎತ್ತಿಕೊಂಡು ಅದರ ಸುತ್ತಲಿನ ವಿಚಿತ್ರ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ದಿಟ್ಟಿಸಿ ನೋಡಿದಳು. ವಾಹ್! – "ಇದೇನು?"... ಎಂದು ಆಶ್ಚರ್ಯಪಟ್ಟಳು.

ಆ ಕಾಗದವನ್ನು ರಹಸ್ಯ ನಿಧಿಯಂತೆ ಹಿಡಿದುಕೊಂಡು ಆಕೆ ತನ್ನ ತಂದೆಯ ಬಳಿಗೆ ಓಡಿಹೋದಳು. ಆತ ಅದನ್ನು ನೋಡಿ ಮುಗುಳ್ನಕ್ಕು, "ಸುಮಾರು 4000 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, ಇಂದಿನ ಇರಾಕ್ ಮತ್ತು ಇತರ ಕೆಲವು ನೆರೆಯ ದೇಶಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಏಷ್ಯಾದ ಪಶ್ಚಿಮ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾ ಎಂಬ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ ನಾಗರಿಕತೆಯು ಪ್ರವರ್ಧಮಾನಕ್ಕೆ ಬಂದಿತು. ಅವರು ತಮ್ಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಇದೂ ಒಂದು!" ಎಂದು ತಿಳಿಸಿದರು.



ರೀಮಾಳ ಕಣ್ಣುಗಳು ಹೊಳೆದವು, "ನಿಜವಾಗಿ? ಈ ವಿಚಿತ್ರ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದವೇ?" ಅವಳಲ್ಲಿ ಕುತೂಹಲವು ಹುಟ್ಟಿಕೊಂಡಿತು, ಮತ್ತು ಅನೇಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಅವಳ ತಲೆಯಲ್ಲಿ ಸುಳಿಯಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದವು.



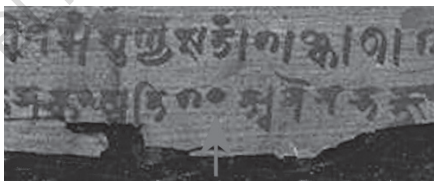
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಅವಳ ಕುತೂಹಲವನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಿದ ಅವಳ ತಂದೆ, ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಕಲ್ಪನೆಯು ಕಾಲಾನಂತರದಲ್ಲಿ, ಆಯಾ ಭೌಗೋಳಿಕ ಪ್ರದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ವಿಕಸನಗೊಂಡು ಅಂತಿಮವಾಗಿ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಆಧುನಿಕ ರೂಪವನ್ನು ತಲುಪಿತು ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಳಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದರು. ಬನ್ನಿ ಅವರೊಂದಿಗೆ ಹಿಂದಿನ ಕಾಲಕ್ಕೆ ಪ್ರಯಾಣಿಸಲು ಸಿದ್ಧರಾಗೋಣ!



ಶಿಲಾಯುಗದ ಸಮಯದಲ್ಲಿಯೇ ಮಾನವರು ಎಣಿಕೆಯ ಅಗತ್ಯತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರು. ಅವರು ತಮ್ಮ ಬಳಿ ಇರುವ ಆಹಾರದ ಪ್ರಮಾಣ, ತಮ್ಮ ಜಾನುವಾರುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, ಸರಕುಗಳ ವಿನಿಮಯದ ವಿವರಗಳು, ಆಚರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗುವ ಅರ್ಪಣೆಗಳ/ಕಾಣಿಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಮತ್ತು ಪ್ರಮುಖ ಘಟನೆಗಳು ಸಂಭವಿಸಿದಾಗ, ದಿನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಮತ್ತು ಊಹಿಸಲು. ಉದಾ, ಅಮಾವಾಸ್ಯೆ, ಹುಣ್ಣಿಮೆ ಅಥವಾ ಋತುವಿನ ಪ್ರಾರಂಭದಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಅವರು ಎಣಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು, ಆದಾಗ್ಯೂ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಳಿದಾಗ ಅಥವಾ ಬರೆದಾಗ, ಅವರು ಇಂದು ನಾವು ಬಳಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ.

ಇಂದು ನಾವು ಬಳಸುವ ಆಧುನಿಕ ಮೌಖಿಕ ಮತ್ತು ಲಿಖಿತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ರಚನೆಯು ಸಾವಿರಾರು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಹುಟ್ಟಿಕೊಂಡಿತು. ಯಜುರ್ವೇದ ಸಂಹಿತೆಯಂತಹ ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತೀಯ ಗ್ರಂಥಗಳು, ಇಂದು ನಾವು ಮೌಖಿಕವಾಗಿ ಹೇಳುವಂತೆಯೇ, 10ರ ಘಾತಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸಿವೆ. ಅವರು 10^{12} ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೂ ಮೀರಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿದರು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು (ಏಕ), ಹತ್ತು (ದಶ,) ನೂರು (ಶತ), ಸಾವಿರ (ಸಹಸ್ರ), ಹತ್ತು ಸಾವಿರ (ಅಯುತ) ಇತ್ಯಾದಿ... ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಮೊದಲಾದುವು.



ಹಸ್ತಪ್ರತಿಯಲ್ಲಿ ಬಕ್ಷಾಲಿ ಹಸ್ತಪ್ರತಿ

ಇಂದು ನಾವು 0 ಯಿಂದ 9 ರವರೆಗಿನ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ನಮ್ಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ವಿಧಾನ– ಸುಮಾರು 2000 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆಯೇ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಹುಟ್ಟಿಕೊಂಡು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸಲಾಯಿತು. ಅಂಕಿ 0 (ಸೊನ್ನೆ) (ಆಗ ಇದನ್ನು ಚುಕ್ಕೆ ಎಂದು ಗುರುತಿಸಲಾಗಿತ್ತು) ಸೇರಿದಂತೆ ಹತ್ತು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ಮೊದಲ ನಿದರ್ಶನವು ಬಕ್ಷಾಲಿ ಹಸ್ತಪ್ರತಿಯಲ್ಲಿ (3 ನೇ ಶತಮಾನದ CE)ಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಆರ್ಯಭಟ (499 CE) ನು ಭಾರತೀಯ 10 ಚಿಹ್ನೆಗಳ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯೊಂದಿಗೆ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತರಿಸಿದ ಮೊದಲ ಗಣಿತಜ್ಞ.

ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯು ಸುಮಾರು 800 CE ಯ ಹೊತ್ತಿಗೆ ಅರಬ್ ಜಗತ್ತಿಗೆ ಹರಡಿತು. ಇದನ್ನು ಅರಬ್ ಜಗತ್ತಿಗೆ ಮಹಾನ್ ಪರ್ಷಿಯನ್ ಗಣಿತಜ್ಞ ಅಲ್–ಖ್ವಾರಿಜ್ಮಿ (ಅವರ ನಂತರ 'ಅಲ್ಗಾರಿದಮ್' ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ಹೆಸರಿಸಲಾಗಿದೆ) ಅವರು ತಮ್ಮ ಪುಸ್ತಕ ಆನ್ ದಿ ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಷನ್ ವಿತ್ ಹಿಂದೂ ನ್ಯೂಮರಲ್ಸ್ (c. 825) ಮೂಲಕ ಮತ್ತು ಪ್ರಸಿದ್ಧ ತತ್ವಜ್ಞಾನಿ ಅಲ್–ಕಿಂಡಿ ಅವರು ತಮ್ಮ ಕೃತಿ ಆನ್ ದಿ ಯೂಸ್ ಆಫ್ ದಿ ಹಿಂದೂ ನ್ಯೂಮರಲ್ಸ್ (c. 830) ಮೂಲಕ ಜನಪ್ರಿಯಗೊಳಿಸಿದರು.

ಅರಬ್ ದೇಶದಿಂದ, ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳು ಸುಮಾರು 1100 CE ಯ ಹೊತ್ತಿಗೆ ಯುರೋಪ್ ಮತ್ತು ಆಫ್ರಿಕಾದ ಕೆಲವು ಭಾಗಗಳಿಗೆ ಹರಡಿತು. ಅಲ್–ಖ್ವಾರಿಜ್ಮಿಯವರ ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಕೆಲಸವನ್ನು ಲ್ಯಾಟಿನ್ ಭಾಷೆಗೆ ಅನುವಾದಿಸಲಾಗಿದ್ದರೂ, 1200 CE ರ ಸುಮಾರಿಗೆ ಭಾರತೀಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಯುರೋಪಿಯನ್ನರಿಗೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಒತ್ತಾಯಿಸಿದವನು, ಇಟಾಲಿಯನ್ ಗಣಿತಜ್ಞ ಫಿಬೊನಾಚಿ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಆ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ರೋಮನ್ ಅಂಕಿಗಳು ಯುರೋಪಿಯನ್ರ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ಬರವಣಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಬೇರೂರಿದ್ದವು ಎಂದರೆ ಭಾರತೀಯ ಅಂಕಿಗಳು ಹಲವಾರು ಶತಮಾನಗಳವರೆಗೆ ವ್ಯಾಪಕ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಲಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಅಂತಿಮವಾಗಿ, ಯುರೋಪಿಯನ್ ಪುನರುಜ್ಜೀವನ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು 17 ನೇ ಶತಮಾನದ ಹೊತ್ತಿಗೆ, ಭಾರತೀಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳದಿರುವುದು ಅಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು ಅಥವಾ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳದೇ ಇದ್ದಲ್ಲಿ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ಅಡ್ಡಿಪಡಿಸುತ್ತಿತ್ತು.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

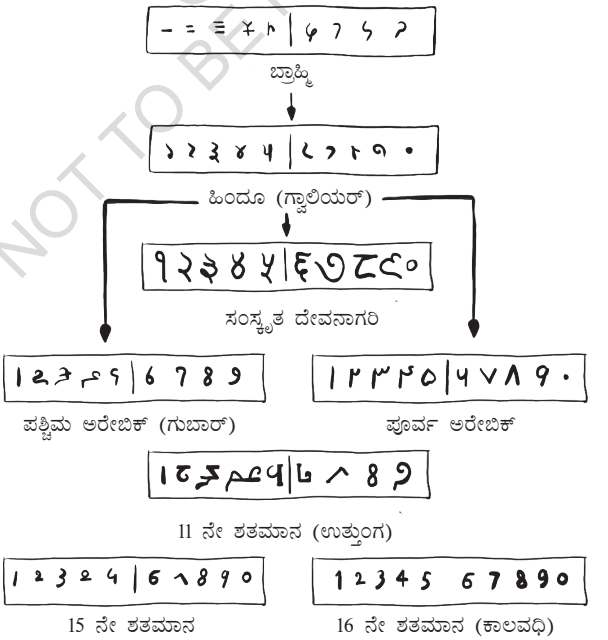
"ಹತ್ತು ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಗುಂಪನ್ನು (ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಿಹ್ನೆಯು ಒಂದು ಸ್ಥಾನ ಮೌಲ್ಯ ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಂಪೂರ್ಣ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ) ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಭಾವ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವ ಚತುರ ವಿಧಾನವು ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಹೊರಹೊಮ್ಮಿತು. ಇತ್ತೀಚಿನ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಕಲ್ಪನೆಯು ತುಂಬಾ ಸರಳವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ, ಅದರ ಮಹತ್ವ ಮತ್ತು ಆಳವಾದ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆಯನ್ನು ಇನ್ನು ಮುಂದೆ ಪ್ರಶಂಸಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಇದರ ಸರಳತೆಯು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಸುಗಮಗೊಳಿಸಿದ ಮತ್ತು ಉಪಯುಕ್ತ ಆವಿಷ್ಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಕಗಣಿತವನ್ನು ಅಗ್ರಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿದೆ."

– ಪಿಯರೆ–ಸೈಮನ್ ಲ್ಯಾಪ್ಲೇಸ್ (1749–1827)

ನಂತರ ಅವುಗಳ ಬಳಕೆಯು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಖಂಡಕ್ಕೂ ಹರಡಿತು ಮತ್ತು ಈಗ ಪ್ರಪಂಚದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಬಳಸಲ್ಪಡುತ್ತಿದೆ.

ಯುರೋಪಿಯನ್ ವಿದ್ವಾಂಸರು ಅರಬ್ ದೇಶದಿಂದ ಭಾರತೀಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕಲಿತ ಕಾರಣ, ಅವರು ತಮ್ಮ ಯುರೋಪಿಯನ್ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು 'ಅರೇಬಿಕ್ ಅಂಕಿಗಳು' ಎಂದು ಕರೆದರು. ಮತ್ತೊಂದೆಡೆ, ಮೇಲೆ ಗಮನಿಸಿದಂತೆ, ಅಲ್–ಖ್ವಾರಿಜ್ಮಿ ಮತ್ತು ಅಲ್–ಕಿಂಡಿಯಂತಹ ಅರಬ್ ವಿದ್ವಾಂಸರು ಅವುಗಳನ್ನು 'ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳು' ಎಂದು ಕರೆದರು. ಯುರೋಪಿಯನ್ ವಸಾಹತುಶಾಹಿ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ, ಅರೇಬಿಕ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ ಬಳಸಲ್ಪಟ್ಟವು. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಇತ್ತೀಚಿನ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ, ಯುರೋಪ್ ಸೇರಿದಂತೆ ಪ್ರಪಂಚದಾದ್ಯಂತ ಅನೇಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ಮತ್ತು ದಾಖಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಈ ತಪ್ಪನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಇಂದು ನಾವು ಬಳಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬಳಸುವ ಪರಿಭಾಷೆಗಳು 'ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳು', 'ಭಾರತೀಯ ಅಂಕಿಗಳು' ಮತ್ತು ಪರಿವರ್ತನಾ ಪದ 'ಹಿಂದೂ–ಅರೇಬಿಕ್ ಅಂಕಿಗಳು'. ಇಲ್ಲಿ 'ಹಿಂದೂ' ಎಂಬ ಪದವು ಒಂದು ಧರ್ಮವನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುವುದಿಲ್ಲ, ಬದಲಿಗೆ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾರಿಂದ ಬಂದಿವೆಯೋ ಆ ಭೌಗೋಳಿಕತೆ ಉಲ್ಲೇಖಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಗಮನಿಸಬೇಕಾದ ಸಂಗತಿ.

ಇಂದಿನ ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ 0, 1, 2,..... 9 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಬಳಸಲಾಗುವ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಕೇತವು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಕಾಲಕಾಲಕ್ಕೆ ವಿಕಸನಗೊಂಡಿದೆ.



ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಬಳಸಿದ ಅಂಕಿಗಳ ವಿಕಸನ

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಭಾರತೀಯ ಅಂಕಿಗಳ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಜಾಗತಿಕವಾಗಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಮೊದಲು, ವಿವಿಧ ಗುಂಪುಗಳ ಜನರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವನ್ನು ನಾವು ನೋಡೋಣ. ನಾವು ಕಾಲಾನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ವಿಭಿನ್ನ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳನ್ನು ನೋಡುವುದಿಲ್ಲ, ಬದಲಿಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಕಲ್ಪನೆಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯಲ್ಲಿನ ಮುಖ್ಯ ಹಂತಗಳನ್ನು ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

ಆದರೆ ಮೊದಲು, ಎಣಿಸಲು ಬೇಕಾದ ಮತ್ತು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಗ್ರಹದಲ್ಲಿನ ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ಕೆಲವು ಮೂಲ ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸೋಣ.

ಎಣಿಕೆಯ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನ

ನಾವು ಸುಮಾರು ಹತ್ತು ಸಾವಿರ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಶಿಲಾಯುಗದಲ್ಲಿ ವಾಸಿಸುತ್ತಿದ್ದೆವು, ಎಂದು ಊಹಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಹಸುಗಳ ಹಿಂಡು ಇದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ನಮ್ಮ ಹಿಂಡಿನ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಕೇಳಬಹುದಾದ ಕೆಲವು ಸಾಮಾನ್ಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ –

ಗಣಿತದ ಮಾತು

? ಪ್ರಶ್ನೆ 1. ಮೇವು ಮೇಯ್ದ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಹಸುಗಳು ಸುರಕ್ಷಿತವಾಗಿ ಹಿಂತಿರುಗಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಗೆ ಖಚಿತಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು?

? ಪ್ರಶ್ನೆ 2. ನಮ್ಮ ನೆರೆಹೊರೆಯವರಿಗಿಂತ ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆ ಹಸುಗಳಿವೆಯೇ?

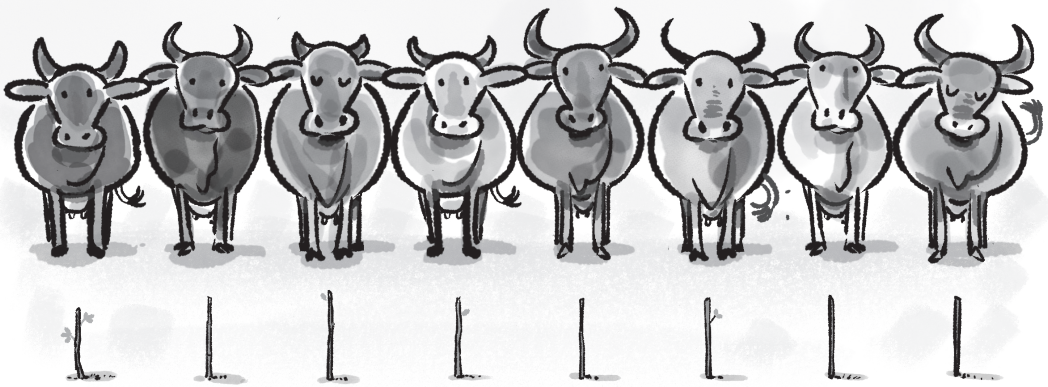
? ಪ್ರಶ್ನೆ 3. ನಮ್ಮ ಬಳಿ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದರೆ, ನಮ್ಮ ನೆರೆಹೊರೆಯವರಷ್ಟೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹಸುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಲು ನಮಗೆ ಇನ್ನೂ ಎಷ್ಟು ಹಸುಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹೆಸರುಗಳು ಅಥವಾ ಬರೆಯಲು ಬಳಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸದೆಯೇ ನಾವು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ನಾವು ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡುವುದು?

ಇಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಸಂಭಾವ್ಯ ವಿಧಾನಗಳಿವೆ

ವಿಧಾನ–1 ನಾವು ಕಲ್ಲುಗಳು, ಕಡ್ಡಿಗಳು ಅಥವಾ ನಮಗೆ ಹೇರಳವಾಗಿ ಲಭ್ಯವಿರುವ ಯಾವುದೇ ವಸ್ತುವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಬಹುದು. ನಾವು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ. ನಾವು ಹಿಂಡಿನಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹಸುವಿಗೆ, ಒಂದು ಕಡ್ಡಿಯನ್ನು ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಕಡ್ಡಿಗಳ ಅಂತಿಮ ಸಂಗ್ರಹವು ಹಸುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಮಗೆ ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. ಯಾವುದೇ ಹಸುಗಳು ಕಾಣೆಯಾಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಇದನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



ಎರಡು ಹಸುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಕಡ್ಡಿಗೆ ಜೋಡಿಸದೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹಸುವನ್ನು ಒಂದು ಕಡ್ಡಿಯೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸುವ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು, ಒನ್–ಟು–ಒನ್ ಮ್ಯಾಪಿಂಗ್ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಈ ಮ್ಯಾಪಿಂಗ್ ಅನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

ಸಂಖ್ಯೆ	ಅವುಗಳ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ (ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ)
1	
2	
3	
4	
5	
.	.
.	.
.	.

? ನೀವು ಈ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಇತರ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು (ಪ್ರಶ್ನೆ 2 ಮತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆ 3) ಹೇಗೆ ಉತ್ತರಿಸುವಿರಿ?

ವಿಧಾನ–2 ವಸ್ತುಗಳ ಬದಲಿಗೆ, ನಾವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ಶಾಬ್ದಿಕ ಅಥವಾ ಹೆಸರುಗಳ ಸರಣಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನಾವು ಯಾವುದೇ ಭಾಷೆಯ ಅಕ್ಷರಗಳ ಶಬ್ದಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಅಂದರೆ, ಅಕ್ಷರ–ಕ್ರಮವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ, ಅಕ್ಷರದೊಂದಿಗೆ ಎಣಿಸಬೇಕಾದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸಿ ಎಣಿಸುವಾಗ, ನಾವು ವಸ್ತುಗಳು ಹಾಗೂ ಅಕ್ಷರಗಳ ನಡುವೆ ಒನ್–ಟು–ಒನ್ ಮ್ಯಾಪಿಂಗ್ ಮಾಡಬಹುದು. ನಂತರ ಈ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಮೌಖಿಕವಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಬಳಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನಾವು 'a' ನಿಂದ 'z' ವರೆಗಿನ ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ ನಮಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಸಂಖ್ಯೆ	ಅವುಗಳ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ (ಶಾಬ್ದಿಕ ಅಥವಾ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ)
1	a
2	b
3	c
4	d
5	e
.	.
.	.
.	.
26	z

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ವರ್ಣಮಾಲೆಯ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಬಳಸುವ ಈ ವಿಧಾನದ ಸ್ಪಷ್ಟ ಮಿತಿಯೆಂದರೆ, 26 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲು ಇದು ಬಳಕೆಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಗಣಿತದ ಮಾತು

? ನೀವು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಭಾಷೆಯ ಅಕ್ಷರಗಳ ಶಬ್ದಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು?

ವಿಧಾನ–3 ನಾವು ಲಿಖಿತ ಸಂಕೇತಗಳ ಸರಣಿಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬಳಸಬಹುದು.

ಕೋಷ್ಟಕ – 1

ಸಂಖ್ಯೆ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
ಸಂಖ್ಯೆ	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX

? ಈ ವಿಧಾನವು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಮಾರ್ಗ ಇರಬಹುದೇ? ಹೇಗೆ?

ಮೇಲಿನ ಚರ್ಚೆಯಿಂದ, ಎಣಿಸಲು ಮತ್ತು ಸಂಗ್ರಹದ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ನಮಗೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿನ ಪ್ರಮಾಣಿತ ವಸ್ತುಗಳ ಸರಣಿ, ಅಥವಾ ಹೆಸರುಗಳು ಅಥವಾ ಲಿಖಿತ ಸಂಕೇತಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಈ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕ್ರಮವನ್ನು **ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ** ಎನ್ನಬಹುದು. ಒಂದು ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಗ್ರಹವನ್ನು, ಒಂದಕ್ಕೊಂದರ ಸಂಬಂಧ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ, ಅವುಗಳ ಮತ್ತು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸರಣಿಯ ನಡುವೆ ಒನ್–ಟು–ಒನ್ ಮ್ಯಾಪಿಂಗ್ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಎಣಿಸಬಹುದು.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಕಾರಣ, ಎಣಿಸಲು ಸುಲಭವಾದ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅನುಕ್ರಮ/ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು ಸವಾಲಾಗಿದೆ. ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅನುಕ್ರಮ/ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ದೊಡ್ಡ ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವುದು ಇದರಿಂದ ಅನುಕೂಲಕರವಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ ನಮಗೆ ಎಣಿಸಲಾಗುವ ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು ಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ವಿಧಾನ 2ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ, ಭಾಷೆಯ ಅಕ್ಷರಗಳ ಶಬ್ದಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದು ಎಣಿಕೆಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗೆ ಅನುಕೂಲಕರವಾಗಿದೆ ಆದರೆ ಇದು ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅನುಕ್ರಮ/ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲ. ವಿಧಾನ 3ರಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅನುಕ್ರಮ/ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಗೆ ಬದಲಾಗುವ ಮೊದಲು ಯುರೋಪ್‌ನಲ್ಲಿ ಬಳಸಲ್ಪಟ್ಟ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಾಗಿತ್ತು. ಇದನ್ನು **ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಯುರೋಪ್‌ನಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಶತಮಾನಗಳಿಂದ ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು ಮತ್ತು ಅನೇಕ ಉದ್ದೇಶಗಳಿಗೆ ಅನುಕೂಲಕರವಾಗಿತ್ತು, ಆದರೆ ಹೆಚ್ಚು ಹೆಚ್ಚು ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸದೆ ಅನಿಯಂತ್ರಿತವಾಗಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂಬ ನ್ಯೂನತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿತ್ತು. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ನಂತರ ಕಲಿಯುತ್ತೇವೆ.



© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ಈ ಮೂರು ವಿಧಾನಗಳೂ ವಿವರಿಸಿದಂತೆ, ಇತಿಹಾಸವು ಹೆಸರುಗಳು, ಲಿಖಿತ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಮತ್ತು ವಸ್ತುಗಳನ್ನು (ಕೋಲುಗಳು, ಕಲ್ಲುಗಳು, ದೇಹದ ಭಾಗಗಳು ಇತ್ಯಾದಿ) ಬಳಸಿ ರಚಿಸಲಾದ ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಕೆಲವು ಜನರ ಗುಂಪುಗಳು ವಸ್ತುಗಳು ಮತ್ತು ಹೆಸರುಗಳೆರಡರಿಂದಲೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ, ಚೀನಿಯರಂತಹ ಇತರ ಗುಂಪುಗಳು ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಲಿಖಿತ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು **ಅಂಕಿಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 0, 1, 5, 36, 193,..... ಮೊದಲಾದವುಗಳು..... ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಕೆಲವು ಅಂಕಿಗಳಾಗಿವೆ. ಆಧುನಿಕ ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಂತೆಯೇ 'ಸಣ್ಣ' ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದವು, ಮತ್ತು ಲಿಖಿತ ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯು ಯಾವಾಗಲೂ ಹೆಸರುಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯೊಂದಿಗೆ ಸಾಗುತ್ತದೆ.

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1. ವಿಧಾನ 1 ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸುವ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ನೀವು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದೀರಿ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸದೆ, ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಎರಡು ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಕೂಡಲು, ಕಳೆಯಲು, ಗುಣಿಸಲು ಮತ್ತು ಭಾಗಿಸಲು ಒಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀಡಿ.



2. ವಿಧಾನ 2 ರಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಒಂದು ಮಾರ್ಗವೆಂದರೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸ್ಟ್ರಿಂಗ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದು – ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನಾವು 27 ಕ್ಕೆ 'aa' ಅನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ನೀವು ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು? ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು ಹಲವು ಮಾರ್ಗಗಳಿವೆ!



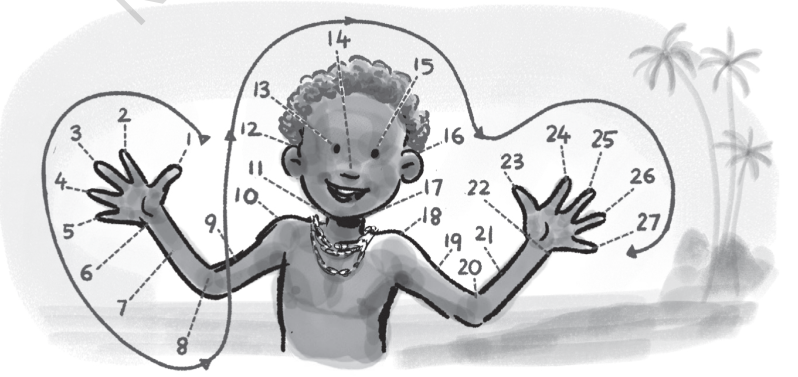
3. ನಿಮ್ಮದೇ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.



3.2 ಕೆಲವು ಆರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳು

I. ದೇಹದ ಭಾಗಗಳ ಬಳಕೆ

ಪ್ರಪಂಚದಾದ್ಯಂತದ ಅನೇಕ ಗುಂಪುಗಳ ಜನರು ಎಣಿಕೆಗಾಗಿ ತಮ್ಮ ಕೈಗಳು ಮತ್ತು ದೇಹದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದಾರೆ. ಪಪುವಾ ನ್ಯೂ ಗಿನಿಯಾನ ಒಂದು ಗುಂಪಿನ ಜನರು ತಮ್ಮ ದೇಹದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅನುಕ್ರಮ/ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಾಗಿ ಹೇಗೆ ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು ಮತ್ತು ಈಗಲೂ ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ ಎಂಬುದು ತಿಳಿದಿದೆ.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

II. ಮೂಳೆ ಮತ್ತು ಉಳಿದ ಮೇಲ್ಮೈಗಳ ಮೇಲೆ ತಾಳೆ ಗುರುತುಗಳು

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಅತ್ಯಂತ ಹಳೆಯ ವಿಧಾನವೆಂದರೆ ಮೂಳೆ ಅಥವಾ ಗುಹೆಯ ಗೋಡೆಯಂತಹ ಮೇಲ್ಮೈಯಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದ ಗುರುತುಗಳನ್ನು (ನಾಚ್‌ಗಳನ್ನು) ಮಾಡುವುದು. ಈ ಗುರುತುಗಳನ್ನು ಟ್ಯಾಲಿ/ತಾಳೆ ಗುರುತುಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಈ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ, ಎಣಿಸಲಾಗುತ್ತಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಸ್ತುವಿಗೆ ಒಂದು ಗುರುತು ಹಾಕಲಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಗುರುತುಗಳ ಅಂತಿಮ ಸಂಗ್ರಹವು ಒಟ್ಟು ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಧಾನವು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಬದಲು ಗುರುತು ಹಾಕಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬ ಅಂಶವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ, ಎಣಿಸಲು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸುವ ವಿಧಾನಕ್ಕೆ ಹೋಲುತ್ತದೆ (ವಿಧಾನ 1),

ಪುರಾತತ್ತ್ವಜ್ಞರು 20,000 ವರ್ಷಗಳಿಗೂ ಹಿಂದಿನ ಮೂಳೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದಾರೆ, ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಟ್ಯಾಲಿ/ತಾಳೆ ಗುರುತುಗಳಿವೆ ಎಂದು ತೋರುತ್ತದೆ. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಗುರುತುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಅತ್ಯಂತ ಹಳೆಯ ಮೂಳೆಗಳು ಇಶಾಂಗೊ ಮೂಳೆ ಮತ್ತು ಲೆಬೊಂಬೊ ಮೂಳೆ. 20,000 ರಿಂದ 35,000 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದಿನ ಇಶಾಂಗೊ ಮೂಳೆಯನ್ನು ಕಾಂಗೋ ಪ್ರಜಾಸತ್ತಾತ್ಮಕ ಗಣರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಾಯಿತು. ಇದು ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲಾದ ಕತ್ತರಿಸಿದ ಗುರುತುಗಳನ್ನು (ನಾಚ್‌ಗಳನ್ನು) ಹೊಂದಿದೆ, ಬಹುಶಃ ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ದಕ್ಷಿಣ ಆಫ್ರಿಕಾದಲ್ಲಿ ಪತ್ತೆಯಾದ ಲೆಬೊಂಬೊ ಮೂಳೆ, 29 ನಾಚ್‌ಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಇನ್ನೂ ಹಳೆಯ ಟ್ಯಾಲಿ ಸ್ಟಿಕ್ ಆಗಿದ್ದು, ಸುಮಾರು 44,000 ವರ್ಷಗಳಷ್ಟು ಹಳೆಯದು ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಅತ್ಯಂತ ಹಳೆಯ ಗಣಿತ ಕಲಾಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಇದು ಟ್ಯಾಲಿ ಸ್ಟಿಕ್ ಅಥವಾ ಚಂದ್ರನ ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್ ಆಗಿ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸಿರಬಹುದು.



ಲೆಬೊಂಬೊ ಮೂಳೆ



ಇಶಾಂಗೊ ಮೂಳೆ

@KSEEBSOLUTIONS NOT TO BE REPUBLISHED

III. ಎರಡಾಗಿ ಎಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪಡೆದ ಸಂಖ್ಯಾ ಹೆಸರುಗಳು

ಆಸ್ಟ್ರೇಲಿಯಾದ ಗುಮುಲ್ಗಲ್ ಎಂಬ ಸ್ಥಳೀಯ ಜನರ ಗುಂಪು ತಮ್ಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿತ್ತು.

ಗುಮುಲ್ಗಲ್

(ಆಸ್ಟ್ರೇಲಿಯಾ)

1. ಉರಾಪಾನ್
2. ಉಕಾಸರ್
3. ಉಕಾಸರ್– ಉರಾಪಾನ್
4. ಉಕಾಸರ್– ಉಕಾಸರ್
5. ಉಕಾಸರ್– ಉಕಾಸರ್– ಉರಾಪಾನ್
6. ಉಕಾಸರ್– ಉಕಾಸರ್– ಉಕಾಸರ್

? ಅವುಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ ಹೆಸರುಗಳು ಹೇಗೆ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಎಂದು ನೀವು ನೋಡಬಲ್ಲಿರಾ?

3 ರ ಸಂಖ್ಯಾ ಹೆಸರು 2 ಮತ್ತು 1 ರ ಸಂಖ್ಯಾ ಹೆಸರುಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದೆ.

4 ರ ಸಂಖ್ಯಾ ಹೆಸರು 2 ರ ಸಂಖ್ಯಾ ಹೆಸರಿನ ಎರಡು ಸಂಭವಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದೆ.

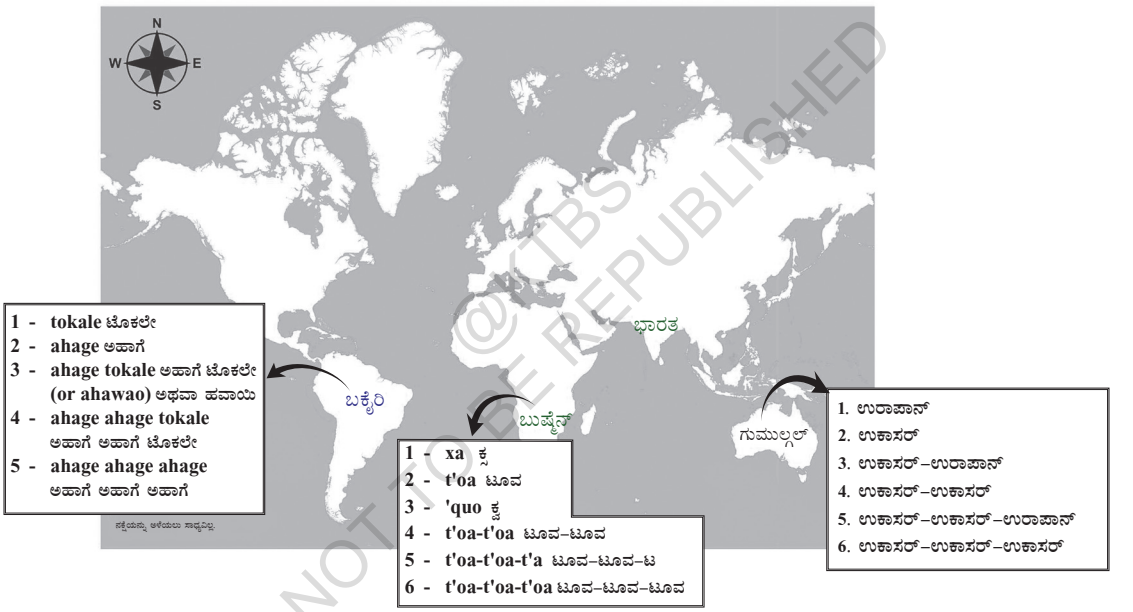
? ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೆಸರುಗಳು ಹೇಗೆ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ?

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 2 ರಲ್ಲಿ ಎಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ, ಎರಡನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಂಖ್ಯಾ ಹೆಸರುಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ:

$3 = 2 + 1,\ 4 = 2 + 2,\ 5 = 2 + 2 + 1, 6 = 2 + 2 + 2$

ಗುಮುಲ್ಗಲ್‌ರು 6 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ರಾಸ್ ಎಂದು ಕರೆದರು.

ಈ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಒಂದು ಕುತೂಹಲಕಾರಿ ಮತ್ತು ಗೊಂದಲಮಯ ಐತಿಹಾಸಿಕ ವಿದ್ಯಮಾನವಿದೆ. ದಕ್ಷಿಣ ಅಮೆರಿಕಾದ ಸ್ಥಳೀಯ ಜನರ ಗುಂಪು ಮತ್ತು ದಕ್ಷಿಣ ಆಫ್ರಿಕಾದ ಬುಷ್ಮೆನ್‌ಗಳ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ನೋಡಿ:



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈ ಮೂರು ಗುಂಪುಗಳು ಭೌಗೋಳಿಕವಾಗಿ ಬಹಳ ದೂರವಿದ್ದರೂ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವೆ ಯಾವುದೇ ಸಂಪರ್ಕದ ಕುರುಹು ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೂ, ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸಿವೆ! ಇದು ಹೇಗೆ ಸಂಭವಿಸಿತು ಎಂದು ಇತಿಹಾಸಕಾರರು ಆಶ್ಚರ್ಯ ಪಡುತ್ತಾರೆ. ಒಂದು ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ, ಈ ಮೂರು ಗುಂಪುಗಳ ಜನರು ಈ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಬಳಸುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪೂರ್ವಜರನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು. ಕಾಲಾನಂತರದಲ್ಲಿ, ಅವರ ಪೂರ್ವಜರು ಈ ಸ್ಥಳಗಳಿಗೆ ವಲಸೆ ಬಂದಿರಬಹುದು.

ಗುಮುಲ್ಗಲ್‌ನ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯು 6 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಸಂಖ್ಯಾ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೂ, ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಒಂದು ಕಲ್ಪನೆಯ ಹೊರಹೊಮ್ಮುವಿಕೆಯನ್ನು ನೋಡಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಟ್ಯಾಲಿ ಸಿಸ್ಟಮ್‌ಗಿಂತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು 2 ರಲ್ಲಿ ಎಣಿಸುವುದು ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿದೆ. ವಿಭಿನ್ನ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಕಲ್ಪನೆಯು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ ಹೀಗಿದೆ: ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಎಣಿಸಿ (ಗುಮುಲ್ಗಲ್‌ನ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ 2 ರಂತೆ), ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಈ ಗುಂಪಿನ

ಗಾತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪದ ಅಥವಾ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ. ವಿಭಿನ್ನ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬಳಸುವ ಕೆಲವು ಗುಂಪುಗಳು 2, 5, 10 ಮತ್ತು 20 ಆಗಿವೆ. ಹಾಗೆ ನೀವು ರೋಮನ್ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ 5 ರಲ್ಲಿ ಎಣಿಸುವ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. (ಕೋಷ್ಟಕ 1)

ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಎಣಿಸುವ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಬಳಸುವ ಈ ಕಲ್ಪನೆಯು ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಗಳ ವಿಕಾಸದ ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪ್ರಮುಖ ಕಲ್ಪನೆಯಾಗಿದೆ.

ಜನರು ಈ ಕಲ್ಪನೆಗೆ ತಲುಪಲು ಕಾರಣವಾಗಬಹುದಾದ ಒಂದು ಘಟನೆ ಎಂದರೆ, ಒಂದು ಸಂಗ್ರಹದ ಗಾತ್ರವನ್ನು ತಕ್ಷಣವೇ ಒಂದು ನೋಟದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಯುವ ಮಾನವನ ಮಿತಿ ಆಗಿರಬಹುದು. ನಾವು ಕೆಳಗಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

? ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿರುವ ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಎಣಿಸಿ.



ಎಣಿಸದೆಯೇ ನೀವು ತಕ್ಷಣ ಗುಂಪಿನ ಗಾತ್ರಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೋಡಬಹುದು? ಹೆಚ್ಚಿನ ಜನರಿಗೆ ಒಂದೇ ನೋಟದಲ್ಲಿ 5 ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲು ಕಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಗ್ರಹಿಕೆಯ ಮಿತಿಯು, ಕೋಷ್ಟಕ 1 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವಂತೆ, ಟ್ಯಾಲಿಮಾರ್ಕ್ಸ್ ಬಳಸುವ ಜನರು 5 ಅಂಕಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪನ್ನು ಹೊಸ ಚಿಹ್ನೆಯೊಂದಿಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಲು ಪ್ರೇರೇಪಿಸಿರಬಹುದು.

ಗಣಿತದ ಮಾತು

? ಒಂದೇ ಗಾತ್ರದ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಎಣಿಸುವ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಬಳಸುವಲ್ಲಿ ಯಾವ ತೊಂದರೆಗಳಿರಬಹುದು? ಕೇವಲ ಐದನ್ನು ಮಾತ್ರ ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಎಣಿಸುವ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ 1345 ನಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀವು ಹೇಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತೀರಿ?

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಗಾತ್ರದ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಎಣಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಬಳಸುವುದು ಟ್ಯಾಲಿ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿದ್ದರೂ, ಈ ವಿಧಾನವು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಇನ್ನೂ ತೊಡಕಾಗಬಹುದು. ಮುಂದಿನ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯು ಈ ಕಲ್ಪನೆಯ ಪರಿಷ್ಕರಣೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

IV. ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು



ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ 20 ರವರೆಗಿನ ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ (ಕೋಷ್ಟಕ 1). ಇದು 1 ಕ್ಕೆ I, 5 ಕ್ಕೆ V, 10 ಕ್ಕೆ X ಅನ್ನು ಬಳಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.

39 ರವರೆಗಿನ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ರೋಮನ್ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು, ಅದನ್ನು ಮೊದಲು ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು 10 ಗಳಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ, ಉಳಿದವುಗಳನ್ನು ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು 5 ಗಳನ್ನಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅಂತಿಮವಾಗಿ ಉಳಿದವುಗಳನ್ನು 1 ಗಳನ್ನಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ: ನಾವು 27 ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

$$27 = 10 + 10 + 5 + 1 + 1$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ರೋಮನ್ ಅಂಕಿಗಳಲ್ಲಿ 27 XXV11 ಆಗಿದೆ.

50 ಅನ್ನು XXXXX ಎಂದು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಬದಲು, ಅದಕ್ಕೆ ಹೊಸ ಚಿಹ್ನೆ Lನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಅನ್ನು 5 ಕ್ಕಿಂತ 1 ಕಡಿಮೆ ಅಂದರೆ IV. 40 ಅನ್ನು 50 ಕ್ಕಿಂತ 10 ಕಡಿಮೆ ಅಂದರೆ XL ಎಂದು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿದಾಗ್ಯೂ, ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಬಳಸುವ ಜನರು ಯಾವಾಗಲೂ ಈ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ, 40 ನ್ನು XXXX ಎಂದೂ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.

ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯು ಕೆಲವು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಹೊಸ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುತ್ತದೆ. ಹೊಸ ಮೂಲ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು **ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯೋಣ. ರೋಮನ್ ಪದ್ಧತಿ ಕೆಲವು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1,000

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಸಹ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 2367 ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಇದನ್ನು 1000 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯುವುದರಿಂದ ನಾವು ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು 1000ಗಳು, ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು 500ಗಳು, ಹೀಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ, ಹೀಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ ನಮಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

$$2367 = 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 + 1$$

ಆದ್ದರಿಂದ ರೋಮನ್ ಅಂಕಿಗಳಲ್ಲಿ, ಈ ಸಂಖ್ಯೆ MMCCCLXII ಆಗಿದೆ.

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

(i) 1222 (ii) 2999 (iii) 302 (iv) 715

ಹಿಂದಿನ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಗಳಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದರೆ ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯು ಎಷ್ಟು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. ಈ ಪದ್ಧತಿಯು ಸುಮಾರು 8ನೇ ಶತಮಾನ BCE ಯಲ್ಲಿ ರೋಮ್‌ನಲ್ಲಿ ಪ್ರಾಚೀನ ಗ್ರೀಕ್ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ವಿಕಸನಗೊಂಡು ಕಾಲಾನಂತರದಲ್ಲಿ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಹೊಂದಿದೆ. ರೋಮನ್ ಸಾಮ್ರಾಜ್ಯದ ವಿಸ್ತರಣೆಯೊಂದಿಗೆ ಇದು ಯುರೋಪಿನಾದ್ಯಂತ ಹರಡಿದೆ.

ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ದಕ್ಷತೆಯು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೇವಲ ಒಂದು ಗುಂಪಿನ ಗಾತ್ರದಿಂದ ಗುಂಪು ಮಾಡುವುದರಿಂದಲ್ಲ, ಬದಲಾಗಿ ನಾವು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುವ ಗುಂಪು ಗಾತ್ರಗಳ ಅನುಕ್ರಮದಿಂದ ಮತ್ತು ನಂತರ ಈ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಬಳಸುವುದರಿಂದ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಕಲ್ಪನೆಯು ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳ ವಿಕಾಸದ ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲಿ ಮುಂದಿನ ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಗತಿಯಾಗಿದೆ.

@KLEBS NOT TO BE REPUBLISHED

ರೋಮನ್ ಪದ್ಧತಿಯ ಸಾಪೇಕ್ಷ ದಕ್ಷತೆಯ ಹೊರತಾಗಿಯೂ, ಇದು ಅಂಕಗಣಿತದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಿಗೆ ಅನುವು ಮಾಡಿ ಕೊಡುವುದಿಲ್ಲ, ಅದರಲ್ಲೂ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಕಾರ ಮಾಡಲು ಸುಲಭ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

? ಉದಾಹರಣೆ: ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸದೆ ಸೇರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

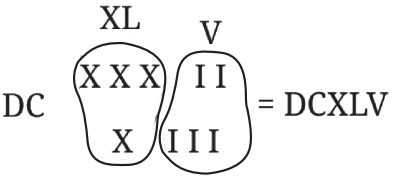
(a) CCXXXII + CCCCXIII



ನಾವು I, X ಮತ್ತು C ಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಅತಿದೊಡ್ಡ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಗುಂಪು ಮಾಡೋಣ.

ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ, ಅತಿದೊಡ್ಡ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆ C ಎಂದು ಕಾಣುತ್ತದೆ, ಆದರೆ 5C ಗಳು (100 ಗಳು) ಸೇರಿಸಿದರೆ D (500) ಅನ್ನು ಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



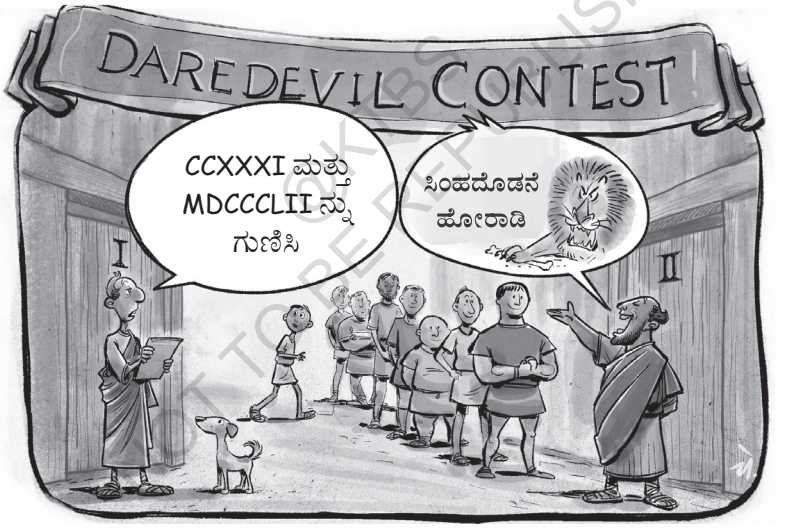


ಈಗ ನೀವು ಮಾಡಿ:

(b) LXXXVII + LXXVIII

? ರೋಮನ್ ಅಂಕಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸದೆ ನೀವು ಹೇಗೆ ಗುಣಿಸುತ್ತೀರಿ? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ: V × L, L × D, V × D, VII × 1X

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ



© KSTBSE NOT TO BE REPUBLISHED

ರೋಮನ್ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದ ಜನರು ತಮ್ಮ ಅಂಕಗಣಿತದ ಲೆಕ್ಕಚಾರಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು **ಅಬ್ಯಾಕಸ್** ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಸಾಧನವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಅದು ಏನೆಂದು ನಾವು ನಂತರದ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೋಡೋಣ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ವಿಶೇಷವಾಗಿ ತರಬೇತಿ ಪಡೆದ ಜನರು ಮಾತ್ರ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಕ್ಕಾಗಿ ಈ ಸಾಧನವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು.

ಮೇಲೆ ಚರ್ಚಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವಾಗ, ಐತಿಹಾಸಿಕವಾಗಿ, ಒಂದು ಪದ್ಧತಿಯು ಹಿಂದಿನ ಪದ್ಧತಿಗಿಂತ ಸುಧಾರಣೆಯಾಗಿ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಂಡಿದೆ ಎಂದು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಾರದು. ಮುಂಬರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುವಾಗ ಈ ಅಂಶವನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳು ಹೇಗೆ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಹೊಂದಿದವು ಎಂಬುದರ ನಿಜವಾದ ಕಥೆಯು ಹೆಚ್ಚು ಸಂಕೀರ್ಣವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಹಲವು ಬಾರಿ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ತಿಳಿದಿಲ್ಲ, ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಇದನ್ನು ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1. ಪೆಸಿಫಿಕ್ ದ್ವೀಪವೊಂದರಲ್ಲಿ ವಾಸಿಸುವ ಸ್ಥಳೀಯ ಜನರ ಗುಂಪು ವಿಭಿನ್ನ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲು ವಿಭಿನ್ನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತದೆ. ಅವರು ಇದನ್ನು ಏಕೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆಂದು ನೀವು ಭಾವಿಸುತ್ತೀರಾ? ಗಣಿತದ ಮಾತು

2. 2 ರಿಂದ ಎಣಿಸುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ಗುಮುಲ್ಗಲ್ ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು 6 ರ ನಂತರದ ಅಂಕಿಗಳಿಗೂ ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸದೆ, ಈ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಅಂಕಗಣಿತ ಕಾರ್ಯಾಚರಣೆಗಳನ್ನು (+, -, ×, ÷) ನಿರ್ವಹಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಲು ಇದನ್ನು ಬಳಸಿ: ಗಣಿತದ ಮಾತು

   (i) (ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉರಾಪಾನ್) + (ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್- ಉಕಾಸರ್-ಉರಾಪಾನ್)

   (ii) (ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉರಾಪಾನ್) – (ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್- ಉಕಾಸರ್)

   (iii) (ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉರಾಪಾನ್) × (ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್)

   (iv) (ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್) ÷ (ಉಕಾಸರ್-ಉಕಾಸರ್)

3. ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿಸುವ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಗಣಿತದ ಮಾತು

4. ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿದ ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ನೀವು ಮೊದಲು ಮಾಡಿರಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಪರಿಷ್ಕರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

3.3 ಆಧಾರದ ಒಂದು ಕಲ್ಪನೆ

I. ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ನರ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ

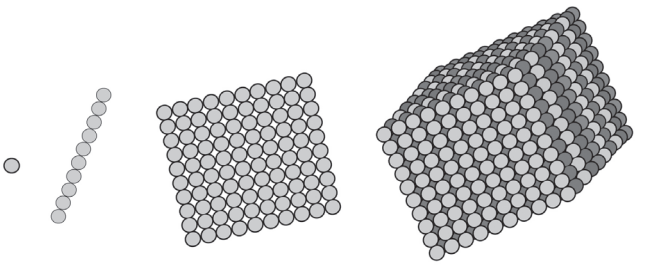


ನಾವು ಈಗ 3000 BCE ರ ಸುಮಾರಿಗೆ ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್‌ರವರು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸಿದ ಲಿಖಿತ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ನೋಡಲಿದ್ದೇವೆ. ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಂಪು ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಳಕೆಯನ್ನು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ವಿಶೇಷವಾಗಿಸುವುದು ಅದರ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿದೆ.

ಕಲ್ಲುಗಳ ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಮೊದಲ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆ 1. ಹಿಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯ (1) ರ 10 ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ. ಇದರ ಗಾತ್ರ ಎರಡನೇ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು ಅದು

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

10 ಆಗಿದೆ. ಹಿಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯ (10)ರ 10 ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ. ಇದರ ಗಾತ್ರವು ಮೂರನೇ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು ಅದು $10 \times 10 = 100$ ಮತ್ತು ಇತ್ಯಾದಿ.



ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹಿಂದಿನದಕ್ಕಿಂತ 10 ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. 1 ಮೊದಲ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅವೆಲ್ಲವೂ 10 ರ ಘಾತಗಳಾಗಿವೆ. ಈ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ನೀಡಲಾದ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಹೀಗಿವೆ –

1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7
							

ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಎಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ, ಇದು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಅತಿದೊಡ್ಡ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ನಂತರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

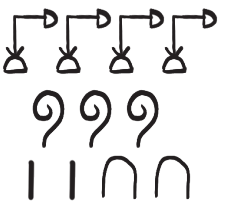
ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 24$ ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುವ 324 ನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ: 10458, 1023, 2660, 784, 1111, 70707.

2. ಈ ಅಂಕಿಗಳು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ?

(i) 

(ii) 

II. ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳು ಮತ್ತು ಆಧಾರದ ಕಲ್ಪನೆ

ಹಿಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನಗಾತ್ರದ 10 ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸುವ ಬದಲು (ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಂತೆ) ಹಿಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನಗಾತ್ರದ 5 ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದೇ? ಈ 5 ನ್ನು ಯಾವುದೇ ಧನಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸಬಹುದೇ?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈ ಸಾಧ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. ಮೊದಲ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆ 1 ಆಗಿರಲಿ.

ಹಿಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನಗಾತ್ರದ 5 ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ (1) ಇದರ ಗಾತ್ರವು ಎರಡನೇ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು ಅದು 5 ಆಗಿದೆ.

ಹಿಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಗಾತ್ರದ 5 ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ (5) ಇದರ ಗಾತ್ರವು ಮೂರನೇ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು ಅದು $5 \times 5 = 25$ ಆಗಿದೆ.

ಹಿಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಗಾತ್ರದ 5 ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ (5) ಇದರ ಗಾತ್ರವು ನಾಲ್ಕನೇ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು ಅದು $5 \times 5 \times 5 = 125$ ಆಗಿದೆ.



ಹೀಗಾಗಿ, ನಾವು ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ, ಅಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹಿಂದಿನದರ 5 ಪಟ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ. 1 ಮೊದಲ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಉಳಿದೆಲ್ಲವೂ 5ರ ಘಾತಗಳಾಗಿವೆ.

$5^0 = 1$ $5^1 = 5$ $5^2 = 25$ $5^3 = 125$ $5^4 = 625$ $5^5 = 3125$



? 143 ನ್ನು ಈ ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

$5^3 = 125$ ಇದು 143 ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಅತಿದೊಡ್ಡ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ನಾವು ಇದರಿಂದ ಗುಂಪನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದಾಗ ಈ ಕೆಳಕಂಡಂತೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

$$143 = 125 + 5 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1.$$

ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ 143 ಸಂಖ್ಯೆಯು ○□□□△△△ ಆಗಿದೆ.

ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಗಳಲ್ಲಿ

(a) ಮೊದಲ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆ 1 ಆಗಿರುವ ಮತ್ತು

(b) ಪ್ರತಿ ಮುಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೆಲವು ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆ n ನಿಂದ ಗುಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪಡೆಯಲಾಗುವ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಆಧಾರ – n ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಈಜಿಪ್ಟಿನ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯು ಆಧಾರ–10 ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ನಾವು ರಚಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯು ಆಧಾರ–5 ಪದ್ಧತಿಯಾಗಿದೆ. ಆಧಾರ–10 ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು **ದಶಮಾನ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ** ಎಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1. ಕೋಷ್ಟಕ 2 ರಲ್ಲಿನ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಮೇಲಿನ ಆಧಾರ–5 ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ :15, 50, 137, 293, 651

2. ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಆಧಾರ–5 ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗದ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆಯೇ? ಇದ್ದರೆ ಏಕೆ ಇದೆ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವಾದಲ್ಲಿ ಏಕೆ ಇಲ್ಲ?

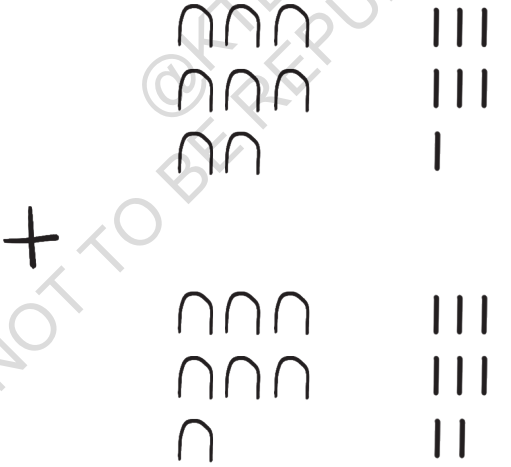
3. ಆಧಾರ–7 ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಆಧಾರ-n ಪದ್ಧತಿಯ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

ಆಧಾರ-n ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $n^0 = 1, n, n^2, n^3$....., ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ n ನ ಘಾತಗಳಾಗಿವೆ.

ಆಧಾರ-n ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ಅನುಕೂಲಗಳು

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಘಾತಗಳ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದುವುದರ ಪ್ರಯೋಜನವೇನು? ಇದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು, ನಾವು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕೆಲವು ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡೋಣ.

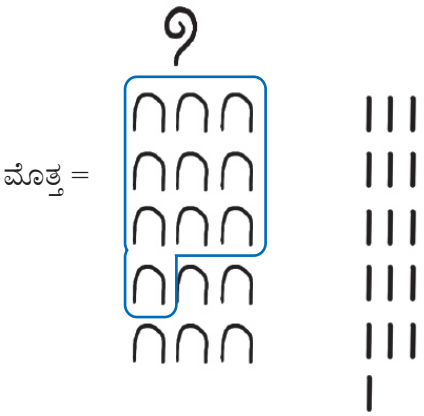
ಉದಾಹರಣೆ: ಈ ಕೆಳಗಿನ ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ:



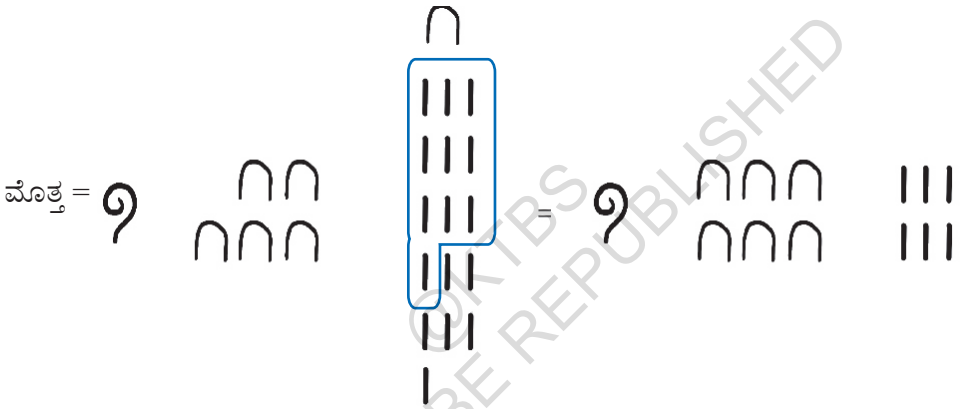
ಕೊಟ್ಟಿರುವುದರಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ∩ ಮತ್ತು | ಗಳು ಎಷ್ಟಿವೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ದೊಡ್ಡ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಗುಂಪು ಮಾಡೋಣ. ಇದು ಒಟ್ಟು – 15 ∩ ಮತ್ತು 15 | ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

10 ∩ ಮುಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆ ೨ ನ್ನು ನೀಡುವುದರಿಂದ, ಮೊತ್ತವನ್ನು ಹೀಗೆ ಮರು ಗುಂಪು ಮಾಡಬಹುದು.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



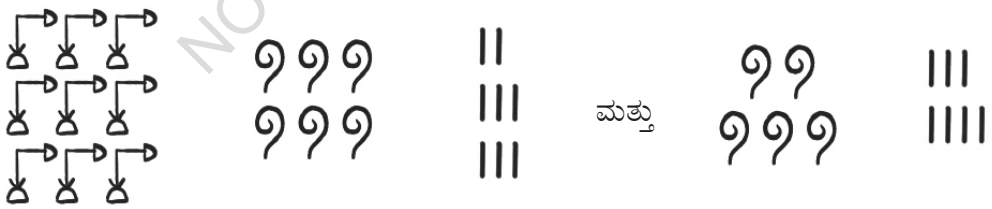
ಇದರಲ್ಲಿ 10 |ನಮಗೆ ಒಂದು ∩ ನೀಡುವುದರಿಂದ, ಈಗ ನಮಗೆ,



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1. ಕೆಳಗಿನ ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ:

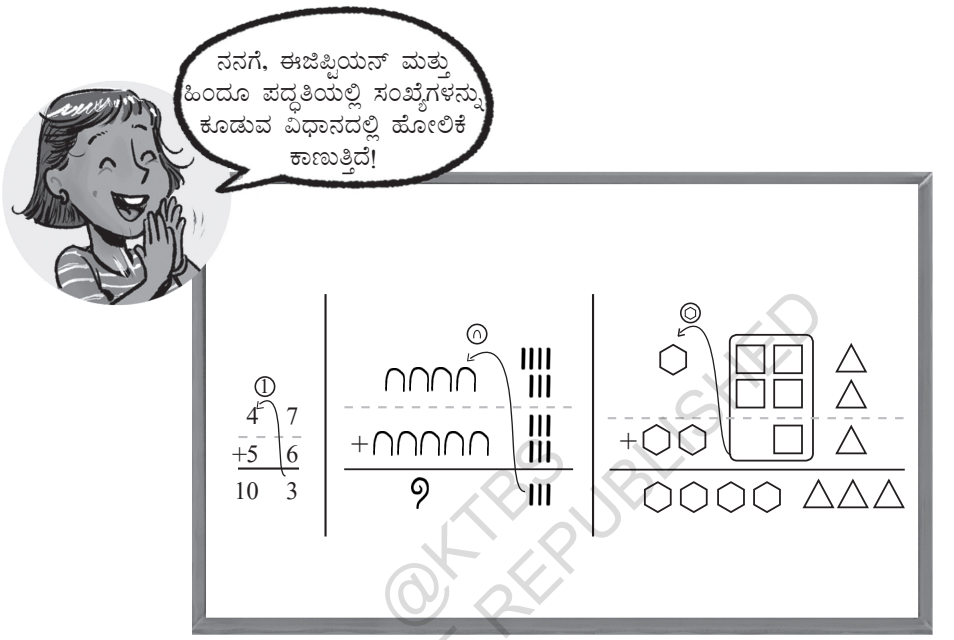
(i) 

(ii) 

2. ನಾವು ರಚಿಸಿದ ಆಧಾರ–5 ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ:



ಈ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯ 5 ಪಟ್ಟು ಮುಂದಿನದನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಡಿ!



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಆಧಾರ-n ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಸಂಕಲನವನ್ನು ರೋಮನ್ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಸಂಕಲನದೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ. ರೋಮನ್ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ, ಮುಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಪ್ರತಿ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದೇ ಗಾತ್ರದಿಂದ ಗುಂಪು ಮಾಡಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಗುಂಪು ಮಾಡುವುದು ಮತ್ತು ಮರುಜೋಡಣೆ ಮಾಡುವುದನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು.

ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದಾಗ ಆಧಾರ-n ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯು ಪ್ರಯೋಜನವು ಹೆಚ್ಚು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ.

? ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಅಂಕಿಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

ಮೊದಲು ಎರಡು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

? 1. ಯಾವುದೇ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ∩ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ (ಅಂದರೆ 10)? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) (ii)  (iii)  (iv) 

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯು 10 ರ ಘಾತವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು 10 ರಿಂದ ಅದನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಘಾತವು 1 ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ, ಇದು ಮುಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

? 2. ಯಾವುದೇ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ೨ (10^2) ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಏನು ಸಿಗುತ್ತದೆ? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಉತ್ತನ್ನಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಿ?

(i) ∩ × ೨ (ii) ೨ × ೨ (iii) × ೨ (iv) × ೨

? ಇವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) ∩ ×  (ii) ೨ ×  (iii)  ×  (iv)  × 

ಹೀಗಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಮತ್ತೊಂದು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ!

? ನಾವು ರಚಿಸಿದ ಆಧಾರ–5 ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಗುಣವು ನಿಜವಾಗಿದೆಯೇ? ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗೆ ಇದು ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆಯೇ?



? ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ∩ (10) ರ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು?

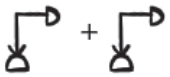
(i) ೨೨ × ∩

೨೨ ಎಂಬುದು ೨ + ೨ ಎಂಬುದೇ ಆಗಿದೆ.

ಹಾಗಾಗಿ ೨೨ × ∩ = (೨ + ೨) × ∩

ಇವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ ಆದ್ದರಿಂದ, ವಿತರಣಾಗುಣ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾಗಿ

(೨ + ೨) × ∩ = ೨ × ∩ + ೨ × ∩

= 

= 

(ii) ೨∩∩| × ∩

೨∩∩| ಎಂಬುದು ೨ + ∩∩ + | ಆಗಿದೆ. ಹೀಗೆ,

೨∩∩| × ∩ = (೨ + ∩∩ + |) × ∩

ವಿತರಣಾ ಗುಣವು ಇಲ್ಲಿಯೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆಯೇ? (a+b) × n ಗೆ ವಿತರಣಾ ಗುಣವು ಅನ್ವಯಿಸುವ ಕಾರಣಕ್ಕಾಗಿ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 2 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವಾಗಲೂ ಇದು ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $(a + b + c) \times n = an + bn + cn$.

ಆದ್ದರಿಂದ $(9 + \cap\cap + |) \times \cap = (9 \times \cap) + (\cap\cap \times \cap) + (| \times \cap)$

$= \text{𓎆} + 99 + \cap$

$= \text{𓎆} 99 \cap$

? ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $\left(\begin{matrix}999\\99\end{matrix} \cap\cap\ ||\right) \times \cap$ (ii) $\text{𓎆}\cap \times \cap$

? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $\cap$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ಸರಳ ನಿಯಮ ಯಾವುದು?

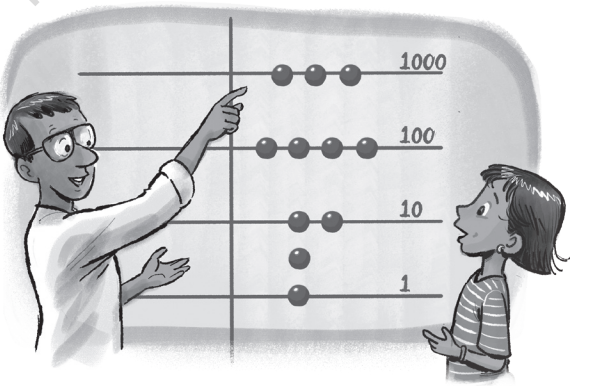
ನಾವು ನೋಡಿದಂತೆ, ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ. ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ, ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಮತ್ತೊಂದು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಈ ಅಂಶವು ಗುಣಾಕಾರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ರೋಮನ್ ಅಂಕಿಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಇದು ಹಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ, ಅದಕ್ಕಾಗಿಯೇ ಅವುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವುದು ಕಷ್ಟಕರವಾಗಿದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಘಾತಗಳಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ, ಅಂದರೆ, ಆಧಾರ ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ, ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ನಡೆಸುವಲ್ಲಿಯೂ ಅದರ ಉಪಯುಕ್ತತೆಯು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿದೆ.

ಆಧಾರ ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯ ಕಲ್ಪನೆಯು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳ ವಿಕಾಸದ ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮಹತ್ವದ ತಿರುವು. ನಮ್ಮ ಆಧುನಿಕ ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯು ಈ ರಚನೆಯ ಮೇಲೆ ನಿರ್ಮಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ.

ದಶಮಾಂಶ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಬಳಸುವ ಅಬ್ಯಾಕಸ್

11 ನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ, ಇನ್ನೂ ರೋಮನ್ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದ ಜನರು ಸಹ ದಶಮಾಂಶ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಿರ್ಮಿಸಲಾದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಸಾಧನ – ಅಬ್ಯಾಕಸ್ ಅನ್ನು ಬಳಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದರು. ಚಿತ್ರ 3.1 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಇದು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬೋರ್ಡ್ ಆಗಿತ್ತು. 1 ಅನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ರೇಖೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ, ಪ್ರತಿ ಅನುಕ್ರಮ ರೇಖೆಯು 10 ರ ಅನುಕ್ರಮ ಘಾತವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 3.1: **Abacus**/ಮಣಿಕಟ್ಟು

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

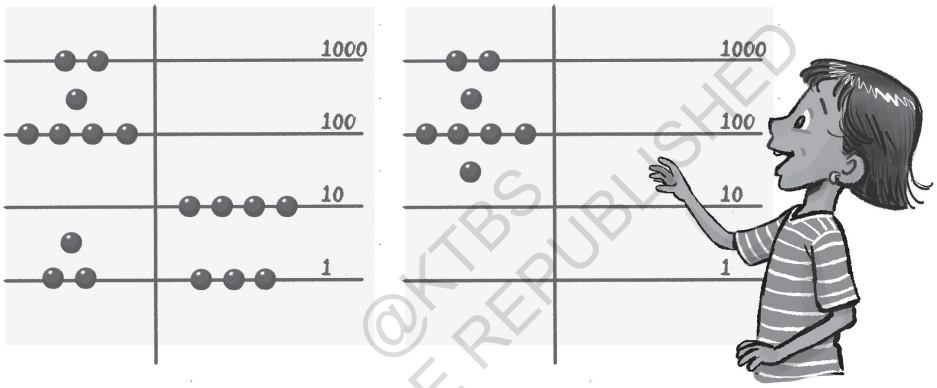
ಮಣಿಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗಿದೆ: ನೀಡಲಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೊದಲು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ (10 ರ ಘಾತಗಳು) ವರ್ಗೀಕರಿಸಲಾಗಿದೆ, ನಾವು ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಗುಂಪು ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. 10 ರ ಪ್ರತಿ ಘಾತಕ್ಕೆ, ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಅದು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಸಂಭವಿಸಿದೆಯೋ ಅಷ್ಟು ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಅದರ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಇರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಕೌಂಟರ್ ಇರುವಿಕೆಯು 5 ರ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ನಾವು 3426 ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಇದನ್ನು ಹೀಗೆ ವರ್ಗೀಕರಿಸಬಹುದು.

$3426 = 1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಚಿತ್ರ 3.1 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗಿದೆ. 6 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಿಗೆ ಅಬ್ಯಾಕಸ್ ಅನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದರ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು, ನಾವು ಒಂದು ಸರಳ ಸಂಕಲನ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ: 2907 + 43. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಲಂಬ ವಿಭಜನೆಯ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನೀವು ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸುತ್ತೀರಿ?

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ತರಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ 10 ಮೀರಿದರೆ ಏನು ಮಾಡಬೇಕು?

ಸುಳಿಹು: ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ, 7 ಬಿಡಿಗಳು ಮತ್ತು 3 ಬಿಡಿಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ 10 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತವೆ, ಇದು 10ಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ರೇಖೆಗೆ ಕೌಂಟರ್ ಆಗಿ ಕೊಡುಗೆ ನೀಡುತ್ತದೆ.

III. ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಪದ್ಧತಿಯ ನ್ಯೂನತೆಗಳು

ಒಂದು ಕೋಟಿ (10^7) ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ತುಲನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಸುಲಭವಾದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಸಕ್ರಿಯಗೊಳಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಾಗಿದ್ದಾಗ್ಯೂ, ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಪದ್ಧತಿಯು ಒಂದು ನ್ಯೂನತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿತ್ತು.

ದೊಡ್ಡದಾದ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೂ ದೊಡ್ಡದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬೇಕಾದರೆ, 10 ರ ಉನ್ನತ ಮತ್ತು ಅತಿ ಉನ್ನತ ಘಾತಗಳಿಗಾಗಿ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಅನುಕ್ರಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಅಗತ್ಯವಿತ್ತು. ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ವಿಭಿನ್ನ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯದ ಮೂಲ ಸವಾಲನ್ನು ನೋಡುತ್ತೇವೆ!

ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳ ವಿಕಾಸದ ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲಿ ಮುಂದಿನ ಮತ್ತು ಅಂತಿಮ ಕಲ್ಪನೆಯು ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದಲ್ಲದೆ, ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ ಮತ್ತು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಗಮನಾರ್ಹವಾಗಿ ಸರಳಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ.

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1. ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಅಂಕಿಗಳಲ್ಲಿ 10 ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಬರುವ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರಬಹುದೇ? ಏಕೆ ಇರಬಾರದು?

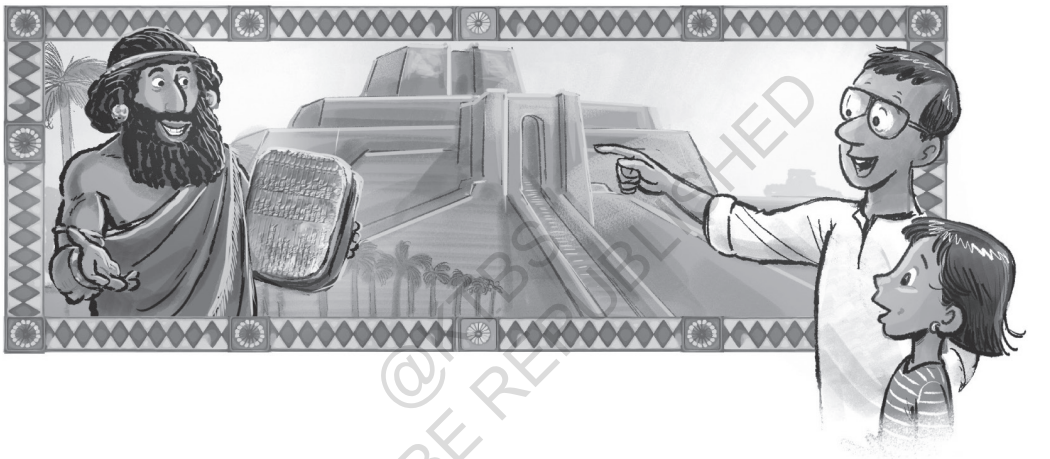
ಗಣಿತದ ಮಾತು

2. ನಿಮ್ಮದೇ ಆದ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ 4 ರ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಮತ್ತು 1 ರಿಂದ 16 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

3. ನಾವು ರಚಿಸಿದ ಆಧಾರ –5 ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ಸರಳ ನಿಯಮವನ್ನು ನೀಡಿ.

3.4 ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು

1. ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ



© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ಆರಂಭದಲ್ಲಿ, ಪ್ರಾಚೀನ ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದಲ್ಲಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯು ವಿಭಿನ್ನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿತ್ತು. ನಂತರದ ಕಾಲದಲ್ಲಿ, ಇದು ಅತ್ಯಂತ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯದೊಂದಿಗೆ ಆಧಾರ–60 ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಾಗಿ ಮಾರ್ಪಟ್ಟಿತು. ಇದನ್ನು ಸೆಕ್ಸಜೆಸಿಮಲ್ ಪದ್ಧತಿ (Sexagesimal System) ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಇದು ಬಹಳ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾದ ಸಂಖ್ಯಾ ನಿರೂಪಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿತ್ತು.

ಅವರು ಆಧಾರ–60 ಅನ್ನು ಏಕೆ ಆರಿಸಿಕೊಂಡರು ಎಂಬುದು ಅನೇಕರನ್ನು ಗೊಂದಲಕ್ಕೀಡು ಮಾಡಿದೆ. 60 ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಪ್ರಮುಖ ಘಟನೆಗಳ ಅವಧಿಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಪರ್ಕದಿಂದ (30 ದಿನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದ ಅವರ ಚಂದ್ರ ಮಾಸದ ಉದ್ದ, ಅಥವಾ ಭೂಮಿಯನ್ನು ಸ್ಥಿರವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದಾಗ ಸೂರ್ಯನು ಭೂಮಿಯ ಸುತ್ತ ಒಂದು ಪರಿಭ್ರಮಣ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯ), ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸುಲಭತೆ (ನಾವು ಇಲ್ಲಿ ಇದರ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಮಾತನಾಡುವುದಿಲ್ಲ), ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವುಗಳ ಹಿಂದಿನ ಅನುಕ್ರಮ – 1, 10, 60, 600, 3600, 36,000..... ಗಳನ್ನು 60 ರ ಘಾತಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಇಳಿಸಲಾಗುವುದು, ಇತ್ಯಾದಿ.

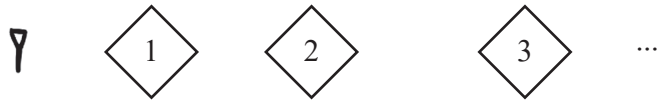
ಬೆಬಿಲೋನಿಯನ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ ಎಂದೂ ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದ **ಷಷ್ಠಿಸಂಖ್ಯೆ ಪದ್ಧತಿಯ** ಪ್ರಭಾವವನ್ನು ಇಂದಿಗೂ ನಮ್ಮ ಸಮಯ ಮಾಪನಗಳ ಘಟಕಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು – 1 ಗಂಟೆ = 60 ನಿಮಿಷಗಳು ಮತ್ತು 1 ನಿಮಿಷ = 60 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು.

ಈ ಪದ್ಧತಿಯು 1 ಕ್ಕೆ 𒐕 ಮತ್ತು 10 ಕ್ಕೆ 𒌋 ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿತು.

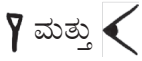
ಈಗ ಇವರ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯ ಅಧ್ಯಯನವನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ನಿಲ್ಲಿಸೋಣ ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಕಂಡುಬರುವ ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ನಿರ್ಮಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದರ ಕುರಿತು ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನೀಡೋಣ.

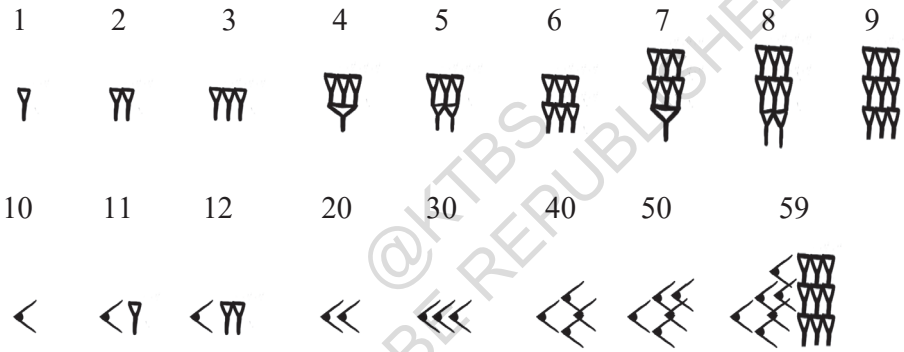
ಅವರ ಹೆಗ್ಗುರುತುಗಳಿಗೆ ನಮ್ಮದೇ ಆದ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ನೀಡೋಣ.

1 60 $60^2 = 3600$ $60^3 = 216000$ ...

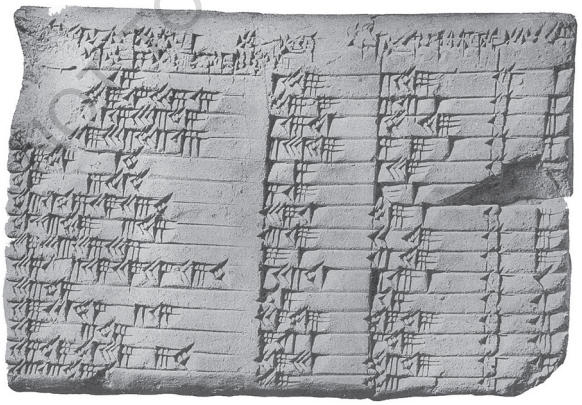


ಈ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವಲ್ಲಿ ನಾವು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಭಾರತೀಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ನಾವು ನಮ್ಮದೇ ಆದ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಆವಿಷ್ಕರಿಸಬಹುದಿತ್ತು ಆದರೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಬಳಸಲು, ನಾವು ಪರಿಚಿತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ 1, 2, 3, ...

 ಮತ್ತು ಬಳಸಿ, 1 ರಿಂದ 59 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು –



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದ ಟ್ಯಾಬ್ಲೆಟ್‌ನ ಪುನರುತ್ಪಾದನೆ

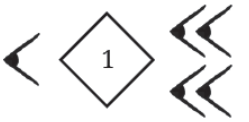
ಉದಾಹರಣೆ: ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ 640 ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸೋಣ.

ಇದನ್ನು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಗುಂಪು ಮಾಡಿದಾಗ, $640 = (10) \times 60 + 40$ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

ನಾವು ಈಜಿಪ್ಟಿಯನ್ನರ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ, ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10  ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು 40 ಅನ್ನು 4  ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಇದನ್ನು ನಾವು ಹೆಚ್ಚು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದೇ?

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಾವು ಹೀಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು.



ಇದನ್ನು ನಾವು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವಂತೆಯೇ ಹತ್ತು 60ಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು 40 ಎಂದು ಓದಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ: ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ – 7530

$$7530 = (2) \times 3600 + (5) \times 60 + 30$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಅದರ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಯು ಈ ಕೆಳಕಂಡಂತೆ ಇದೆ



ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು 60 ರ ಘಾತಗಳಾಗಿ ಗುಂಪು ಮಾಡಿದಾಗ, 60 ರ ಘಾತವು 60 ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಸಂಭವಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇದು ಸಂಭವಿಸಿದಲ್ಲಿ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ 60 ಅನ್ನು ಗುಂಪು ಮಾಡಿ 60 ರ ಮುಂದಿನ ಘಾತವನ್ನು ರೂಪಿಸಬಹುದು.

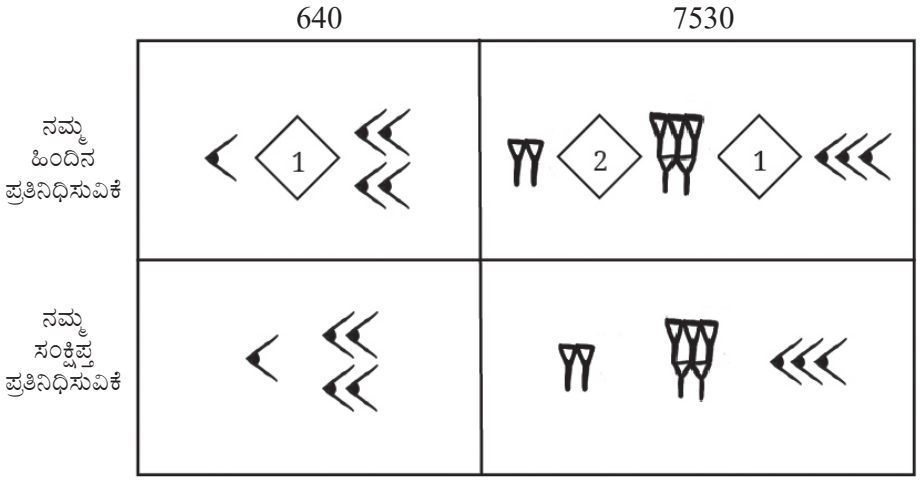
ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಉಕ್ತಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ –

$$(1) \times 3600 + (70) \times 60 + 2 = (1) \times 60^2 + (60 + 10) \times 60 + 2$$
$$= (1) \times 60^2 + 60^2 + (10) \times 60 + 2$$
$$= (2) \times 60^2 + (10) \times 60 + 2$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 1 ರಿಂದ 59 ರವರೆಗಿನ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು.

ಈಗ, 60 ರ ವಿಭಿನ್ನ ಘಾತಗಳ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಕೈಬಿಡುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ಇನ್ನಷ್ಟು ಸಾಂದ್ರೀಕರಿಸಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ ಏನಾಗಬಹುದು?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಮೆಸಪಟೋಮಿಯನ್ನರು ನಿಖರವಾಗಿ ಇದನ್ನೇ ಮಾಡಿದರು! ಅವರ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ, ಬಲಭಾಗದ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಗಣ 1 ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೋರಿಸಿದೆ, ಅದರ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಗಣ 60 ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೋರಿಸಿದೆ, ಮುಂದಿನದು 3600 ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೋರಿಸಿದೆ ಮತ್ತು ಹೀಗೆ. 60 ರ ಘಾತ ಬರದೆ ಇದ್ದಾಗಲೆಲ್ಲಾ, ಆ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಜಾಗವನ್ನು ನೀಡಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.

ಮೆಸಪಟೋಮಿಯನ್ನರು ನಾವು ಮಾಡಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ಈ ಕಲ್ಪನೆಗೆ ಬಂದಂತೆ ತೋರುತ್ತಿಲ್ಲ, ಕೆಲವು ವಿದ್ವಾಂಸರು ತಮ್ಮ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ 1 ಮತ್ತು 60 ರ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ನೀಡಲಾದ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಹೋಲಿಕೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಆಕಸ್ಮಿಕ ಬಳಕೆಯು ಈ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಅವರಿಗೆ ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಿರಬಹುದು ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತಾರೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1. ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

   (i) 63 (ii) 132 (iii) 200 (iv) 60 (v) 3605

ಹೀಗಾಗಿ, ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದ ಪದ್ಧತಿಯು ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಅನುಕ್ರಮವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ಹೇಗೆ ತೆಗೆದುಹಾಕುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಬಹುದು. ಅಂತಹ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು (ಆಧಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ) ಅದು ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಿಹ್ನೆಯ **ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬಳಸುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ** ಅಥವಾ **ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಕಲ್ಪನೆಯು, ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳ ವಿಕಾಸದ ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯುನ್ನತ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸೀಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿಭಿನ್ನ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಅನುಕ್ರಮವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಬಹಳ ಸೊಗಸಾದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ!

ಆದಾಗ್ಯೂ, ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಹೊಂದಿದ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಇದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಓದುವಾಗ ಗೊಂದಲಕ್ಕೆ ಕಾರಣವಾಗುವ ಕೆಲವು ದೋಷಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

? 60 ರ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಯನ್ನು ನೋಡಿ. 3,600 ಕ್ಕೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ ಎಷ್ಟಾಗಿರುತ್ತದೆ?

ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ, ನಾವು ಇಲ್ಲಿ ನೀಡುತ್ತಿರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿಲ್ಲ. ವಿಭಿನ್ನ ಜನರು ಬರೆದ ವಿಭಿನ್ನ ಹಸ್ತಪ್ರತಿಗಳಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳಿಗೆ ಸ್ಥಿರವಾದ ಅಂತರವನ್ನು ಕಾಯ್ದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಕಷ್ಟಕರವಾಗಿತ್ತು. ಇವು ಅಸ್ಪಷ್ಟತೆಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಿದವು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ –

ಸಂಖ್ಯೆ	1	60	3600	12	602	36002
ನಮ್ಮ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ	𒁹	𒁹	𒁹	𒐜𒁹	𒐜𒁹	𒐜𒁹
ಮೆಸೊಪಟೋಮಿಯ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ	𒁹	𒁹	𒁹	𒐜𒁹	𒐜𒁹	𒐜𒁹

60 ರ ಯಾವ ಘಾತಗಳಿಗೆ ಯಾವ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಲ್ಲಿನ ಅಸ್ಪಷ್ಟತೆಯಿಂದಾಗಿ, ಒಂದೇ ಅಂಕಿಯನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಓದಬಹುದು. 60 ರ ವಿಭಿನ್ನ ಘಾತಗಳಿಗೆ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ನಡುವೆ ಏಕರೂಪದ ಅಂತರವನ್ನು ಬಳಸುವ ನಮ್ಮ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯದಲ್ಲಿಯೂ ಸಹ, 36002 ರ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯದಂತೆ ಎರಡು ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಗಣಗಳ ನಡುವಿನ ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಕಷ್ಟ.

ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು, ನಂತರದ ಮೆಸೊಪಟ್ಯಾಮಿಯನ್ನರು ಖಾಲಿ ಜಾಗವನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು 'ಪ್ಲೇಸ್ ಹೋಲ್ಡರ್' (𒑰) ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ನಿಯೋಜಿಸುವ ಅದ್ಭುತ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿದರು. ಇದು ನಮ್ಮ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಬಳಸುವ 0 (ಶೂನ್ಯ) ದಂತಿದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, ಶೂನ್ಯ – ಶೂನ್ಯತೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಚಿಹ್ನೆ – ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿಸ್ಸಂದಿಗ್ಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾದ ಸ್ಥಾನ ಮೌಲ್ಯ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ಲೇಸ್ ಹೋಲ್ಡರ್ ಆಗಿ ಅನಿವಾರ್ಯವಾಗಿದೆ.

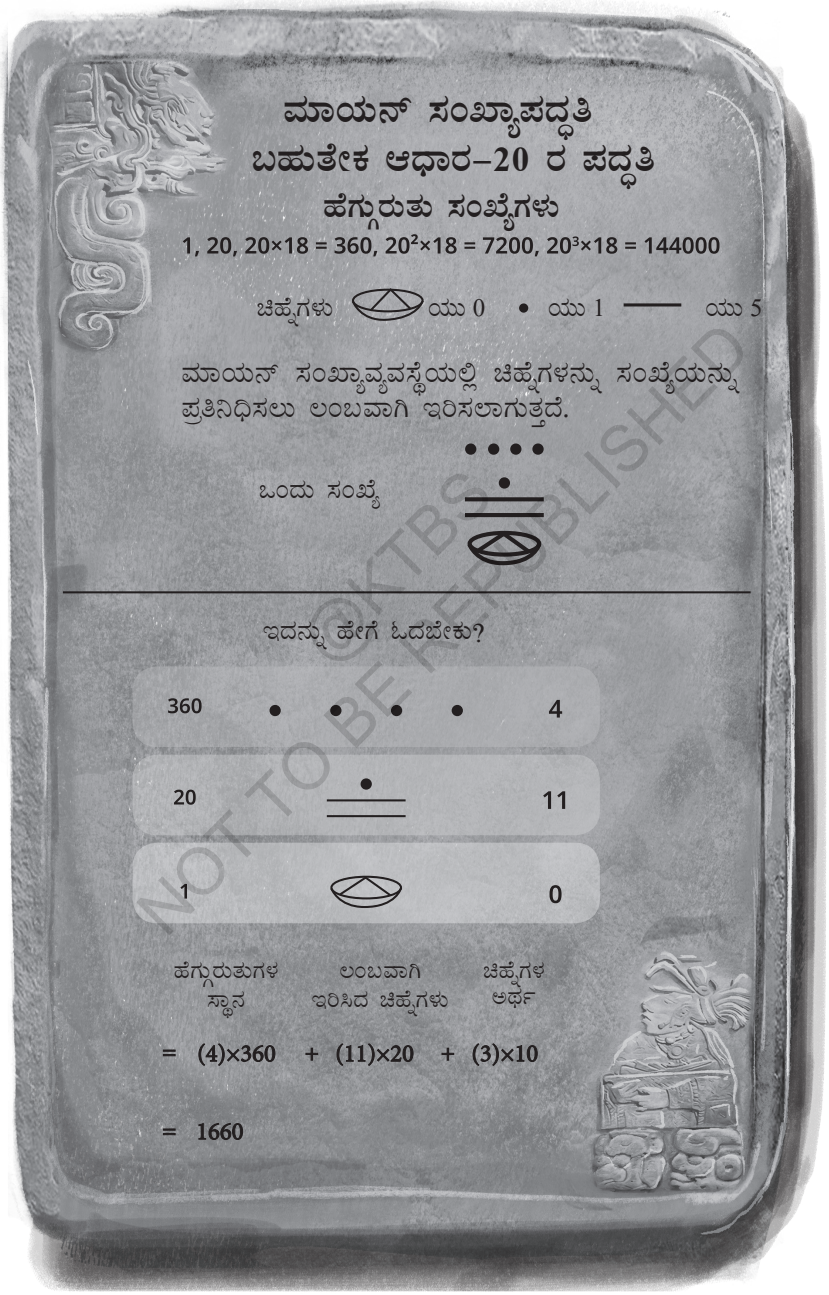
ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಗೆಹರಿದರೂ, ಇತರ ಅಸ್ಪಷ್ಟತೆಗಳು ಇನ್ನೂ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಪ್ಲೇಸ್ ಹೋಲ್ಡರ್ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಪ್ರಾಥಮಿಕವಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು ಮತ್ತು ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲ; ಆದ್ದರಿಂದ ಅವರು 3600 ನಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಅದನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ (ನಾವು ಇದನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ).

II. ಮಾಯನ್ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ



© KSTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಮಧ್ಯ ಅಮೆರಿಕದಲ್ಲಿ, ಮಾಯನ್ ನಾಗರಿಕತೆ ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಒಂದು ನಾಗರಿಕತೆಯು ಪ್ರವರ್ಧಮಾನಕ್ಕೆ ಬಂದಿತು, ಅದು ಕ್ರಿ.ಶ. 3 ಮತ್ತು 10 ನೇ ಶತಮಾನಗಳ ನಡುವೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಬೌದ್ಧಿಕ ಮತ್ತು ಸಾಂಸ್ಕೃತಿಕ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಿತು. ಅವರ ಬೌದ್ಧಿಕ ಸಾಧನೆಗಳಲ್ಲಿ ಏಷ್ಯಾದಲ್ಲಿ ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸಲಾದ ಅವರ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯು ಒಂದು. ಅವರು ಆಧುನಿಕ '0' ಗಾಗಿ ಪ್ಲೇಸ್ ಹೋಲ್ಡರ್ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಸಹ ಬಳಸಿದರು, ಅದು ಸಮುದ್ರ ಚಿಪ್ಪಿನಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ.



ಇಲ್ಲಿ ನಮಗೆ ಒಂದು ಗೊಂದಲಮಯ ವಿದ್ಯಮಾನ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಅವರ ಮೂರನೇ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆ 400 ಕ್ಕಿಂತ 360 ಆಗಿತ್ತು ಏಕೆ? ಕೆಲವು ವಿದ್ವಾಂಸರು ಇದು ಅವರ ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್‌ಗಳೊಂದಿಗೆ ಏನಾದರೂ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿರಬಹುದು ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಅವರು 1 ಕ್ಕೆ ◡ ಚುಕ್ಕೆ ಮತ್ತು 5 ಕ್ಕೆ — ಗೆರೆಯನ್ನು ಬಳಸಿದರು. ಇವುಗಳನ್ನು 1 ರಿಂದ 19 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.

ವಿಭಿನ್ನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಕೆಳಗೆ ಒಂದರಂತೆ ಬರೆಯಲಾಗಿದ್ದು, ಕೆಳಗಿನ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ 1 ರ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ, ಮೇಲಿನ ಗುಂಪು 20 ರ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ, ಮೇಲಿನ ಗುಂಪು 360 ರ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ.

? ಮಾಯನ್ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ:

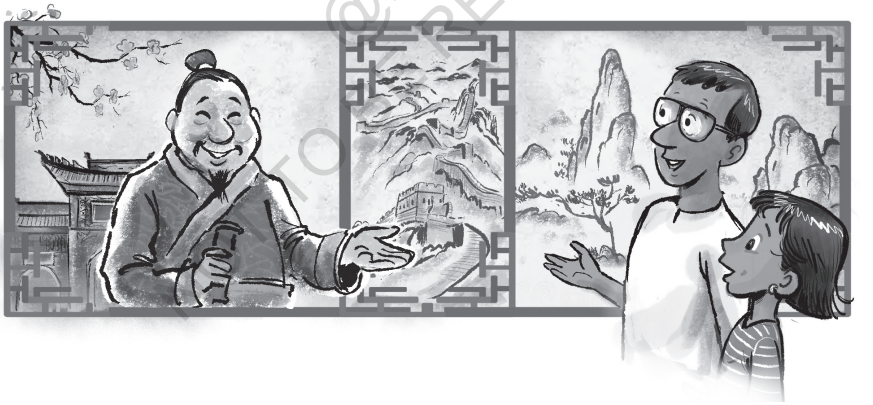
(i) 77 (ii) 100 (iii) 361 (iv) 721

ಮಾಯನ್ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯು ಸರಿಯಾದ ಆಧಾರ–20 ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲದ ಕಾರಣ, ಆಧಾರ ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಿಗೆ ಹೊಂದಿರುವ ಅನುಕೂಲಗಳನ್ನು ಇದು ಹೊಂದಿಲ್ಲ. ಅದೇನೇ ಇದ್ದರೂ, ಅವುಗಳ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಸಂಕೇತ ಮತ್ತು ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಪ್ಲೇಸ್ ಹೋಲ್ಡರ್ ಚಿಹ್ನೆಯ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳ ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಗತಿ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಒಂದು ಕುತೂಹಲಕಾರಿ ಸಂಗತಿಯೆಂದರೆ, ಕೆಲವು ಯುರೋಪಿಯನ್ ಭಾಷೆಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ ಹೆಸರುಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಇನ್ನೂ ಆಧಾರ–20 ಬಳಕೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

III. ಚೈನೀಸ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ



ಚೀನಿಯರು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು – ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ದಾಖಲಿಸಲು ಲಿಖಿತ ಪದ್ಧತಿ ಮತ್ತು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ. ರಾಡ್–ಆಧಾರಿತ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು **ರಾಡ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಚೀನಿಯರ ಲಿಖಿತ ಪದ್ಧತಿಗಿಂತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಬರೆಯಲು ಮತ್ತು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾದ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಚರ್ಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ರಾಡ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಚೀನಾದಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ 3 ನೇ ಶತಮಾನದ ವೇಳೆಗೆ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಂಡವು ಮತ್ತು 17 ನೇ ಶತಮಾನದವರೆಗೆ ಬಳಸಲ್ಪಟ್ಟವು. ಇದು ದಶಮಾನ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಾಗಿತ್ತು (ಆಧಾರ–10). 1 ರಿಂದ 9 ರವರೆಗಿನ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ:

ಚೈನೀಸ್ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ

ಆಧಾರ –10 ಅಥವಾ ದಶಮಾನ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ಝೋಂಗ್	𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
ಹೆಂಗ್ಸ್	𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

ಗಮನಿಸಿ: ಝೋಂಗ್‌ಗಳು ಬಿಡಿ, ನೂರು, ಹತ್ತು ಸಾವಿರ ಇತ್ಯಾದಿ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಹೆಂಗ್‌ಗಳು ಹತ್ತುಸಾವಿರ, ನೂರು ಸಾವಿರ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 𝍪 𝍮 𝍫 𝍣

	2 ಹೆಂಗ್	6 ಝೋಂಗ್	3 ಹೆಂಗ್	4 ಝೋಂಗ್
ಇದನ್ನು ಓದುವುದು ಹೇಗೆ?	𝍪	𝍮	𝍫	𝍣
ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸ್ಥಾನಗಳು	10^3	10^2	10	1

$= (2) \times 10^3 + (6) \times 10^2 + (3) \times 10 + (4) \times 1$

$= 2634$

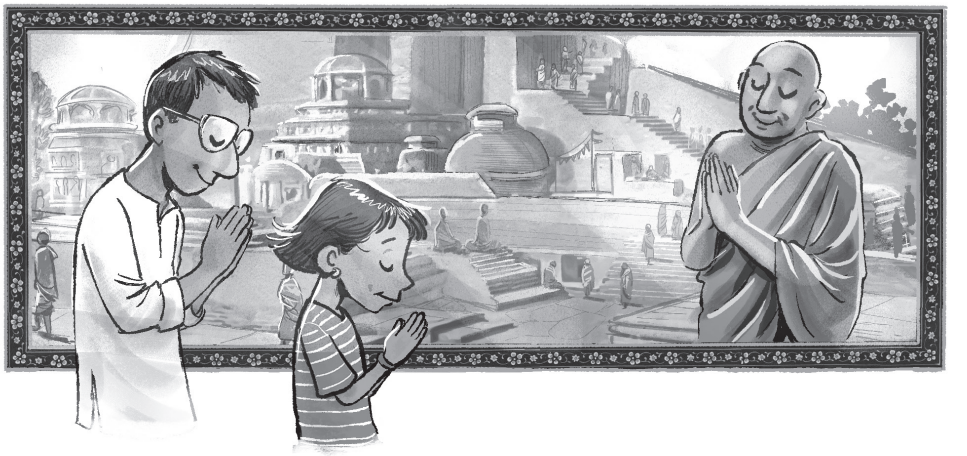
数学

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ಮೆಸಪಟೋಮಿಯನ್ನರಂತೆ, ರಾಡ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟಿರುವುದನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಖಾಲಿ ಜಾಗವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದವು. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಒಂದರಿಂದ ಒಂಬತ್ತರವರೆಗಿನ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಗಾತ್ರಗಳು ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು ಏಕರೂಪವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಮೆಸಪಟೋಮಿಯನ್ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಿಂತ ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚುವುದು ಸುಲಭವಾಗಿತ್ತು.

ರಾಡ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹಿಂದೂ ಪದ್ಧತಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಹೋಲುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚೀನೀ ಪದ್ಧತಿಯು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಹೊಂದಿದ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯಾಗಿದೆ.

IV. ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ



? ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯದ ಕಲ್ಪನೆಗಳ ವಿಕಾಸದಲ್ಲಿ ಹಿಂದೂ/ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯು ಎಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ? ಅದರ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು? ಮತ್ತು ಅದು ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತದೆಯೇ?

ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ

ಆಧಾರ –10 ಅಥವಾ ದಶಮಾನ

ಹತ್ತು ಚಿಹ್ನೆಗಳು 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 375

ಇದನ್ನು ಓದುವುದು ಹೇಗೆ?	3	7	5
ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸ್ಥಾನಗಳು	10^2	10	1

$= (3) \times 10^2 + (7) \times 10 + (5) \times 1$

$= 375$

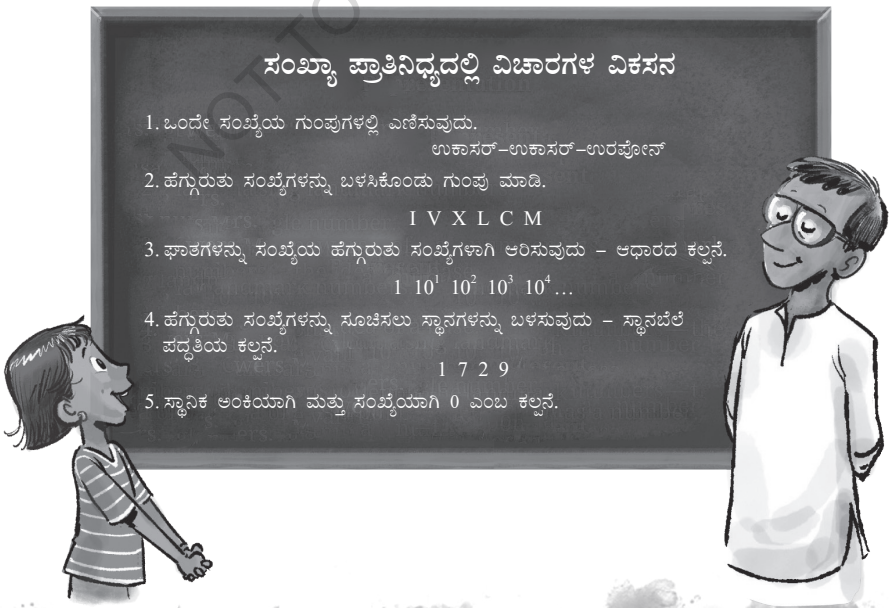
© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ನಾವಿಲ್ಲಿ ನೋಡಬಹುದಾದಂತೆ, ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯು ಒಂದು ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯಾಗಿದೆ. ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯು ಕನಿಷ್ಠ 200 BCE ಯಷ್ಟು ಹಿಂದೆಯೇ '0' ಗೆ ಒಂದು ಸಂಕೇತವನ್ನು ಹೊಂದಿತ್ತು. 0 ಅನ್ನು ಅಂಕಿಯಾಗಿ ಬಳಸುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಅಂಕಿಯ ಬಳಕೆಯ ಕಾರಣದಿಂದಾಗಿ, ಈ ಪದ್ಧತಿಯು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಓದುವಾಗ ಅಥವಾ ಬರೆಯುವಾಗ ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯ ಅಸ್ಪಷ್ಟತೆಗೆ ಕಾರಣವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ಕಾರಣಕ್ಕಾಗಿಯೇ ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಈಗ ಪ್ರಪಂಚದಾದ್ಯಂತ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

0 ಅನ್ನು ಅಂಕಿಯಾಗಿ ಮತ್ತು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಬಳಸುವುದು ಗಣಿತ ಮತ್ತು ವಿಜ್ಞಾನದ ಜಗತ್ತನ್ನು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಬದಲಾಯಿಸಿದ ಒಂದು ಪ್ರಗತಿಯಾಗಿದೆ. ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ, ವಾಸ್ತವವಾಗಿ, ಶೂನ್ಯವನ್ನು ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ಲೇಸ್ ಹೋಲ್ಡರ್ ಆಗಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ, ಆದರೆ ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ತನ್ನದೇ ಆದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸ್ಥಾನಮಾನವನ್ನು ಸಹ ನೀಡಲಾಯಿತು. 0 ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಗಣಿತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು (ಉದಾ., 0 ಅನ್ನು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಜೊತೆಗೆ ಸೇರಿಸಿದರೆ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆ, ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸೊನ್ನೆಯ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಶೂನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ) ಆರ್ಯಭಟನು 499 CE ರಲ್ಲಿ ತನ್ನ ಆರ್ಯಭಟೀಯದಲ್ಲಿ ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ವಿಸ್ತಾರವಾದ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಬಳಸಿದನು. ನಾವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಂತೆ ಯಾವುದೇ ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಯಂತೆಯೇ 0 ಅನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಯಂತೆ ಬಳಸುವುದನ್ನು, ಅದರ ಮೇಲೆ ಮೂಲಭೂತ ಅಂಕಗಣಿತ ಲೆಕ್ಕಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನು 628 CE ರಲ್ಲಿ ತನ್ನ ಕೃತಿ ಬ್ರಹ್ಮಸ್ಫುಟಸಿದ್ಧಾಂತದಲ್ಲಿ ಕ್ರೋಢೀಕರಿಸಿದನು,

ಋಣಾತ್ಮಕ **ಸಂಖ್ಯೆಗಳ** ಜೊತೆಗೆ 0 ಅನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಪರಿಚಯಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನು ಆಧುನಿಕ ಪರಿಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ **ಉಂಗುರ** ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವದನ್ನು ರಚಿಸಿದನು, ಅಂದರೆ, ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರದ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ ಆವೃತವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪನ್ನು (ಅಂದರೆ, ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಬಹುದು, ಕಳೆಯಬಹುದು ಅಥವಾ ಗುಣಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಆ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು). ಈ ಹೊಸ ವಿಚಾರಗಳು ಆಧುನಿಕ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ, ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಿಗೆ ಅಡಿಪಾಯವನ್ನು ಹಾಕಿದವು.

ಇಂದು ನಾವು ಮಾಡುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಬರೆಯುವುದು ಮತ್ತು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವುದರಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿದ ಎಲ್ಲಾ ವಿಚಾರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಇದು ನಿಮಗೆ ಒಂದು ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತೇವೆ. 0 ಯ ಆವಿಷ್ಕಾರ ಮತ್ತು ಅದರ ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ ರೂಪುಗೊಂಡ ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಸಾರ್ವಕಾಲಿಕ ಶ್ರೇಷ್ಠ, ಅತ್ಯಂತ ಸೃಜನಶೀಲ ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ಪ್ರಭಾವಶಾಲಿ ಆವಿಷ್ಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ – ನಮ್ಮ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ನಿರಂತರವಾಗಿ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಆಧುನಿಕ ವಿಜ್ಞಾನ, ತಂತ್ರಜ್ಞಾನ, ಕಂಪ್ಯೂಟಿಂಗ್, ಲೆಕ್ಕಪತ್ರ ನಿರ್ವಹಣೆ, ಸಮೀಕ್ಷೆ ಮತ್ತು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನವುಗಳ ಆಧಾರವನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತದೆ. ಮುಂದಿನ ಬಾರಿ ನೀವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ, ಅವುಗಳ ಹಿಂದಿನ ಅದ್ಭುತ ಇತಿಹಾಸ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಆವಿಷ್ಕಾರಕ್ಕೆ ಒಳಗಾದ ಎಲ್ಲಾ ಆಳವಾದ ವಿಚಾರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ!



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1. ಚೀನಿಯರು ಝೋಂಗ್ ಮತ್ತು ಹೆಂಗ್ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ನಡುವೆ ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ ಏಕೆ ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು ಎಂದು ನೀವು ಭಾವಿಸುತ್ತೀರಿ? ಝೋಂಗ್ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಬಳಸಬೇಕಾದರೆ, 41 ಅನ್ನು ಹೇಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು? ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ಥಾನಗಳ ನಡುವೆ ಗಮನಾರ್ಹ ಅಂತರವಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಈ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅರ್ಥೈಸಬಹುದೇ?

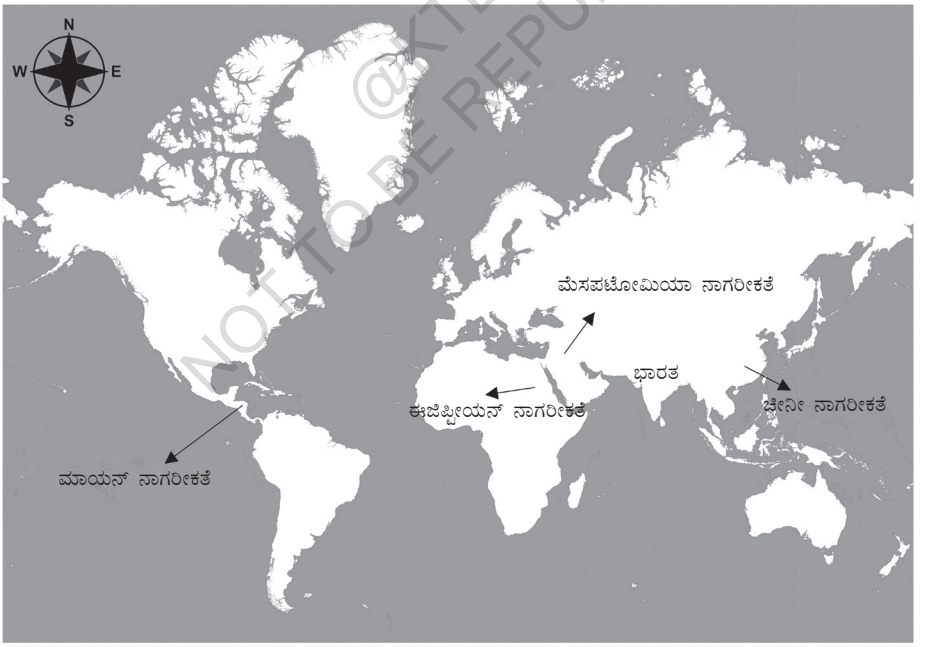
ಗಣಿತದ ಮಾತು

2. 'ಉಕಾಸರ್' ಮತ್ತು 'ಉರಪೋನ್' ಅನ್ನು ಅಂಕಿಗಳಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಆಧಾರ–2 ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸಿ. ಈ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಗುಮುಲ್ಗಲ್‌ಗಳ ಪದ್ಧತಿಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿ.

3. ನಿಮ್ಮ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಯಾವ ವೃತ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು 0 ಪ್ರಮುಖ ಪಾತ್ರ ವಹಿಸುತ್ತವೆ? ನಮ್ಮ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ ಮತ್ತು 0 ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯದಿದ್ದರೆ ಅಥವಾ ಕಲ್ಪಿಸದಿದ್ದರೆ ನಮ್ಮ ಜೀವನವು ಹೇಗೆ ಭಿನ್ನವಾಗಿರುತ್ತಿತ್ತು?

4. ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತೀಯರು ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗೆ ಆಧಾರ 10 ಅನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು ಏಕೆಂದರೆ ಮಾನವರಿಗೆ 10 ಬೆರಳುಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ನಮ್ಮ ಬೆರಳುಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲು ಬಳಸಬಹುದು. ಆದರೆ ನಮಗೆ ಕೇವಲ 8 ಬೆರಳುಗಳಿದ್ದರೆ ಏನಾಗುತಿತ್ತು? ಆಗ ನಾವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಿದ್ದೆವು? ನಾವು ಬದಲಿಗೆ ಆಧಾರ 8 ಅನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರೆ ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳು ಹೇಗಿರುತ್ತವೆ? ಆಧಾರ 5? ಆಧಾರ 10 ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿ 25 ಅನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಆಧಾರ 8 ಮತ್ತು ಆಧಾರ 5 ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನೀವು ಅದನ್ನು ಆಧಾರ 2 ರಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ? ನಕ್ಷೆಯು ವಿಭಿನ್ನ ನಾಗರಿಕತೆಗಳ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಅವು ವಿಭಿನ್ನ ಕಾಲಾವಧಿಯಲ್ಲಿ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದ್ದವು.

ಗಣಿತದ ಮಾತು



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ನಕ್ಷೆಯು ವಿಭಿನ್ನ ನಾಗರಿಕತೆಗಳ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಅವು ವಿಭಿನ್ನ ಕಾಲಾವಧಿಯಲ್ಲಿ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದ್ದವು.

ಸಾರಾಂಶ

- ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು, ನಮಗೆ ಸ್ಥಿರ ಕ್ರಮವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಸ್ತುಗಳು, ಹೆಸರುಗಳು ಅಥವಾ ಲಿಖಿತ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅನುಕ್ರಮದ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ಈ ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅನುಕ್ರಮವನ್ನು **ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

- ಲಿಖಿತ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು **ಅಂಕಿಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

- ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ, **ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು** ಸುಲಭವಾಗಿ ಗುರುತಿಸಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು, ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಕೆಲಸ ಮಾಡಲು ಉಲ್ಲೇಖ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿ ಬಳಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ. ಅವು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯೊಳಗೆ ಆಧಾರಸ್ತಂಭಗಳಾಗಿ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತವೆ, ಜನರು ತಮ್ಮನ್ನು ತಾವು ಆಧಾರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು, ವಿಶೇಷವಾಗಿ ದೊಡ್ಡವುಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ.

- n ಸಂಖ್ಯೆಯ ಶಕ್ತಿಗಳು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು **ಆಧಾರ-n ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

- ಒಂದು ಚಿಹ್ನೆಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಅದು ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವ ಆಧಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು **ಸ್ಥಾನಿಕ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ**ಗಳು ಅಥವಾ **ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

- ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾ (ಬ್ಯಾಬಿಲೋನಿಯನ್), ಮಾಯನ್, ಚೀನೀ ಮತ್ತು ಭಾರತೀಯ ನಾಗರಿಕತೆಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಥಾನ ಮೌಲ್ಯ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.

- ಇಂದು ನಾವು ಪ್ರಪಂಚದಾದ್ಯಂತ ಬಳಸುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯು **ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ** (ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ **ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ** ಅಥವಾ **ಹಿಂದೂ–ಅರೇಬಿಕ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ** ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ). ಇದು (ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ) 10 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಅಂಕಿ 0 ಅನ್ನು ಇತರ ಅಂಕಿಗಳಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. 0 ಅನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಬಳಸುವುದರಿಂದ, ಈ ಪದ್ಧತಿಯು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿಸ್ಸಂದಿಗ್ಧವಾಗಿ ಸೀಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಬರೆಯಲು ಅನುವು ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವನ್ನು ಸಹ ಸಕ್ರಿಯಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಪದ್ಧತಿಯು ಸುಮಾರು 2000 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಹುಟ್ಟಿಕೊಂಡಿತು ಮತ್ತು ನಂತರ ಪ್ರಪಂಚದಾದ್ಯಂತ ಹರಡಿತು ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಮಾನವ ಇತಿಹಾಸದ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಆವಿಷ್ಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗಿದೆ.

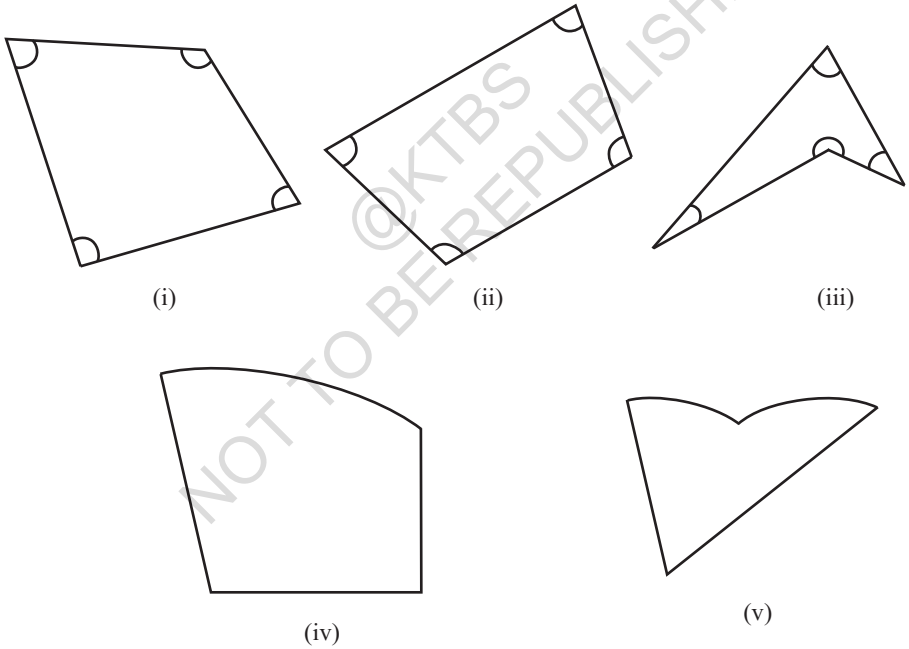
© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

4 ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

M3T3H1

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಆಕೃತಿಗಳ ಕೆಲವು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ವಿಧಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತೇವೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. 'ಚತುರ್ಭುಜ' ಎಂಬ ಪದವು ಲ್ಯಾಟಿನ್ ಪದಗಳಾದ– Quadri (ಕ್ವಾಡ್ರಿ) ಎಂದರೆ ನಾಲ್ಕು ಮತ್ತು latus (ಲಾಟಸ್) ಎಂದರೆ ಬಾಹುಗಳು ಎಂಬ ಪದಗಳಿಂದ ಬಳಸಲಾಗಿದೆ.

? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



(i) (ii) (iii)

(iv) (v)

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಚಿತ್ರ (i), (ii) ಮತ್ತು (iii) ಚತುರ್ಭುಜಗಳಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ಉಳಿದವುಗಳು ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲ. ಏಕೆ?

ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು ಎಂದರೆ ಅವುಗಳ ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನಗಳು ಎಂದು ಚಿತ್ರ (i), (ii) ಮತ್ತು (iii) ರಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಅತ್ಯಂತ ಪರಿಚಿತವಾದ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಾದ ಆಯತಗಳು ಮತ್ತು ವರ್ಗಗಳಿಂದ ನಾವು ಪ್ರಾರಂಭಿಸೋಣ.

4.1 ಆಯತಗಳು ಮತ್ತು ವರ್ಗಗಳು

ಆಯತಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಮಗೆ ಈಗಾಗಲೇ ತಿಳಿದಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ನಾವು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸೋಣ.

ಆಯತ : ಆಯತವು ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು ಅದರಲ್ಲಿ–

(i) ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಲಂಬಕೋನ (90^0) ಗಳಾಗಿವೆ ಮತ್ತು

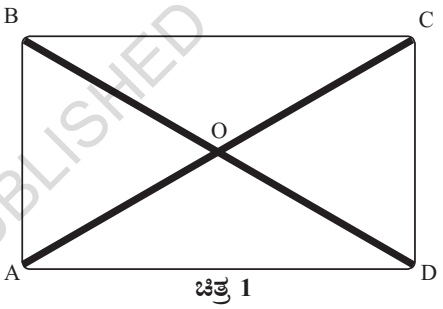
(ii) ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮನಾಗಿವೆ.

ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಆಯತ ಎಂದು ಕರೆಯಲು ಅದು ಪೂರೈಸಬೇಕಾದ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಅದರ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳುತ್ತದೆ.

? ಆಯತವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವ ಬೇರೆ ಮಾರ್ಗಗಳಿವೆಯೇ? ಈಗ ಆಯತಗಳ ರಚನೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

ಒಬ್ಬ ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್ (ಬಡಗಿಯ)ನ ಸಮಸ್ಯೆ

? ಒಬ್ಬ ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್ ಎರಡು ಸಣ್ಣ ಸಣ್ಣ ಮರದ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು, ಚಿತ್ರ 1 ರಂತೆ ಅವುಗಳ ತುದಿಗಳಲ್ಲಿ ದಾರವನ್ನು ಹಾಯಿಸಿದಾಗ ಅದು ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 1

ಅವಳ ಬಳಿ ಈಗಾಗಲೇ 8cm ಉದ್ದದ ಒಂದು ಪಟ್ಟಿಯಿದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ಪಟ್ಟಿಯ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು ಇರಬೇಕು? ಅವೆರಡನ್ನು ಎಲ್ಲೆಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬೇಕು?

ಮೊದಲು ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್ ಮಾಡಬೇಕಾದ ರಚನೆಯನ್ನು ಮಾದರಿಯನ್ನಾಗಿಸೋಣ. ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಂತೆ ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು. ಅವುಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳಾಗಿವೆ. ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಒಂದು ಆಯತವನ್ನಾಗಿಸಲು ನಾವು ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಬೇಕು.

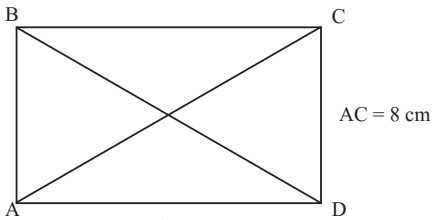
? 1. ಇನ್ನೊಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

? 2. ಆ ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದು ಯಾವುದು?

? 3. ಆ ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವು ಎಷ್ಟು ಇರಬೇಕು?

? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾಗಣಿತೀಯ ಕಾರಣ (ನಿರ್ಧಾರಕ) ಗಳೊಂದಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸೋಣ. ಅದು ಕಷ್ಟವೆಂದೆನಿಸಿದರೆ ಕೆಲವು ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ/ಅಳೆಯುವ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಿ.

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಹುಡುಕಲು, ನಾವು ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 2 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಅವುಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳು ಆಯತದ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವಂತೆ ಇಟ್ಟಿದ್ದೇವೆಂದು ಭಾವಿಸೋಣ.



ಚಿತ್ರ 2

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ನಿರ್ಧಾರಕ–1: ಇನ್ನೊಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವೆಷ್ಟು?

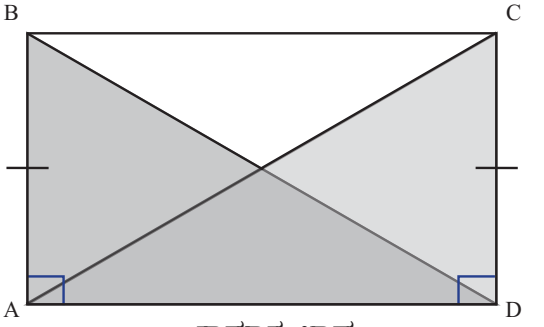
ಇದನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸಬಹುದು.

ABCD ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ

$AB = CD$

$\angle BAD = \angle CDA = 90°$

AD ಎಂಬುದು ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು.



ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು

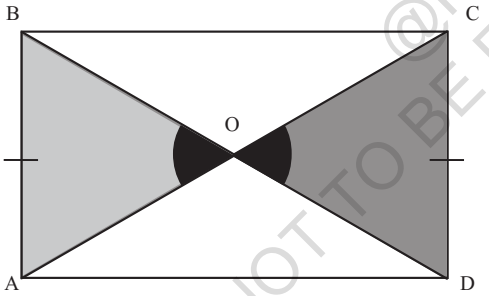
ಆದ್ದರಿಂದ, $\Delta ADC \cong \Delta DAB$ (SAS ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಬಂಧನೆಯಿಂದ)

ಆದ್ದರಿಂದ, $AC = BD$ ಏಕೆಂದರೆ ಅವು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳಾಗಿವೆ. ಇದು ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮನಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

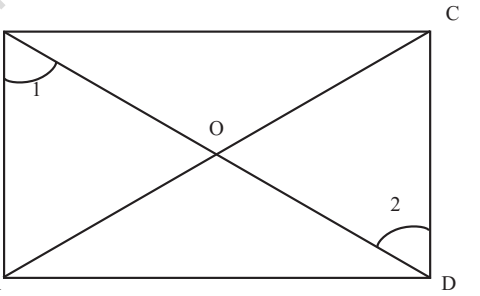
ಆದ್ದರಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ 8cm ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ನೀವು ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ / ಅಳತೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು.

ನಿರ್ಧಾರಕ–2: ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದು ಯಾವುದು?

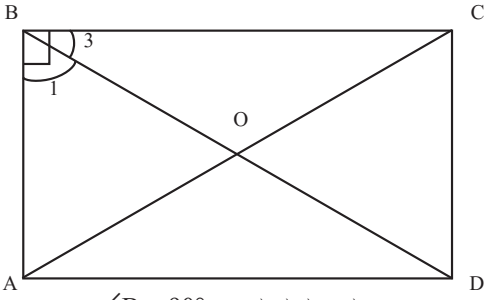
ಇದನ್ನು ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ OA ಮತ್ತು OC ಹಾಗೂ OB ಮತ್ತು OD ಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನಾವು ತಿಳಿಯಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಆಯತದ ಯಾವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು?



ಕಪ್ಪು ಬಣ್ಣದಿಂದ ಗುರುತಿಸಿರುವ ಕೋನಗಳು ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವು ಸಮನಾಗಿವೆ.

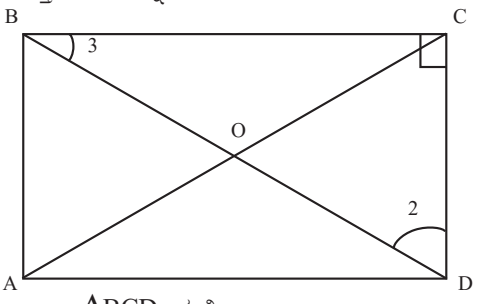


ಸರ್ವಸಮತೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ, $\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 2$ ಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಅವು ಸಮವಾಗಿವೆಯೇ?



$\angle B = 90°$, ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$\angle 3 + \angle 1 = 90°$.



ΔBCD, ಯಲ್ಲಿ

$\angle 3 + \angle 2 + 90 = 180$,

ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle 3 + \angle 2 = 90°$.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle 1 = \angle 2$ $(= 90° - \angle 3)$.

ಹಾಗಾಗಿ, ಕೋಕೋಬಾ (AAS) ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಬಂಧನೆಯಿಂದ $\Delta AOB \cong \Delta COD$.

ಆದ್ದರಿಂದ OA = OC ಮತ್ತು OB = OD, ಏಕೆಂದರೆ ಇವುಗಳು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳಾಗಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ O ಎಂಬುದು AC ಮತ್ತು BD ಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು.

ಇದು **ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.**

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಸಮನಾದ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು.

ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳು ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ದಾಟಿದರೆ ಅವು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. **ಒಂದು ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುವುದೆಂದರೆ ಅದನ್ನು ಎರಡು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುವುದು.**

ಕೆಲವು ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಛೇದಕ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವುದರಿಂದ ಈ ಗುಣವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬೇಕು.

(?) $\Delta AOD \cong \Delta COB$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಲು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದೇ?



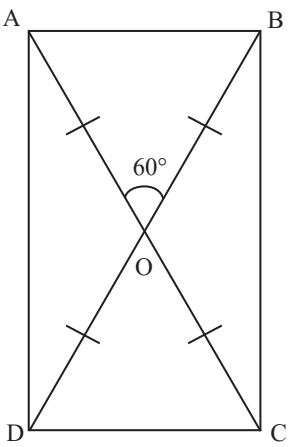
AO = CO (ಮೇಲೆ ಸಾಧಿಸಿದೆ)

$\angle AOB = \angle COD$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)

AD = CB

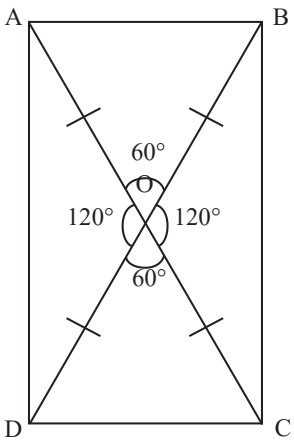
©KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

ನಿರ್ಧಾರಕ–3: ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನಗಳು ಯಾವುವು?



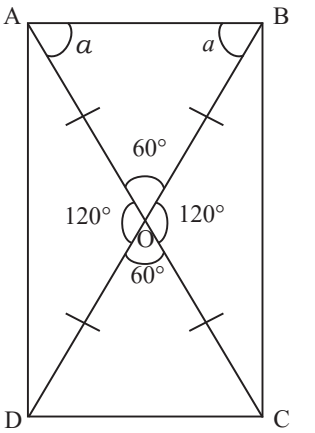
ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುವ ಎರಡು ಸಮನಾದ ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಕೋನ 60^0 ಇರುವಂತೆ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು ಎಂದು ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರದಿಂದ ನಾವು ಪರೀಕ್ಷಿಸೋಣ.

(?) ಉಳಿದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಾ?



ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ನಾವು ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ΔAOB ಯಲ್ಲಿ $OA = OB$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ. (a ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ)



? 'a' ದ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಾ?

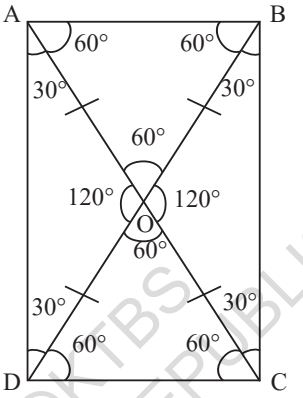
ΔAOB ಯಲ್ಲಿ

$a + a + 60° = 180°$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ)

ಆದ್ದರಿಂದ $2a = 120°$

$\therefore\ a = 60°$

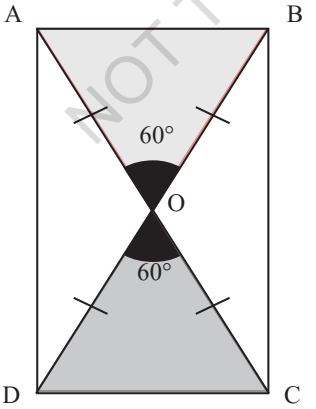
ಹಾಗೆಯೇ ಉಳಿದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

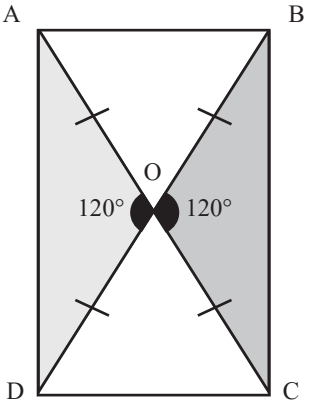


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ABCDಯು ಯಾವ ವಿಧದ ಚತುರ್ಭುಜ ಎಂದು ನಾವು ಈಗ ಗುರುತಿಸಬಹುದೇ?
ಇದರ ಕೋನಗಳು 90° ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. (30°+60°)

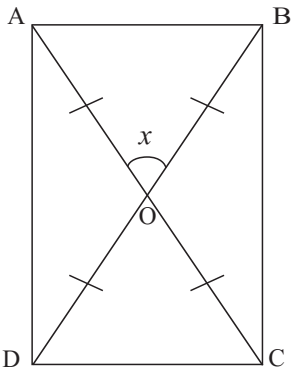
? ಇದರ ಬಾಹುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?





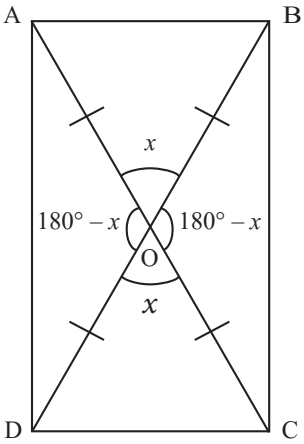
$\Delta AOB \cong \Delta COD$ ಮತ್ತು $\Delta AOD \cong \Delta COB$. ಆಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ. ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ $AB = CD$ ಮತ್ತು $AD = CB$.

ಇದು ಆಯತದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುವುದರಿಂದ ABCD ಯು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ.



? ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ABCD ಯು ಆಯತವಾಗಿಯೇ ಉಳಿಯುವುದೇ? ಇದನ್ನು ನಾವು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದೇ?

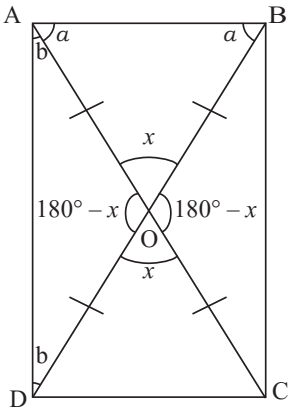
ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಒಂದು ಕೋನವನ್ನು x ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ.



ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳನ್ನು ನಾವು $x, x, 180^0 - x,$ ಮತ್ತು $180^0 - x$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

? ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ನೀವು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವಿರಾ?

ΔAOB ಯು ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದರ ಎರಡು ಪಾದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ a ಎಂದು ನಾವು ಬರೆಯಬಹುದು.



? x ನಲ್ಲಿರುವಂತೆ a ಬೆಲೆ (ಡಿಗ್ರಿಗಳಲ್ಲಿ) ಏನು?

ಇಲ್ಲಿ $a + a + x = 180^0$

(ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ)

$$2a = 180^0 - x$$

$$a = \frac{(180^0 - x)}{2} = 90^0 - \frac{x}{2}.$$

ಹಾಗೆಯೇ, ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ΔAOD ನಲ್ಲಿ ಪಾದ ಕೋನಗಳು b ಆಗಿರಲಿ.

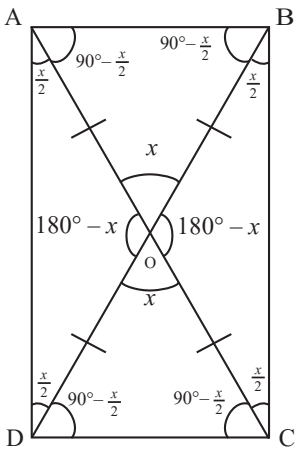
$$b + b + 180^0 - x = 180^0$$

$$2b = 180^0 - (180^0 - x)$$

$$2b = 180^0 - 180^0 + x$$

$$2b = x$$

$$b = \frac{x}{2}.$$



ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು a + b ಆಗಿವೆ. ಏಕೆಂದರೆ,

$$90^0 - \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 90^0.$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು 90^0 ಆಗಿವೆ.

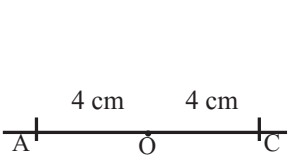
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

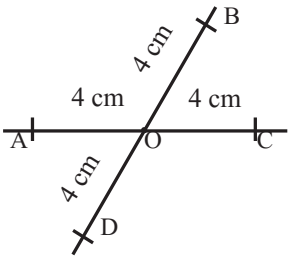
? AB ಮತ್ತು CD ಹಾಗೂ AD ಮತ್ತು BC ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

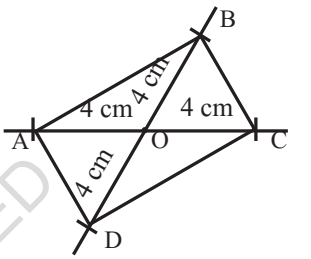
$\Delta AOB \cong \Delta COD$ ಮತ್ತು $\Delta AOD \cong \Delta COB$ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $AB = CD$ ಮತ್ತು $AD = CB$ ಇವು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಾಗಿವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನಗಳು ಎಷ್ಟೇ ಆಗಿರಲಿ, ಕರ್ಣಗಳು ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸಿದರೆ, ಉಂಟಾದ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ಕೋನವು 90° ಆಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ.

ಆಯತದ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಲು ಮರದ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದು ಈಗ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ! ಅವು ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಪರ್ಕ ಹೊಂದಿರಬೇಕು.









ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಆಯತಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಯುರೋಪಿನ ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್‌ಗಳು ಆಯತಾಕಾರದ ಚೌಕಟ್ಟನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ. ಆಫ್ರಿಕಾದ ಒಂದು ದೇಶವಾದ ಮೊಜಾಂಬಿಕ್‌ನಲ್ಲಿ ರೈತರು ಮನೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವಾಗ ಮನೆಯ ಅಡಿಪಾಯವನ್ನು ಆಯತಾಕಾರದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಪಡೆಯಲು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ

ನಾವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಿದಂತೆ, ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು, ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ತ್ರಿಕೋನಗಳಂತಹ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ವಸ್ತುಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯ ಮೂಲಕ ಪಡೆಯಬಹುದು. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ವಿಶೇಷ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸುತ್ತೇವೆ.

ನೀವು ಚತುರ್ಭುಜದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿದ ನಂತರ, ಒಂದು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಚತುರ್ಭುಜದ ರಚನೆ ಅಥವಾ ಚತುರ್ಭುಜದ ಆಕಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮೇಲ್ಮೈಯೊಂದಿಗೆ ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಒಳ್ಳೆಯದು.

ನಿರ್ಧಾರಕವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿದ್ದರೆ, ನೀವು ನೈಜ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅಳೆಯುವ ಮತ್ತು ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಗಮನಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪ್ರಯೋಗಿಸಬಹುದು. ಈ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳು ಗುಣಲಕ್ಷಣದ ಬಗ್ಗೆ ಉಪಯುಕ್ತ ಒಳನೋಟಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಜೊತೆಗೆ, ನಾವು ಒಂದು ಊಹೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ರೂಪಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ನಾವು ಹೆಚ್ಚು ಸಮಂಜಸವಾದ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡಬಹುದೇ ಹೊರತು, ಅದು ಯಾವಾಗಲು ಖಚಿತವಾದುದೆಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕೆಲವು ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಕರ್ಣಗಳು

ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಅಳತೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಗಮನಿಸುವುದು ಯಾವಾಗಲೂ ಹಾಗೆ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಅರ್ಥವಲ್ಲ – ನಾವು ರಚಿಸುವ 1000ನೇ ಆಯತವೂ ಸಹ ಈ ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದೇ? ಈ ಗುಣಲಕ್ಷಣದ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಖಚಿತವಾಗಿರಲು ಏಕೈಕ ಮಾರ್ಗವೆಂದರೆ, ನಿರ್ಧಾರಕ 2 ರಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದಂತೆ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು ಅಥವಾ ಸಾಬೀತುಪಡಿಸುವುದು.

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಟಿಪ್ಪಣಿ: ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಊಹಿಸಲು ಅಥವಾ ಸಮರ್ಥಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ನಿಧಾನವಾಗಿ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅದನ್ನು ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿದಾಗಲೆಲ್ಲಾ, ಅವರನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲು ಮತ್ತು ಗಮನಿಸಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ ಅಲ್ಲಿಯೇ ಇರುವ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅವರ ಅಂತಃಪ್ರಜ್ಞೆಯನ್ನು ಬಳಸಲು ತಿಳಿಸಿ.

ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್ ಸಮಸ್ಯೆಯು ಆಯತಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆಯೂ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದು ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ಆಯತ: ಆಯತವು ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಅದರ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಈ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವು ಹಿಂದಿನದಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಭಿನ್ನವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಎರಡೂ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಬಿಂಬಿಸುತ್ತವೆ. ಇದಲ್ಲದೆ, ಮೊದಲ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಸರಳೀಕರಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಅದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

? ಹಿಂದಿನ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನದಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಆಯತವು (a) ಸಮನಾದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಮತ್ತು (b) ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90° ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಿದ್ದೇವೆ. ಒಂದು ಆಯತದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90° ಇರುವ ಚತುರ್ಭುಜ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವ ಹೇಳಿಕೆ ತಪ್ಪಾಗುತ್ತದೆಯೇ?

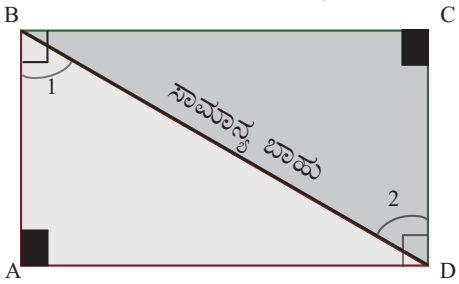
? ಈ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವು ಅಪೂರ್ಣವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನೀವು ಭಾವಿಸಿದರೆ, ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90° ಆದರೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಅಸಮವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ನಿಮಗೆ ಅಂತಹ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಇದು ಏಕೆ ಅಸಾಧ್ಯ ಎಂಬುದನ್ನು ಈಗ ಸಾಬೀತುಪಡಿಸೋಣ.

ನಿರ್ಧಾರಕ–4: ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90° ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜದ ಆಕಾರ ಯಾವುದು?

? 90° ಅಳತೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಅಂತಹ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

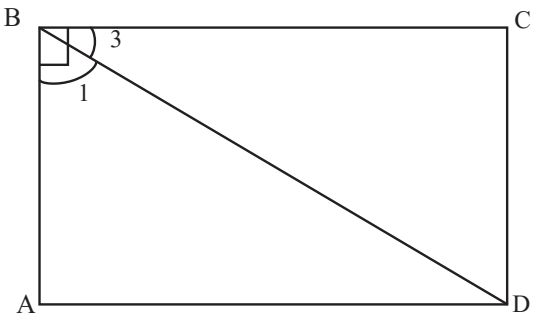


BD ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ΔBAD ಮತ್ತು ΔDCB ಸರ್ವಸಮವೆಂದು ತೋರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ನಾವು ಸಮರ್ಥಿಸಬಹುದೇ?

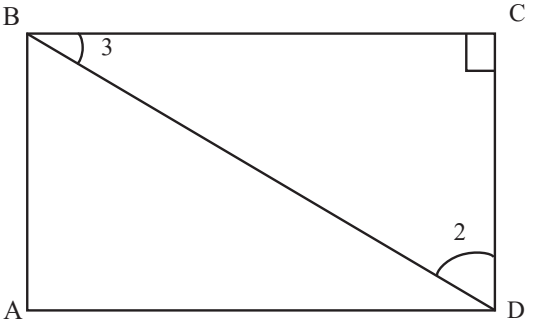
ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮಾನತೆಗಳನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಕಾಣಬಹುದು. $\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 2$ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

ನಿರ್ಧಾರಕ–2 ರಲ್ಲಿ ನಾವು ಇದೇ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನಿಭಾಯಿಸಿದ್ದೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ನಾವು ಇಲ್ಲಿಯೂ ಅದೇ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

© KSTBB NOT TO BE REPUBLISHED



$\angle B = 90°$, ಆಗಿರುವುದರಿಂದ,
$\angle 3 + \angle 1 = 90°$.



ΔBCD, ಯಲ್ಲಿ
$\angle 3 + \angle 2 + 90° = 180°$,
ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle 3 + \angle 2 = 90°$.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle 1 = \angle 2$

ಹೀಗಾಗಿ,

ಕೋಕೋಬಾ (AAS) ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಬಂಧನೆಯಿಂದ, $\Delta BAD \cong \Delta DCB$

ಆದ್ದರಿಂದ, AD = CB ಮತ್ತು DC = BA ಇವು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಾಗಿವೆ.

(?) $\Delta BAD \cong \Delta CDB$ ಎಂದು ಬರೆಯುವುದು ತಪ್ಪಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಏಕೆ?

ಈಗ, ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಲಂಬಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಅವುಗಳ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಾವು ಸಾಧಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸರಳವಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದು –

ಆಯತ: ಆಯತವು ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90° ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

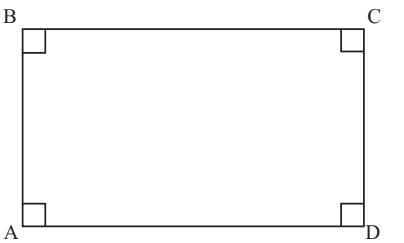
ನಾವು ಆಯತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡೋಣ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 1: ಆಯತದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90° ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 2: ಆಯತದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ.

(?) ಆಯತದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆಯೇ? ಅವು ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ಹಾಗೆ ಕಾಣುತ್ತವೆ. ಈ ಸಂಗತಿಯನ್ನು ಛೇದಕದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಮರ್ಥಿಸಬಹುದು.

AB ಯು AD ಮತ್ತು BC ಗಳಿಗೆ ಛೇದಕವಾಗಿ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು $\angle A + \angle B = 90° + 90° = 180°$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿದ್ದರೆ, ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಅಂಶವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಾವು AD ಮತ್ತು BC ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು, ಅದನ್ನು ನಾವು AD || BC ಎಂದು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತೇವೆ.

NOT TO BE REPUBLISHED © KTBS

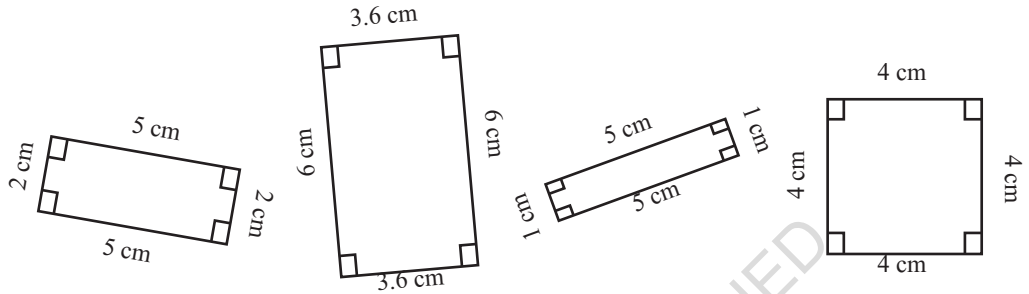
AB ಯು DC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿದೆ (AB || DC) ಎಂದು ನೀವು ಅದೇ ರೀತಿ ತೋರಿಸಬಹುದೇ?

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 3: ಆಯತದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 4: ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಆಯತ

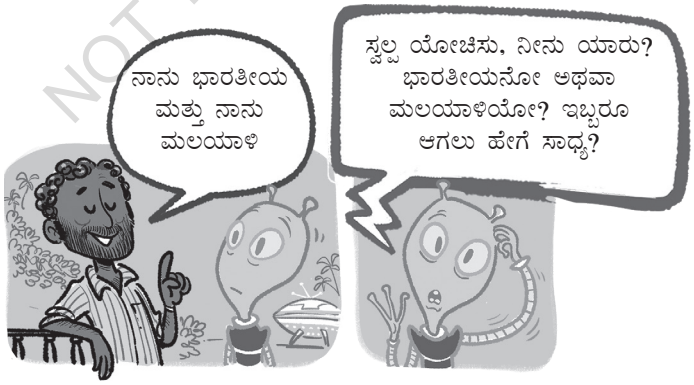
ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ, ಆಯತವಲ್ಲದ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಯಾವುದಾದರೂ ಇವೆಯೇ?



(i) (ii) (iii) (iv)

ಎಲ್ಲಾ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು (iv) ನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ಆಯತಗಳಾಗಿವೆ. ಚತುರ್ಭುಜ (iv) ಒಂದು ಆಯತ ಏಕೆಂದರೆ ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90° ಆಗಿರುತ್ತವೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಇದು ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಿಶೇಷ ರೀತಿಯ ಆಯತವಾಗಿದೆ. ಈ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಚೌಕ ಎಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

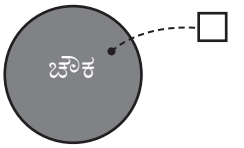
ಚೌಕ: ಚೌಕವು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90° ಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೌಕವೂ ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ, ಆದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಯತವು ಚೌಕವಲ್ಲ.



ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವೆನ್‌ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು. ನಾವು ಈ ರೇಖಾನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಈ ಹಿಂದೆ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ವೆನ್‌ನಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ, ವಸ್ತುಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ಆವೃತ ವಕ್ರರೇಖೆಯೊಳಗಿನ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ವಿಶಿಷ್ಟವಾಗಿ, ಈ ಆವೃತ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳು ಅಂಡಾಕಾರಗಳು ಅಥವಾ ವೃತ್ತಗಳಾಗಿವೆ.

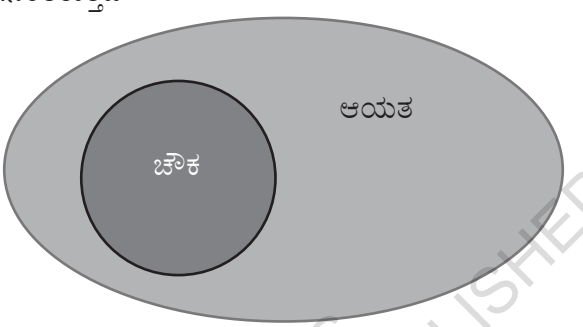
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಎಲ್ಲಾ ಚೌಕಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ಹೀಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ

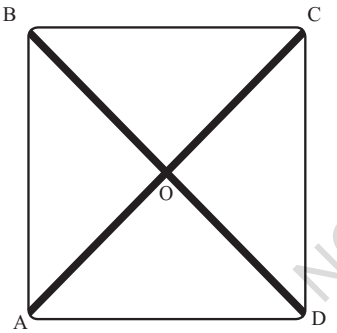


ಆ ಪ್ರದೇಶದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವು ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ, ಆ ಮೂಲಕ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಭಾವ್ಯ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೌಕವು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಈ ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳ ವೆನ್ ರೇಖಾನಕ್ಷೆಯ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಯು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರುತ್ತದೆ –



? ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ಮರದ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ತುದಿಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ದಾರವು ಚೌಕವನ್ನು ರೂಪಿಸುವಂತೆ ಇರಿಸಬೇಕಾದರೆ, ಏನು ಮಾಡಬೇಕು?



ಹಿಂದಿನ ಪ್ರಕರಣದಂತೆ, 8cm ಉದ್ದದ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

ಆಯತದ ಪ್ರಕರಣಕ್ಕೆ ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವಾಗ, ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90° (ಮತ್ತು ಸಮಾನ ಉದ್ದದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು) ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಲು, ಕರ್ಣಗಳನ್ನು –

i) ಅವು ಸಮಾನ ಉದ್ದಗಳಾಗಿರುವಂತೆ ಮತ್ತು

ii) ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುವಂತೆ ಎಳೆಯಬೇಕು ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ.

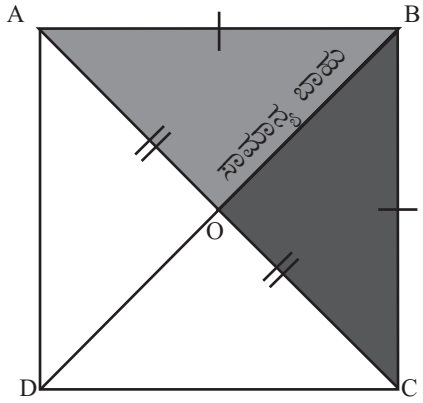
? ಸಮನಾದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಇನ್ನೇನು ಮಾಡಬೇಕು? ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಸಾಧಿಸಬಹುದೇ? ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನೀವು ಕಾರಣೀಕರಿಸಬಹುದೇ ಮತ್ತು / ಅಥವಾ ಪ್ರಯೋಗಿಸಬಹುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಯೋಚಿಸಿ ನೋಡಿ!

ನಿರ್ಧಾರಕ 5 – ಕರ್ಣಗಳಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ ಕೋನ ಹೇಗಿರಬೇಕು?

ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು! ನಾವು ಸಮಾನ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸಿ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವಂತೆ ಸೇರಿಸುತ್ತೇವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ನಾವು ಚೌಕವನ್ನು ABCD ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ಕರ್ಣಗಳಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಸರ್ವಸಮತೆಗಾಗಿ ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕಾದ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಯಾವುವು?



ಸರ್ವಸಮತೆ SSS ನಿಬಂಧನೆಯಿಂದ, $\Delta BOA \cong \Delta BOC$ ಆಗಿದೆ.

(?) ಕರ್ಣಗಳಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ $\angle BOA$ ಮತ್ತು $\angle BOC$ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಇದನ್ನು ಬಳಸಬಹುದೇ?

ಈ ಕೋನಗಳು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅವು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಇದಲ್ಲದೆ, ಈ ಕೋನಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಸರಳ ಕೋನವನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $\angle BOA + \angle BOC = 180°$. ಹೀಗಾಗಿ, ಈ ಕೋನಗಳು ತಲಾ 90^0 ಆಗಿರಬೇಕು.

ಇದು ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರರ್ಥ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಉದ್ದಗಳಿರುವಂತೆ ಮತ್ತು ಲಂಬ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುವಂತೆ ಎಳೆಯಬೇಕು. ಕರ್ಣಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಚತುರ್ಭುಜದ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವುದರಿಂದ, ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಸೇರಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ ಒಂದು ಚೌಕ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

? ಈ ಸಂಗತಿಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, 8cm ಉದ್ದದ ಕರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಚೌಕದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು

ಚೌಕವು ಒಂದು ವಿಶೇಷ ರೀತಿಯ ಆಯತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಆಯತದ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಚೌಕಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತವೆ.

? ನಿರ್ಧಾರಕ–1 ಮತ್ತು ನಿರ್ಧಾರಕ–2 ರಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯ ಮೂಲಕ ಇದು ನಿಜವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಮತ್ತು ಅವು ಚೌಕಕ್ಕೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತವೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 1: ಚೌಕದ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 2: ಚೌಕದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

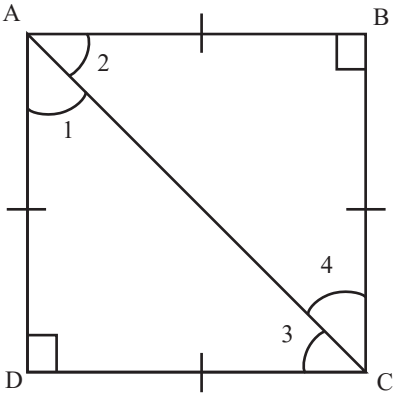
ಗುಣಲಕ್ಷಣ 3: ಚೌಕದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು $90°$ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 4: ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅವು $90°$ ಕೋನದಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಚೌಕದ ಇನ್ನೊಂದು ವಿಶೇಷ ಗುಣವಿದೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 4$ ರ ಅಳತೆಗಳು ಯಾವುವು? ಇದನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ನೀವು ಕಾರಣೀಕರಿಸಬಹುದೇ ಮತ್ತು/ಅಥವಾ ಪ್ರಯೋಗಿಸಬಹುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



ΔADC ಯಲ್ಲಿ,

$\angle 1 + \angle 3 + 90° = 180°$

$AD = DC$, ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle 1 = \angle 3$ ಆಗಿದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle 1 = \angle 3 = 45°$,

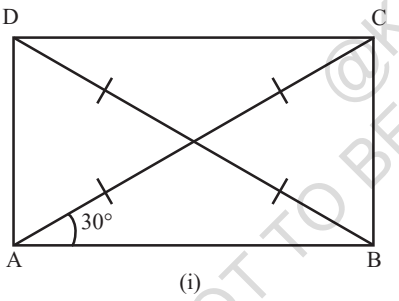
ಅದೇ ರೀತಿ, $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 4$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹೀಗಾಗಿ, ನಮಗೆ ಒಂದು ಚೌಕದ ಮತ್ತೊಂದು ಗುಣವನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ.

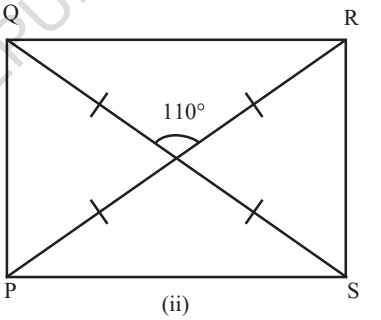
ಗುಣಲಕ್ಷಣ 5: ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಚೌಕದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಅರ್ಧಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ. ಇದನ್ನು ಹೀಗೆಯೂ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು – ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಚೌಕದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

? **ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

1. ಕೆಳಗಿನ ಆಯತಗಳ ಇತರೆ ಎಲ್ಲಾ ಒಳಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



(i)



(ii)

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. 8cm. ಸಮಾನ ಉದ್ದದ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತು ಈ ಕೋನದಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

(i) 30° (ii) 40° (iii) 90° (iv) 140°

3. 'O' ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. PL ಮತ್ತು AM ರೇಖೆಯ ಭಾಗಗಳು ವೃತ್ತದ ಎರಡು ಲಂಬ ವ್ಯಾಸಗಳಾಗಿವೆ. APML ಆಕೃತಿ ಯಾವುದು? ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಾರಣ ಮತ್ತು / ಅಥವಾ ಪ್ರಯೋಗವೇನು?

4. ಕಾಗದದ ಮಡಚುವಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 90° ಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಪಡೆಯುವುದು ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ, ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಕಾಗದವಿಲ್ಲ ಆದರೆ ಸಮಾನ ಉದ್ದದ ಎರಡು ಕಡ್ಡಿಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ದಾರವಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಇವುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಾವು ನಿಖರವಾದ 90° ಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡಬಹುದು?



5. ಆಯತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಲ್ಲಿ ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಇದನ್ನು ಆಯತದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದೇ? ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚತುರ್ಭುಜವು ಸಮಾಂತರ ಮತ್ತು ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯೇ?

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

4.2 ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳು

? ಮೂರು ಕೋನಗಳು $90°$ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕನೇ ಕೋನವು $90°$ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರದ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

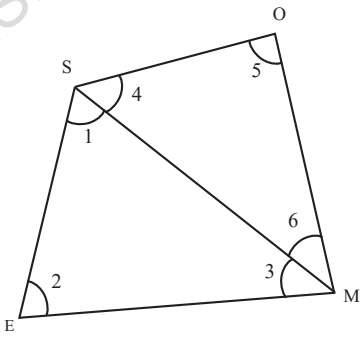
ರಚನೆಗಳ ಮೂಲಕ ಇದು ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿರಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು.

? ಆದರೆ ಏಕೆ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ?

ಇದು ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣದಿಂದಾಗಿ ಅವುಗಳ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು $180°$ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದಲ್ಲಿ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಸಾಮ್ಯತೆ ಇದೆ.

SOME ಎಂಬ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. SM ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ನಮಗೆ ΔSEM ಮತ್ತು ΔSOM ಎಂಬ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ.



Δ SEM ನಲ್ಲಿ, ನಮಗೆ

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$ ಇರುತ್ತದೆ.

ಮತ್ತು Δ SOM ನಲ್ಲಿ, $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180°$ ಇರುತ್ತದೆ.

ಎಲ್ಲಾ ಆರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ನಮಗೆ ಏನು ಸಿಗುತ್ತದೆ?

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180° + 180° = 360°$ ಇರುತ್ತದೆ.

ಅಥವಾ, $(\angle 1 + \angle 4) + (\angle 3 + \angle 6) + \angle 2 + \angle 5 = 360°$ ಇರುತ್ತದೆ.

$(\angle 1 + \angle 4)$, $(\angle 3 + \angle 6)$, $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 5$ ಈ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ನಮಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಫಲಿತಾಂಶ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಯಾವುದೇ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $360°$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ನಾಲ್ಕನೇ ಕೋನವು ಲಂಬ ಕೋನವಲ್ಲದಿದ್ದರೂ, ಚತುರ್ಭುಜವು ಮೂರು ಲಂಬ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದು ಅಸಾಧ್ಯ ಎಂಬುದನ್ನು ಇದು ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ.

4.3 ಸಮಾಂತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಹೆಚ್ಚಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

ಆಯತಗಳು (ಹಾಗೆಯೇ ಚೌಕಗಳು) ಸಮಾಂತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

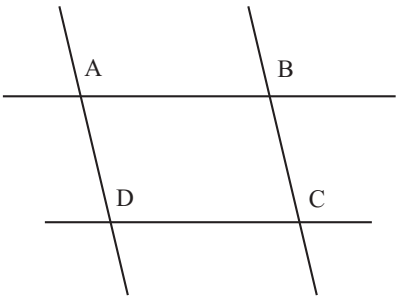
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಆಯತಗಳಲ್ಲದ ಸಮಾಂತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಿವೆಯೇ?

ಈ ರೀತಿಯೊಂದನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

ಎರಡು ಜೋಡಿ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು, ಅವುಗಳು ಲಂಬವಾಗಿ ಛೇದಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಖಚಿತಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

? ರೂಲರ್ ಮತ್ತು ಸೆಟ್–ಸ್ಕ್ವೇರ್ ಅಥವಾ ಕೈವಾರ ಮತ್ತು ರೂಲರ್ ಬಳಸಿ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಮೂಲಕ ಅಂತಹ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.



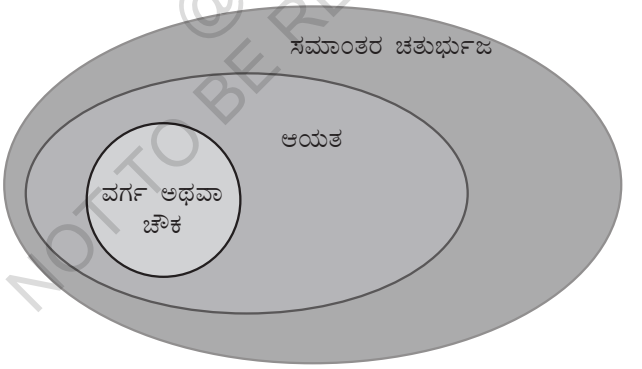
ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇದು ಸಮಾಂತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಆದರೆ ಅದು ಆಯತವಲ್ಲ.

ಹೀಗಾಗಿ, ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಗುಂಪು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆ. ಅಂತಹ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು **ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ಆಯತವು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವೇ?

ಒಂದು ಆಯತವು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಇದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಪೂರೈಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಇದು ನಿಜಕ್ಕೂ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ. ಹೆಚ್ಚು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಒಂದು ಆಯತವು $90°$ ಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಿಶೇಷ ರೀತಿಯ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.

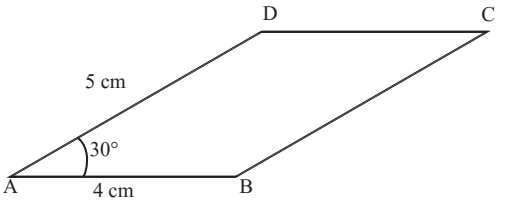
ವೆನ್‌ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸೋಣ..



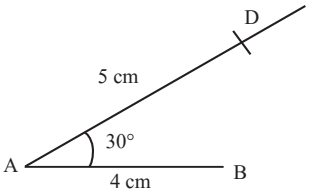
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು, ನಾವು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸೋಣ.

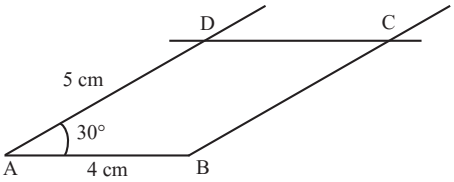
? 4cm ಮತ್ತು 5cm ಉದ್ದದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವೆ $30°$ ಕೋನವಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಹಂತ 1: AB = 4cm ಮತ್ತು AD = 5cm ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ 30° ಕೋನವಿರುವಂತೆ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಹಂತ 2: D ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ AB ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಮತ್ತು B ಮೂಲಕ AD ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು C ಎಂದು ಗುರುತಿಸಿ.



ABCD ಬೇಕಾಗಿರುವ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.

? ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳು ಯಾವುವು? ಉಳಿದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಎಷ್ಟು? ಇವುಗಳನ್ನು ನೀವು ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಮತ್ತು/ಅಥವಾ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ ಎಂದು ನೋಡಿ.

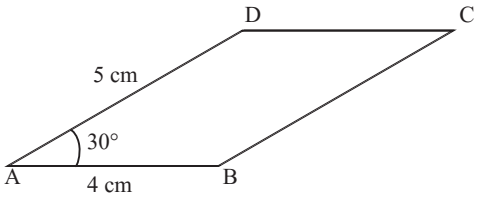
ನಿರ್ಧಾರಕ 6 – ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯಲ್ಲಿ, AB || CD ಮತ್ತು AD ಯು ಅವುಗಳಿಗೆ ಛೇದಕ ರೇಖೆಯಾಗಿದೆ.

$\angle A + \angle D = 180°$ (ಛೇದಕ ರೇಖೆಯ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ).

ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle D = 180 - \angle A = 180 - 30 = 150°$.

ಅದೇ ರೀತಿ, AD || BC ಮತ್ತು AB ಮತ್ತು CD ಗಳು ಅವುಗಳಿಗೆ ಛೇದಕರೇಖೆಗಳಾಗಿವೆ.



ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle A + \angle B = 180°$

$\angle C + \angle D = 180°$

ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ $\angle B = 150°$ ಮತ್ತು $\angle C = 30°$ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಈ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ, ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಮತ್ತು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A + \angle D = 180°$, $\angle C + \angle D = 180°$ ಮತ್ತು $\angle B + \angle C = 180°$

ಮತ್ತು $\angle A = \angle C$ ಮತ್ತು $\angle B = \angle D$

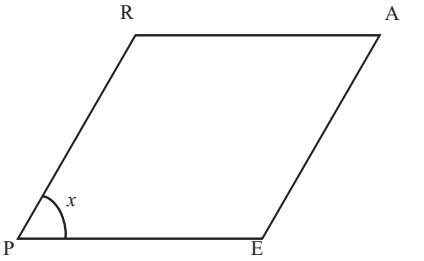
ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಛೇದಕ ರೇಖೆಯ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಒಳಕೋನಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವು 180° ಆಗಿರಬೇಕು.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(?) ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಹೇಳುವಿರಿ? ಎಲ್ಲಾ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅವು ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತವೆಯೇ? ಹೌದು ಎಂದಾದರೆ, ನಾವು ಹೇಗೆ ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು?

ಆ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು x ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಇತರ ಕೋನಗಳು ಯಾವುವು?



$\angle P + \angle R = 180°$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ,

$\angle R = 180° - \angle P = 180° - x.$

ಅದೇ ರೀತಿ $\angle A + \angle R = 180°$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ,

$\angle A = 180° - \angle R = 180° - (180° - x) = 180° - 180° + x = x.$

ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle P = \angle A = x.$

ಅದೇ ರೀತಿ, ನಾವು $\angle R = \angle E = 180° - x$ ಎಂದು ನಿರ್ಣಯಿಸಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಇದು **ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ** ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

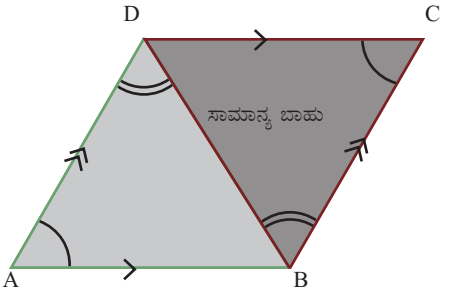
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(?) ನಿರ್ಧಾರಕ 7 – ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ, ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ ಎಂದು ತೋರುತ್ತದೆ.

ಇದನ್ನು ತೋರಿಸಲು ನಾವು ಮತ್ತೆ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಬಳಸಬಹುದೇ? ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಯಾವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು?

ΔABD ಮತ್ತು ΔCDB ಯಲ್ಲಿ, ಒಂದೇ ಕಂಸದಿಂದ ಗುರುತಿಸಲಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.



AD || BC ಮತ್ತು BD ಇದಕ್ಕೆ ಛೇದಕ ರೇಖೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಎರಡು ಕಂಸಗಳಿಂದ ಗುರುತಿಸಲಾದ ಕೋನಗಳು ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

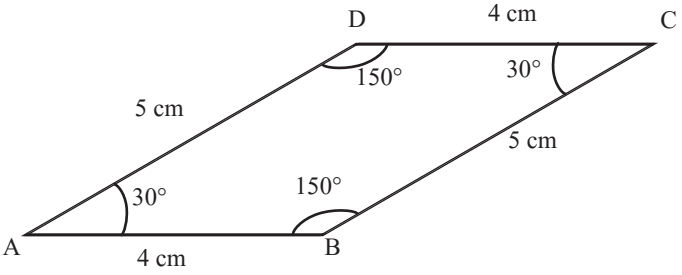
ಆದ್ದರಿಂದ, ಕೋಕೋಬಾ (AAS) ನಿಬಂಧನೆಯಿಂದ, ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿವೆ, ಅಂದರೆ, $\Delta ABD \cong \Delta CDB$

ಆದ್ದರಿಂದ, $AD = CB$ ಮತ್ತು $AB = CD$

ಹೀಗಾಗಿ, **ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತವೆ.**

$\Delta ABD \cong \Delta CBD$ ಎಂದು ಬರೆಯುವುದು ತಪ್ಪಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಏಕೆ?

ಈ ನಿರ್ಧಾರಕಗಳಿಂದ ನಾವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಉಳಿದ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.



ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡೋಣ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 1: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 2: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 3: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ, ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180° ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

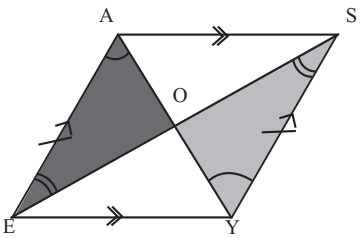
? ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆಯೇ? ನೀವು ರಚಿಸಿದ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದೊಂದಿಗೆ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿರಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

? ಅವುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆಯೇ (ಅವುಗಳು ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೇ)? ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಾರಣ ಮತ್ತು/ಅಥವಾ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾಗಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ನಿರ್ಧಾರಕ 8 – ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳ ಛೇದಕ ಬಿಂದು ಯಾವುದು?

ಆಯತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ EASY ದಲ್ಲಿ ΔAOE ಮತ್ತು ΔYOS ಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವ ಮೂಲಕ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೇ ಎಂದು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.



AE = YS (ಅವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ)

ಒಂದೇ ಕಂಸವನ್ನು ಬಳಸಿ ಗುರುತಿಸಲಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಗುರುತಿಸಲಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ, ಏಕೆಂದರೆ ಅವು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, ಕೋಬಾಕೋ (ASA) ನಿಬಂಧನೆಯ ಪ್ರಕಾರ, ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿವೆ.

ಅಂದರೆ, $\Delta AOE \cong \Delta YOS$

ಆದ್ದರಿಂದ, OA = OY ಮತ್ತು OE = OS ಏಕೆಂದರೆ ಅವು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪವಾದ ಭಾಗಗಳಾಗಿವೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, O ಎಂಬುದು ಎರಡೂ ಕರ್ಣಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿದೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? $\Delta AOE \cong \Delta SOY$ ಎಂದು ಬರೆಯುವುದು ತಪ್ಪಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಏಕೆ?

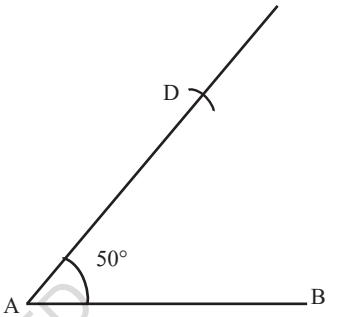
ಗುಣಲಕ್ಷಣ 4: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

? ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೇ?

4.4 ಸಮಾನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

ಚೌಕಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಮಾನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಾಗಿವೆಯೇ? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮೂಲಕ ಅನ್ವೇಷಿಸೋಣ.

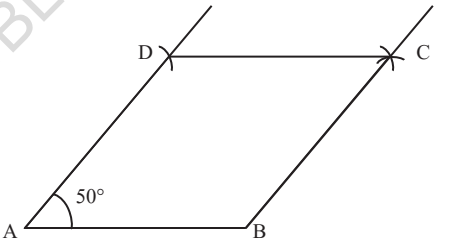
ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರದ AD ಮತ್ತು AB ಎಂಬ ಎರಡು ಸಮಾನ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



? ಈ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೇ ಉದ್ದವಾಗಿರುವಂತೆ ನಾವು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಬಹುದೇ?

B ಮತ್ತು D ಯಿಂದ AB (ಅಥವಾ AD) ಗೆ ಸಮವಾದ ಅಂತರವಿರುವ C ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು ಕೈವಾರವನ್ನು ಬಳಸಿ, AB ಯನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ಈ ಉದ್ದವನ್ನು ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, B ಮತ್ತು D ಯಿಂದ ಕಂಸಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ.

ಈಗ ನಮಗೆ ಸಮಾನ ಪಾರ್ಶ್ವದೂರಗಳು ಮತ್ತು ಅದರ ಒಂದು ಕೋನ 50° ಇರುವ ಚತುರ್ಭುಜವಿರುವುದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. 180° ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಯಾವುದೇ ಕೋನವನ್ನು (50° ಬದಲಿಗೆ) ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ನಾವು ಅಂತಹ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಬಹುದಿತ್ತು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

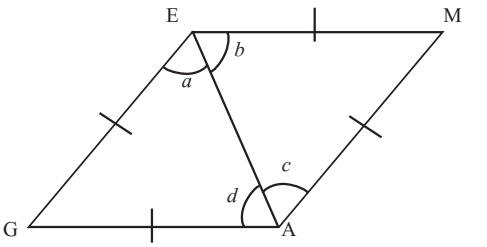


ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೇ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ.

? ನಾವು ರಚಿಸಿದ ವಜ್ರಾಕೃತಿ ABCD ಯ ಇತರ ಕೋನಗಳು ಯಾವುವು? ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಾರಣ ಮತ್ತು/ಅಥವಾ ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಿ.

ನಿರ್ಧಾರಕ 9 – ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

ವಜ್ರಾಕೃತಿ GAME ಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.



ΔGAE ನಲ್ಲಿ, GE = GA, a = d

ಹಾಗೆಯೇ, ΔMAE ನಲ್ಲಿ, ME = MA, b = c,

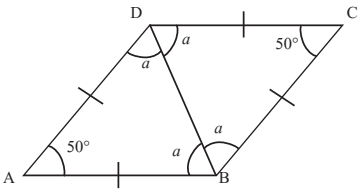
? $\Delta GAE \cong \Delta MAE$ ಎಂದು ಕಾಣಬಹುದು (ಹೇಗೆ?)

ಆದ್ದರಿಂದ, a = b, c = d ಮತ್ತು $\angle G = \angle M$ (ಅವು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪವಾದ ಭಾಗಗಳಾಗಿವೆ).

© KSEEB NOT TO BE REPUBLISHED

ಹೀಗಾಗಿ, ನಮಗೆ $a = b = c = d$ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಸಂಗತಿಗಳು ಯಾವುದೇ ವಜ್ರಾಕೃತಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತವೆ. ನಾವು ಮೊದಲು ನಿರ್ಮಿಸಿದ ವಜ್ರಾಕೃತಿ ABCDಗೆ ಇವುಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸೋಣ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಕರ್ಣದಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ ನಾಲ್ಕು ಸಮಾನ ಕೋನಗಳು a ಆಗಿರಲಿ.



ΔADB ಯಲ್ಲಿ,

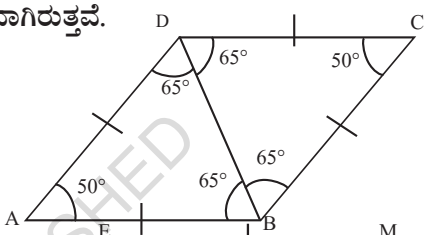
$a + a + 50 = 180°$ ಆಗಿದೆ.

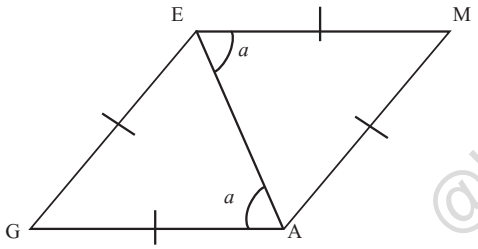
ಆದ್ದರಿಂದ $a = 65°$.

ಹೀಗಾಗಿ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ ABCD ಯ ಕೋನಗಳು 50°, 130°, 50° ಮತ್ತು 130° ಆಗಿವೆ.

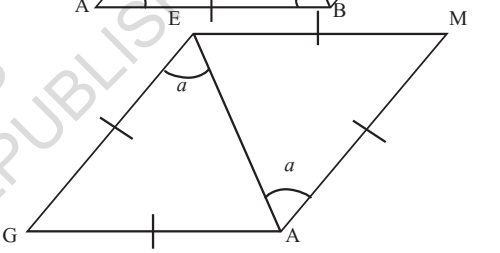
ಆದ್ದರಿಂದ, ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ ABCD ಯ ಇತರ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಮಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ಮಾರ್ಗವಿದೆ. ಸಾಮಾನ್ಯ ವಜ್ರಾಕೃತಿ GAME ದಲ್ಲಿ, ಕರ್ಣದಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ತೋರಿಸಿದ್ದೇವೆ.



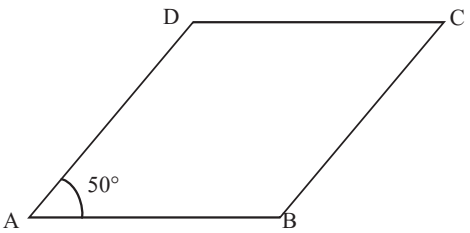


EM ಮತ್ತು GA ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅದರ ಛೇದಕ AE ಅನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, EM || GA.



ಅದೇ ರೀತಿ GE ಮತ್ತು AM ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಅದರ ಛೇದಕ AE ಅನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, GE||AM.

ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, GAME ಯೂ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ, ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ವಜ್ರಾಕೃತಿಗೂ ಸಹ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತವೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಮತ್ತು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ (ನಿರ್ಧಾರಕ 6 ರಲ್ಲಿನ ವಾದಗಳನ್ನು ವಜ್ರಾಕೃತಿಗೂ ಸಹ ಅನ್ವಯಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ!).



ಹೀಗಾಗಿ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ ABCD ಯಲ್ಲಿ,

$$\angle A = \angle C = 50° \text{ ಮತ್ತು}$$

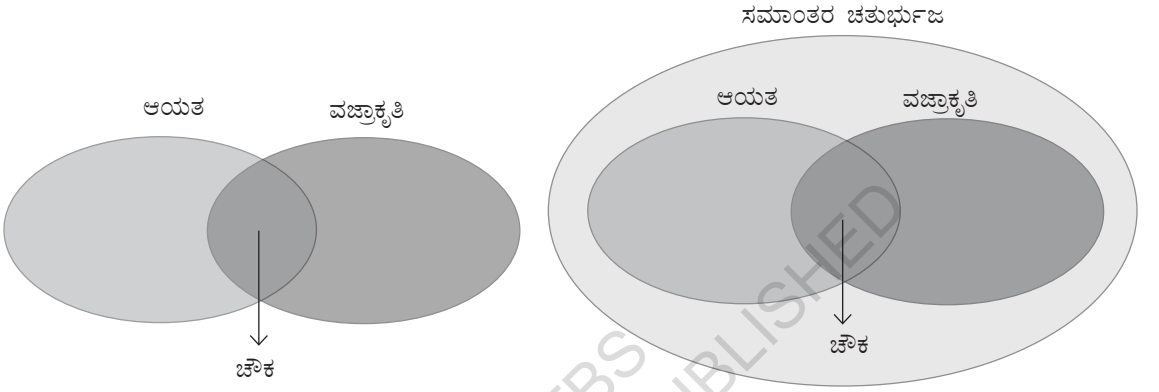
$$\angle D = \angle B = 180 - 50 = 130°.$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ, ಮತ್ತು ಒಂದು ಆಯತವು ಸಹ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ. ವೆನ್‌ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು?

? ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಚೌಕಗಳ ಗುಂಪು ಎಲ್ಲಿ ಸಿಗುತ್ತದೆ?

ಒಂದು ಚೌಕವು ಒಂದು ಆಯತ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಒಂದು ಚೌಕದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಒಂದು ಚೌಕವು ಸಹ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ. ಇದಲ್ಲದೆ, ಒಂದು ಚೌಕದ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೇ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ, ಒಂದು ಚೌಕವು ಸಹ ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ವೆನ್‌ನಕ್ಷೆಯು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರುತ್ತದೆ.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡೋಣ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 1: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 2: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 3: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180° ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅಭಿಮುಖಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

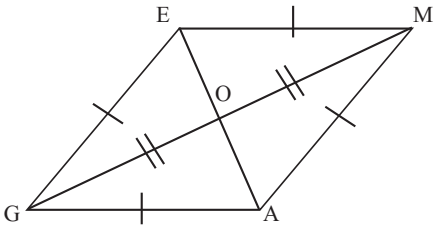
? ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆಯೇ?

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 4: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 5: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಅದರ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

? ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೇ? ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು/ಅಥವಾ ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಿ!

ನಿರ್ಧಾರಕ 10 – ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಅವುಗಳ ಛೇದಕ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ರೂಪುಗೊಂಡ ಕೋನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?



(?) ವಜ್ರಾಕೃತಿ GAME ನಲ್ಲಿ, ನಮಗೆ

$\Delta GEO \cong \Delta MEO$ ಇದೆ (ಏಕೆ?).

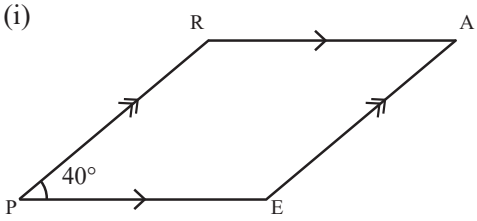
ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle GOE = \angle MOE$, ಏಕೆಂದರೆ ಅವು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳಾಗಿವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ $180°$ ಆಗುವುದರಿಂದ, ಅವು ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ $90°$ ಆಗಿರಬೇಕು.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 6: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು $90°$ ಕೋನದಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

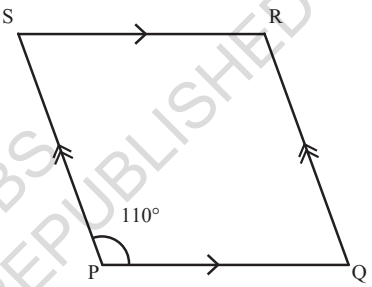
(?) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

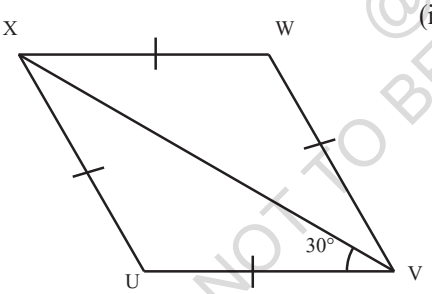
(i)



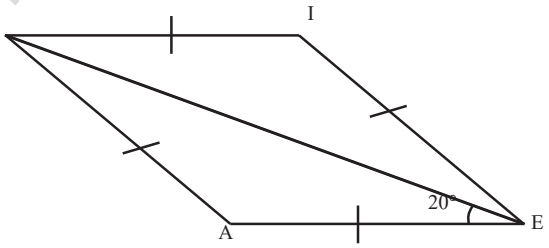
(ii)



(iii)



(iv)



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, 7cm ಮತ್ತು 5cm ಉದ್ದದ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತು $140°$ ಕೋನದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

3. ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, 4cm ಮತ್ತು 5cm ಉದ್ದದ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

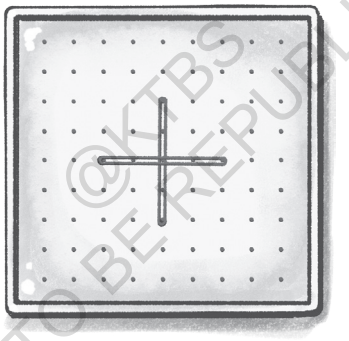
4.5 ಚತುರ್ಭುಜಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಟವಾಡುವುದು

ಜಿಯೋಬೋರ್ಡ್ ಚಟುವಟಿಕೆ

ಜಿಯೋಬೋರ್ಡ್ (ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಹಲಗೆ) ಮತ್ತು ಕೆಲವು ರಬ್ಬರ್ ಬ್ಯಾಂಡ್‌ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ನಿಮ್ಮ ಬಳಿ ಇವು ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಪುಸ್ತಕದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ಡಾಟ್ ಗ್ರಿಡ್ ಪೇಪರ್‌ಗಳನ್ನು ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬಳಸಬಹುದು.



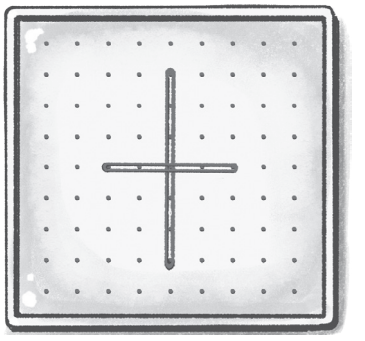
ಎರಡು ರಬ್ಬರ್ ಬ್ಯಾಂಡ್‌ಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಇರಿಸಿ, ಸಮಾನ ಉದ್ದದ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿ. ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ನಿಮಗೆ ಸಿಕ್ಕಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜ ಯಾವುದು? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

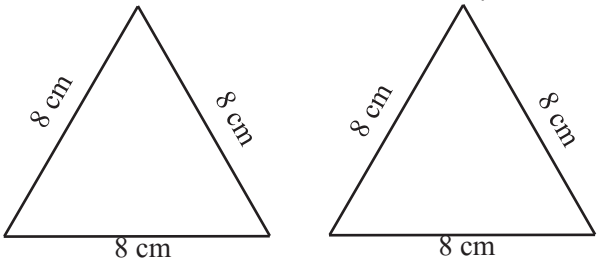
ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಅದರ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ 2cm. ವಿಸ್ತರಿಸಿ.



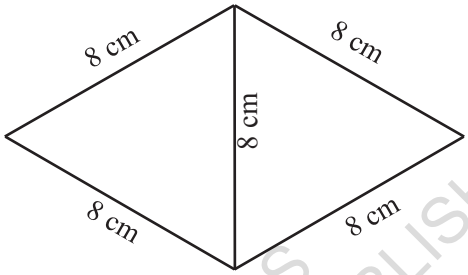
? ಈಗ ನಿಮಗೆ ಯಾವ ಚತುರ್ಭುಜ ಸಿಗುತ್ತದೆ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದು

1. 8cm ಉದ್ದದ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ರಟ್ಟಿನ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

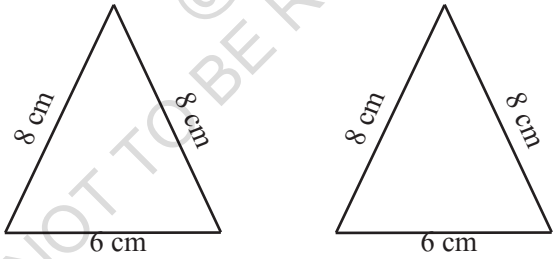


? ನೀವು ಅವುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದೇ?



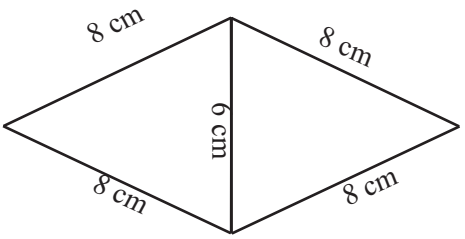
? ಇದು ಯಾವ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

2. 8cm, 8cm ಮತ್ತು 6cm ಉದ್ದದ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಆಕಾರದ ಎರಡು ರಟ್ಟಿನ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

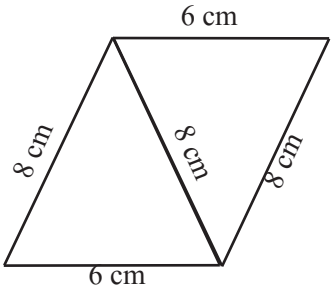


? ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಮೇಲಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಯಾವ ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಬೇಕು?

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅವುಗಳೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ನೀವು ಯಾವ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ.



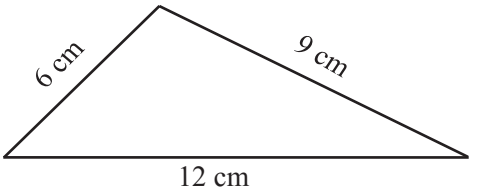
ಅವುಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ನೀವು ಇದನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ.

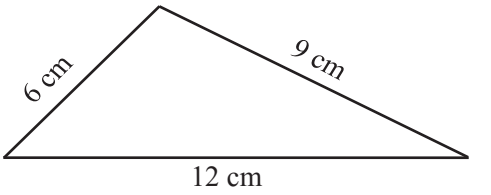


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಇವು ಯಾವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

3. 6cm, 9cm, ಮತ್ತು 12cm ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಎರಡು ರಟ್ಟಿನ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.





? ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅವುಗಳನ್ನು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು?

? ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ಪಡೆಯುವ ವಿಭಿನ್ನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ನೀವು ಗುರುತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ನೀವು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದಾಗಲೆಲ್ಲಾ ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

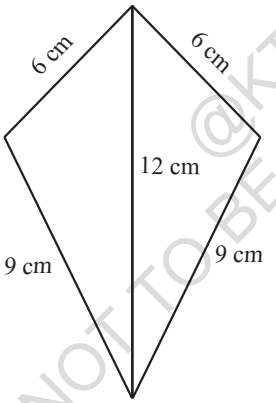


4.6 ಪತಂಗ ಮತ್ತು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ

ಪತಂಗ

6cm, 9cm ಮತ್ತು 12cm ಬಾಹುಗಳ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿಸುವ ಒಂದು ವಿಧಾನವೆಂದರೆ ಅದು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರುತ್ತದೆ –



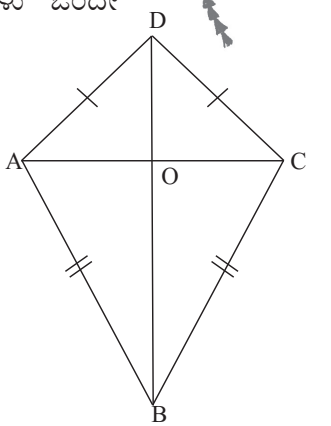


© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಈ ಚತುರ್ಭುಜವು ಪತಂಗದಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ಇದರ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೇ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಪತಂಗ: ಪತಂಗವು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, AB = BC, ಮತ್ತು CD = DA ಆಗುವಂತೆ ಇದನ್ನು ABCD ಎಂದು ಗುರ್ತಿಸಬಹುದು.



AB = BC ಮತ್ತು CD = DA.

? **ಗುಣಲಕ್ಷಣ 1:** ಪತಂಗದಲ್ಲಿ, BD ಕರ್ಣವು

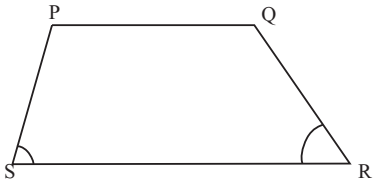
i) ∠ABC ಮತ್ತು ∠ADC ಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ,

ii) AC ಕರ್ಣವನ್ನು AO = OC ಆಗುವಂತೆ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ,

ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ BD ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಸುಳಿಹು: $\Delta AOB \cong \Delta COB$ ಆಗಿದೆಯೇ?

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ



ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಸಮಾಂತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಾಗಿವೆ. ಈ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಸಡಿಲಿಸಿದರೆ ನಮಗೆ ಹೊಸ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ: ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವು ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.

? ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಪಾದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ (ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ).

? PQ || SR ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯದೆಯೇ ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

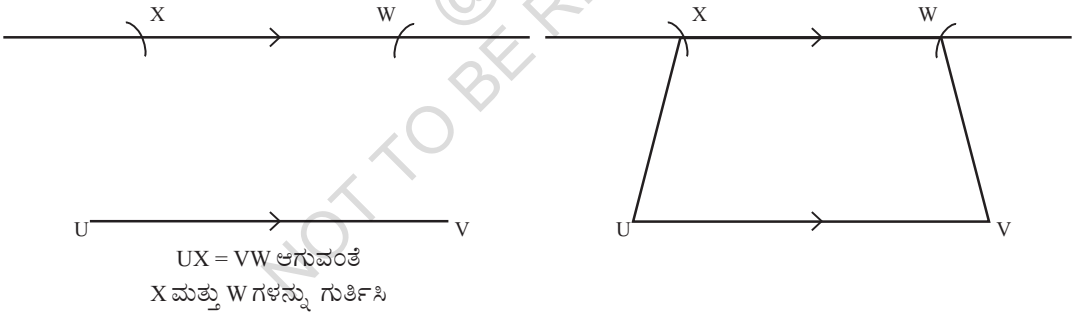
ಗುಣಲಕ್ಷಣ 1: $\angle S + \angle P = \mathbf{180^\circ}$ ಮತ್ತು $\angle R + \angle Q = \mathbf{180^\circ}$

ಈ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಕೊಂಡು, ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡ ನಂತರ ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಸಮಾಂತರವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೇ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವಾಗ, ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು **ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ನಾವು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ವನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸುತ್ತೇವೆ?

? UV || XW ನೊಂದಿಗೆ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ UVWX ಅನ್ನು ರಚಿಸಿ. $\angle U$ ಅನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.



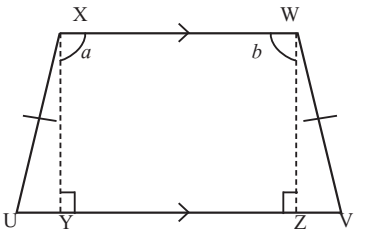
ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯದೆಯೇ ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಸಮ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾದ ಕೋನಗಳು – $\angle U$ ಮತ್ತು $\angle V$ ಸಹ ಸಮವಾಗಿವೆ ಎಂದು ತೋರುತ್ತದೆಯೇ? ನಾವು ಇಲ್ಲಿ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

UV ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ XY ಮತ್ತು WZ ರೇಖೆಯ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? XWZY ಯಾವ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ?



XW || UV ಆಗಿರುವುದರಿಂದ,

$a = 180° - \angle XYZ = 90^0$ ಮತ್ತು

$b = 180° - \angle WZY = 90^0$ (ಒಂದು ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಆಂತರಿಕ ಕೋನಗಳು $180°$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ)

ಆದ್ದರಿಂದ, XWZY ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ.

? ಈಗ, $\Delta UXY \cong \Delta VWZ$ ಎಂದು ತೋರಿಸಬಹುದು. (ಹೇಗೆ?)

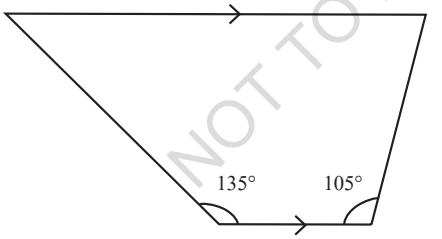
ಹೀಗಾಗಿ, $\angle U = \angle V$.

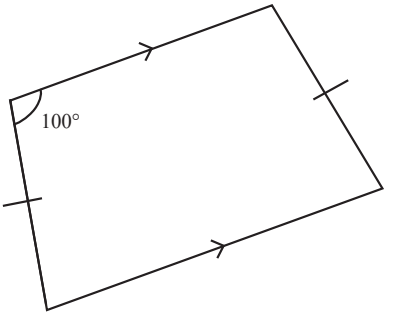
ಈ ಅಂಶವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು. ಅಳೆಯುವ ಮೂಲಕ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು 2: ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ, ಸಮ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. 4cm ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪಡೆದ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಕರ್ಣಗಳು 6cm ಮತ್ತು 8cm ಉದ್ದವಿರುವ ಪತಂಗವನ್ನು ರಚಿಸಿ.
3. ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ?

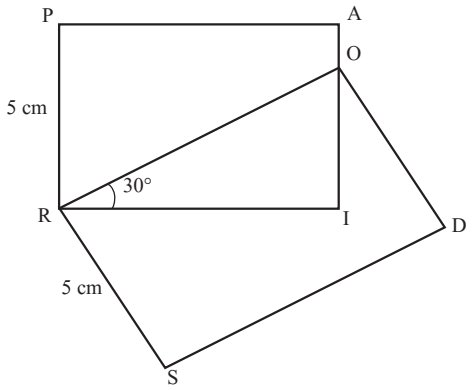




4. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ಪತಂಗ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ, ಆಯತ ಮತ್ತು ಚೌಕಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ತೋರಿಸುವ ವೆನ್‌ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.
   i) ಪತಂಗ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಎರಡನ್ನೂ ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜ ಯಾವುದು?
   ii) ಪತಂಗ ಮತ್ತು ಆಯತ ಎರಡನ್ನೂ ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜ ಇರಬಹುದೇ?
   iii) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪತಂಗವೂ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆಯೇ? ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಈ ಎರಡು ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ನಡುವಿನ ಸರಿಯಾದ ಸಂಬಂಧವೇನು?

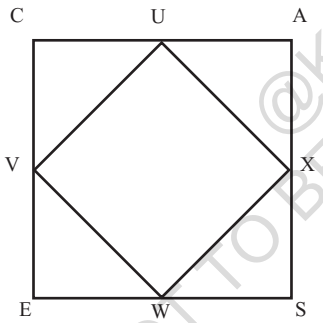
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

5. PAIR ಮತ್ತು RODS ಎರಡು ಆಯತಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ∠IOD ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

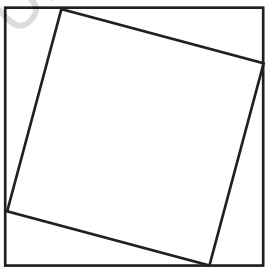


6. ಕೋನಮಾಪಕವನ್ನು ಬಳಸದೆಯೇ 6cm. ಕರ್ಣವಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿ.

7. CASE ಒಂದು ಚೌಕ. U, V, W ಮತ್ತು X ಬಿಂದುಗಳು ಚೌಕದ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ. UVWX ಯಾವ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ? ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ಹಾಗೆಯೇ ರಚಿಸುವ ಮತ್ತು ಅಳೆಯುವ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಚಿತ್ರ (b) ನಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಒಳಗಿನ ಚೌಕದ ಶೃಂಗಗಳು ಹೊರಗಿನ ಚೌಕದ ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲೆ ಇರುವಂತೆ ಚೌಕದೊಳಗೆ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಇತರ ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಿ.



(a)



(b)

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

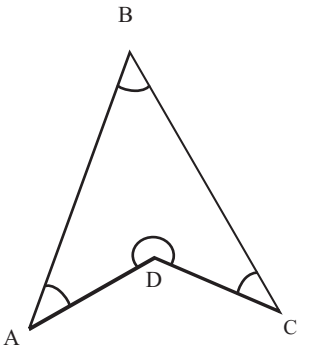
8. ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವು ನಾಲ್ಕು ಸಮಬಾಹುಗಳನ್ನು ಮತ್ತು 90° ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅದು ಚೌಕವಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಹಾಗೆಯೇ ಅದನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮತ್ತು ಅಳೆಯುವ ಮೂಲಕ ಉತ್ತರವನ್ನು ಹುಡುಕಿ.

9. ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಯಾವ ರೀತಿಯದ್ದಾಗಿದೆ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

ಸುಳಿವು: ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

10. ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 360° ಆಗಿರುತ್ತದೆಯೇ? ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಅಳತೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಉತ್ತರವನ್ನು ಹುಡುಕಿ.

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ



11. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯೋ ಅಥವಾ ತಪ್ಪೋ ಎಂದು ತಿಳಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

i) ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಮತ್ತು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ಚೌಕವಾಗಿರಬೇಕು.

ii) ಮೂರು ಲಂಬ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿರಬೇಕು.

iii) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರಬೇಕು.

iv) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಆಗಿರಬೇಕು.

v) ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರಬೇಕು.

vi) ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ.

vii) ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಾಗಿವೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಾರಾಂಶ

- **ಆಯತವು** ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90° ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

ಆಯತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು –

- ಆಯತದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಆಯತದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

- **ಚೌಕವು** ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90° ಆಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

ಚೌಕದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು –

- ಚೌಕದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.
- ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅವು 90° ಯಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.
- ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಅದರ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

- **ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವು** ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು –

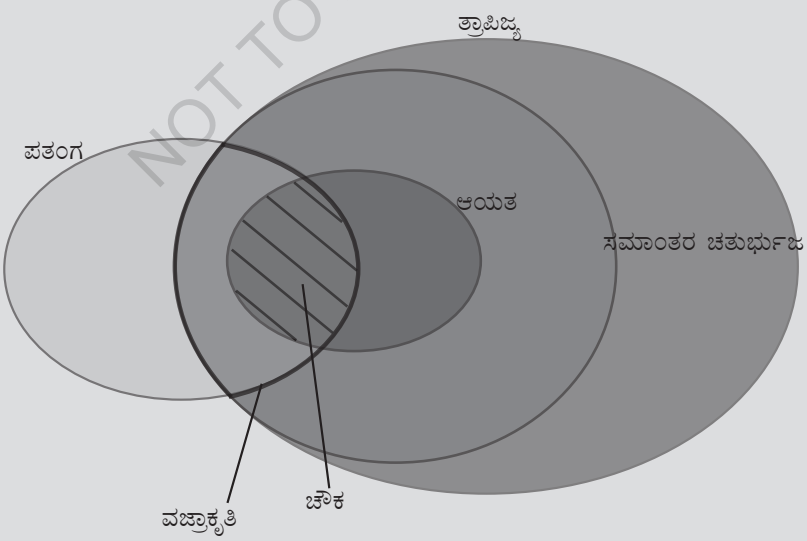
- ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ, ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಇರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

- **ವಜ್ರಾಕೃತಿಯು** ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು –

- ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ, ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಮತ್ತು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.
- ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಅದರ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

- ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳದ ಎರಡು ಸಮ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವೇ **ಪತಂಗ.**
- **ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವು** ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಸಮಾಂತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.
- **ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ** ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360° ಆಗಿದೆ.



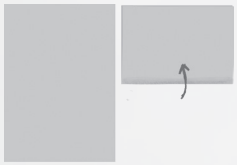
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ಒಗಟಿನ ಸಮಯ!

ಯಾವ ಚತುರ್ಭುಜ?

ಆಟ :

1) ಹಾಳೆಯನ್ನು ಅರ್ಧಕ್ಕೆ ಮಡಚಿ.

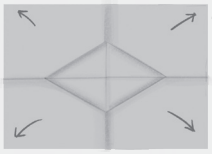




2) ಈಗ, ಅದನ್ನು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಕಾಲು ಭಾಗಕ್ಕೆ ಮಡಚಿ.

3) ಕಾಗದದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜಾಕೃತಿ ಗೆರೆ ಮಾಡಿ.





4) ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆರೆಯಿರಿ. ಗೆರೆಗಳಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ ಆಕಾರ ಯಾವುದು?

5) ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ರೀತಿಯ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನೀವು ಚತುರ್ಥಭಾಗದ ಪೇಪರ್ ಅನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಡಚುತ್ತೀರಿ?



6) ಚೌಕವು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವಂತೆ ಚತುರ್ಥಭಾಗದ ಪೇಪರ್ ಅನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಡಚುತ್ತೀರಿ?



NOT TO BE REPUBLISHED @KSEEBS

5 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಆಟ

F9X6Y5

5.1 ಇದು ಗುಣಕವೇ?

ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ :

ಅಂಶು, ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಅವನು ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ –

$$7 = 3 + 4$$
$$10 = 1 + 2 + 3 + 4$$
$$12 = 3 + 4 + 5$$
$$15 = 7 + 8$$
$$= 4 + 5 + 6$$
$$= 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈಗ ಅವನು ಆಶ್ಚರ್ಯ ಚಕಿತನಾಗಿದ್ದಾನೆ –

- "ನಾನು ಪ್ರತಿ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ?"
- "ನಾನು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು?"
- "ಓಹ್, ಎಲ್ಲಾ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂದು ನನಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ." ಎಲ್ಲಾ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ನಾವು ಬರೆಯಬಹುದೇ?

? ನಾನು ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ? ಬಹುಶಃ ಅವಶ್ಯವಿದ್ದರೆ ನಾನು ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು.

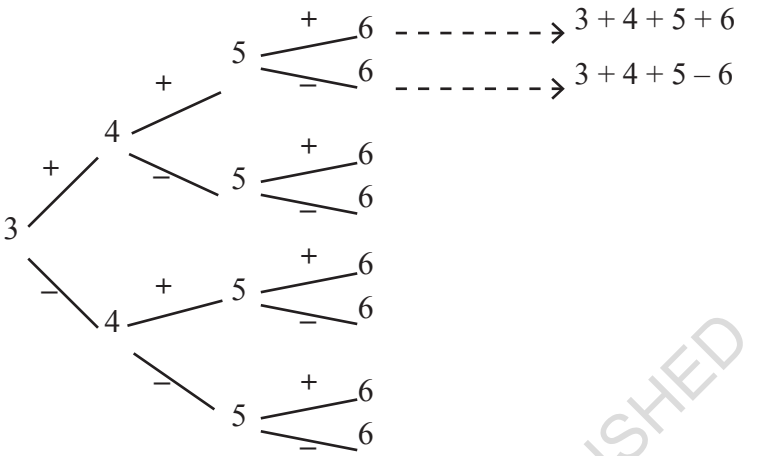
ಗಣಿತದ ಮಾತು

? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ನಿಮಗೆ ಉದ್ಭವಿಸಬಹುದಾದ ಯಾವುದೇ ಇತರ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಯೋಚಿಸಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿ.

ಯಾವುದಾದರೂ 4 ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 3, 4, 5 ಮತ್ತು 6ರ ನಡುವೆ '+' ಮತ್ತು '–' ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿ. ಎಷ್ಟು ವಿಭಿನ್ನ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳಿವೆ? ಅವೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಬರೆಯಿರಿ.

$$3 + 4 - 5 + 6$$
$$3 - 4 - 5 - 6$$

ಇಂತಹ ಎಂಟು ಉಕ್ತಿಗಳು ಸಾಧ್ಯ. ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ವ್ಯವಸ್ಥಿತವಾಗಿ ಪಟ್ಟಿಮಾಡಲು ನೀವು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.



? ಪ್ರತಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಏನಾದರೂ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಸಂಗತಿ ಗಮನಿಸುವಿರಾ?

? ಈಗ, ಬೇರೆ ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ಹಿಂದೆ ಮಾಡಿದಂತೆ '+' ಮತ್ತು '–' ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿ. ಪ್ರತಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ?



? ಇದನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣಕ್ಕೆ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ. ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದ್ದನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ.

$3 + 4 - 5 + 6 = 8$	$5 + 6 - 7 + 8 = 12$	$\_\_ + \_\_ - \_\_ + \_\_ = \_\_$
$3 - 4 - 5 - 6 = -12$	$5 - 6 - 7 - 8 = -16$	$\_\_ - \_\_ - \_\_ - \_\_ = \_\_$
.	.	.
.	.	.
.	.	.

ಕೆಲವು ಮೊತ್ತಗಳು ಯಾವುದೇ 4 ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದರೂ ಯಾವಾಗಲೂ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಅದು ಅಷ್ಟು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಲ್ಲವೇ?

? ಯಾವುದೇ 4 ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದರೂ ಈ ಮಾದರಿಗಳು ಸಂಭವಿಸುತ್ತವೆಯೇ? ತಾರ್ಕಿಕತೆಯ ಮೂಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಒಂದು ಮಾರ್ಗವಿದೆಯೇ?

ಸುಳಿಹು: ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿ ಮತ್ತು 8 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಎಲ್ಲಾ ಉಕ್ತಿಗಳ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ನೀವು ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು. 2ರ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. 2ರ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಸಹ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, –2, –4, –6 ಮತ್ತು ಇತ್ಯಾದಿ. ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಯಾರಿಗಾದರೂ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಬಂದಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

4 ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದಾಗ, ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯೆ '+' ಮತ್ತು '–' ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಎಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದರೂ ದೊರಕುವ ಉಕ್ತಿಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

ಯಾವುದೇ 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. 8 ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ '+' ಮತ್ತು '–' ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿ ಮತ್ತು ಉಂಟಾಗುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಿ. ಅವುಗಳ ಸಮತೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಾ?

4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಇತರೆ ಗಣಗಳೊಂದಿಗೆ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.

(?) ಇದು ಏಕೆ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ವಿವರಿಸಲು ಒಂದು ಮಾರ್ಗವಿದೆಯೇ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

ಸುಳಿಹು: ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ಸಮತೆ (ಸಮಮಿತಿ) ನಿಯಮಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ.

ವಿವರಣೆ 1: a, b, c ಮತ್ತು d ಈ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ 8 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದನ್ನಾದರೂ ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ಅದರ ಒಂದು ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬದಲಿಸಿದಾಗ ಅದರ ಮೌಲ್ಯವು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ! ಏಕೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ: $a + b - c - d$

$+ b$ನ್ನು $- b$ ಮಾಡಿದಾಗ ($+ b$ನ್ನು $- b$ ಯಿಂದ ಬದಲಿಸಿದಾಗ) ನಮಗೆ $a - b - c - d$ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಎಷ್ಟರಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬದಲಾಗಿದೆ? ಅದು ಬದಲಾದ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು

$$(a + b - c - d) - (a - b - c - d)$$

$$= a + b - c - d - a + b + c + d$$

(ಎರಡನೇ ಆವರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಾಗ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಗಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.)

$$= 2b \text{ (ಇದು ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ)}$$

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವು ಬೇರೆ ಸಮತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದೇ? ಇಲ್ಲ! ಆದುದರಿಂದ ಎರಡೂ ಸಮ ಅಥವಾ ಎರಡೂ ಬೆಸ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

ಈಗ, ಒಂದು ಋಣಾತ್ಮಕ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಧನಾತ್ಮಕ ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

(?) $a + b - c - d$ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರು ಋಣಾತ್ಮಕ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಧನಾತ್ಮಕ ಚಿಹ್ನೆಯಾಗಿ ಬದಲಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(?) ಇದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಯಾವ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತೀರಿ.

ಯಾವುದೇ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ನಾವು ಒಂದು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು '+' ಮತ್ತು '–' ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಬದಲಾಯಿಸುವ ಮೂಲಕ 7 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಹಾಗಾಗಿ ಎಲ್ಲಾ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ!

ವಿವರಣೆ 2: ನಾವು ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ

ಬೆಸ ± ಬೆಸ = ಸಮ

ಸಮ ± ಸಮ = ಸಮ

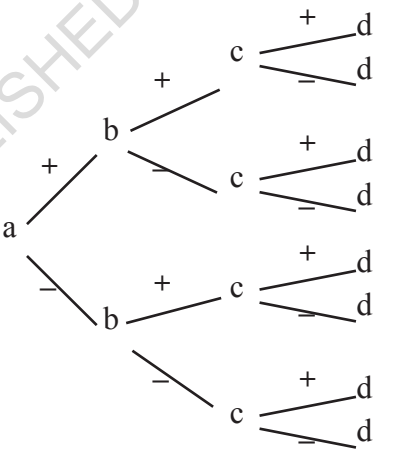
ಬೆಸ ± ಸಮ = ಬೆಸ

a ಮತ್ತು b ಗಳ ಸಮತೆಗಳು ಏನೇ ಇರಲಿ,

a + b ಮತ್ತು a - b ಗಳ ಸಮತೆ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ.

ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ a ± b ಒಂದೇ ಸಮತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಇದೇ ತರ್ಕದ ಪ್ರಕಾರ a ± b + c ಮತ್ತು a ± b - c ಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಇದನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ವಿಸ್ತರಿಸಿದರೆ a ± b ± c ± d ರೂಪದ ಎಲ್ಲಾ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

ವಿವರಣೆ 3: ನೀವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿದ ಧನಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ಋಣಾತ್ಮಕ ಟೋಕನ್ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಹ ಇದನ್ನು ವಿವರಿಸಬಹುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ಯೋಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.



'+' ಮತ್ತು '–' ಚಿಹ್ನೆಗಳೊಂದಿಗೆ a, b, c, d ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಅನಂತವಾಗಿದೆ. ಗಣಿತದ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯು, ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಹೋಗದೆ, a ± b ± c ± d ಯ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಯೋಜನೆಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಲು ನಮಗೆ ದಾರಿ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಗಣಿತದಲ್ಲಿನ ಹಲವಾರು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಯೋಚಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಬಿಡಿಸಬಹುದು. ನೀವು ಬಳಸುವ ವಿಧಾನವು ನಿಮಗೆ ಪ್ರಿಯವಾಗಿದ್ದರೂ, ಇತರರು ಅದರ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಗೆ ಯೋಚಿಸುತ್ತಾರೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು ರಂಜನೀಯ ಮತ್ತು ಪುಷ್ಟೀಕರಿಸುವುದಾಗಿದೆ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಆಲಿಸಿ.

? ಎಲ್ಲಾ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಿದ್ಯಮಾನವು 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಮಾತ್ರ ಸೀಮಿತವಾಗಿದೆಯೇ? ನೀವು ಏನು ಯೋಚಿಸುತ್ತೀರಿ?



ಇದಲ್ಲದೆ ಹೋದರೆ.....? 'ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆಯೇ? ಚಕಿತಗೊಳ್ಳುವುದು, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಊಹೆಗಳು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವ ಗಣಿತದ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿದೆ.

ಸಮತೆಯನ್ನು ತುಂಡರಿಸುವುದು :

ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡದೆ ಹೇಗೆ ಗುರುತಿಸುವುದು ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಅಂಕಗಣಿತದ ಯಾವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$43 + 37$	$672 - 348$	$4 \times 347 \times 3$	$708 - 477$
$809 + 214$	119×303	$543 - 479$	513^3

? ಸಮತೆಯು ವಿಭಿನ್ನ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವ ನಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಮೌಲ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಕೊಡುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

$2a + 2b$	$3g + 5h$	$4m + 2n$	$2u - 4v$	
$13k - 5k$	$6m - 3n$	$x^2 + 2$	$b^2 + 1$	$4k \times 3j$

ಬೀಜೋಕ್ತಿ $4m + 2q$ ಯು ಯಾವಾಗಲೂ ಯಾವುದೇ m ಮತ್ತು q ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ನಾವು ಇದನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮರ್ಥಿಸಬಹುದು.

- ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ಯಾವುದೇ m ಮತ್ತು q ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ $4m$ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು $2q$ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಆದುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಬೀಜೋಕ್ತಿ $4m + 2q$ ಯು ಬೀಜೋಕ್ತಿ $2 (2m + q)$ ಗೆ ಸಮ. ಇಲ್ಲಿ $2 (2m + q)$ ಎಂದರೆ $(2m + q)$ ನ ಎರಡರಷ್ಟು. ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನ 2 ಆಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಯಾವಾಗಲೂ ಯಾವುದೇ m ಮತ್ತು q ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $m = 4$ ಮತ್ತು $q = -9$ ಆದರೆ, $4m + 2q$ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು $4 \times 4 + 2 \times (-9) = -2$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ.

$x^2 + 2$ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ x ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೆ x^2 ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು x ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ, x^2 ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಬೀಜೋಕ್ತಿ $x^2 + 2$ ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡುವುದಿಲ್ಲ.

ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಮೌಲ್ಯೀಕರಿಸುವ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲದ್ದು:

(i) $x = 6$ ಆದರೆ $x^2 + 2 = 38$ ಮತ್ತು

(ii) $x = 3$ ಆದರೆ $x^2 + 2 = 11$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಅದೇ ರೀತಿ ಇನ್ನೂ ಇತರೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ ಮತ್ತು ವಿವರಿಸಿ. ಪ್ರತಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗೆ ಸೂಕ್ತವಾದ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲದವುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

? ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡುವ ಕೆಲವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ನಾಲ್ಕನ್ನು ಮಾಡಲು ಜೋಡಿಗಳು:

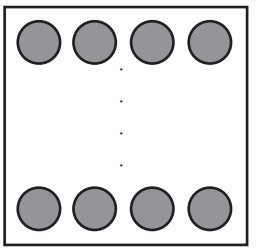
? ಒಂದು ಜೋಡಿ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ. ಆ ಮೊತ್ತವು 4ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೇ?

ವಿಭಿನ್ನ ಜೋಡಿ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

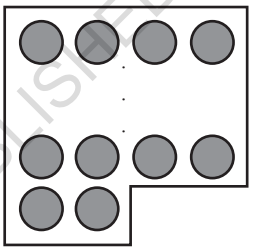
ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗ 4ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಯಾವಾಗ ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ?

ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮ ಅಥವಾ ಮಾದರಿ ಇದೆಯೇ?

4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಎರಡು ವಿಧದ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರಬಹುದು.



4ರ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಗುಣಕಗಳನ್ನು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷವು ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.



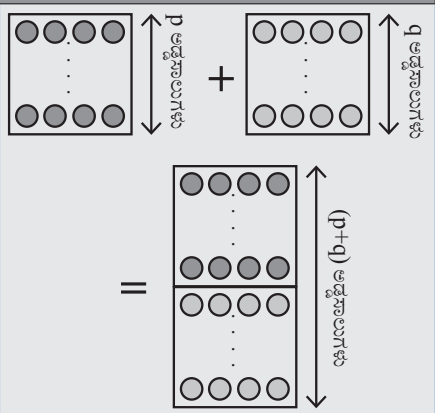
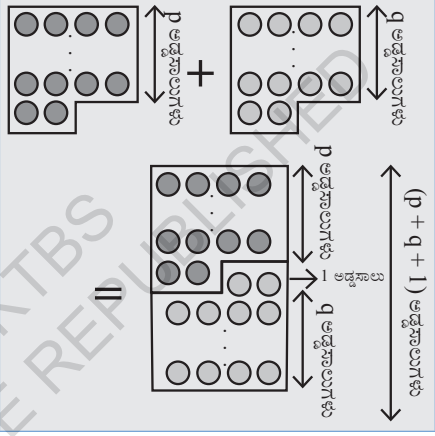
4ರ ಗುಣಕವಲ್ಲದ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷವು 2 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಎರಡು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗ 4ರ ಗುಣಕವಾಗುವುದು?

ಯಾವಾಗ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಅದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ಪ್ರಶ್ನೆಯಂತೆಯೇ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯೂ ಇದೆ. ನೀವು ಇದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದೇ?

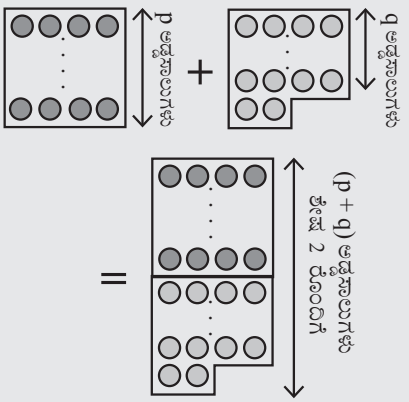
ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಮೂರು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿವೆ:

ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ವಿವರಣೆ			ಉದಾಹರಣೆಗಳು
ಎರಡು 4ರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು (ಸಮ) ಕೂಡಿದಾಗ ಯಾವಾಗಲೂ 4ರ ಗುಣಕವನ್ನೇ ಕೊಡುತ್ತದೆ	4P ಮತ್ತು 4q 4P + 4P = 4 (p+q)		4, 12, 16, 24, 36. 12 + 16 = 4 (3 + 4) = 28. 16 + 28 = 4 (4 + 7) = 44.
4ರ ಗುಣಕವಲ್ಲದ ಎರಡು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಯಾವಾಗಲೂ 4ರ ಗುಣಕವನ್ನೇ ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಎರಡರ ಶೇಷ 2ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ 4 ಆಗುತ್ತದೆ.	(4P+2) ಮತ್ತು (4q+2) (4p + 2) + (4q + 2) = 4p + 4q + 4 = 4 (p + q + 1).		2, 6, 10, 18, 22, 42. 2 + 6 = 8. 6 + 10 = 16. 22 + 6 = 28.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4ರ ಗುಣಕವಲ್ಲದ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗೆ ನಾವು 4ರ ಗುಣಕವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಇದು ಸಮ ಮತ್ತು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಮತೆಯ ಪ್ರಕರಣವನ್ನು ಹೋಲುತ್ತದೆಯೇ?

(?) ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣವನ್ನು ನೋಡಿ. ಅದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿವರಣೆ ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ವಿವರಣೆ			ಉದಾಹರಣೆಗಳು
	4p ಮತ್ತು (4q + 2) = 4p + (4q + 2) = 4p + 4q + 2 = 4 (p + q) + 2.		

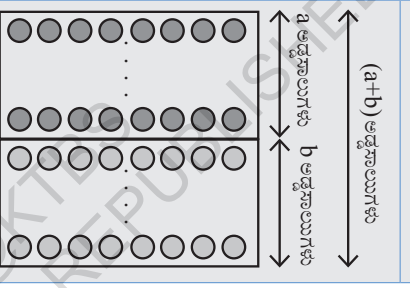
ನಾವು ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಅಂಕಗಣಿತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಲು ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಯಾವಾಗಲೂ, ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ, ಅಥವಾ ಎಂದಿಗೂ ಸರಿಯಿಲ್ಲ.

? ನಾವು ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮತ್ತು ಗುಣಕಗಳ ಬಗ್ಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆಯು 'ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿ', 'ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸರಿ' ಅಥವಾ 'ಎಂದಿಗೂ ಸರಿಯಿಲ್ಲ' ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತೇವೆ.

2ರ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಸಹ 2ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

(?) 1. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಮತ್ತು ನಿಖರವಾಗಿ 8 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಅದು ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಬೇಕು.

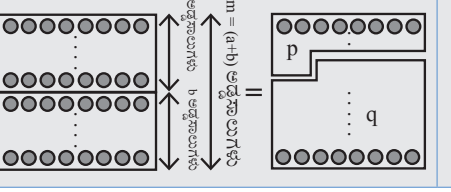
ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ವಿವರಣೆ			ಉದಾಹರಣೆಗಳು
ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 8ನ್ನು ಅಪವರ್ತನವಾಗಿ ಹೊಂದಿವೆ; ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 8ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿವೆ.	8a ಮತ್ತು 8b.		8 ಮತ್ತು 16. 16 ಮತ್ತು 56. 80 ಮತ್ತು 120.
8ನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿ/ ಪದೇ ಪದೇ ಕೂಡಿ 8ರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವುದರಿಂದ, 8ರ ಎರಡು ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಸಹ 8ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.	8a + 8b = 8 (a + b).		8 + 16 = 8(1 + 2) = 24. 16 + 56 = 72. 80 + 120 = 200.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಹೇಳಿಕೆ 1 ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿ. ವ್ಯವಕಲನದೊಂದಿಗೆ ಇದು ಸರಿಯೇ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

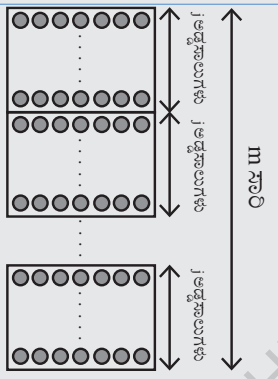
ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ a ಯು M ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಮತ್ತು a ಯು N ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಆಗ a ಯು M + N ಮತ್ತು M - N ಎರಡನ್ನೂ ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ M ಮತ್ತು N ಗಳು a ಯ ಗುಣಕಗಳಾದರೆ, ಆಗ M + N ಮತ್ತು M - N ಗಳೂ ಸಹ a ಯ ಗುಣಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

(?) 2. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 8ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆಗ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸೇರಿಸುವ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಸಹ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ 8ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.

ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ವಿವರಣೆ			ಉದಾಹರಣೆಗಳು
8ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 8ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ	8m		8, 16, 56, 72.
8ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 8ರ ಎರಡು ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಅಥವಾ 8ರ ಗುಣಕವಲ್ಲದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.	8m = 8a + 8b 8m = p + q (p, q ಗಳು 8 ರ ಗುಣಕಗಳಲ್ಲ)		72 = 48 + 24 8(6+3) = 8×6 + 8×3). 72 = 50 + 22

ಆದುದರಿಂದ ಹೇಳಿಕೆ 2 ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸರಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

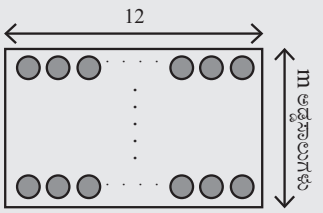
? 3. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಕಗಳು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.

ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ವಿವರಣೆ			ಉದಾಹರಣೆಗಳು
7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 7ನ್ನು ಅಪವರ್ತನವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.	7j		$14 = 7 \times 2$ (j = 2). $42 = 7 \times 6$ (j = 6). $98 = 7 \times 14$ (j = 14).
ಇದು ಒಟ್ಟು mj ಅಡ್ಡ ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಇದು 7ರ ಗುಣಕವೂ ಸಹ ಆಗಿದೆ.	$(7j) \times m$		14 ರ ಕೆಲವು ಗುಣಕಗಳು $28 = (7 \times 2) \times 2$. $70 = (7 \times 2) \times 5$. $154 = (7 \times 2) \times 11$

ಸಂಖ್ಯೆ 7 jm ಅಥವಾ $(7 \times j \times m)$ 7ನ್ನು ಅಪವರ್ತನವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಹೇಳಿಕೆ 3 ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಬಹುದು.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ A ಯು K ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ A ಯ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಕಗಳೂ ಸಹ K ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.

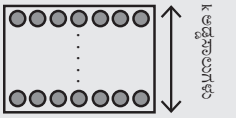
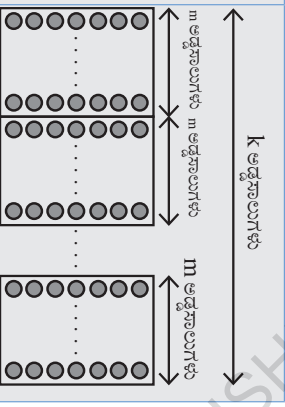
? 4. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 12ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 12ರ ಎಲ್ಲಾ ಅಪವರ್ತನಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ವಿವರಣೆ			ಉದಾಹರಣೆಗಳು
12 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು 12 ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ.	12m		12, 24, 36, 48, 108, 132.
12 ರ ಗುಣಕಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳು 12 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತವೆ.	12m $= 2 \times 6 \times m$ $= 3 \times 4 \times m$	 12 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಒಂದು ಸಾಲನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ, ಇದು 12ರ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಒಳಗೊಂಡಿದೆ (ಆವರಿಸಿದೆ)	24 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, A ಯು K ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, A ಯು K ನ ಎಲ್ಲಾ ಅಪವರ್ತನಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಹೇಳಿಕೆ 4 ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿ.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

? 5. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಅದು 7ರ ಯಾವುದೇ ಗುಣಕದಿಂದಲೂ ಸಹ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ವಿವರಣೆ			ಉದಾಹರಣೆಗಳು
7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 7ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿವೆ	7k		
7ರ ಗುಣಕಗಳು k ಯ ಅಪವರ್ತನ m ಆದಾಗ ಮಾತ್ರ 7k ಯು 7m ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.	7m k = ym ಆದಾಗ 7k ÷ 7m = 7ym ÷ 7m = y		42 (7×6) ಯು 7 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಆದರೆ 28 (7×4) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ. 42 (7×6) ಯು 7 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಆದರೆ 14 (7×2) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

ಈ ಹೇಳಿಕೆಯು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಮಾತ್ರ ಸರಿ ಎಂದು ನಾವು ಕಾಣಬಹುದು.

? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದು 'ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿ', 'ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸರಿ', 'ಎಂದಿಗೂ ಸರಿಯಿಲ್ಲ' ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

ಗಣಿತದ ಮಾತು

? 6. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ಮತ್ತು 4 ಎರಡರಿಂದಲೂ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಅದು 36 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

? 7. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 6 ಮತ್ತು 4 ಎರಡರಿಂದಲೂ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಅದು 24 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. .

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, A ಯು k ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ ಮತ್ತು A ಯು m ನಿಂದಲೂ ಸಹ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆಗ A ಯು k ಮತ್ತು m ನ ಲ.ಸಾ.ಅ ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ A ಯು k ನ ಗುಣಕ ಮತ್ತು m ನ ಗುಣಕವೂ ಸಹ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ A ಯ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯು ಲ.ಸಾ.ಅ (k, m) ನ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರಬೇಕು.

? 8. ನೀವು ಒಂದು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿದಾಗ ನಮಗೆ 6ರ ಗುಣಕ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ 6ರ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಕಗಳು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಒಂದು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಈ ಹೇಳಿಕೆಯು ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯಲ್ಲ. ನಾವು ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಪ್ರಕಾರವೂ ವಿವರಿಸಬಹುದು.

$(2n) + (2m+1) = 6j$ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದರೆ,

© NTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಇಲ್ಲಿ 2n ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ. 2m+1 ಒಂದು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು 6j ಯು 6 ರ ಗುಣಕ. ಆಗ,

$$2n + 2m = 6j - 1$$

$$2(n + m) = 6j - 1$$



ಇದರ ಅರ್ಥ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ 2 (n+m), ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ 6j - 1 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರಬೇಕು. ಇದು ಎಂದಿಗೂ ಸರಿಯಲ್ಲ.

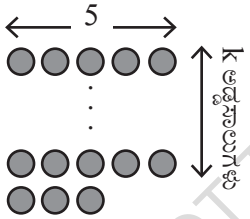
ಉಳಿದಿದ್ದೇನು?

? 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಶೇಷ 3 ಬರುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಂತಹ ಇನ್ನಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

? ಯಾವ ಬೀಜೋಕ್ತಿ(ಗಳು) ಅಂತಹ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತವೆ?

(i) $3k + 5$ (ii) $3k - 5$ (iii) $\frac{3k}{5}$ (iv) $5k + 3$ (v) $5k - 2$ (vi) $5k - 3$

5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟು ಶೇಷ ಸೊನ್ನೆ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 5ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿವೆ. ಆದರೆ ನಮಗೆ 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟು ಶೇಷ 3 ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೇಕು. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 5ರ ಗುಣಕಗಳಿಗಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತವೆ. 5ರ ಗುಣಕಗಳು 5k ರೂಪದಲ್ಲಿವೆ. ಆದುದರಿಂದ 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟು ಶೇಷ 3ನ್ನು ನೀಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $5k + 3$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.



$k =$	0	1	2	3	4
$5k + 3 =$	3	8	13	18	23

? ನಾವು ಮತ್ತೊಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿ $5k - 2$ ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. K ಯ ವಿವಿಧ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಉಂಟಾಗುವ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

$k =$	1	2	3	4	5
$5k - 2 =$	3	8	13	18	23

5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟು ಶೇಷ 3 ನ್ನು ನೀಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 5ರ ಗುಣಕಗಳಿಗಿಂತ 2 ಕಡಿಮೆ ಎಂದೂ ಸಹ ನೋಡಬಹುದು:

$5k - 2$ ಇಲ್ಲಿ $k \geq 1$.

? 5 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚು ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡುವ ಇತರ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಿವೆಯೇ?

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1. ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 34. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. P ಎಂಬುದು ಐದು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದು ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ. ಇತರೆ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು P ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ (ಪದಗಳಲ್ಲಿ) ವಿವರಿಸಿ.

3. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಹೇಳಿಕೆಗೂ ಅದು ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯೇ? ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸರಿಯೇ? ಅಥವಾ ಎಂದಿಗೂ ಸರಿಯಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಸೂಕ್ತವಾದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲದವುಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ. ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿ ನಿಮ್ಮ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

   (i) ಎರಡು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 3 ರ ಗುಣಕವಾಗಿವೆ.

   (ii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 18 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡದಿದ್ದರೆ, ಅದು 9 ರಿಂದಲೂ ಸಹ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

   (iii) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 6ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡದಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವು 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

   (iv) 6 ರ ಗುಣಕ ಮತ್ತು 9 ರ ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತವು 3 ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

   (v) 6 ರ ಗುಣಕ ಮತ್ತು 3 ರ ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತವು 9 ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

4. 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಶೇಷ 2 ಮತ್ತು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಶೇಷ 2 ನ್ನು ನೀಡುವ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಂತಹ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

5. "ನನ್ನ ಬಳಿ ಕೆಲವು ಬೆಣಚು ಕಲ್ಲುಗಳಿವೆ, ಜಾಸ್ತಿ ಅಲ್ಲ. ನಾನು ಅವುಗಳನ್ನು 3 ರಂತೆ ಗುಂಪು ಮಾಡಿದಾಗ, ಒಂದು ಉಳಿಯುತ್ತದೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೆ – ಅದು ಸರಳವಾಗಿ ಆಗುವ ಕೆಲಸವಲ್ಲ ಒಂದು ಮೊಂಡುತನದ ಬೆಣಚುಕಲ್ಲು ಉಳಿಕೆ ನನ್ನ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು 5 ರಂತೆ ಗುಂಪು ಮಾಡಿದಾಗಲೂ, ಸಹ ಇನ್ನೂ ಒಂದು ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಆದರೆ 7 ರಂತೆ ಗುಂಪು ಮಾಡಿದಾಗ ಪರಿಪೂರ್ಣತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ನೂರಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇರುವುದು ತುಂಬಾ ಧೈರ್ಯ, ನಾನು ಹಿಡಿದಿರುವ ಬೆಣಚು ಕಲ್ಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?"



6. ತಥಾಗತ್ 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಶೇಷ 2 ನೀಡುವ ಹಲವಾರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ ಅವನು ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುತ್ತಾನೆ. "ನೀವು ಅಂತಹ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ, ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ 6ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ." ತಥಾಗತ್‌ನ ಪ್ರತಿಪಾದನೆ ಸರಿಯೇ?

7. 661 ಸಂಖ್ಯೆಯು 7 'ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ ಶೇಷ 3 ನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಮತ್ತು 4779 ಸಂಖ್ಯೆಯು ಶೇಷ 5ನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡದೆ / ಭಾಗಿಸದೇ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು 7 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಎಷ್ಟು ಶೇಷವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಹುದೇ?

   ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಪ್ರಕಾರ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯಾತ್ಮಕವಾಗಿ ತೋರಿಸಿ.

   (i) $4779 + 661$ (ii) $4779 - 661$

8. 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 2 ನ್ನು ನೀಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು, 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 3 ನ್ನು ಮತ್ತು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 4 ನ್ನು ನೀಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಂತಹ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು? ಇದು ಏಕೆ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿದೆ ಎನ್ನುವುದಕ್ಕೆ ನೀವು ಸರಳ ವಿವರಣೆಯನ್ನು ನೀಡುವಿರಾ?

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

5.2 ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು :

ಈ ಹಿಂದೆ ನೀವು ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆದ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯು 2, 4, 5, 8 ಮತ್ತು 10 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳನ್ನು (ತ್ವರಿತ ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು) ಕಲಿತಿದ್ದೀರಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಮೆಲುಕು ಹಾಕೋಣ.

10, 5 ಮತ್ತು 2 ರಿಂದ ಭಾಜ್ಯತೆ : ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನವು ಸೊನ್ನೆ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದು 10 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಬೀಜಗಣಿತದ ಮೂಲಕ ಅದು ಏಕೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳೋಣ.

ನಾವು ಅಕ್ಷರ–ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಭಾರತೀಯ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 5 ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು edcba ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

$e \times 10000 + d \times 1000 + c \times 100 + b \times 10 + a \times 1$ ಹೀಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು.

ಅಕ್ಷರ–ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ e, d, c, b ಮತ್ತು a ಗಳು 5–ಅಂಕೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ..... dcba, ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ, a, b, c ಮತ್ತು d ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬಿಡಿ, ಹತ್ತು, ನೂರು ಮತ್ತು ಸಾವಿರಗಳ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ಸ್ಥಾನಿಕ / ಸ್ಥಾನ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ, ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು..... $+ 1000d + 100c + 10b + a$ ಆಗಿದೆ.

(ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಸಂಖ್ಯೆ 4075 ರಲ್ಲಿ d=4, c=0, b=7 ಮತ್ತು a=5)

ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸ್ಥಾನದ ಮೌಲ್ಯವು 10ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ 10b, 100c, ----- ಎಲ್ಲವೂ 10 ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿ a ಯು ಸೊನ್ನೆ ಆಗಿದ್ದಾಗ ಮಾತ್ರ ಸಂಖ್ಯೆಯು 10 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

? ಅದೇ ರೀತಿ, 5, 2, 4 ಮತ್ತು 8 ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳು ಏಕೆ (ಹೇಗೆ) ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತವೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿ ವಿವರಿಸಿ.

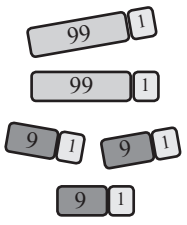
ಈಗ ನಾವು ಇತರ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳನ್ನು (ತ್ವರಿತ ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು) ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ ಮತ್ತು ಅವುಗಳು ಹೇಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತವೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ವಿವರಿಸೋಣ!

9ರ ಭಾಜ್ಯತೆಗೆ ಒಂದು ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ (ತ್ವರಿತ ಮಾರ್ಗ) :

? ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡದೆ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ನೀವು ಎಲ್ಲವೂ ಹೇಳಬಹುದೇ? 9, 999, 909, 900, 90, 990.

? '0' ಮತ್ತು '9' ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಯಾವಾಗಲೂ 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ?

ಹೌದು, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಂಕಿಯು '0' ಅಥವಾ '9' ಹಾಗಿದ್ದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತರಣಾ ರೂಪವು $9 \times \square$ ಅಥವಾ $0 \times \square$. ('$\square$' ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.) ಇದರರ್ಥ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದವೂ '9'ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $99009 = 9 \times 10000 + 9 \times 1000 + 0 \times 100 + 0 \times 10 + 9 \times 1$.



ಆದರೆ ಈ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ ಒಂದರಿಂದಲೇ 9ರ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. 2, 5 ಮತ್ತು 10 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆ, ನಾವು ಕೇವಲ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯನ್ನು ನೋಡಿ 9ರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. 99 ಮತ್ತು 109 ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 9ನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ: 99 ವು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಆದರೆ 109 ಸಂಖ್ಯೆಯು ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

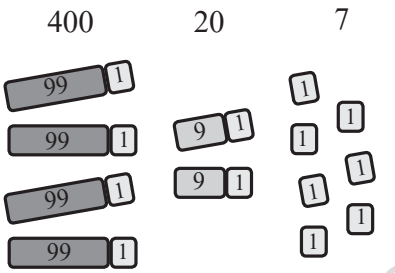
? ಸಂಖ್ಯೆ 10 ಯು, 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ? ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಶೇಷ ಎಷ್ಟು? 10ರ ಇತರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು (10, 20, 30, ...) 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ಯಾವುದೇ ಹತ್ತರ ಗುಣಕಕ್ಕೆ, ಶೇಷವು 10ರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

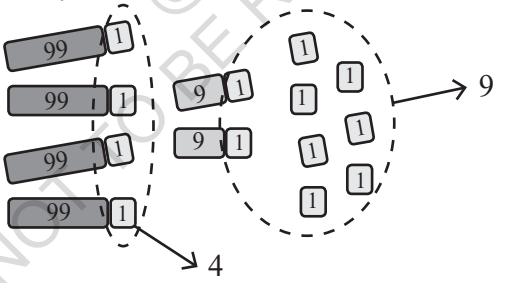
? ಅದೇ ರೀತಿ, 100ರ ಗುಣಕಗಳು (100, 200, 300, ...) 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಶೇಷವನ್ನು ನೋಡಿ. ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ.

100ರ ಯಾವುದೇ ಗುಣಕಕ್ಕೆ, ಶೇಷವು 100ರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

? ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸಿ. ಇದರಿಂದ 427 ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

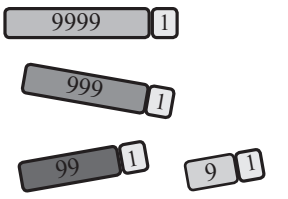


427ರಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ನೂರುಗಳಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ; ಹಾಗಾಗಿ ಅದರ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಶೇಷವು (9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ) 4 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. 427ರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಹತ್ತುಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಶೇಷವು 2 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ನಮ್ಮಲ್ಲಿ 7 ಬಿಡಿಸ್ಥಾನವು ಸಹ ಉಳಿದಿದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಶೇಷಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ ನಾವು 4 + 2 + 7 = 13 ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ನಾವು 13 ರೊಂದಿಗೆ 4 ರ ಶೇಷವನ್ನು ಬಿಟ್ಟು 9ರ ಇನ್ನೊಂದು ಗುಂಪನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ಆದುದರಿಂದ 427 ÷ 9 ಶೇಷ 4 ನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.



(ಶೇಷ)

? ಇದು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆಯೇ?



ಇದು ಯಾವುದೇ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗೆ ಸರಿ ಎಂದು ನೀವು ನೋಡಬಹುದು

$1 = 0 + 1$

$10 = 9 + 1$

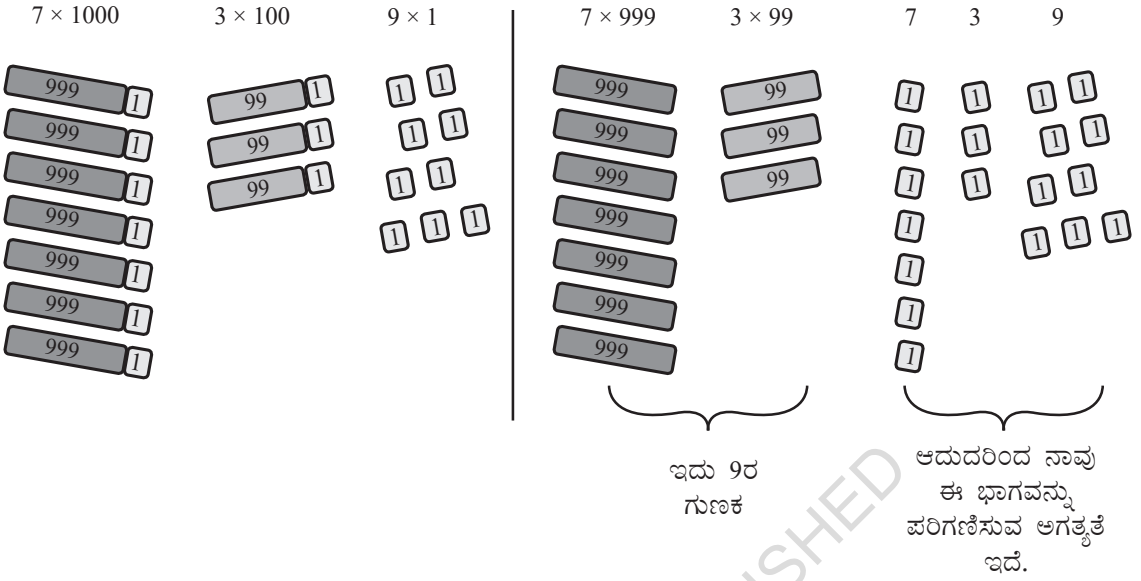
$100 = 99 + 1$

$1000 = 999 + 1$

$10000 = 9999 + 1$, ಮತ್ತು ಇತ್ಯಾದಿ ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಯು ಅದರ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 7309 ನ್ನು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು ಎಲ್ಲಾ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ ಸಾಕು– 7+3+0+9 = 19 ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು ಈ ಕೆಳಕಂಡಂತೆ ನೋಡಬಹುದು.



$7 \times 1000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 9 \times 1$

$= 7 \times (999 + 1) + 3 \times (99 + 1) + 0 \times (9 + 1) + 9 \times (0+1)$

$= (7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0) + (7 \times 1 + 3 \times 1 + 0 \times 1 + 9 \times 1)$

$= (7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0) + (7 + 3 + 0 + 9)$.

ಇದು 9ರ ಗುಣಕ — ಆದುದರಿಂದ, ನಾವು ಈ ಭಾಗವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು

ಇದರರ್ಥ, 7309 ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರ ಕೆಲವು ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 19 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. 1 ಮತ್ತು 9 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಕೂಡುವುದರಿಂದ $1 + 9 = 10$ ನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು. ನಾವು ಈಗ 7309 ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆ 10ಕ್ಕೆ ಈ ಹಂತವನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸುವುದರಿಂದ $1+0 = 1$ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಇದರರ್ಥ 7309 ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 1 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ ಆದುದರಿಂದ $7309 \div 9$ ಶೇಷ 1ನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ ಮಾತ್ರ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಒಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಪಡೆಯುವವರೆಗೂ ನಾವು ಪದೇ ಪದೇ ಕೂಡಬಹುದು. ಈ ಒಂದು ಅಂಕಿಯು (ಒಂದಂಕಿ) ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಸಿಗುವ ಶೇಷವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ? ಯಾವುದು ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಏಕೆ?

(i) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕಾದರೆ, ಅದರ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

(ii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

(iii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡದಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

(iv) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡದಿದ್ದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಗಣಿತ ಕಲಿಯುವುದು ಎಂದರೆ ಕೇವಲ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ (ತ್ವರಿತ ವಿಧಾನ)ಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಕಾರ್ಯವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವುದಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ, ಆದರೆ ಏನಾದರೂ 'ಏಕೆ' ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು.

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡದೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) 123 (ii) 405 (iii) 8888 (iv) 93547 (v) 358095

2) ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಲ್ಲದ 9ರ ಚಿಕ್ಕ ಗುಣಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3) 6000 ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಹತ್ತಿರವಿರುವ 9ರ ಗುಣಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4) 4300 ಮತ್ತು 4400 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ 9ರ ಎಷ್ಟು ಗುಣಕಗಳಿವೆ?

3 ರ ಭಾಜ್ಯತೆಗೆ ಒಂದು ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ / ತ್ವರಿತ ವಿಧಾನ :

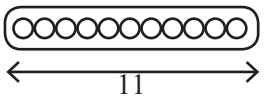
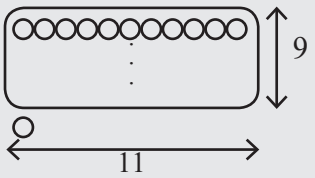
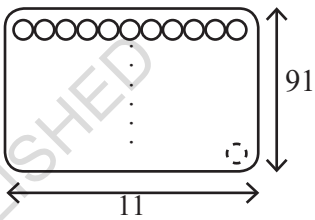
ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ 9 ರ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಕಗಳು 3 ರ ಗುಣಕಗಳೂ ಸಹ ಆಗಿವೆ. ಅಂದರೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಅದು 3 ರಿಂದಲೂ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ ಸಹ 9ರ ಗುಣಕಗಳಲ್ಲದ 3 ರ ಇತರ ಗುಣಕಗಳೂ ಇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ– 15, 33 ಮತ್ತು 87.

? 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ ವಿಧಾನವು 9ರ ವಿಧಾನದಂತೆಯೇ ಇದೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. 10ರ ಘಾತಗಳನ್ನು 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿ. ಈ ವಿಧಾನ ಏಕೆ ಕಾರ್ಯ ನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

11ರ ಭಾಜ್ಯತೆಗೆ ಒಂದು ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್:

ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾಗಿ 11ರ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ ಕೂಡ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳ ಮೌಲ್ಯದೊಂದಿಗೆ ಉಳಿದ ಶೇಷಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದನ್ನು ಆಧರಿಸಿದೆ. ಅದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನ (1)	$11 \times 0 = 0$ $1 = 11 \times 0 + \mathbf{1}$	1, 11ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚಿದೆ	○
ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನ (10)	$11 \times 1 = 11$ $10 = 11 \times 1 - \mathbf{1}$	10, 11ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಕಡಿಮೆ ಇದೆ	
ನೂರರ ಸ್ಥಾನ (100)	$11 \times 9 = 99$ $100 = 11 \times 9 + \mathbf{1}$	100, 11ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ	
ಸಾವಿರದ ಸ್ಥಾನ (1000)	$11 \times 91 = 1001$ $1000 = 11 \times 91 - \mathbf{1}$	1000, 11ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಕಡಿಮೆ ಇದೆ	
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

11ಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು 11ಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಈ ಪರ್ಯಾಯ ವಿನ್ಯಾಸವು (ಮಾದರಿಯು) ಹೆಚ್ಚಿನ ಸ್ಥಾನದ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ (ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ).

400 ರಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ನೂರುಗಳು ಇರುವುದರಿಂದ, 400 ಎಂಬುದು 11ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 4 ಹೆಚ್ಚಿದೆ (396 + 4). 60 ರಲ್ಲಿ 6 ಹತ್ತುಗಳು ಇರುವುದರಿಂದ, 60 ಎಂಬುದು 11ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 6 ಕಡಿಮೆ ಇದೆ (66–6). 2ರಲ್ಲಿ 2 ಬಿಡಿಗಳು ಇರುವುದರಿಂದ, 2 ಎಂಬುದು 11ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 2 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ, ಅಂದರೆ 2 = (0+2) ಎಂದರ್ಥ.

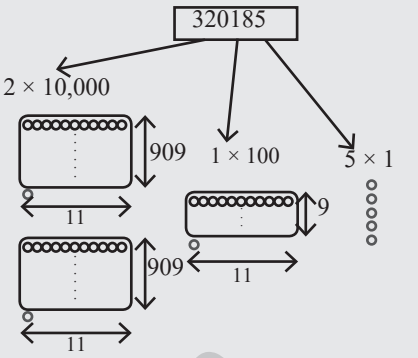
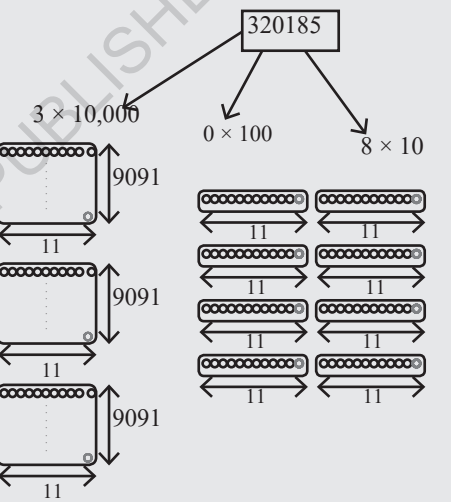
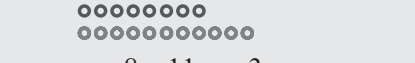
? ಈ ಅವಲೋಕನಗಳಿಂದ, 462 ಸಂಖ್ಯೆಯು 11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?



? 11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಧಾನ ಅಥವಾ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ ಏನು ಇರಬಹುದು?



ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳು 11ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕಡಿಮೆ ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಅವಲೋಕನವನ್ನು ಬಳಸಿ.

ಹಂತಗಳು	ಉದ್ದೇಶ	ಸಂಖ್ಯೆ 320185 ಉದಾಹರಣೆಗೆ
1) 11 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚು ಇರುವ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ, ಅಂದರೆ 1, 100, 10000 ಇತ್ಯಾದಿಗಳ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳು.	ಈ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನಾವು 11 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದೇವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು	 ಒಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚುವರಿ, 2 + 1 + 5 = 8.
2) 11 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ, ಅಂದರೆ 10,1000, 100000 ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳು.	ಈ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನಾವು 11 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದೇವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು	 ಒಟ್ಟು ಕಡಿಮೆ, 3 + 0 + 8 = 11.
3) ಈ ಎರಡೂ ಮೊತ್ತಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ. ಅಂದರೆ (ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಸಂಖ್ಯೆ) – (ಕಡಿಮೆ ಸಂಖ್ಯೆ)	11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು	 8 – 11 = – 3. (11 ರ ಗುಣಕಕ್ಕೆ 3 ಕಡಿಮೆ)

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈ ಎರಡೂ ಮೊತ್ತಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 8 - 11 = -3, ಇದು ಸಂಖ್ಯೆ 3,28,105 11ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಮೂರು ಕಡಿಮೆ ಇದೆ ಅಥವಾ 8 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

(?) ಈ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 11 ಅಥವಾ 11ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದರೆ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷದ ಬಗ್ಗೆ ಅದು ಏನು ಹೇಳುತ್ತದೆ?

? ಈ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ ಬಳಸಿ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವವೇ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಲ್ಲದೆ, 11 ರಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡದಿದ್ದರೆ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 158 (ii) 841 (iii) 481 (iv) 5529 (v) 90904 (vi) 857076

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನವನ್ನು ನೋಡಿ -

ಅನುಸರಿಸಬೇಕಾದ ಹಂತಗಳು		328105 ಸಂಖ್ಯೆ, ಉದಾಹರಣೆ
1.	ಬಿಡಿ ಅಂಕಿಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಯ ಮುಂದೆ ಒಂದರ ನಂತರ ಒಂದರಂತೆ '+' ಮತ್ತು '–' ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿ.	$-3+2-8+1-0+5$
2.	ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಿ.	$-3+2-8+1-0+5=-3$
3.	ಫಲಿತಾಂಶವು, ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.	1328105 ವು 11 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 3 ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ 8 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ.

? ನಾವು ಈಗಷ್ಟೇ ನೋಡಿದ ವಿಧಾನದ ರೀತಿ ಇದೇ ಅಥವಾ ಭಿನ್ನವಾಗಿದೆಯೇ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ. ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಲು ಒಂದು ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ ಹುಡುಕಿ.

ಸಂಖ್ಯೆ	ಇದರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
128	ಹೌದು	ಇಲ್ಲ	ಇಲ್ಲ	ಇಲ್ಲ	ಇಲ್ಲ	ಹೌದು	ಇಲ್ಲ	ಇಲ್ಲ	ಇಲ್ಲ
990									
1586									
275									
6686									
639210									
429714									
2856									
3060									
406839									

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಮತ್ತಷ್ಟು ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳು (ತ್ವರಿತ ಮಾರ್ಗಗಳು) :

ಇತರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳು

? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದು ಎಂದು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

? ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾದ 2 ಮತ್ತು 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಕಾರ್ಯಸಿಂಧುವೇ? ಇದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು 38, 225, 186, 64 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲೆ 2 ಮತ್ತು 3ರ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

? 24 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಹೇಗೆ ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು? ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾದ 4 ಮತ್ತು 6ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಕಾರ್ಯಸಿಂದುವೇ? ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕಿಲ್ಲ?

24 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು 4 ಮತ್ತು 6ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಕೆಲಸಕ್ಕೆ ಬಾರದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸಂಖ್ಯೆ 12, 4 ಮತ್ತು 6 ಎರಡರಿಂದಲೂ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಆದರೆ 24 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

24 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು, ಬದಲಾಗಿ, ನಾವು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಮತ್ತು 8 ರಿಂದ ಭಾಗಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು.

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 24 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು 3 ಮತ್ತು 8ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಏಕೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಆದರೆ 4 ಮತ್ತು 6ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಏಕೆ ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

100 ರವರೆಗಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಮತ್ತು 100ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಇಂತಹ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳಿವೆ. ಮುಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಲಿತ ನಂತರ ಇವು ಹೇಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ನೀವು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು.

ಡಿಜಿಟಲ್ ಮೂಲಗಳು / ರೂಟ್‌ಗಳು :

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಒಂದಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಗುವವರೆಗೂ ಅದರ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಪದೇಪದೇ ಕೂಡಿ. ಈ ಒಂದಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸಂಖ್ಯೆ 489710 ರ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ 2 ಆಗಿದೆ.

$2\ (4 + 8 + 9 + 7 + 1 + 0 = 29,\quad 2 + 9 = 11,\quad 1 + 1 = 2)$.

? ಈ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ ಯಾವ ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ನೀವು ಯೋಚಿಸುತ್ತೀರಿ? 9 ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾಗ ನಾವು ಈ ರೀತಿ ಮಾಡಿದ್ದನ್ನು ನೆನಪು ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ.

? 600 ಮತ್ತು 700ರ ನಡುವಿನ ಯಾವ (ಎಷ್ಟು) ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್‌ನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ; (i) 5 (ii) 7 (iii) 3?

? ಯಾವುದಾದರೂ 12 ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್‌ಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ನೀವು ಏನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

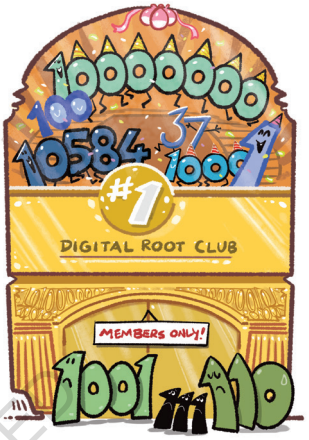
9ರ ಗುಣಕಗಳ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ ಯಾವಾಗಲೂ 9 ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

© KSTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಈಗ, (i) 3 (ii) 4 ಮತ್ತು (iii) 6ರ ಕೆಲವು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಗುಣಕಗಳ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್‌ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? 6ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 1 ಹೆಚ್ಚಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್‌ಗಳು ಯಾವುವು? ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ? ಗಮನಿಸಿದ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು (ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು) ವಿವರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

? ನಾನು ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿದ್ದೇನೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಮತ್ತು ಬೆಸ, ರೂಟ್ 1 ರೊಂದಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಹಂಚಿಕೆಯ ನೆಲೆಯಿಲ್ಲ ಎಷ್ಟು ವಿಚಿತ್ರ !



ನನ್ನ ಅಂಕಿಗಳು ಎಣಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ, ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ ನನ್ನ ರೂಟ್ ಎಲ್ಲಾ ಒಂದು ಧೈರ್ಯಶಾಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅನ್ವೇಷಣೆಗೆ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ನಾನು ಹೆಮ್ಮೆಯಿಂದ ಹೇಳಿಕೊಳ್ಳುವ ಒಂದಂಕಿಯು ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಬೆಸ ನನ್ನ ಸಂಖ್ಯೆ ಏನು? ನನ್ನ ಹೆಸರೇನು?

ಆರ್ಯಭಟ II (ಸುಮಾರು 950 CE) ರಚಿಸಿದ 'ಮಹಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ' ಕೃತಿಯು ಒಂದು–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ (ಒಂದಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ) ಸಿಗುವವರೆಗೂ, ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಪದೇ ಪದೇ ಕೂಡಿ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್‌ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಅಂಕಗಣಿತದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳ ಸರಿಯಾದ ಪರಿಶೀಲನೆಗೆ (ತಪಾಸಣೆಗೆ) ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿದುಬಂದಿದೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಒಂದು 8– ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ 5 ಆಗಿದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 10 ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ ಏನಾಗಿರುತ್ತದೆ?

2. ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಅದಕ್ಕೆ ಪದೇ ಪದೇ (ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿ) 11ನ್ನು ಕೂಡುವ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ. ಈ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್‌ಗಳು ಏನಾಗಿರುತ್ತವೆ? ನಿಮ್ಮ ಅವಲೋಕನಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ.

3. $9a + 36b + 13$ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ ಏನಾಗಿರುತ್ತದೆ?

4. ಇವುಗಳ ನಡುವೆ ಯಾವುದೇ ಮಾದರಿಗಳು ಅಥವಾ ಸಂಬಂಧಗಳು ಇರುವುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವ ಮೂಲಕ ಊಹಿಸಿ.

   (i) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಮತೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್

   (ii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 3 ಅಥವಾ 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ದೊರಕುವ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ ಮತ್ತು ಶೇಷ.



5.3 ಮಾರುವೇಶದಲ್ಲಿ ಅಂಕಿಗಳು :

ಕಳೆದ ವರ್ಷ ನಾವು ಕ್ರಿಪ್ಟಾರಿಥಮ್‌ಗಳು ಒಗಟುಗಳನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಅಕ್ಷರವು ಒಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ (ಗರಿಷ್ಠ) ಒಂದು ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊದಲ ಅಂಕಿಯು ಎಂದಿಗೂ ಸೊನ್ನೆ ('0') ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

? ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಕ್ರಿಪ್ಟಾರಿಥಮ್‌ಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

$$\text{(i)}\ \begin{array}{r} A1 \\ +\ 1B \\ \hline B0 \end{array} \qquad \text{(ii)}\ \begin{array}{r} AB \\ +\ 37 \\ \hline 6A \end{array} \qquad \text{(iii)}\ \begin{array}{r} ON \\ ON \\ +\ ON \\ \hline PO \end{array} \qquad \text{(iv)}\ \begin{array}{r} QR \\ QR \\ +\ QR \\ \hline PRR \end{array}$$

ಈಗ ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೆಲವು ಕ್ರಿಪ್ಟಾರಿಥಮ್‌ಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

? (v) $PQ \times 8 = RS$



ಗುಣ ಹೇಳುತ್ತಾನೆ "ಓಹ್, ಇದರರ್ಥ 8 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದ 2– ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮತ್ತೊಂದು 2– ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೊಡಲೇಬೇಕು. ನಾನು $10 \times 8 = 80$ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದ್ದೇನೆ. ಆದರೆ 10 ಮತ್ತು 80ರ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ. ಇದು ನಮಗೆ ಬೇಡ. ಇದೇ ಕಾರಣಕ್ಕಾಗಿ PQ ವು 11 ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ, P ಮತ್ತು Q ಗಳು ವಿಭಿನ್ನ ಅಂಕಿಗಳಾಗಿವೆ. $12 \times 8 = 96$ ಎಲ್ಲಾ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪಾಲಿಸುತ್ತದೆ". PQ ಯು 13 ಆಗಿದೆಯೇ? ಯೋಚಿಸಿ.

ಇದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಏಕೆಂದರೆ $13 \times 8 = 104$,

12ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಎಲ್ಲಾ 2 – ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ, 8 ರೊಂದಿಗಿನ ಗುಣಲಬ್ಧವು 3 – ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

? (vi) ಈಗ ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ: $GH \times H = 9K$

ಇದರರ್ಥ ಒಂದಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ 2–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ 90ರ 2 – ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಈ ಕ್ರಿಪ್ಟಾರಿಥಮ್‌ನಲ್ಲಿ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ನೀಡಲಾದ ಆಯ್ಕೆಗಳಿಂದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಅರಿಸಿ.

$11 \times 9 = 99$, $12 \times 8 = 96$, $46 \times 2 = 92$, $24 \times 4 = 96$, $47 \times 2 = 94$, $31 \times 3 = 93$, $16 \times 6 = 96$.

? (vii) ಇಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದಿದೆ: $BYE \times 6 = RAY$



ಅಂಶು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ "ಗುಣಲಬ್ಧವು 3 – ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, B ಯು 2 ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. B = 2, ಅಂದರೆ 2 ನೂರುಗಳು ಆದರೆ ಗುಣಲಬ್ಧವು 1200 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ B = 1."

? "Y" ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು? ಯಾವ ಅಂಕಿಗಳು ಸಾಧ್ಯ? / ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ?

Y, 7 ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ, Y = 7 ಆದರೆ, ಆಗ $170 \times 6 = 1020$; ಆದರೆ ನಮಗೆ 3 – ಅಂಕಿಯ ಗುಣಲಬ್ಧಬೇಕು. ಅಲ್ಲದೆ, Y ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ" ಎಂದು ಅಂಶು ವಿವರಿಸುತ್ತಾನೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮಾದರಿಗಳು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಮತ್ತು ಯೋಜನಾಶೀಲತೆ / ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಾವು ಕ್ರಿಪ್ಟಾರಿಥಮ್‌ಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಬಹುದು.

(?) ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(i) UT × 3 = PUT (ii) AB × 5 = BC (iii) L2N × 2 = 2NP

(iv) XY × 4 = ZX (v) PP × QQ = PRP (vi) JK × 6 = KKK

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1. 31z5, 9ರ ಗುಣಕವಾದರೆ ಇಲ್ಲಿ z ಒಂದು ಅಂಕಿ ಆದರೆ z ನ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಏಕೆ ಎರಡು ಉತ್ತರಗಳಿವೆ ಎಂದು ವಿವರಿಸಿ.

2. "ನಾನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 12 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಶೇಷ 8ನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ನಾನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 12ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 4 ಕಡಿಮೆ ಇದೆ. ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ 8ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ" ಎಂದು ಸ್ನೇಹಲ್ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅವನ ಪ್ರತಿಪಾದನೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ತೀರ್ಮಾನವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

3. 3ರ ಎರಡು ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತವು 9ರ ಗುಣಕ ಯಾವಾಗ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಯಾವಾಗ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ? ವಿವಿಧ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ಮಾದರಿಯನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿ.

4. ಶ್ರೀಲತಾ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ, "ನನ್ನ ಬಳಿ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ನಾನು ಅದರ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸಿದರೆ ಈಗಲೂ ಸಹ 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ".

(i) ಅವಳ ಊಹೆಯು 9ರ ಯಾವುದೇ ಗುಣಕಕ್ಕೆ ಸರಿಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

(ii) ಯಾವುದೇ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸಿ ರೂಪುಗೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೂ 9ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆಯೇ?

5. 48a23b ಸಂಖ್ಯೆಯು 18ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದರೆ a ಮತ್ತು b ಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಜೋಡಿ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ.

6. 3p7q8 ಸಂಖ್ಯೆಯು 44 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, p ಮತ್ತು q ಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಬೆಲೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ.

7. ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯು 2ರ ಗುಣಕ, ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯು 3ರ ಗುಣಕ ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುವ ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಂತಹ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವಿಯೇ? ಅವು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಸಂಭವಿಸುತ್ತವೆ?



8. 45000 ಮತ್ತು 47000 ರ ನಡುವಿನ 36ರ ಐದು ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ನಿಮ್ಮ ವಿಧಾನವನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ.



9. 5 ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯು 5p ಆಗಿದೆ. ಶ್ರೇಣಿಯ ಇತರ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 'p' ಯ ಪದಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

10. 15 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ 6 – ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸಿದಾಗ ಅದು 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

11. ದೀಪಕ್ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುತ್ತಾನೆ, "11ರ ಕೆಲವು ಗುಣಕಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಿದಾಗಲೂ, ಅವು 11ರ ಗುಣಕಗಳಾಗೇ ಇರುತ್ತವೆ. ಆದರೆ 11ರ ಇತರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಿದಾಗ ಅವು 11ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿ ಉಳಿಯುವುದಿಲ್ಲ". ಅವನ ಊಹೆಯು ಸರಿಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ನಿಮ್ಮ ತೀರ್ಮಾನವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

12. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು 'ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿ', 'ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸರಿ' ಅಥವಾ 'ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯಿಲ್ಲ' ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ ನಿಮ್ಮ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

    (i) 6ರ ಗುಣಕ ಮತ್ತು 3ರ ಗುಣಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು 9ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ.

    (ii) ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

    (iii) abcdef ಎಂಬುದು6ರ ಗುಣಕವಾದರೆ, badcef ಸಹ 6ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

    (iv) 8 (7b - 3) - 4 (116 + 1) ಯು 12ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ.

13. ಯಾವುದಾದರೂ 3 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ. ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗ 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ? ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿ.

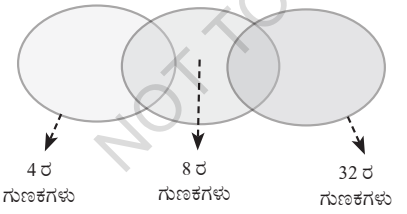
14. ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಯಾವಾಗಲೂ 2ರ ಗುಣಕವೇ? ಏಕೆ? ಈ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಹೇಳುವಿರಿ? ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ 6ರ ಗುಣಕವೇ? ಏಕೆ? ಅಥವಾ ಏಕಿಲ್ಲ? 4 ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನು ಹೇಳುವಿರಿ? 5 ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಬಗ್ಗೆ ಏನು?

15. ಕ್ರಿಪ್ಟಾರಿಥಮ್‌ಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

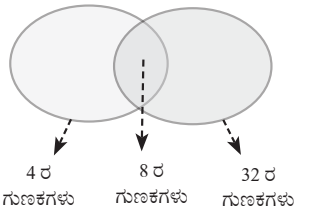
    (i) EF × E = GGG (ii) WOW × 5 = MEOW

16. ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ವೆನ್‌ನಕ್ಷೆಗಳು 4, 8 ಮತ್ತು 32ರ ಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಅನಾವರಣಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ (ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ)?

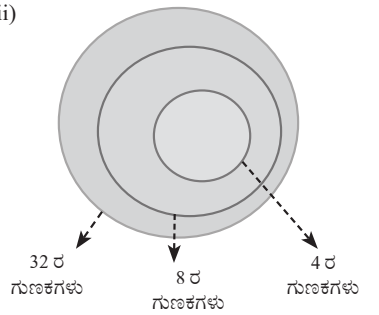
(i)



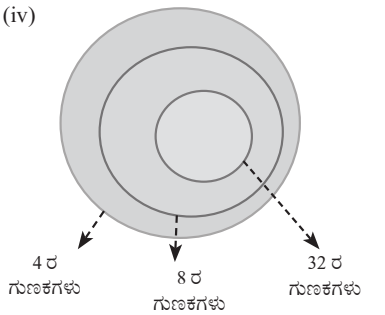
(ii)



(iii)



(iv)



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಾರಾಂಶ

- ನಾವು ಭಾಜ್ಯತೆಯ ವಿವಿಧ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿದೆವು ಮತ್ತು ಕಲಿತೆವು.
  - a ಯು b ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆಗ a ಯ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಕಗಳು b ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.
  - a ಯು b ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆಗ a ಯು b ಯ ಎಲ್ಲಾ ಅಪವರ್ತನಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.
  - a ಯು m ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಮತ್ತು a ಯು n ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಆಗ a ಯು m+n ಮತ್ತು m-n ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.
  - a ಯು b ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ ಮತ್ತು c ಯಿಂದಲೂ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ ಆಗ, a ಯು b ಮತ್ತು c ಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.
- 3, 9 ಮತ್ತು 11ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ನಾವು ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳನ್ನು ಕಲಿತೆವು ಮತ್ತು ಅವುಗಳು ಹೇಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತವೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಕಲಿತೆವು.
- ಇದರ ಮೂಲಕ ಬೀಜಗಣಿತ, ದೃಶ್ಯೀಕರಣ, ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಕೌಂಟರ್ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಗಣಿತದ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ತರ್ಕಿಸುವ ಶಕ್ತಿಗೆ ನಾವು ತೆರೆದಿಟ್ಟೆವು.

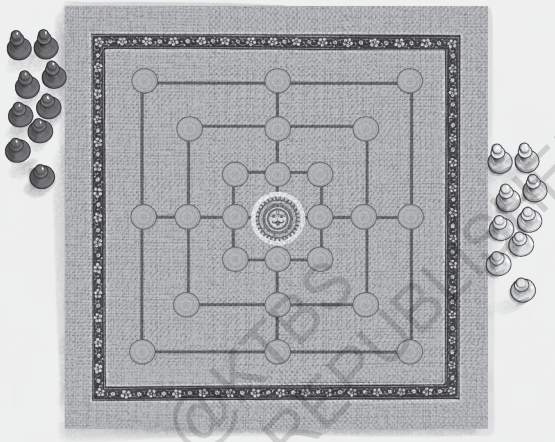
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಒಗಟಿನ ಸಮಯ!

ನವಕಂಕರಿ

ನವಕಂಕರಿ, ಇದನ್ನು ಸಾಲು ಮನೆ ಆಟ, ಚಾರ್–ಪಾರ್ ಅಥವಾ ನವಕಕ್ರಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಇದು ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ಬೋರ್ಡ್ ಆಟವಾಗಿದ್ದು, 'ನೈನ್ ಮೆನ್ಸ್ ಮಾರಿಸ್' ಅಥವಾ 'ಮಿಲ್ಸ್ ಇನ್ ದ ವೆಸ್ಟ್' ನಂತೆಯೇ ಇದೆ. ಇದು ಇಬ್ಬರು ಆಟಗಾರರು ತಂತ್ರದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರದ ಆಟವಾಗಿದ್ದು, ಎದುರಾಳಿಯ ಪಾನ್‌ಗಳನ್ನು ಹೊರಹಾಕಲು ಅಥವಾ ಅವುಗಳ ಚಲನೆಯನ್ನು ತಡೆಯಲು ಮೂರು ಪಾನ್‌ಗಳ ಸಾಲುಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಇದರ ಗುರಿಯಾಗಿದೆ.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಆಟ ಆಡುವ ವಿಧಾನ:

1. ಪ್ರತಿ ಸ್ಪರ್ಧಿಯು 9 ಪಾನ್‌ಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತಾನೆ. ಆಟಗಾರನು ತಮ್ಮ ಪಾನ್‌ಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದ ಜಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಇರಿಸಲು ಸರದಿಯಲ್ಲಿರುತ್ತಾರೆ. ಒಂದು ಛೇದಕದಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ ಒಂದು ಪಾನ್ ಇರಬಹುದು.
2. ಎಲ್ಲಾ ಪಾನ್‌ಗಳನ್ನು ಇರಿಸಿದ ನಂತರ, ಆಟಗಾರನು ಮೂರು ಸಾಲುಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಪಕ್ಕದ ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಪಾನ್ ಅನ್ನು ಸರದಿಯಲ್ಲಿ ಸರಿಸುತ್ತಾನೆ. ಸಾಲು ಅಡ್ಡ ಅಥವಾ ಲಂಬವಾಗಿರಬಹುದು.
3. ಒಮ್ಮೆ ಆಟಗಾರನು ತನ್ನ ಪಾನ್‌ಗಳೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಸಾಲನ್ನು ರೂಪಿಸಿದರೆ, ಅವರು ಎದುರಾಳಿಯ ಸಾಲುಗಳ ಭಾಗವಲ್ಲದ ಯಾವುದೇ ಪಾನ್ ಅನ್ನು ತೆಗೆದು ಹಾಕಬಹುದು.
   ಎದುರಾಳಿಯು 3 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಪಾನ್‌ಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಅಥವಾ ಸರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿದ್ದರೆ ಆಟಗಾರನು ಗೆಲ್ಲುತ್ತಾನೆ.



6 ನಾವು ವಿಭಾಜಿಸುತ್ತೇವೆ ಆದರೆ ಅವು ಗುಣಿಸಲ್ಪಡಿಸುತ್ತವೆ

S6J1N1

ಬೀಜಗಣಿತವು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಸಂಕೇತಗಳಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡು ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಹಾಗೂ ಸಂಬಂಧಗಳ ಕುರಿತ ಸಾಮಾನ್ಯ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಬೀಜಗಣಿತವು ವಾದಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಊಹೆಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಲು ಅಥವಾ ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಲು (ಹಿಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನೀವು ನೋಡಿದ ಅನೇಕ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಂತೆ) ಮತ್ತು ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಸಹ ಬಳಸಬಹುದು.

ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಸಂಕಲನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿತರಣಾ ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಹಿಡಿದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾಗಿದೆ. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ, ನಾವು ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಆವಿಷ್ಕರಿಸಿ, ವಿತರಣಾ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿವರಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6.1 ಗುಣಾಕಾರದ ಕೆಲವು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು

ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಲ್ಲಿನ ಏರಿಕೆಗಳು

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 23×27

? 1. ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ (23) ಗೆ 1 ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ (ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ) ಆಗ ಅದರ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ?

? 2. ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆ (27) ಕ್ಕೆ 1 ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ (ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ) ಆಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

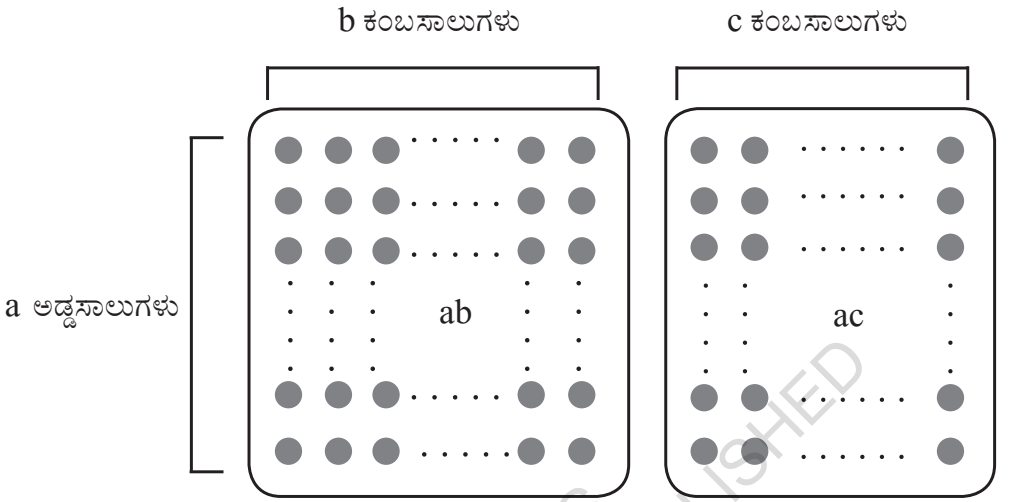
? 3. ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ 1 ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಆಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

? ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನಮ್ಮ ವೀಕ್ಷಣೆಯನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಲು ಸಹಾಯವಾಗುವ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿದಿರಾ?

ಮೊದಲು ನಾವು ಒಂದು ಸರಳವಾದ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ? 27 ಅನ್ನು 1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿನ ಏರಿಕೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಗುಣಾಕಾರದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನದಿಂದ (ಮತ್ತು ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ), ಗುಣಲಬ್ಧವು 23 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಗುಣಾಕಾರದ ವಿತರಣಾ ಗುಣದಿಂದಲೂ ನೋಡಬಹುದು. a, b ಮತ್ತು c ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ -

$$a\,(b + c) = ab + ac$$

ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ರೇಖಾಚಿತ್ರ ಬಳಸಿಕೊಂಡು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು:



$a\,(b + c)$

ಇದನ್ನು ಸಂಕಲನದ ಮೇಲೆ **ಗುಣಾಕಾರದ ವಿತರಣಾ ಗುಣ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ನಾವು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ $a(b+c) = ab+ac$ ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು $a = 23$, $b = 27$ ಮತ್ತು $c = 1$ ಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ ಆಗ ನಮಗೆ

$$23\,(27 + 1) = 23 \times 27 + \boxed{23}$$

(ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ)

ಇಲ್ಲಿ $a\,(b+c)$ ಮತ್ತು $23\,(27+1)$ ಕ್ರಮವಾಗಿ $a \times (b+c)$ ಮತ್ತು $23 \times (27+1)$ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಡಿ. 50, xy, ಇತ್ಯಾದಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಂತೆಯೇ, ನಾವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಆವರಣಗಳ ಮೊದಲು ಅಥವಾ ನಂತರ '×' ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬರೆಯುವುದನ್ನು ಬಿಟ್ಟುಬಿಡುತ್ತೇವೆ.

ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಾವು $(a+b)\,c$ ಅನ್ನು ಸಹ ಇದೇ ರೀತಿ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು.

ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ –

$$(a + b)\,c = c\,(a + b) \quad [\text{ಗುಣಾಕಾರದ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ}]$$

$$= ca + cb \quad [\text{ವಿತರಣಾ ಗುಣ}]$$

$$= ac + bc \quad [\text{ಗುಣಾಕಾರದ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ}]$$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವಾಗ ಒಂದು ಅಥವಾ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿದರೆ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಆರಂಭಿಕ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು a ಮತ್ತು b ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು, ಅಂದರೆ b ಅನ್ನು 1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ, ನಮಗೆ

$$a\,(b+1) = ab \times \boxed{a}$$

ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ

ಈಗ ಒಂದು ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ. ab ಎಂಬ ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ, a ಮತ್ತು b ಎರಡನ್ನೂ 1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ, ನಮಗೆ (a+1) (b+1) ಆಗುತ್ತದೆ.

? ನಾವು ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತೇವೆ?

(a+1) ಅನ್ನು ಒಂದೇ ಪದವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ನಂತರ, ವಿತರಣಾ ಗುಣಲಕ್ಷಣದ ಮೂಲಕ, ನಮಗೆ

$$(a+1)(b+1) = (a+1)\,b + (a+1)\,1$$

ನಾವು ಮತ್ತೆ ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವುದರಿಂದ, ನಮಗೆ

$$(a+1)(b+1) = (a+1)\,b + (a+1)\,1$$
$$= ab + \boxed{(b+a+1)}$$

ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ

ದೊರೆಯುವುದು.

a = 23, ಮತ್ತು b = 27 ನಮಗೆ

$$(23+1)(27+1) = (23+1)\,27 + (23+1)\,1$$
$$= 23 \times 27 + \boxed{(27+23+1)}$$

ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ

ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಹೀಗಾಗಿ, a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು 1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ab ಗುಣಲಬ್ಧವು a + b + 1 ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ.

? ಮೊದಲು (b + 1) ಅನ್ನು ಒಂದೇ ಪದವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿ, ನಂತರ (a + 1) (b + 1) ಅನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದ್ದರೆ, ನಮಗೆ ಏನು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ? ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ನೋಡಿ.

? ಒಂದು ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು 1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದನ್ನು 1 ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ಏನಾದರೂ ಬದಲಾವಣೆಯಾಗುತ್ತದೆಯೇ?

ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ a ಮತ್ತು b ಎಂಬ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ab ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. a ಯನ್ನು 1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಮತ್ತು b ಅನ್ನು 1 ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದರೆ, ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು (a + 1) (b – 1) ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವುದರಿಂದ, ನಮಗೆ

$$(a+1)(b-1) = (a+1)\,b - (a+1)\,1$$
$$= ab + b - (a+1)$$
$$= ab + \boxed{b-a-1}$$

ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ

a = 23, ಮತ್ತು b = 27 ನಮಗೆ

$$(23+1)(27-1) = (23+1)\,27 - (23+1)\,1$$
$$= 23 \times 27 + 27 - (23+1)$$
$$= 23 \times 27 + \boxed{27-23-1}$$

ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ

ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

? ಗುಣಲಬ್ಧವು ಯಾವಾಗಲೂ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಗುಣಲಬ್ಧವು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವ 3 ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಿರಿ.

? a ಮತ್ತು b ಗಳು ಋಣಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ಮೇಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $a = -5, b = 8$; $a = -4, b = -5$ ಇತ್ಯಾದಿ.

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಸಹ ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಅಂದರೆ, x, y ಮತ್ತು z ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, $x(y+z) = xy+xz$.

ಹೀಗಾಗಿ, ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಹೆಚ್ಚಳಕ್ಕಾಗಿ ನಾವು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿಗೆ ಋಣಪೂರ್ಣಾಂಕ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತವೆ.

ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಅವುಗಳ ಅಕ್ಷರ–ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ಒಂದೇ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಪಡೆದರೆ ಅವು ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿರ ಬಹುದು. ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಮತೆಯನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವ ಗಣಿತದ ಹೇಳಿಕೆಗಳು, ಉದಾಹರಣೆಗೆ -

$$a(b + 8) = ab + 8a,$$

$$(a + 1)(b - 1) = ab + b - a - 1,$$

ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು **ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು m ನಿಂದ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದನ್ನು n ನಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ?

a ಮತ್ತು b ಆರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದರೆ, ಅವು $(a + m)$ ಮತ್ತು $(b + n)$ ಆಗುತ್ತವೆ.

$$(a + m)(b + n) = (a + m)b + (a + m)n$$

$$= ab + mb + an + mn$$

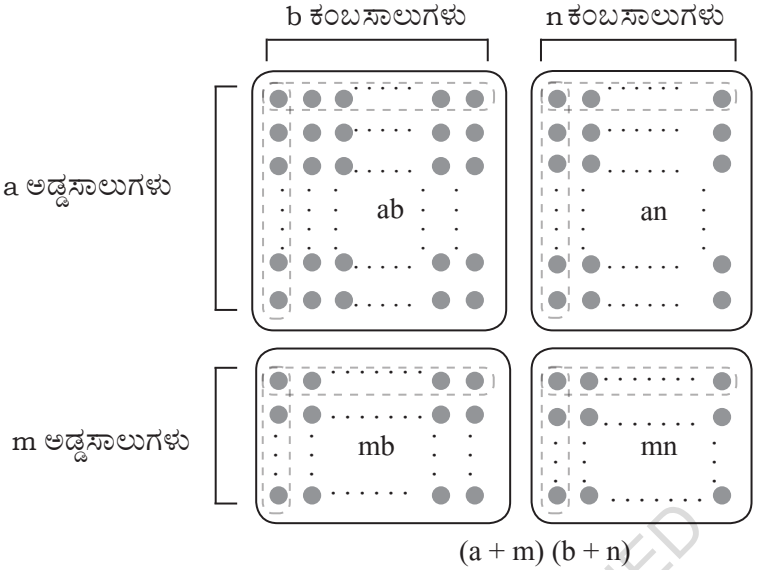
ಹೆಚ್ಚಳವು $an + bm + mn$ ಆಗಿದೆ.

ಗುಣಲಬ್ಧವು $(a + m)$ ನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಮೊತ್ತವಾಗಿದ್ದು $(b + n)$ ನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದದೊಂದಿಗೆ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1: $(a + m)(b + n) = ab + mb + an + mn$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು:



? ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಯಾವುದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಒಂದು ಅಥವಾ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 1 ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಮತ್ತೆ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. $(a + 1) (b - 1)$ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು $(a + 1) (b + (-1))$ ಎಂದು ಬರೆಯೋಣ. ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1 ರಲ್ಲಿ $m = 1$ ಮತ್ತು $n = 1$ ಅನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ನಮಗೆ $ab + (1) \times b + a \times (-1) + (1) \times (-1) = ab + b - a - 1$ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಇದು ನಾವು ಮೊದಲು ಪಡೆದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಾಗಿದೆ.

? ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1 ನ್ನು ಬಳಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಯಾವಾಗ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು.

(i) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 2 ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 3 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

(ii) ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 3 ರಿಂದ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 4 ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

? ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ವ್ಯವಕಲನಗಳನ್ನು ಸಂಕಲನಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸದೆ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ನಾವು ಇದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿದರೆ, $(a + u) (b - v)$ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$\begin{aligned}(a + u) (b - v) &= (a + u) b - (a + u) v \\ &= ab + ub - (av + uv) \\ &= ab + ub - av - uv.\end{aligned}$$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಇದು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1 ರಲ್ಲಿ $m = u$ ಮತ್ತು $n = -v$ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸುವಂತೆ ಇದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1 ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ, ಗುಣಲಬ್ಧ $(a + u) (b - v)$ ಎಂಬುದು $a + u$ (a ಮತ್ತು u) ನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದದ $b - v$ ಯು (b) ಮತ್ತು ($-v$) ನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದದೊಂದಿಗೆ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ. ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಲ್ಲಿನ ಪದಗಳ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಗುಣಾಕಾರದ ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.



ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ನಿಯಮಗಳು ಒಂದೇ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ವಿವಿಧ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ನಮಗೆ ಹೇಗೆ ಅವಕಾಶ ನೀಡುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಿ!

? ವಿಸ್ತರಿಸಿ: (i) $(a – u) (b + v)$, (ii) $(a – u) (b – v)$

ಆಗ ನಮಗೆ, $(a – u) (b + v) = ab – ub + av – uv$, ಮತ್ತು

$(a – u) (b – v) = ab – ub – av + uv$ ಎಂದು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವು ಒಂದು ಆವರಣದೊಳಗಿನ ಎರಡು ಪದಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಸೀಮಿತವಾಗಿಲ್ಲ.

? ಉದಾಹರಣೆ 1: ವಿಸ್ತರಿಸಿ. $\frac{3a}{2}(a – b + \frac{1}{5})$.

$$\frac{3a}{2}(a – b + \frac{1}{5}) = (\frac{3a}{2} \times a) – (\frac{3a}{2} \times b) + (\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5}).$$

ಈಗ ಪದಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸುವುದು ಹೇಗೆಂದರೆ–

$$\frac{3a}{2} \times a = \frac{3}{2} \times (a \times a).$$

ಘಾತಾಂಕಗಳ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ನಾವು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು, $\frac{3}{2} \times (a \times a) = \frac{3}{2} a^2$.

$$\frac{3a}{2} \times b = \frac{3}{2} \times (a \times b) = \frac{3}{2} ab.$$

$$\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5} = (\frac{3}{2} \times \frac{1}{5}) a = \frac{3}{10} a$$

ನಮಗೆ ಈಗ ದೊರೆಯುವುದು,

$$\frac{3a}{2}(a – b + \frac{1}{5}) = \frac{3}{2}a^2 – \frac{3}{2} ab + \frac{3}{10} a.$$

? ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ಒಂದೇ ಪದವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದೇ ಪದವನ್ನು ಪಡೆಯಲು $\frac{3}{2} a^2$ ಮತ್ತು $\frac{3}{10} a$ ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಬಹುದೇ?

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪದಗಳು ನಿಖರವಾಗಿ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಬೀಜಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ ಅಲ್ಲದೇ ಇದು ಅವುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಪದವಾಗಿ ಸರಳೀಕರಿಸಲು ಅನುವು ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಸುಲಭರೂಪಕ್ಕೆ ತರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ನಾವು ಒಂದೇ ಬೀಜಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪದಗಳನ್ನು **ಸಜಾತೀಯ ಪದಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಉದಾಹರಣೆ 2: ವಿಸ್ತರಿಸಿ $(a + b)(a + b)$

ಈಗ, $(a + b)(a + b) = (a+b)\,a + (a + b)b = a \times a + b \times a + ab + b \times b$

$= a^2 + ba + ab + b^2$

ಈಗ $ba = ab$ ಆದ್ದರಿಂದ ನಮಗೆ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಅಕ್ಷರ–ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಪದಗಳಿವೆ. (ಅಥವಾ ಸಜಾತೀಯ ಪದಗಳು) ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ನಾವು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ –

$$ba + ab = ab + ab = 2ab$$

ನಮಗೆ ದೊರೆಯುವುದೇನೆಂದರೆ,

$$(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2.$$

ಉದಾಹರಣೆ 3: ವಿಸ್ತರಿಸಿ $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2)$.

$(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = (a + b)a^2 + (a + b) \times 2ab + (a + b)b^2$

$= (a \times a^2) + ba^2 + (a \times 2ab) + (b \times 2ab) + ab^2 + (b \times b^2)$

ಇಲ್ಲಿನ ಪದಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸುಲಭೀಕರಿಸಬಹುದು –

$$a \times a^2 = a^3 \text{ (ಏಕೆ?)}$$

$$ba^2 = a^2b$$

$$a \times 2ab = 2 \times a \times a \times b = 2a^2b$$

$$b \times 2ab = 2 \times a \times b \times b = 2ab^2$$

$$b \times b^2 = b^3$$

ಈಗ, $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$.

ನಾವು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ಇಲ್ಲಿ, a^2b ಮತ್ತು $2a^2b$ ಗಳು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ– ಅಕ್ಷರಗಳಾಗಿವೆ (ಅಥವಾ ಸಜಾತೀಯ ಪದಗಳು) ಮತ್ತು ಇವುಗಳನ್ನು ಈಗ ಕೂಡಿಸಬಹುದು –

$$a^2b + 2a^2b = (1 + 2)\,a^2b = 3a^2b.$$

ಇದೇ ರೀತಿ, ab^2 ಮತ್ತು $2ab^2$ ಗಳು ಸಜಾತೀಯ ಪದಗಳು ಮತ್ತು ಈಗ ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಬಹುದು –

$$ab^2 + 2ab^2 = (1 + 2)ab^2 = 3ab^2.$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ನಾವು ಈಗ

$$(a + b) \times (a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \text{ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.}$$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಇತಿಹಾಸದ ಒಂದು ತುಣುಕು

ಸಂಕಲನದ ಮೇಲೆ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿತರಣಾ ಗುಣವು ಅನೇಕ ಪ್ರಾಚೀನ ನಾಗರಿಕತೆಗಳಲ್ಲಿ, ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಪ್ರಾಚೀನ ಈಜಿಪ್ಟ್, ಮೆಸಪಟೋಮಿಯ, ಗ್ರೀಸ್, ಚೀನಾ ಮತ್ತು ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಲ್ಲಿ ಸೂಚ್ಯವಾಗಿತ್ತು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಗಣಿತಜ್ಞರಾದ ಯೂಕ್ಲಿಡ್ (ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ) ಮತ್ತು ಆರ್ಯಭಟ (ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪದಲ್ಲಿ) ತಮ್ಮ ಗಣಿತ ಹಾಗೂ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಸೂಚ್ಯ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬಳಸಿದರು. ವಿತರಣಾ ಗುಣದ ಮೊದಲ ಸ್ಪಷ್ಟ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನು ತನ್ನ ಕೃತಿ ಬ್ರಹ್ಮಸ್ಫುಟಸಿದ್ಧಾಂತ (ಶ್ಲೋಕ 12.55) ದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ್ದಾನೆ, ಅವರು ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕಾಗಿ ಗುಣದ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಖಂಡ–ಗುಣನಂ (ಭಾಗಗಳಿಂದ ಗುಣಾಕಾರ) ಎಂದು ಉಲ್ಲೇಖಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಅವರ ಶ್ಲೋಕವು ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತದೆ, "ಗುಣಕವನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ, ಅದರ ಮೊತ್ತವು ಅದಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ; ನಂತರ ಗುಣಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಿಂದ ಗುಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ". ಅಂದರೆ, ಎರಡು ಭಾಗಗಳಿದ್ದರೆ, ಅಕ್ಷರ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದರಿಂದ ಇದು ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ $(a + b)\, c = ac + bc$ ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಮುಂದಿನ ಶ್ಲೋಕದಲ್ಲಿ (ಶ್ಲೋಕ 12.56), ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನು ಈ ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ವಿವರಿಸುತ್ತಾನೆ, ಅದನ್ನು ನಾವು ಮುಂದಿನ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಮತ್ತಷ್ಟು ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1. ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಾಕಾರ ಗ್ರಿಡ್ ಅನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಗ್ರಿಡ್‌ನೊಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ 3×3 ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು pq ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಿಂದ ನೀಡಿದರೆ, ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

3×5	3×6	3×7
4×5	4×6	4×7
5×5	5×6	5×7

	pq	

2. ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ.

(i) $(3 + u)(v - 3)$ (ii) $\frac{2}{3}(15 + 6a)$

(iii) $(10a + b)(10c + d)$ (iv) $(3 - x)(x - 6)$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

(v) $(-5a + b)(c + d)$ (vi) $(5 + z)(y + 9)$

3. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು 2 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದನ್ನು 4 ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಬದಲಾಗದೆ ಉಳಿಯುವ 3 ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಗಣಿತದ ಮಾತು

4. ವಿಸ್ತರಿಸಿ (i) $(a + ab - 3b^2)(4 + b)$, ಮತ್ತು (ii) $(4y + 7)(y + 11z - 3)$.

5. ವಿಸ್ತರಿಸಿ (i) $(a - b)(a + b)$, (ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ ಮತ್ತು

(iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$, ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿನ್ಯಾಸ ಕಂಡು ಬಂದಿದೆಯೇ? ಮುಂದಿನ ವಿನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಲ್ಲಿರಾ? ಇದನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಗುಣಿಸುವುದು

ಕೆಲವು ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ವಿತರಣಾ ನಿಯಮದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದಾದ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಬಹುದು.

ಗುಣಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 11, 101, 1001,.... ಯಾವುದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ

? 11ರ ಜೊತೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಒಂದೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಾಕಾರ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಿ.

(a) 3874×11 (b) 5678×11

ಮೊದಲ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

$$3874 \times 11 = 3874\,(10 + 1) = 38740 + 3874$$

$$\begin{array}{r} 38740 \\ +\quad 3874 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಕೂಡಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ನಾವು 4–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ dcba ಅನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ, ಅಂದರೆ, ಸಾವಿರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ d, ನೂರಾರು ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ c, ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ b ಮತ್ತು ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ a ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ.

$$dcba \times (10 + 1) = dcba \times 10 + dcba.$$

ಇದು -

$$\begin{array}{ccccccc} & d & c & b & a & o \\ + & & d & c & b & a \\ \hline & d & (c+d) & (b+c) & (a+b) & a \end{array}$$

ಆಗುತ್ತದೆ.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ಇದನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಒಂದೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಹಂತ 1

$$\begin{array}{r} 3874 \times 11 \\ \hline 4 \end{array}$$

ಹಂತ 2

$$\begin{array}{r} \overset{\textcircled{1}}{} \\ 3874 \times 11 \\ \hline 14 \end{array}$$

ಹಂತ 3

$$\begin{array}{r} \overset{\textcircled{1}\textcircled{1}}{} \\ 3874 \times 11 \\ \hline 614 \end{array}$$

ಹಂತ 4

$$\begin{array}{r} \overset{\textcircled{1}\textcircled{1}\textcircled{1}}{} \\ 3874 \times 11 \\ \hline 2614 \end{array}$$

ಹಂತ 5

$$\begin{array}{r} \overset{\textcircled{1}\textcircled{1}\textcircled{1}}{} \\ 3874 \times 11 \\ \hline 42614 \end{array}$$

? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು (ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ) 11 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಒಂದೇ (ಹಂತ) ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

(i) 94×11, (ii) 495×11, (iii) 3279×11, (iv) 4791256×11.

ಗಣಿತದ ಮಾತು

? ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 101 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ನಾವು ಇದೇ ರೀತಿಯ ನಿಯಮವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು?

? 3874 ಅನ್ನು 101 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ.

ನಾವು 4–ಅಂಕಿಯ dcba ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

$$dcba \times 101 = dcba \times (100 + 1) = dcba \times 100 + dcba.$$

ಇದು

$$\begin{array}{cccccccc} & d & c & b & a & o & o \\ + & & & d & c & b & a \\ \hline & d & c & (b+d) & (a+c) & b & a \end{array}$$

ಆಗುತ್ತದೆ.

? ಇದನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಒಂದೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 3874×101 ಅನ್ನು ಗುಣಿಸಿ.

? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 101 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಒಂದೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಇರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮ ಯಾವುದು? ಈ ನಿಯಮವನ್ನು 1001, 10001 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ವಿಸ್ತರಿಸಿ....

? ಇದನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 89×101, (ii) 949×101, (iii) 265831×1001, (iv) 1111×1001,
(v) 9734×99 ಮತ್ತು (vi) 23478×999

ಗಣಿತದ ಮಾತು

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಗುಣಿಸಲು ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವ ಇಂತಹ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ (628 CE), ಶ್ರೀಧರಾಚಾರ್ಯ (750 CE) ಮತ್ತು ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯ (ಲೀಲಾವತಿ, 1150 CE) ಅವರ ಪ್ರಾಚೀನ ಗಣಿತ ಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನು ತನ್ನ ಕೃತಿ ಬ್ರಹ್ಮಸ್ಫುಟ ಸಿದ್ಧಾಂತ (ಶ್ಲೋಕ 12.56) ದಲ್ಲಿ, ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಗುಣಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಇಷ್ಟ–ಗುಣನ ಎಂದು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುತ್ತಾನೆ.

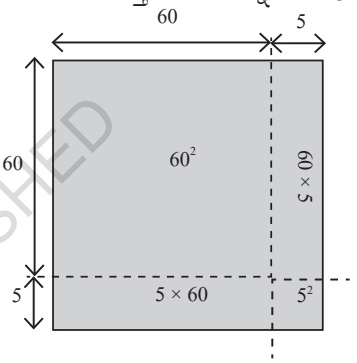
©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6.2 ವಿತರಣಾ ನಿಯಮದ ವಿಶೇಷ ಸಂದರ್ಭಗಳು

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ/ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳ ವರ್ಗ

? 60 ಮೂಲಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 3600 ಚದರಮೂಲಮಾನಗಳು (60^2) ಮತ್ತು 5 ಮೂಲಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 25 ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು (5^2) ಆಗಿದೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 65 ಮೂಲಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ 65 ಮೂಲಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು 4 ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು – 60 ಮೂಲಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕ, 5 ಮೂಲಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕ ಹಾಗೂ 60 ಮತ್ತು 5 ಮೂಲಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಎರಡು ಆಯತಗಳು. ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಭಾಗಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಭಾಗಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?



ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುವಂತೆ,

$65^2 = (60 + 5)^2 = 60^2 + 5^2 + 2 \times (60 \times 5)$.

$= 3600 + 25 + 600$

$= 4225$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು ಎಂದು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು $(60 + 5) \times (60 + 5)$ ಗುಣಿಸೋಣ.

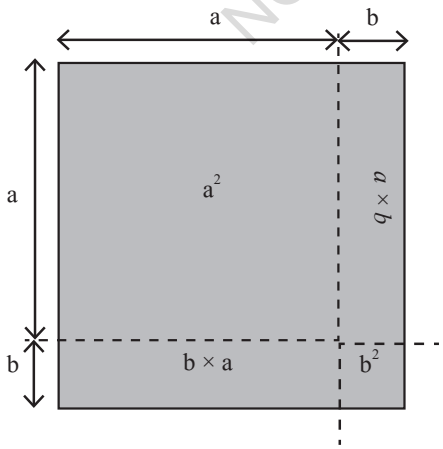
$(60 + 5) \times (60 + 5) = 60 \times 60 + 5 \times 60 + 60 \times 5 + 5 \times 5$

$= 60^2 + 2 \times (60 \times 5) + 5^2$.

? ನಾವು 65^2 ಅನ್ನು $(30 + 35)^2$ ಅಥವಾ $(52 + 13)^2$ ಎಂದು ಬರೆದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ಮತ್ತು ನೀವು ಪಡೆಯುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

$(a + b)^2$ ಅಂದರೆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ.



ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, $(a+b)^2$ ಅನ್ನು ಹೀಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು.

$(a+b) \times (a+b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b$

$= a^2 + 2ab + b^2$,

ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಉದಾಹರಣೆ 2ರಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಂತೆ.

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1A: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಗಣಿತದ ಮಾತು

? a ಮತ್ತು b ಗಳು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, $(a+b)^2$ ಯಾವಾಗಲೂ $a^2 + b^2$ ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆಯೇ? ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಅದು ಯಾವಾಗ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ?

? 104^2 ಮತ್ತು 37^2 ರ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1A ಬಳಸಿ. [**ಸುಳಿಹು:** 104 ಮತ್ತು 37 ಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಸುಲಭವಾದ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿ.]

? ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1A ಬಳಸಿ.

(i) $(m + 3)^2$ (ii) $(6 + p)^2$

? ವಿಸ್ತರಿಸಿ $(6x + 5)^2$

ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ	ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ
$(6x + 5)^2 = (6x + 5)(6x + 5)$ $= (6x \times 6x) + (5 \times 6x) + (6x \times 5) + 5 \times 5$ $= (6x)^2 + 2(6x \times 5) + 5^2$ $= 36x^2 + 60x + 25.$	$(6x + 5)^2 = (6x)^2 + 5^2 + 2 \times (6x \times 5)$ $= 36x^2 + 25 + 60x.$



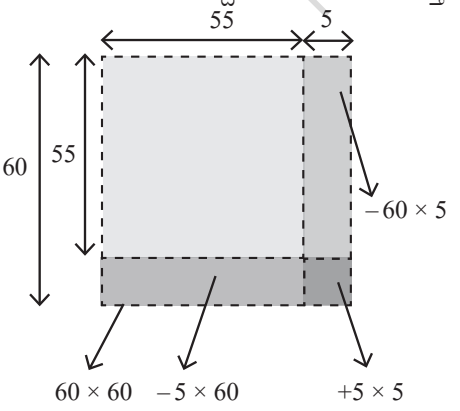
ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮವನ್ನು ನೆನಪಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಲು ಅಥವಾ ಬಳಸಲು ನಿಮಗೆ ಕಷ್ಟವಾಗಿದ್ದರೆ, ನೀವು ಗುಣಿಸಲು ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

? ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಮತ್ತು ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವ ಮೂಲಕ $(3j + 2k)^2$ ಅನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ.

? $(60 - 5)^2$ ಅಥವಾ 55^2 ರ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು 60^2 (= 3600) ಮತ್ತು 5^2 (=25) ಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದೇ?

ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 60 ಇರುವ ಚೌಕದ ಒಳಗೆ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 55 ಇರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮೂಲಕ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ನೋಡೋಣ.

ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 55 ರ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $(60-5)^2 = 55^2$.



60 ರ ಭಾಗದ ಉದ್ದದ ವರ್ಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು 60 ಮತ್ತು 5 ರ 60^2 - (60 x 5) - (5 × 60) ಎರಡು ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ತೆಗೆಯುವ ಮೂಲಕ ಭಾಗದ ಉದ್ದದ ವರ್ಗ 55 ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ನಾವು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಇದನ್ನು ಮಾಡುವುದರಿಂದ, ನಾವು 5ರ ಮೂಲಮಾನದ ಉದ್ದದ ಸಣ್ಣ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ತೆಗೆಯುತ್ತೇವೆ. ಸರಿಯಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನಾವು ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯೊಂದಿಗೆ ಏನು ಮಾಡಬಹುದು?

ನಾವು 5ರ ಮೂಲಮಾನದ ಉದ್ದದ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಮರಳಿ ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗೆ ಸೇರಿಸಬಹುದು. ಈ ಮೂಲಕ, ನಾವು ಈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕೇವಲ ಒಂದು ಬಾರಿ ಕಳೆಯುತ್ತಿದ್ದೇವೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಆದ್ದರಿಂದ, $(60 - 5)^2 = 60^2 - (60 \times 5) - (5 \times 60) + 5^2$

$= 3600 - 300 - 300 + 25$

$= 3025.$

55 ಮೂಲಮಾನದ ಉದ್ದದ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 3025 ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು.

$(a + b)^2$ ನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ ಏನು ಕೊಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. $(a - b)^2$ ನ ವಿಸ್ತರಣೆ ಏನು? ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸುವುದರಿಂದ,

$(a - b)^2 = (a - b) \times (a - b)$

$= (a)^2 - ba - ab + (b)^2$

$= a^2 - 2ab + b^2.$

? $(a - b)^2$ ನ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು $(a + b)^2$ ನ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಸಹ ಬಳಸಬಹುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ಯೋಚಿಸಿ?

ಸುಳಿಹು: $(a - b)^2 = (a + (- b))^2$.

ನಾವು ಈಗ $(a + b)^2$ ನ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಬಳಸಬಹುದು.

$(a + (-b))^2 = (a)^2 + (-b)^2 + 2 \times (a) \times (-b)$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1B : $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

? 55^2 ಗೆ ನಾವು ಮಾಡಿದಂತೆ, ರೇಖಾಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು $(a - b)^2$ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? $(a - b)^2$ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಳಸಿ (a) 99^2 ಮತ್ತು (b) 58^2 ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1B ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮತ್ತು ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವ ಮೂಲಕ ವಿಸ್ತರಿಸಿ.

(i) $(b - 6)^2$ (ii) $(-2a + 3)^2$ (iii) $(7y - \frac{3}{4z})^2$

ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು:

ವಿನ್ಯಾಸ 1 (ಮಾದರಿ 1)

ಕೆಳಗಿನ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ನೋಡಿ.

$2 (2^2 + 1^2) = 3^2 + 1^2$

$2 (3^2 + 1^2) = 4^2 + 2^2$

$2 (6^2 + 5^2) = 11^2 + 1^2$

$2 (5^2 + 3^2) = 8^2 + 2^2.$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಎರಡು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಅವುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ. ಈ ಮೊತ್ತದ ಎರಡರಷ್ಟನ್ನು ಎರಡು ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ?

ಇದನ್ನು ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನೀವು ಯಾವುದೇ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು (ಮಾದರಿಯನ್ನು) ಕಂಡುಕೊಂಡಿದ್ದೀರಾ?

ಗಮನಿಸುವುದರಿಂದ, $2(5^2 + 6^2) = (6 + 5)^2 + (6 - 5)^2$.

? ಕೆಳಗಿನ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು ಗಮನಿಸಿದ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು (ಮಾದರಿಯನ್ನು) ವಿವರಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆಯೇ?

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 - 2ab + b^2)$$

ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ $a^2 + a^2 = 2a^2$, $b^2 + b^2 = 2b^2$ ಮತ್ತು $2ab - 2ab = 0$ ನಾವು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

$$2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2.$$

ವಿನ್ಯಾಸ 2 (ಮಾದರಿ 2)

? ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವಿದೆ. ಈ ವಿನ್ಯಾಸವು ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯೇ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿ ವಿವರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

$$9 \times 9 - 1 \times 1 = 10 \times 8$$

$$8 \times 8 - 6 \times 6 = 14 \times 2$$

$$7 \times 7 - 2 \times 2 = 9 \times 5$$

$$10 \times 10 - 4 \times 4 = 14 \times 6$$

ಇಲ್ಲಿ ವಿನ್ಯಾಸವು $a^2 - b^2 = (a + b) \times (a - b)$ ಹಾಗೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ.

? ಇದು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವೇ?

ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿ ಇದನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

$$(a + b) \times (a - b) = a^2 - ab + ba - b^2$$

ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡುವುದರಿಂದ, $ab + (-ab) = 0$ ನಮಗೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ.

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1C : $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$.

ನೀವು ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಈಗಾಗಲೇ ಹಿಂದಿನ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಭಾಗ 5(i)ರಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದೀರಿ.

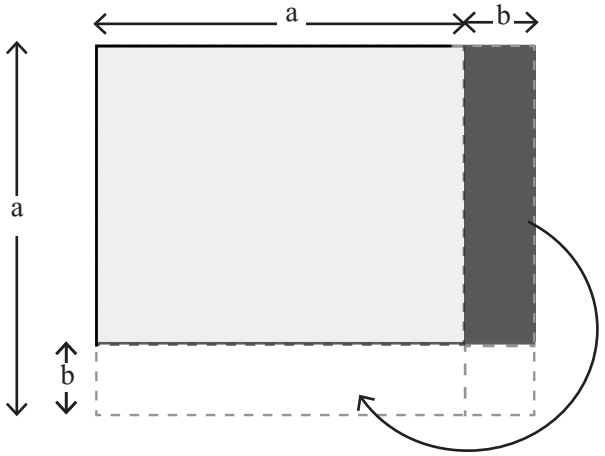
? 1C ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಳಸಿ 98×102 ಮತ್ತು 45×55 ನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ.

? $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$ ಎಂದು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ತೋರಿಸಿ.

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸುಳಿಹು:



ಶ್ರೀಧರಾಚಾರ್ಯರು (750 CE) ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1C ಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀಡಿದ್ದಾರೆ. ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣದ ಮಾರ್ಪಡಿಸಿದ ರೂಪವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

$$a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$$

? ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವು ಸರಿಯಿದೆ ಏಕೆ?

ಈಗ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ 31^2 ನ್ನು $a = 31$ ಮತ್ತು $b = 1$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$31^2 = (31 + 1)(31 - 1) + 1^2$$
$$= 32 \times 30 + 1$$
$$= 961.$$

197^2 ನ್ನು $a = 197$ ಮತ್ತು $b = 3$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$197^2 = (197 + 3)(197 - 3) + 3^2$$
$$= 200 \times 194 + 9$$
$$= 38809.$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? **ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

1. $(a-b)^2$ ಅಥವಾ $(b - a)^2$ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.
2. 100 ನ್ನು ಎರಡು ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
3. ನೀವು ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೂ ಕಲಿತಿರುವ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 406^2, 72^2, 145^2, 1097^2 ಮತ್ತು 124^2 ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



4. ವಿನ್ಯಾಸ 1 ಮತ್ತು ವಿನ್ಯಾಸ 2 ಕೇವಲ ಎಣಿಕೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತವೆಯೇ? ಅಥವಾ ಋಣಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ಸಹ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತವೆಯೇ? ಹಾಗೂ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆಯೇ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

6.3 ತಪ್ಪನ್ನು ಗುರುತಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಿ.

ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಕೆಲವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ನಾವು ಅವುಗಳ ಸರಳ ರೂಪಗಳಿಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಮತ್ತು ಸರಳೀಕರಿಸಿದ್ದೇವೆ.

(i) ಪ್ರತಿ ಸರಳೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಮತ್ತು ತಪ್ಪಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡಿ.

(ii) ತಪ್ಪಾಗಿದ್ದರೆ, ಏನು ತಪ್ಪಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

(iii) ನಂತರ ಸರಿಯಾದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

1
$$-3p(-5p + 2q)$$
$$= -3p + 5p - 2q$$
$$= p - 2q$$

2
$$2(x - 1) + 3(x + 4)$$
$$= 2x - 1 + 3x + 4$$
$$= 5x + 3$$

3
$$y + 2(y + 2)$$
$$= (y + 2)^2$$
$$= y^2 + 4y + 4$$

4
$$(5m + 6n)^2$$
$$= 25m^2 + 36n^2$$

5
$$(-q + 2)^2$$
$$= q^2 - 4q + 4$$

6
$$3a(2b \times 3c)$$
$$= 6ab \times 9ac$$
$$= 54a2bc$$

7
$$\frac{1}{2}(10s - 6) + 3$$
$$= 5s - 3 + 3$$
$$= 5s$$

8
$$5w^2 + 6w$$
$$= 11w^2$$

9
$$2a^3 + 3a^3 + 6a^2b + 6ab^2$$
$$= 5a^3 + 12a^2b^2$$

10
$$(x + 2)(x + 5)$$
$$= (x + 2)x + (x + 2)5$$
$$= x^2 + 2x + 5x + 10$$
$$= x^2 + 7x + 10$$

11
$$(a + 2)(b + 4)$$
$$= ab + 8$$

12
$$ab^2 + a^2b + a^2b^2$$
$$= ab(a + b + ab)$$

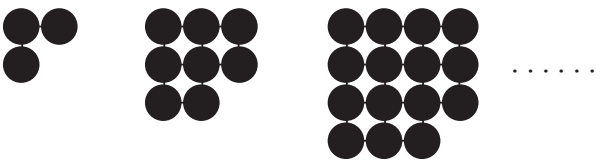
©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6.4 ದಾರಿಯಾವುದಾದರೇನು ಸೇರುವ ಜಾಗ ಒಂದೇ

ಗಣಿತದ ಮಾತು

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ವಿನ್ಯಾಸ (ಮಾದರಿ)ಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಮುಂದಿನ ಅನುಕ್ರಮ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಅದು ಎಷ್ಟು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ? ಹಂತ 10ರಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ವೃತ್ತಗಳಿವೆ? ಹಂತ K ನಲ್ಲಿರುವ ವೃತ್ತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

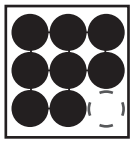
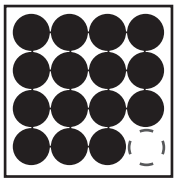
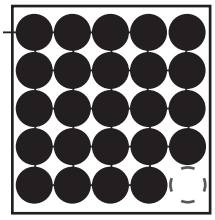
1 2 3



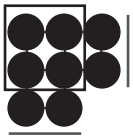
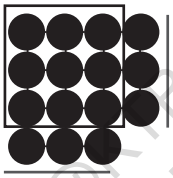
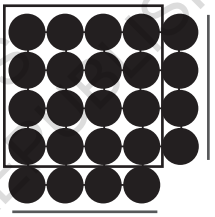
. . . . . .

ಈ ಮಾದರಿಯನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲು ಹಲವು ವಿಧಾನಗಳಿವೆ. ಕೆಲವು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ.

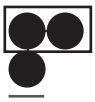
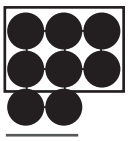
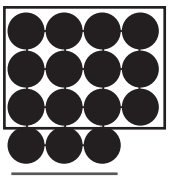
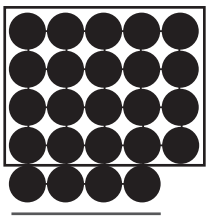
ವಿಧಾನ 1

ಹಂತ 1	ಹಂತ 2	ಹಂತ 3	ಹಂತ 4	...	ಹಂತ k
				...	
$2^2 - 1$	$3^2 - 1$	$4^2 - 1$	$5^2 - 1$	...	$(k + 1)^2 - 1$
$= (1 + 1)^2 - 1$	$= (2 + 1)^2 - 1$	$= (3 + 1)^2 - 1$	$= (4 + 1)^2 - 1$		

ವಿಧಾನ 2

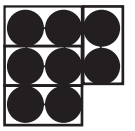
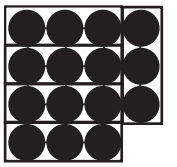
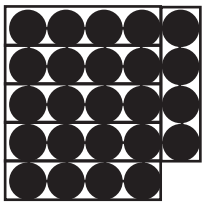
ಹಂತ 1	ಹಂತ 2	ಹಂತ 3	ಹಂತ 4	...	ಹಂತ k
				...	
$1 + 2 \times 1$	$2^2 + 2 \times 2$	$3^2 + 2 \times 3$	$4^2 + 2 \times 4$	...	$k^2 + 2 \times k$
$= 1^2 + 2 \times 1$	$= 2^2 + 2 \times 2$	$= 3^2 + 2 \times 3$	$= 4^2 + 2 \times 4$		

ವಿಧಾನ 3

ಹಂತ 1	ಹಂತ 2	ಹಂತ 3	ಹಂತ 4	...	ಹಂತ k
				...	
$1 \times 2 + 1$	$2 \times 3 + 2$	$3 \times 4 + 3$	$4 \times 5 + 4$	...	$k \times (k + 1) + k$
$= 1 \times (1 + 1) + 1$	$= 2 \times (2 + 1) + 2$	$= 3 \times (3 + 1) + 3$	$= 4 \times (4 + 1) + 4$		

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ವಿಧಾನ 4

ಹಂತ 1	ಹಂತ 2	ಹಂತ 3	ಹಂತ 4	...	ಹಂತ k
				...	
1×3 $= 1 \times (1 + 2)$	2×4 $= 2 \times (2 + 2)$	3×5 $= 3 \times (3 + 2)$	4×6 $= 4 \times (4 + 2)$	...	$k \times (k+2)$

ನಿಮ್ಮ ವಿಧಾನವು ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರು ಒಂದಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಅಥವಾ ಭಿನ್ನವಾಗಿದೆಯೇ? ನಾವು ಗುರುತಿಸಿದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ, ಆದರೆ ಅವು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ವಿಭಿನ್ನವೇ? ಅವುಗಳು ಒಂದೇ ಮಾದರಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದರಿಂದ, ಅವುಗಳೆಲ್ಲವೂ ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕು. ಪ್ರತಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ ನೋಡೋಣ.

$(k + 1)^2 - 1$	$k^2 + 2 \times k$	$k \times (k + 1) + k$	$k \times (k + 2)$
$= k^2 + 1 + 2k - 1$	$= k^2 + 2k$	$= k^2 + k + k$	$= k^2 + 2k$
$= k^2 + 2k$		$= k^2 + 2k$	

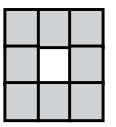
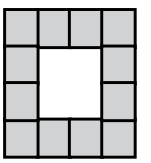
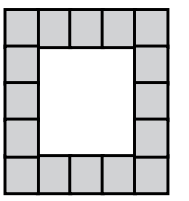
ಹಂತಗಳು ಸರಿಯಿದ್ದಾಗ ಎಲ್ಲಾ ವಿಧಾನಗಳು ಒಂದೇ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಕಾರಣವಾಗುತ್ತವೆ; $K^2 + 2k$ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಈ ಮಾದರಿಯ ಹಂತ K ನಲ್ಲಿರುವ ವೃತ್ತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.



ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮಾದರಿಯನ್ನು ನೋಡಲು ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸಮೀಪಿಸಲು ಮತ್ತು ಪರಿಹರಿಸಲು ಅನೇಕ ವಿಧಾನಗಳಿವೆ. ಅಂತಹ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಬಹಳಷ್ಟು ಸೃಜನಾತ್ಮಕತೆ ಮತ್ತು ಊಹೆಯ ಅಗತ್ಯವಿರುತ್ತದೆ! ನಿಮ್ಮ ನೆಚ್ಚಿನ ಒಂದೆರಡು ವಿಧಾನಗಳಿದ್ದರೂ ಸಹ, ಇತರ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುವುದು ಮನರಂಜನೆ ಮತ್ತು ಸಮೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ.

? ಹಂತ 15ರಲ್ಲಿನ ವೃತ್ತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸಿ.

? ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಚೌಕಾಕಾರದ ಟೈಲ್ಸ್‌ಗಳಿಂದ (ಹಾಸುಬಿಲ್ಲೆ)ಮಾಡಿದ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

1	2	3	
			.....

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಪ್ರತಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಚೌಕಕಾರದ ಟೈಲ್ಸ್‌ಗಳಿವೆ?

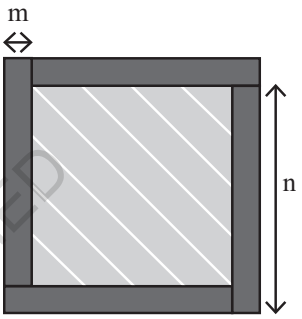
? ಹಂತ 4ರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಅನುಕ್ರಮ ಟೈಲ್ಸ್‌ಗಳಿವೆ? ಹಂತ 10ರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು?

? ಹಂತ 'n' ನಲ್ಲಿರುವ ಟೈಲ್ಸ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ನಿಮ್ಮ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ. ಉತ್ತರವನ್ನು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

? ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕ ಛಾಯಾಗೊಳಿಸಿದ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಎಲ್ಲಾ ನಾಲ್ಕು ಆಯತಗಳು ಒಂದೇ ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

ತಡಾಂಗ್‌ನ ವಿಧಾನ:



ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಒಟ್ಟಾರೆ ಪ್ರದೇಶವು (m + n) ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವಾಗಿದ್ದು, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $(m+n)^2$ ಆಗಿದೆ.

ನಾಲ್ಕು ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಿಂದ ಕಳೆಯುವುದರಿಂದ ಆಂತರಿಕ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

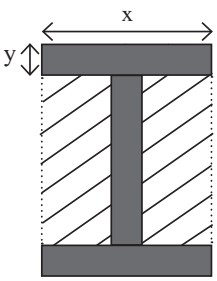
ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದಾಗ $(m+n)^2 - 4mn$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಯೂಸೂಫ್‌ನ ವಿಧಾನ:

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಪ್ರದೇಶವು (n - m) ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $(n - m)^2$ ಆಗಿದೆ.

? ಎರಡೂ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಮೂಲಕ, $(m + n)^2 - 4mn = (n - m)^2$ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

? ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಓರೆಯಾದ ಗೆರೆಗಳಿರುವ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಮೂರು ಆಯತಗಳೂ ಒಂದೇ ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ, (ಚಿತ್ರ 1)



ಚಿತ್ರ 1

ಅನುಷಾಳ ವಿಧಾನ:

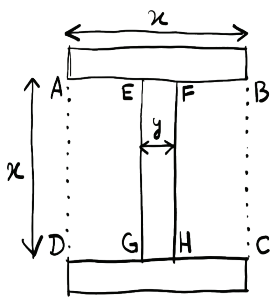
ಬೇಕಾಗಿರುವ (ಅಗತ್ಯವಿರುವ) ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ABCD) - ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (EFGH)

ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = x^2

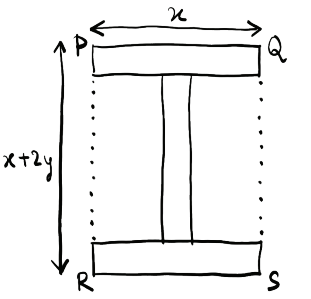
EFGH ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = xy

ಬೇಕಾಗಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $x^2 - xy$



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ವೈಷ್ಣವಿಯ ವಿಧಾನ :



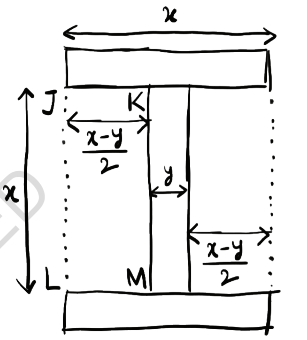
$$QS = y + x + y$$
$$= x + 2y.$$

PQSR ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= x(x + 2y)$

ಬೇಕಾಗಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = PQSR ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - (ಮೂರು ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

$$= x(x + 2y) - 3xy$$

ಆದಿತ್ಯನ ವಿಧಾನ :



ಬೇಕಾಗಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು JKLM ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡರಷ್ಟಿದೆ.

$$JK = \frac{x - y}{2},\ KM = x$$

(JKML) ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= x\left(\frac{x - y}{2}\right)$

ಬೇಕಾಗಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 2 × JKML ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

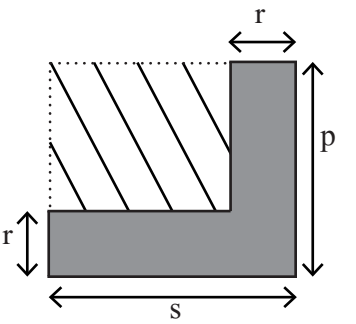
$$= 2x\left(\frac{x - y}{2}\right)$$
$$= x\,(x - y).$$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. $x = 8$ ಮತ್ತು $Y = 3$, ಆದಾಗ ಛಾಯಾಗೊಳಿಸಿದ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಗೆರೆ ಎಳೆದ (ಡ್ಯಾಶ್) ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಉತ್ತರವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ. $p = 6$, $r = 3$ ಮತ್ತು $s = 9$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ.

ಗಣಿತದ ಮಾತು



? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಸೂಚಿಸಲಾದ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ.
   (i) 46^2 ಗೆ 1A ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ $(a+b)^2$ ನ್ನು ಬಳಸಿ.
   (ii) 397×403 ಗೆ 1C ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ $(a+b)(a-b)$ ನ್ನು ಬಳಸಿ.
   (iii) 91^2 ಗೆ 1B ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ $(a-b)^2$ ನ್ನು ಬಳಸಿ.
   (iv) 43×45 ಗೆ 1C ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ $(a+b)(a-b)$ ನ್ನು ಬಳಸಿ.

2. ಸೂಕ್ತವಾದ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಅಥವಾ ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿ, ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (i) $(p - 1)(p + 11)$
   (ii) $(3a - 9b)(3a + 9b)$
   (iii) $-(2y + 5)(3y + 4)$
   (iv) $(6x + 5y)^2$
   (v) $(2x - \frac{1}{2})^2$
   (vi) $(7p) \times (3r) \times (p + 2)$

3. ಪ್ರತಿ ಹೇಳಿಕೆಗೆ ಸೂಕ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.
   (i) ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಎರಡು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ
   $2 + s$ $(s + 2)^2$ $s^2 + 2$ $s^2 + 4$ $2s^2$ 2^2s
   (ii) ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ
   $m^2 + n^2$ $(m + n)^2$ $m^2 + 1$ $m^2 + (m + 1)^2$
   $m^2 + (m - 1)^2$ $(m + (m + 1))^2$ $(2m)^2 + (2m + 1)^2$

4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್‌ನಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ 2×2 ಚೌಕದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

ಫೆಬ್ರವರಿ						
ಭಾ	ಸೋ	ಮಂ	ಬು	ಗು	ಶು	ಶ
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಅದರಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $4\times12=48$, $5\times11=55$. ಇದೇ ರೀತಿ ಇನ್ನುಳಿದ 2×2 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

ಕರ್ಣದ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ? ಇದು ಏಕೆ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

ಗಣಿತದ ಮಾತು

ಸುಳಿಹು: ಪ್ರತಿ 2×2 ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಗುರ್ತಿಸಬಹುದು.

a	(a + 1)
a + 7	(a + 8)

5. ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

   (i) $(k + 1)(k + 2) - (k + 3)$ ಯಾವಾಗಲೂ 2 ಆಗಿದೆ.

   (ii) $(2q + 1)(2q - 3)$ ಎಂಬುದು 4ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ.

   (iii) ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳು 4ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳು 8ರ ಗುಣಕಗಳಿಗಿಂತ 1 ಹೆಚ್ಚಾಗಿವೆ.

   (iv) $(6n+2)^2 - (4n+3)^2$ ಎಂಬುದು ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 5 ಕಡಿಮೆ.

6. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 3ನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 5ನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ, ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ದೊರೆಯುವ ಶೇಷ ಎಷ್ಟು?

7. ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿ, ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಇದರಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ. ಇತರ ಗುಂಪಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಇದನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ. ನೀವು ಯಾವ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ? ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಾಗಿ ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು? ಇದು ಸರಿಯಾದ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ.

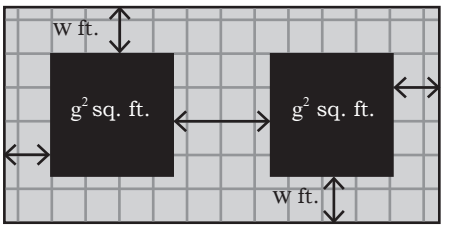
8. ಕೆಳಗಿನ ಹಂತಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಯಾವುದು – ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ. ಆ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಈ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅರ್ಧ ಮೊತ್ತದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ. ಈ ಫಲಿತಾಂಶವು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

9. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು? ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಚಾರ ಮಾಡದೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) 14×26 ಅಥವಾ 16×24

   (ii) 25×75 ಅಥವಾ 26×74

10. ಧೌಲಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪುಟ್ಟ ಉದ್ಯಾನವನ ನಿರ್ಮಾಣವಾಗಲಿದೆ. ಅದರ ಯೋಜನೆಯನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ g^2 ಚದರ ಅಡಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡು ಚೌಕಾಕಾರದ ಫ್ಲಾಟ್‌ಗಳಿವೆ. ಅವು ಕಪ್ಪು ಹೊದಿಕೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಉಳಿದೆಲ್ಲ ಪ್ರದೇಶವು w ಅಡಿ ಅಗಲದ ಪಾದಚಾರಿ ಪಥವಾಗಿದ್ದು, ಅದಕ್ಕೆ ಟೈಲ್ಸ್ ಹಾಕಬೇಕಾಗಿದೆ. ಟೈಲ್ಸ್ ಹಾಕಬೇಕಾದ ಪ್ರದೇಶದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



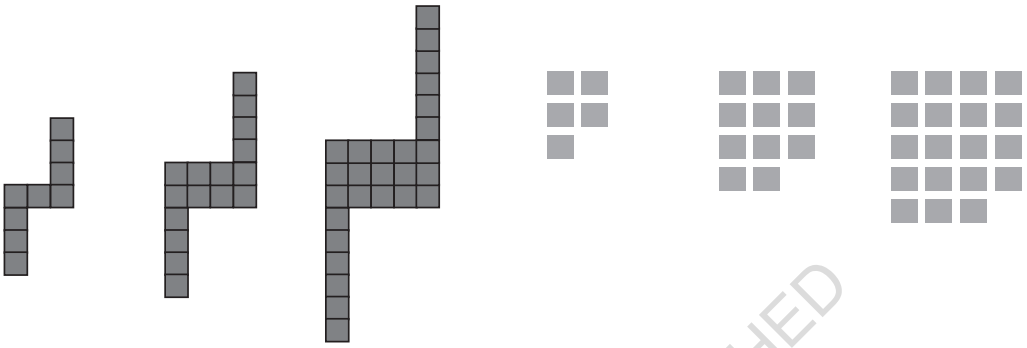
© KSTBS NOT TO BE REPUBLISHED

11. ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವ ಪ್ರತಿ ವಿನ್ಯಾಸಕ್ಕೆ (ಮಾದರಿಗೆ)

(i) ಮುಂದಿನ ಅನುಕ್ರಮ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(ii) ಹತ್ತನೆಯ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೂಲ ಘಟಕ (ಚೌಕ) ಗಳಿರುತ್ತವೆ?

(iii) y ಹಂತದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೂಲ ಘಟಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



ಹಂತ 1 ಹಂತ 2 ಹಂತ 3 ಹಂತ 1 ಹಂತ 2 ಹಂತ 3

© KSEEBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಾರಾಂಶ

- ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಅದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $(a+b) \times (c+d) = ac + ad + bc + bd$.
- ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳ ಕೆಲವು ವಿಶೇಷ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.
  - $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
  - $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$
  - $(a + b)(a – b) = a^2 – b^2$.
- ನಾವು ವಿಭಿನ್ನ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಾವು ಅವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಆಗಾಗ್ಗೆ, ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಹಲವಾರು ವಿಧಾನಗಳಿವೆ ಎಂದು ಆಗಾಗ ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಒಂದೇ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಮತ್ತು ಪರಿಹರಿಸಲು ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಒಂದು ಸೃಜನಶೀಲ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ.

ಒಗಟಿನ ಸಮಯ!

ನಾಣ್ಯಗಳ ಜಂಟಿ ಜೋಡಣೆ (Coin Conjoin)

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ 10 ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ಆಕಾರದಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ. ನಂತರ ಒಂದು ಸಾರಿ ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಲಿಸುವ ಮೂಲಕ ತಲೆಕೆಳಗಾಗಿ ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತಿರುಗಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಹೀಗೆ ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ಚಲನೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ? ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಬೇಕಾಗಬಹುದಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಚಲನೆಗಳು ಎಷ್ಟು?

3 ನಾಣ್ಯಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಒಂದೇ ಚಲನೆಯೊಂದಿಗೆ ತಲೆಕೆಳಗಾಗಿ ತಿರುಗಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು 6 ನಾಣ್ಯಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು 2 ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಚಲಿಸುವ ಮೂಲಕ ತಲೆಕೆಳಗಾಗಿ ತಿರುಗಿಸಬಹುದು.



© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

10 ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಕೇವಲ 3 ಚಲನೆಗಳಿಂದ ತಿರುಗಿಸಬಹುದು; ನೀವು ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಕೊಂಡಿರಿ? 15 ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮುಂದಿನ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ತಿರುಗಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಭವನೀಯ ಚಲನೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅದೇ ರೀತಿ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಇಂತಹ ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನ ಜೋಡಣೆಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಾಣ್ಯ ಚಲನೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಸರಳ ಮಾರ್ಗವಿದೆಯೇ?



7 ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆ–1

I9V2A2

7.1 ಬದಲಾವಣೆಯ ಹೋಲಿಕೆ ಗಮನಿಸುವುದು (ಸಮರೂಪತೆಯ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದು)

ನಮಗೆಲ್ಲರಿಗೂ ಡಿಜಿಟಲ್ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ (ಚಿತ್ರಗಳ) ಪರಿಚಯವಿದೆ. ಈ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ ಗಾತ್ರ ಮತ್ತು ದೃಷ್ಟಿಕೋನವನ್ನು ನಮ್ಮ ಅಗತ್ಯಗಳಿಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ಬದಲಿಸುತ್ತೇವೆ. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



ಪ್ರತಿಬಿಂಬ A



ಪ್ರತಿಬಿಂಬ B



ಪ್ರತಿಬಿಂಬ C



ಪ್ರತಿಬಿಂಬ D



ಪ್ರತಿಬಿಂಬ E

ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ವಿಭಿನ್ನ ಗಾತ್ರದಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಬಹುದು.

? ಯಾವ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳು ಮತ್ತು ಯಾವುವು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತವೆ (ಸಮರೂಪಿಗಳಲ್ಲ)?

ವಿಭಿನ್ನ ಗಾತ್ರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೂ ಸಹ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು (A, C ಮತ್ತು D) ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ.

? B ಮತ್ತು E ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ಇತರ ಮೂರು ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ ರೀತಿ ಕಾಣುತ್ತವೆಯೇ? ಇಲ್ಲ, ಅವುಗಳು ಸ್ವಲ್ಪ ವಿರೂಪಗೊಂಡಿದೆ. ಪ್ರತಿಬಿಂಬ B ಯಲ್ಲಿ ಹುಲಿಯು ಉದ್ದವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಬಿಂಬ E ಯಲ್ಲಿ ಸಂಕುಚಿತಗೊಂಡು ದಪ್ಪವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ.

? ಏಕೆ?

A, C ಮತ್ತು D ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿವೆ, ಆದರೆ ಪ್ರತಿಬಿಂಬ E ಯು ಚೌಕಕಾರದಲ್ಲಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಹಾಗಾಗಿಯೇ E ಯು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ಆದರೆ B ಕೂಡ ಒಂದು ಆಯತ! ಬೇರೆ ಆಯತಾಕಾರದ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳಿಗಿಂತ ಏಕೆ ಇದು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ?

ನಾವು ಯಾವುದೇ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಬಹುದೇ? ಬಹುಶಃ ಆಯತಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವುದರಿಂದ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

ಪ್ರತಿಬಿಂಬ	ಅಗಲ (**mm** ಗಳಲ್ಲಿ)	ಎತ್ತರ (**mm** ಗಳಲ್ಲಿ)
ಪ್ರತಿಬಿಂಬ A	60	40
ಪ್ರತಿಬಿಂಬ B	40	20
ಪ್ರತಿಬಿಂಬ C	30	20
ಪ್ರತಿಬಿಂಬ D	90	60
ಪ್ರತಿಬಿಂಬ E	60	60

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? A, C ಮತ್ತು D ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿ ಕಾಣಲು ಮತ್ತು B ಮತ್ತು E ಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣಲು ಕಾರಣವೇನು?

ನಾವು ಪ್ರತಿಬಿಂಬ A ಯನ್ನು ಪ್ರತಿಬಿಂಬ C ಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ C ಯ ಅಗಲವು A ಯ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿದೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಎತ್ತರವೂ ಸಹ A ಯ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿದೆ. ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ ಅಂಶದಿಂದ (ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ) ಗುಣಾಕಾರದ ಮೂಲಕ ಬದಲಾಗಿವೆ. ಈ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}$ ದಿಂದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ.

ನಾವು A ಪ್ರತಿಬಿಂಬವನ್ನು B ಪ್ರತಿಬಿಂಬದೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ B ಯ ಅಗಲವು A ಅಗಲಕ್ಕಿಂತ 20 mm ನಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಿದೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಎತ್ತರವೂ ಸಹ A ಯ ಎತ್ತರಕ್ಕಿಂತ 20 mm ಕಡಿಮೆ ಇದೆ. ವ್ಯತ್ಯಾಸವು (ವ್ಯವಕಲನದ ಮೂಲಕ) ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೂ, ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತವೆ. ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಬದಲಾಗಿವೆಯೇ? B ಯ ಎತ್ತರವು A ಯ ಎತ್ತರದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿದೆ. ಆದರೆ B ಯ ಅಗಲವು A ಯ ಅಗಲದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿಲ್ಲ. ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾಗದ ಕಾರಣ, ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ.

? ಪ್ರತಿಬಿಂಬ D ಯ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿಬಿಂಬ A ಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ ಯಾವ ಅಂಶಗಳಿಂದ ಬದಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದೇ? ಅಂಶಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆಯೇ?

A, C ಮತ್ತು D ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತವೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಬದಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಬದಲಾವಣೆಗಳು **ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ** ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

7.2 ಅನುಪಾತಗಳು:

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಅನುಪಾತದ ಕಲ್ಪನೆ ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.

ಪ್ರತಿಬಿಂಬ A ನ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತವು 60 : 40 ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

60 ಮತ್ತು 40 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅನುಪಾತದ ಪದಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

'C' ಪ್ರತಿಬಿಂಬದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತವು 30 : 20 ಮತ್ತು D ಪ್ರತಿಬಿಂಬದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತವು 90 : 60 ಆಗಿದೆ..

> ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಪ್ರಮಾಣದ ಪ್ರತಿ 'a' ಮಾನಗಳಿಗೆ, ಎರಡನೇ ಪ್ರಮಾಣದ 'b' ಮಾನಗಳಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

ಆದುದರಿಂದ, ಪ್ರತಿಬಿಂಬ A ಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ 60 mm ಅಗಲಕ್ಕೆ 40 mm ಎತ್ತರವಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

A, C ಮತ್ತು D ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು. ಏಕೆಂದರೆ ಈ ಅನುಪಾತಗಳ ಪದಗಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ ಹೇಗೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

ಪ್ರತಿಬಿಂಬ A — 60 : 40

ಎರಡೂ ಪದಗಳನ್ನು $\frac{1}{2}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ನಮಗೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

$$60 \times \frac{1}{2} : 40 \times \frac{1}{2}$$

ಇದು 30 : 20 ಆಗಿವೆ; ಇದು 'C' ಪ್ರತಿಬಿಂಬದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತವಾಗಿದೆ.

? 90 : 60 (ಪ್ರತಿಬಿಂಬ 'D') ಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನಾವು 60 : 40 (ಪ್ರತಿಬಿಂಬ 'A') ಅನುಪಾತವನ್ನು ಯಾವ ಅಂಶದಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು?

ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆಯೇ ಎಂದು ಹೋಲಿಸಲು ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಮಾರ್ಗವೆಂದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ಇಳಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಈ ಸರಳರೂಪಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡುವುದು.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7.3 ಅನುಪಾತಗಳ ಸರಳರೂಪ

ಅನುಪಾತಗಳ ಪದಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಮೂಲಕ ಅವುಗಳನ್ನು ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ಇಳಿಸಬಹುದು.

ಪ್ರತಿಬಿಂಬ 'A' ಯಲ್ಲಿನ ಪದಗಳು 60 ಮತ್ತು 40. 60 ಮತ್ತು 40ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಯಾವುದು? ಅದು 20 ಆಗಿದೆ. ಈ ಪದಗಳನ್ನು 20 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಪ್ರತಿಬಿಂಬ 'A' ನ ಅನುಪಾತವು ಅದರ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ 3 : 2 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಪ್ರತಿಬಿಂಬ 'D' ಯ ಅನುಪಾತವು 90 : 60, ಎರಡೂ ಪದಗಳನ್ನು 30 (90 ಮತ್ತು 60 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ 3 : 2 ರ ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, 'A' ಮತ್ತು 'D' ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ.

B ಮತ್ತು E ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ ಅನುಪಾತಗಳ ಸರಳರೂಪವೇನು ?

B ಪ್ರತಿಬಿಂಬದ ಅನುಪಾತವು 40 : 20. ಇದರ ಸರಳರೂಪವು 2 : 1 ಆಗಿದೆ.

E ಪ್ರತಿಬಿಂಬದ ಅನುಪಾತ 60 : 60 ರ ಸರಳರೂಪವು 1 : 1 ಆಗಿದೆ.

ಈ ಅನುಪಾತಗಳು 3 : 2 ರಂತೆಯೇ ಇಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ, B ಮತ್ತು E ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು A, C ಮತ್ತು D ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ ಅನುಪಾತಗಳಿಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ತಮ್ಮ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಅಥವಾ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತೀಯ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಅವುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸಲು ನಾವು ': :' ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ a:b : : c:d ಆದಾಗ a:b ಮತ್ತು c:d ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ.

ಹಾಗಾಗಿ, 60 : 40 : : 30 : 20 ಮತ್ತು 60 : 40 : : 90 : 60

7.4 ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ತರ್ಕದೊಂದಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರ

ಉದಾಹರಣೆ 1: 3:4 ಮತ್ತು 72:96 ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆಯೇ? 3:4 ಈಗಾಗಲೇ ಸರಳ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

72:96 ನ್ನು ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ತರಲು ನಾವು ಎರಡೂ ಪದಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

72 ಮತ್ತು 96ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಎಷ್ಟು?

72 ಮತ್ತು 96 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 24 ಆಗಿದೆ. ಎರಡೂ ಪದಗಳನ್ನು 24 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ 3:4 ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಎರಡೂ ಅನುಪಾತಗಳು ತಮ್ಮ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 2: ಕೇಶಂಗ್ ಒಂದು ಆಚರಣೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದವರಿಗೆ ನಿಂಬೆ ಪಾನಕ ಮಾಡಲು ಬಯಸಿದಳು. ಅವಳು ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ 6 ಗ್ಲಾಸ್ ನಿಂಬೆ ಪಾನಕ ತಯಾರಿಸಿ, ಪಾನೀಯಕ್ಕೆ 10 ಚಮಚ ಸಕ್ಕರೆ ಬೆರೆಸಿದಳು. ಅವಳ ತಂದೆಯು ಆಚರಣೆಯಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಜನರು ಭಾಗವಹಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಿದ್ದರು. ಹಾಗಾಗಿ ಅವರು ಮಗಳಿಗೆ ಇನ್ನೂ 18 ಗ್ಲಾಸ್ ನಿಂಬೆ ಪಾನಕ ತಯಾರಿಸಲು ಸೂಚಿಸಿದರು.

ಅದೇ ಸಿಹಿ ಇರುವಂತೆ ನಿಂಬೆ ಪಾನಕ ತಯಾರಿಸಲು ಅವಳು ಎಷ್ಟು ಚಮಚ ಸಕ್ಕರೆಯನ್ನು ಬೆರೆಸಬೇಕು?



ಅದೇ ಸಿಹಿಯನ್ನು ಕಾಪಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು, ನಿಂಬೆ ಪಾನಕದ ಗ್ಲಾಸ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸಕ್ಕರೆಯ ಚಮಚಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅನುಪಾತವು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು. 6 ಗ್ಲಾಸ್ ನಿಂಬೆ ಪಾನಕ ಮಾಡಲು ಅವಳು 10 ಚಮಚ ಸಕ್ಕರೆ ಸೇರಿಸಬೇಕು.

ನಿಂಬೆ ಪಾನಕದ ಗ್ಲಾಸ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಸಕ್ಕರೆ ಚಮಚಗಳ ಅನುಪಾತವು 6 : 10 ಆಗಿದೆ. ಅವಳು ಇನ್ನೂ 18 ಗ್ಲಾಸ್ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ನಿಂಬೆ ಪಾನಕ ತಯಾರಿಸ ಬೇಕಾದರೆ, ಎಷ್ಟು ಚಮಚ ಸಕ್ಕರೆ ಬಳಸಬೇಕು? ನಾವು ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಈ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ರೂಪಿಸಬಹುದು.

6 : 10 : : 18 : ?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಲು, ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿ ಪದವೂ ಒಂದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾಗಬೇಕು ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

(?) ಅನುಪಾತದ ಬದಲಾವಣೆಯ ಅಂಶವನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

ಮೊದಲ ಪದವು 6 ರಿಂದ 18ಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಬದಲಾವಣೆಯ ಅಂಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ನಾವು 18ನ್ನು 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ 3 ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಎರಡನೇ ಪದವೂ ಸಹ ಅದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾಗಬೇಕು. 10ನ್ನು 3 ರ ಅಂಶದಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ, ಅದು 30 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಹಾಗಾಗಿ, 6:10 :: 18:30

ಆದುದರಿಂದ ಅವಳು ಮೊದಲಿನಂತೆ ಅದೇ ಸಿಹಿಯೊಂದಿಗೆ 18 ಗ್ಲಾಸ್ ನಿಂಬೆ ಪಾನಕವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು 30 ಚಮಚ ಸಕ್ಕರೆಯನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು.

? **ಉದಾಹರಣೆ 3:** ನಿತಿನ್ ಮತ್ತು ಹರಿ ತಮ್ಮ ಮನೆಯ ಸುತ್ತ ಕಾಂಪೌಂಡ್ ಗೋಡೆಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ನಿತಿನ್ 60 ಅಡಿ ಉದ್ದವಾದ ಭಾಗವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುತ್ತಿದ್ದನು ಮತ್ತು ಹರಿಯು 40 ಅಡಿ ಉದ್ದವಾದ ಭಾಗವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುತ್ತಿದ್ದನು. ನಿತಿನ್ 3 ಚೀಲ ಸಿಮೆಂಟ್ ಬಳಸಿದನು. ಆದರೆ ಹರಿಯು ಕೇವಲ 2 ಚೀಲ ಸಿಮೆಂಟ್ ಬಳಸಿದನು. ಹರಿಯು ತನಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಸಿಮೆಂಟ್ ಬಳಸಿದ್ದರಿಂದ ಹರಿಯು ನಿರ್ಮಿಸಿದ ಗೋಡೆಯು ತಾನು ನಿರ್ಮಿಸಿದ ಗೋಡೆಯಷ್ಟು ಬಲವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಿತಿನ್ ಚಿಂತಿತನಾಗಿದ್ದನು.

(?) ನಿತಿನ್ ಚಿಂತಿಸುತ್ತಿರುವುದು ಸರಿಯೇ?

ನಿತಿನ್ ಮತ್ತು ಹರಿಯ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ನಾವು ಗೋಡೆಯ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅವರಿಬ್ಬರು ಬಳಸಿದ ಸಿಮೆಂಟ್ ಚೀಲಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಹೋಲಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಅವುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡಬೇಕು.

ನಿತಿನ್ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತವು 60 : 30 ಅಂದರೆ 20 : 1 (ಅದರ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ)

ಹರಿಯ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತವು 40 : 2 ಅಂದರೆ 20 : 1 (ಅದರ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ)

ಎರಡೂ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ, ಗೋಡೆಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿ ಬಲವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ನಿತಿನ್ ಚಿಂತಿಸಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ!

? **ಉದಾಹರಣೆ 4:** ನನ್ನ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 5 ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು 170 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿದ್ದಾರೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅನುಪಾತವು 5 : 170 ಆಗಿದೆ. ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯ ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎಣಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯ ಶಿಕ್ಷಕರ ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು?

_____ : _____

(?) ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯ ಶಿಕ್ಷಕ–ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಅನುಪಾತವು ನನ್ನ ಶಾಲೆಯ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆಯೇ?

? **ಉದಾಹರಣೆ 5:** ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕಪ್ಪುಹಲಗೆ (Blackboard)ಯ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರವನ್ನು ಹತ್ತಿರದ cm ಗೆ ಅಳೆಯಿರಿ. ಕಪ್ಪುಹಲಗೆಯ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು?

_____ : _____

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ನಿಮ್ಮ ನೋಟ್ ಬುಕ್‌ನಲ್ಲಿ ಕಪ್ಪು ಹಲಗೆಯ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ನೀವು ಎಳೆಯಬಹುದೇ?

? ನೀವು ರಚಿಸಿದ ಆಯತವನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳು ರಚಿಸಿದ ಆಯತಗಳಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ. ಅವೆಲ್ಲವೂ ಒಂದೇ ರೀತಿ ಕಾಣುತ್ತವೆಯೇ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಟಿಪ್ಪಣಿ: ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಬಹುದಾದ ಇಂತಹ ಹೆಚ್ಚಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಮತ್ತು ಅವರು ಏಕೆ ಸರಿಯೆಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ನೀಡಲು ಹೇಳಿ. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಮೂಲಕ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು, ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಕಾರ್ಯ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವುದರ ಜೊತೆ ಜೊತೆಗೆ ಸಾಗಬೇಕು.

? **ಉದಾಹರಣೆ 6:** ನೀಲಿಮಾಗೆ 3 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಾಗಿದ್ದಾಗ, ಅವಳ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು ಅವಳ ವಯಸ್ಸಿನ ಹತ್ತರಷ್ಟಿತ್ತು. ನೀಲಿಮಾಳ ವಯಸ್ಸು ಮತ್ತು ಅವಳ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು? ನೀಲಿಮಾಗೆ 12 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಾದಾಗ ಅವರ ವಯಸ್ಸಿನ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು? ಅದು ಹಾಗೆಯೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆಯೇ?

ನೀಲಿಮಾಗೆ 3 ವರ್ಷವಾಗಿದ್ದಾಗ ಅವಳ ವಯಸ್ಸು ಮತ್ತು ಅವಳ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಅನುಪಾತವು 3:30 (ಅವಳ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು ನೀಲಿಮಾಳ ವಯಸ್ಸಿನ ಹತ್ತರಷ್ಟು) ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ ಅದು 1:10 ಆಗಿದೆ.

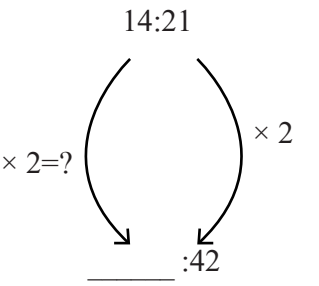
ನೀಲಿಮಾಗೆ 12 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಾದಾಗ (ಅಂದರೆ 9 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ) ಅವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಅನುಪಾತ 12:39 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. (9 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ, ಅವಳ ತಾಯಿಗೆ 39 ವರ್ಷವಾಗಿರುತ್ತದೆ) ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ ಅದು 4:13 ಆಗಿದೆ.

ನಾವು ಒಂದು ಅನುಪಾತದ ಪದಗಳಿಗೆ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ (ಅಥವಾ ಕಳೆದಾಗ) ಅನುಪಾತವು ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಮೂಲ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

? **ಉದಾಹರಣೆ 7:** 14:21 ಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಕೆಳಗಿನ ಅನುಪಾತಗಳಿಗೆ ಬಿಟ್ಟು ಹೋದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ.

_____ : 42 6 : _____ 2 : _____

ಮೊದಲ ಅನುಪಾತದ ಮೊದಲ ಪದ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಎರಡನೇ ಪದ 42 ಆಗಿದೆ. ಇದು 14:21 ಅನುಪಾತದ ಎರಡನೇ ಪದದ ಎರಡರಷ್ಟಿದೆ, ಆದುದರಿಂದ ಮೊದಲ ಪದವು ಸಹ 14ರ ಎರಡರಷ್ಟಾಗಿರಬೇಕು. ಆದುದರಿಂದ ಸಮಾನುಪಾತೀಯ ಅನುಪಾತವು 28:42 ಆಗಿದೆ.



ಎರಡನೇ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಮೊದಲ ಪದ 6 ಆಗಿದೆ.

? 14ನ್ನು ಯಾವ ಅಪವರ್ತನದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ 6ನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು? ಅದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರಬಹುದೇ? ಅಥವಾ ಅದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿರಬಹುದೇ?

ನಾವು ಇದನ್ನು $14y = 6$ ರೀತಿ ಮಾದರಿ ಮಾಡಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ, $y = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ನಾವು 21 (14:21 ರ ಎರಡನೇ ಪದ) ನ್ನು ಸಹ ಅದೇ ಅಪವರ್ತನ $\frac{3}{7}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು. $21 \times \frac{3}{7} = 9$ ಆದುದರಿಂದ ಅನುಪಾತವು 6:9 ಆಗಿದೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಮೂರನೇ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಪದ 2 ಆಗಿದೆ.

ನಾವು 14 (14:21 ರ ಮೊದಲ ಪದ) ವನ್ನು 7ರಿಂದ (14 ಮತ್ತು 21ರ ಮ,ಸಾ,ಅ,) ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ 2 ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ನಾವು 21 ನ್ನು ಸಹ 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ನಮಗೆ 3 ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅನುಪಾತವು 2:3 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಫಿಲ್ಟರ್ ಕಾಫಿ!



ಫಿಲ್ಟರ್ ಕಾಫಿ ಎಂಬುದು ಕಾಫಿ ಡಿಕಾಕ್ಷನ್ ಅನ್ನು ಹಾಲಿನೊಂದಿಗೆ ಬೆರೆಸಿ ತಯಾರಿಸುವ ಪಾನೀಯ. ಮಂಜುನಾಥ್ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ತನ್ನ ಕಾಫಿ ಶಾಪ್‌ನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಪ್ ಫಿಲ್ಟರ್ ಕಾಫಿ ತಯಾರಿಸಲು 15 ml ಕಾಫಿ ಡಿಕಾಕ್ಷನ್ ಅನ್ನು 35 ml ಹಾಲಿನೊಂದಿಗೆ ಬೆರೆಸುತ್ತಾನೆ.

ಇಲ್ಲಿ ಕಾಫಿ ಡಿಕಾಕ್ಷನ್ ಮತ್ತು ಹಾಲಿನ ಅನುಪಾತವು 15:35 ಆಗಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು. ಗ್ರಾಹಕರಿಗೆ ಸ್ಟ್ರಾಂಗ್ ಕಾಫಿ ಬೇಕಾದರೆ, ಮಂಜುನಾಥ್ 20 ml ಡಿಕಾಕ್ಷನ್ ಅನ್ನು 30 ml ಹಾಲಿನೊಂದಿಗೆ ಬೆರೆಸುತ್ತಾನೆ. ಇಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತವು 20:30 ಆಗಿದೆ.

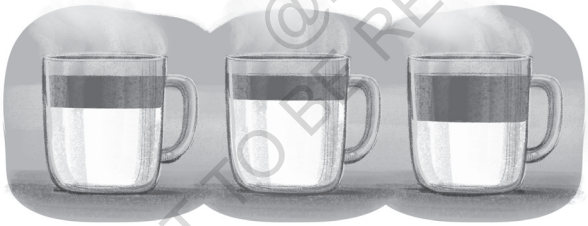
(?) ಈ ಕಾಫಿ ಏಕೆ ಸ್ಟ್ರಾಂಗ್ ಆಗಿದೆ?

ಮತ್ತು ಅವರಿಗೆ ಲೈಟ್ ಫಿಲ್ಟರ್ ಕಾಫಿ ಬೇಕಾದಾಗ, ಅವರು 10 ml ಕಾಫಿ ಮತ್ತು 40 ml ಹಾಲನ್ನು ಬೆರೆಸಿದಾಗ ಅನುಪಾತ 10:40 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಗಣಿತದ ಮಾತು

(?) ಈ ಕಾಫಿ ಏಕೆ ಲೈಟ್ ಕಾಫಿ ಆಗಿದೆ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ಮಂಜುನಾಥ್ ಕಾಫಿ ಡಿಕಾಕ್ಷನ್ ಅನ್ನು ಹಾಲಿನೊಂದಿಗೆ ಬೆರೆಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ವಿವಿಧ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಮಾಮೂಲಿ (ರೆಗ್ಯುಲರ್) ಕಾಫಿಗಿಂತ, ಕಾಫಿ ಸ್ಟ್ರಾಂಗ್ ಆಗಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಲೈಟ್ ಆಗಿದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಕೊನೆಯ ಕಾಲಂನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಕಾಫಿ ಡಿಕಾಕ್ಷನ್ (**ml** ನಲ್ಲಿ)	ಹಾಲು (**ml** ನಲ್ಲಿ)	ರೆಗ್ಯುಲರ್ /ಸ್ಟ್ರಾಂಗ್ /ಲೈಟ್
300	600	
150	500	
200	400	
24	56	
100	300	

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಸರಿಯಿರುವ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಾನುಪಾತದ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ವೃತ್ತ ಮಾಡಿ.

(i)	4 : 7 :: 12 : 21	(ii)	8 : 3 :: 24 : 6
(iii)	7 : 12 :: 12 : 7	(iv)	21 : 6 :: 35 : 10
(v)	12 : 18 :: 28 : 12	(vi)	24 : 8 :: 9 : 3

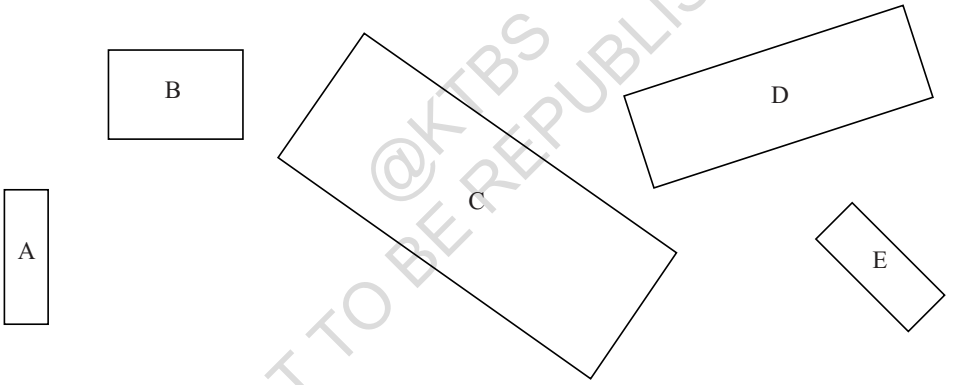
2. 4:9ಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ 3 ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ನೀಡಿ.

_____ : _____ _____ : _____ _____ : _____

3. 18:24ಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಅನುಪಾತಗಳಿಗೆ ಬಿಟ್ಟು ಹೋದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ.

3 : _____ 12 : _____ 20 : _____ 27 : _____

4. ಕೆಳಗಿನ ಆಯತಗಳನ್ನು ನೋಡಿ. ಯಾವ ಆಯತಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿವೆ? ಸ್ಕೇಲ್ ಬಳಸಿ ಅವುಗಳ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರವನ್ನು ಅಳೆಯುವ ಮೂಲಕ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ನೀವು ಇದನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಬಹುದು.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5. ಕೆಳಗಿನ ಆಯತವನ್ನು ನೋಡಿ. ನಿಮ್ಮ ನೋಟ್‌ಬುಕ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಅದೇ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಅನುಪಾತದೊಂದಿಗೆ ಸಣ್ಣ ಆಯತ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಆಯತವನ್ನು ನೀವು ರಚಿಸಬಹುದೇ? ನಿಮ್ಮ ಆಯುತಗಳನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳ ಚಿತ್ರದೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿ.

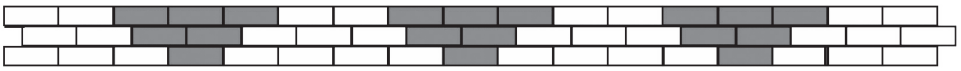
ಗಣಿತದ ಮಾತು

ಅವೆಲ್ಲವೂ ಒಂದೇ ಆಗಿವೆಯೇ? ಅವುಗಳು ನಿಮ್ಮದಕ್ಕಿಂತ ಭಿನ್ನವಾಗಿದ್ದರೆ, ಹೇಗೆ ಎಂದು ಯೋಚಿಸಬಹುದೇ? ಅವು ತಪ್ಪಾಗಿವೆಯೇ?

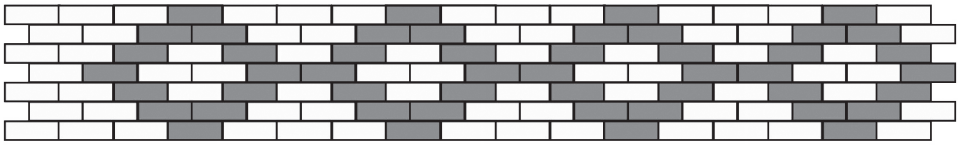


6. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವು ಬಣ್ಣದ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಮಾಡಿದ ಮಾದರಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಉದ್ದನೆಯ ಇಟ್ಟಿಗೆ ಗೋಡೆಯ ಸಣ್ಣ ಭಾಗವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಮಾದರಿಯು ಪ್ರತಿ ಗೋಡೆಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ. ಮಬ್ಬಾದ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳು ಮತ್ತು ಮಬ್ಬಿಲ್ಲದ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು? ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ ನೀಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

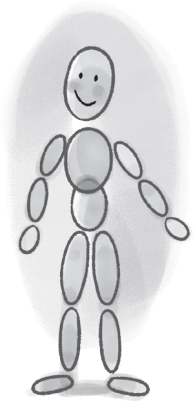
(a)



(b)



7. ಕೆಲವು ಮಾನವ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸೋಣ. ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ದೇಹದ ತಲೆ, ಮುಂಡ, ತೋಳುಗಳು ಮತ್ತು ಕಾಲುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ಕೆಳಗೆ ನಮೂದಿಸಿರುವಂತೆ ಸಮಾನುಪಾತಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



ತಲೆ : ಮುಂಡ

_____ : _____

ಮುಂಡ : ತೋಳುಗಳು

_____ : _____

ಮುಂಡ : ಕಾಲುಗಳು

_____ : _____





©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈಗ, ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ಸಮಾನ ಅನುಪಾತಗಳ ತಲೆ, ಮುಂಡ, ತೋಳುಗಳು ಮತ್ತು ಕಾಲುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಿ.

? ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಚಿತ್ರವು ಹೆಚ್ಚು ವಾಸ್ತವಿಕವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆಯೇ? ಏಕೆ? ಏಕಿಲ್ಲ?



ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸೂಚನೆ: ಈ ಎಲ್ಲಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಚಿತ್ರಗಳು ಏಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಕಾರಣ ನೀಡಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ.

ತ್ರೈರಾಶಿಕ ಮೂರರ ನಿಯಮ:

? **ಉದಾಹರಣೆ 8:** 120 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿರುವ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಾಹ್ನದ ಊಟಕ್ಕೆ ಅಡುಗೆಯವರು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 15 kg ಅನ್ನವನ್ನು ತಯಾರಿಸುತ್ತಾರೆ. ಮಳೆಗಾಲದ ಒಂದು ದಿನ ಕೇವಲ 80 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಶಾಲೆಗೆ ಬಂದರು. ಆಹಾರ ವ್ಯರ್ಥವಾಗದಂತೆ ಅಡುಗೆಯವರು ಎಷ್ಟು kg ಅನ್ನವನ್ನು ತಯಾರು ಮಾಡಿದರು?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅನ್ನದ ಪ್ರಮಾಣದ ಅನುಪಾತವು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು.

ಆದ್ದರಿಂದ, $120 : 15 :: 80 : ?$

(?) ಮೊದಲ ಪದದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಯ ಅಂಶ (ಪ್ರಮಾಣ) ಎಷ್ಟು? ಪದಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸುವ ಮೂಲಕ ಅದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. $\frac{80}{120} = \frac{2}{3}$ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು $\frac{2}{3}$ ಅಂಶದಿಂದ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ.

ಅನ್ನದ ತೂಕವನ್ನು ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ಸಿಗುವುದು $15 \times \frac{2}{3} = 10$.

ಆದುದರಿಂದ, ಅಡುಗೆಯವರು ಆ ದಿನ 10 kg ಅನ್ನವನ್ನು ತಯಾರಿಸಬೇಕು.

ಮೇಲಿನ ಸನ್ನಿವೇಶವು ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಮಾನುಪಾತದ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬಳಸಬೇಕಾದ ಸಮಸ್ಯೆಯ ವಿಶಿಷ್ಟ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿದೆ. ನಾಲ್ಕು ಪ್ರಮಾಣಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಗೊತ್ತಿದೆ ಮತ್ತು ನಾವು ನಾಲ್ಕನೆಯ ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕು.

ಇಂತಹ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ನಾವು ಎರಡು ಸಮಾನುಪಾತದ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಈ ರೀತಿ ಮಾದರಿ ಮಾಡಬಹುದು.

$$a : b :: c : d.$$

ಈ ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಲು, ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುವಂತೆ 'c' ಪದವು 'a' ಪದದ ಗುಣಕವಾಗಿರಬೇಕು. 'f' ಎಂಬ ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಮತ್ತು 'd' ಪದವು 'b' ಪದದ ಗುಣಕವಾಗಿರಬೇಕು. ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣ 'f' ನಿಂದ. ಆದುದರಿಂದ,

$$c = fa \quad ...(1)$$

$$d = fb \quad ...(2)$$

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು

$$f = \frac{c}{a} \text{ ಮತ್ತು } f = \frac{d}{b}.$$

$$\text{ಆದುದರಿಂದ, } \frac{c}{a} = \frac{d}{b}.$$

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು ab ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

$$ab \times \frac{c}{a} = ab \times \frac{d}{b}$$

$$\cancel{a}b \times \frac{c}{\cancel{a}} = a\cancel{b} \times \frac{d}{\cancel{b}}$$

$$bc = ad \text{ or } ad = bc$$

ಹಾಗಾಗಿ, $a : b :: c : d$, ಆದಾಗ $ad = bc$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಪದಗಳ ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

$ad=bc$ ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು $d = \frac{bc}{a}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಬಹುದು.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳ ಪದಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿದಾಗ ಅವು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಅಂತಹ ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರದ ಮೂಲಕ ನಾಲ್ಕನೇ ಅವ್ಯಕ್ತ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಆರ್ಯಭಟ (199 CE) ಮತ್ತು ಇತರರು ಅಂತಹ ಸಮಾನುಪಾತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು **ತ್ರಿರಾಶಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು (ಮೂರರ ನಿಯಮ)** ಎಂದು ಕರೆದರು. ಪ್ರಮಾಣ (ಅಳತೆ – 'a' ನಮ್ಮ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಫಲ (ಹಣ್ಣು 'b' ನಮ್ಮ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ) ಮತ್ತು ಇಚ್ಛಾ (ಬೇಕಾಗಿರುವುದು 'c' ನಮ್ಮ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ) ಎಂಬ ಮೂರು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಇಚ್ಛಾ ಫಲ (ಇಳುವರಿ – 'd' ನಮ್ಮ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಆರ್ಯಭಟ ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

"ಫಲವನ್ನು ಇಚ್ಛೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಮತ್ತು ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ".

ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಆರ್ಯಭಟ ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

"ಪ್ರಮಾಣ : ಫಲ : : ಇಚ್ಛಾ : ಇಚ್ಛಾಫಲ"

ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರಮಾಣ × ಇಚ್ಛಾಫಲ = ಫಲ × ಇಚ್ಛಾ

ಹಾಗಾಗಿ,

$$\text{ಇಚ್ಛಾಫಲ} = \frac{\text{ಫಲ} \times \text{ಇಚ್ಛಾ}}{\text{ಪ್ರಮಾಣ}}$$

ಆರ್ಯಭಟನು ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಿದ ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತೀಯರು ಸಮಾನುಪಾತತೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದರು.

© KSTBB NOT TO BE REPUBLISHED

ಉದಾಹರಣೆ 9: ಒಂದು ಕಾರು 150 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ 90 km ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. ಅದೇ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರೆದರೆ, 4 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೂರ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ?

ಅದೇ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರೆದರೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯದ ಅನುಪಾತವು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರದ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು.

$$150 : 90 :: 4 : ?$$

ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಇದು ಸರಿಯಾದ ಮಾರ್ಗವೇ?

ಇಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ 150 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿದೆ ಆದರೆ 4 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿದೆ. ಎರಡನೇ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದಂತೆ ಸಮಯಕ್ಕೆ ಒಂದೇ ಮಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು. 4 ಗಂಟೆಗಳಿಗೆ 240 ನಿಮಿಷಗಳಾಗುವುದರಿಂದ, ಸರಿಯಾದ ರೂಪ :

$$150 : 90 :: 240 : ?$$

240 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ನೀವು ಹೇಗೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವಿರಿ?

ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸೂಚನೆ: ದೂರದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಒಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀಡುವ ಬದಲು, ವಿಭಿನ್ನ ತಂತ್ರಗಳ ಮೂಲಕ ಉತ್ತರವನ್ನು ತರ್ಕಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ.

ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅವರು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಾನ ಅನುಪಾತಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಇರುವ ತಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

ನಾವು ಈ ಸಮಾನುಪಾತವನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಮಾದರಿ ಮಾಡಬಹುದು.

$$150 : 90 :: 240 : x$$

ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರದಿಂದ, ನಮಗೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

$$150 \times x = 240 \times 90$$

ಆದುದರಿಂದ,
$$x = \frac{240 \times 90}{150}$$

$$= \frac{\overset{48}{\cancel{240}} \times \overset{3}{\cancel{90}}}{\underset{5}{\cancel{150}}} = 144$$
$$1$$

4 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಕಾರು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವು 144 km.

ಉದಾಹರಣೆ 10: ಹಿಮಾಚಲ ಪ್ರದೇಶದ ಒಬ್ಬ ಸಣ್ಣ ಹಿಡುವಳಿದಾರ (ರೈತ) ಪ್ರತಿ 200 ಗ್ರಾಂ. ಚಹಾ ಪಾಕೆಟ್ ಅನ್ನು ₹ 200 ಕ್ಕೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಮೇಘಾಲಯದ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಎಸ್ಟೇಟ್ ಪ್ರತಿ 1 kg ಚಹಾ ಪ್ಯಾಕೆಟ್ ಅನ್ನು ₹ 800 ಕ್ಕೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಎರಡೂ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ ತೂಕ–ಬೆಲೆ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆಯೇ? ಯಾವ ಚಹಾ ಹೆಚ್ಚು ದುಬಾರಿಯಾಗಿದೆ?

ಹಿಮಾಚಲ ಪ್ರದೇಶದ ಚಹಾದ ತೂಕ ಮತ್ತು ಬೆಲೆಯ ಅನುಪಾತ 200 : 200 ಆಗಿದೆ. ಮೇಘಾಲಯ ಚಹಾದ ತೂಕ ಮತ್ತು ಬೆಲೆಯ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು? ಅದು 1 : 800 ಆಗಿದೆಯೇ?

ಇದು ಸೂಕ್ತವಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ ನಾವು ಹಿಮಾಚಲ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ತೂಕವನ್ನು ಗ್ರಾಂಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ತೂಕವನ್ನು ಗ್ರಾಂಗಳಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದ ನಂತರ ಮೇಘಾಲಯದ ತೂಕ ಮತ್ತು ಬೆಲೆಯ ಅನುಪಾತವು 1000 : 800 ಆಗಿದೆ.

ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು, ಎರಡೂ ಅನುಪಾತಗಳು ಅವುಗಳ ಸರಳರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಆಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡಬೇಕು.

ಹಿಮಾಚಲ ಚಹಾದ ಅನುಪಾತದ ಸರಳರೂಪ 1:1

ಮೇಘಾಲಯ ಚಹಾದ ಅನುಪಾತದ ಸರಳರೂಪ 5:4

ಆದ್ದರಿಂದ, ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿಲ್ಲ.

ಯಾವ ಚಹಾ ಎಷ್ಟು ದುಬಾರಿಯಾಗಿದೆ? ಏಕೆ?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸೂಚನೆ: ಹೆಚ್ಚು ದುಬಾರಿಯಾದ ಚಹಾ ಯಾವುದು ಎನ್ನುವ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ಹೇಗೆ ಬಂದರು ಮತ್ತು ಆ ಚಹಾ ಹೆಚ್ಚು ದುಬಾರಿಯಾಗಲು ಕಾರಣಗಳೇನು ಎಂಬುದನ್ನು ಕುರಿತು ಚರ್ಚಿಸಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ.

ಯಾವ ಚಹಾ ಹೆಚ್ಚು ದುಬಾರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಲು, ನಾವು ಎರಡೂ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ತೂಕದ ಚಹಾದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಹೋಲಿಸಬೇಕು.

ಮೇಘಾಲಯದ 1 ಕೆಜಿ ಚಹಾದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

ಅದು ₹ 800 ಆಗಿದೆ. ಹಿಮಾಚಲದಲ್ಲಿ, 200g ಚಹಾಕ್ಕೆ ₹ 200 ಬೆಲೆ ಆದರೆ, 1 kg ಚಹಾದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

1 kg ಚಹಾದ ಬೆಲೆ 'x' ರೂಪಾಯಿಗಳು ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ. 200g ಎಂಬುದು 1 kgಯ $\frac{1}{5}$ ನೇ ಭಾಗ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{1}{5} \times x = 200$

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 5ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ನಾವು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

$$\frac{1}{5} \times x \times 5 = 200 \times 5$$

$$\frac{1}{\cancel{5}} \times x \times \cancel{5} = 1000$$

$$x = 1000$$

ಆದುದರಿಂದ, 1 kg ಚಹಾದ ಬೆಲೆಯು ಮೇಘಾಲಯದಲ್ಲಿ ₹800 ಮತ್ತು ಹಿಮಾಚಲ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ ₹1000 ಆಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಹಿಮಾಚಲ ಪ್ರದೇಶದ ಚಹಾ ಹೆಚ್ಚು ದುಬಾರಿಯಾಗಿದೆ.

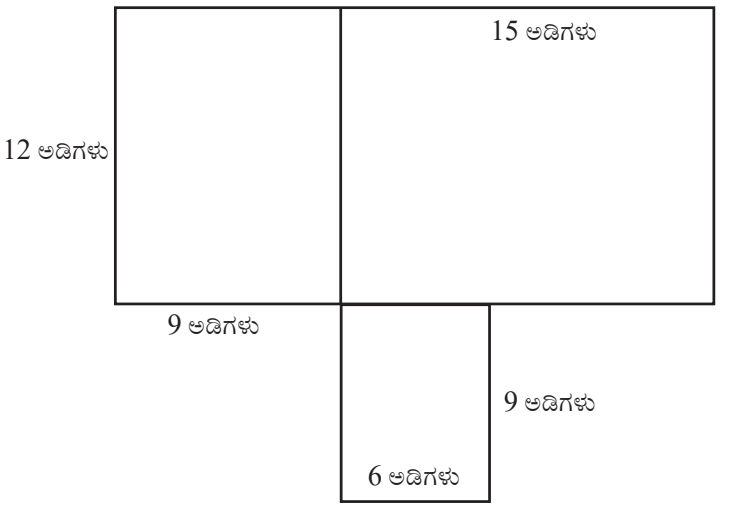
ಚಟುವಟಿಕೆ 1: ನಿಮ್ಮ ನೆಚ್ಚಿನ ಖಾದ್ಯವನ್ನು (ಭಕ್ಷ್ಯ) ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ನಿಮ್ಮ ಕುಟುಂಬಕ್ಕೆ ಈ ಖಾದ್ಯವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಬೇಕಾದ ಎಲ್ಲಾ ಪದಾರ್ಥಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನೀವು ಹಬ್ಬವನ್ನು ಆಚರಿಸಲು 15 ಅತಿಥಿಗಳನ್ನು ಆಹ್ವಾನಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತೀರಿ ಎಂದು ಊಹಿಸಿ. ಅವರಿಗೆ ಇದೇ ಖಾದ್ಯವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಭೂಮಿಯು ಒಂದು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಸೂರ್ಯನ ಸುತ್ತ ಸರಿಸುಮಾರು 940 ಮಿಲಿಯನ್ ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. ಒಂದು ವಾರದಲ್ಲಿ ಭೂಮಿಯು ಎಷ್ಟು ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ?

2. ಒಬ್ಬ ಕಲ್ಲುಕುಟಿಗ (ಮೇಸ್ತ್ರಿ) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸುವ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಮನೆಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ಅವನು ಎರಡು ಕೋಣೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸುವ ಹೊರಗಿನ ಗೋಡೆಗಳು ಮತ್ತು ಒಳಗಿನ ಗೋಡೆಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಬೇಕಿದೆ. 10 ಅಡಿಗಳಷ್ಟು ಗೋಡೆಯನ್ನು ಕಟ್ಟಲು, ಅವನಿಗೆ ಸರಿಸುಮಾರು 1450 ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಮನೆ ಕಟ್ಟಲು ಅವನಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ? ಎಲ್ಲಾ ಗೋಡೆಗಳ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ದಪ್ಪ ಒಂದೇ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED



ಪುನೀತ್‌ನ ತಂದೆಯು ತನ್ನ ಮೋಟಾರ್ ಸೈಕಲ್‌ನಲ್ಲಿ 50 km/h ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸವಾರಿ ಮಾಡಿ ಲಕ್ನೋದಿಂದ ಕಾನ್ಪುರಕ್ಕೆ 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತಲುಪಿದರು. ಅವರು 75 km/h ವೇಗದಲ್ಲಿ ಚಾಲನೆ ಮಾಡಿದರೆ ಕಾನ್ಪುರ ತಲುಪಲು ಅವರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಬೇಕಾಗುತ್ತಿತ್ತು? ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತವಾಗಿ ರೂಪಿಸಬಹುದೇ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

50 : 2 :: 75 : __

ಕಾನ್ಪುರ ತಲಪಲು ಪುನೀತ್‌ನ ತಂದೆಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಯ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಸಮಯ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಯೋಚಿಸಿ.



ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯು ಹಿಂದಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಂತೆ ಕಂಡರೂ ಸಹ, ಇದನ್ನು "ಮೂರರ ನಿಯಮ" ಬಳಸಿ ಪರಿಹರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ!

ವೇಗ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಪ್ರಯಾಣದ ಸಮಯವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು 50 : 2 :: 75 : __ ಮಾದರಿಯಂತೆ ರೂಪಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 2: ಮಾರುಕಟ್ಟೆಗೆ ಭೇಟಿ ನೀಡಿ ಒಂದೇ ಶಾಂಪುವಿನ ವಿವಿಧ ಗಾತ್ರದ ಶಾಂಪೂ ಕಂಟೈನರ್‌ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ ಮತ್ತು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವಂತೆ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಶಾಂಪುವಿನ ಪ್ರಮಾಣವು ಬೆಲೆಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡಿ.

ಕಂಟೈನರ್	ಪ್ರಮಾಣ/ ಘನಫಲ	ಬೆಲೆ
ಸ್ಯಾಚೆಟ್	6 ml	₹2
ಚಿಕ್ಕ ಬಾಟಲ್	180 ml	₹154
ಮಾಧ್ಯಮ ಬಾಟಲ್	340 ml	₹276
ದೊಡ್ಡ ಬಾಟಲ್	1000 ml	₹540

ಮೇಲಿನ ಮಾದರಿ ಕೋಷ್ಟಕದ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡೋಣ.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಒಂದು ಸ್ಯಾಚೆಟ್‌ನ ಘನಫಲ (ಪ್ರಮಾಣ) ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಣ್ಣ ಬಾಟಲಿಯ ಘನಫಲ (ಪ್ರಮಾಣ)ದ ಅನುಪಾತವು 6:180 ಆಗಿದೆ. ಅವುಗಳ ಬೆಲೆಗಳ ಅನುಪಾತವು 2:154 ಆಗಿದೆ. ಈ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತವಾಗಿವೆಯೇ?

(?) ಬೆಲೆಗಳ ಅನುಪಾತವು ಘನಫಲ (ಪ್ರಮಾಣ)ಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿಲ್ಲ ಎಂದು ಏಕೆ ನೀವು ಭಾವಿಸುತ್ತೀರಿ?

ಕಂಪನಿ ಮತ್ತು ಗ್ರಾಹಕರಿಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಗಾತ್ರದ ಬಾಟಲಿಗಳ ಅನುಕೂಲ ಮತ್ತು ಅನಾನುಕೂಲಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ. ಪರಿಸರದ ಹೆಜ್ಜೆ ಗುರುತುಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲು ಕಂಪನಿ ಮತ್ತು ಗ್ರಾಹಕರಿಗೆ ನೀವು ಏನನ್ನು ಶಿಫಾರಸ್ಸು ಮಾಡುತ್ತೀರಿ? ಇತರ ಉತ್ಪನ್ನಗಳಿಗೂ ಇದೇ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆಯೇ?



ಮಾರುಕಟ್ಟೆಯ ಇತರ ಉತ್ಪನ್ನಗಳಿಗೆ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಕೋಷ್ಟಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ, ಅದೇ ಉತ್ಪನ್ನದ ವಿವಿಧ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿರಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಅಕ್ಕಿ ಅಥವಾ ಹಿಟ್ಟು.

ವಿಭಿನ್ನ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಬೆಲೆಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಉತ್ಪನ್ನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಅದೇ ಉತ್ಪನ್ನದ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಬೆಲೆಗಳ ಸಮಾನುಪಾತದ ಬಗ್ಗೆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿ.

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಟಿಪ್ಪಣಿ: ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಕ್ರಿಯಾ ಯೋಜನೆಯನ್ನು ನೀಡಿ. ತರಗತಿಯನ್ನು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ. ಪ್ರತಿ ಗುಂಪು ಒಂದು ಅಂಗಡಿಗೆ ಭೇಟಿ ನೀಡಿ ಅದೇ ಉತ್ಪನ್ನದ ವಿವಿಧ ಅಳತೆಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಅವರು 500 ಗ್ರಾಂ ಅಕ್ಕಿ, ಒಂದು ಕೆಜಿ ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು 10 ಕೆಜಿ ಅಕ್ಕಿಯ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಬೇಕು. ಅವರು ಅಳತೆಯ ಗಾತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಬೆಲೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಕೋಷ್ಟಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ. ತರಗತಿಯ ಉಳಿದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಬೇಕು. ಬೆಲೆಗಳು ಸಮನಾಗಿವೆಯೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಮತ್ತು ಏಕೆ ಎಂದು ಅವರು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7.5 ಹಂಚಿಕೆ, ಆದರೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಅಲ್ಲ!

(?) **ಚಟುವಟಿಕೆ 3:** ಒಂದು ಜೋಡಿ ಮಾಡಿ. 12 ಎಣಿಸಬಹುದಾದ ವಸ್ತುಗಳು ಅಥವಾ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು (ಅದು ನಾಣ್ಯಗಳು, ಬೀಜಗಳು ಅಥವಾ ಬೆಣಚು ಕಲ್ಲುಗಳಾಗಿರಬಹುದು) ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ ಅವುಗಳನ್ನು ನಿಮ್ಮಿಬ್ಬರ ನಡುವೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ.





(?) ನೀವು ಅವುಗಳನ್ನು ಸಮಾನವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ (ಹಂಚಿಕೊಂಡರೆ) ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಬಳಿ ಇರುವ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು? ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ 6 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅನುಪಾತವು 6:6 ಅಥವಾ ಅದರ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ 1:1 ಆಗಿದೆ.

ಈಗ ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಬೇಡ.

(?) ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಡಿಗರಿಗೆ 5 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಸಿಕ್ಕರೆ, ನಿಮಗೆ ಎಷ್ಟು ವಸ್ತುಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ? ಕೌಂಟರ್‌ಗಳ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು?

ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಡಿಗರ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳ ಅನುಪಾತವು ನಿಮ್ಮ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳಿಗೆ 5:7 ಆಗಿದೆ.

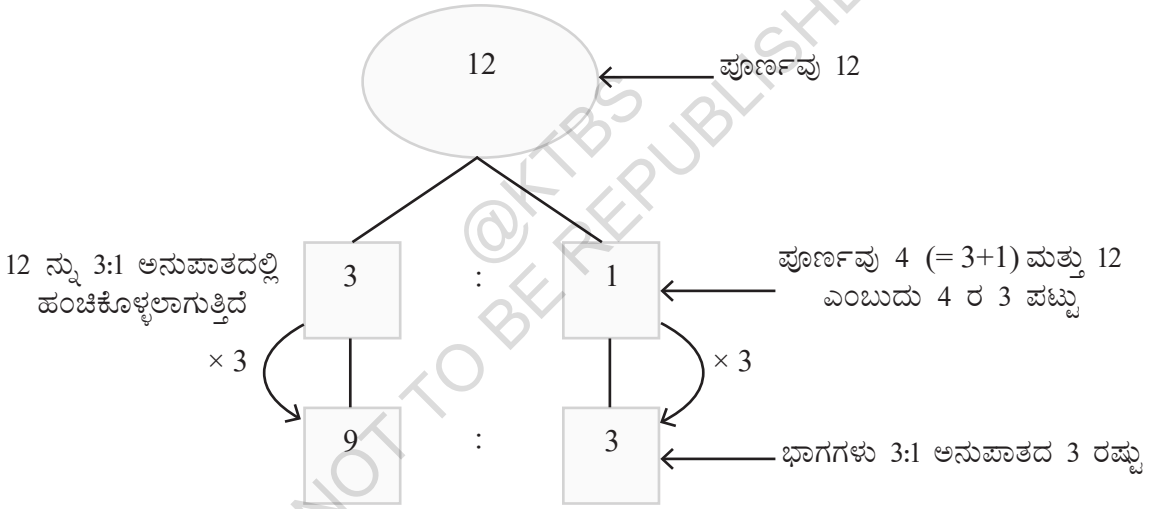
(?) ಈಗ, ನೀವಿಬ್ಬರು 3:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ಬಯಸಿದರೆ, ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ ಎಷ್ಟು ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಸಿಗುತ್ತದೆ. ವಿವಿಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು 3:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಯೋಜನೆ ಇದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಿ.

3:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವ ಒಂದು ವಿಧಾನ ಹೀಗಿದೆ.

1. ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಾತಿಯು 3 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ನೀವು 1 ಕೌಂಟರ್ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ. ಈಗ 8 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಉಳಿಯುತ್ತವೆ.
2. ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಾತಿಯು ಇನ್ನೂ 3 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ನೀವು ಇನ್ನೂ 1 ಕೌಂಟರ್ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ. ಈಗ 4 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಉಳಿಯುತ್ತವೆ.
3. ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಾತಿಯು ಇನ್ನೂ 3 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ನೀವು ಇನ್ನೂ 1 ಕೌಂಟರ್ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ. ಈಗ ಯಾವುದೇ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಉಳಿಯುವುದಿಲ್ಲ.

ಆದುದರಿಂದ, ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಾತಿಗೆ ಒಟ್ಟಾರೆ 9 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ನಿಮಗೆ 3 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ.

ನಾವು 12 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು 3:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇಬ್ಬರ ನಡುವೆ ವಿಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಒಬ್ಬರಿಗೆ 9 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಬ್ಬರಿಗೆ 3 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(?) ಈಗ, ನೀವು 42 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು 4:3 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇಬ್ಬರ ನಡುವೆ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ಬಯಸಿದರೆ, ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡುತ್ತೀರಿ?

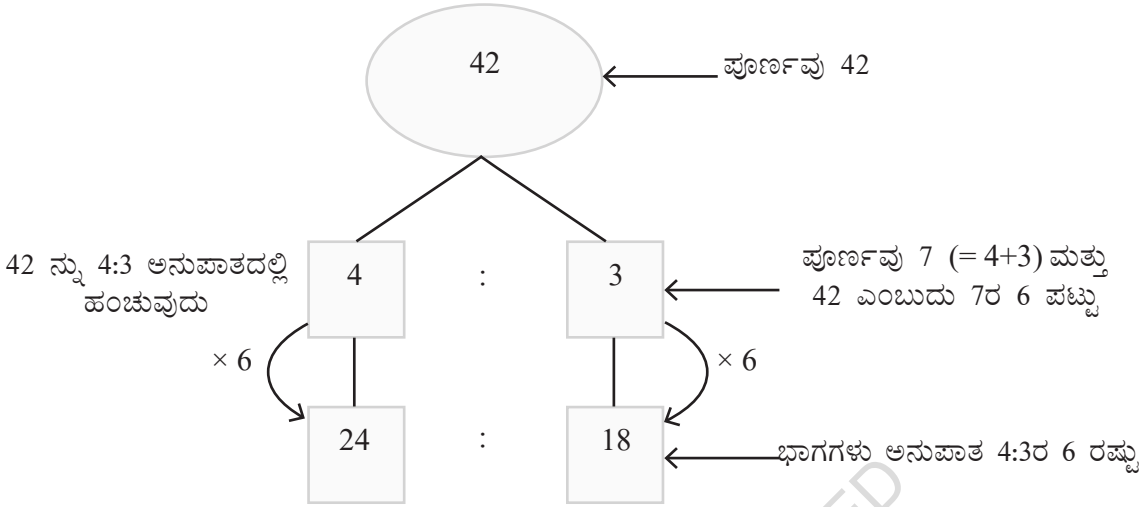
ಇದೇ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ ಬಹಳ ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ! ಪೂರ್ಣವನ್ನು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ಸರಳ ಮಾರ್ಗವಿದೆ.

ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಾತಿಗೆ 4 ಗುಂಪುಗಳು ಮತ್ತು ನಿಮಗೆ 3 ಗುಂಪುಗಳು ಸಿಗುವಂತೆ ನೀವು 42 ಅನ್ನು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಬೇಕು.

(?) **ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನ ಗಾತ್ರ ಎಷ್ಟು?**

ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಾತಿಗೆ 4 ಗುಂಪುಗಳು ಮತ್ತು ನಿಮಗೆ 3 ಗುಂಪುಗಳು ಸಿಕ್ಕರೆ, ಒಟ್ಟು ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನ ಗಾತ್ರವು $42 \div 7 = 6$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನ ಗಾತ್ರದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ನೀವು 42 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು 4:3 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಂಡಾಗ, ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಾತಿಗೆ 24 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ನಿಮಗೆ 18 ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ.



ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ನಾವು m:n ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ 'x' ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸಲು ಬಯಸಿದಾಗ ಈ ಕೆಳಕಂಡಂತೆ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ.

1. ನಾವು 'x' ನ್ನು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಬೇಕು. ಇದರಿಂದ ಅದನ್ನು ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಬಹುದು. ಮೊದಲ ಭಾಗವು 'm' ಗುಂಪುಗಳನ್ನೂ ಹಾಗೂ ಎರಡನೇ ಭಾಗವು 'n' ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

2. ಆದರೆ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನ ಗಾತ್ರ ಎಷ್ಟು? 'x' ನ್ನು ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು m+n ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನ ಗಾತ್ರವು $\frac{x}{m+n}$ ಆಗುತ್ತದೆ.

3. ಆದ್ದರಿಂದ, ಮೊದಲ ಭಾಗವು $m \times \frac{x}{m+n}$ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಭಾಗವು $n \times \frac{x}{m+n}$ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ ನಾವು 'x' ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು m:n ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲು ಬಯಸಿದರೆ, ಭಾಗಗಳು

$m \times \frac{x}{m+n}$ ಮತ್ತು $n \times \frac{x}{m+n}$ ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

$$m \times \frac{x}{m+n} : n \times \frac{x}{m+n} :: m : n.$$

ಉದಾಹರಣೆ 11: ಪ್ರಶಾಂತಿ ಮತ್ತು ಭುವನ್ ತಮ್ಮ ಶಾಲೆಯ ಬಳಿ ಆಹಾರ ಬಂಡಿ ವ್ಯವಹಾರವನ್ನು ಆರಂಭಿಸಿದರು. ಪ್ರಶಾಂತಿ ₹ 75000 ಮತ್ತು ಭುವನ್ ₹ 25000 ಹೂಡಿಕೆ ಮಾಡಿದರು. ಮೊದಲ ತಿಂಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಅವರು ₹ 4000 ಲಾಭಗಳಿಸಿದರು. ಅವರು ತಮ್ಮ ಹೂಡಿಕೆಯ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿಯೇ ಲಾಭವನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದರು. ಪ್ರತಿ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ಲಾಭದ ಪಾಲು ಎಷ್ಟು? ಅವರ ಹೂಡಿಕೆಯ ಅನುಪಾತವು 75000 : 25000 ಆಗಿದೆ. ಅನುಪಾತವನ್ನು ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ಇಳಿಸಿದಾಗ, ನಮಗೆ 3:1 ಸಿಗುತ್ತದೆ. 3 + 1 = 4 ಮತ್ತು ಲಾಭವನ್ನು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ ₹ 1000 ಸಿಗುತ್ತದೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಆದುದರಿಂದ ಪ್ರಶಾಂತಿಯ ಪಾಲು 3×1000 ಮತ್ತು ಭುವನ್‌ನ ಪಾಲು 1×1000 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಆದುದರಿಂದ ಪ್ರಶಾಂತಿಗೆ ₹ 3000 ಮತ್ತು ಭುವನ್‌ಗೆ ₹ 1000 ಲಾಭ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 12: 40 kg ಯ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ಮರಳು ಮತ್ತು ಸಿಮೆಂಟ್‌ಗಳ ಅನುಪಾತವು 3:1 ಆಗಿದೆ. ಮರಳು ಮತ್ತು ಸಿಮೆಂಟ್‌ನ ಅನುಪಾತವನ್ನು 5:2 ಮಾಡಲು ಮಿಶ್ರಣಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಸಿಮೆಂಟ್ ಸೇರಿಸಬೇಕು?

ಮೂಲ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ಮರಳು ಮತ್ತು ಸಿಮೆಂಟ್‌ನ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

ಅನುಪಾತವು 3:1 ಮತ್ತು ಒಟ್ಟು ತೂಕದ 40 kg ಆಗಿದೆ.

ಆದುದರಿಂದ ಮರಳಿನ ತೂಕ $\frac{3}{(3+1)} \times 40 = 30$ kg.

ಸಿಮೆಂಟ್‌ನ ತೂಕ $\frac{1}{(3+1)} \times 40 = 10$ kg.

ಹೊಸ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ಮರಳಿನ ತೂಕ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅದು 30 kg ಯಾಗೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಮರಳು ಮತ್ತು ಸಿಮೆಂಟ್‌ನ ಹೊಸ ಅನುಪಾತವು 5:2 ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರಶ್ನೆ ಏನೆಂದರೆ, 5 : 2 :: 30 : ?

ಅನುಪಾತವು 5:2 ಹಾಗಿದ್ದಾಗ, ಎರಡನೇ ಪದವು ಮೊದಲ ಪದದ $\frac{2}{5}$ ರಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ. ಹೊಸ ಅನುಪಾತವು 5:2 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಹೊಸ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿನ ಎರಡನೇ ಪದವು 30ರ $\frac{2}{5}$ ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.

$$\frac{2}{5} \times 30 = 12$$

ಮರಳು ಮತ್ತು ಸಿಮೆಂಟ್‌ನ ಅನುಪಾತವು 5:2 ಆಗಬೇಕಾದರೆ ಹೊಸ ಮಿಷನದಲ್ಲಿ 12 kg ಸಿಮೆಂಟ್ ಇರಬೇಕು. ಈಗಾಗಲೇ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ 10 kg ಸಿಮೆಂಟ್ ಇದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಮೂಲ ಮಿಶ್ರಣಕ್ಕೆ 2 kg ಸಿಮೆಂಟ್ ಸೇರಿಸಬೇಕು.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1. ₹ 4500 ನ್ನು 2:3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.
2. ವಿಜ್ಞಾನ ಪ್ರಯೋಗಾಲಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ದ್ರಾವಣವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಆಮ್ಲ ಮತ್ತು ನೀರನ್ನು 1:5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. 204 ml ಇರುವ ಈ ದ್ರಾವಣದ ಬಾಟಲಿಯಲ್ಲಿ ದ್ರಾವಣವು ಎಷ್ಟು ಆಮ್ಲ ಮತ್ತು ನೀರನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ?
3. ಹಸಿರು ಬಣ್ಣವನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸಲು ನೀಲಿ ಮತ್ತು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು 3:5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. 40 ml ಹಸಿರು ಬಣ್ಣವನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸಲು ಈ ಎರಡೂ ಬಣ್ಣಗಳು ಎಷ್ಟು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ? ನಾನು, ತಿಳಿಹಸಿರು ಬಣ್ಣವನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸಲು ಮಿಶ್ರಣಕ್ಕೆ 20 ml ಹಳದಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ. ಈ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ನೀಲಿ ಮತ್ತು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಹೊಸ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು?
4. ಮೃದುವಾದ ಇಡ್ಲಿಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು, ನೀವು ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಉದ್ದಿನ ಬೇಳೆಯನ್ನು 2:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಬೇಕು. ನಾಳೆ ಬೆಳಗ್ಗೆ ಇಡ್ಲಿಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ನಿಮಗೆ 6 ಕಪ್‌ಗಳಷ್ಟು ಮಿಶ್ರಣ ಬೇಕಾದರೆ (ಅಗತ್ಯವಿದ್ದರೆ), ನಿಮಗೆ ಎಷ್ಟು ಕಪ್ ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಉದ್ದಿನ ಬೇಳೆ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?
5. ನಾನು ಕೆಂಪು ಮತ್ತು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು 3:5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಿ ತಯಾರಿಸಿದ ಒಂದು ಬಕೆಟ್‌ನಷ್ಟು ಕಿತ್ತಳೆ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇನೆ. ನಾನು ಈ ಮಿಶ್ರಣಕ್ಕೆ ಇನ್ನೊಂದು ಬಕೆಟ್ ಹಳದಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ. ಹೊಸ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣ ಮತ್ತು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು?

7.6 ಮಾನ ಪರಿವರ್ತನೆಗಳು :

ಸಮಾನುಪಾತತೆಯೊಂದಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಒಂದು ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಿಂದ ಇನ್ನೊಂದಕ್ಕೆ ಮಾನಗಳನ್ನು ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಮೊದಲೇ ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ.

ಇಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಉಲ್ಲೇಖಕ್ಕಾಗಿ ಕೆಲವು ಪ್ರಮುಖ ಮಾನಗಳ ಪರಿವರ್ತನೆಗಳು

ಉದ್ದ

1 ಮೀಟರ್ = 3.281 ಅಡಿಗಳು

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

1 ಚದರ ಮೀಟರ್ = 10.764 ಚದರ ಅಡಿಗಳು

1 ಎಕರೆ = 43,560 ಚದರ ಅಡಿಗಳು

1 ಹೆಕ್ಟೇರ್ = 10,000 ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗಳು

1 ಹೆಕ್ಟೇರ್ = 2.471 ಎಕರೆಗಳು

ಘನಫಲ

1 ಮಿಲಿ ಮೀಟರ್(ml) = 1 ಘನ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ (CC)

1 ಲೀಟರ್ = 1000 ml. ಅಥವಾ 1000 CC

ತಾಪಮಾನ

ಫ್ಯಾರನ್‌ಹೀಟ್ ಮತ್ತು ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್ ನಡುವಿನ ತಾಪಮಾನ ಪರಿವರ್ತನೆಯು ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು ಜಟಿಲವಾಗಿದೆ.

$0°\ C = 32°F$ ಮತ್ತು

$$\text{ಫ್ಯಾರನ್‌ಹೀಟ್} = \frac{9}{5} \times \text{ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್} + 32$$

ಮತ್ತು

$$\text{ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್} = \frac{5}{9} \times (\text{ಫ್ಯಾರನ್‌ಹೀಟ್} - 32)$$

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $25°C$ ಎಂದರೆ $77°F$.

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಅನಫ್ 600 ml ಕಿತ್ತಳೆ ರಸವನ್ನು 900 ml ಸೇಬಿನ ರಸದೊಂದಿಗೆ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಿ ಹಣ್ಣಿನ ಪಾನೀಯ ತಯಾರಿಸುತ್ತಾನೆ. ಕಿತ್ತಳೆ ರಸ ಮತ್ತು ಸೇಬಿನ ರಸದ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಅದರ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

2. ಕಳೆದ ವರ್ಷ, ನಾವು ಶಾಲಾ ಪ್ರವಾಸಕ್ಕಾಗಿ 3 ಬಸ್‌ಗಳನ್ನು ಬಾಡಿಗೆಗೆ ಪಡೆದಿದ್ದೆವು. ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎಲ್ಲಾ ಸೇರಿ 162 ಮಂದಿ ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ಹೋಗಿದ್ದರು ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಬಸ್‌ಗಳು ಭರ್ತಿಯಾಗಿದ್ದವು. ಈ ವರ್ಷ ನಮ್ಮಲ್ಲಿ 24 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿದ್ದಾರೆ. ನಮಗೆ ಎಷ್ಟು ಬಸ್‌ಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ? ಎಲ್ಲಾ ಬಸ್‌ಗಳು ಭರ್ತಿಯಾಗುತ್ತವೆಯೇ?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3. ದೆಹಲಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 1,484 ಚದರ ಕಿಲೋ ಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಮುಂಬೈನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 550 ಚದರ ಕಿಲೋಮೀಟರ್. ದೆಹಲಿಯ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಸರಿ ಸುಮಾರು 30 ಮಿಲಿಯನ್ ಮತ್ತು ಮುಂಬೈನ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 20 ಮಿಲಿಯನ್ ಜನರನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಯಾವ ನಗರ ಹೆಚ್ಚು ಜನನಿಬಿಡವಾಗಿದೆ? ಏಕೆ ಹಾಗೆ ಹೇಳುತ್ತೀರಿ?

4. 155 cm ಎತ್ತರದ ಕ್ರೇನ್‌ನ ಕುತ್ತಿಗೆ ಮತ್ತು ದೇಹದ ಉಳಿದ ಭಾಗದ ಅನುಪಾತವು 4:6 ಆಗಿದೆ. ನಿಮ್ಮ ಎತ್ತರಕ್ಕೆ, ನಿಮ್ಮ ಕುತ್ತಿಗೆ ಮತ್ತು ಉಳಿದ ದೇಹದ ಭಾಗವು ಇದೆ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ನಿಮ್ಮ ಕುತ್ತಿಗೆಯು ಎಷ್ಟು ಎತ್ತರದಲ್ಲಿದೆ?



5. 'ಲೀಲಾವತಿ'ಯಿಂದ ಒಂದು ಪ್ರಾಚೀನ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ. ಆ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ತೂಕವನ್ನು ಫಲ ಎಂಬ ಮಾನದಲ್ಲಿ ಅಳತೆಯಾಗುತ್ತಿತ್ತು ಮತ್ತು ನಿಸ್ಕಾಸ್ ಎಂಬುದು ಹಣದ ಮಾನವಾಗಿತ್ತು. "$2\frac{1}{2}$ ಫಲಗಳ ಕೇಸರಿಯ ಬೆಲೆ $\frac{3}{7}$ನಿಸ್ಕಾಸ್‌ಗಳಾದರೆ, ಓ ಪರಿಣಿತ ವ್ಯಾಪಾರಿಯೇ! 9 ನಿಸ್ಕಾಸ್‌ಗೆ ಎಷ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದ ಕೇಸರಿಯನ್ನು ಖರೀದಿಸಬಹುದು ಎಂದು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಹೇಳು."

6. ಹರ್ಮೈನ್ ಒಂದು ವರ್ಷದ ಹುಡುಗಿ. ಅವಳ ಅಣ್ಣನ ವಯಸ್ಸು 5 ವರ್ಷಗಳು. ಅವಳ ವಯಸ್ಸು ಮತ್ತು ಅವಳ ಅಣ್ಣನ ವಯಸ್ಸಿನ ಅನುಪಾತವು 1:2 ಆದಾಗ ಹರ್ಮೈನ್ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟಾಗಿರುತ್ತದೆ?

7. ಸಮಾನ ಘನಫಲಗಳುಳ್ಳ ಚಿನ್ನ ಮತ್ತು ನೀರಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳ ಅನುಪಾತವು 37:2 ಆಗಿದೆ. 1 ಲೀಟರ್ ನೀರಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯು 1 kg ಆಗಿದ್ದರೆ, 1 ಲೀಟರ್ ಚಿನ್ನದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಎಷ್ಟು?

8. 10 ಟನ್‌ಗಳಷ್ಟು ಹಸುವಿನ ಗೊಬ್ಬರವನ್ನು ಒಂದು ಎಕರೆ ಭೂಮಿಗೆ ಹಾಕುವುದು ಒಳ್ಳೆಯ ವ್ಯವಸಾಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ವಿಧಾನವಾಗಿದೆ. ಒಬ್ಬ ರೈತನು 200 ಅಡಿ × 500 ಅಡಿ ಅಳತೆಯ ಜಮೀನಿನಲ್ಲಿ ಟೊಮಟೊ ಬೆಳೆಯಲು ಯೋಜಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಅವನು ಎಷ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದ ಗೊಬ್ಬರವನ್ನು ಖರೀದಿಸಬೇಕು? (ದಯವಿಟ್ಟು ಈ ಅಧ್ಯಾಯದ ಮಾನಗಳ ಪರಿವರ್ತನೆ ವಿಭಾಗವನ್ನು ನೋಡಿ)

9. ಒಂದು ನಲ್ಲಿಯು ಒಂದು ಮಗ್ ತುಂಬಾ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಲು 15 ಸೆಕೆಂಡುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಮಗ್‌ನ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವು 500 ml ಆಗಿದೆ. 10 ಲೀಟರ್ ಸಾಮರ್ಥ್ಯದ ಒಂದು ಬಕೆಟ್‌ಗೆ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಲು ನಲ್ಲಿಯು ಎಷ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ?

10. ಒಂದು ಎಕರೆ ಜಮೀನಿನ ಬೆಲೆಯು ₹15,00,000. ಅದೇ ಜಮೀನಿನ 2,400 ಚದರ ಅಡಿಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

11. ಒಂದು ಟ್ರ್ಯಾಕ್ಟರ್ ಒಂದು ಜೊತೆ ಎತ್ತುಗಳಿಗಿಂತ 4ರಷ್ಟು ವೇಗವಾಗಿ ಅದೇ ಪ್ರದೇಶವನ್ನು ಉಳುಮೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಒಬ್ಬ ರೈತನು ತನ್ನ 20 ಎಕರೆ ಜಮೀನನ್ನು ಉಳುಮೆ ಮಾಡಲು ಬಯಸುತ್ತಾನೆ. ಒಂದು ಜೊತೆ ಎತ್ತುಗಳು ಒಂದು ಎಕರೆ ಜಮೀನನ್ನು ಉಳುಮೆ ಮಾಡಲು 4 ಗಂಟೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ರೈತನು ಒಂದು ಜೊತೆ ಎತ್ತುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಉಳುಮೆ ಮಾಡಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ? ಎತ್ತುಗಳ ಬದಲಾಗಿ ಅವನು ಟ್ರ್ಯಾಕ್ಟರ್ ಬಳಸಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ?

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

12. ಒಂದು ರೂಪಾಯಿ ನಾಣ್ಯವು "ಕ್ಯುಪ್ರೊ–ನಿಕಲ್" ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ತಾಮ್ರ ಮತ್ತು ನಿಕ್ಕಲ್‌ನ ಮಿಶ್ರ ಲೋಹವಾಗಿದೆ. ಈ ಮಿಶ್ರ ಲೋಹವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ತಾಮ್ರ ಮತ್ತು ನಿಕ್ಕಲ್‌ನ್ನು 3:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ನಾಣ್ಯದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯು 7.74 ಗ್ರಾಂಗಳು. ತಾಮ್ರದ ಬೆಲೆ ಒಂದು kg ಗೆ ₹ 1906 ಮತ್ತು ನಿಕ್ಕಲ್‌ನ ಬೆಲೆ kg ಗೆ ₹ 21,341 ಆಗಿದ್ದರೆ, 10 ನಾಣ್ಯಗಳಲ್ಲಿರುವ ಈ ಲೋಹಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಸಾರಾಂಶ

- a:b ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಅನುಪಾತಗಳು ಮೊದಲ ಪ್ರಮಾಣದ ಪ್ರತಿ 'a' ಮಾನಕ್ಕೆ ಎರಡನೇ ಪ್ರಮಾಣದ 'b' ಮಾನಗಳಿವೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. 'a' ಮತ್ತು 'b' ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಪದಗಳು.
- ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು a:b ಮತ್ತು c:d ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ (a:b :: c:d ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ) ಅವುಗಳ ಪದಗಳು ಒಂದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ. ಅಂದರೆ $ad = bc$ ಆಗಿದ್ದರೆ,
- 'x' ವು m:n ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಮೊದಲ ಭಾಗದ ಪ್ರಮಾಣವು $m \times \frac{x}{m+n}$ ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಭಾಗದ ಪ್ರಮಾಣವು $n \times \frac{x}{m+n}$ ಆಗಿದೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

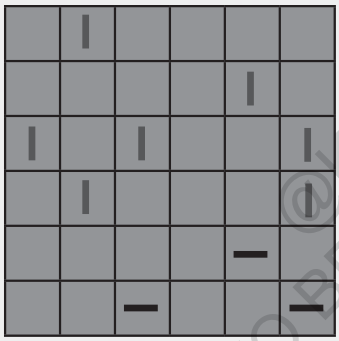


ಒಗಟಿನ ಸಮಯ!

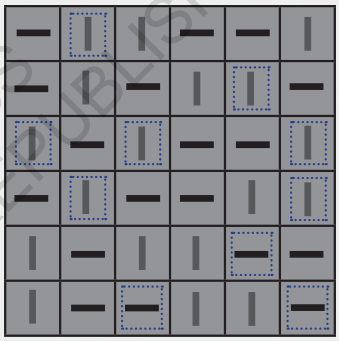
ಬೈನೈರೊ

ಟಾಕುಝು ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಬೈನೈರೊ ಸರಳ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತರ್ಕಬದ್ಧವಾದ ಒಗಟು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬೈನೈರೊವನ್ನು ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಗಾತ್ರವಿಲ್ಲದ ಚೌಕಾಕಾರದ ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿ ಆಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಕೆಲವು ಕೋಶಗಳು (ಚೌಕಗಳು) ಇಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡ ಮತ್ತು ಲಂಬ ರೇಖೆಗಳೊಂದಿಗೆ ತುಂಬಿರುತ್ತದೆ. ಉಳಿದ ಕೋಶಗಳು (ಚೌಕಗಳು) ಖಾಲಿಯಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಕೋಶಗಳನ್ನು (ಚೌಕಗಳನ್ನು) ತುಂಬುವ ಕಾರ್ಯವು ಹೇಗಿರಬೇಕೆಂದರೆ -

1. ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡ ಸಾಲು ಮತ್ತು ಕಂಬ ಸಾಲುಗಳು ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಡ್ಡ ಮತ್ತು ಕಂಬ ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು.
2. ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಡ್ಡ ಅಥವಾ ಲಂಬ ರೇಖೆಗಳು ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರಬಾರದು.
3. ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲು ಅನನ್ಯವಾಗಿರಬೇಕು. ಪ್ರತಿ ಕಂಬಸಾಲು ಅನನ್ಯವಾಗಿರಬೇಕು.



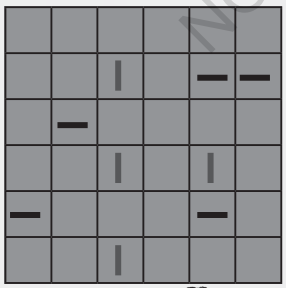
ಒಗಟು

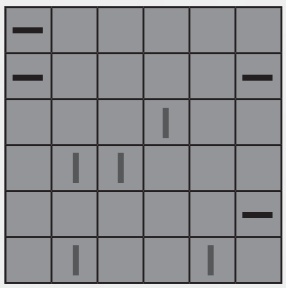


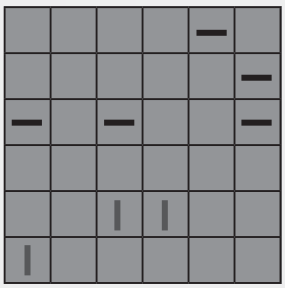
ಪರಿಹಾರ

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬೈನೈರೊ ಒಗಟುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.









Dot Grid

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

Dot Grid

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED