



ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರ

ಕಣಿತப் பிரகாசம்

எட்டாம் வகுப்புப் பாடநூல்



தமிழ் வழி

EIGHTH STANDARD
TAMIL MEDIUM

विद्यया ऽ मृतमश्नुते



एन सी ई आर टी
NCERT

राष्ट्रीय शैक्षणिक संशोधन आणि प्रशिक्षण परिषद
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

Karnataka Textbook Society (R.)

6th Cross, Malleshwaram, Bengaluru-560 003



8.	மறைமுகப் பின்னங்கள் FRACTIONS IN DISGUISE	1
9.	போதாயன பிதாகரஸ் தேற்றம் THE BAUDHĀYANA - PYTHAGORAS THEOREM	48
10.	விகிதசம பகுப்பாய்வு-2 PROPORTIONAL REASONING-2	78
11.	வடிவியல் கருப்பொருள்கள் சிலவற்றை ஆராய்தல் EXPLORING SOME GEOMETRIC THEMES	99
12.	புள்ளிகளும் கோடுகளும் கூறும் கதைகள் (TALES BY DOTS AND LINES)	143
13.	இயற்கணித விளையாட்டு ALGEBRA PLAY	185
14.	பரப்பளவு AREA	203



8.1 சதவீதங்களாகப் பின்னங்கள்

“மெகா விற்பனை - 50% வரை தள்ளுபடி” அல்லது “ஹியா, வாரியத் தேர்வுகளில் 83% பெற்றார்” - இதுபோன்ற அறிக்கைகளை நீங்கள் கேட்டிருப்பீர்கள்.

% என்ற குறியீட்டிற்கான பொருள் என்ன என்பது உமக்குத் தெரியுமா?

இக்குறியீட்டை சதவீதம் எனப் படிக்கலாம். சதவீதம் (per cent) என்ற சொல் ‘பெர் சென்டம்’ (per centum) என்ற இலத்தீன் சொல்லிலிருந்து பெறப்பட்டது - இதன் பொருள் ‘நூற்றில்’ அல்லது ‘நூற்றிலிருந்து’ என்பதாகும்

ஆகவே 25 சதவீதம் (25%) என்றால் நூறில் 25 ஆகும்.

அதாவது இது 100 இல் 25 மனிதர்கள், 100 ரூபாய்களில் 25 ரூபாய்கள், 100 மதிப்பெண்களில் 25 மதிப்பெண்கள் போன்றதாகும்.

ஓர் அளவில் 50% என்று நாம் கூறும் பொழுது அது

$$50\% = 50 \times \frac{1}{100} \times s \text{ (s இன் பின்ன அலகில் 50 முறைகள்)}$$

$$= \frac{50}{100} \times s = \frac{1}{2}s \text{ என்பதாகும்}$$

எனவே சதவீதங்கள் என்பன 100ஐ பகுதிகளாகப் பெற்றிருக்கும் பின்னங்கள் ஆகும்.

எ.கா: $20\% = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$,

$$33\% = \frac{33}{100}.$$

சதவீதங்களும் பின்னங்களே ஆகும் என்பதை நாம் கண்டோம். ஏதேனும் ஒரு பின்னத்தைக் கொடுத்த போது அதை நாம் சதவீதமாகக் குறிப்பிட முடியுமா? ஆம், எப்படி என்று பார்ப்போமா?

சதவீதங்களைப் பின்னங்களாகக் குறிப்பிடுதல்

? எடுத்துக்காட்டு 1 : சூர்யா என்பவர் சூரிய அஸ்தமனத்தைக் குறிப்பிட காவி நிறத்தைப் பயன்படுத்த விழைகிறார். அவர் இந்நிறத்தைப் பெற சிவப்பு நிறத்தையும் மஞ்சள் நிறத்தையும் சேர்க்கிறார். இக்கலவையில் சிவப்பு நிறம் சுமார் $\frac{3}{4}$ பாகம் உள்ளது. இந்நிறத்தில் சிவப்பு நிறத்தின் சதவீதம் என்ன?

$\frac{3}{4}$ என்பது ஒவ்வொரு 4 இல் 3 ஆகும்

அதாவது ஒவ்வொரு 8 இல் 6

அதாவது ஒவ்வொரு 40 இல் 30

அதாவது ஒவ்வொரு நூறிலும் 75

இதன் பொருள் 75% ஆகும்.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{30}{40} = \frac{75}{100}$$

இதனை வேறு வழியில் விளக்குவோம் :- $\frac{3}{4}$ ஐ சதவீதமாகக் குறிப்பிட நாம் 10ஐப் பகுதியாகப் பெற்றுள்ள அதன் சமான பின்னத்தைக் கண்டறிய வேண்டும். இதை செய்வதற்கான இரண்டு வழிமுறைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

வழிமுறை 1

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} &= \frac{3 \times 25}{4 \times 25} \\ &= \frac{75}{100} = 75\%\end{aligned}$$

வழிமுறை 2

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{100}$$

$$\frac{3}{4} \times 100 = \frac{x}{100} \times 100$$

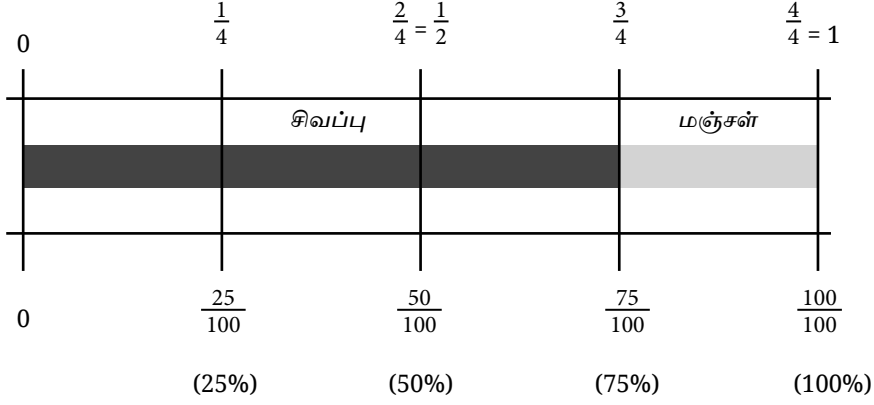
[இரு பக்கங்களையும் 100 ஆல் பெருக்குதல்]

$$x = \frac{3}{4} \times 100$$

$$= 75.$$

ஆகவே $\frac{3}{4}$ என்பது 75% ஆகக் குறிப்பிடப்படலாம்.

$\frac{3}{4}$ மற்றும் 75% க்கிடையே உள்ள சமத்துவத்தைக் காட்டும் கீழ்க்கண்ட செவ்வக மாதிரி வரைபடத்தைக் கவனிக்கவும்.



② நிறத்தின் எவ்வளவு சதவீதம் மஞ்சள் நிறத்தால் தயாரிக்கப்பட்டது என உம்மால் கூற முடியுமா?

③ எடுத்துக்காட்டு 2 : ஒரு போட்டியில் சூரியா ஒரு தொகையைப் பரிசாகப் பெற்றார். புதிய காலணியை வாங்க அவர் தொகையில் $\frac{3}{4}$ ஐ சேமித்தார். இந்த அளவை நாம் சதவீதமாகக் குறிப்பிடலாம்.

இச்சிக்கலைத் தீர்ப்பதற்கான வெவ்வேறு வழிமுறைகளைக் கீழ்வருமாறு புரிந்துக்கொள்ள முயற்சிக்கவும்.

வழிமுறை 1

$$\frac{2}{5} = \frac{20}{50} = \frac{40}{100}$$

$$= 40\%.$$

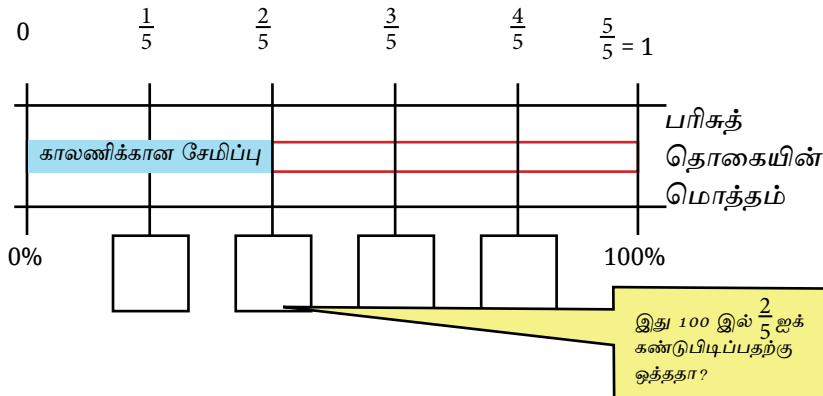
வழிமுறை 2

$$\frac{2}{5} = \frac{x}{100}.$$

$$x = \frac{2}{5} \times 100 = 40.$$

④ வழிமுறை 3 ஐக் கட்டங்களை நிரப்புவதன் மூலம் முழுமைப்படுத்த முயற்சிக்கவும்.

வழிமுறை 3





கணிதத்திலுள்ள பல சிக்கல்களை வெவ்வேறு வழிகளில் அணுக முடியும் மற்றும் தீர்க்க முடியும். நீங்கள் பின்பற்றிய முறை உங்களுக்குப் பிடித்தமான ஒன்றாக இருந்திருக்கையில், இது குறித்து மற்றவர்கள் என்ன நினைத்தார்கள் என்பதை அறிந்துக் கொள்வது மனமகிழ்வூட்டுவதாகவும் செறிவூட்டுவதாகவும் விளங்கும்.

பின்னங்கள் ஒரு அலகெனில் சதவீதம் ஒரு நூறு ஆகும். ஆகவே சதவீதமாக ஒரு பின்னத்தைக் குறிப்பிட நாம் பின்னத்தை 100 ஆல் பெருக்கினால் மட்டும் போதும்.

? எடுத்துக்காட்டு 3 : ஒரு சதவீதத்தைக் கொடுத்தபோது அதை ஒரு பின்னமாக உங்களால் குறிப்பிட முடியுமா? எடுத்துக்காட்டு - 24% ஐ ஒரு பின்னமாகக் குறிப்பிடுக.

ஒரு பின்னம் சதவீதமாக இருப்பதால்

24% , $\frac{24}{100}$ ஐக் குறிக்கிறது

$\frac{24}{100}$ க்கான மற்ற சமான வடிவங்களை நாம் காணலாம்.

$$\frac{24}{100} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25} = \frac{48}{200}.$$

பொதுவாக, $z\%$, என்பது $\frac{z}{100}$ க்கு சமமான வேறு எந்த பின்னங்களாகவும் குறிப்பிடப்படலாம் எனக் கூறலாம்.

? இதனைக் கண்டறிக

1. கீழ்க்கண்ட பின்னங்களை சதவீதங்களாகக் குறிப்பிடுக.

(i) $\frac{3}{5}$

(ii) $\frac{7}{14}$

(iii) $\frac{9}{20}$

(iv) $\frac{72}{150}$

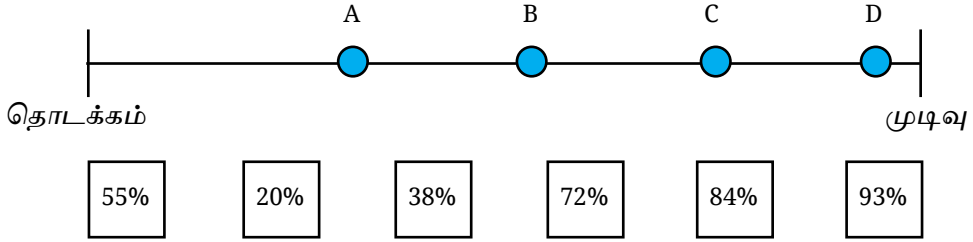
(v) $\frac{1}{3}$

(vi) $\frac{5}{11}$

2. நந்தினியிடம் 25 கோலிகள் உள்ளன. அவற்றில் 15 வெள்ளை நிற கோலிகள் ஆகும். அவருடைய கோலிகளில் உள்ள வெள்ளை நிற கோலிகளின் சதவீதம் என்ன

- (i) 10% (ii) 15% (iii) 25%
 (iv) 60% (v) 40%
 (vi) இவற்றில் எதுவும் இல்லை

3. ஒரு பள்ளியில், 80 மாணவர்களில் 15 பேர் பள்ளிக்கு நடந்து வருகின்றனர். பள்ளிக்கு நடந்து வரும் மாணவர்களின் சதவீதம் என்ன?
4. நெடுந்தார ஓட்டத்தில் நண்பர்களின் குழு ஒன்று பங்கு பெற்றது. 15 நிமிடங்களுக்குப் பிறகு ஒவ்வொருவரின் நிலைப்பாடும் கீழ்க்கண்ட படத்தில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. அவர்களில் ஒவ்வொருவரும் தோராயமாக முடித்த ஓட்டத்தின் சதவீதத்தைப் பொருத்துக (கொடுத்துள்ள தெரிவுகளிலிருந்து)



5. அளவுகளின் இணைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. விடுப்பட்ட இடங்களில் '>', '<', '=' என்ற குறியீடுகளை சரியாக அடையாளங்கண்டு எழுதுக. கணக்கிடாமலேயே இதனைச் செய்ய முயற்சிக்க.

- (i) 50% ____ 5% (ii) $\frac{5}{10}$ ____ 50%
 (iii) $\frac{3}{11}$ ____ 61% (iv) 30% ____ $\frac{1}{3}$

- ? சதவீதங்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட வகை பின்னம் என்றால், நமக்கு அவை ஏன் வேண்டும்? பின்னங்களை மட்டுமே பயன்படுத்தி நாம் ஏன் தொடர முடியாது?

ஓர் எடுத்துக்காட்டினை எடுத்துக் கொள்ளோம். பிஸ்கெட் தயாரிக்கும் தொழிற்சாலை ஒன்று 2 புதிய வகையான பிஸ்கெட்டுகளை வைத்து ஆராய்கின்றனர். அதில் 1 ஆம் வகையில் $\frac{9}{34}$ பாகம் மற்றும் 2 ஆம் வகையில் $\frac{13}{45}$ பாகம் சர்க்கரை உள்ளது. அதிக சர்க்கரையுள்ள வகை எது? முதல் நிலையில் இது தெளிவற்றதாக இருக்கலாம் மற்றும் நாம் சில கணக்கீடுகளைச் செய்ய வேண்டியிருக்கும். ஆனால் அதே விவரத்தை இவ்வாறு கூறுகையில் -

1 ஆம் வகையில் 26.47% சர்க்கரை உள்ளது மற்றும் 2 ஆம் வகையில் 28.88% சர்க்கரை உள்ளது என்று கூறுகையில் எந்த வகையில் அதிக சர்க்கரை உள்ளது என்பது நமக்கு உடனே தெளிவாகத் தெரிகிறது?

ஒரே பகுதி வேண்டுமெனில் நாம் ஏன் குறிப்பாக 100ஐத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

அது ஏன் 10, 50, 1000 அல்லது 43 ஆக இருக்கக்கூடாது? சிந்திக்கவும்.

அசலில் நாம் பகுதியாக எந்த எண்ணையும் தேர்ந்தெடுக்கலாம், ஆனால் 100 ஆல் சில நன்மைகள் உள்ளன? நம்முடைய எண்மான முறை 10 அடிமானத்தில் இருப்பதால், 10,000, 1000 போன்ற எண்கள் தசமங்களில் எளிதாக அடங்குகின்றன. எ.கா; $31\% = \frac{31}{100} = 0.31$.

பின்னங்கள், தசமங்கள் மற்றும் சதவீதங்களுக்கிடையே மாற்றுவது விரைவானது மற்றும் இயலுணர்வு மிக்கது.

எண் 100 முழுமையானது மற்றும் அதனைப் புரிந்துக் கொள்ளவதும் கையாள்வதும் எளிது. 1000 இல் ஒன்று அல்லது 1,00,000 இல் ஒன்று (புள்ளியியலில் “ஒராயிரம் மக்கள்” அல்லது “ஒரு இலட்சம்” என்பதில் இது பயன்படுத்தப்படுகிறது) என்றும் கூறலாம்.

$$\frac{9}{34} = 26.47 \text{ percent (per 100)}$$

$$\frac{9}{34} = 2.647 \text{ per decem (per 10)}$$

$$\frac{9}{34} = 264.7 \text{ per mille (per 1000)}$$

ஆனால் 100 சரியாக இருக்கும் - விவரத்தைக் கொடுக்குமளவு அது பெரியது எனினும் மனதில் புரிந்துக் கொள்வதற்கு இது போதுமான அளவு ஆகும். ஒரு பத்து என்பது பல தேவைகளுக்கு மிகச் சிறியதாக இருக்கும்.

தசம பின்னங்கள் அறிமுகமாவதற்கு வெகு முன்பதாகவே பத்துகளில் ஒன்று, இருபதுகளில் ஒன்று மற்றும் நூறுகளில் ஒன்று இவற்றால் கணக்கீடுகள் செய்யும் போது அவற்றின் தேவை அறியப்பட்டது. கௌடில்யரின் அர்த்த சாஸ்திரத்தில் பொ.ச.மு 4 ஆம் நூற்றாண்டிலேயே நூறுக்கு ஒன்று என்பது கண்டுபிடிக்கப்பட்டது, ஒரு மாதத்திற்கு ஒரு பாணா மற்றும் ஒரு கால் சதவீத வட்டி நியாயமானது. மாதத்திற்கு ஐந்து பாணாக்கள் என்பது வணிக வட்டி வீதம் ஆகும். ஒரு மாதத்திற்கு பாணாக்கள் என்ற வட்டி வீதம் காட்டுவாசிகளிடையே நிலவியது. கடல் வணிகர்களிடையே ஒரு மாதத்திற்கு இருபது பாணாக்கள் என்ற வட்டி வீதம் நிலவுகிறது.

அக்காலக்கட்டத்தில் ரோமானியர்கள் வர்த்தகம் மற்றும் ஏலம் தொடர்புள்ள பரிவர்த்தனைகளில் $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{100}$ என்ற வரிகளைப் பயன்படுத்தினர் 15 ஆம் நூற்றாண்டின் இத்தாலிய கையெழுத்து பிரதிகளில் 'xx p cento', 'x p cento', 'vii p cento' போன்ற வெளிப்பாடுகளைக் காணலாம். இது நமது 20%, 10%, மற்றும் 7% க்கு சமமாகும்).

நம்மைச் சுற்றியுள்ள சதவீதங்கள்

சதவீதங்கள் பல்வேறு சூழல்களில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. சதவீதங்களை உள்ளடக்கிய சில சுவாரஸ்யமான கண்டுபிடிப்புகள்



எடையின்
அடிப்படையில் மனித
உடல் சராசரியாக 60%
நீரால் ஆனது



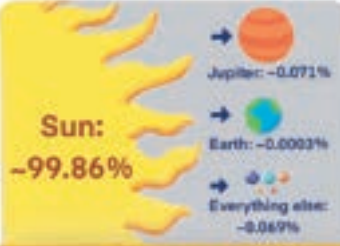
கன அளவின் அடிப்
படையில் ஐஸ்கிரீம்
சுமார் 30–50% காற்றால்
ஆனது



உலக மக்கட்தொகையில்
45% மக்கள் FIFA
உலகக் கோப்பையின்
ஒரு பகுதியையாவது
பார்த்துள்ளனர்



உலகளவில் சுமார் 80%
க்கும் அதிகமான பதினம்
வயதினர் அன்றாடம்
பரிந்துரைக்கப்பட்ட
ஒரு மணி நேர உடல்
செயல்பாடுகளைச்
செய்யமுற்படுவதில்லை



சூரிய குடும்ப நிறையில்
சுமார் 99.86% நிறையானது
சூரியனில் உள்ளது.



உலகளவில் சுமார் 52%
விவசாய நிலங்களின் தரம்
குன்றியுள்ளது

8.2 ஒரு குறிப்பிட்ட அளவின் சதவீதம்

? எ.கா 1 : மதுவும் மாதவ்வும் ஒவ்வொருவரையும் பிஸ்கெட்டுகளை உண்டனர். மதுவின் பிஸ்கெட்டுகளில் 25% சர்க்கரையும், மாதவ்வின் பிஸ்கெட்டுகளில் 35% சர்க்கரையும் இருந்தது. யார் அதிக சர்க்கரையை உண்டனர் என்று உம்மால் கூற முடியுமா?



இப்பொழுது நாம் பார்த்தது போல் சதவீதங்கள் பின்ன அளவுகளை அல்லது விகிதசமங்களைக் குறிக்கின்றன. வெவ்வேறு அளவுகளை அல்லது முழுமைகளை ஒப்பிடுகையில் சதவீதங்களை மட்டுமே பயன்படுத்தவது பொருத்தமற்றது ஆகும். அதாவது அவர்கள் இருவரும் 100 பிஸ்கெட்டுகளை உண்டால், மாதவ் அதிக சர்க்கரை உண்டார் என்பது தெளிவாகத் தெரிகிறது, 100 g இல் 35% என்பது ஒவ்வொரு 100 g க்கு 35g ஆகும்) vs. மதுவின் 25 g (100 g இல் 25 % என்பது ஒவ்வொரு 100 g க்கு 25g ஆகும்).

? மது 120 g பிஸ்கெட்டுகளையும் மாதவ் 95 g பிஸ்கெட்டுகளையும் உண்டனர் என்று எடுத்துக் கொள்வோம். யார் அதிக சர்க்கரையை உண்டனர்? கண்டுபிடிக்க முயற்சிக்கவும்.

சர்க்கரையின் எடை பிஸ்கெட்டுகளின் எடைக்கு விகித சமத்தில் இருக்கும் என்று நமக்குத் தெரியும் மது 25% சர்க்கரை உள்ள 120 g பிஸ்கெட்டுகளை உண்டார். அவர் உண்ட சர்க்கரையின் அளவு விடுப்பட்டிருக்கும் மதிப்பாகும்.

$$25 : 100 :: \underline{\quad} : 120.$$

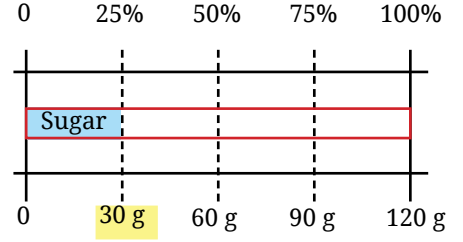
முன்னேறிச் செல்லக்கூடிய சில வழிகள் கீழே காண்பிக்கப்பட்டுள்ளன.

25% சர்க்கரை என்பது
- பிஸ்கெட்டுகளின்
ஒவ்வொரு 100 g
க்கு 25 g சர்க்கரை
ஆகும். அதாவது
பிஸ்கெட்டுகளின்
ஒவ்வொரு 20 g க்கு
5 g சர்க்கரை ஆகும்
ஆகவே ஒவ்வொரு
120 g பிஸ்கெட்டுகளுக்கு
30 g சர்க்கரை ஆகும்.

விகித சமத்
தொடர்பை இவ்வாறு
எழுதலாம்.

$$\frac{25}{100} = \frac{s}{120}$$

$$s = \frac{25}{100} \times 120 = 30$$



இவ்வழிமுறைகளில் ஏதேனும் ஒன்று உங்கள் சிந்தனையுடன்
பொருந்துகிறதா? அனைத்து வழிமுறைகளையும் உம்மால் புரிந்துக் கொள்ள
முடிந்ததா?

இப்பொழுது நாம் மாதவ் எவ்வளவு சர்க்கரை உண்டார் எனக்
கண்டுபிடிப்போம். அவர் 35% சர்க்கரை உள்ள 95 g பிஸ்கெட்டுகளை
உண்டார். சில நேரங்களில் நாம் சற்று முன்பு கணக்கிடுவதற்குப் பயன்படுத்திய
வெவ்வேறு வழிமுறைகள் இவ்வெண்களுக்குப் பொருந்தாது.

அவர் உண்ட 100 g பிஸ்கெட்டுகளில் 35g சர்க்கரை
உள்ளது என்பது இதன் பொருளாகும்.

$$\frac{35}{100} = \frac{x}{1} \rightarrow x = \frac{35}{100}$$

1 g பிஸ்கெட்டுகளில் $\frac{35}{100}$ g சர்க்கரை உள்ளது என்பது இதன் பொருளாகும்.

95 g பிஸ்கெட்டுகளில் $\frac{35}{100}$ g $\times 95 = 33.25$ g சர்க்கரை உள்ளது என்பது
இதன் பொருள் ஆகும்.

$\frac{35}{100} = \frac{s}{95}$ என்ற விகித சமத் தொடர்பில் s இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிப்பதன்
மூலம் இதற்கு தீர்வு காணலாம்.

ஆகவே மாதவ் அதிக சர்க்கரை உண்டார்.

மிகப் பொதுவாக, ஏதேனும் ஒரு மதிப்பின் (80 எனக் கருதினால்) $y\%$, $\frac{y}{100} \times 80$ ஆல் கொடுக்கப்படுகிறது. ஏதேனும் ஒரு மதிப்பின் (எனக் கருதினால்) 45% , Z என்பது $\frac{45}{100} \times Z$ ஆல் கொடுக்கப்படுகிறது எனவும் நாம் கூறலாம்.

கையால் செய்யப்படும் கணக்கீடுகள்

இப்பொழுது நாம் 120 இன் 25% ஐக் கணக்கிட்டுவோம். 25% ம், ஒன்றில் $\frac{1}{4}$ பகுதியும் (ஒரு கால் பகுதி) சமமாகுமா?

ஆம் ஏனெனில் 25 என்பது 100 இல் ஒரு $\frac{1}{4}$ க்கு சமமாகும். $\left(\frac{25}{100} = \frac{1}{4}\right)$.

ஆகவே, 40 இன் $25\% = \frac{25}{100} \times 40$ என்பது $\frac{1}{4} \times 40$ க்கு ஒத்தது.

❓ கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள மதிப்புகளின் சதவீதங்களைக் கணக்கிட (பேனாவையும் காகிதத்தையும் பயன்படுத்தாமல்) முயற்சிக்கவும் உங்கள் விடைகளை அட்டவணையில் எழுதுக.

	100	200	50	80	10	35	287
25%	25						
10%							
20%							
5%							

❓ இம்மதிப்புகளை நீங்கள் எப்படி கண்டுபிடித்தீர்கள்? உங்கள் வகுப்பினரோடு இவ்வழிமுறைகளைக் குறித்து விவாதிக்கவும். இந்த அட்டவணையில் நீங்கள் ஏதேனும் சுவாரஸ்யமான ஒன்றைக் கண்டீர்களா?



ஒரு மதிப்பின் 20% என்பது அதே மதிப்பின் 10% இன் இரு மடங்காக உள்ளது என்பதை நீங்கள் கவனித்திருப்பீர்கள். 20% (100 இல் 20 பாகங்கள்) 10% (100 இல் 10 பாகங்கள்) இன் இரு மடங்கு என்பதால் இது எப்பொழுதும் நடக்கும்.

❓ இப்புரிதலைப் பயன்படுத்திக் கொண்டு, மேலுள்ள அட்டவணையில் உள்ள மதிப்புகளின் 40% எவ்வளவாக இருக்கும் என்பதை மனதில் கணக்கிடவும்.

ஒரு மதிப்பின் 20%, 5% மற்றும் 25% க்கு இடையே நீங்கள் என்ன தொடர்பினைக் காண்கிறீர்கள்?

(y இன் 20%) + (y இன் 5%) = y இன் 25% ஐப் போலத் தோன்றுகிறது. இப்பண்பு எப்பொழுதும் சரியா என நாம் சரிபார்க்கலாம்.

$$\left(\frac{20}{100} \times y\right) + \left(\frac{5}{100} \times y\right) = \left(\frac{25}{100} \times y\right).$$

❓ இந்த கவனிப்பைப் பயன்படுத்தி, அட்டவணையில் கொடுத்துள்ள மதிப்புகளின் 15% எவ்வளவு என மனதிலேயே கணக்கிடவும்.



❓ ஏதேனும் ஒரு மதிப்பின் கீழ்காணும் சதவீதங்களை நீங்கள் மனதிலேயே கணக்கிட வேண்டும் எனில்; 75%, 90%, 70%, 55% நீங்கள் அதை எப்படி செய்வீர்கள்? கலந்துரையாடுக.

பி.த.ச என்னும் முப்பேர்கள் - பின்னங்கள், தசமங்கள் மற்றும் சதவீதங்கள்.

❓ எடுத்துக்காட்டு 2 : ஒரு மதிப்பின் 50% ஐ அம்மதிப்பை $\frac{1}{2}$ ஆல் பெருக்குவதன் மூலம் கண்டுபிடிக்கலாம். அம்மதிப்பை 0.5 ஆல் பெருக்குவதும் அம்மதிப்பின் 50% க்கான விடையைத் தருமா?

ஆம் ஏனெனில் $\frac{1}{2} = 0.5$.

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = \frac{0.5}{1} = 0.5.$$

$$\begin{aligned} 50\% \text{ of } 24 &= 12 \\ 0.5 \times 24 &= 12 \end{aligned}$$

❓ அதேபோல, ஒரு அளவின் 10% ஐக் கண்டுபிடிக்க, எந்த தசம மதிப்பீடு பெருக்கப்பட்ட வேண்டும்?

? கீழ்க்கண்ட அட்டவணையை முழுமைப்படுத்துக.

சதவீதம்	50%	100%	25%	75%	10%	1%	5%	43%
பின்னம்	$\frac{50}{100}$							
தசமம்	0.5							

செயல்பாடு : நீங்கள் எவ்வளவு அருகே செல்லலாம்?

ஓர் இணையைச் செய்க. ஒவ்வொருவரும் ஒரு எண்ணைத் தேர்ந்தெடுக்கட்டும். தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட எண்கள் a மற்றும் b ஆக இருக்கட்டும். ஒவ்வொருவரும் அவரவர் எண்ணைப் பகிர்ந்துக் கொள்ளட்டும். இருவரும் $\frac{a}{b}$ (இங்கு $a < b$ ஆகும்) என்ற பின்னத்திற்கான சமான பின்னத்தை தோராயமாக ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் (5 நொடிகளில்) கூறவேண்டும். யாருடைய தோராயம் மிக அருகில் உள்ளதோ அவர் இச்சுற்றை வெல்கிறார். இதைப் 10 சுற்றுகளில் விளையாடலாம்.

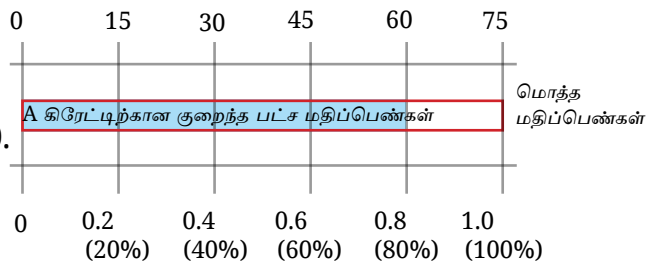
? எடுத்துக்காட்டு 3: ஒரு தேர்வின் அதிகபட்ச மதிப்பெண்கள் 75 ஆகும். மாணவர்கள் தேர்வில் 80% அல்லது அதற்கும் அதிகமான மதிப்பெண்களைப் பெற்றால் அவர்கள் A கிரேட் பெறுகின்றனர். A கிரேட் பெற ஜூபின் பெற வேண்டிய குறைந்த பட்ச மதிப்பெண் என்னவாகும்? பின்னம் மற்றும் தசமத்தின் பெருக்கல் மற்றும் விகிதசமம் இவற்றைக் குறித்த புரிதலைப் பயன்படுத்தி நாம் 75 இன் 80% ஐ நாம் வெவ்வேறு வழிகளில் கண்டுபிடிக்கலாம்.

$$\text{பின்னப் பெருக்கல்} \rightarrow \frac{80}{100} \times 75$$

$$= \frac{4}{5} \times 75 = 60.$$

$$\text{தசமப் பெருக்கல்} \rightarrow 0.8 \times 75 = 60.$$

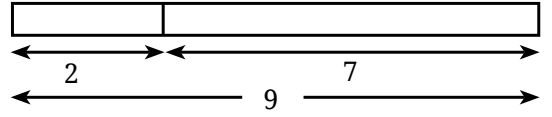
$$\frac{75 \times 80}{100} = 60$$



? எடுத்துக்காட்டு 4 : சிறுதானியக் கஞ்சியைத் தயாரிப்பதற்கு சிறுதானியமும் நீரும் கலக்கப்பட வேண்டிய விகிதம் 2:7 ஆகும். இக்கலவையில் சிறுதானியத்தின் சதவீதம் என்ன? 500 ml கலவை தயாரிக்கப்பட வேண்டுமெனில், அதில் எவ்வளவு சதவீதம் சிறுதானியம் பயன்படுத்தப்பட வேண்டும்?

இச்சூழல் வலது பக்கத்தில் கொடுத்துள்ள செவ்வக மாதிரியாகக் காட்டப்பட்டுள்ளது போல உருவாக்கலாம்.

சிறுதானியம் மற்றும் கலவையின் கன அளவின் விகிதம் 2:9 ஆகும். வேறு வகையில் கூறவேண்டுமெனில்



கலவையின் ஒரு அலகில் சிறுதானியம் $\frac{2}{9}$ அலகுகளும் மற்றும் நீர் $\frac{7}{9}$ அலகுகளும் இடம்பெற்றுள்ளன.

? $\frac{2}{9}$ என்ன சதவீதத்தில்

இருக்கும் எனத் தோராயமாகக் கூறுக. கலவையில் உள்ள சிறுதானியத்தின் சதவீதமானது

(அதாவது இத்தகைய 100 அலகுகளில்)

$$\frac{2}{9} \times 100 = 22.22\%.$$

கலவையில் உள்ள நீரின் சதவீதம் $100 - 22.22 = 77.78\%$ ஆகும்.

9 இன் அரைப்பகுதி 4.5 ஆகும். ஆகவே $\frac{2}{9}$, 50% ஐ விடக் குறைவு என்பது தெளிவாகத் தெரிகிறது.

9 இன் 10% 0.9 ஆகும். 9 இன் 20% 1.9 ஆகும். ஆகவே $\frac{2}{9}$ 20% - 25% இடையே இருக்கக் கூடும்



22.22% சிறுதானியத்துடனுள்ள கலவை என்றால் 100 ml கலவை 22.22 ml சிறுதானியத்தைப் பெற்றுள்ளது என்பதாகும். ஆகவே 500ml உடன் 22.22% சிறுதானியம் $5 \times 22.22 = 111.1$ ml சிறுதானியத்தைப் பெற்றுள்ளது.

கொடுக்கப்பட்ட ஒரு விகிதம் ஒரு பின்னமாக மாற்றப்படலாம் பிறகு சதவீதமாக மாற்றப்படலாம்.

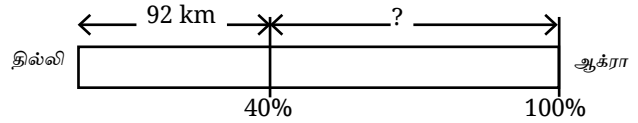


கணக்கிடுவதற்கு முன்பு முதலில் தோராயமாக்கும் பழக்கம் எண்ணறிவை மேம்படுத்தும் மற்றும் தவறுகளைக் குறைக்க உதவும். பல நேரங்களில் நமக்கு துல்லியமான மதிப்புகள் தேவைப்படலாம். வேகமான தோராயங்களைச் செய்யும் திறமை இந்நேரங்களில் பயனுள்ளதாக அமையும்.

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு: கணக்கீடுகளைத் தொடங்குவதற்கு அல்லது தீர்வு காண்பதற்கு முன் மதிப்பிடும் பழக்கத்தை கணக்கு தீர்க்கும் முறையின் ஒரு பகுதியாக சேர்த்துக் கொள்ளவும். தேவைப்படும் போது மாணவர்களுக்கு இதை நினைவூட்டி உற்சாகப்படுத்தவும்.

? எடுத்துக்காட்டு 5 : ஒரு மிதிவண்டியை ஓட்டுபவர் மிதிவண்டியில் தில்லியிலிருந்து ஆக்ரா வரையுள்ள பயணத்தில் 40% ஐ கடந்தார். அவர் 92 km கடந்தார் எனில், ஆக்ராவைச் சென்றடைய அவர் மேலும் எத்தனை கிலோமீட்டர்கள் பயணிக்க வேண்டும்.

இச்சூழ்நிலையை ஒரு செவ்வக மாதிரியின் மூலம் மாதிரி செய்து பார்ப்போம்.



? மேலும் தீர்ப்பதற்கு முன் தோராயமாக்குக.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள உங்களுடைய வழிமுறை கொடுத்துள்ள ஏதேனும் ஒரு வழியுடன் பொருந்துகிறதா?

இச்சிக்கலைத் தீர்ப்பதற்கான சில வழிமுறைகள்

தொலைவின் 40%, 92 km எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மீதமுள்ள 60% தொலைவு (தூரம்) எவ்வளவு என நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டியுள்ளது.

வழிமுறை 1

40% என்பது 92 km

ஆகும். எனவே

20%, 46 km ஆகும்

இது 60% ஐ

$92 + 46 = 138$ km என

ஆக்குகிறது

வழிமுறை 2

40%, 92 இன்

40% எனில் 60%

எவ்வளவாகும்.

$40 : 92 :: 60 : ?$

$$\frac{40}{92} = \frac{60}{r}$$

(r மீதமுள்ள தூரமாகும்)

$$r = 60 \times \frac{92}{40} = 138.$$

வழிமுறை 3

$$\frac{40}{100} = \frac{92}{d}$$

(மொத்த தூரம் d ஆகும்)

$$d = 92 \times \frac{100}{40} = 230.$$

மீதமுள்ள தூரம்

$$= 230 \text{ km} - 92 \text{ km}$$

$$= 138 \text{ km}.$$

வழிமுறை 4

x மீதமுள்ள தூரம்

எனில் தில்லியிலிருந்து

ஆக்ரா வரையுள்ள

மொத்த தூரம் $x + 92$

ஆகும்.

இம்மொத்த தூரத்தின்

40%, 92 என்பது

நமக்குத் தெரியும்

எனவே

$$\frac{40}{100} \times (x + 92) = 92.$$

$$(x + 92) = 92 \times \frac{100}{40}$$

$$x = 230 - 92 = 138.$$



கரடு படங்களை வரைவது கொடுத்துள்ள சூழலை நன்கு புரிந்துக் கொள்ள உதவுகிறது மற்றும் சிக்கலைப் பற்றி மேலும் சிந்திப்பதை எளிதாக்குகிறது.

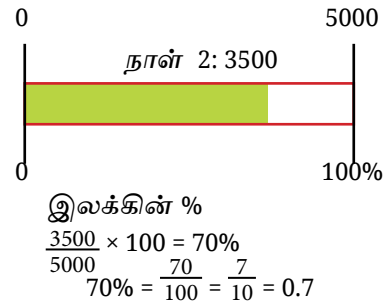
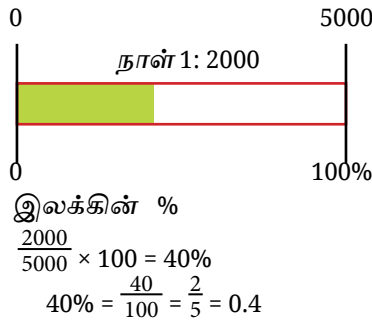
100 ஐ விட அதிகமான சதவீதங்கள்

இதுவரை நாம் 100 அல்லது 100 ஐ விடக் குறைவான மதிப்புள்ள சதவீதங்களைக் கண்டோம். 100 ஐ விட அதிகமான மதிப்புள்ள சதவீதங்கள் இருக்கக்கூடுமா? 100 ஐ விட அதிகமான சதவீதம் என்றால் என்னவாக இருக்கக்கூடும், கண்டறிவோம்.



எடுத்துக்காட்டு 6 : கிருஷ்ணாலால் அண்மையில் ஒரு ஜவுளிக்கடையைத் திறந்தார். அன்றாடம் ₹5000 வியாபாரம் செய்ய வேண்டும் என்பது அவருடைய நோக்கமாக இருந்தது. முதல் 2 நாட்களில் அவருடைய வியாபாரம் முறையே ₹2000 மற்றும் ₹3500 ஆகும். அவருடைய இலக்கில் அவர் எவ்வளவு சதவீதத்தை அடைந்தார்?

அவருடைய இலக்கு சதவீதம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



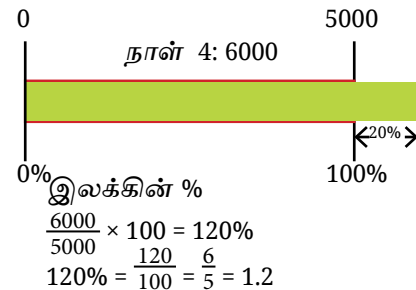
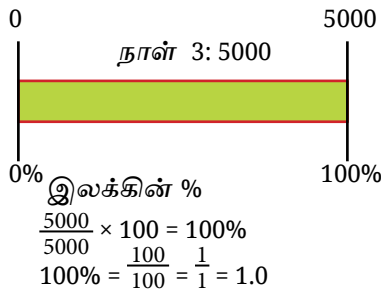
முதல் நாள் 40% மற்றும் இரண்டாம் நாள் 70% ஆகும்.

இதனைக் கூறுவதற்கான இன்னொரு முறையாவது - முதலாம் நாள் அன்று அவருடைய இலக்கு 60% குறைவாகவும் இரண்டாம் நாளன்று அவருடைய இலக்கு 30% குறைவாகவும் இருந்தது.

② இரண்டு நாட்களில் அவர் முறையே ₹5000 மற்றும் ₹6000 வியாபாரம் செய்தார். இம்மதிப்புகள், அவருடைய இலக்கின் எவ்வளவு சதவீதமாகும்.

அவருடைய இலக்கு ₹5000 ஆகும் மற்றும் 3 வது நாளன்று அவர் ₹5000 ஈட்டினார் - அதாவது 100%. நான்காம் நாளன்று அவர் ₹6000 ஈட்டினார், அது அவருடைய இலக்கை விட 1000 அதிகமாகும்.

② நான்காவது நாளன்று அவருடைய இலக்கு சதவீதம் என்ன?

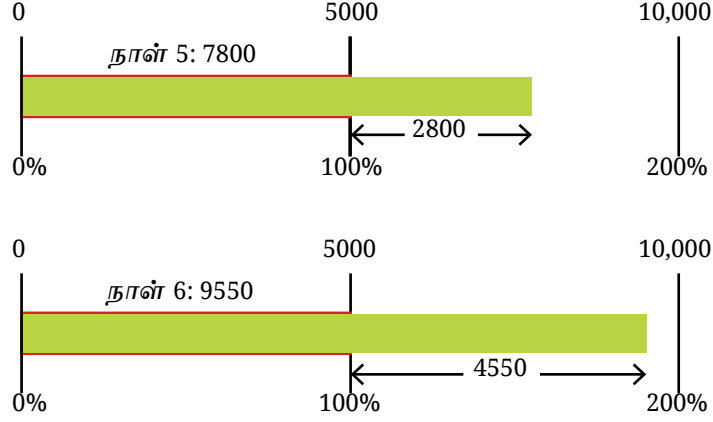


1000 என்பது 5000 இன் 20% ஆகும். ஆகவே 6000, (5000 + 1000) என்பது $100\% + 20\% = 120\%$ ஆகும். இது இவ்வாறு கணக்கிடப்படலாம்.

$$\frac{6000}{5000} \times 100 = \frac{6}{5} \times 100 = 120\%.$$

அவர் அவருடைய இலக்கின் 20% ஐ அடைந்துள்ளார் என்பதே இதன் பொருளாகும் அதாவது அவருடைய இலக்கை விட 20% அதிகமாகும்.

- ② 5 ஆம் மற்றும் 6ஆம் நாட்களில் வியாபாரம் முறையே ₹7800 மற்றும் ₹9550 ஆகும். இந்நாட்களில் அவர் அடைந்த இலக்கு சதவீதத்தைக் கணக்கிடவும்.

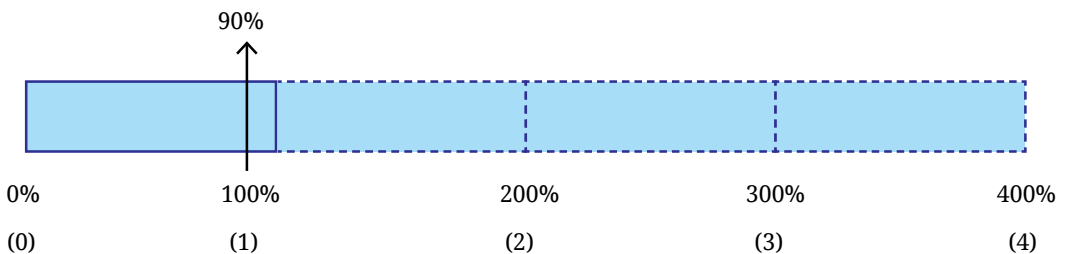


- ③ 7 வது நாளன்று அவர் அவருடைய இலக்கில் 150% ஐ அடைந்தார். 8 வது நாளன்று அவர் இலக்கின் 210% ஐ அடைந்தார். இந்நாட்களில் அவர் செய்த விற்பனையை கண்டுபிடிக்கவும்.

ஏதோ ஒரு நாளன்று அவர் ₹2500 ஈட்டினார் எனில் இதனை “அவருடைய இலக்கின் $\frac{1}{2}$ பாகம்” அல்லது “அவருடைய இலக்கின் 50% பாகம்” அல்லது “அவருடைய இலக்கின் 0.5 பாகத்தை” அடைந்தார் என நாம் குறிப்பிட முடியுமா? இன்னொரு நாளன்று அவர் ₹10,000 ஈட்டினால் நாம் “அவருடைய இலக்கின் இருமடங்கு/2 முறை” அல்லது “அவர் அவருடைய இலக்கின் 200% ஐ அடைந்தார்” எனக் கூறலாம்.

- ④ கீழுள்ள அட்டவணையை முழுமைப்படுத்தவும். இவ்வரைப்படத்தில் தோராயமான இடங்களைக் குறிக்கவும்.

சதவீதம்	90%	110%	200%	250%	15%	173%	358%	28.9%	305%
பின்னம்									
தசமம்									



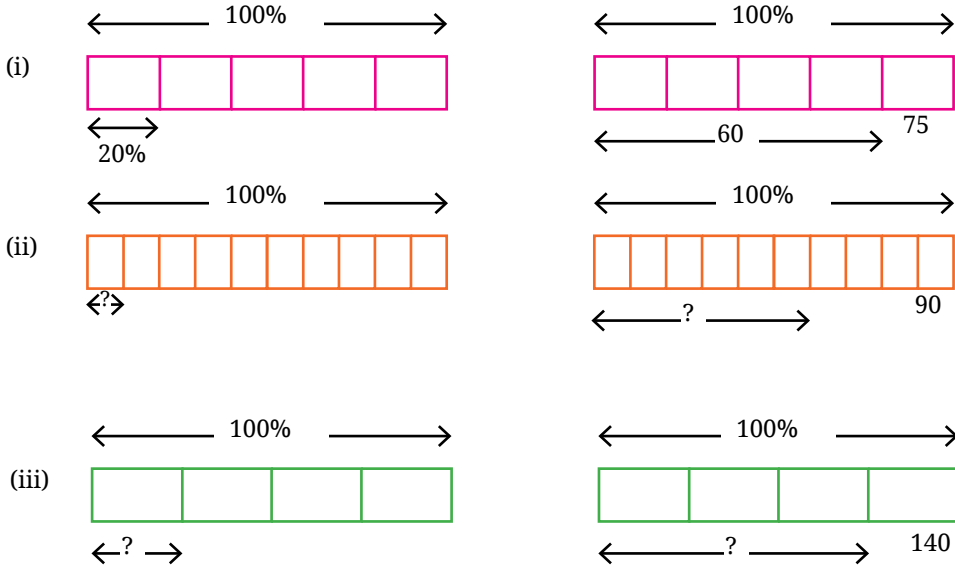
- ? எடுத்துக்காட்டு 7 : விவசாயி ஒருவர் கடந்த வருடம் 260 kg கோதுமையை அறுவடை செய்தார். இவ்வருடம் அவர் 650 kg கோதுமையை அறுவடை செய்தார். இந்த ஆண்டின் அறுவடை கடந்த ஆண்டின் அறுவடையின் எவ்வளவு சதவீதம் ஆகும்?

இந்த ஆண்டின் அறுவடையான $= \frac{650}{260} \times 100 = 250\%$ என்பது கடந்த ஆண்டின் 250% ஆகும். 250% அசல் மதிப்பின் 2.5 மடங்கினைக் குறிக்கிறது.

- ? இதனைக் கண்டறிக

கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விடையளிப்பதற்கு முன் கணக்கீடுகளைச் செய்யாமலேயே முதலில் தோராயமாக்கவும். மனக்கணக்கீடுகள் உள்பட வெவ்வேறு முறைகளை முயற்சிக்கவும்.

1. விடுபட்ட எண்களைக் கண்டுபிடிக்கவும். முதல் சிக்கல் தீர்க்கப்பட்டுள்ளது.



2. கீழ்காண்பனவற்றின் மதிப்புகளைக் கண்டுபிடிக்கவும் மற்றும் அவற்றின் செவ்வக மாதிரிகளையும் வரையவும்.

- | | | |
|------------------|------------------|-------------------|
| (i) 160 இன் 25% | (ii) 250 இன் 16% | (iii) 360 இன் 62% |
| (iv) 40 இன் 140% | (v) 1 மணியின் 1% | (vi) 10 kg இன் 7% |

3. சூர்யா 60 ml அடர் ஆரஞ்சு வண்ணப்பூச்சிகளைத் தயாரித்தார். அடர் ஆரஞ்சு வண்ணப்பூச்சில் $\frac{3}{4}$ பங்கு சிவப்பு நிறப்பூச்சியாக இருந்தால் அவர் எவ்வளவு சிவப்பு நிறப்பூச்சியைப் பயன்படுத்தினார்?
4. அளவுகளின் இணைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சதுரங்களில் சரியான '>', '<', '=' குறியீடுகளைக் கண்டறிந்து எழுதுவும். இங்கு காட்சிப்படுத்துதலும் மதிப்பிடுதலும் (தோராயமாக்கல்) உதவும். தேவைப்பட்டால் மட்டுமே அல்லது சரிபார்ப்பதற்கு மட்டுமே கணக்கிடவும்.
 - (i) 510 இன் 50% $\square$ 515% இன் 50 (ii) 148 இன் 37% $\square$ 148 இன் 73%
 - (iii) 43 இன் 29% $\square$ 110 இன் 92% (iv) 40 இன் 30% $\square$ 50 இன் 40%
 - (v) 200 இன் 45% $\square$ 490 இன் 10% (vi) 80 இன் 30% $\square$ 64 இன் 24%
5. கோடிட்ட இடங்களை சரியாக நிரப்பவும்.
 - (i) k இன் 30%, என்பது 70, k இன் 60% என்பது ____, k இன் 90% என்பது ____, k இன் 120% என்பது ____
 - (ii) m இன் 100% என்பது 215, m இன் 10% என்பது ____, m இன் 1% என்பது ____, m இன் 6% என்பது ____
 - (iii) n இன் 90% என்பது 270, n இன் 9% என்பது ____, n இன் 18% என்பது ____, n இன் 100% என்பது ____
 - (iv) இத்தகைய மேலும் 2 வினாக்களைத் தயாரித்து உங்கள் நண்பர்களுக்கு சவால் விடவும்.
6. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்பவும்.
 - (i) 3 என்பது 300 ____ % ஆகும்.
 - (ii) ____ 40 இன் 40% ஆகும்.
 - (iii) 40 என்பது ____ இன் 80% ஆகும்.
7. ஒரு நாளின் 10% அதே நாளின் 1% ஐ விட நீளமா? இத்தகைய வினாக்களை உருவாக்கி நண்பர்களுக்கு சவால் விடவும்.



8. மரியமின் பண்ணையில் வினோதமான காளை ஒன்று உள்ளது. ஒரு நாள் அவர் தீவனத்தில் 2 அலகுகளைக் காளைக்குக் கொடுத்தார், அதில் அது 1 அலகை உண்டது. அடுத்த நாள் அவர் 3 அலகுகள் தீவனத்தைக் கொடுத்தார் மற்றும் காளை 2 அலகுகளை மட்டுமே உண்டது. அதற்கு அடுத்த நாள் அவர் 4 அலகுகளைக் கொடுத்தார் மற்றும் காளை 3 அலகுகளை மட்டுமே உண்டது. 99 வது நாளன்று தொடர்ந்து அவர் 100 அலகுகளைக் கொடுத்தார் மற்றும் காளை 99 அலகுகளை மட்டுமே உண்டது. இவ்வளவுகளை சதவீதங்களாகக் குறிப்பிடவும். இச்செயல்பாட்டினை வகுப்பில் உள்ளவர்களுக்கும் பகிர்ந்துக் கொடுக்கலாம் நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்?

9. காபித் தோட்டத்தில் உள்ள தொழிலாளர்கள் தோட்டத்தின் 20 சதவீதப் பகுதியில் காபி பழங்களைப் பறிக்க 18 நாட்கள் எடுத்துக்கொள்கின்றனர். முழுத் தோட்டத்திலும் உள்ள பழங்களைப் பறிக்க அவர்கள் எத்தனை நாட்களை எடுத்துக் கொள்வர்

வேலை விகிதம் மாறாமல் இருக்கும் என ஊகித்து கண்டுபிடிக்க. இந்த ஊகம் ஏன் தேவை?

10. ஒரு பேட்மின்டன் பயிற்சியாளர் அவருடைய பயிற்சி வகுப்புகளை அதாவது ஆயத்தப் பயிற்சி : விளையாட்டு : ஓய்வு என்பதை 10% : 80% : 10% என்ற விகிதத்தில் திட்டமிட்டுள்ளார். அவர் 90 நிமிடங்களில் பயிற்சியளிக்க வேண்டுமெனில் ஒவ்வொரு செயல்பாடும் எவ்வளவு நேரம் வரை செய்யப்பட வேண்டும்.



11. உலக மக்கள் தொகையின் 90% தோராயமாக வட அரைக்கோளத்தில் வாழ்கின்றனர். இந்த ஆண்டின் உலக மக்கள் தொகையை அடிப்படையாகக் கொண்டு, வட அரைக்கோளத்தில் வாழும் மக்களின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறிக.

12. நான்கு பேருக்கான அல்வாவைத் தயாரிக்கும் செயல்முறைக்கு கீழே கொடுத்துள்ள விகித சமங்களில் பொருட்கள் தேவைப்படுகின்றன - ரவை : 40%, சர்க்கரை : 40%, மற்றும் நெய் : 20%.

- (i) எட்டு பேருக்கான அல்வா தயாரிப்பதற்கு மேற்காணும் ஒவ்வொரு பொருளின் விகித சமம் என்ன?
- (ii) பொருட்களின் மொத்த அளவு 2 kg எனில், அதில் எவ்வளவு ரவை, சர்க்கரை மற்றும் நெய் இருக்க வேண்டும்.

8.3 சதவீதங்களைப் பயன்படுத்துதல்

விகிதசமங்களை ஒப்பிட

? எடுத்துக்காட்டு 1 : ஈஷா ஆங்கிலத் தேர்வில் 50க்கு 42 மதிப்பெண்களையும் அறிவியல் தேர்வில் 80 க்கு 70 மதிப்பெண்களையும் பெற்றார். ஆங்கிலத்தில் 8 மதிப்பெண்கள் மட்டுமே இழந்து அறிவியலில் 10 மதிப்பெண்களை இழந்ததால் ஆங்கிலத் தேர்வில், அறிவியல் தேர்வை விட நல்ல மதிப்பெண்கள் பெற்றுள்ளார் என்று அவர் எண்ணினார். ரீமா அதை ஏற்றுக் கொள்ளவில்லை. அறிவியலில் அதிகமான மதிப்பெண்கள் பெற்றதால் ஈஷா அறிவியல் தேர்வை நன்றாக எழுதியுள்ளார் என்று ரீமா விவாதித்தார். அதிகபட்ச மதிப்பெண்கள் வெவ்வேறாக இருப்பதால் மதிப்பெண்களை ஒப்பிட முடியாது என்று விஷ்ணு எண்ணினார்? இவர்களில் யார் சரி என்று நினைக்கிறீர்கள்?

அதிகபட்ச மதிப்பெண்கள் சமமாக இருந்தால் ஒப்பீடும் எளிதாகிவிடும். அல்லவா? இத்தகைய ஒப்பீடுகளுக்கு நாம் இரண்டு மதிப்புகளையும் சதவீதங்களாக மாற்ற வேண்டும்.

$$\text{ஆங்கில மதிப்பெண்களின் சதவீதம்} = \frac{42}{50} \times 100 = 84\%$$

$$\text{அறிவியல் மதிப்பெண்களின் சதவீதம்} = \frac{70}{80} \times 100 = 87.5\%.$$

அறிவியல் மதிப்பெண்கள் (சதவீதத்தில்) ஆங்கில மதிப்பெண்களை விட (சதவீதத்தில்) அதிகம், ஆகவே ஈஷா அறிவியல் தேர்வில் நல்ல மதிப்பெண்களைப் பெற்றாள் என நாம் முடிவு செய்வோம்.

உங்கள் உள்ளடக்கத்தை நன்கு அறிந்துக்கொள்க: Know Your Contents (KYC)



? எடுத்துக்காட்டு 2 : பொருட்களை வாங்குவதற்கு முன் அவற்றின் மீதுள்ள லேபில்களைப் படிக்கும் பழக்கத்தின் முக்கியத்துவத்தைக் குறித்து அண்மையில் அறிந்து கொண்டனர். பாதாம் பானக் கலவை வாங்க அவர் ஒரு கடையில் உள்ளனர். இரண்டு தயாரிப்புகளைப் பார்த்து எதில் அதிகளவு பாதாம் உள்ளது என்பதைத் தேடினர். அதனை நீங்கள் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? எத்தயாரிப்பு, குறைந்தளவு உணவு வேதிப்பொருட்களைக் கொண்டுள்ளது?

பொருட்களை சதவீதமாக மாற்றினால் அவற்றின் விகித சமங்களை ஒப்பிடுவது எளிதாகிவிடும். எடுத்துக்காட்டாக மொத்த எடையில் DEF இல் சர்க்கரையின் உள்ளடக்கம் சதவீதத்தில் $\frac{99}{150} \times 100 = 66\%$ ஆகும்.

② விளாக்களுக்கு விடையளிக்க இச்சதவீதங்களைக் கணக்கிடுவதன் மூலம் இவ்வட்டவணையை முழுமையாக்குக.

	சர்க்கரை	திண்மப் பால்	பாதாம் பொடி	உணவு வேதிப் பொருட்கள்
DEF	66%			
ஜமோனி				



- ② ஒவ்வொரு தயாரிப்பின் சதவீதங்களின் பெருக்கல் பலளின் கூடுதல் 100 க்கு சமமாகுமா?

சதவீத அதிகரிப்பு அல்லது குறைப்பு

அளவுகளின் மாற்ற வீதத்தை விளக்க சதவீதங்கள் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக.

1. 9 வருடங்களுக்கு முன்பு 1 kg தக்காளியின் விலை ₹30 ஆக இருந்தது இப்பொழுது தக்காளியின் விலை ₹42.

விலையேற்றம் ₹12 ஆகும்.

$$\text{சதவீத விலையேற்றம்} = \frac{\text{அதிகரிப்பின் தொகை}}{\text{அசல் தொகை அல்லது அடிப்படைத்தொகை}} \times 100$$

$$= \frac{12}{30} \times 100 = 40\%.$$

3 ஆண்டுகளில் தக்காளியின் விலை 40% ஆக அதிகரித்துள்ளது என்று கூறுகிறோம்.

2. COVID க்கு முன் இத்திரையரங்கில் சராசரி வருகை 160 ஆக இருந்தது. இப்பொழுது அது 100 ஆக உள்ளது. ஆகவே வருகை குறைந்த அளவு 60 ஆகும்.

$$\text{சதவீதக் குறைவு} = \frac{\text{குறைவின் அளவு}}{\text{அசல் தொகை அல்லது அடிப்படைத்தொகை}} \times 100$$

$$= \frac{60}{160} \times 100 = 37.5\%.$$

COVID க்குப் பிறகு தியேட்டருக்கு மக்கள் வருவது 37.5% குறைந்துள்ளது என்று நாம் கூறுகிறோம்.

- ③ எடுத்துக்காட்டு 3 : கீழ்க்காணும் இரண்டு அறிக்கைகளும் ஒரே பொருளைத் தருமா?

(i) 1991 ஆம் ஆண்டில் இம்மாநிலத்தின் மக்கள் தொகை ஆனது 1961 ஆம் ஆண்டின் மக்கள் தொகையின் 165% ஆகும்.

(ii) 1961 முதல் 1991 வரை இம்மாநிலத்தின் மக்கள் தொகை 65% ஆக அதிகரித்துள்ளது.

ஆம், இரண்டும் ஒரே பொருளைத் தருகின்றன. 1961 ஆம் ஆண்டின் மக்கள் தொகையை p என்றும் 1991 ஆம் ஆண்டின் மக்கள் தொகையை q என்றும் எடுத்துக் கொள்வோம்.

அறிக்கை A உணர்த்துவது

$$q \text{ இன் } p = 165\%$$

$$q = \frac{165}{100} \times p = 1.65p$$

அறிக்கை B உணர்த்துவது

$$q = p + p \text{ இன் } 65\%$$

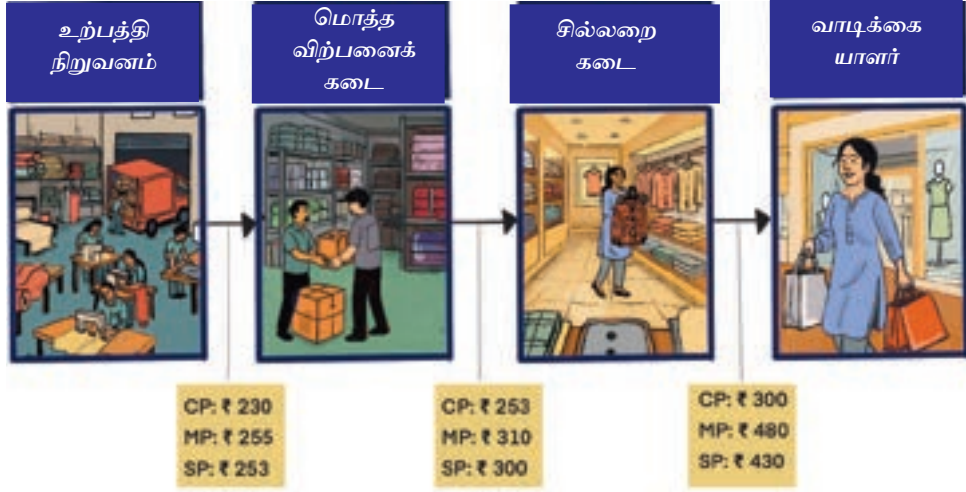
$$q = p + 0.65 \times p = 1.65p$$

அதாவது, 1991 ஆம் ஆண்டின் மக்கள் தொகை 1961 ஆம் ஆண்டின் மக்கள் தொகையை விட 1.65 மடங்கு ஆகும்..

இலாபமும் நட்டமும்

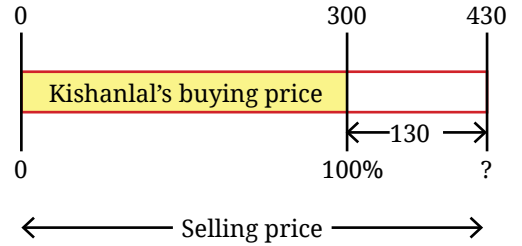
சில தின்பண்டங்கள், மளிகைப் பொருட்கள், உடைகள், பொம்மைகள் போன்றவற்றை வாங்கிய அனுபவம் உங்களுக்கு இருக்கும். பெரும்பாலும் கடைக்காரர் ஒரு விலையைக் கூறுகிறார். சில நேரங்களில் பேரம் பேசிய பிறகு வாடிக்கையாளர் பேரம் பேசிய தொகையைச் செலுத்திப் பொருட்களை வாங்குவார் கடைக்காரர் குறிப்பிடும் விலையைக் குறிக்கப்பட்ட விலை (**marked price**) என்று அழைக்கிறோம். சில நேரங்களில் இது ஒரு பொருளின் மீதுள்ள MRP (அதிகபட்ச விற்பனை விலை) ஆகவும் இருக்கலாம் தள்ளுபடிக்குப் பிறகு வாடிக்கையாளர் செலுத்தும் விலையை விற்கும் விலை **selling price** என்று கூறுகிறோம். மேலும் ஒரு கடைக்காரர் அப்பொருளை வாங்க செலுத்திய தொகையை வாங்கிய விலை **cost price** என்று அழைக்கிறோம். இந்த முகப்பொட்டிகள் எவ்வாறு பயன்படுகின்றன என்பதை ஒரு எடுத்துக்காட்டின் மூலம் பார்ப்போம்.

கீழுள்ள படம் உற்பத்தியாளரிடமிருந்து வாடிக்கையாளரிடம் ஒரு ஸ்வெட்டர் செல்வதைக் காட்டுகிறது. ஒவ்வொரு நிலையிலும் வாங்கிய விலை (CP) குறிக்கப்பட்ட விலை (MP), மற்றும் விற்கும் விலை (SP) என்ன என்பதை விளக்குகிறது.



கிஷ்ணலால் (சில்லறை வியாபாரி) ஒரு ஸ்வெட்டரை மொத்த வியாபாரியிடமிருந்து ₹ 300 க்கு வாங்குகிறார். அவர் வாடிக்கையாளர்களுக்கு குறிக்கப்பட்ட விலையை ₹480 என குறிப்பிடுகிறார். பேரம் பேசிய பிறகு அந்த ஸ்வெட்டரை ₹430 க்கு விற்கிறார். விற்கும் விலை வங்கிய விலையை விட அதிகமாக இருப்பதால் அவருக்கு ₹130 இலாபம் கிடைக்கிறது. (₹430 = ₹300) விற்கும் விலை வாங்கிய விலையை விடக் குறைவாக இருந்தால் நட்டம் ஏற்படும்.

? எடுத்துக்காட்டு 4 : இந்த ஸ்வெட்டரை விற்பதால் கிஷ்ணலாலிற்கு கிடைத்த இலாப சதவீதத்தைக் கண்டறிக. வாங்கிய விலையின் அடிப்படையில் அவருக்குக் கிடைத்த இலாப சதவீதத்தைக் கண்டுபிடிக்க நாம் வாங்கிய விலையை 100% என எடுத்துக்கொள்வோம். கீழ்க்கண்ட கரடு வரைபடம் இச்சூழ்நிலையை விளக்கும்.



இலாபத் தொகை = ₹130.

இலாப சதவீதம் = $\frac{130}{300} \times 100 = 43.3\%$.

? மொத்த விற்பனையாளர் மற்றும் உற்பத்தியாளருக்குக் கிடைத்த இலாப சதவீதத்தைக் கண்டுபிடிக்க.

? ஷாம்பவி ஒரு எழுதுபொருள் கடையின் முதலாளியாவார். அவர் ஒரு நோட்டுப் புத்தகம் ₹26 வீதம் 200 பக்க நோட்டுப் புத்தகங்களை

வாங்குகிறார். அவர் அவற்றை 20% இலாப விகிதத்தில் விற்கிறார் எனில் விற்கும் விலையைக் கண்டுபிடிக்க.

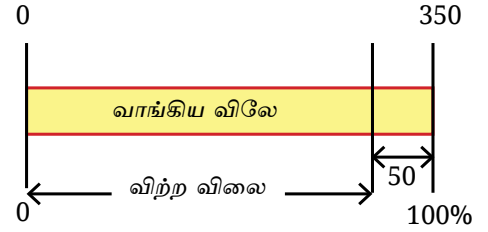
❓ ₹50 என 25% இலாப விகிதத்தில் கிரேயான் பெட்டிகளை விற்கிறார். மொத்த விலை வியாபாரியிடமிருந்த அவர் எவ்வளவு விலைக்கு வாங்கினார்?

❓ எடுத்துக்காட்டு 5 : ரகுவின் மளிகைக் கடையில் அரிசி பழையதாகி விட்டது. அவர் ஒரு கிலோ அரிசி ₹35 வீதத்தில் வாங்கினார். மீதமுள்ள அரிசியை விற்று முடிக்க அவர் 10 kg அரிசியை ₹300 க்கு விற்கிறார். நட்ட சதவீதத்தைக் கண்டுபிடிக்க.

10 kg அரிசி வாங்க ரகு செலுத்திய தொகை ₹350 ஆகும். அவர் ₹300 க்கு விற்கிறார்.

உண்டான நட்டம் $₹350 - ₹300 = ₹50$.

நட்ட சதவீதம் $= \frac{50}{350} \times 100 = 14.28\%$.



❓ இதற்கு பதிலாக நாம் ஒரு kg க்கு நட்ட சதவீதத்தைக் கணக்கிட்டிருக்கலாமோ? இதுவும் சமமாகவே இருந்திருக்குமோ?

❓ எடுத்துக்காட்டு 6 : ஷியாமலா ஒவ்வொரு அலங்காரக் குவளையையும் ₹2650 க்கு வாங்கினார். அவற்றில் ஒன்று சற்று சேதமடைந்தது. அவர் அதை 18% நட்ட விகிதத்தில் விற்க முடிவு செய்கிறார். இதனை விற்பதால் அவருக்குக் கிடைக்கும் தொகை என்ன?

❓ தோராயமாக்க முயற்சி செய்க. கொடுத்துள்ள சூழ்நிலையைக் காட்ட ஒரு கரடு வரைபடத்தை வரைக.

இதைத் தீர்க்கும் இரண்டு வழிமுறைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

வாங்கும் விலை 100% என்ற அடிப்படையில், விற்கும் விலை வாங்கும் விலையை விட 18% குறைவாகும். அதாவது விற்கும் விலை 82% ஆக இருக்கலாம்.

2650 இன் 82%

$= 0.82 \times 2650 = 2173$ ஆகும்.

நட்டத் தொகை 2650 இன் 18% ஆகும்.

அதாவது $\frac{18}{100} \times 2650 = 477$.

வாங்கிய விலையிலிருந்து இதைக் கழித்தால் $2650 - 477 = 2173$ ஐப் பெறுகிறோம்.

சேதமடைந்த குவளையின் விற்ற விலை ₹2173 ஆகும்.

? கனமழையின் காரணமாக சினேஹல் பஞ்ச கனியிலிருந்து ஹைதராபாதிற்கு தனது தோட்டத்திலிருந்து ஸ்ட்ராபெர்ரிகளைக் கொண்டு செல்ல முடியவில்லை. அவர் தம்மிடமிருந்த ஸ்ட்ராபெர்ரிகளை ₹80 க்கு 12% நட்டத்தில் விற்றார். அவர் வாங்கிய விலை என்ன?

கடைகளில் தள்ளுபடி அறிவிப்புகளை நீங்கள் கண்டிருப்பீர்கள். 30% தள்ளுபடி என்றால் என்ன என்று உங்களுக்குத் தெரியுமா? கடை அப்பொருளின் விலையை 30% குறைக்க விழைகிறது என்பது இதன் பொருளாகும்.

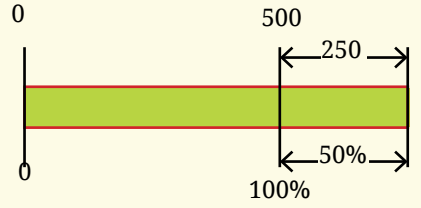


? ஒரு பாத்திரக் கடை ₹1800 MRP உள்ள குக்கருக்கு 35% தள்ளுபடி வழங்குகிறது எனில் விற்கும் விலை என்ன? வாங்கிய விலை ₹900, எனில் விற்பனைக்குப் பிறகு கடை ஈட்டிய இலாப சதவீதம் என்ன?

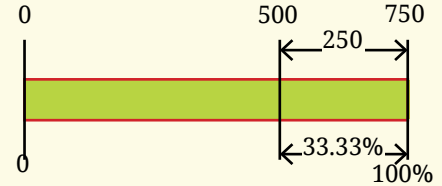
கடந்த மாதம் கிஷன்லால் ₹80,000 வியாபாரம் செய்தார் என்று எடுத்துக் கொள்வோம். இத்தொகையிலிருந்து கடந்த மாதம் அவர் இப்பொருட்களை வாங்க செலவிட்ட தொகை ₹48,000 ஆகும். தொகையின் வித்தியாசம் $₹80,000 - ₹48,000 = ₹32,000$ ஆகும். இது மொத்த இலாபம் (gross profit) என அழைக்கப்படுகிறது.

மற்ற செலவினங்கள் ₹8,000 போக (போக்குவரத்து செலவு, ஊழியர் ஊதியம், மின்கட்டணம் முதலியவை) அவரிடம் மீதமுள்ள தொகை நிகர இலாபம் (net profit) என்று அழைக்கப்படுகிறது. $₹32,000 - ₹8,000 = ₹24,000$. குறிப்பு : இந்த அத்தியாயத்தில் இலாபம் என்ற சொல் மொத்த இலாபத்தைக் குறிக்கிறது.

மனீஷா உரங்களை விற்கிறார். 50 kg பைகளை அவர் ஒரு பை ₹500 வீதம் விற்கிறார். ஒரு பையை ₹750 வீதம் விற்பதால் அவர் பெறும் இலாபம் = $\frac{250}{500} \times 100 = 50\%$ ஆகும்?



ஒரு பையை விற்கும் விலை ₹750 என்ற அடிப்படையில் அவருக்குக் கிடைத்த இலாப சதவீதம் $\frac{250}{750} \times 100 = 33.33\%$.



இலாப சதவீதமானது எப்பொழுதும் வாங்கிய விலையை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணக்கிடப்படுகிறது. ஏனெனில் நாம் அறிய விரும்புவது “நான் முதலீடு செய்த தொகையை ஒப்பிடும் பொழுது எனக்கு எவ்வளவு இலாபம் கிடைத்தது” என்பதாகும்.

“மொத்த வருமானத்தில் நான் எவ்வளவு இலாபம் ஈட்டினேன்?” என்றறிய விழையும் போது வருமானத்தின் அடிப்படையில் இலாபம் கணக்கிடப்படுகிறது.

ஒரு மாதத்தில் அவர் ₹1,50,000 க்கு விற்பனை செய்தார் என்று எடுத்துக் கொள்வோம். பொருட்களை வாங்கிய விலை ₹1,00,000 ஆகும். எனவே மொத்த இலாபம் ₹50,000 ஆகும், மாத செலவினங்கள் ₹5,000 ஆகும். நிகர இலாபம் ₹45,000 ஆகும். மாத வருமானத்தில் (₹1,50,000) நிகர இலாப சதவீதம் $\frac{45000}{150000} \times 100 = \frac{3}{10} \times 100 = 30\%$ ஆகும்.

வரிகள்

GST (பொருட்கள் மற்றும் சேவைகள் வரி) அல்லது வருமான வரி போன்ற வரி விகிதங்கள் சதவீதமாகக் குறிப்பிடப்படுகின்றன. பற்றுச்சீட்டுகளின் ஒரு பகுதியாக GST குறிப்பிடப்படுவதை நீங்கள் கவனித்திருக்கிறீர்கள். வரியானது நாம் செலுத்தும் தொகையின் ஒரு பகுதியாகும் மற்றும் இத்தொகை அரசாங்கத்திற்கு செல்கிறது.

 XY ELECTRICALS SALES RECEIPT			
Date:	06/07/2025		
Item	Qty.	Price.	Amount
CFL Bulb	3	₹150.00	₹450.00
		Sub Total	₹450.00
		CGST 9%	₹40.50
		SGST 9%	₹40.50
TOTAL			₹531.00
THANK YOU			

? கீழேகொடுத்துள்ள பற்றுச்சீட்டில் கணக்கீடுகள் சரியாக உள்ளனவா என்பதை சரிபார்க்க.

? உங்கள் வீட்டில் உள்ள ஏதேனும் சில பற்றுச்சீட்டுகளை நீங்கள் பகிர்ந்துக்கொள்ளலாம்.



? இதனைக் கண்டறிக.

- ஒரு கடைக்காரர் ஒரு ஜியோமிதிப் பெட்டியை ₹75 வாங்கி ₹110 க்கு விற்றால் அதன் மதிப்பின் அடிப்படையில் அதனை வாங்கிய விலை என்ன?
- நான் ஒரு தச்சர் மற்றும் நான் நாற்காலிகளை தயாரிக்கிறேன். ஒரு நாற்காலியைத் தயாரிக்கத் தேவையான பொருட்களின் விலை ₹475 மற்றும் எனக்கு 50%. வரை இலாபம் வேண்டும். நாற்காலியை நான் விற்க வேண்டிய விலை என்ன?
- கடந்த ஆண்டு ஒரு கம்பெனியின் மொத்த வியாபாரம் (வருமானம் என்று அழைக்கப்படலாம்) ₹2.5 கோடிகள் ஆகும். அவர்களுக்கு 25% நல்ல இலாப வரம்பு இருந்தது. கடந்த ஆண்டில் கம்பெனியின் மொத்த செலவினங்கள் என்ன?
- ஒரு ஜவுளிக்கடை எல்லாச் சட்டைகளுக்கும் 25% தள்ளுபடியை வழங்கியது. ஒரு சட்டையின் அசல் விலை ₹300 எனில், இச்சட்டையை வாங்க அன்வர் செலுத்த வேண்டிய தொகை என்ன?
- 2015 இல் பெட்ரோலின் விலை ₹60 மற்றும் 2025இல் ₹100 ஆக இருந்தது. பெட்ரோல் விலை அதிகரிப்பின் சதவீதம் என்னவாக இருக்கும்?

(i) 50%	(ii) 40%	(iii) 60%
(iv) 66.66%	(v) 140%	(vi) 160.66%
- சாம்சன் என்பவர் ஒரு கார் விற்பனையாளரிடமிருந்து 15% தள்ளுபடியில் கார் ஒன்றினை ₹4,40,000 க்கு வாங்கினார். காரின் அசல் விலை என்ன?
- ஒரு தேர்தலில் 1600 மக்கள் வாக்களித்தனர் மற்றும் வெற்றி பெற்றவர் 500 வாக்குகளைப் பெற்றார். வெற்றி பெற்றவருக்குக் கிடைத்த வாக்குகளின் சதவீதம் என்ன? தேர்தலுக்குப் போட்டியிட்ட குறைந்த பட்ச உறுப்பினர்களை உம்மால் கணிக்க முடியுமா?

8. 2024 இல் 1 kg அரிசியின் விலை ₹38 ஆக இருந்தது 2025 இல் அது ₹42 ஆகும். பணவீக்க விகிதம் எவ்வளவு? (பணவீக்கம் என்பது விலைகளில் ஏற்படும் சதவீத அதிகரிப்பு ஆகும்).
9. ஒரு எண்ணை 20% அதிகரித்தால் அது 90 ஆகிறது. அவ்வெண் யாது?
10. பால்காரர் ஒருவர் இரண்டு எருமைகளை ஒவ்வொன்றையும் ₹80,000 க்கு விற்றார். அவற்றில் ஒன்றிலிருந்து அவர் 5% இலாபம் ஈட்டினார் மற்றும் இன்னொன்றால் 10% நட்டம் அடைந்தார். அவருடைய ஒட்டுமொத்த இலாபம் அல்லது நட்டத்தைக் கண்டுபிடிக்க.
11. கடந்த பத்து ஆண்டுகளில் ஒரு தேசியப் பூங்காவில் இருக்கும் யானைகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாகியுள்ளது. கடந்த பத்து ஆண்டுகளில் யானைகளின் எண்ணிக்கை p எனில் யானைகளின் தற்போதைய எண்ணிக்கை யாது.
 - (i) $p \times 0.5$
 - (ii) $p \times 0.05$
 - (iii) $p \times 1.5$
 - (iv) $p \times 1.05$
 - (v) $p + 1.50$
12. 'கடந்த பத்தாண்டுகளில் கேமராக்களுக்கான தேவை 85% குறைந்துள்ளது' என்ற இவ்வறிக்கையின் அதே பொருளைக் குறிக்கும் கீழ்காணும் அறிக்கையாவது
 - (i) தற்போதைய தேவை ஒரு பத்தாண்டிற்கும் முந்தைய தேவையின் 85% ஆகும்.
 - (ii) ஒரு பத்தாண்டிற்கும் முந்தைய தேவை தற்போதைய தேவையின் 85% ஆகும்.
 - (iii) தற்போதைய தேவை ஒரு பத்தாண்டிற்கும் முந்தைய தேவையின் 15% ஆகும்.
 - (iv) ஒரு பத்தாண்டிற்கும் முந்தைய தேவை தற்போதைய தேவையின் 15% ஆகும்.
 - (v) ஒரு பத்தாண்டிற்கும் முந்தைய தேவை தற்போதுள்ள தேவையின் 185% ஆகும்.
 - (vi) தற்போதைய தேவை ஒரு பத்தாண்டிற்கு முந்தைய தேவையின் 185% ஆகும்.

வளர்ச்சி மற்றும் கூட்டு வட்டி (வட்டிக் கூட்டல்)

“வங்கியில் நிலையான வைப்பு நிதிக்கு (FD) ஆண்டுக்கு 6% வட்டி” அல்லது “சேமிப்புக் கணக்கிற்கு ஆண்டுக்கு 2.5% வட்டி” இதுபோன்ற அறிக்கைகளை நீங்கள் கண்டிருப்பீர்கள். வட்டி என்பது வங்கிகள், அல்லது அஞ்சல் அலுவலகங்கள் போன்ற நிறுவனங்களில் டெபாசிட் செய்யப்பட்ட தொகைக்கு அந்நிறுவனங்களால் வழங்கப்படும் கூடுதல் தொகையாகும். மக்கள் அல்லது நிறுவனங்கள் பணம் வாங்கும்போது அவர்களும் வட்டி செலுத்துகிறார்கள்.

நிலையான வைப்பு நிதியில் (FD) நீங்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட தொகையை ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு முன்னரே தீர்மானிக்கப்பட்ட வட்டி விகிதத்தில் டெபாசிட் செய்கிறீர்கள். அத்தொகை ஒரு சிறிய கால அளவு வரை பூட்டிவைக்கப்படுகிறது மற்றும் வங்கி அதற்கு வட்டி வழங்குகிறது. முதிர்வுத் தேதிக்கு (Maturity date) முன் அபராதம் இல்லாமல் நீங்கள் பணத்தை எடுக்க முடியாது. காலாவதியின் முடிவில் நீங்கள் உங்கள் அசல்வைப்புத் தொகை, ஈட்டிய வட்டி ஆகிய இரண்டையும் பெறுவீர்கள்.

எடுத்துக்காட்டாக, நிலையான வைப்புகளுக்கு ஒரு வங்கி வட்டி வீதம் 10% p.a கொடுப்பதாகக் கூறுகிறது. இவ்வறிக்கையால் நீங்கள் அறிவது என்ன? சதவீதத்திற்கு அருகிலுள்ள ‘p.a.’ என்பதன் பொருள் என்ன?

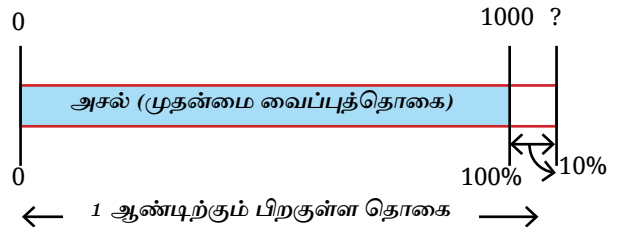
‘p.a.’ என்பது per annum என்பதின் சுருக்கமாகும். அதாவது ஒவ்வொரு ஆண்டும் அல்லது ஓர் ஆண்டிற்கு என்பது ஆகும். ₹6000 ஐ ஓர் ஆண்டுகாலம் வரை வங்கியில் டெபாசிட் செய்தால் இந்த டெபாசிட்டிற்கு அவர்கள் ₹600 ஐ வட்டியாகக் கொடுப்பார்கள் என்பதை இங்கு கொடுத்துள்ள வட்டி வீதம் குறிப்பிடுகிறது. 10% வட்டி வீதம் ஆகும் மற்றும் வட்டி கணக்கிடப்படும் ₹6000 அசல் தொகை / முதன்மைத் தொகை ஆகும்.

ஓர் ஆண்டிற்குப் பிறகு உங்கள் வங்கிக் கணக்கில் இருக்கும் தொகை

$$6000 + (0.10 \times 6000)$$

(முதன்மைத் தொகை (அசல்) +
(முதன்மைத் தொகையின் 10%)

$$= 6000 + 600 = 6600.$$



அதாவது, டெபாஸிட் செய்யப்பட்ட ₹6000 அசல், 110% ஆக மாறும் (அல்லது 10% ஆக அதிகரிக்கும்)

$$6000 \times 110\% = 6000 \times \frac{110}{100} = 6000 \times 1.1 = 6600.$$

இதை இவ்வகையிலும் கூறலாம்.

1 ஆண்டிற்குப் பிறகுள்ள மொத்த தொகை = அசல் (P) + வட்டி வீதம் (r)

? எடுத்துக்காட்டு 7 : ஒருவர் வங்கியில் ₹6000 டெபாஸிட் செய்கிறார் எனில், 3 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு கிடைக்கும் மொத்த தொகை யாது? இது அவர் தெரிவு செய்துக் கொண்ட FD ஐச் சார்ந்துள்ளது.

1. தெரிவு 1 : வட்டி தொடர்ந்து கொடுக்கப்படுகிறது. (எ.கா: ஒவ்வொரு ஆண்டும்) முதிர்வு காலத்திற்குப் பிறகு அசல் தொகை வழங்கப்படுகிறது.

		மீண்டும் கூட்டிய வட்டி(10% p.a.)	FD இலுள்ள தொகை
1 ஆம் ஆண்டு	தொடக்கம்		₹6000
	முடிவு	₹600 திரும்பக் கொடுக்கப்பட்டது	₹6000
2 ஆம் ஆண்டு	தொடக்கம்		₹6000
	முடிவு	₹600 திரும்பக் கொடுக்கப்பட்டது	₹6000
3 ஆம் ஆண்டு	தொடக்கம்		₹6000
	முடிவு	₹600 திரும்பக் கொடுக்கப்பட்டது	₹6000
பெறப்பட்ட மொத்த தொகை		₹1800 + ₹6000 = ₹7800	

2. தெரிவு 2 : ஒவ்வொரு முறையும் (ஓராண்டிற்குப் பிறகு என்க) ஈட்டிய வட்டி மீண்டுமாக FD க்கு சேர்க்கப்படுகிறது. இது அடுத்த காலக்கட்டத்திற்கு, முதன்மைத் தொகையை உயர்த்துகிறது. முதிர்வு காலத்திற்குப் பிறகு முழுத் தொகையும் திரும்பக் கொடுக்கப்படும் இச்செயல் முறை கூட்டு வட்டி என்று அழைக்கப்படும்.

		மீண்டும் கூட்டி வட்டி (10% p.a.)	FD இலுள்ள தொகை
1 ஆம் ஆண்டு	தொடக்கம்		₹6000
	முடிவு	₹600 திரும்பக் கூட்டப்பட்டது	₹6600
2 ஆம் ஆண்டு	தொடக்கம்		₹6600
	முடிவு	₹660 திரும்பக் கூட்டப்பட்டது	₹7260
3 ஆம் ஆண்டு	தொடக்கம்		₹7260
	முடிவு	₹726 திரும்பக் கூட்டப்பட்டது	₹7986
பெறப்பட்ட மொத்த தொகை		₹7986	

வட்டிக்கூட்டலில் மொத்த தொகை அதிகமாக இருப்பதை நாம் காண்கிறோம்.

? எடுத்துக்காட்டு 8 : இரண்டு தெரிவுகளிலும் டெபபாஸிட் செய்த தொகையைப் பொருத்து மொத்த தொகையில் எவ்வளவு சதவீதத் தொகை பெறப்பட்டது?

$$\text{இதை } \frac{\text{பெறப்பட்ட மொத்த தொகை}}{\text{டெபாஸிட் செய்த தொகை}} \times 100 \text{ ஐக்}$$

கண்டுபிடிப்பதன் மூலம் கணக்கிடலாம்.

வட்டிக்கூட்டலின்றி

$$\frac{7800}{6000} \times 100 = 130\% = 1.3.$$

அதாவது பெறப்பட்ட மொத்த

தொகை

$$= 6000 \times (1 + 0.1 + 0.1 + 0.1) \\ = 6000 \times 1.3.$$

3 வருடங்களில் ஈட்டிய இலாப
சதவீதம் 30% ஆகும்

வட்டிக்கூட்டலோடு

$$\frac{7986}{6000} \times 100 = 133.1\% = 1.331.$$

அதாவது பெறப்பட்ட மொத்த

$$\text{தொகை} = 6000 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1 \\ = 6000 \times 1.331$$

3 வருடங்களில் ஈட்டிய இலாப
சதவீதம் 33.1% ஆகும்.

? இதனைக் கண்டறிக

1. யஹூபூர் என்ற வங்கி 10% p.a. வட்டியை வழங்குகிறது. ஒருவர் ₹20,000 ஐ 2 வருடங்களுக்கு டெபாஸிட் செய்தால் அவருக்குக் கிடைக்கும் தொகையை வட்டிக்கூட்டலுடனும் வட்டிக்கூட்டலின்றியும் கணக்கிட்டு ஒப்பிடுக.
2. வாஹூபூர் வங்கி 5% p.a. வட்டியை வழங்குகிறது. ஒருவர் ₹20,000 ஐ 4 வருடங்களுக்கு பெபாஸிட் செய்தால் அவருக்கு எவ்வளவு கிடைக்கும் என்பதை வட்டிக்கூட்டலுடனும் வட்டிக்கூட்டலின்றியும் கணக்கிட்டு ஒப்பிடுக.
3. மேற்கண்ட வினாக்களின் தீர்வுகளில் நீங்கள் ஏதேனும் சுவாரஸ்யமானதைக் கவனிக்கிறீர்களா? பகிர்க மற்றும் கலந்துரையாடுக.

ஒவ்வொரு தெருவிலும் கவனித்த வடிவமைப்பைப் பொதுமைப்படுத்த நாம் முயற்சிப்போம்.

? எடுத்துக்காட்டு 9 : ‘t’ ஆண்டுகளுக்கு 10% வட்டி வீதத்தில் நாம் ₹6000 ஐ முதலீடு செய்தால் நமக்கு கிடைக்கும் தொகை என்ன?

வட்டிக் கூட்டல் (கூட்டுவட்டி) இல்லை

இங்கு ஒவ்வொரு தவணையிலும் ஈட்டப்படும் வட்டி திரும்ப வழங்கப்படுகிறது. ஆகவே ஒவ்வொரு தவணையின் அசல் தொகை மாறாமல் இருக்கும் இதன் விளைவு ஒவ்வொரு தவணையிலும் ஈட்டிய வட்டி மாறாது.

ஒரு தவணையில் ஈட்டிய வட்டி
 6000×0.1 ஆகும்.

3 தவணைகளில் ஈட்டிய வட்டி
 $6000 \times 0.1 \times 3$ ஆகும்.

3 வருட FD இன் முடிவில் உள்ள
 மொத்த தொகை

$6000 + (6000 \times 0.1 \times 3)$ ஆகும்.

1 தவணையில் ஈட்டிய வட்டி $p \times r$
 ஆகும்

$p =$ அசல், $r =$ வட்டி வீதம்
 (சதவீதத்தில்)

t தவணைகளில் ஈட்டிய வட்டி
 $p \times r \times t$

t வருடங்களில் FD இன் முடிவில்
 மொத்த தொகை
 $p + (p \times r \times t) = p + prt$
 $= p (1 + rt).$

வட்டிக் கூட்டல் (கூட்டு வட்டி) உடன்

இங்கு ஒவ்வொரு தவணை / ஆண்டில் ஈட்டிய வட்டி FD உடன் மீண்டும் சேர்க்கப்படுகிறது. ஆகவே, ஒவ்வொரு தவணைக்குப் பிறகும் அசல் தொகை அதிகமாகிறது. இதன் விளைவு ஒவ்வொரு தவணையிலும் ஈட்டிய வட்டியும் படிப்படியாக அதிகமாகிறது.

1 ஆம் ஆண்டிற்குப் பிறகு FD இல் உள்ள மொத்தத் தொகை	1 ஆம் ஆண்டிற்குப் பிறகு FD இலுள்ள மொத்த தொகை
$(6000) \times 1.1$	$(p) \times (1 + r)$
(1 ஆம் ஆண்டிற்கான அசல் தொகை)	(1 ஆம் ஆண்டிற்கான அசல் தொகை)
2 ஆம் ஆண்டிற்குப் FD இலுள்ள மொத்தத் தொகை	2 ஆம் ஆண்டிற்குப் FD இலுள்ள மொத்தத் தொகை
$(6000 \times 1.1) \times 1.1$ ஆகும்	$p \times (1 + r) \times (1 + r)$
(2 ஆம் ஆண்டிற்கான அசல் தொகை)	(2 ஆம் ஆண்டிற்கான அசல் தொகை)
3 ஆம் ஆண்டிற்குப் பிறகு FD இலுள்ள மொத்தத் தொகை	3 ஆம் ஆண்டிற்குப் பிறகு FD இலுள்ள மொத்தத் தொகை
$(6000 \times 1.1 \times 1.1) \times 1.1$	$p \times (1 + r) \times (1 + r) \times (1 + r)$
(3 ஆம் ஆண்டிற்கான அசல் தொகை)	(3 ஆம் ஆண்டிற்கான அசல் தொகை)
t ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு FD இலுள்ள மொத்தத் தொகை	t ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு FD இலுள்ள மொத்தத் தொகை
$6000 \times (1.1 \times 1.1 \times 1.1 \dots \times 1.1)$	$p \times (1 + r) \times (1 + r) \times \dots \times (1 + r)$
t முறை	t முறை
$6000 \times (1.1)^t$	$p \times (1 + r)^t$

② முதிர்வுக் காலத்தின் முடிவில் ஈட்டிய மொத்த வட்டித் தொகையைக் கண்டுபிடிக்க உதவும் கோவை/சூத்திரத்தை நாம் அறிய வேண்டும் என்றால், இரண்டு தெரிவுகளுக்குமே தேவையான சூத்திரம் என்னவாக இருக்கும்?

③ இதனைக் கண்டறிக

4. ஜாஸ்மின் 'p' தொகையை 4 வருடங்களுக்கு 6% p.a. வட்டிவீதத்தில் முதலீடு செய்கிறார். கீழ்க்காணும் எக்கோவை, கூட்டுவட்டி இல்லாமல் 4 வருடங்களுக்குப் பிறகு அவர் பெறப் போகும் வட்டியை விவரிக்கிறது.



$$\begin{aligned} \text{(i)} & p \times 6 \times 4 & \text{(ii)} & p \times 0.6 \times 4 & \text{(iii)} & p \times \frac{0.6}{100} \times 4 \\ \text{(iv)} & p \times \frac{0.06}{100} \times 4 & \text{(v)} & p \times 1.6 \times 4 & \text{(vi)} & p \times 1.06 \times 4 \\ \text{(vii)} & p + (p \times 0.06 \times 4) \end{aligned}$$

5. தபால் நிலையம் 7% p.a. வட்டியை வழங்குகிறது. கூட்டு வட்டி இல்லாமல் ஒருவர் ₹50,000 ஐ 3 வருடங்களுக்கு முதலீடு செய்தால் அவர் பெறும் தொகை என்ன? கூட்டு வட்டியாக இருந்தால் அவர்கள் பெறும் தொகை என்னவாக இருக்கும்.
6. கிரிதர் கூட்டு வட்டியில் 3 வருடங்களுக்கு 12% ஆண்டு வட்டியில் ₹12,500 ஐக் கடனாக வாங்குகிறார், மற்றும் ராகவா அதே தொகையை அதே காலம் வரை 10% ஆண்டு வட்டியில் ஒவ்வொரு ஆண்டும் கூட்டு வட்டிக்கு கடன் வாங்கினார். யார் அதிக வட்டி செலுத்துகிறார்? எவ்வளவு அதிகம்?
7. ₹1000 தொகையை எடுத்துக் கொள்க. ஆண்டுக்கு 10% p.a., ஆக இது வளர்ந்தால், கூட்டு வட்டியில் இது எத்தனை ஆண்டுகளில் இரட்டிப்பாகும்? கூட்டு வட்டி இல்லையெனில் இது எத்தனை ஆண்டுகளில் இரட்டிப்பாகும். கூட்டு வட்டியானது அதிவேக வளர்ச்சிக்கான எடுத்துக்காட்டாகுமா? கூட்டு வட்டி இல்லாதது நேரியல் (linear) வளர்ச்சிக்கான எடுத்துக்காட்டாகுமா?
8. ஒவ்வொரு ஆண்டும் ஒரு நகரத்தின் மக்கள் தொகை சுமார் 3% அதிகரிக்கிறது. தற்போதைய மக்கள் தொகை 1.5 கோடி எனில் 3 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு எதிர்பார்க்கப்படும் மக்கள் தொகை எவ்வளவு?
9. ஓர் ஆய்வகத்தில், ஒரு பரிசோதனையின் போது பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கை ஒரு மணி நேரத்தில் 2.5% அதிகரிக்கிறது. தொடக்க எண்ணிக்கை 5,06,000 என்றால் 2 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கை என்ன?

மதிப்புக் குறைவு

காலப்போக்கில் சில பொருட்கள் அல்லது சாதனங்கள் தங்கள் பொருளாதார மதிப்பை இழக்கின்றன. உங்கள் வீட்டில் ஒருவர் ₹1,00,000க்கு ஒரு பைக்கை வாங்குகிறார் சில ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு அவர் அதை விற்க விழைகிறார். என்று எடுத்துக்கொள்ளவோம் அப்பொழுது பைக்கின் விலை ₹1,00,000 க்கும் குறைவாக இருந்திருக்கும். இதற்குப் பல காரணங்கள் இருக்கலாம். இதை வாங்கியதிலிருந்து எத்தனை ஆண்டுகள் கழிந்தன, வாகனம் எத்தனை கிலோமீட்டர்கள் வரை பயன்படுத்தப்பட்டது, வாகனத்திற்கு ஏதேனும்

சேதம் ஏற்பட்டுள்ளதா, அல்லது அதன் பாகங்கள் மாற்றப்பட்டுள்ளனவா என்பன சில காரணங்கள் ஆகும் இதை மதிப்புக்குறைவு depreciation என்று அழைப்பர் - ஒரு பொருளின் பயன்பாடு மற்றும் வயது காரணமாக அதன் மதிப்பு குறைவது ஆகும்.

? எடுத்துக்காட்டு 10 : ₹21,000 க்கு ஒரு டி.வி வாங்கப்படுகிறது. ஓராண்டிற்குப் பிறகு டி.வி யின் மதிப்பு 5% சரிகிறது. ஓராண்டிற்குப் பிறகு டி.வி இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க.

மதிப்பில் ஏற்பட்ட குறைவின் அளவு
21,000 இன் 5% ஆகும்
 $= 0.05 \times 21,000 = 1050.$
தற்போதைய மதிப்பு
 $21,000 - 1050 = 19,950.$

ஓராண்டிற்குப் பிறகு டி.வி யின்
மதிப்பு தற்போதைய மதிப்பின் 95%
ஆகும்.
 $= 21,000$ இன் 95%
 $= 0.95 \times 21,000 = 19,950.$

ஓராண்டிற்குப் பிறகு TV இன் மதிப்பு ₹19,950 ஆகும்.

? எடுத்துக்காட்டு 11 : ஒவ்வொரு பத்தாண்டிற்கும் ஒரு கிராமத்தின் மக்கள் தொகை குறைந்து வருவது கவனிக்கப்பட்டது. தற்போதைய மக்கள் தொகை 1250 எனில், ஒவ்வொரு 30 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு மக்கள் தொகை என்னவாக இருக்கலாம்.

1 தசாப்தத்திற்குப் பிறகு தற்போதைய
தசாப்தத்தின் மக்கள் தொகை 0.9
மடங்கு ஆக இருக்கும்.

1 தசாப்தத்திற்குப் பிறகு மக்கள்
தொகையாவது: 1250×0.9 ஆக
இருக்கும்.

2 தசாப்தங்களுக்குப் பிறகு மக்கள்
தொகை $1250 \times 0.9 \times 0.9$ ஆக
இருக்கும்.

3 தசாப்தங்களுக்குப் பிறகு இருக்கும்
மக்கள் தொகை $1250 \times 0.9 \times 0.9 \times 0.9$
 $= 911.25$ ஆகும்.

முதல் தசாப்தத்தின் குறைவு
 $= 0.1 \times 1250 = 125.$

1 தசாப்தத்திற்குப் பிறகுள்ள மக்கள்
தொகை $= 1250 - 125 = 1125.$

இரண்டாம் தசாப்தத்தின் குறைவு
 $= 0.1 \times 1125 = 112.5 \approx 112.$

2 தசாப்தங்களுக்குப் பிறகுள்ள மக்கள்
தொகை
 $= 1125 - 112 = 1013$

மூன்றாவது தசாப்தத்தின் குறைவு
 $= 0.1 \times 1013 = 101.3 \approx 101.$

3 தசாப்தங்களுக்குப் பிறகுள்ள மக்கள்
தொகை
 $= 1013 - 101 = 912.$

தோராயமாக்கப்படும் போது 3 தசாப்தங்களுக்குப் பிறகு இருக்கப் போகும் மக்கள் தொகை சுமார் 910 என்று கூறலாம்.

தந்திரமான சதவீதங்கள்

இதில் எதை விரும்புவீர்கள்?

❓ நீங்கள் ஒரு போட்டியில் வென்றீர் என்று எடுத்துக்கொள்வோம். நீங்கள் தெரிவு செய்ய ஒழுங்கமைப்பாளர்கள் இரண்டு தெரிவுகளைக் கொடுக்கின்றனர்.

தெரிவு A = ₹100 டெபாஸிட் செய்தால் நீங்கள் ₹300 ஐப் பெறுவீர்கள்

தெரிவு B = ₹1000 டெபாஸிட் செய்தால் நீங்கள் ₹1500 ஐப் பெறுவீர்கள்

ஒவ்வொரு தெரிவும் கொடுக்கும் இலாப சதவீதம் என்ன? நீங்கள் ஒரு தெரிவை ஒரு முறை மட்டுமே தேர்ந்தெடுக்க முடியும். நீங்கள் எந்த தெரிவைத் தேர்ந்தெடுக்க விழைவீர்கள்? ஏன்?



சதவீதங்களை ஒப்பிடும்பொழுது, நாம் முழு மதிப்புகளை அல்ல, பின்னங்கள் அல்லது விகிதசமங்களை ஒப்பிடுகிறோம் என்பதை கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

❓ ஒரு மளிகைக் கடை இருப்பு குறைப்பு விற்பனையை நடத்துகிறது. ₹150. க்கும் அதிகமாக எதை வாங்கினாலும் வாடிக்கையாளர்கள் கீழ்க்கண்ட இரண்டு தெரிவுகளில் ஒன்றினைத் தேர்ந்தெடுக்கலாம் 20% தள்ளுபடி அல்லது 50% தள்ளுபடி. நீங்கள் எத்தெரிவைத் தேர்ந்தெடுக்க விரும்புகிறீர்கள்?

(i) ₹180 மதிப்புள்ள பொருளை வாங்குவது.

- (ii) ₹225 மதிப்புள்ள பொருளை வாங்குவது.
 (iii) ₹300 மதிப்புள்ள பொருளை வாங்குவது.
 ? எடுத்துக்காட்டு 12 : 'கேக்லி' என்ற பேக்கரி அனைத்து கேக்குகளின் மீதும் 30% + 20% தள்ளுபடியை வழங்குகிறது. 'கேக்கிஃபை' என்ற இன்னொரு பேக்கரி அனைத்து 'கேக்குகளின் மீதும் 50% தள்ளுபடியை வழங்குகிறது. குறைந்த விலையில் வாங்க வேண்டும் என்றால் நீங்கள் தேர்வு செய்யும் பேக்கரி கேக்லியா அல்லது கேக்கிஃபையா?



முதல் இரண்டுமே ஒரே நன்மையைத் தருவது போலத் தோன்றலாம். கணித ரீதியாக $30\% + 20\% = 50\%$ போலத் தெரிந்தாலும் வணிகத்தில் தரப்படும் இத்தகைய தள்ளுபடி கூட்டுத் தள்ளுபடி ஆகும்.



₹200 மதிப்புள்ள ஒரு கேக்கை நீங்கள் வாங்க வேண்டும் என்று எடுத்துக் கொள்வோம்.

கேக்லியின் தள்ளுபடி $30\% + 20\% \rightarrow$

முதலில் 30% தள்ளுபடியைப் பயன்படுத்தினால் $\rightarrow$ கேக்கின் விலை

$₹200 - ₹60 = ₹140$ ஆகும்.

₹140 இன் மீது 20% தள்ளுபடியைப் பயன்படுத்தினால் $\rightarrow$ கேக்கின் விலை $₹140 - ₹28 = ₹112$.

கேக்கிஃபையின் தள்ளுபடி 50% $\rightarrow$

50% தள்ளுபடி கேக்கின் விலையை ₹100 ஆக்குகிறது.

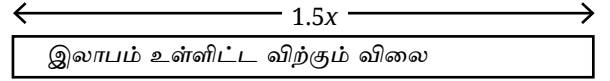
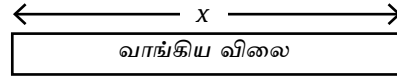
ஓர் இடையூறு

- ? எடுத்துக்காட்டு 13 : ஒரு மொத்த விலைக் கடையிலிருந்து சுர்பி 'பாத்திரங்களை வாங்கிய பிறகு அவர் அனைத்து சரக்குகளின் மீது 50% இலாப வரம்பை வைத்திருந்தார். மீதமுள்ள சரக்குகளை விரைவாக விற்று

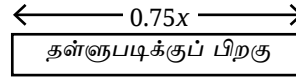
முடிக்க அவர் 50% தள்ளுபடி வழங்கி எந்த நட்டத்திற்கும் உள்ளாகாமல் இருக்க எண்ணினார்.

- அவருக்கு உண்மையில் எந்த நட்டமும் உண்டாகவில்லையா?
- அவர் தள்ளுபடிக்குப் பிறகு ₹12,000 க்கு விற்ப்புருந்தால், அவருக்கு எவ்வளவு நட்டம் உண்டாகும்? நட்ட சதவீதம் எவ்வளவு?
- அவர் வாங்கிய விலைக்கு பொருட்களை விற்க (அதாவது எந்த இலாபமும் இல்லை எந்த நட்டமும் இல்லை) எவ்வளவு சதவீதம் தள்ளுபடி வழங்கப்பட வேண்டும்?

இந்நிலையை முதலில்
மாதிரியாக அமைத்துக்
கொள்வோம்.



மொத்த விற்பனை
யாளரிடமிருந்து அவர் வாங்கிய
பொருட்களின் மதிப்பு x எனில்
விற்கும் விலைக்கு ஒத்தான
பொருட்களின் மதிப்பு (50% வரம்புடன்) $1.5x$ ஆகும்.



இவ்விலையின் மீது 50% தள்ளுபடியானது $0.75x$ மதிப்பைத் தரும்.

- சரக்குகள் வாங்கப்பட்ட விலையின் $\frac{3}{4}$ பாகம் விற்கும் விலை ஆகும் என்பதே இதன் பொருள் அதாவது 25% நட்டம்.
- அவர் ₹12,000 மதிப்புள்ள சரக்குகளை விற்பனா எனில்,

$$0.75x = 12,000$$

$$x = 16,000.$$

அவர் ₹4000 இழந்தார்

- அதே விலைக்குப் பொருட்களை விற்க கொடுக்கப்படும் தள்ளுபடி இதுவாகும்.

$$1.5x - d \times (1.5x) = x$$

$$d = \frac{1}{3} = 0.33.$$

வழங்கப்பட்ட தள்ளுபடி 33.33% ஆக இருக்க வேண்டும்

- ? அரிபாவும் அருணும் சில கோலிகளை வைத்துள்ளனர். “என்னிடம் இருக்கும் கோலிகள் அருணிடம் இருக்கும் கோலிகளின் 120% ஆகும் என்று அரிபா கூறினார் அரிபாவுடன் ஒப்பிடுகையில் அருணிடம் உள்ள கோலிகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிப்பிட அவர் செய்யும் சரியான அறிக்கை என்னவாக இருக்கும்?



? இதனைக் கண்டறிக :

- 2025 இல் பெங்களூருவின் மக்கள் தொகை 2000 இல் இருந்த மக்கள் தொகையின் 250% ஆகும். 2000 இல் இருந்த மக்கள் தொகை 50 இலட்சங்கள் எனில், 2025 இல் இருந்த மக்கள் தொகை எவ்வளவு?
- 2025 இல் உலக மக்கள் தொகை சுமார் 8.2 பில்லியன் ஆகும். 2025 இல் சில நாடுகளின் மக்கள் தொகை கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றை உலக மக்கள் தொகையின் தோராய சதவீதப் பங்கீட்டுடன் பொருத்துக. (குறிப்பு: இவ்வெண்களைப் பொது வடிவில் எழுத் தோராயமாக்குவது உதவும்)

ஜெர்மனி
83 மில்லியன்

இந்தியா
1.46 மில்லியன்

பாங்கலாதேஷ்
175 மில்லியன்

USA
347 மில்லியன்

13%

8%

18%

10%

1%

35%

2%

2%

0.1%

- ஒரு மொபைல் ஃபோனின் விலை ₹8,250. அவ்விலைக்கு 18% GST கூட்டுப்படுகிறது. கீழ்க்கண்டவைகளில் எது ஃபோனின் GST உடன் கூடிய இறுதி விலையை கொடுக்கிறது?
 - $8250 + 18$
 - $8250 + 1800$
 - $8250 + \frac{18}{100}$
 - 8250×18
 - 8250×1.18
 - $8250 + 8250 \times 0.18$
 - 1.8×8250
- ஆய்வகத்தில் உள்ள எலிகளின் தொகையில் (கடந்த மாதத்துடன் ஒப்பிடப்பட்டுள்ளது) மாதந்தோறும் ஏற்படும் சதவீத மாற்றம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது முதல் மாத மாற்றம் +5%, இரண்டாவது மாத மாற்றம் -2%, மூன்றாவது மாத மாற்றம் -3% ஆக இருந்தது. கீழ்க்கண்ட எவ்வறிக்கை (கள்) சரியானது. எலிகளின் தொடக்கத் தொகை p ஆகட்டும்.

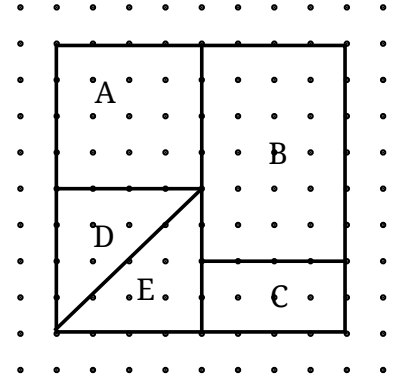
- மூன்று மாதங்களுக்குப் பிறகு இருந்த எலிகளின் தொகை $p \times 0.05 \times 0.02 \times 0.03$.

- (ii) மூன்று மாதங்களுக்குப் பிறகு இருந்த எலிகளின் தொகை $p \times 1.05 \times 0.98 \times 0.97$.
- (iii) மூன்று மாதங்களுக்குப் பிறகு இருந்த எலிகளின் தொகை $p + 0.05 - 0.02 - 0.03$.
- (iv) மூன்று மாதங்களுக்குப் பிறகு இருந்த தொகை p .
- (v) மூன்று மாதங்களுக்குப் பிறகு இருந்த தொகை p ஐ விட அதிகமாக இருந்தது.
- (vi) மூன்று மாதங்களுக்குப் பிறகு இருந்த எலிகளின் தொகை p ஐ விடக் குறைவாக இருந்தது.

5. ஒரு கடைக்காரர் ஒரு பொருளின் விலையைத் தொடக்கத்தில் 35% இலாப வரம்பை வைத்து நிர்ணயித்தார். விற்பனை குறைவாக இருந்ததால் அவர் விற்பனை விலைக்கு 30% தள்ளுபடியை வழங்க முடிவு செய்தார். அவருக்கு உண்டானது இலாபமா? நட்டமா? காரணத்துடன் விளக்குக.
6. இப்படத்தில் 'E' என்று குறிப்பிடப்பட்ட பகுதி, மொத்த பரப்பளவில் எத்தனை சதவீதம் உள்ளது?

7. 40 இன் 5% என்னவாகும்? 5 இன் 40% என்னவாகும்

12 இன் 25% என்னவாகும்? 25 இன் 12% என்னவாகும்? 60 இன் 15% என்னவாகும்? 15 இன் 60% என்னவாகும். நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்? y இன் $x\%$ மற்றும் x இன் $y\%$ ஐ ஒப்பிடுகையில் இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி ஒரு பொதுவான அறிக்கையைக் கூறுக மற்றும் நியாயப்படுத்துக.



8. பள்ளி ஒன்று மாணவர்களுக்காக ஒரு களப்பயணத்தை ஒழுங்கு செய்தது. அவர்களில் 8 ஆம் வகுப்பிலிருந்து 40% மாணவர்களும் மற்றவர்கள் 9 ஆம் வகுப்பு மாணவர்களும் ஆவர். இந்த 8 ஆம் வகுப்பு மாணவர்களில் 60% சிறுமிகள் ஆவர். (குறிப்பு: ஒரு கரடு படத்தை வரைவது உதவியாக இருக்கும்)

- (i) களப்பயணம் செல்லும் மாணவர்களில் 8 ஆம் வகுப்பு சிறுமிகளின் சதவீதம் என்ன?

(ii) களப்பயணம் செல்லும் மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 160, எனில் 8 ஆம் வகுப்பு சிறுமிகளின் எண்ணிக்கை யாது?

9. கடைக்காரர் ஒருவர் 3 பென்சில்களின் விற்கும் விலையை 5 பென்சில்களின் விலையில் விற்றார் அவர் ஈட்டியது இலாபமா? நட்டமா? இலாப அல்லது நட்ட சதவீதம் என்ன?



10. கடந்த ஆண்டு பேருந்தின் கட்டணம் 3% அதிகரித்தது மற்றும் இவ்வாண்டும் 4% அதிகரித்துள்ளது. கடந்த 2 ஆண்டுகளில் ஏற்பட்ட மொத்த சதவீத விலை உயர்வு என்ன?

11. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் 10% ஆக உயர்ந்துள்ளது. ஆனால் அதன் பரப்பளவு மாறாமல் உள்ளது எனில் அதன் அகலம் சரியாக எத்தனை சதவீதம் குறைந்துள்ளது.

12. இப்படத்தில் 65 கிராம் சிப்ஸ் பாக்கட்டில் இருக்கும் பொருட்களின் சதவீதம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு பொருளின் எடை என்ன என்பதைக் கண்டறிக.



13. மூன்று கடைகள் ஒரே பொருளை ஒரே விலையில் விற்கின்றன. அக்கடைகள் வழங்கும் சலுகைகள் கீழ்க்கண்டவாறு உள்ளன

கடை A: “1 வாங்கினால் 1 இலவசம்”

கடை B: “2 வாங்கினால் 1 இலவசம்”

கடை C: “3 வாங்கினால் 1 இலவசம்”

கீழ்க்கண்டவற்றிற்கு விடையளிக்க

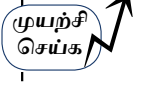
(i) ஒரு பொருளின் விலை ₹100 எனில், ஒவ்வொரு கடையிலும் உள்ள பொருளின் உண்மையான விலை என்ன? கடைகளை விலை உயர்ந்ததிலிருந்து மலிவானது வரை அடுக்குக.

(ii) ஒவ்வொரு கடைக்கும், பொருட்களின் மீதுள்ள சதவீதத் தள்ளுபடியைக் கணக்கிடுக.

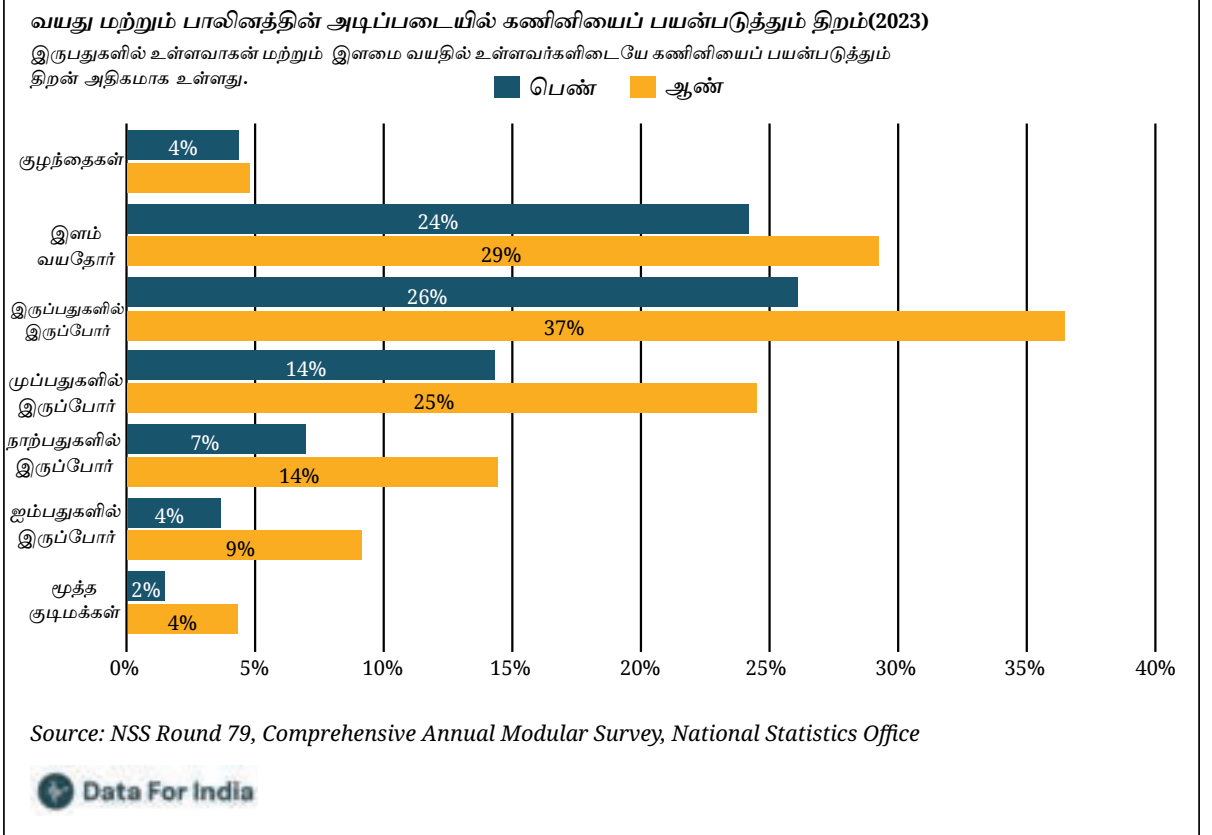
(குறிப்பு: இலவசப் பொருட்களை நீங்கள் பெறும் மொத்த பொருட்களோடு ஒப்பிடுக)

(iii) உங்களிடம் 4 பொருட்கள் உள்ளன என எடுத்துக்கொள்வோம். நீங்கள் எக்கடையைத் தேர்ந்தெடுப்பீர்கள்? ஏன்?

14. 100 பேருள்ள ஓர் அறையில், 99% பேர் இடது கைப் பழக்கம் உள்ளவர்கள் ஆவர். இதை 98% ஆக குறைக்க வேண்டும் என்றால் எத்தனை பேர் அறையை விட்டு வெளியேற வேண்டும்?



15. கீழ்க்கண்ட வரைபடத்தை கவனிக்க.



வரைபடத்தின் அடிப்படையில் கீழ்க்கண்ட எந்த அறிக்கைகள் சரியாகும்?

- இந்தியாவில் அனைத்து வயதுக் குழுக்களிலும் 20களில் உள்ளவர்களுக்கு அதிக கணினி அறிவு உண்டு.
- அனைத்து வயதுக் குழுக்களிலும் கணினியைப் பயன்படுத்தும் திறனில் பெண்கள் பின்னடைவு அடைந்துள்ளனர்.
- இளம் வயதினரை விட இருபதுகளில் உள்ளவர்கள் அதிகமாக உள்ளனர்.
- முப்பதுகளில் உள்ளவர்களில் கால் பங்கிற்கும் அதிகமானோர் கணினியைப் பயன்படுத்த முடியும்.

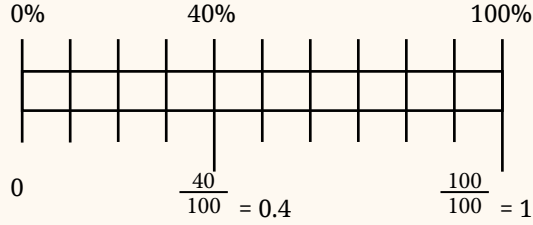
- (v) 60 வயது மற்றும் அதற்கும் மேற்பட்டவர்களில், 10 ல் ஒருவருக்கும் குறைவானோருக்குக் கணினியைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- (vi) இருபதுகளில் உள்ளவர்களில் பாதிப் பேருக்குக் கணினியைப் பயன்படுத்த முடியும்.

பாடச்சுருக்கம்

- நமது அன்றாட வாழ்க்கையில் சதவீதங்கள் பரவலாகப் பயன்படுத்தப் படுகின்றன.
- சதவீதங்கள் 100 ஐப் பகுதிகளாகக் கொண்ட பின்னங்கள் ஆகும். சதவீதங்கள் '%', என்ற குறியீட்டால் குறிப்பிடப்படுகின்றன மற்றும் அது 'பர் சென்ட்' (per cent) என்று உச்சரிக்கப்படுகிறது.

$$x\% = \frac{x}{100}$$

- பின்னங்களை சதவீதங்களாகவும் சதவீதங்களைப் பின்னங்களாகவும் மாற்றலாம். தசம



- எண்களையும் சதவீதங்களாக மாற்ற முடியும் மற்றும் சதவீதங்களை தசம எண்களாக மாற்ற முடியும், எ.கா: $\frac{4}{10} = 0.4 = 40\%$.
- மொத்த அளவின் ஒரு சதவீதம் கொடுத்த போது சரியான எண்ணைக் கண்டுபிடிப்பதை நாம் கற்றுள்ளோம்.
- ஓர் அளவின் பகுதிகள் விகிதங்களாக வழங்கப்பட்டால், அவற்றை எவ்வாறு சதவீதங்களாக மாற்றுவது என்பதை நாம் கண்டோம்.

- ஒரு குறிப்பிட்ட அளவில் ஏற்படும் அதிகரிப்பு அல்லது குறைவு சதவீதங்களாகவும் வெளிப்படுத்தப்படலாம்.
- பரிவர்த்தனைகளில் ஏற்படும் இலாபம் அல்லது இழப்புகள் மற்றும் வரி விகிதங்கள் சதவீத அடிப்படையில் வெளிப்படுத்தப்படலாம்.
- கூட்டுத் தொகையாக இருக்கும் போது ஓர் அளவு அல்லது எண் எவ்வாறு வளர்கிறது என்பதை நாம் கண்டோம். வட்டி விகிதங்கள் கூட்டுத் தொகைக்கு ஒரு பொதுவான எடுத்துக்காட்டாகும். p என்பது அசல் தொகை, r என்பது வட்டி விகிதம் மற்றும் t என்பது தவணைகளின் எண்ணிக்கை என்றால் முதிர்வு காலத்திற்குப் பிறகு இருக்கும் மொத்தத் தொகையாவது.

கூட்டுத் தொகை
இல்லாமல்
 $p(1 + rt)$
 p அசலாகவே
உள்ளது
(அனைத்து
உறுப்புகளுக்கும்)

கூட்டுத் தொகையுடன்

$$p \times (1 + r) \times (1 + r) \times \dots \times (1 + r) = p(1 + r)^t$$

1 ஆம் ஆண்டிற்கான அசல்
2 ஆம் ஆண்டிற்கான அசல்
3 ஆம் ஆண்டிற்கான அசல்
4 ஆம் ஆண்டிற்கான அசல்

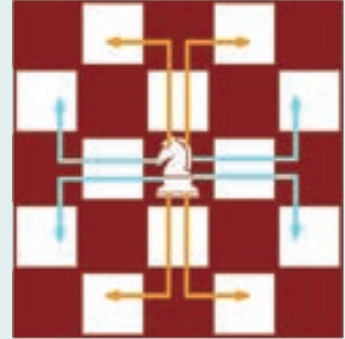
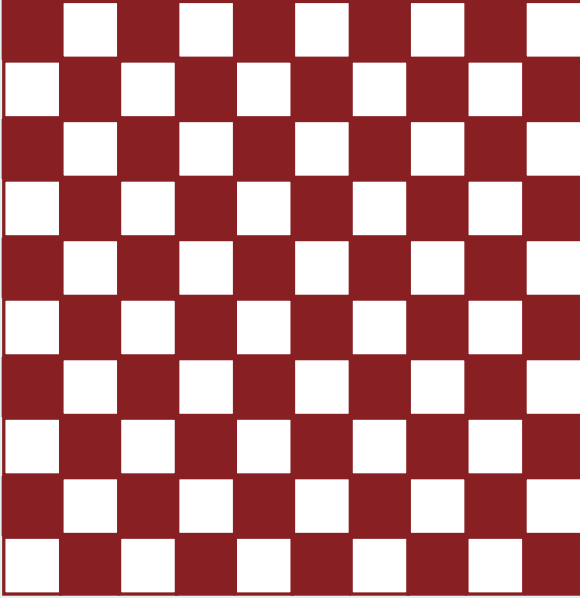
- ஒரு சூழ்நிலை அல்லது சிக்கலைத் தோராயமான (கரடு) வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி விவரிக்கலாம். சதவீதங்கள் தொடர்பான சிக்கல்களைத் தீர்க்க மதிப்பிடுதல் மற்றும் மனக் கணக்கீடுகளைச் செய்ய நாம் கற்றுக் கொண்டோம்.



இது புதிர் நேரம்!

அமைதியான வீரர்கள்

செஸ் போர்டின் மீது ஒரு வீரர் இன்னொரு வீரரைத் தாக்காத வகையில் 8 வீரர்களை இடுக. ஒரு வீரர் 'L' வடிவத்தில் செல்கிறார் அவர் செங்குத்தாக இரண்டு படிகள் மற்றும் கிடைமட்டமாக ஒரு படி நகரலாம் அல்லது கிடைமட்டமாக இரண்டு படிகள் மற்றும் செங்குத்தாக ஒரு படி நகரலாம். ஒரு வீரரின் சாத்தியமான நகர்வுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



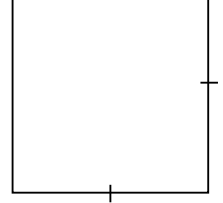


9.1 ஒரு சதுரத்தை இரட்டிப்பாக்குதல்

போதாயனரின் சூல்ப-சூத்திரத்தில் (கி.மு. 800 காலப்பகுதி), போதாயனர் பின்வரும் கேள்வியை முன்வைக்கிறார்.

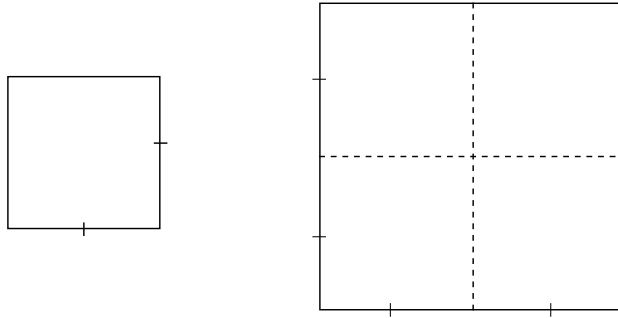
? கொடுக்கப்பட்ட ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவை விட இரண்டு மடங்கு பரப்பளவு கொண்ட ஒரு சதுரத்தை எப்படி உருவாக்குவது?

சதுரத்தின் ஒவ்வொரு பக்கத்தின் நீளத்தையும் இரண்டு மடங்காக அதிகரிப்பது ஒரு முதல் யோசனையாக இருக்கலாம்.



இந்த புதிய சதுரம் அசல் சதுரத்தின் பரப்பளவை விட இரண்டு மடங்கு பரப்பளவைக் கொண்டிருக்குமா?

புதிய சதுரமானது அசல் சதுரத்தின் பரப்பளவை விட $2 \times 2 = 4$ மடங்கு பரப்பளவைக் கொண்டிருக்கும் என்பதை எளிதாகக் காணலாம்.



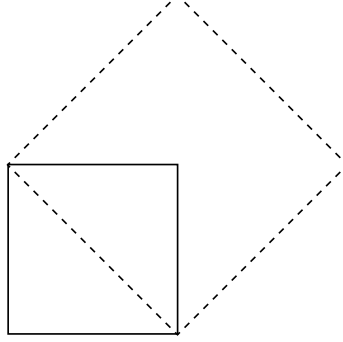
அப்படியானால், இரண்டு மடங்கு பரப்பளவு கொண்ட ஒரு சதுரத்தை எப்படி உருவாக்குவது.

அப்படியானால், இரண்டு மடங்கு பரப்பளவு கொண்ட ஒரு சதுரத்தை எப்படி உருவாக்குவது?

போதாயனர் தனது சூல்ப-சூத்திரத்தில் (செய்யுள் 1.9) இந்தக் கேள்விக்கு ஒரு நேர்த்தியான பதிலைக் கொடுத்தார்.

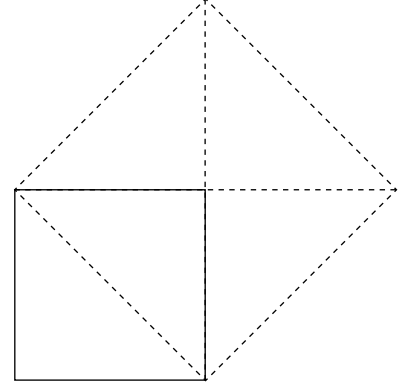
ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டம், அசல் சதுரத்தின் பரப்பளவை விட இரண்டு மடங்கு பரப்பளவு கொண்ட ஒரு சதுரத்தை உருவாக்குகிறது.

போதாயனர் கூறுவது போல, அசல் சதுரத்தின் மூலைவிட்டத்தின் மீது ஒரு சதுரத்தை உருவாக்குவதே இதற்கு முக்கிய வழி:



② புதிய புள்ளிகளால் ஆன சதுரம் ஏன் அசல் சதுரத்தின் பரப்பளவை விட இரண்டு மடங்கு அதிகமாக உள்ளது?

சூல்ப-சூத்திரத்தில் உள்ள பல கட்டுமானங்களில், போதாயனர் 'கிழக்கு மேற்கு' மற்றும் 'வடக்கு-தெற்கு' கோடுகள் என்று அழைக்கும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான கிடைமட்ட மற்றும் செங்குத்து கோடுகளைத் தேவைப்படும் இடங்களில் வரைவது அவசியமாகும்.



புதிய சதுரம் ஏன் அசல் சதுரத்தின் பரப்பளவை விட இரண்டு மடங்கு அதிகமாக உள்ளது என்பதைப் பார்க்க நீங்கள் சில கிடைமட்ட மற்றும் செங்குத்து கோடுகளை வரைய முடியுமா?

வலதுபுறத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி நீங்கள் சில கிடைமட்ட மற்றும் செங்குத்து கோடுகளை வரையலாம்.

② அசல் சதுரத்தின் செங்குத்து மற்றும் கிடைமட்ட பக்கங்களின் நீட்டிப்பு ஏன் புள்ளிகளால் ஆன சதுரத்தின் உச்சிகள் வழியாக செல்ல வேண்டும்?

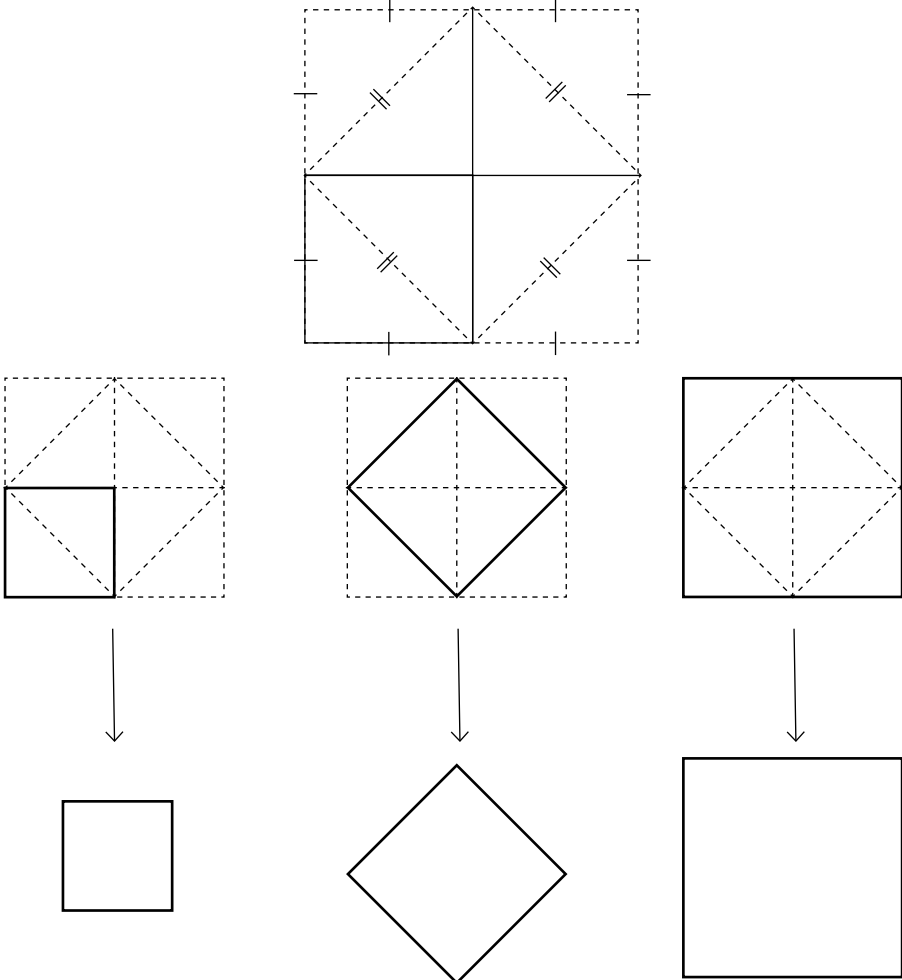
கணித பேச்சு

(குறிப்பு: ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டப் பண்பின்படி, ஒரு கோணத்தை இருசமக்கூறிடும் கோடு எதிர் உச்சி வழியாகச் செல்லும். அசல் சதுரத்தின் செங்குத்து மற்றும் கிடைமட்ட பக்கங்கள் புள்ளிகளால் ஆன சதுரத்தின் இரண்டு கோணங்களை ஏன் இருசமக் கூறிடுகின்றன என்று வாதிடுங்கள்)

எனவே, புதிய சதுரம் அசல் சதுரத்தின் பரப்பளவை விட இரண்டு மடங்கு பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது, ஏனெனில் அசல் சதுரம் இரண்டு சிறிய முக்கோணங்களால் ஆனது, அதே நேரத்தில் புதிய சதுரம் நான்கு சிறிய முக்கோணங்களால் ஆனது.

② மேலும், இந்த சிறிய முக்கோணங்கள் அனைத்தும் ஒன்றுக்கொன்று சர்வசமமானவை. உங்களால் ஏன் என்று விளக்க முடியுமா?

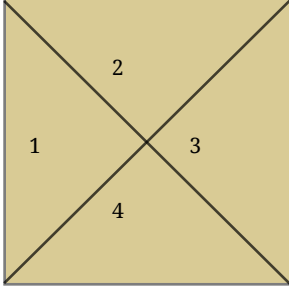
இன்னும் சில கிடைமட்ட மற்றும் செங்குத்து கோடுகளைச் சேர்ப்பது இந்தச் சூழலை இன்னும் தெளிவாக்கும்.



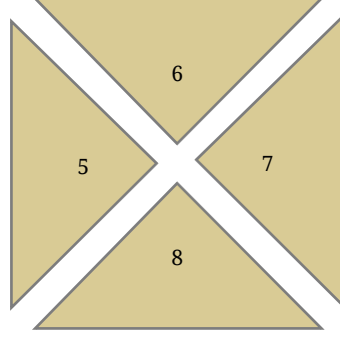
ஒவ்வொரு சதுரமும் முதல் சதுரத்தின் பரப்பளவைப் போல இரு மடங்கு உள்ளது. அவை முறையே 2, 4, 8 சிறிய முக்கோணங்களாக பகுக்கப்பட்டு கண்டு பிடிக்கப்பட்டிருப்பதைக் காணலாம்.

தாளினை உபயோகித்து சதுரத்தை இரண்டு மடங்காக மாற்றுதல்.

? இரண்டு ஒரே அளவுள்ள சதுர வடிவ தாளினை எடுத்துக் கொள்ளவும். அதில் படத்தில் காட்டியுள்ளபடி வரைந்து, குறித்து வெட்டி எடுக்கவும்.



சதுரம் 1

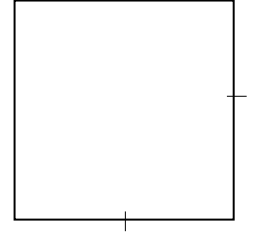


சமமான சதுரம் 2

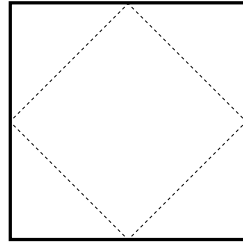
இப்பொழுது 5, 6, 7 மற்றும் 8 என்ற பகுதிகளை சதுரம் (i) ன் மீது இரண்டு மடங்கு பரப்பு பெறுவதற்காக பொருத்தவும்.

9.2 ஒரு சதுரத்தை பாதியாக குறைத்தல்

? நமக்கு இப்பொழுது ஒரு சதுரம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது அசல் சதுரத்தின் பரப்பளவில் பாதி கொண்டுள்ள சதுரத்தினை உருவாக்க வேண்டும். அதனை எவ்வாற செய்யமுடியும்?

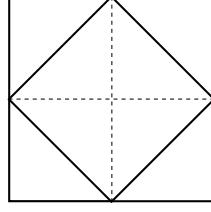


முந்தைய பிரிவில் செய்த முறையை மறுதலையாக செய்வது ஒரு வழி. அசல் சதுரத்தின் உள்ளே ஒரு சிறிய சதுரத்தை வரையலாம்.



? சதுரத்தின் உள்ளே இருக்கும் சதுரம் ஏன் பெரிய சதுரத்தின் பரப்பளவில் பாதி இருக்கும்.

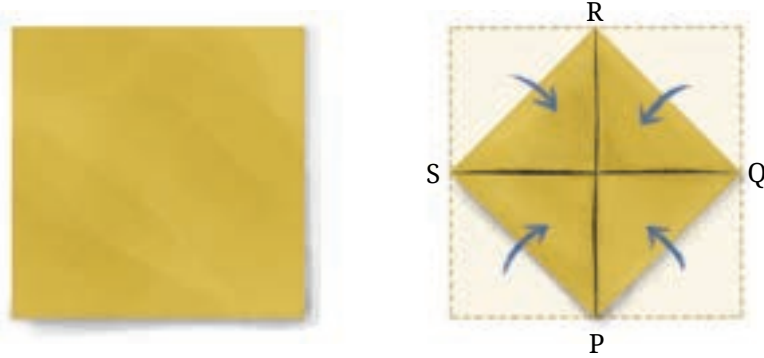
மறுபடியும் கிழக்கு-மேற்கு மற்றும் வடக்கு-தெற்கு கோடுகளை வரைவதன் மூலம் விவரிக்கலாம்.



தாளினை உபயோகித்து சதுரத்தை பாதியாக குறைக்கலாம்.

- ① ஒரு தாளில் இருந்து ஒரு சதுரத்தை வெட்டி எடுக்கவும். முதல் சதுரத்தின் பரப்பளவில் பாதி இருக்குமாறு மற்றொரு சதுரத்தை அமை.
- ② சதுரத்தின் பக்க அளவில் பாதி கொண்டு இருக்கும் சதுரத்தின் பரப்பு அசல் சதுரத்தின் பரப்பில் பாதி இருக்குமா? ஏன் இருக்காது? அதை போன்று எத்தனை சதுரங்கள் அசல் சதுரத்தை நிரப்ப தேவை?

சதுர வடிவ காகிதத்தை உட்பக்கமாக படத்தில் காட்டியவாறு மடிக்கவும். மடிக்கப்பட்ட பக்கங்கள் சதுரத்தின் பக்கங்களின் மையப்புள்ளி வழியாக செல்ல வேண்டும். PQRS என்பது சதுரத்தின் பரப்பளவில் பாதி கொண்டுள்ள நமக்குத் தேவையான சதுரம் ஆகும்.



- ② PQRS ஏன் ஒரு சதுரம்? அதன் பரப்பளவு ஏன் அசல் தாளின் பாதியாக உள்ளது?

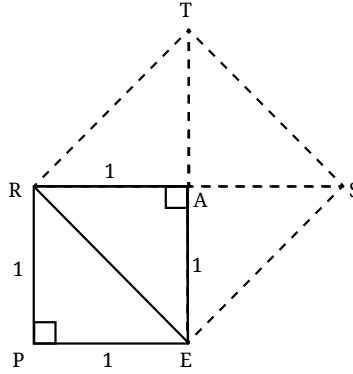
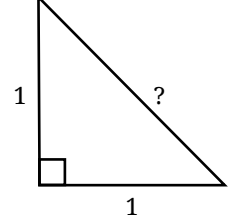
QS மற்றும் PR ஐ இணைத்து, உருவான வெவ்வேறு கோணங்களைக் கண்டறிந்து, பின்னர் முக்கோணத்தின் சர்வசமத்தைப் பயன்படுத்தி விளக்குங்கள்.

9.3 செங்கோண இருசமபக்க முக்கோணத்தின் கர்ண பக்கம்

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில், செங்கோணத்திற்கு எதிர் பக்கமானது கர்ணபக்கம் என்று அழைக்கப்படுகிறது என்பதை நினைவில் கொள்க.

? இந்த இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணப்பக்கத்தைக் கண்டறியவும்.

1 பக்க அலகைக் கொண்ட ஒரு சதுரம் இரண்டு இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணங்களால் ஆனது என்பதை நாம் அறிவோம். இந்த சதுரத்தின் மூலைவிட்டத்தில் அமைக்கப்பட்ட சதுரம் அசல் சதுரத்தின் பரப்பளவை விட இரண்டு மடங்கு அதிகமாகும் என்பதையும் நாம் அறிவோம்.



கர்ண பக்கத்தின் நீளம் நமக்கு இன்னும் தெரியவில்லை. ஆனால் அதன் மீது உள்ள சதுரம் REST பரப்பளவு நமக்குத் தெரியும்!

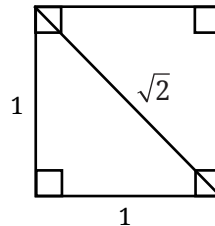
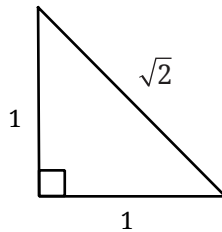
$$\begin{aligned} \text{REST ன் பரப்பளவு} &= 2 \times \text{PEAR ன் பரப்பளவு} \\ &= 2 \times 1 = 2 \text{ சதுர அலகுகள்} \end{aligned}$$

ஒரு சதுரத்தின் பக்கத்திற்கும் பரப்பளவிற்கும் உள்ள தொடர்பை நாம் அறிவோம் c என்பது கர்ணம் ER என்றால்

$$\text{REST இன் பரப்பளவு} = c \times c = c^2.$$

$$\text{எனவே } c^2 = 2 \text{ எனவே } c = \sqrt{2}.$$

எனவே கர்ண பக்கத்தின் நீளம் $\sqrt{2}$ அலகுகள்



இந்த அத்தியாயத்தின் மீதமுள்ள பகுதியில், அலகுகள் வேறுவிதமாகக் குறிப்பிடப்படாவிட்டால், அனைத்து நீளங்களும் ஒரு நிலையான அலகாக இருக்கும் என்று நாம் கருதுவோம்.

? $\sqrt{2}$ இன் மதிப்பு என்ன?

$\sqrt{2}$ இன் தசம விரிவாக்கம்

$\sqrt{2}$ இன் தசம விரிவாக்கத்தை பின்வரும் வாதத்தைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

? $\sqrt{2}$ என்பது 1 ஐ விடக் குறைவாகவோ அல்லது அதிகமாகவோ உள்ளதா?

பக்க நீளம் 1 அலகு கொண்ட ஒரு சதுரம் 1 சதுர அலகு பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது. பக்க நீளம் $\sqrt{2}$ கொண்ட ஒரு சதுரம் 5 சதுர அலகு பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது. எனவே 1 என்பது $\sqrt{2}$ ஐ விடக் குறைவு

$$1^2 = 1 \text{ மற்றும் } \sqrt{2}^2 = 2$$

$$\text{ஆகவே } 1 < \sqrt{2}.$$

? $\sqrt{2}$ என்பது 2 ஐ விடக் குறைவா? அல்லது அதிகமா?

பக்க நீளம் 2 அலகுகள் கொண்ட ஒரு சதுரம் 4 சதுர அலகுகள் பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது பக்கநீளம் $\sqrt{2}$ ஐ விடப் பெரியது.

வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், 2 என்பது $\sqrt{2}^2 = 2$, மற்றும் $2^2 = 4$.

$$\text{எனவே } \sqrt{2} < 2.$$

$$\text{இவ்வாறு, } 1 < \sqrt{2} < 2.$$

$\sqrt{2}$ இல் 1 ஐ ஒரு கீழ் வரம்பு என்றும் 2 ஐ ஒரு மேல் வரம்பு என்றும் அழைக்கிறோம்.

? $\sqrt{2}$ க்கு நெருக்கமான எல்லைகளைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

$$1.1^2 = 1.21$$

$$1.2^2 = 1.44$$

$$1.3^2 = 1.69$$

$$1.4^2 = 1.96$$

$$1.5^2 = 2.25$$

$$\text{So, } 1.4 < \sqrt{2} < 1.5$$

$$1.41^2 = 1.9881$$

$$1.42^2 = 2.0164$$

$$\text{So, } 1.41 < \sqrt{2} < 1.42$$

$$1.411^2 = 1.990921$$

$$1.412^2 = 1.993744$$

$$1.413^2 = 1.996569$$

$$1.414^2 = 1.999396$$

$$1.415^2 = 2.002225$$

$$\text{So, } 1.414 < \sqrt{2} < 1.415$$

? 2 என்ற வர்க்கத்தைக் கொண்ட முடிவுறு தசமத்தை கொண்டு ஒரு எண்ணை நாம் எப்போதாவது பெறுவோமா?

1.414... இல் தொடங்கி ஒரு முடிவுறும் தசமம் இருந்தால், அதன் வர்க்கம் 2 ஆக இருந்தால் அது பூஜ்ஜியமற்ற கடைசி இலக்கத்தைக் கொண்டிருக்க வேண்டும். அப்படியானால் அதன் வர்க்கத்தின் தசம விரிவாக்கத்தில் தசம புள்ளிக்குப் பிறகு பூஜ்ஜியமற்ற கடைசி இலக்கத்தையும் கொண்டிருக்கும் எடுத்துக்காட்டாக $\sqrt{2}$ 1.414...4, வடிவத்தில் இருந்தால், அதன் வர்க்கம் கீழ்கண்ட வடிவத்தில் இருக்கும்.

$$\square \cdot \square \square \dots \square 6$$

எனவே ஒரு முடிவுறு தசம எண் (terminating decimal) 2 அல்லது 2.000.. ஐ அதன் வர்க்கமாகக் கொண்டிருக்க முடியாது.

ஆகவே $\sqrt{2}$ ன் தசம விரிவாக்கம் எப்போதும் முடிவில்லாமல் போய்க்கொண்டே இருக்க வேண்டும், அதாவது இது ஒரு முடிவுறா தசம விரிவாக்கத்தை கொண்டுள்ளது.

? $\sqrt{2}$ ஐ $\frac{m}{n}$, என் பின்னமாக வெளிப்படுத்த முடியுமா? இங்கு m மற்றும் n ஆகியவை எண்ணும் எண்கள் (counting numbers).



$\sqrt{2}$ ஐ $\frac{m}{n}$, என எழுத முடிந்தால், நமக்குக் கிடைப்பது.

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$$

$$2 = \frac{m^2}{n^2}$$

$$2n^2 = m^2.$$

ஒரு வர்க்க எண்ணின் பகா காரணிப்படுத்தலில் (prime factorization) ஒவ்வொரு பகா எண்ணும் இரட்டை எண்ணிக்கையிலான முறைகளே வரும் என்பதை நினைவில் கொள்க. எனவே $2n^2 = m^2$ என்ற சமன்பாட்டில், பகா எண் 2 இடது பக்கத்தில் ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையிலும், வலது பக்கத்தில் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையிலும் வரும். இது சாத்தியமற்றது. எனவே $\sqrt{2}$ ஐ $\frac{m}{n}$ என்ற பின்னமாக வெளிப்படுத்த முடியாது.

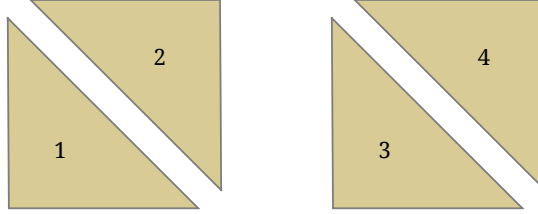
m, n ஆகியவை எண்ணும் எண்களாக இருக்கும்போது $\sqrt{2}$ ஐ $\frac{m}{n}$ என வெளிப்படுத்த முடியாது என்பதற்கான இந்த அழகான ஆதாரத்தை யூக்ளிட் (Euclid) தனது எலிமெண்ட்ஸ் (Elements) புத்தகத்தில் (சுமார் கி.மு. 300 வழங்கினார். இதைப் பற்றி பிந்தைய வகுப்பில் விரிவாக விவாதிப்போம்.

எனவே $\sqrt{2}$ என்ற எண்ணை ஒரு முடிவுறு தசம எண்ணாகவோ அல்லது பின்னமாகவோ வெளிப்படுத்த முடியாது. ஆனால் அதை ஒரு குறிப்பிட்ட முடிவுறாத தசம எண்ணாக நாம் நினைக்கலாம்.

$$\sqrt{2} = 1.41421356...$$

? கண்டறியுங்கள்

- முன்னதாக, கொடுக்கப்பட்ட ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவை விட இரண்டு மடங்கு பரப்பளவு கொண்ட ஒரு சதுரத்தை உருவாக்கும் முறையைப் பார்த்தோம். இதைச் செய்வதற்கு மற்றொரு முறை உள்ளது. அதில் இரண்டு ஒரே மாதிரியான சதுரத்தால்கள் பின்வரும் வழியில் வெட்டப்படுகின்றன.



இந்தத் துண்டுகளை அடுக்கி, ஏதேனும் ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவை விட இரண்டு மடங்கு பரப்பளவு கொண்ட ஒரு சதுரத்தை உங்களால் உருவாக்க முடியுமா?

- ஒரு இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணத்தின் இரண்டு சமமான பக்கங்களின் நீளம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் கர்ணத்தின் (hypotenuse) நீளத்தைக் கண்டறியவும். கர்ணத்தின் நீளத்திற்கு எல்லைகளைக் கண்டறியவும். அவை தசம புள்ளிக்குப் பிறகு குறைந்தபட்சம் ஒரு இலக்கமாவது கொண்டிருக்க வேண்டும்.

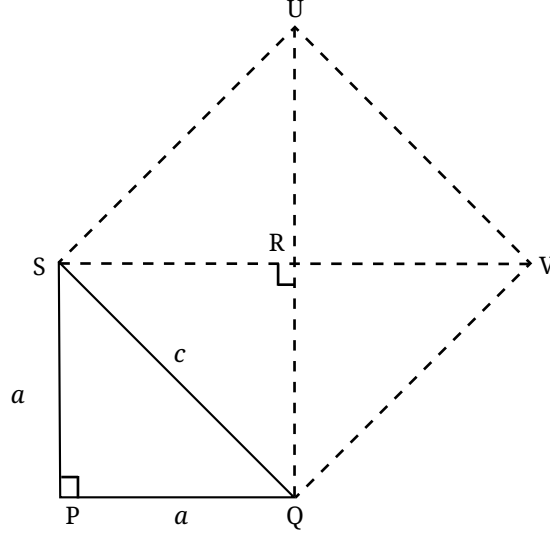
(a) 3 (b) 4 (c) 6 (d) 8 (e) 9

- ஒரு இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் (hypotenuse) 10 ஆகும். அதன் மற்ற இரண்டு பக்க நீளங்கள் யாவை? (குறிப்பு : இத்தகைய இரண்டு செங்கோண முக்கோணங்களால் ஆன சதுரத்தின் பரப்பளவைக் கண்டறியவும்)

பொதுவான தீர்வு (General Solution)

ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவிற்கு அதன் மூலைவிட்டத்தின் மீதுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவிற்கும் இடையிலான தொடர்பைப் பயன்படுத்தி, ஒரு இருசமபக்க

செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்திற்கும் மற்ற இரண்டு பக்கங்களுக்கும் இடையிலான பொதுவான தொடர்பைக் கண்டறியலாம்.



சமமான பக்கங்களின் நீளம் a என்றும், கர்ணத்தின் நீளம் c என்றும் எடுத்துக் கொள்வோம்.

$$\text{சதுரம் SQVU ன் பரப்பளவு} = 2 \times \text{சதுரம் PQRS ன் பரப்பளவு}$$

$$\text{எனவே } c^2 = 2a^2.$$

இந்த சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி a தெரிந்திருக்கும் போது c ஐக் கண்டறியலாம், அல்லது c தெரிந்திருக்கும் போது a ஐக் கண்டறியலாம்.

? உதாரணம் 1 : சமமான பக்கங்களின் நீளம் 12 கொண்ட ஒரு இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தைக் கண்டறியவும்.

இங்கு $a = 12$ ஆகும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால், நமக்குக் கிடைப்பது

$$c = \sqrt{2 \times 12^2} = \sqrt{288}.$$

$$16^2 = 256, \text{ மற்றும் } 17^2 = 289.$$

எனவே, $\sqrt{288}$ என்பது 16 மற்றும் 17 க்கு இடையில் அமையும்.

சமமான பக்கங்களின் நீளம் 12 அலகுகள் கொண்ட ஒரு இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் நீளம் 16 மற்றும் 17 அலகுகளுக்கு இடையில் இருக்கும்.

? உதாரணம் 2 : ஒரு இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் $\sqrt{72}$, எனில், அதன் மற்ற இரண்டு பக்கங்களைக் கண்டறியவும்.

இங்கு $c = \sqrt{72}$ ஆகும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால், நமக்குக் கிடைப்பது:

$$c^2 = 2a^2$$

$$\text{எனவே } (\sqrt{72})^2 = 2a^2$$

$$72 = 2a^2.$$

$$\text{எனவே } a^2 = \frac{72}{2} = 36.$$

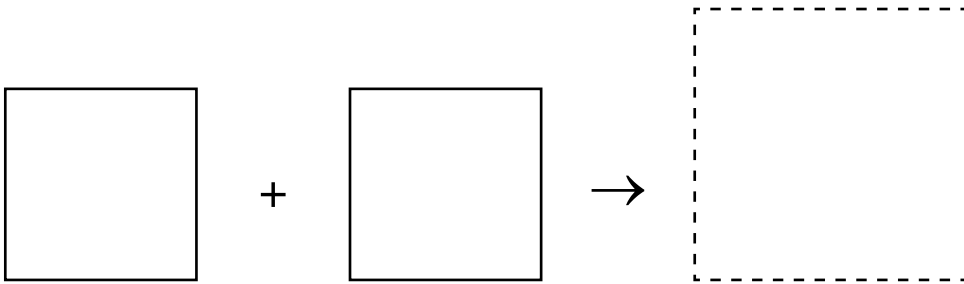
$$\text{எனவே } a = \sqrt{36} = 6.$$

எனவே மற்ற இரண்டு பக்கங்களில் ஒவ்வொன்றின் நீளம் 6

பக்கம் 36-ல் உள்ள 'கண்டறியுங்கள் (Figure it Out) பகுதியில் உங்கள் பதில்களைச் சரிபார்க்க இந்தச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தவும்.

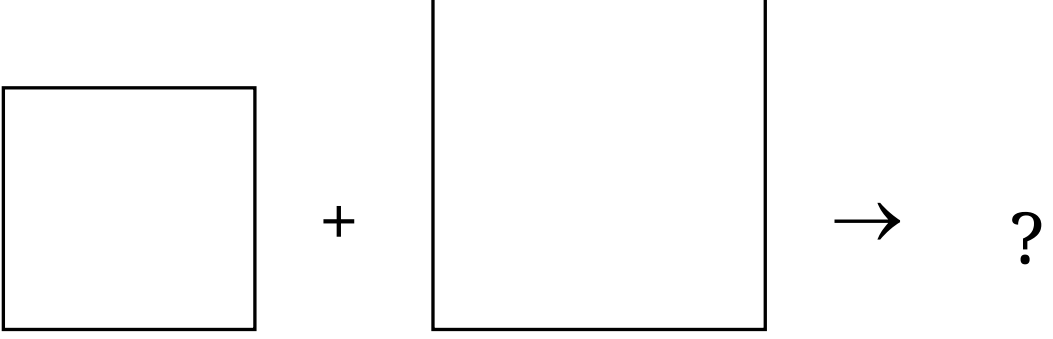
9.4 வெவ்வேறு அளவுள்ள இரண்டு சதுரங்களை இணைத்தல்

முந்தைய பகுதிகளில், ஒரே மாதிரியான இரண்டு சதுரங்களை இணைத்து, அந்த இரண்டு சிறிய சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமமான பரப்பளவு கொண்ட ஒரு பெரிய சதுரத்தை உருவாக்குவது எப்படி என்று பார்த்தோம்.



பெரிய சதுரத்தின் பக்க நீளம் என்பது சிறிய சதுரங்களில் ஏதேனும் ஒன்றின் மூலைவிட்டத்தின் நீளம் ஆகும்.

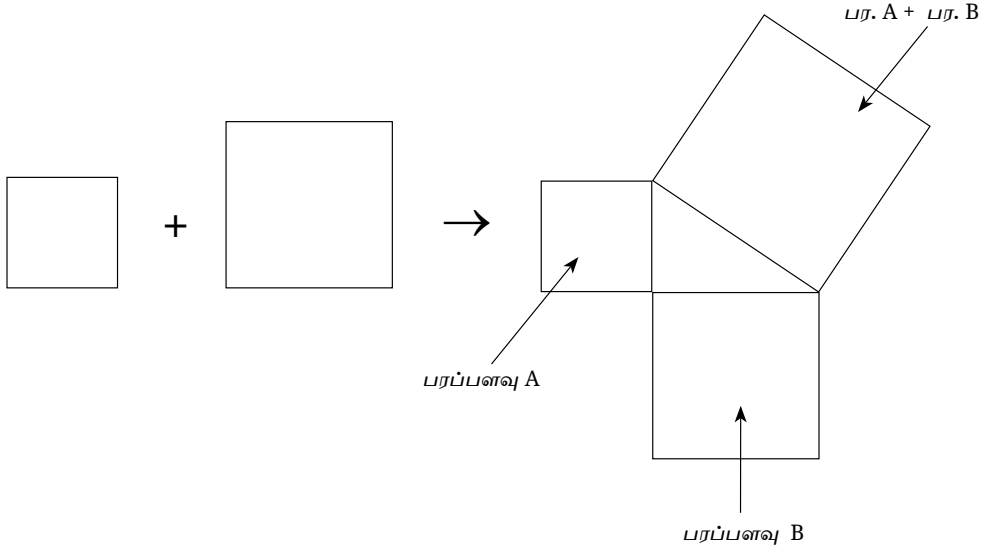
- ? வெவ்வேறு அளவுள்ள இரண்டு சதுரங்களை இணைத்து, அந்த இரண்டு சிறிய சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமமான பரப்பளவு கொண்ட ஒரு பெரிய சதுரத்தை உருவாக்க விரும்பினால் என்ன செய்வது?



போதாயனர் தனது சூல்ப-சூத்திரத்தில் (செய்யுள் 1.12), இரண்டு வெவ்வேறு அளவுள்ள சதுரங்களை இணைக்கும் இந்தப் பொதுவான பிரச்சனைக்கு உண்மையிலேயே ஒரு குறிப்பிடத்தக்க தீர்வை வழங்குகிறார். அவர் எழுதுகிறார்.

மூலைவிட்டத்தால் உருவாக்கப்படும் சதுரத்தின் பரப்பளவானது, இரண்டு பக்கங்களால் உருவாக்கப்படும் சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலாகும்.

அதாவது, இரண்டு வெவ்வேறு சதுரங்களை இணைக்க, அந்த இரண்டு சதுரங்களின் பக்கநீளங்களைச் செங்குத்துப் பக்கங்களாகக் கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை உருவாக்கவும். இந்தச் செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தைப் பக்க நீளமாகக் கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பளவு எடுத்துக்கொண்ட இரண்டு சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமமாக இருக்கும்.

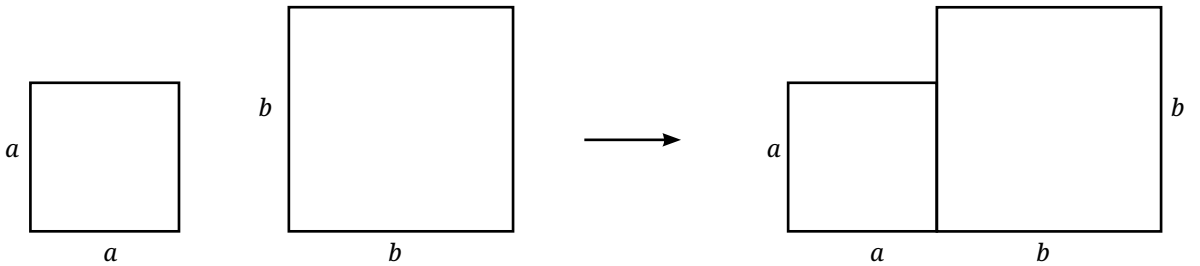


- ❓ போதாயனரின் முறை ஏன் செயல்படுகிறது?
- ❓ இரண்டு சதுரங்களும் ஒரே அளவில் இருக்கும்போது இந்த முறை ஏன் செயல்படுகிறது என்பதை உங்களால் பார்க்க முடிகிறதா? இரண்டு சம அளவுள்ள சதுரங்களை ஒரு பெரிய சதுரமாக இணைக்க நாம் முன்னதாகப் பயன்படுத்திய முறையுடன் இது ஒத்துப்போகிறதா?

அடுத்து தனது சூல்ப-சூத்திரத்தில் (செய்யுள் 2.1), இந்த முறை ஏன் பொதுவாகச் செயல்படுகிறது என்பதை விளக்க உதவும் மற்றொரு செய்யுளை போதாயனர் வழங்குகிறார்.

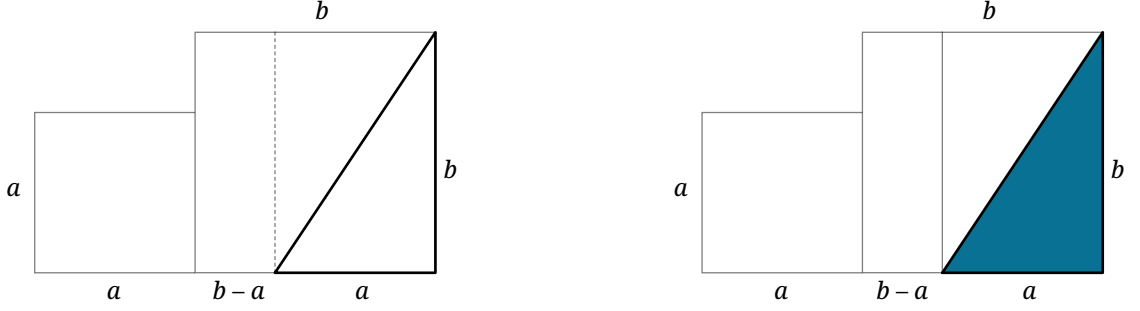
போதாயனரின் வழிமுறைகளைப் பின்பற்றுவோம்.

- இரண்டு சதுரங்களை இணைக்கவும்.



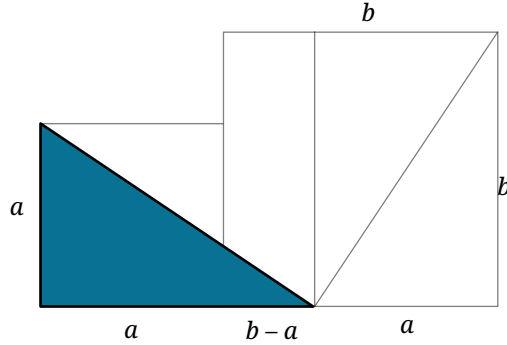
- பெரிய சதுரத்தின் ஒரு பக்கத்தில் சிறிய சதுரத்தின் பக்க நீளத்தைப் பயன்படுத்தி ஒரு செவ்வகப் பகுதியை அடையாளப்படுத்தி, அதன் மூலைவிட்டத்தை வரையவும். இவ்வாறு செய்வதன் மூலம் a மற்றும் b . ஆகிய செங்குத்துப் பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு செந்நாகண முக்கோணத்தைப் பெறுகிறோம்.

1.

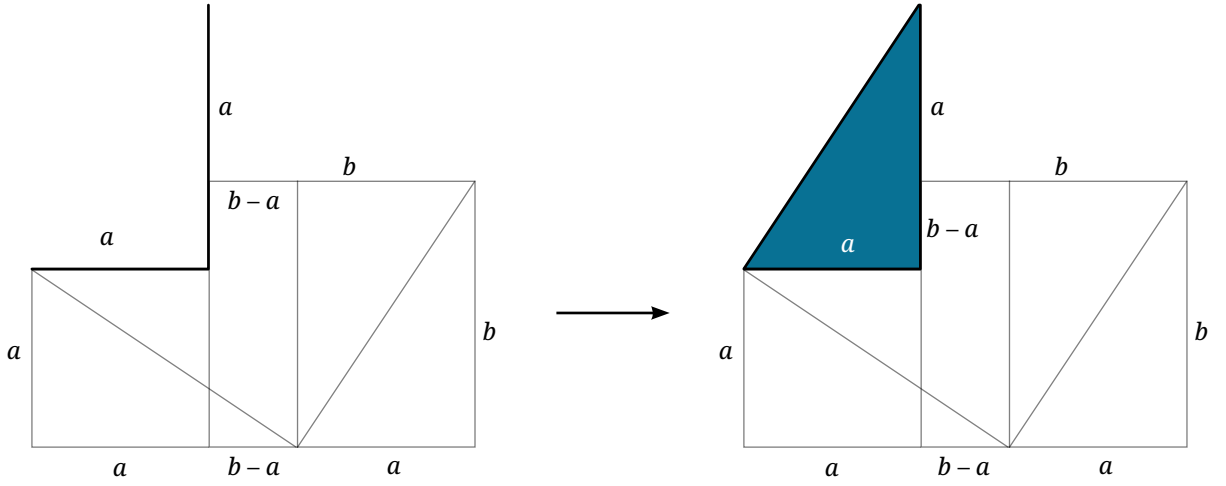


இத்தகைய மேலும் மூன்று செங்கோண முக்கோணங்களை வரைவதன் மூலம் கர்ணத்தின் மீது 4-பக்கங்கள் கொண்ட ஒரு உருவத்தை உருவாக்கவும்.

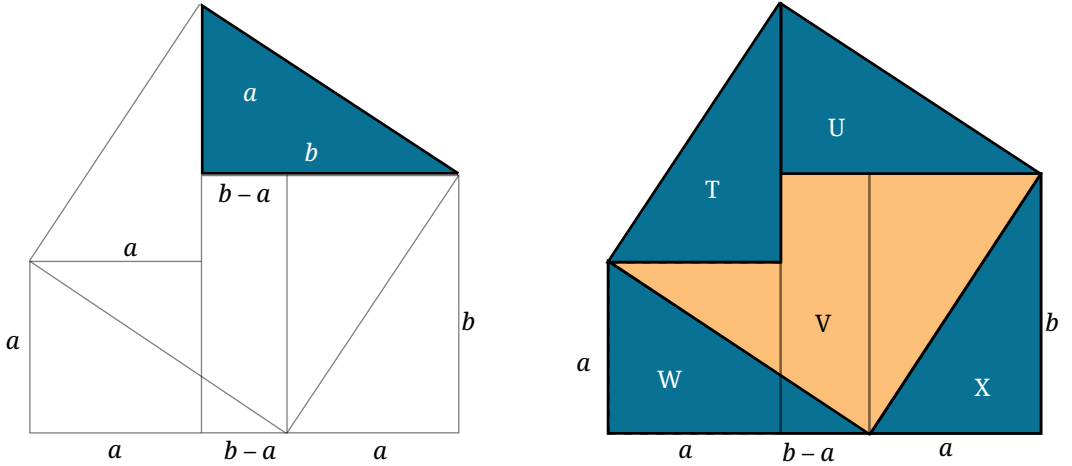
2.



3.



4.

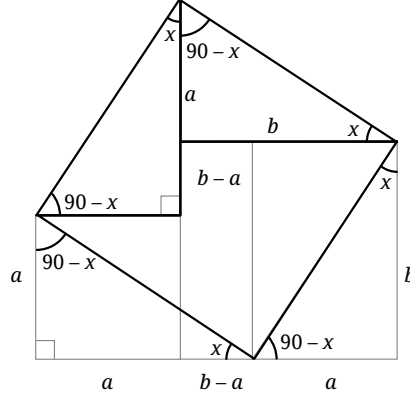


- பெறப்பட்ட 4-பக்க உருவமானது $(T + U + V)$ உண்மையில் இரண்டு சிறிய சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமமான பரப்பளவு கொண்ட ஒரு சதுரமாகும்!



ஏன்?

- T, U, X மற்றும் W ஆகியவை அனைத்தும் சர்வசமமானவை என்பதால், இந்த புதிய 4 பக்க உருவத்தின் பக்கங்கள் அனைத்தும் ஒரே நீளத்தைக் கொண்டுள்ளன. கோணங்களை கவனிக்கவும்.

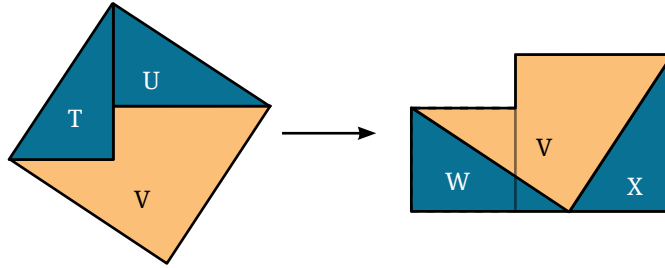


? புதிய 4பக்க உருவத்தின் எல்லா கோணங்களும் செங்கோணங்கள். ஆகவே இது சதுரம். ஏன் என்பதை விவரிக்கவும்.

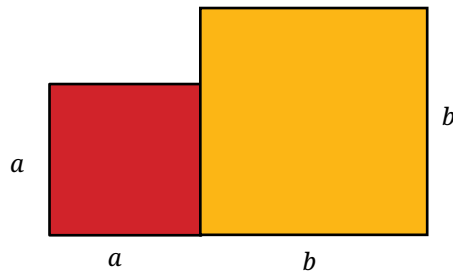
- இந்த புதிய சதுரத்தின் பக்க நீளமானது, ஈஈ மற்றும் இஇ பக்கங்களைக் கொண்ட செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணபக்கம் என்பதை கவனிக்கவும்.

- போதாயனரின் கருத்து தெளிவாக தற்பொழுது புரியும்

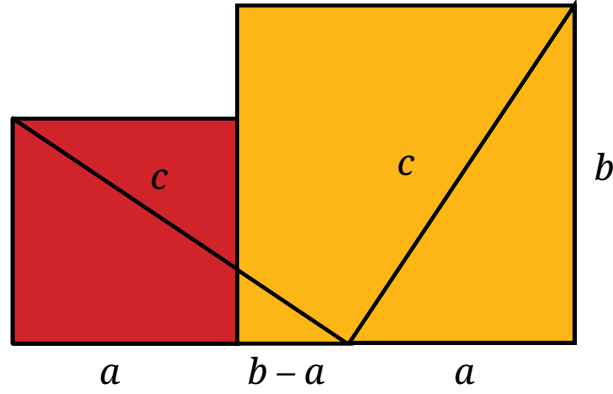
கர்ண பக்கத்தின் மீதுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு = T, U, மற்றும் V ன் பரப்பு V, W, மற்றும் X ன் பரப்பு = கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு சதுரங்களின் பரப்பு.



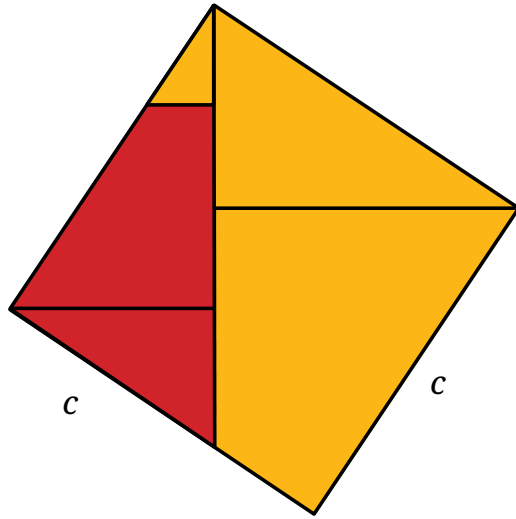
காகிதத்தைப் பயன்படுத்தி இரண்டு சதுரங்களை இணைத்தல் பின்வருமாறு வெவ்வேறு அளவுள்ள இரண்டு சதுரங்களை வெட்டி இணைக்கவும்.



இப்போது மூன்று துண்டுகளாக மாற்ற இரண்டு வெட்டுகளைச் செய்யவும்.

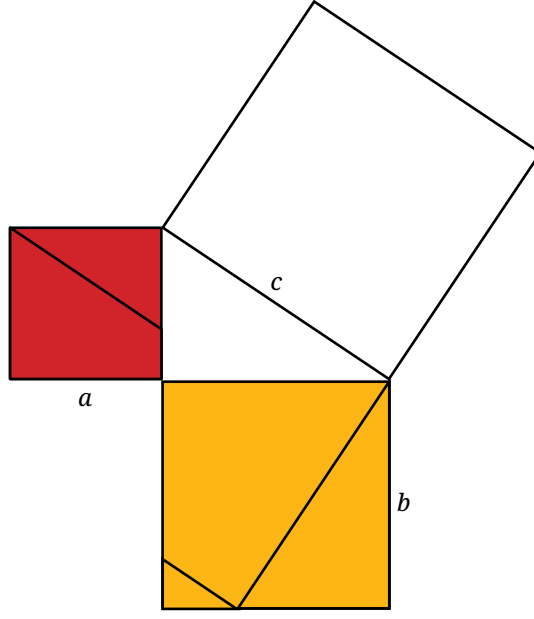


இந்த மூன்று துண்டுகளையும் ஒரு பெரிய சதுரமாக அடுக்கவும்.

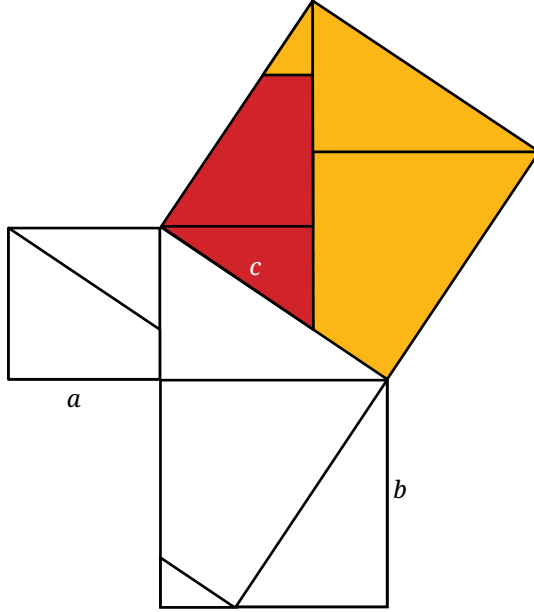


இப்போது நீங்கள் இரண்டு சிறிய சதுரங்களை ஒரு பெரிய சதுரமாக இணைத்துவிட்டீர்கள்!

இப்போது இரண்டு சிறிய சதுரங்களைப் பயன்படுத்தி ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை உருவாக்கவும். அதன் கர்ணத்தின் (hypotenuse) மீது ஒரு சதுரத்தை வரையவும்.



உங்கள் துண்டுகளைப் பயன்படுத்தி கர்ணத்தின் மீதுள்ள சதுரத்தை மூடவும்.



ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் சிறிய பக்கங்களின் நீளம் a மற்றும் b , ஆகவும் கர்ணத்தின் நீளம் c ஆகவும் இருந்தால் இரண்டு சிறிய சதுரங்களின் பரப்பளவுகளான a^2 மற்றும் b^2 ஆகியவற்றின் கூடுதல் பெரிய சதுரத்தின் பரப்பளவான c^2 க்குச் சமம் என்பதை இது காட்டுகிறது.

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

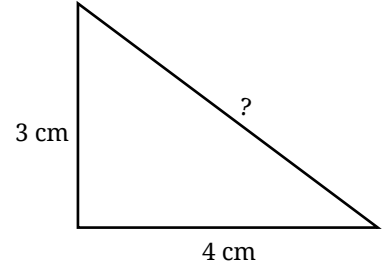
இது செங்கோண முக்கோணங்கள் குறித்த போதாயனரின் புகழ்பெற்ற அடிப்படையான தேற்றமாகும்.

செங்கோண முக்கோணங்கள் மீதான போதாயனரின் தேற்றம்: ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்க நீளங்கள் a , b , மற்றும் c , ஆக இருந்து அதில் c என்பது கர்ணத்தின் நீளமாக இருந்தால் $a^2 + b^2 = c^2$ ஆகும்.

வரலாற்றில் முதன்முதலில் இருந்த தேற்றத்தை இந்த அளவு பொதுவான மற்றும் நவீன வடிவில் கூறியவர் போதாயனர் ஆவார். இந்தத் தேற்றமானது கிரேக்க தத்துவஞானி மற்றும் கணிதவியலாளர் பைதகரஸின் (சுமார் கி மு 500) பெயரால் பைதாசுரஸ் தேற்றம் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது அவர் போதாயனருக்கு சில நூறு ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு வாழ்ந்தவர், மேலும் அவரும் இந்தத் தேற்றத்தைப் போற்றிப் பயின்றவர் இந்தத் தேற்றம் எதைக் குறிக்கிறது என்பதை அனைவரும் அறிந்து கொள்ளும் வகையில் இது பெரும்பாலும் 'போதாயன-பைதாசுரஸின் தேற்றம்' என்ற இடைக்காலப் பெயரால் அழைக்கப்படுகிறது.

போதாயனரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்துதல்

உங்கள் நோட்டுப்புத்தகத்தில் சிறிய பக்கங்களின் நீளம் 3 செ.மீ. மற்றும் 4 செ.மீ கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை வரையவும் இப்போது. அதன் கர்ணத்தின் (hypotenuse) நீளத்தை அளவிடவும் அது சரியாக 5 செ.மீ. என்று இருக்க வேண்டும்.



உண்மையில் கர்ணம் சரியாக 5 செ.மீ தான் என்று முன்கூட்டியே கணிக்க நாம் போதாயனரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தியிருக்கலாம்! இரண்டு சிறிய பக்கங்களின் நீளத்தை $a = 3$ மற்றும் $b = 4$ (செ.மீ இல்) என்று எடுத்துக்கொள்வோம் பிறகு போதாயனரின் தேற்றப்படி கர்ணத்தின் நீளம் c பின்வரும் சமன்பாட்டை நிறைவு செய்கிறது.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$3^2 + 4^2 = c^2$$

$$9 + 16 = c^2$$

$$25 = c^2$$

$$\text{ஆகவே } c = 5 \text{ cm.}$$

? கண்டறியுங்கள்

1. ஒரு செங்கோண முக்கோத்தின் சிறிய பக்கங்களின் நீளம் 5 செ.மீ. மற்றும் 12 செ.மீ. எனில் அதன் கர்ணத்தின் நீளம் என்ன? முதலில் இந்த பக்க அளவுகளைக் கொண்டு செங்கோண முக்கோணத்தை வரையவும். கர்ண பக்கத்தை அளக்கவும். பின் உங்கள் விடையை போதாயனரின் தேற்றத்தைக் கொண்டு சரிபார்க்கவும்.
2. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் சிறிய பக்கங்களில் ஒன்றின் நீளம் 8 செ.மீ. மற்றும் கர்ண பக்கத்தின் நீளம் 17 செ.மீ. எனில் மூன்றாவது பக்கத்தில் நீளம் கண்டுபிடிக்கவும். கொடுக்கப்பட்ட அளவில் முக்கோணம் வரைந்து அளக்கவும் விடை போதாயனரின் சூத்திரத்தைக் கொண்டு சரிபார்க்கவும்.
3. வரைதல்களாகக் கொண்டு கொடுக்கப்பட்ட சதுரத்தின் மூன்று மடங்கு பரப்பளவு உள்ள சதுரத்தை எவ்வாறு வரைவாய்? ஐந்து மடங்கு பரப்பளவு உள்ள சதுரத்தை எவ்வாறு வரைவாய்?
4. a, b மற்றும் c என்பன செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்கள், அவற்றில் c என்பது கர்ண பக்கம் எனக் கொண்டு விருபட்ட பக்க நீளத்தை பின்வரும் கணக்குகளில் கண்டுபிடி

(a) $a = 5, b = 7$	(b) $a = 8, b = 12$	(c) $a = 9, c = 15$
(d) $a = 7, b = 12$	(e) $a = 1.5, b = 3.5$	

9.5 முழுக்களை பக்க அளவுகளாக கொண்ட செங்கோண முக்கோணங்கள்

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்க நீளங்களாக அமையும் (அதாவது $a^2 + b^2 = c^2$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும்) அத்தகைய (a, b, c) எண்கள் போதாயன் மூன்றன் தொகுதிகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன அவை (3, 4, 5), (5, 12, 13) (8, 15, 17), (7, 24, 25), (12, 35, 37), மற்றும் (15, 36, 39). 'போதாயன் பைதகரஸ் மூன்றின் தொகுதிகள்' 'பைதாகோரியன் மூன்றன் தொகுதிகள்' 'செங்கோண முக்கோண மூன்றன் தொகுதிகள்' என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.

- ? 20க்கும் குறைவான அல்லது சமமான எண்களைக் கொண்ட அனைத்து போதாயன் மூன்றன் தொகுதிகளையும் பட்டியலிடுங்கள்.**



- ? முடிவற்ற எண்ணிக்கையிலான போதாயன் மூன்றன் தொகுதிகள் உள்ளனவா? கணிதவியலாளர்கள் இந்தக் கேள்விக்குப் பதிலளித்துள்ளனர் மற்றும் அத்தகைய அனைத்து மூன்றன் தொகுதிகளையும் உருவாக்குவதற்கான**

ஒரு முறையையும் கண்டறிந்துள்ளனர்! இந்த முறையில் சில படிக்களை நாம் காண்போம். (3, 4, 5) என்பது ஒரு போதாயன மூன்றன் தொகுதிகள் என்பதை நாம் பார்த்தோம்

② (30, 40, 50) என்பது ஒரு போதாயன மூன்றன் தொகுதியா?

(300, 400, 500) என்பது ஒரு போதாயன மூன்றன் தொகுதியா?

20க்கும் குறைவான அல்லது சமமான எண்களைக் கொண்ட போதாயன மூன்றன் தொகுதிகளின் பட்டியல், பின்வரும் மூன்றன் தொகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.

(3, 4, 5), (6, 8, 10), (9, 12, 15), (12, 16, 20).

② இவற்றுக்கிடையே ஏதேனும் ஒரு முறையை உங்களால் காண முடிகிறதா?

இந்த மூன்றன் தொகுதிகள் அனைத்தும் (3, 4, 5) ன் ஒவ்வொரு எண்ணையும் ஒரு குறிப்பிட்ட மிகை முழு எண்ணால் பெருக்குவதன் மூலம் பெறப்படுகின்றன.

② கருதுகோள் : k என்பது ஓர் நேர் முழு எண் எனில் $(3k, 4k, 5k)$ என்பதும் ஒரு போதாயன மூன்றன் தொகுதிகள் ஆகும் இது உண்மையா?

② இது உண்மையா?

நாம் $(3k)^2 + (4k)^2 = (5k)^2$ இதனை சரிபார்க்க வேண்டும்

$(3k)^2 + (4k)^2 = 9k^2 + 16k^2 = 25k^2$, அது $(5k)^2$ க்கு சமமாகிறது.

ஆகவே $(3k, 4k, 5k)$ ஒரு போதாயன மூன்றன் தொகுதிகள் ஆகிறது.

இது எண்ணற்ற போதாயன மூன்றன் தொகுதிகள் உள்ளன என்பதைக் காட்டுகிறது.

இந்த கருதுகோளை மேலும் பொதுவாக்கலாமா

② இந்த பகா எண் மூன்றின் தொகுதிகளுக்கு ஏற்ற 5 அளவிடப்பட்ட தொகுதிகளை எழுது இந்த அளவிடப்பட்ட தொகுதிகள் பகா எண் தொகுதிகளா?

② (a, b, c) என்பன போதாயன மூன்றன் தொகுதிகள் எனில் (ka, kb, kc) எனப்படும் போதாயன மூன்றன் தொகுதிகள் ஆகும். இந்த கூற்று உண்மையா?

இந்தக் கூற்று உண்மை என்பதை அதே வழியில் நிரூபிக்கலாம் (a, b, c) என்பது போதாயனா மூன்றன் தொகுதிகள் என்பதால் $a^2 + b^2 = c^2$ என்பதை அறிவோம், இப்பொழுது $(ka)^2 + (kb)^2 = (kc)^2$ சரியா என்பதை சோதிக்க வேண்டும்

$$(ka)^2 = ka \times ka = k^2 a^2, \text{ and } (kb)^2 = kb \times kb = k^2 b^2.$$

$$\text{ஆகவே } (ka)^2 + (kb)^2 = k^2 a^2 + k^2 b^2.$$

பொது காரணியை எடுத்தால், நமக்கு

$$(ka)^2 + (kb)^2 = k^2 (a^2 + b^2).$$

$a^2 + b^2 = c^2$ ஆனதால்

$$(ka)^2 + (kb)^2 = k^2 c^2 = (kc)^2.$$

எனவே (a, b, c) என்பது போதாயன மூன்றன் தொகுதிகள் ஆனதால் (ka, kb, kc) என்பதும் மூன்றன் தொகுதிகள் ஆகிறது. (ka, kb, kc) என்பது (a, b, c) ன் அளவிடப்பட்ட மதிப்பு (Scaled Version) என்று அழைக்கிறோம்.

1ஐ விட பெரிய பொதுவான காரணி இல்லாத போதாயன மூன்றன் தொகுதிகள் எனப்படுகின்றன. ஆகவே (3, 4, 5) மற்றும் (9,12,15) ஒரு பகா எண் மூன்றன் தொகுதி ஆகும்.

? (5, 12, 13) என்பது ஒரு பகா எண் போதாயன மூன்றன் தொகுதிகளா? 20 க்கு குறைவான அல்லது சமமான மற்ற பகா எண் போதாயன மூன்றன் தொகுதிகளை எழுதுக.

? இந்த பகா எண் மூன்றன் தொகுதிகளுக்கு ஏற்ற 5 அளவிடப்பட்ட தொகுதிகளை எழுது இந்த அளவிடப்பட்ட தொகுதிகள் பகா எண் தொகுதிகளா?

? (a, b, c) என்பது பகா எண் அல்லாத மூன்றின் தொகுதிகள் மற்றும் f என்பது 1ஐ விட அதிகமான பொது காரணி எனில் $\left(\frac{a}{f}, \frac{b}{f}, \frac{c}{f}\right)$ என்பது போதாயன மூன்றின் தொகுதியா? இதனை (9, 12, 15)க்கு சரிபார். உனது விடையை நியாயப்படுத்து.

எல்லா மூன்றின் தொகுதிகளை நாம் கண்டுபிடித்தால் எல்லா போதாயன தொகுதிகளை நாம் காணலாம்.

? எவ்வாறு நாம் பகா எண் மூன்றன் தொகுதிகளை உருவாக்கலாம்?

அடுத்தடுத்த ஒன்றை எண்களின் கூடுதல் மற்றும் வர்க எண்களின்

இவற்றிற்கு இடையே உள்ள தொடர்பை நாம் அறிவோம்.

$$\begin{aligned} 1 &= 1^2 \\ 1 + 3 &= 2^2 \\ 1 + 3 + 5 &= 3^2 \end{aligned}$$

முதல் n ஒன்றை எண்களின் கூடுதல் n^2 இதனை இயற்கணித முறையில் கூறலாம்

? இதற்கு நமக்கு n வது ஒன்றை எண் தெரிய வேண்டும். அது என்ன? n வது ஒன்றை எண் $2n - 1$ ஆகும். ஆகவே

$$\underbrace{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 3) + (2n - 1)}_{\text{முதல் } (n - 1) \text{ ஒன்றை எண்களின் கூடுதல்}} = n^2$$

? முதல் $(n - 1)$ ஒன்றை எண்களின் கூடுதல் என்ன?

$$(n - 1)^2 + (2n - 1) = n^2.$$

இந்த சமன்பாட்டை $(n - 1)^2$ ஐ விரிவு படுத்தி அதனுடன் $2n - 1$ ஐக் கூட்டுவதன் மூலம் நேரடியாகப் பெற முடியும் என்பதைக் கவனியுங்கள்?

n வது ஒன்றை எண்ணான $2n - 1$ என்பது ஒரு வர்க எண்ணாக இருந்தால் ஒரு வர்க எண்ணுடன் மற்றொரு வர்க எண்ணைக் கூட்டினால் வரும் விடை ஓர் வர்க்க எண்ணாக இருக்கும். போதாயன மூன்றன் தொகுதிகளை உருவாக்க இதனை நாம் பயன்படுத்தலாம்.

1. 9 என்பது ஓர் ஒன்றைப் படை எண் இது 5 வது ஒன்றைப் படை எண் ஆகவே ($9 = 2 \times 5 - 1$).

$$\begin{aligned} 1 + 3 + 5 + 7 + 9 &= 5^2 \\ 4^2 + 3^2 &= 5^2 \end{aligned}$$

? $(n - 1)^2 + (2n - 1) = n^2$ என்ற சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி இந்த மூன்றன் தொகுதிகளை பெற்றிருக்க முடியுமா? நாம் 5 வது ஒன்றை எண்ணை எடுத்ததால் n ன் மதிப்பு 5 ஆகும் சமன் பாட்டில் $n = 5$ என பிரதியிட்டால் நமக்குக் கிடைப்பது

$$\begin{aligned} (5 - 1)^2 + 9 &= 5^2 \\ 4^2 + 3^2 &= 5^2. \end{aligned}$$

2. 25 என்பது ஓர் ஒன்றைப்படை வர்க எண். இது 13 வது ஒன்றை எண் ஆகும். ($25 = 2 \times 13 - 1$). ஆகவே,

$$1 + 3 + 5 + \dots + 23 + 25 = 13^2$$

$$12^2 + 5^2 = 13^2$$

நமக்கு $n = 13$.
இதனை சமன்பாட்டில்
பிரதியிட்டால்
 $(13 - 1)^2 + 25 = 13^2$
 $12^2 + 5^2 = 13^2$
என கிடைக்கும்

? கண்டறியுங்கள் :

1. இந்த முறையைப் பயன்படுத்தி மேலும் 5 போதாயன மூன்றன் தொகுதிகளை கண்டறியவும்.
2. இந்த முறையில் பகு எண்களுக்கு போதாயன மூன்றன் தொகுதியில் எழுத முடியுமா?

(குறிப்பு : செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ண பக்கத்தின் நீளம் மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் ஒரு பக்கத்தை விட 1 குறைவு என்பதைக் காண்க)

3. பகா எண்களின் மூன்றன் தொகுதிகள் இந்த முறையில் பெற முடியுமா? ஆம் எனில் உதாரணம் கொடு.



9.6 ஒரு மிகப் பழமையான கணக்கு

17ம் நூற்றாண்டில் போதாயனாரின் மூன்றன் தொகுதிகள் பெருமை வாய்ந்த பிரென்சு கணித அறிஞர் பெர்மாட்டை (Fermat) ஈர்த்தது

இரண்டு வர்க்க எண்களின் கூடுதலாக எழுதக்கூடிய வர்க்க எண்கள் முடிவில்லாமல் உள்ள என்பதை நாம் பார்த்தோம் இது பெர்மாட்டை (Fermat) ஒரு கேள்வி கேட்கத் தூண்டியது. இரண்டு முழு கன எண்களின் (cube) கூடுதலாக மற்றொரு முழு கன எண்ணையோ, அல்லது இரண்டு நான்காம் அடுக்கு எண்களின் கூடுதலாக மற்றொரு நான்காம் அடுக்கு எண்ணையோ எழுத முடியுமா? அதாவது. பின்வரும் சமன்பாட்டிற்குத்தீர்வு உள்ளதா?

$$x^n + y^n = z^n,$$

இதில் x, y , மற்றும் z ஆகியவை இயல் எண்கள் மற்றும் $n > 2$.

போதாயன மூவொன்றுகள் போன்ற மிகை முழு எண்களின் பண்புகள் மற்றும் முறைகளைப் பற்றிய ஒரு புத்தகத்தின் ஓரத்தில், பெர்மாட் எழுதினார்.

எண்களின் முடிவற்ற வரிசையில், இரண்டு முழு கன எண்களின் கூடுதலாக அமையும் ஒரு முழு கன எண்ணையோ, அல்லது இரண்டு நான்காம் அடுக்கு எண்களின் கூடுதலாக அமையும் ஒரு நான்காம் அடுக்கு எண்ணையோ உங்களால் கண்டறிய முடியாது. எனவே, 2-ஐ விட அதிகமான அடுக்குகளுக்கு இந்தச் சமன்பாட்டிற்குத் தீர்வு இல்லை. இதைக் குறிப்பிட்டதோடு மட்டுமல்லாமல், பெர்மாட் எழுதினார்.

“இந்தக் கூற்றிற்கான உண்மையிலேயே ஒரு அற்புதமான ஆதாரத்தை நான் கண்டறிந்துள்ளேன், ஆனால் இந்தப் புத்தகத்தின் ஓரம் அதை எழுதுவதற்கு மிகவும் சிறியதாக உள்ளது”



பெர்மாட்டின் கடைசி தேற்றம் (Fermat's Last Theorem) என்று அழைக்கப்படும் இந்தக் கூற்றிற்கான பெர்மாட்டின் ஆதாரத்தை யாராலும் கண்டறிய முடியவில்லை.

அவரது இறப்பிற்குப் பிறகு, பல சிறந்த கணிதவியலாளர்கள் இந்தத் தேற்றத்தை நிரூபிக்க முயன்றனர். அதை நிரூபிக்க மேற்கொள்ளப்பட்ட முயற்சிகள் 300 ஆண்டுகளுக்கும் மேலாகத் தோல்வியடைந்தன.

1963-ல் ஆண்ட்ரூ வைல்ஸ் (Andrew Wiles) என்ற 10 வயது சிறுவன் பெர்மாட்டின் கடைசி தேற்றம் மற்றும் அதன் வரலாற்றைப் பற்றிய ஒரு புத்தகத்தைப் படித்தான். பல சிறந்த கணிதவியலாளர்களின் தோல்விகளைப் பற்றிப் படித்தபோதிலும், அவன் அதை நிரூபிக்க விரும்பினான்.

சுமார் 30 ஆண்டுகால தீவிர உழைப்பிற்குப் பிறகு 1994-ல் ஆண்ட்ரூ வைல்ஸ் இறுதியாக இந்தத் தேற்றத்தை நிரூபித்தார். அவரது ஆதாரம் 100 பக்கங்களுக்கு மேல் நீளமானது மற்றும் மிகவும் சிக்கலான நவீன கணிதத்தைப் பயன்படுத்தியது.

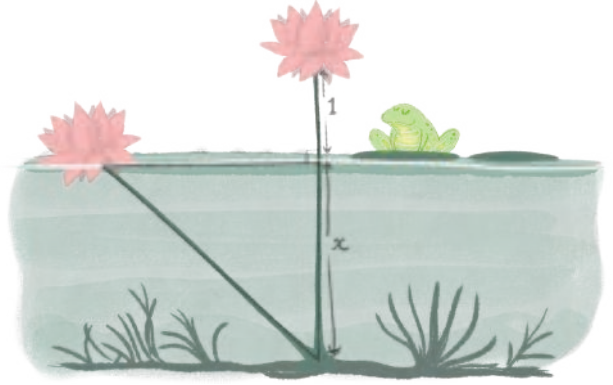
போதாயன-பைதாகரசின் தேற்றத்தின் பயன்பாடுகள்

போதாயன-பைதாகரசின் தேற்றம் வடிவியலின் அடிப்படைத் தேற்றங்களில் ஒன்றாகும். அதன் சில பயன்பாடுகளைப் பார்ப்போம்.

9.7 பாஸ்கராச்சாரியாவின் லீலாவதியிலிருந்து ஒரு கணக்கு

பின்வருவது பாஸ்கராச்சாரியாவின் (பாஸ்கரா (II) லீலாவதி Lilāvati நூலில் உள்ள ஒரு கணக்கின் மொழிபெயர்ப்பாகும் நீங்கள் வாசிப்பதை கற்பனை செய்து பார்க்க முயலுங்கள்.

? சக்கரவாக மற்றும் கிரௌஞ்ச பறவைகள் சூழ்ந்த ஒரு ஏரியில், ஒரு தாமரை மலர் தண்ணீருக்கு வெளியே எட்டிப் பார்க்கிறது. அதன் தண்டின் நுனி தண்ணீருக்கு மேலே 1 அலகு உயரத்தில் உள்ளது. மென்மையான காற்றினால் அசைக்கப்படும் போது, அதன் நுனி தண்டின் அசல் நிலையிலிருந்து 3 அலகுகள் தொலைவில் தண்ணீரைத் தொடுகிறது. ஏரியின் ஆழத்தை விரைவாகச் சொல்.



முதல் பார்வையில், தீர்வைக்காண போதுமான அளவுகள் இல்லை என்பது போலத் தோன்றும். ஆனால் தீர்வு உள்ளது.

தண்ணீருக்குள் இருக்கும் தண்டின் நீளம் என்க. இதுவே ஏரியின் தேவையான ஆழமாகும். தாமரைத் தண்டு தண்ணீருக்கு மேலே 1 அலகு நீட்டிக்கொண்டிருப்பதால், தண்டின் மொத்த நீளம் $x + 1$ ஆகும்.

தாமரைத் தண்டு முதல் நிலையில் நீரின் மேற்பரப்பிற்குச் செங்குத்தாக இருப்பதாக நாம் கற்பனை செய்யலாம். இந்த கற்பனையின் மூலம் நாம் 3, x மற்றும் ஆகிய பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோண

த்தைப் பெறுகிறோம். போதையானையை - பைதாகரசின் தேற்றத்தை நிறைவு செய்வதால். நமக்குக் கிடைப்பது.

$$3^2 + x^2 = (x + 1)^2$$

$$9 + x^2 = x^2 + 2x + 1.$$

இருபுறமும் x^2 ஐக் கழித்தால், நமக்குக் கிடைப்பது

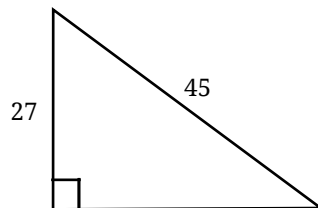
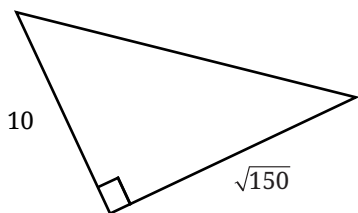
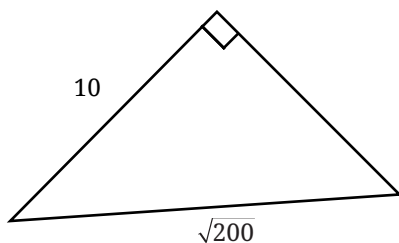
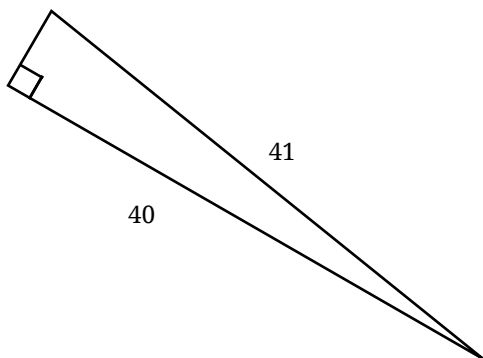
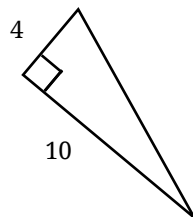
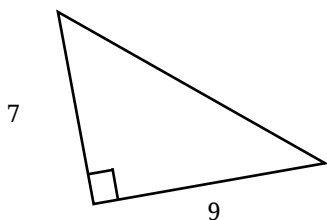
$$9 = 2x + 1.$$

$$x = 4.$$

ஏரியின் ஆழம் 4 அலகுகள்

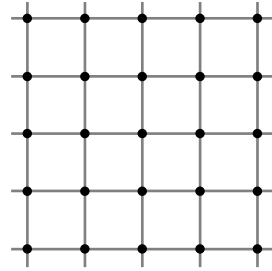
? கண்டறியுங்கள்

1. பக்க அளவு 5 செமீ உள்ள சதுரத்தின் மூலைவிட்டத்தைக் கண்டுபிடி.
2. பின்வரும் செங்கோண முக்கோணங்களில் விடுபட்ட அளவை காண்க.



3. மூலைவிட்டங்களின் நீளம் 24 அலகுகள் மற்றும் 70 அலகுகள் கொண்ட ஒரு சாய்சதுரத்தின் (rhombus) பக்க நீளத்தைக் கண்டறியவும்.
4. கர்ணம் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் மிக நீளமான பக்கமா? உங்கள் பதிலை நியாப்படுத்தவும்.
5. சரியா அல்லது தவறா-ஒவ்வொரு போதாயன மூன்றன் தொகுதி ஒரு பகா எண் மூன்றன் தொகுதி அல்லது ஒரு தொடக்கநிலை மூன்றன் தொகுதி அளவிடப்பட்ட பதிப்பாகும்.
6. பக்க நீளங்கள் மற்றும் மூலைவிட்டங்கள் அனைத்தும் முழு எண்களாகக் கொண்ட 5 செவ்வகங்களுக்கு உதாரணங்கள் கொடுக்கவும்.
7. 5 அலகுகள் மற்றும் 7 அலகுகள் பக்க நீளம் கொண்ட சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் வித்தியாசத்திற்குச் சமமான பரப்பளவு கொண்ட ஒரு சதுரத்தை உருவாக்கவும்.
8. (i) ஒரு கட்டத்தின் புள்ளிகளை உச்சிகளாகப் பயன்படுத்தி (a) 2 ச அலகுகள் (b) 3 ச அலகுகள் (c) 4 ச அலகுகள் மற்றும் (d) 5 ச அலகுகள் பரப்பளவு கொண்ட ஒரு சதுரத்தை உங்களால் உருவாக்க முடியுமா?
(ii) கட்டம் முடிவில்லாமல் நீண்டுள்ளது என்று வைத்துக்கொள்வோம் இந்த முறையில் நீங்கள் உருவாக்கக்கூடிய சாத்தியமான முழு எண் மதிப்பு கொண்ட சதுரப் பரப்பளவுகள் யாவை?
9. பக்க நீளம் கொண்ட ஒரு சம்பக்க முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் கண்டறியவும்.

(குறிப்பு: ஒரு குத்துக்கோடானது எதிர் பக்கத்தை இருசமக்கூறிடும் என்பதைக் காட்டவும் இதைப் பயன்படுத்தி உயரத்தைக் கண்டறியவும்.



சுருக்கம்

- போதாயன-பைதகரசின் தேற்றம் வடிவியலின் மிக அடிப்படையான தேற்றங்களில் ஒன்றாகும் இது ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுக்கு இடையிலான உறவை வெளிப்படுத்துகிறது.
- ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்க நீளங்கள் a, b, c , ஆக இருந்து c என்பது கர்ணத்தின் நீளமாக இருந்தால் $a^2 + b^2 = c^2$ ஆகும்.
- a, a, c , என்ற பக்கநீளங்களைக் கொண்ட ஒரு இரு சம்பக்க முக்கோணத்தில் நமக்கு $a^2 + a^2 = 2a^2 = c^2$, என்ற தொடர்பு உள்ளது. அதாவது $c = a\sqrt{2}$.
- $\sqrt{2}$ என்ற எண் 1.414 மற்றும் 1.415 க்கு இடையில் அமைகிறது இருப்பினும் இதை ஒரு முடிவுறு தசம எண்ணாக வெளிப்படுத்த முடியாது மேலும் இதை m, n மிகை முழு எண்களாகக் கொண்ட $\frac{m}{n}$ என்ற பின்னமாகவும் வெளிப்படுத்த முடியாது.
- $a^2 + b^2 = c^2$ என்பதை நிறைவு செய்யும் மிகை முழு எண்களின் மூன்றன் தொகுதி (a, b, c) போதாயன பைதகரஸ் மூன்றன் தொகுதி என்று அழைக்கப்படுகிறது. உதாரணங்களில் (3, 4, 5), (6, 8, 10), மற்றும் (5, 12, 13) ஆகியவை அடங்கும் இத்தகைய எண்ணற்ற மூன்றன் தொகுதிகளை உருவாக்க முடியும்.
- $n > 2$ ஆக இருக்கும்போது $a^n + b^n = c^n$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு மிகை முழு எண்களில் தீர்வு இல்லை இது பெர்மாட்டின் கடைசி தேற்றம் என்று அழைக்கப்படுகிறது இது 1994 ல் ஆண்ட்ரூ வைல்ஸால் நிரூபிக்கப்பட்டது.



இது புதிர் நேரம்!

நிறங்களைக் கண்டறியுங்கள்

அங்கே மூன்று மூடப்பட்ட பெட்டிகள் உள்ளன - ஒன்றில் சிவப்பு நிறப் பந்துகள் மட்டுமே உள்ளன. இரண்டாவதில் நீல நிறப் பந்துகள் மட்டுமே உள்ளன மற்றும் மூன்றாவதில் பச்சை நிறப் பந்துகள் மட்டுமே உள்ளன. அந்த பெட்டிகளின் மேல் சிவப்பு, நீலம் மற்றும் பச்சை என்று லேபிள்கள் ஒட்டப்பட்டுள்ளன ஆனால், எந்தவொரு பெட்டியிலும் சரியான லேபிள் ஒட்டப்படவில்லை (அனைத்து லேபிள்களும் தவறானவை) எந்த லேபிள் எந்தப் பெட்டிக்குச் சொந்தமானது என்பதை நாம் கண்டறிய வேண்டும் ஒரே ஒரு பெட்டியை மட்டும் திறக்க அனுமதி அளிக்கப்பட்டால் இதை எவ்வாறு செய்ய முடியும்.





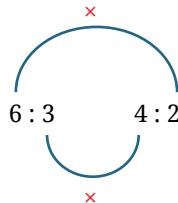
10.1 விகிதசமத்தன்மை-ஒரு விரைவான திருப்புதல்

முந்தைய அத்தியாயத்தில், அளவுகளுக்கு இடையிலான விகிதசம உறவுகளை ஆராய்ந்தோம். மேலும் அத்தைகைய உறவுகளைக் குறிக்க விகிதக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தினோம். இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தொடர்புடைய அளவுகள் ஒரே காரணியால் மாறும்போது, அந்த உறவை விகிதசம உறவு என்று அழைக்கிறோம். உதாரணமாக, இட்லி மாவு அரிசி மற்றும் உளுத்தம் பருப்பைக் கலந்து தயாரிக்கப்படுகிறது. இந்த இரண்டின் விகிதத்தில் பிராந்திய வேறுபாடுகள் இருக்கலாம் பயன்படுத்தப்படும் விகிதசமங்களில் ஒன்று 2 கப் அரிசிக்கு, 1 கப் உளுத்தம்பருப்பைச் சேர்க்கிறோம். 2 : 1 என்ற விகிதக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி இந்த உறவை நாம் பிரதிநிதித்துவப்படுத்துகிறோம்.

? விஸ்வநாத் 6 கப் அரிசியுடன் 3 கப் உளுத்தம்பருப்பு சேர்த்து இட்லி செய்தார். அதே நேரத்தில் புனித் 4 கப் அரிசியுடன் 2 கப் உளுத்தம்பருப்பு சேர்த்து இட்லி செய்தார். அதே மாதிரி சமைத்தால், அவர்களின் இட்லியும் அதே ருசியாக இருக்குமா?

விஸ்வநாத்தின் கலவையை 6 : 3 என்றும், புனித்தின் கலவையை 4 : 2 என்றும் குறிப்பிடலாம்.

இந்த இரண்டு விகிதங்களும் விகிதசமமானவை என்பதை சரிபார்க்க, நாம் குறுக்கு-பெருக்கல் முறையைப் பயன்படுத்தலாம் என்பதை நினைவில் கொள்க.



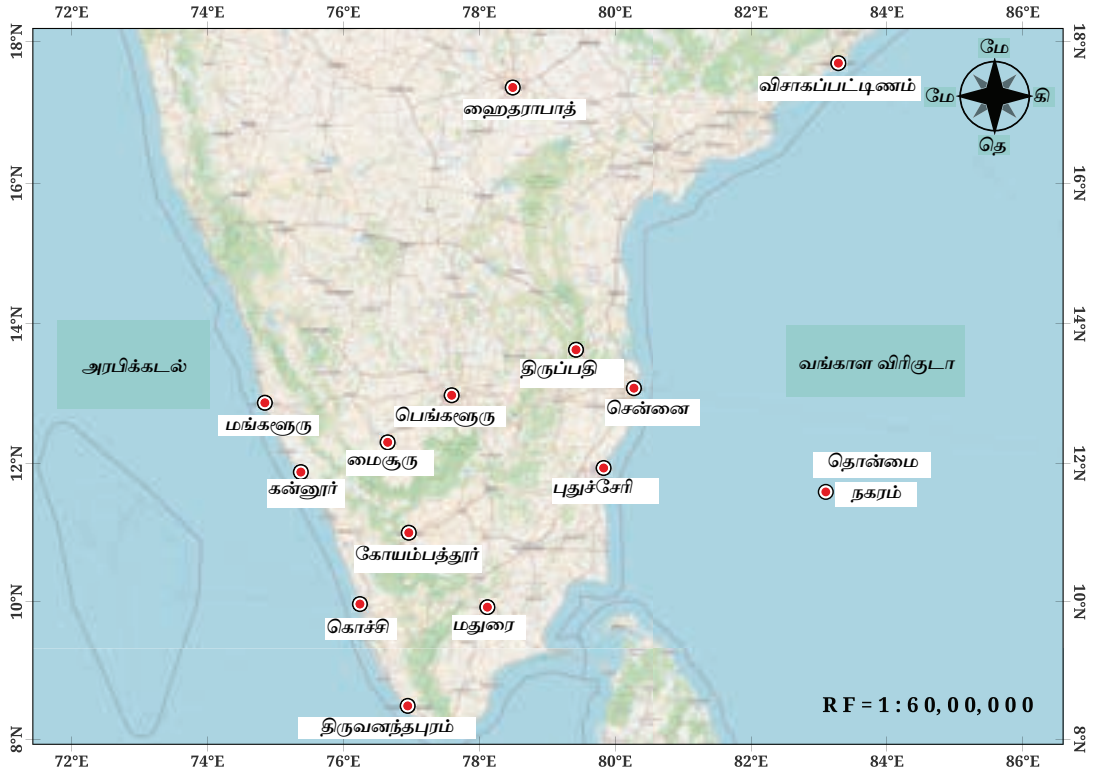
இரண்டு பொருட்களும் ஒன்றே (12). எனவே, இரண்டு விகிதங்களும் விகிதசமமாகும். மற்ற எல்லாப் பொருட்களும் விகிதசமமாக இருந்தால், இடிலிகளும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும்!

பொதுவாக, $a:b$ மற்றும் $c:d$ ஆகிய இரண்டு விகிதங்கள் விகிதசமமானது என்று நாம் கூறலாம். அப்படியானால்

$$a \times d = b \times c$$

$$\text{அல்லது } \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

வரைபடங்களில் 10.2 விகிதங்கள்



? பல வரைபடங்களில், வழக்கமாக வரைபடத்தின் கீழ் வலது மூலையில் ஒரு விகிதம் கொடுக்கப்பட்டிருப்பதை நீங்கள் கவனித்திருக்கிறீர்களா? இது வழக்கமாக 1 மற்றும் 1 : 60,00,000 போன்ற மிகப் பெரிய எண்ணைக் கொண்டிருக்கும் RF 1 : 60,00,000 என்றால் என்ன? அது எதைக் குறிக்கிறது? உங்களால் யூகிக்க முடியுமா?

பிரதிநிதித்துவ பின்னம் (RF) என்பது வரைபடத்தில் உள்ள தூரத்திற்கும் தரையில் உள்ள உண்மையான தூரத்திற்கும் இடையிலான விகிதத்தைக் காட்டும் ஒரு வெளிப்பாடு ஆகும்.

உதாரணமாக, ஒரு வரைபடத்தில் விகிதம் 1 : 60,00,000, எனில் வரைபடத்தில் 1 cm தூரம் என்பது 60,00,000 செ.மீ. புவியியல் தூரத்திற்குச் சமம் என்று பொருள்.

? 60,00,000 செ.மீ. யை கிலோமீட்டராக மாற்றவும்.

இது 60 கி.மீ இதை சரிபார்க்கவும்.

? மேலே உள்ள வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி, பெங்களூருக்கும் சென்னைக்கும் இடையிலான புவியியல் தூரத்தைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? மேலும், மங்களூருக்கும் சென்னைக்கும் இடையிலான புவியியல் தூரத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(குறிப்பு : வரைபடத்தில் நகரங்களுக்கு இடையிலான தூரத்தைக் கண்டறிய ஒரு அளவுகோலைப் பயன்படுத்தவும், பின்னர், வரைபடத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விகிதத்தைப் பயன்படுத்தி உண்மையான புவியியல் தூரத்தைக் கண்டறியவும்)

? வெவ்வேறு அளவுகோல்கள் (விகிதங்கள்) கொண்ட வெவ்வேறு வரைபடங்களைப் பயன்படுத்தி ஒரே இரண்டு ஜோடி நகரங்களுக்கு இடையிலான தூரத்தைக் கண்டுபிடிக்க முயற்சிக்கவும். அவை அனைத்தும் தோராயமாக ஒரே புவியியல் தூரத்தைக் கொடுகின்றனவா?

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு : வரைபடங்கள் மற்றும் அட்லஸ்களை வகுப்பறைக்குக் கொண்டு வந்து வரைபடத்தில் விகிதமாக (பொதுவாக கீழ் வலது மூலையில்) கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவைக் கவனிக்க மாணவர்களை ஊக்குவிக்கவும். நூலகத்தில் உள்ள வரைபடங்கள் மற்றும் அட்லஸ்களைப் பயன்படுத்தி, உள்ளூர் ஆர்வமுள்ள இரண்டு இடங்களுக்கு இடையேயான புவியியல் தூரங்களைக் கண்டுபிடிக்க மாணவர்களைக் கேளுங்கள்.

அவர்களுக்கு ஒரே மாதிரியான தூரங்கள் கிடைக்கிறதா? என்று ஒருவருக்கொருவர் சரிபார்க்கவும். தூரங்கள் மிகவும் வித்தியாசமாக இருந்தால் காரணங்களைக் கண்டறியவும் சொல்லுங்கள்

வரைபடம் உருவாக்கும் செயல்பாடு : மாணவர்கள் தங்கள் வகுப்பறையின் வரைபடத்தை துல்லியமான அளவுகோல் (1.50 என்ற விகிதம்) கொண்டு வரைய வழிகாட்டவும். வகுப்பறையில் உள்ள ஆசிரியரின் மேசை, கரும்பலகை, மின் விசிறிகள் மற்றும் விளக்குகள் போன்ற பல்வேறு பொருட்களின் இருப்பிடத்தை அளவுகோலுக்கு ஏற்ப குறிக்க வேண்டும். மாணவர்கள் மின்விசிறிகள் விளக்குகள், மேசைகள், நாற்காலிகள் போன்ற பல்வேறு பொருட்களைக் குறிக்க பொருத்தமான சின்னங்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

10.3 க்கும் மேற்பட்ட சொற்களைக் கொண்ட விகிதங்கள்

விஸ்வநாத் ஒரு மசாலா கலவைப் பொடியை பரிசோதித்து வருகிறார். அவர் 8 தேக்கரண்டி கொத்தமல்லி விதைகள், 4 சிவப்பு மிளகாய், 2 தேக்கரண்டி துவரம்பருப்பு மற்றும் 1 தேக்கரண்டி வெந்தய விதைகளை அரைத்து இந்தப் பொடியை தயாரிக்கிறார். அவரது மசாலா கலவைப் பொடிக்கு, கொத்தமல்லி விதைகள், சிவப்பு மிளகாய், துவரம் பருப்பு, வெந்தயம் ஆகியவற்றின் விகிதம்



8 : 4 : 2 : 1.

விகிதம் 4 உறுப்புகளைக் கொண்டுள்ளது என்பதைக் கவனியுங்கள். விகிதசம உறவைப் பராமரிக்க ஒவ்வொரு அளவுகளும் ஒரே காரணியால் மாறினால் விகிதங்கள் பல உறுப்புகளைக் கொண்டிருக்கலாம்.

? புனீத் சமையலறையில் 2 சிவப்பு மிளகாய்கள் மட்டுமே உள்ளன. ஆனால், அவர் விஸ்வநாத்தின் மசாலா கலவைப் பொடியைப் போலவே சுவையான மசாலா கலவைப் பொடியைச் செய்ய விரும்புகிறார். புனீத் தனது மசாலா கலவைப் பொடியைத் தயாரிக்க மற்ற பொருட்களிலிருந்து எவ்வளவு பயன்படுத்த வேண்டும்?

புனீத்தின் மசாலா கலவைப் பொடி விஸ்வநாத்தின் மசாலா கலவைப் பொடியைப் போலவே இருக்க, அனைத்து பொருட்களின் விகிதமும் விஸ்வநாத்தின் மசாலா கலவைப் பொடியைப் போலவே இருக்க வேண்டும், புனீத்திடம் 2 சிவப்பு மிளகாய்கள் மட்டுமே உள்ளன. விஸ்வநாத் தனது

கலவையில் பயன்படுத்திய மிளகாயின் எண்ணிக்கையில் பாதி அவரிடம் உள்ளது. எனவே, மற்ற பொருட்களின் அளவையும் பாதியாகக் குறைக்க வேண்டும்.

எனவே, புனீத் 4 தேக்கரண்டி கொத்தமல்லி விதைகள், 2 சிவப்பு மிளகாய், 1 ஸ்பூன் துவரம்பருப்பு, அரை ஸ்பூன் வெந்தயம் விகிதம்

$$4 : 2 : 1 : 0.5.$$

இரண்டு விகிதங்களும் ஒன்றுக்கொன்று விகிதசமமாகும். இதை நாம் இவ்வாறு குறிப்பிடுகிறோம்

$$8 : 4 : 2 : 1 :: 4 : 2 : 1 : 0.5.$$

பொதுவாக, பல உறுப்புகளைக் கொண்ட இரண்டு விகிதங்கள் விகிதசமமாக இருக்கும்போது

$$a : b : c : d :: p : q : r : s$$

பிறகு,

$$\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r} = \frac{d}{s}.$$

? எடுத்துக்காட்டு 1 : ஊதா நிறத்தின் சிறப்பு நிறத்தை உருவாக்க, சிவப்பு; நீலம் : வெள்ளை : 2 : 3 : 5 என்ற விகிதத்தில் வண்ணப் பூச்சைக் கலக்க வேண்டும். யாஸ்மினிடம் 10 லிட்டர் வெள்ளை வண்ணப்பூச்சு இருந்தால் அதே, ஊதா நிற நிழலைப் பெற எத்தனை லிட்டர் சிவப்பு மற்றும் நீல வண்ணப் பூச்சுகளை சேர்க்க வேண்டும்.

2 : 3 : 5 என்ற விகிதத்தில் வெள்ளை வண்ணப்பூச்சு 5 பகுதிகளுக்கு ஒத்திருக்கிறது.

5 பாகங்கள் 10 லிட்டர் என்றால், 1 பாகம் $10 \div 5 = 2$ லிட்டர்

$$\text{சிவப்பு} = 2 \text{ பாகங்கள்} = 2 \times 2 = 4 \text{ லிட்டர்கள்}$$

$$\text{நீலம்} = 3 \text{ பாகங்கள்} = 3 \times 2 = 6 \text{ லிட்டர்கள்}$$

எனவே, ஊதா நிற வண்ணப்பூச்சில் 4 லிட்டர் சிவப்பு, 6 லிட்டர் நீலம் மற்றும் 10 லிட்டர் வெள்ளை வண்ணப்பூச்சு இருக்கும்.

? இந்த ஊதாநிற வண்ணப்பூச்சின் மொத்த அளவு என்ன? ஊதா வண்ணப்பூச்சின் மொத்த அளவு $4 + 6 + 10 = 20$ லிட்டர்

? எடுத்துக்காட்டு 2 : சிமெண்ட் கான்கிரீட் என்பது சிமெண்ட் மணல் மற்றும் சரளை ஆகியவற்றின் கலவையாகும். மேலும் இது கட்டுமானத்தில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. கலவையில் உள்ள கூறுகளின் விகிதம் கட்டமைப்பு எவ்வளவு வலுவாக இருக்க வேண்டும் என்பதைப் பொறுத்து மாறுபடும். தூண்கள், விட்டங்கள் மற்றும் கூரைகள் போன்ற அதிக வலிமை தேவைப்படும் கட்டமைப்புகளுக்கு, விகிதம் 1:1.5:3, ஆகும். மேலும் கட்டுமானமும் எஃகு கம்பிகளால் வலுப்படுத்தப்படுகிறது. இந்த விகிதத்தைப் பயன்படுத்தி, நம்மிடம் 3 பை சிமெண்ட் இருந்தால், எத்தனை பை கான்கிரீட் கலவையை உருவாக்க முடியும்?

கான்கிரீட் கலவை விகித்தில் உள்ளது.

சிமெண்ட் பைகள் : மணல் பைகள் : சரளை பைகள் 3 : 4.5 : 9
மொத்தத்தில் எங்களிடம் $3 + 4.5 + 9 = 16.5$ பைகள் கான்கிரீட் உள்ளது.

10.4 ஒரு குறிப்பிட்ட விகிதத்தில் ஒரு முழுஎண்களைப் பிரித்தல்

முந்தைய அத்தியாயத்தில், ஒரு முழு எண்ணை ஒரு விகிதத்தில் எவ்வாறு வகுப்பது என்பதைக் கற்றுக்கொண்டோம். எடுத்துக்காட்டாக, 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் 12 இதைச் செய்ய நாம், உறுப்புகளை $(2 + 1 = 3)$ கூட்டி, முழு எண்ணை இந்த கூட்டுத் தொகையால் வகுப்போம் $(12 \div 3 = 4)$ ஒவ்வொரு உறுப்பையும் இந்த “ஈ” வினால் பெருக்குகிறோம் $2 \times 4 = 8$ மற்றும் $1 \times 4 = 4$ எனவே 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் வகுக்கப்படும் 12 என்பது 8 : 4 ஆகும்.

இதை நாம் பல சொற்களைக் கொண்ட விகிதங்களுக்கு நீட்டிக்க முடியும்.

கான்கிரீட் கலவையை தயாரிப்பதற்கான முந்தைய எடுத்துக்காட்டைப் பார்ப்போம். கான்கிரீட்டைப் பெற சிமெண்ட் மணல் மற்றும் சரளை ஆகியவற்றை 1:1.5:3 என்ற விகிதத்தில் கலக்க வேண்டும்.

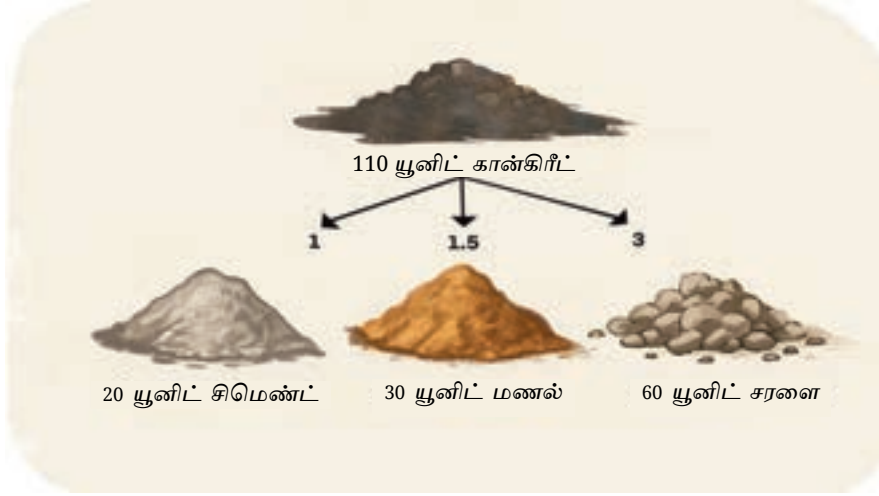
? எடுத்துக்காட்டு 3 : சில கட்டுமானங்களுக்கு, 110 யூனிட் கான்கிரீட் தேவைப்படும் 1 : 1.5 : 3 என்ற விகிதத்தில் சிமெண்ட், மணல் மற்றும் சரளைக் கற்களைக் கலக்க எத்தனை யூனிட்கள் தேவைப்படும்?

1 யூனிட் சிமெண்டிற்கு, நாம் 1.5 யூனிட் மணலையும் 3 யூனிட் சரளையையும் சேர்க்க வேண்டும். இவை அனைத்தும் சேர்ந்து 5.5 யூனிட் கான்கிரீட் வரை சேர்க்கின்றன. 110 யூனிட் கான்கிரீட் பெற இதை 20 முறை $(110 \div 5.5 = 20)$ சேர்க்க வேண்டும். எனவே, ஒவ்வொரு முறையும் 20 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

$$1 \times 20 = 20 \text{ யூனிட் சிமெண்ட்}$$

$$1.5 \times 20 = 30 \text{ யூனிட் மணல் மற்றும்}$$

$$3 \times 20 = 60 \text{ யூனிட் சரளை}$$



எனவே, நமக்கு 20 யூனிட் சிமெண்ட், 30 யூனிட் மணல் மற்றும் 60 யூனிட் சரளை கான்கிரீட் செய்ய தேவை,

$a : b : c : \dots$, என்ற விகிதத்தில் x என்ற அளவை வகுக்கும் போது, அந்த விகிதத்தில் உள்ள உறுப்புகள்

$$x \times \frac{a}{(a+b+c+\dots)}, x \times \frac{b}{(a+b+c+\dots)}, x \times \frac{c}{(a+b+c+\dots)}, \text{ மற்றும் பல}$$

? எடுத்துக்காட்டு 4 : சிவப்பு, நீலம் மற்றும் வெள்ளை வண்ணப் பூச்சுகளை 2:3:5 என்ற விகிதத்தில் கலப்பதன் மூலம் ஒரு குறிப்பிட்ட ஊதா வண்ணப்பூச்சைப் பெறுவீர்கள். உங்களுக்கு 50 மில்லி ஊதா வண்ணப்பூச்சு தேவைப்பட்டால், எத்தனை மில்லி சிவப்பு, நீலம் மற்றும் வெள்ளை வண்ணப்பூச்சுகளை ஒன்றாகக் கலப்பீர்கள்?

$$\text{சிவப்பு வண்ணப்பூச்சு} = 50 \times \frac{2}{(2+3+5)} = 50 \times \frac{2}{10} = 10 \text{ ml.}$$

$$\text{நீல வண்ணப்பூச்சு} = 50 \times \frac{3}{(2+3+5)} = 50 \times \frac{3}{10} = 15 \text{ ml.}$$

$$\text{வெள்ளை வண்ணப்பூச்சு} = 50 \times \frac{5}{(2+3+5)} = 50 \times \frac{5}{10} = 25 \text{ ml.}$$

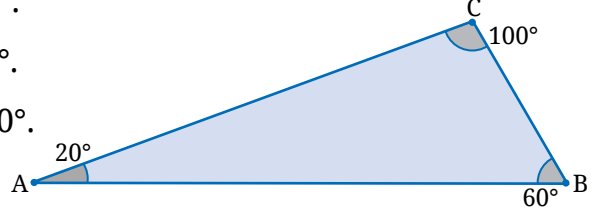
- ? எடுத்துக்காட்டு 5 : சிவப்பு 1 : 3 : 5 என்ற விகிதத்தில் கோணங்களைக் கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தை உருவாக்குங்கள்.

ஒரு முக்கோணத்தில் உள்ள கோணங்களின் கூட்டுதொகை 180° என்பதை நாம் அறிவோம். எனவே, கோணங்கள்,

$$\angle A = 180^\circ \times \frac{1}{(1+3+5)} = 180^\circ \times \frac{1}{9} = 20^\circ.$$

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{3}{(1+3+5)} = 180^\circ \times \frac{3}{9} = 60^\circ.$$

$$\angle C = 180^\circ \times \frac{5}{(1+3+5)} = 180^\circ \times \frac{5}{9} = 100^\circ.$$



- ? அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

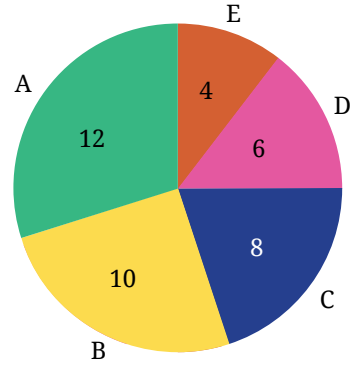
- ஒரு கிரிக்கெட் பயிற்சியாளர் ஒரு குறிப்பிட்ட விகிதத்தில் வெவ்வேறு செயல்பாடுகளை உள்ளடக்கிய பயிற்சி அமர்வுகளை திட்டமிடுகிறார். வாரம் - அப/கூல்-டவுன் (warm-up/cool-down)க்கான நேரம் : பேட்டிங்கிற்கான நேரம் : பந்து வீச்சிற்கான நேரம் : பீல்டிங்கிற்கான நேரம் :: 3 : 4 : 3 : 5 ஒவ்வொரு அமர்வும் 150 நிமிடங்கள் நீளமாக இருந்தால், ஒவ்வொரு செயல்பாட்டிற்கும் எவ்வளவு நேரம் செலவிடப்படுகிறது.
- ஒரு பள்ளி நூலகத்தில் பின்வரும் விகிதத்தில் வெவ்வேறு மொழிகளில் புத்தகங்கள் உள்ளன - ஓடியா புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை : இந்தி புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை : ஆங்கில புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை :: 3 : 2 : 1 நூலகத்தில் 288 ஓடியா புத்தகங்கள் இருந்தால், எத்தனை இந்தி மற்றும் ஆங்கில புத்தகங்கள் உள்ளன?
- என்னிடம் 100 நாணயங்கள் விகிதத்தில் உள்ளன ₹10 நாணயங்களின் எண்ணிக்கை ₹5 நாணயங்களின் எண்ணிக்கை ₹2 நாணயங்களின் எண்ணிக்கை ₹1 நாணயங்களின் எண்ணிக்கை :: 4 : 3 : 2 : 1. எவ்வளவு பணம் என்னிடம் நாணயங்களாக உள்ளது.
- 3 : 4 : 5 என்ற விகிதத்தில் பக்க நீளங்களைக் கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தை உருவாக்குங்கள். இந்த பக்க நீள விகிதத்துடன் வரையப்பட்ட அனைத்து முக்கோணங்களும் ஒன்றுக்கொன்று ஒத்திருக்குமா? ஏன் அல்லது ஏன் இல்லை?
- 1 : 3 : 5 என்ற விகிதத்தில் பக்க நீளங்களைக் கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தை உருவாக்க முடியுமா? ஏன் அல்லது ஏன் இல்லை?



10.5 (Pie) வட்டத்தில் ஒரு துண்டு

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளதைப் போன்ற (pie) வட்டப் பகுதி வரை படங்களைப் பார்த்திருக்கிறீர்களா? (pie) வட்டப் பகுதி வரை படங்கள் ஒரு முழுமையின் வெவ்வேறு விகிதசமங்களைக் காட்டுகின்றன. இது ஒரு மதிப்பீட்டில் ஒவ்வொரு தரத்தையும் பெற்ற மாணவர்களின் விகிதசமங்களைக் காட்டுகின்றன. இது ஒரு மதிப்பீட்டில் ஒவ்வொரு தரத்தையும் பெற்ற மாணவர்களின் விகிதசமங்களைக் காட்டுகின்றது.

தரப்பகிர்வு (40 மாணவர்கள்)



இந்த வட்டப் பகுதி வரை படத்தை உருவாக்க முயற்சிப்போம் மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களைக் காட்டும் அட்டவணை இங்கே

தரம்	A	B	C	D	E
மாணவர்கள்	12	10	8	6	4

? வட்டப் பகுதி வரை படத்தின் வெவ்வேறு துண்டுகளை எவ்வாறு குறிப்பது?

வட்டப் பகுதி வரை படத்தில் ஒரு பகுதியைக் குறிக்க, ஒரு தரத்துடன் தொடர்புடைய கோணம் அந்த தரத்தைப் பெற்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கைக்கு விகிதசமமாக இருக்க வேண்டும். ஒரு வட்டத்தில் உள்ள மொத்த கோணம் 360° ஐ $12 : 10 : 8 : 6 : 4$ என்ற விகிதத்தில் வகுக்க வேண்டும்.

? இந்த விகிதத்தை அதன் எளிய வடிவத்திற்குக் குறைக்க முடியுமா?

இரண்டு உறுப்புகளைக் கொண்ட விகிதத்தை அதன் எளிய வடிவத்திற்குக் குறைக்க நாம் பயன்படுத்திய அதே நடைமுறையைப் பயன்படுத்தலாம். எளிமையான வடிவத்தைப் பெற அனைத்து உறுப்புகளையும் அவற்றின் (HCF) மீ. பொ.வ ஆல் வகுப்போம்.

இந்த எடுத்துக்காட்டில், 2 என்பது உறுப்புகளின் HCF மீ.பொ. வ ஆகும். இதன் மூலம் எளிமையான வடிவத்தைப் பெறுகிறோம். அனைத்து

உறுப்புகளையும் 2 ஆல் வகுத்தால், விகிதம் 6 : 5 : 4 : 3 : 2 ஆக மாறும்.

எனவே, கோணங்கள்

$$\text{தரம் A} = \frac{6}{(6+5+4+3+2)} \times 360^\circ = \frac{6}{20} \times 360^\circ = 6 \times 18 = 108^\circ.$$

$$\text{தரம் B} = \frac{5}{(6+5+4+3+2)} \times 360^\circ = 5 \times 18 = 90^\circ.$$

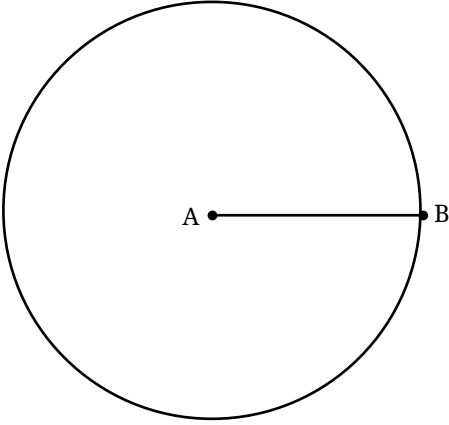
$$\text{தரம் C} = 4 \times 18 = 72^\circ.$$

$$\text{தரம் D} = 3 \times 18 = 54^\circ.$$

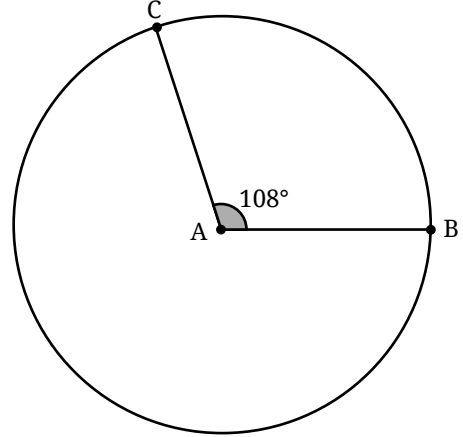
$$\text{தரம் E} = 2 \times 18 = 36^\circ.$$

இப்போது இந்த கோணங்களைப் பயன்படுத்தி ஒரு வட்டப் பகுதி வரை படத்தை உருவாக்குவோம்.

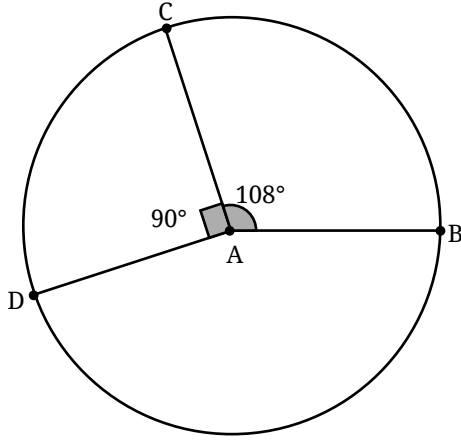
படி 1 : ஒரு வட்டம் வரைந்து குறிக்கவும். கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி AB ஆரத்திற்கு துண்டை வரைக:



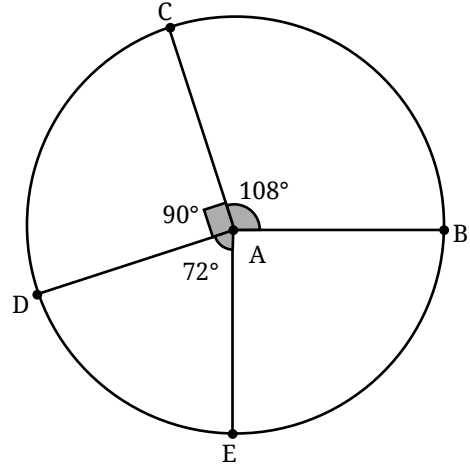
படி 2 : A கிரேடு பெற்ற மாணவர்களின் விகிதத்தைக் குறிக்கவும். AB பிரிவில் இருந்து A இல் (கடிகார ஓட்டத்தின் எதிர் திசையில் 108° அளவிடவும் புதிய AC ஆரத்தைக் குறிக்கவும்.



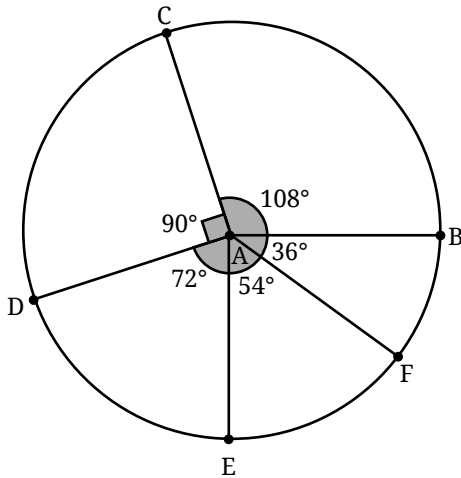
படி 3 : AC இலிருந்து 90° ஐ அளவிடவும் மற்றும் AD ஐ வரையவும்.



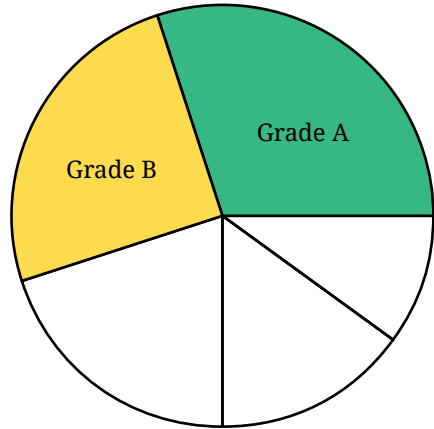
படி 4 : AD யிலிருந்து 72° ஐ அளவிடவும். மற்றும் AE ஐ வரையவும்.



படி 5, 6: இதேபோல் மீதமுள்ள (pie) பை விளக்கப்படத்தையும் நாம் முடிக்கலாம்.



படி 7 : வட்டப் பகுதி வரை படத்தின் வெவ்வேறு துண்டுகளை நீங்கள் பொருத்தமான வண்ணம் தீட்டி லேபிளிடுவோம்.



? அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. மழைக்காலம், குளிர்காலம் மற்றும் கோடைக்காலம் ஆகிய மூன்று பருவங்களிலிருந்தும் தங்களுக்குப் பிடித்த பருவத்திற்கு வாக்களிக்க 360 பேர்கொண்ட குழுவிடம் கேட்கப்பட்டது. 90 பேர் கோடைக்காலத்தையும், 120 பேர் மழைக்காலத்தையும், மீதம் உள்ளவர்கள் குளிர்காலத்தையும் விரும்பினர். இந்தத் தகவலைக் காட்ட ஒரு (pie) வட்டப் பகுதி வரை படத்தை வரையவும்.
2. பார்வையாளர்களின் விருப்பமான தொலைக்காட்சி சேனல் வகையைப் பற்றிய பின்வரும் தகவல்களின் அடிப்படையில் ஒரு பை விளக்கப்படத்தை வரையவும். பொழுது போக்கு - 50%, விளையாட்டு - 25%, செய்திகள் - 15%, தகவல் - 10%.
3. உங்கள் வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களுக்குப் பிடித்த பாடங்களைக் காட்டும் ஒரு (pie) வட்டப் பகுதி வரை படத்தை தயாரிக்கவும். மாணவர்களின் எண்ணிக்கையின் தரவை நீங்கள் சேகரிக்கலாம்.

அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பாடத்தையும் (ஒவ்வொரு மாணவரும் ஒரு பாடத்தை மட்டுமே தேர்வு செய்ய வேண்டும்) பின்னர் இந்த எண்களை அட்டவணையில் எழுதி ஒரு (pie) வட்டப் பகுதி வரை படத்தை உருவாக்கவும்.

பாடம்	மொழி	கலைக் கல்வி	தொழிற் கல்வி	சமூக அறிவியல்	உடற் கல்வி	கணிதம்	அறிவியல்
மாணவர்கள் எண்ணிக்கை							

10.6 தலைகீழ் விகிதசமங்கள்

மூன்று என்ற விதி உங்களுக்கு நினைவிருக்கிறதா? இரண்டு விகிதங்கள் விகிதசமமாக இருக்கும்போது, அதாவது, எப்போது $a:b :: c:d$, பின்னர் $d = \frac{bc}{a}$ அத்தகைய விகிதசமங்கள் நேரடி விகிதசமங்கள் என்று அழைக்கிறோம். மூன்று அளவுகளின் (a , b , மற்றும் c) மதிப்பு கொடுக்கப்படும்போது, நான்காவது அளவு (d) இன் மதிப்பைக் கண்டறிய இந்தப் புரிதலைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

- ? எடுத்துக்காட்டு 1 : 5 தொழிலாளர்கள் ஒரு நாளில் 4500 செங்கற்களை நகர்த்த முடியும் என்றால், ஒரு நாளில் 18000 செங்கற்களை நகர்த்த எத்தனை தொழிலாளர்கள் தேவை?

இதை விகிதசம அறிக்கையாகக் குறிப்பிடலாம் $4500 : 18000 :: 5 : x$

x ன் மதிப்பை நாம் இவ்வாறு காணலாம்.

$$x = \frac{18000 \times 5}{4500} = 20$$

எனவே தேவைப்படும் தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை 20 ஆகும்.

- ? உதாரணம் 2 : புனிதின் தந்தை லக்னோவிலிருந்து கான்பூருக்கு 3 மணி நேரத்தில் தனது மோட்டார் சைக்கிளை மணிக்கு 30 கி.மீ. வேகத்தில் ஓட்டிச் சென்றார். அதற்குப் பதிலாக அவர் ஒரு காரை எடுத்துக்கொண்டு மணிக்கு 60 கி.மீ. வேகத்தில் ஓட்டினால், அவர் கான்பூரை அடைய எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?

- ? இந்தப் பிரச்சனையை பின்வரும் விகிதசமக் கூற்றைக் கொண்டு நாம் பிரதிநிதித்துவப்படுத்த முடியுமா $30 : 60 :: 3 : x$? மோட்டார் சைக்கிளின் வேகம் அதிகரிக்கும் போது பயண நேரம் அதிகரிக்குமா அல்லது குறையுமா?



பல்வேறு போக்குவரத்து முறைகளைப் பயன்படுத்தி லக்னோவிலிருந்து கான்பூருக்கு பயணிக்க எடுக்கும் நேரத்தை பின்வரும் அட்டவணை காட்டுகிறது:

	நடத்தல்	மிதிவண்டி	மோட்டார் சைக்கிள்	கார்
வேகம் (கிமீ/ம)	5	15	30	60
நேரம் (மணி நேரத்தில்)	18	6	3	1.5

இந்த அட்டவணையிலிருந்து, வேகம் அதிகரிக்கும்போது, அதே தூரம் பயணிக்க எடுக்கும் நேரம் குறைவதை நாம் கவனிக்கிறோம்.



⑦ அதே விகிதத்தில் (அல்லது காரணியால்) குறைகிறதா?

மிதிவண்டியில் செல்வது நடப்பதை விட 3 மடங்கு வேகமானது $(15 \div 5)$ வேகம் 3 மடங்கு அதிகரித்துள்ளது. பயண நேரமும் 3 மடங்கு குறைந்துள்ளது $(18 \div 6)$ பயண நேரம் எந்தக் காரணியால் குறைந்திருக்கிறதோ அதே காரணியால் வேகமும் அதிகரித்துள்ளது.

⑧ மற்ற போக்குவரத்து முறைகளுக்கும் அது பொருந்துமா என்று சரிபார்க்கவும்.

வேகம் மற்றும் நேரம் ஆகிய இரண்டு அளவுகளும் ஒரே காரணியால் மாறுவதால், அவை விகிதசமமாகும். ஆனால், அவை எதிர் திசைகளில் அல்லது நேர்மாறாக மாறுகின்றன.

அட்டவணையிலிருந்து, அனைத்து போக்குவரத்து முறைகளுக்கும் அதாவது 90 கி.மீ க்கும் வேகம் மற்றும் நேரத்தின் பெருக்கல் ஒன்றுதான் என்பதைக் காணலாம்.

$xy = k$ வகையின் தொடர்பு இருந்தால் x மற்றும் y ஆகிய இரண்டு அளவுகளும் தலைகீழ் விகிதத்தில் மாறுபடும். இங்கு k என்பது ஒரு மாறிலி.

முந்தைய எடுத்துக்காட்டில் x வேகத்தையும் y எடுத்துக்கொண்ட நேரத்தையும் குறிக்கிறது என்றால், k என்பது லக்னோவிற்கும் கான்பூருக்கும் இடையிலான தூரம், இது மாறாமல் இருக்கும்.

	$\times 3$	$\times 2$	$\times 4$	
வேகம் (கி.மீ/ம)	5	15	30	60
நேரம் (மணி நே.)	18	6	3	1.5
	$\times \frac{1}{3}$	$\times \frac{1}{2}$	$\times \frac{1}{4}$	

எனவே x மற்றும் y அளவுகள் நேர்மாறான விகிதசமமாக இருந்தால் மற்றும் x_1 மற்றும் $x_2 - x$ ன் மதிப்புகள் y_1 மற்றும் y_2 , ஆகிய y மதிப்புகளைக் கொண்டவை என்றால்,

$$x_1 y_1 = x_2 y_2 = k \text{ (சில மாறிலி).}$$

இவற்றிலிருந்து நாம் $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$.

நடைபயிற்சி போன்ற பிற போக்குவரத்து முறைகளுக்கு இது உண்மையா என்று சோதிப்போம், மற்றும் காரில் வேகத்தைக் குறிக்க x ஐயும், நேரத்தைக் குறிக்க y ஐயும் பயன்படுத்துவோம்.

$$x_1 = 5, x_2 = 60, y_1 = 18, y_2 = 1.5.$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{5}{60} = 0.083333...$$

$$\frac{1.5}{18} \left(\frac{y_2}{y_1} \right) \text{ இன் மதிப்பு என்ன?}$$

இது 0.083333... தான்..... அதுவும் கூட!

? அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. இவற்றில் எவை தலைகீழ் விகிதத்தில் உள்ளன?

(a)

x	40	80	25	16
y	20	10	32	50

(b)

x	40	80	25	16
y	20	10	12.5	8

(c)

x	30	90	150	10
y	15	5	3	45

2. x மற்றும் y நேர்மாறு விகிதத்தில் இருந்தால் காலியான கலங்களை நிரப்பவும்.

x	16	12		36
y	9		48	

? எடுத்துக்காட்டு 3 : 20 தொழிலாளர்கள் ஒரு சாலையை அமைக்க 4 நாட்கள் ஆகும். அதே நீள சாலையை 10 தொழிலாளர்கள் அமைக்க எத்தனை நாட்கள் ஆகும்?

தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கையைக் குறைத்தால், வேலையை முடிக்க வேண்டிய நாட்களின் எண்ணிக்கை அதே காரணியால் அதிகரிக்கும். எனவே, இந்த அளவுகள் நேர்மாறான விகிதசமமாகும்.

$$\text{எனவே, } x_1 y_1 = x_2 y_2.$$

இதனால், $20 \times 4 = 10 \times y_2$

$$y_2 = \frac{20 \times 4}{10} = 8.$$

10 தொழிலாளர்கள் இந்த வேலையை முடிக்க 8 நாட்கள் ஆகும்.

தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை பாதிமாகக் குறைக்கப்படும்போது வேலையை முடிக்க வேண்டிய நாட்களின் எண்ணிக்கை இரட்டிப்படும் என்பதை நாம் கவனிக்கிறோம். ஒரு அளவு n , காரணியால் மாறும்போது, மற்றொரு அளவு தலைகீழ் $\frac{1}{n}$ ஆல் மாறினால், அளவுகள் தலைகீழ் விகிதசமமாகும்.

? எடுத்துக்காட்டு 4 : 2 பம்புகள் ஒரு தொட்டியை 18 மணிநேரத்தில் நிரப்ப முடியும். அதே வகையான 2 பம்புகளைச் சேர்த்தால் தொட்டியை நிரப்ப எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?

இன்னும் 2 பம்புகளைச் சேர்த்தால், நமக்கு 4 பம்புகள் கிடைக்கும். 4 பம்புகளால் தொட்டியை நிரப்ப எடுக்கும் நேரத்தை x ஆல் குறிப்போம். பம்புகளின் எண்ணிக்கையை n ஆல் அதிகரித்தால் தொட்டியை நிரப்ப எடுக்கும் நேரம் அதே காரணி n , ஆல் குறையும். எனவே, அளவுகள் தலைகீழ் விகிதசமமாகும். அளவுகள் தலைகீழ் விகிதசமமாக இருப்பதால், பெருக்கல் நிலையானதாகவே இருக்கும்.

$$\text{எனவே, } 2 \times 18 = 4 \times x.$$

$$x = \frac{2 \times 18}{4} = 9.$$

தொட்டியை நிரப்ப 9 மணி நேரம் ஆகும்.

? எடுத்துக்காட்டு 5 : ஒரு பள்ளியில் 80 மாணவர்களுக்கு மேலும் 20 மாணவர்கள் பள்ளியில் சேர்ந்தால், உணவுப் பொருட்கள் எத்தனை நாட்களுக்கு நீடிக்கும்?

அதிக மாணவர்கள் → குறைவான நாட்கள் இருந்தால் பொருட்கள் நீட்டிக்கும் அளவுகள் நேர்மாறான விகிதசமத்தில் இருக்கும். x என்பது நாட்களின் எண்ணிக்கை என்றால்,

$$80 \times 15 = 100 \times x.$$

$$x = \frac{80 \times 15}{100} = 12.$$

இந்த ஏற்பாடுகள் 12 நாட்களுக்கு மட்டுமே நீடிக்கும்.

? எடுத்துக்காட்டு 6 : ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு காய்கறிகளை வெட்ட ராம் 1 மணிநேரமும், அதே அளவு காய்கறிகளை வெட்ட ஷ்யாம் 1.5 மணி நேரமும் எடுத்துக் கொண்டால், அவர்கள் இருவரும் சேர்ந்து செய்தால் காய்கறிகளை வெட்ட எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?

கொடுக்கப்பட்ட அளவு காய்கறிகளை வெட்டுவதற்கு செய்யப்படும் வேலையை 1 யூனிட் வேலையாகக் கருதுங்கள். ஒவ்வொரு நபரும் 1 மணி நேரத்தில் செய்யும் வேலையைக் கண்டுபிடிப்போம்.

- ராம் வேலையை 1 மணி நேரத்தில் முடிக்கிறார். எனவே 1 மணி நேரத்தில் 1 யூனிட் வேலையைச் செய்கிறார்.
- ஷ்யாம் வேலையை 1.5 மணி நேரத்தில் முடிப்பார். எனவே 1 மணி நேரத்தில் அவர் / அலகு வேலையைச் செய்கிறார் எனில் $\frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}$ வேலை அலகுகள்.

எனவே, இருவரும் 1 மணி நேரத்தில் செய்த வேலை $1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ வேலை அலகுகள்.

எனவே $\frac{5}{3}$ வேலையின் அலகுகளைப் பொறுத்தவரை முடிக்க அவர்கள் ஒன்றாக வேலை செய்தால் 1 மணிநேரம் ஆகும். ∴ 1 யூனிட் வேலையை முடிக்க அவர்களுக்கு எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?

அதை முடிக்க எடுக்கும் வேலையின் அளவும் நேரமும் நேரடி அல்லது தலைகீழ் விகிதாசாரமா?

இது நேர் விகிதசமமாகும். எனவே, இதை இவ்வாறு குறிப்பிடலாம்.

கணிதப்
பேச்சு

$\frac{5}{3} : 1 :: 1 : x$ இங்கு x என்பது எடுக்கப்பட்ட நேரம்

இது ஒரு நேர் விகிதசமம் என்பதால், நமக்குத் தெரியும்

$$\frac{5}{3} \times x = 1 \times 1$$

$$x = \frac{1 \times 1}{\frac{5}{3}} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$$

அவர்கள் காய்கறிகளை ஒன்றாக வெட்டினால் $\frac{3}{5}$ மணியில் முடித்து விடுவார்கள்.

? அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

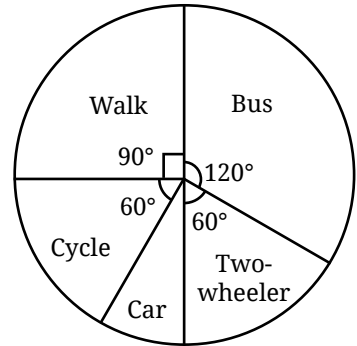
- பின்வரும் எந்த ஜோடி அளவுகள் தலைகீழ் விகிதத்தில் உள்ளன?
 - ஒரு தண்ணீர் நிரப்பும் குழாய்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் அதை நிரப்ப எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்
 - பணியமர்த்தப்பட்ட ஓவியர்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் நிலையான அளவிலான சுவரை வரைவதற்குத் தேவையான நாட்கள்.
 - ஒரு கார் பயணிக்கக்கூடிய தூரம் மற்றும் அக்காரின் தொட்டியில் (tank) உள்ள பெட்ரோலின் அளவு
 - ஒரு சைக்கிள் ஓட்டுநரின் வேகம் மற்றும் ஒரு நிலையான பாதையை கடக்க எடுக்கும் நேரம்.
 - ஒரு மீட்டருக்கு வாங்கப்பட்ட துணியின் நீளம் மற்றும் நிலையான விலையில் செலுத்தப்பட்ட விலை.
 - ஒரு புத்தகத்தில் உள்ள பக்கங்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் அதை ஒரு நிலையான வாசிப்பு வேகத்தில் படிக்க எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்.
- 24 பென்சில்களின் விலை ₹120 என்றால் அத்தகைய நிலையில் 20 பென்சில்களின் விலை எவ்வளவு?
- ஒரு கட்டிடத்தின் மேல் உள்ள ஒரு தொட்டியில் அங்கு வசிக்கும் 20 குடும்பங்களுக்கு 6 நாட்களுக்கு போதுமான தண்ணீர் உள்ளது. மேலும், 10 குடும்பங்கள் அங்கு குடிபெயர்ந்தால், தண்ணீர் எவ்வளவு காலம் நீடிக்கும்? இந்தப் பிரச்சினையைத் தீர்க்க நீங்கள் என்ன திட்டமிடலைச் செய்ய வேண்டும்?



4. ஒவ்வொரு உயிரினமும் ஒரு நாளில் சராசரியாக எத்தனை மணி நேரம் தூங்குகிறது என்பதை விளக்கப்படங்களைப் பார்த்து நிரப்பவும். இந்தப் பட்டியலிலிருந்து பொருத்தமான மணிநேரங்களைத் தேர்ந்தெடுக்கவும் 15, 2.5, 20, 8, 3.5, 13, 10.5, 18.



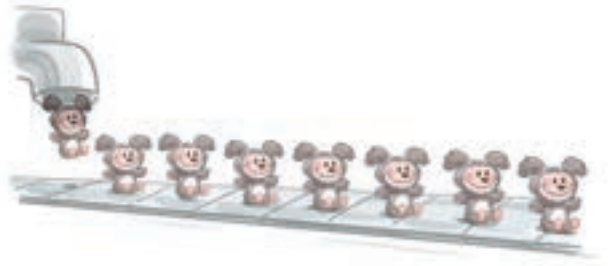
5. வலதுபுறத்தில் உள்ள (pie) பை வட்டப் பகுதி வரை படம், குழந்தைகள், பள்ளிக்குச் செல்லப் பயன்படுத்தும் போக்குவரத்து முறைகளைக் கண்டறிய நடத்தப்பட்ட ஒரு கணக்கெடுப்பின் முடிவைக் காட்டுகிறது. பை விளக்கப்படத்தைப் படித்து பின்வரும் கேள்விகளுக்கு பதிலளிக்கவும்.



- (a) மிகவும் பொதுவான போக்குவரத்து முறை எது?
- (b) எத்தனை குழந்தைகள் கார் பயணம் செய்கிறார்கள்?
- (c) 18 குழந்தைகள் காரில் பயணம் செய்கிறார்கள் என்றால், எத்தனை குழந்தைகள் கணக்கெடுப்பில் பங்கேற்றனர்? எத்தனை குழந்தைகள் பள்ளிக்குச் செல்ல டாக்சிகளைப் பயன்படுத்துகிறார்கள்?
- (d) குழந்தைகள் பயணம் செய்கின்ற எந்த இரண்டு போக்குவரத்து முறைகள் சம எண்ணிக்கையில் உள்ளன?
6. மூன்று தொழிலாளர்கள் 4 நாட்களில் ஒரு வேலிக்கு வண்ணம் பூசலாம். மேலும், ஒரு தொழிலாளி குழுவில் சேர்ந்தால், வேலையை முடிக்க

எத்தனை நாட்கள் ஆகும்? நீங்கள் என்ன திட்டமிடலைச் செய்ய வேண்டும்?

7. ஒரே அளவிலான 2 தொட்டிகளை ஒரு பம்பு மூலம் நிரப்ப 6 மணிநேரம் ஆகும். அத்தகையை 5 தொட்டிகளை ஒரே பம்பு மூலம் நிரப்ப எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?
8. கொடுக்கப்பட்ட நாற்காலிகள் 25 வரிசைகளில் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் 12 நாற்காலிகள் என அமைக்கப்பட்டிருக்கும். நாற்காலிகள் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் 20 நாற்காலிகள் என மறுசீரமைக்கப்பட்டால் இந்தப் புதிய ஏற்பாட்டில் எத்தனை வரிசைகள் உள்ளன?
9. ஒரு பள்ளியில் ஒரு நாளைக்கு 8 பாடவேளைகள் உள்ளன. ஒவ்வொன்றும் 45 நிமிடங்கள் கால அளவு கொண்டது. பள்ளியில் ஒரு நாளைக்கு 9 பாடவேளைகள் இருந்தால், ஒரு நாளைக்கு பள்ளி நேரங்களின் எண்ணிக்கை அப்படியே இருக்கும் என்று வைத்துக் கொண்டால் ஒவ்வொரு பாடவேளைக்கும் எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?
10. ஒரு சிறிய பம்பு ஒரு தொட்டியை 3 மணி நேரத்தில் நிரப்ப முடியும். அதே நேரத்தில் ஒரு பெரிய பம்பு அதே தொட்டியை 2 மணி நேரத்தில் நிரப்ப முடியும். இரண்டு பம்புகளையும் ஒன்றாகப் பயன்படுத்தினால், தொட்டி நிரம்ப எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?
11. ஒரு தொழிற்சாலைக்கு 63 நாட்களில் குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலான பொம்மைகளை உற்பத்தி செய்ய 42 இயந்திரங்கள் தேவை. 54 நாட்களில் அதே எண்ணிக்கையிலான பொம்மைகளை உற்பத்தி செய்ய எத்தனை இயந்திரங்கள் தேவை?
12. ஒரு கார் மணிக்கு 60 கி.மீ வேகத்தில் பயணித்து, இலக்கை அடைய 2 மணி நேரம் ஆகும். கார் மணிக்கு 80 கி.மீ வேகத்தில் பயணித்தால் எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?



சுருக்கம்

- $a:b:c:d:\dots$ வடிவத்தில் உள்ள விகிதங்கள் முதல் அளவின் ஒவ்வொரு a அலகுக்கும், இரண்டாவது அளவின் b அலகுகள், மூன்றாவது அளவின் c அலகுகள் மற்றும் பல உள்ளன என்பதைக் குறிக்கின்றன.
- x ஆனது $p : q : r : s : \dots$, என்ற விகிதத்தில் பல பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டால், முதல் பகுதியின் அளவு $x \times \frac{p}{(p+q+r+s+\dots)}$, இன் இரண்டாவது பகுதி $x \times \frac{q}{(p+q+r+s+\dots)}$, மற்றும் அதனால்.
- இரண்டு அளவுகளும் ஒரே காரணியால் மாறும்போது அவை நேர் விகிதசமமாகும். மேலும், அவற்றின் ஈவு அப்படியே இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, x மற்றும் y இரண்டும் நேர் அளவுகளாக விகிதசம இருந்தால், மேலும், $(x_1, x_2, x_3, \dots)$ மற்றும் $(y_1, y_2, y_3, \dots)$ x மற்றும் y இன் தொடர்புடைய மதிப்புகள், பின்னர் $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3} = \dots = k$, k என்பது ஒரு மாறிலி.
- ஒரு அளவு n காரணியால் மாறும்போது, மற்றொரு அளவு தலைகீழ் காரணியால் மாறினால் n அளவுகள் தலைகீழ் விகிதசமமாகும் $\frac{1}{n}$. உதாரணமாக, x மற்றும் y இரண்டு அளவுகளாக இருந்தால் அவை நேர்மாறாக இருக்கும். விகிதசம மற்றும் $(x_1, x_2, x_3, \dots)$ மற்றும் $(y_1, y_2, y_3, \dots)$ ஆகியவை x மற்றும் y இன் தொடர்புடைய மதிப்புகள் பின்னர் $x_1 y_1 = x_2 y_2 = x_3 y_3 = \dots = n$ இங்கு n என்பது ஒரு மாறிலி.



இந்த அத்தியாயத்தில் இரண்டு வடிவியல் கருப்பொருள்களை ஆராய்வோம். சுய-ஒத்த வடிவங்களைக் கொண்ட பின்னங்களைப் பற்றி நாம் படிப்போம். அவை ஒரே மாதிரியான அல்லது ஒத்த வடிவத்தை மீண்டும் மீண்டும் வெளிப்படுத்துகின்றன. ஆனால் சிறிய மற்றும் சிறிய அளவுகளில். மேலும், திடப்பொருட்களைக் காட்சிப்படுத்துவதற்கான வெவ்வேறு வழிகளைப் பார்ப்போம்.

11.1. ஃப்ராக்டல்

இயற்கையில் காணப்படும் ஒரு ஃப்ராக்டல்லின் மிக அழகான எடுத்துக்காட்டுகளில் ஒன்று ஃபெர்ன் ஆகும். ஃபெர்ன் அதன் இலைகளாக அதன் சிறிய பிரதிகளைக் கொண்டிருப்பதாகக் காணப்படுகிறது. மேலும், இவை அவற்றின் துணை இலைகளில் அவற்றின் சிறிய பிரதிகளைக் கொண்டுள்ளன. மற்றும் பல!

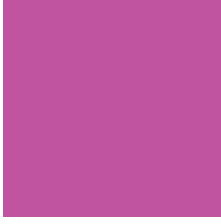


மரங்களில் (ஒருதண்டுக்கு கைகால்கள் இருக்கும் ஒரு கிளைக்கு கிளைகள் இருக்கும் கிளைகளில் கிளைகள் இருக்கும், மற்றும் பல) மேகங்கள், கடற்கரையோரங்கள், மலைகள், மின்னல்கள் மற்றும் இயற்கையில் உள்ள பல பொருட்களிலும் இதே போன்ற சுய ஒற்றுமை நிகழ்வுகள் நிகழ்கின்றன.

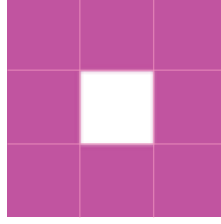
மற்ற கணித ஃப்ராக்டல்களும் மிகவும் அழகாக இருக்கும் அவற்றில் சிலவற்றை நாம் இங்கே ஆராய்வோம்.

சியர்பின்ஸ்கி கம்பளம்

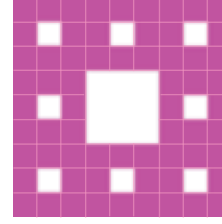
போலந்து கணிதவியலார் சியர்பின்ஸ்கி, சியர்பின்ஸ்கிகம்பளம் என்று அழைக்கப்படும் ஒருவகை ஃப்ராக்டலைக் கண்டுபிடித்தார். இது ஒரு சதுரத்தை எடுத்து, அதை 9 சிறிய சதுரங்களாக பிரித்து, பின்னர் மைய சதுரத்தை அகற்றுவதன் மூலம் செய்யப்படுகிறது (கீழே உள்ள படத்தைப் பார்க்கவும்) அதே செயல்முறை மீதமுள்ள 8 சதுரங்களிலும் மீண்டும் மீண்டும் செய்யப்படுகிறது. அதேபோல் மீண்டும் மீண்டும் செய்தால் பின்னர் ஒருவர் சிறு சிறு அளவுகளில் அதே வடிவத்தைக் காண்கிறார்.



படி 0

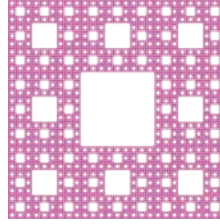


படி 1



படி 2

...



சியர்பின்ஸ்கி கம்பளம்

? சியர்பின்ஸ்கி கம்பளத்திற்கு வழிவகுக்கும் வடிவ வரிசையின் ஆரம்ப சில படிகளை (குறைந்த பட்சம் படி 2 வரை) வரையவும். அதன் கட்டுமானத்தின் மூலம், வரிசையில் உள்ள ஒவ்வொரு படியிலும் பெறுவது.

- படத்தில் உள்ள அதே அளவிலான சதுரங்கள். மேலும் படி எண் அதிகரிக்கும் போது இந்த சதுரங்களின் அளவு சிறியதாகவும் சிறியதாகவும் மாறும். மற்றும்
- சதுர துண்டுகளை அகற்றுவதன் மூலம் உருவாகும் சதுர துளைகள்.

? ஒவ்வொரு படியிலும் மீதமுள்ள துளைகள் மற்றும் சதுரங்களின் எண்ணிக்கையில் ஏதேனும் வடிவத்தைப் பார்க்கிறீர்களா?

R_n என்பது n இன் படியில் மீதமுள்ள சதுரங்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கட்டும். H_n என்பது n இன் படியில் உள்ள துளைகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கட்டும்.

இந்த எண்கள் எவ்வாறு வளர்கின்றன என்பதை பகுப்பாய்வு செய்வதன் மூலம் புரிந்து கொள்வோம். மீதமுள்ள துளைகள் மற்றும் சதுரங்கள் முந்தைய படியிலிருந்து உருவாக்கப்படுகின்றன.

n வது படியில் உள்ள ஒவ்வொரு சதுரமும் $(n+1)$ வது படியில் 8 சதுரங்களை அதிகரிக்கும் எனவே, நமக்குக் கிடைப்பது

$$R_{n+1} = 8R_n$$

② இதைப் பயன்படுத்தி R_n -க்கான சூத்திரத்தைப் பெற முடியுமா?

$$R_0 = 1$$

$$R_1 = 8 \times 1 = 8$$

$$R_2 = 8 \times 8 = 8^2$$

பொதுவாக, $R_n = 8^n$

② இதேபோல் கொடுக்கப்பட்ட படியில் உள்ள துளைகளின் எண்ணிக்கை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது?

n வது படியில் எஞ்சியிருக்கும் ஒவ்வொரு சதுரமும் $(n+1)$ ஆம் படியில் ஒரு துளையை உருவாக்குகிறது. n வது படியில் உள்ள அனைத்து துளைகளும் $(n+1)$ ஆம் படியிலும் படியில் இருக்கும். இதனால்.

$$H_{n+1} = H_n + R_n.$$

ஆகவே, நமக்கு கிடைப்பது.

$$R_0 = 1$$

$$R_1 = 8$$

$$R_2 = 8^2$$

$$R_3 = 8^3$$

$$H_0 = 0$$

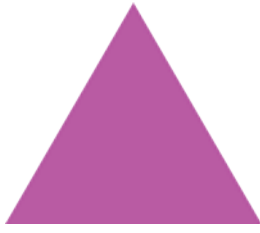
$$H_1 = 1$$

$$H_2 = 1 + 8$$

$$H_3 = 1 + 8 + 8^2$$

சியர்பின்ஸ்கி கேஸ்கெட்

இதேபோன்ற முறையில் உருவாக்கப்பட்ட மற்றொரு ஃப்ராக்டலை சியர்பின்ஸ்கி கண்டுபிடித்தார். ஒருசமபக்க முக்கோணத்தின் மையப்புள்ளிகளை இணைப்பதன் மூலம் 4 ஒத்த சமபக்க முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. பின்னர் மைய முக்கோணம் அகற்றப்படுகிறது. மீதமுள்ள 3 முக்கோணங்களிலும் இந்த செயல்முறை மீண்டும், மீண்டும் செய்யப்படுகிறது.



படி 0



படி 1



படி 2

...



சியர்பின்ஸ்கி முக்கோணம்

? ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் மையப்புள்ளிகளை இணைப்பதன் மூலம், அதை 4 ஒத்த சமபக்க முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கிறோம் என்பதைக்காட்டு.

(குறிப்பு : உச்சிகளில் வரையப்பட்ட முக்கோணங்கள் இருசமபக்க முக்கோணங்கள் என்பதை நினைவில் கொள்க)

இந்தப் ஃப்ராக்டல் சியர்பின்ஸ்கி முக்கோணம்/கேஸ்கெட் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

? அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. சியர்பின்ஸ்கி முக்கோணத்திற்கு வழிவகுக்கும் படி. வடிவ வரிசையின் ஆரம்ப சில படிகளை (குறைந்த பட்சம் படி 2 வரை) வரையவும்.
2. சியர்பின்ஸ்கி முக்கோணத்திற்கு வழிவகுக்கும் வடிவ வரிசையின் ஒவ்வொரு படியிலும் இருக்கும் துளைகளின் எண்ணிக்கையையும், முக்கோணங்களையும் கண்டறியவும்.
3. சியர்பின்ஸ்கி ஃப்ராக்டல்களுக்கு வழிவகுக்கும் ஒவ்வொரு வடிவ வரிசையிலும் n வது படியில் மீதமுள்ள பகுதியின் பரப்பளவைக் கண்டறியவும். தொடக்க சதுரம்/முக்கோணத்தின் பரப்பளவை 1 சதுர அலகாக எடுத்துக் கொள்ளுங்கள்.

கோச் ஸ்னோஃப்ளேக்

கோச் ஸ்னோஃப்ளேக் என்பது மற்றொரு ஃப்ராக்டல் ஆகும். இது 1904 ஆம் ஆண்டு இதை முதன் முதலில் விவரித்த ஸ்வீடிஷ் கணிதவியலார் வான் கோச்சின் பெயரால் பெயரிடப்பட்டது. இந்த ஃப்ராக்டலை நாம் ஏற்கனவே 6 ஆம் வகுப்பு கணித பிரகாசத்தில் கற்றுள்ளோம்.



படி 0



படி 1



படி 2

...



கோச் ஸ்னோஃப்ளேக்

அதை உருவாக்க, நாம் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்துடன் தொடங்குகிறோம். ஒவ்வொரு பக்கமும்

- (i) 3 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டது. மற்றும்
- (ii) நடுப்பகுதியின் மேல் ஒரு சமபக்க முக்கோணம் உயர்த்தப்பட்டு, பின்னர் நடுப்பகுதி அகற்றப்படும்.

ஒவ்வொரு பக்கமும் ஒரு 'பம்பு வடிவ' அமைப்பால் திறம்பட மாற்றப்படுகிறது. இந்த செயல்முறை புதிய விளைவான வடிவத்தின் பக்கங்களில் மீண்டும் செய்யப்படுகிறது.

? அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. கோச் ஸ்னோஃப்களக்கிற்கு வழிவகுக்கும் வடிவ வரிசையின் ஆரம்ப சில படிசை (குறைந்தபட்சம் படி2 வரை) வரையவும்.
2. கோச் ஸ்னோஃப்ளேக்கிற்கு வழிவகுக்கும் வடிவ வரிசையின் n வது படியில் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறியவும்.
3. வரிசையின் n வது படியில் வடிவத்தின் சுற்றளவைக் கண்டறியவும்.
1 அலகு பக்க நீளத்தைக் கொண்டிருக்குமாறு தொடக்க சமபக்க முக்கோணத்தை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள்.

கலையில் ஃப்ராக்டல்கள்

மனிதனால் உருவாக்கப்பட்ட கலைகளிலும் ஃப்ராக்டல்கள் நீண்ட காலமாகப் பயன்படுத்தப்பட்டு வருகின்றன! இது போன்ற மிகப் பழமையான ஃப்ராக்டல்கள் இந்தியாவின் கோயில்களில் காணப்படுகின்றன. மத்தியப் பிரதேசத்தின் கஜுராஹோவில் உள்ள கண்டாரியா மகாதேவ கோயிலில் ஒரு உதாரணம் காணப்படுகிறது. இது கி.பி. 1025 இல் கட்டி முடிக்கப்பட்டது. அங்கு ஒரு உயரமான கோவில் அமைப்பைக் காணலாம். இது முழு கட்டமைப்பின் சிறிய பிரதிகளால் ஆனது. அதன் மீது அதே கட்டமைப்பின் சிறிய பிரதிகள் இன்னும் பல உள்ளன. மதுரை, ஹம்பி, ராமேஸ்வரம், வாரணாசி மற்றும் பல இடங்களில் உள்ள கோயில்களிலும் ஃப்ராக்டல் போன்ற வடிவங்கள் காணப்படுகின்றன.



கண்டாரிய மகாதேவ கோயில்

பாரம்பரிய ஆப்பிரிக்க கலாச்சாரங்களிலும் ஃப்ராக்டல்கள் பொதுவானவை. உதாரணமாக, நைஜீரிய ஃபுலானி திருமணப் போர்வைகளில் உள்ள வடிவங்கள் பெரும்பாலும் ஃப்ராக்டல் அமைப்புகளைக் காட்டுகின்றன.



நைஜீரிய ஃபுலானி திருமண போர்வை

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள போர்வையில், வைர வடிவ மாதிரிகள் உள்ளன. அவற்றின் உள்ளே சிறிய சிறிய வைர வடிவ மாதிரிகள் தொடர்கின்றன. ஃப்ராக்டல் கலையின் நவீன மேஸ்ட்ரோ சந்தேகத்திற்கு இடமின்றி டச்சு கலைஞர் எம்.சி. ஷைர் ஆவார். அவரது சில அச்சுகள் டைலிங் கணித கருப்பொருளை ஆராய்வதை நாம் ஏற்கனவே பார்த்திருக்கிறோம். ஃப்ராக்டல்களை உள்ளடக்கிய ஒரு பிரபலமான உதாரணம் அவரது படைப்பான 'ஸ்மாலர் அண்ட் ஸ்மாலர்' ஆகும். இது பல்லிகளின் ஒத்த வடிவத்தைச் சிறிய மற்றும் சிறிய அளவுகளில் காட்டுகிறது. எஷரின் 'ஸ்மாலர் அண்ட் ஸ்மாலர்' ஆல் ஈர்க்கப்பட்ட ஒரு அச்ச இங்கே, கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



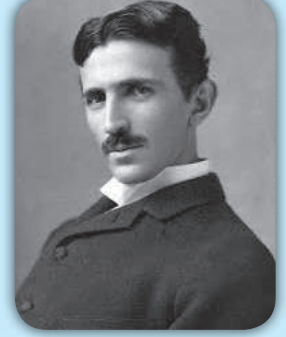
11.2. திடப்பொருட்களைக் காட்சிப்படுத்துதல்

உங்கள் கற்பனையில் அதை உருவாக்குங்கள்.

- ❓ இந்தப்பகுதியை நாம் காட்சிப்படுத்துதல் பயிற்சியுடன் - தொடங்குவோம். ஒவ்வொரு தூண்டுதலுக்கும், உங்கள் துணையுடன் பேச தயங்காதீர்கள். சைகை செய்யுங்கள். காற்றில் வரையுங்கள். ஆனால், உண்மையில் காகிதத்தில் வரைய வேண்டாம்.

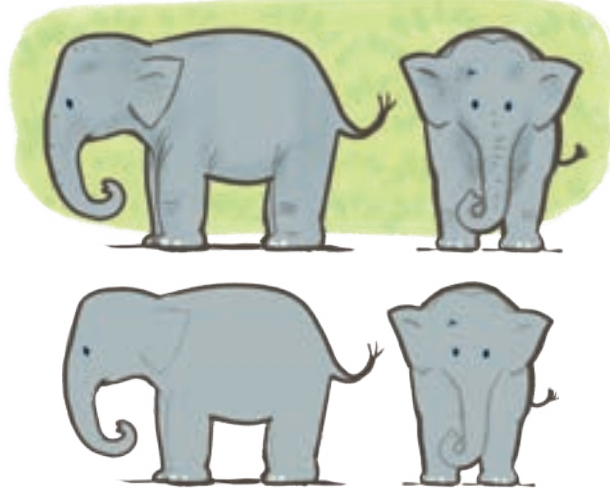
என்னுடைய முறை வித்தியாசமானது. நான் அவசரப்பட்டு உண்மையான வேலையில் ஈடுபடுவதில்லை. எனக்கு ஒரு யோசனை வந்தவுடன், அதை உடனடியாக என் கற்பனையில் உருவாக்கத் தொடங்குகிறேன். நான் கட்டுமானத்தை மாற்றுகிறேன். மேம்பாடுகளைச் செய்கிறேன். சாதனத்தை முழுவதுமாக என் மனதில் இயக்குகிறேன்.

- நிக்கோலஸ் டெஸ்லா (1856-1943)
சிறந்த செர்பிய - அமெரிக்க பொறியாளர் மற்றும் கண்டுபிடிப்பாளர். மின் பொறியியல் மற்றும் பிற துறைகளுக்கு அடிப்படை பங்களிப்புகளைச் செய்தவர்.



1. உங்கள் பெயரைக் கற்பனை செய்து பாருங்கள். பின்னர் எழுத்துக்களைப் பின்னோக்கிப் படியுங்கள். ஒலியால் அல்ல. பார்வையால் இதைச் செய்யுங்கள். உங்கள் பெயரை உறுதியாக பாருங்கள்! இப்போது உங்கள் நண்பரின் பெயரை முயற்சிக்கவும்.
2. ஒரு கற்பனை சதுரத்தின் நான்கு மூலைகளையும் வெட்டி, ஒவ்வொரு வெட்டும் அருகிலுள்ள விளிம்புகளின் மையப் புள்ளிகளுக்கு நடுவில் செல்லும்படி செய்யவும். என்ன வடிவம் மீதமுள்ளது? மற்றொரு சதுரத்தை உருவாக்க நான்கு மூலைகளையும் எவ்வாறு மீண்டும் இணைப்பது?
3. ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் பக்கங்களை மூன்றில் ஒரு பங்காகக் குறிக்கவும். முக்கோணத்தின் ஒவ்வொரு மூலையையும், குறிப்பிட்ட அளவு வரை வெட்டுங்கள் உங்களுக்கு என்ன வடிவம் கிடைக்கிறது?
4. ஒரு சதுரத்தின் பக்கங்களை மூன்று சம பாகங்களாகக் குறிக்கவும்? குறிப்பிட்ட அளவு வரை அதன் ஒவ்வொரு மூலையையும் கத்தரிக்கவும். என்ன வடிவம் மீதமுள்ளது?

நாம் ஒரு திடமான பொருளைப் பார்க்கும்போது அதன் வடிவத்தின் ஒரு குறிப்பிட்ட கண்ணோட்டத்தில் இருந்து பார்க்கிறோம். நமது பார்வையைப் பொறுத்து, இந்த வடிவத்தின் எல்லைக்கோடு வியத்தகு முறையில் மாறுபடும்.



ஒருவேளை நீங்கள் புகைப்படம் எடுக்கும்போதோ அல்லது ஒரு பொருளின் நிழலைக் கவனிக்கும் போதோ பொருட்களின் சுவாரஸ்யமான வடிவங்களைக் கவனித்திருக்கலாம்? அல்லது கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளதைப் போன்ற ஒரு கார்ட்டூனைப் பார்த்திருக்கலாம். அதில் ஒரு கதாபாத்திரம் ஒரு சுவரில் வெடித்து அதன் வெளிப்புறத்தைப் போன்ற ஒரு துளையை விட்டுச் செல்கிறது!



முந்தைய வகுப்புகளில், கனசதுரங்கள், கோளங்கள் உருளைகள் மற்றும் கூம்புகள் போன்ற யானை அல்லது பூனையை விட மிகவும் எளிமையான திடப்பொருளை நீங்கள் பார்த்திருப்பீர்கள். வெவ்வேறு கோணங்களில் இருந்து இவற்றின் வடிவங்கள் எப்படி இருக்கும்?

❓ பின்வரும் ஒவ்வொரு நிகழ்வுகளிலும் ஏற்படும் ஒரு திடமான மற்றும் ஒரு கண்ணோட்டத்தை நீங்கள் விவரிக்க முடியுமா? அது உதவினால், முடியுமா? டாம் செய்தது போல் ஒரு சுவரின் வழியாக திடமானது கடந்து சென்று, பொருத்தமான வடிவத்தின் ஒரு துளையை விட்டுச் செல்வதை நீங்கள் கற்பனை செய்யலாம்.

5. சதுர வடிவத்தைக் கொண்ட ஒரு திடப்பொருள்.

6. வட்ட வடிவத்தைக் கொண்ட ஒரு திடப்பொருள்.

7. முக்கோண வடிவ வெளிப்புறத்தைக் கொண்ட ஒரு திடப்பொருள்.

❓ யானையைப் பற்றி நாம் பார்த்தது போல, ஒரு திடப்பொருள் வெவ்வேறு கோணங்களிலிருந்து மிகவும் மாறுபட்ட வடிவங்களைக் கொண்டிருக்கலாம். பின்வரும் மாறுபட்ட வடிவங்களைக் கொண்ட திடப்பொருட்களை உங்களால் காட்சிப்படுத்த முடியுமா?

இதில் சிறிது நேரம் செலவிடுங்கள். நீங்கள் காட்சிப்படுத்துவது கடினமாக இருந்தால், சுற்றிப் பார்த்து உங்களைச் சுற்றியுள்ள பொருட்களைப் பயன்படுத்தலாம் பொருளுக்கு மேலே உள்ளவை உட்பட, எந்த திசையிலிருத்தும் பார்வைக் கோணங்களைக் கருத்தில் கொள்ள தயங்காதீர்கள்.

8. ஒரு பார்வைக் கோணத்தில் இருந்து செவ்வக வடிவமும், மற்றொரு பார்வைக் கோணத்திலிருந்து வட்ட வடிவமும் கொண்ட ஒரு திடப்பொருள்.

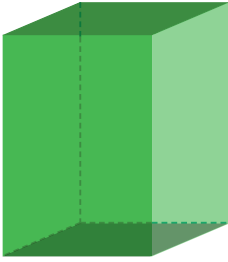
9. ஒரு கோணத்தில் இருந்து வட்டவடிவமும், மற்றொரு கோணத்தில் இருந்து முக்கோண வடிவமும் கொண்ட ஒரு திடப்பொருள்.

10. ஒரு பார்வைக் கோணத்தில் இருந்து செவ்வக வடிவமும் கொண்ட ஒரு திடப்பொருள் மற்றொரு பார்வைக் கோணத்தில் இருந்து முக்கோண வடிவமும் கொண்ட ஒரு திடப்பொருள்.

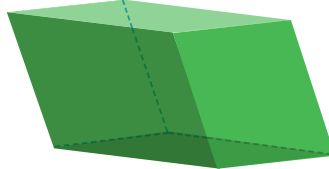
11. ஒரு பார்வைக் கோணத்தில் இருந்து சரிவகம் வடிவம் கொண்ட ஒரு திடப்பொருள் மற்றொரு பார்வைக் கோணத்தில் இருந்து வட்டவடிவம் கொண்ட ஒரு திடப்பொருள்.
 12. ஒரு பார்வைக் கோணத்தில் இருந்து ஐங்கோண வடிவம் மற்றொரு பார்வைக் கோணத்தில் இருந்து செவ்வக வடிவம் கொண்ட ஒரு திடப்பொருள்.
- ❓ ஒவ்வொரு நிபந்தனைக்கும் தனித்துவமான திடப்பொருள்கள் உள்ளதா, அல்லது பல சாத்தியக்கூறுகளைக் கொண்டு வரமுடியுமா?

திடப்பொருள்களை உருவாக்குதல்

மடிக்கக்கூடிய தட்டையான காகிதம், அட்டை மற்றும் உலோகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தி கனசதுரம், இணைகரதிண்மம் உருளை, கூம்பு, பட்டகம் மற்றும் பட்டைக்கூம்பு போன்ற பல அடிப்படை திட வடிவங்களை உருவாக்கலாம்! உள்ளீடற்ற திடப்பொருட்களை உற்பத்தி செய்வதற்கான முறைகளில் இதுவும் ஒன்று.



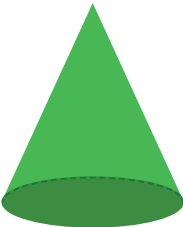
கனசதுரம்



இணைகரதிண்மம்



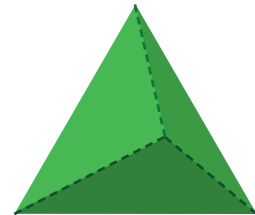
உருளை



கூம்பு

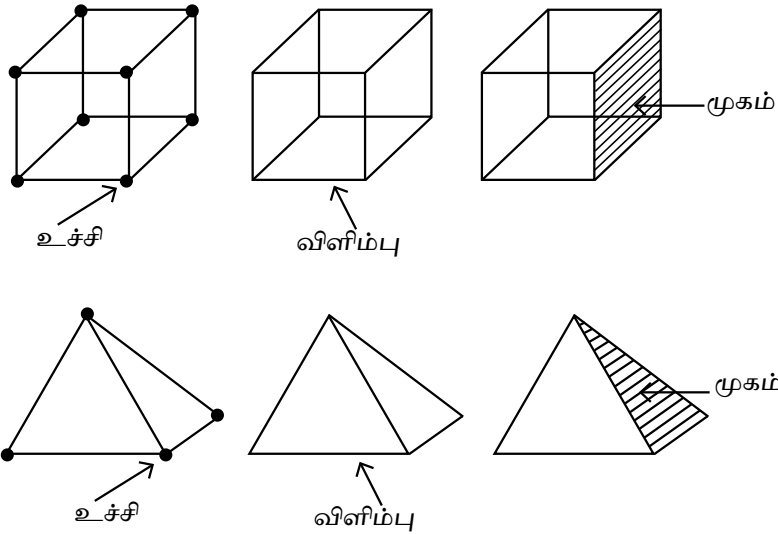


முக்கோணப் பட்டகம்



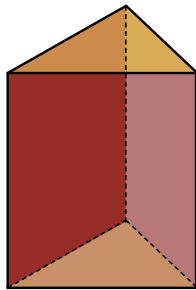
முக்கோண பட்டைக்கூம்பு

எல்லைகளில் தட்டையான மேற்பரப்புகளைக் கொண்ட திடப்பொருட்களைப் பற்றி விவாதிக்கும் போது, முகங்கள், விளிம்புகள் மற்றும் உச்சிகளின் கருத்து ஒரு பயனுள்ள நோக்கத்திற்கு உதவுகிறது.

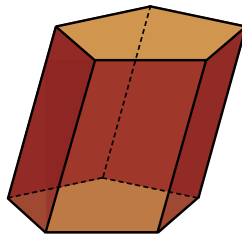


முகங்கள் என்பது ஒரு திடப்பொருளின் எல்லையை உருவாக்கும் சமதளப்பரப்பு/தட்டையான மேற்பரப்புகள் ஆகும். விளிம்புகள் என்பது முகங்களின் பக்கங்களை உருவாக்கும் கோடு விளிம்புகள் சந்திக்கும் புள்ளிகள், உச்சிகள் ஆகும். உதாரணமாக, ஒரு கனசதுரம், 6 முகங்கள், 12 விளிம்புகள் மற்றும் 8 உச்சிகளைக் கொண்டுள்ளது.

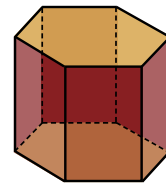
பல வகையான பட்டகங்கள் மற்றும் பட்டைக் கூம்புகள் உள்ளன. அவற்றின் பெயர்கள் அவற்றின் முகங்களின் வடிவத்தைப் பொறுத்தது.



முக்கோண
பட்டகம்



ஐங்கோண
பட்டகம்

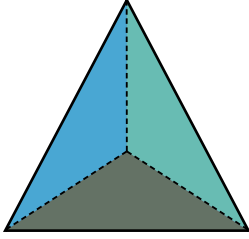


அறுங்கோண
பட்டகம்

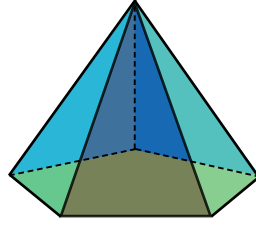
பட்டகம் : பொதுவாக, ஒரு பட்டகம் இரண்டு சர்வசமம் பலகோணங்களை எதிர்முகங்களாகக் கொண்டுள்ளது. மேலும் இந்த பலகோணங்களின் தொடர்புடைய உச்சிகளை இணைக்கும் விளிம்புகள் உள்ளன. மற்ற அனைத்து முகங்களும் இணைகரங்கள் வரைபடங்கள். சர்வசம பலகோணங்களின் வடிவத்தின் அடிப்படையில், பட்டகங்களை முக்கோண பட்டகங்கள், ஐங்கோண பட்டகங்கள் என்று அழைக்கலாம்.

பட்டைக்கூம்புகள்: பொதுவாக, ஒரு பட்டைக்கூம்பு பலகோண அடித்தளத்தையும், அதற்கு வெளியே ஒரு புள்ளியையும் கொண்டுள்ளது. மேலும், விளிம்புகள் புள்ளியை அடித்தளத்தின் ஒவ்வொரு உச்சியுடனும் இணைக்கின்றன. அடித்தளத்தின் வடிவத்தின் அடிப்படையில், பட்டைக்கூம்புகளை முக்கோண பட்டைக்கூம்புகள், சதுர பட்டைக்கூம்புகள், ஐங்கோண பட்டைக்கூம்புகள் மற்றும் பல என்று அழைக்கலாம்.

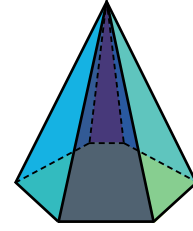
? ஒரு முக்கோண பட்டைக்கூம்பு டெட்ராஹெட்ரான் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.



முக்கோண
பட்டைக்கூம்பு



ஐங்கோண
பட்டைக்கூம்பு



அறுகோண
பட்டைக்கூம்பு

? ஒரு பட்டகத்தின் சர்வசம பலகோணங்கள் 10 பக்கங்களைக் கொண்டிருந்தால், அந்தப் பட்டகத்தில் எத்தனை முகங்கள், விளிம்புகள் மற்றும் உச்சிகள் உள்ளன? பல கோணங்கள் n -ஐக் கொண்டிருந்தால் என்ன செய்வது?

? ஒரு பட்டைக்கூம்பின் அடிப்பகுதி 10 பக்கங்களைக் கொண்டிருந்தால், அந்தப் பட்டைக்கூம்பின் முகங்கள், விளிம்புகள் மற்றும் உச்சிகளின் எண்ணிக்கை என்ன? அடிப்பகுதி n -பக்க பலகோணமாக இருந்தால் என்ன செய்வது?

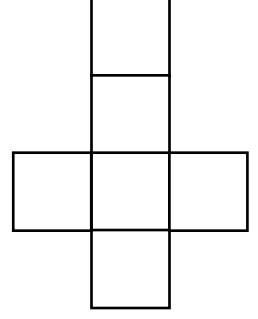
இப்போது காகிதம், அட்டை போன்ற மடிக்கக்கூடிய தட்டையான மேற்பரப்பில் ஒரு வடிவத்தை உருவாக்குவது, அதை திடப்பொருளாக மடிக்க முடியும். அத்தகைய வடிவம் வலை என்று அழைக்கப்படுகிறது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால் ஒரு திடப்பொருளை ஒரு தளத்தின் மீது 'விரிவாக்குவதன்' மூலம் வலை பெறப்படுகிறது.

? கனசதுர வலை என்றால் என்ன ?

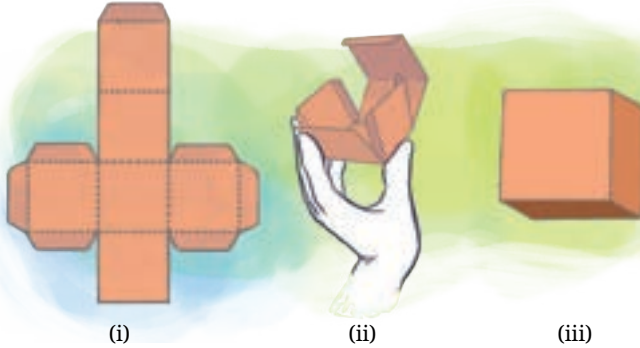
படம் 11.1 என்பது ஒரு கனசதுரத்தின் வலை.

? அதை எப்படி மடித்து ஒரு கனசதுரமாக மாற்றமுடியும் என்பதைக் காட்சிப்படுத்துங்கள்.

வலையைப் பயன்படுத்துவதன் நடைமுறை அம்சங்கள்



ஒரு கனசதுரத்தை அதன் வலையிலிருந்து உருவாக்க, சில நடைமுறை அம்சங்களை மனதில் படம் 11.1 கொள்ளவேண்டும். ஒன்று, பயன்படுத்தப்படும்பொருள் கனசதுரம் நிற்க போதுமான உறுதியைக் கொண்டிருக்க வேண்டும். இரண்டாவது அம்சம், முகங்களை ஒன்றாக இணைப்பதற்கான சில வழிமுறைகள் இருக்க வேண்டும். அட்டை அல்லது இதே போன்ற பொருள் பயன்படுத்தப்பட்டால் செல்லோடேப் என்பது அருகிலுள்ள முகங்களை இணைக்க ஒரு வழியாகும். விளக்கப்படக் காகிதம் போன்ற குறைந்த உறுதியான பொருட்களுக்கு, அருகிலுள்ள முகங்களில் ஒட்டக்கூடிய சில முகங்களின் கூடுதல் 'மடிப்புகள்' இருப்பது பயனுள்ளதாக இருக்கும். பேக்கேஜிங் பெட்டிகளில் இந்த உத்தியை நீங்கள் கவனித்திருக்கலாம்.

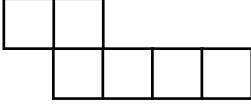


இருப்பினும், ஒரு திடப்பொருளினும் வலையைப் பற்றி நாம் பேசும் போது, திடப்பொருளை விரிப்பதன் மூலம் உருவாகும் வடிவத்தை மட்டுமே நாம் கருத்தில் கொள்கிறோம் உண்மையில் திடப்பொருளை உருவாக்க நாம் பயன்படுத்தக்கூடிய பிற துணை மடிப்புகளை அல்ல.

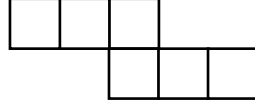
ஒரு கனசதுரத்தை உருவாக்க ஒருவர் பயன்படுத்தக்கூடிய பல சாத்தியமான வலைகள் உள்ளன.

? அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

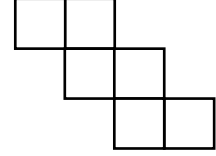
1. பின்வருவனவற்றில் ஒரு கனசதுரத்தின் வலைகள் எவை? முதலில், காட்சிப்படுத்தல் மூலம் பதிலளிக்க முயற்சிக்கவும், பின்னர், நீங்கள் கட்டிவைக்கப்பட்டுள்ள முயற்சி செய்யலாம்.



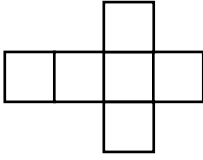
(i)



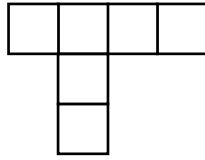
(ii)



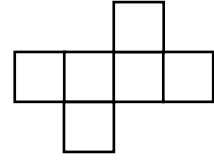
(iii)



(iv)

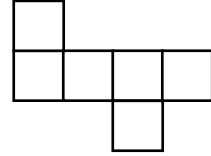
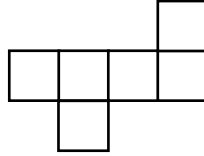
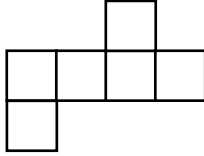


(v)



(vi)

2. ஒரு கனசதுரத்தில் மொத்தம் 11 சாத்தியமான வலை கட்டமைப்புகள் உள்ளன. இந்த எண்ணிக்கையில் சுழற்றுதல் மூலம் ஒன்றை மற்றொன்றிலிருந்து பெற முடிந்தால் இரண்டு வலைகள் ஒரே மாதிரியாக கருதப்படுகின்றன.



ஒரு கனசதுரத்தின் 11 வலைகளையும் கண்டுபிடி.

3. பின்வரும் பக்கவாட்டு நீளங்களைக் கொண்ட ஒரு கன செவ்வகத்தின் வலையை வரையவும்.

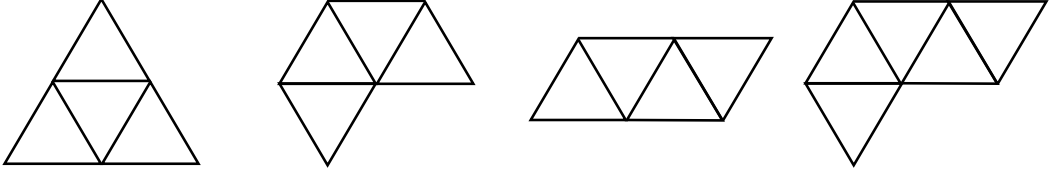


(i) 5 செ.மீ., 3 செ.மீ. மற்றும் 1 செ.மீ.

(ii) 6 செ.மீ., 3 செ.மீ. மற்றும் 2 செ.மீ.

மற்ற திடப்பொருளின் வலைகளைக் கண்டுபிடிப்போம். சமபக்க முக்கோண முகங்களைக் கொண்ட ஒரு நான்முகி, ஒழுங்கான நான்முகி என்று அழைக்கப்படுகிறது.

- ? ஒரு ஒழுங்கான நான்முகியின் வலை என்றால் என்ன? பின்வருவனவற்றில் எவை ஒரு ஒழுங்கான நான்முகியின் வலைகள்?



- ? வேறு ஏதேனும் சாத்தியமான வலைகள் உள்ளதா?

ஒரு ஒழுங்கான நான்முகி 2 சாத்தியமான வலைகளை மட்டுமே கொண்டுள்ளது.

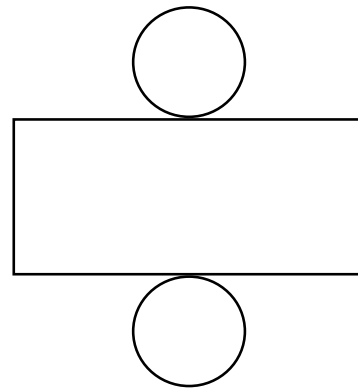
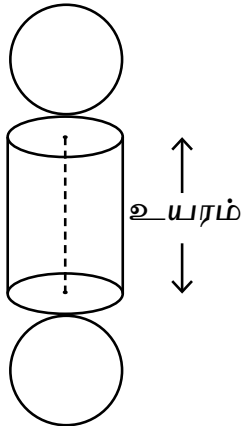
- ? ஒரு ஒழுங்கான நான்முகி வடிவமாக மடிக்கக்கூடிய பொருத்தமான அளவீடுகளுடன் ஒரு வலையை வரையவும். உண்மையான கட்டிவுட்டை உருவாக்குவதன் மூலம் அது வேலை செய்கிறதா என்று சரிபார்க்கவும்.



- ? சதுர பட்டைகூம்பு மடிக்கக்கூடிய பொருத்தமான அளவீடுகளுடன் ஒரு வலையை வரையவும். உண்மையான கட்டிவுட்டை உருவாக்குவதன் மூலம் அது வேலை செய்கிறதா என்று சரிபார்க்கவும்.

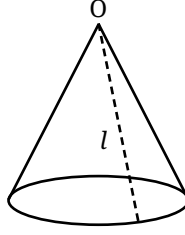
- ? ஒரு சிலிண்டரின் வலை என்ன?

கீழே உள்ள படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி, ஒரு உருளையின் வட்ட முகங்கள் விரிக்கப்பட்டு, உருளையின் உயரத்தில் ஒரு வெட்டு செய்யப்பட்டால், நமக்குக் கிடைக்கும்.



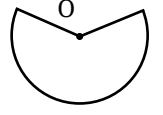
- ? பெறப்பட்ட செவ்வகத்தின் பக்க நீளங்கள் என்ன?

? ஒரு கூம்பின் வலை எப்படி இருக்கும்?



? கூம்பினை 'l' ல் கோட்டில் வெட்டி பின்னர் விரிக்கப்பட்டால் நமக்கு என்ன கிடைக்கும்?

அடிவட்டத்தின் எல்லையில் உள்ள அனைத்து புள்ளிகளும் 'O' இலிருந்து சமதூரத்தில் இருப்பதைக் கவனியுங்கள். எனவே, கூம்பை விரித்த பிறகு, வலையின் எல்லை O-வை மையமாகக் கொண்ட ஒரு வட்டத்தின் ஒரு பகுதியாக இருக்கும்.

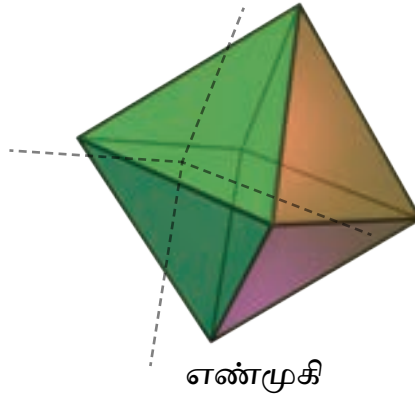


? O வட்டத்தின் மையமாக இல்லாமல் இருக்குமாறு மேலே உள்ள வலையைப் பயன்படுத்தி நீங்கள் எந்த மேற்பரப்பை உருவாக்குகிறீர்கள்? இந்தக் கேள்விக்கு பதிலளிக்க உதவும் ஒரு இயற்பியல் மாதிரியை உருவாக்குங்கள்.



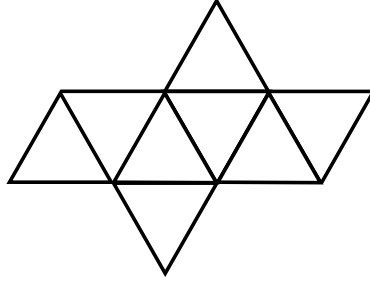
? ஒரு முக்கோணப் பட்டகமாக மடிக்கக்கூடிய பொருத்தமான அளவீடுகளுடன் ஒரு வலையை வரையவும். உண்மையான கட்அவுட்டை உருவாக்குவதன் மூலம் அது செயல்படுகிறதா என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

பட்டைக் கூம்பின் இரு சதுர வடிவ அடிப்பகுதியை இணைப்பதன் மூலம் உருவாக்கப்பட்ட ஒரு திடப் பொருள் எண்முகி இங்கே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



எண்முகி

அதன் வலையை உங்களால் கற்பனை செய்ய முடிகிறதா? இது அதன் வலைகளில் ஒன்று.



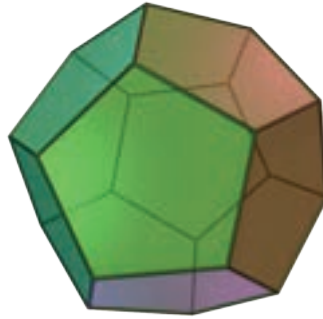
? வலையில் உள்ள அனைத்து முக்கோணங்களையும் சமபக்கமாக எடுத்துக்கொண்டு, வலையின் ஒரு கட்அவுட்டை உருவாக்கி, அதை ஒரு எண்முகி வடிவமாக மடிக்கவும்.



கன சதுரங்களைப் போலவே, ஒரு எண்முகியிலும் 11 வெவ்வேறு வலைகள் உள்ளன.

இதுவரை முகங்கள் அனைத்தும் சமபக்க முக்கோணங்கள் (ஒழுங்கு நான்முகிகள்) மற்றும் அனைத்து சதுரங்கள் (கனசதுரங்கள்) கொண்ட திடப்பொருள்களைப் பார்த்தோம். முகங்கள் அனைத்தும் ஐங்கோணங்களைக் கொண்ட ஒரு திடப்பொருள் இருக்கிறதா? சுவாரஸ்யமாக பதில் ஆம்!

இந்த திடப்பொருள் ஒரு டோடெகாஹெட்ரான் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இந்த திடப்பொருளையும் ஒரு வலையிலிருந்து உருவாக்க முடியும்! ஒரு டோடெகாஹெட்ரான் எத்தனை வலைகளைக் கொண்டுள்ளது என்பதை கணிதவியலாளர்கள் துல்லியமாகக் கண்டுபிடித்தனர். -43.380

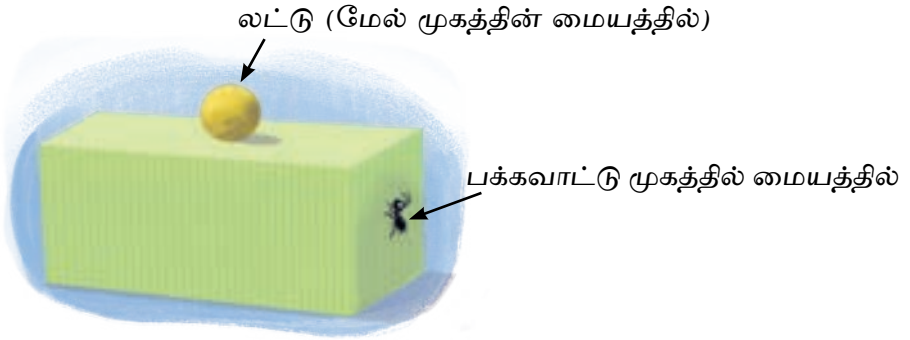


டோடெகாஹெட்ரான்

? ஒரு கோள வலையா? ஒரு பந்தைச் சுருக்கங்கள், இடைவெளிகள் அல்லது ஒன்றுடன் ஒன்று சேராமல் சரியாகச் சுற்றிக் கொள்ளக்கூடிய ஒரு காகித கட்டிவுட்டை நீங்கள் உருவாக்க முடியுமா என்று பரிசோதனை செய்து பாருங்கள்.

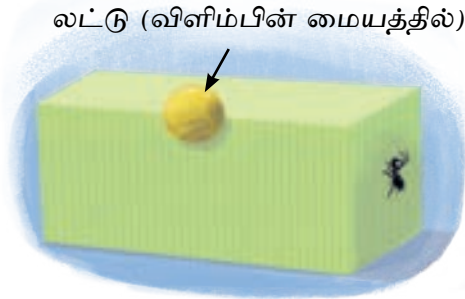
ஒரு கனசதுரத்தில் மிகக் குறுகிய பாதைகள் இதுவரை நடந்த விவாதத்துடன் தொடர்புடைய ஒரு சுவாரஸ்யமான சிக்கலைக் கருத்தில் கொள்வோம். ஒருதளத்தில் இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள குறுகிய பாதை, அவற்றுக்கிடையே உள்ள நேர்கோடு என்பதை நாம் அறிவோம். ஒரு கனசதுரத்தின் மேற்பரப்பில் இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள குறுகிய பாதை எது, அதன் மேற்பரப்பில் மட்டுமே நாம் பயணிக்க அனுமதிக்கப்பட்டால்?

ஒரு கனசதுரத்தின் மேற்பரப்பில் ஒரு பசியுள்ள எறும்பை கற்பனை செய்து பார்ப்போம் அதன் நல்லவேளை, மேற்பரப்பில் ஒரு லட்டு இருக்கிறது.

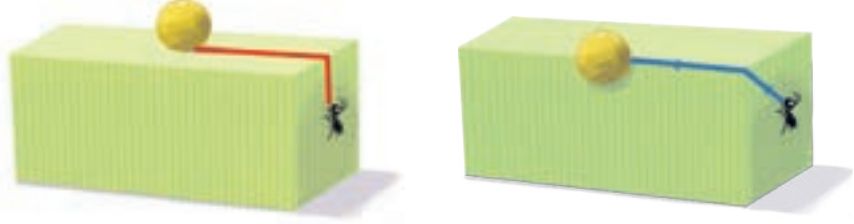


? எறும்பு லட்டுவை அடைய மிக்க குறுகிய பாதை எது?

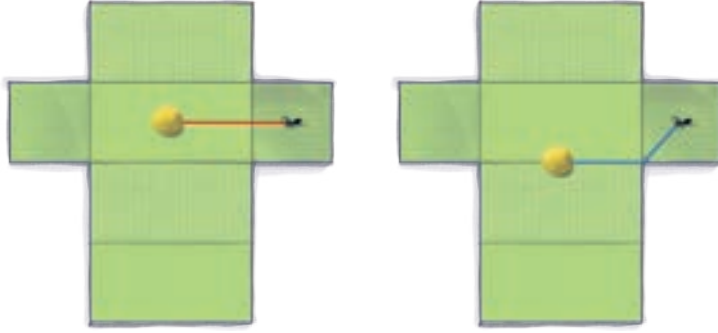
? பின்வரும் விஷயத்தில் எது குறுகிய பாதை?



- ② ஒரு குறிப்பிட்ட பாதை மிகக் குறுகியது என்ற நாம் நினைத்தால், அது உண்மையிலேயே எல்லையற்ற சாத்தியக்கூறுகள் அனைத்திலும் ஒன்றுதான் என்பதை எவ்வாறு உறுதியாக நம்புவது?
- ② உதாரணமாக, இவற்றில் ஏதேனும் ஒன்று குறுகிய பாதையா?



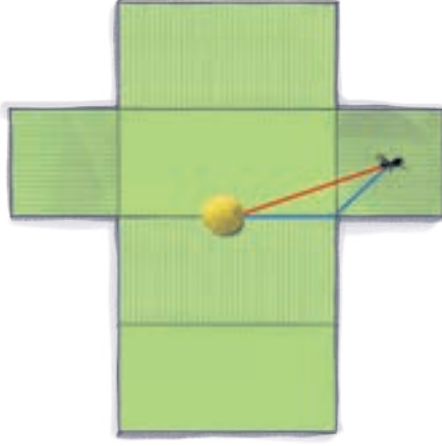
(குறிப்பு: வலையை வரைந்து, இந்தப் பாதைகள் வலையில் எவ்வாறு தோன்றும் என்பதைப் பாருங்கள்)



- ② இது என்ன காட்டுகிறது?

கனசதுரத்தின் மேற்பரப்பில் உள்ள ஒரு பாதையை வலையில் அதே நீளமுள்ள பாதையாக மாற்றலாம். மாறாக, வலையில் உள்ள ஒவ்வொரு பாதையும் கனசதுரத்தில் அதே நீளமுள்ள பாதையாக மாற்றப்படும்.

முதல் நிகழ்வில், கனசதுரத்தில் குறிக்கப்பட்ட பாதை மிகக் குறுகியது. ஏனெனில் அது வலையில் உள்ள ஏறும்புக்கும், லட்டுக்கும் இடையில் ஒரு நேர்கோட்டாக மாறுகிறது. இது அவற்றுக்கிடையேயான மிகக் குறுகிய பாதையாகும். இரண்டாவது நிகழ்வில், கனசதுரத்தில் குறிக்கப்பட்ட பாதை வலையில் ஒரு நேர்கோட்டுப் பாதையாக மாறாது. எனவே ஏறும்பு செல்ல வேண்டிய மிகக் குறுகிய பாதை இதுவல்ல.



லட்டு (விளிம்பின் மையத்தில்)

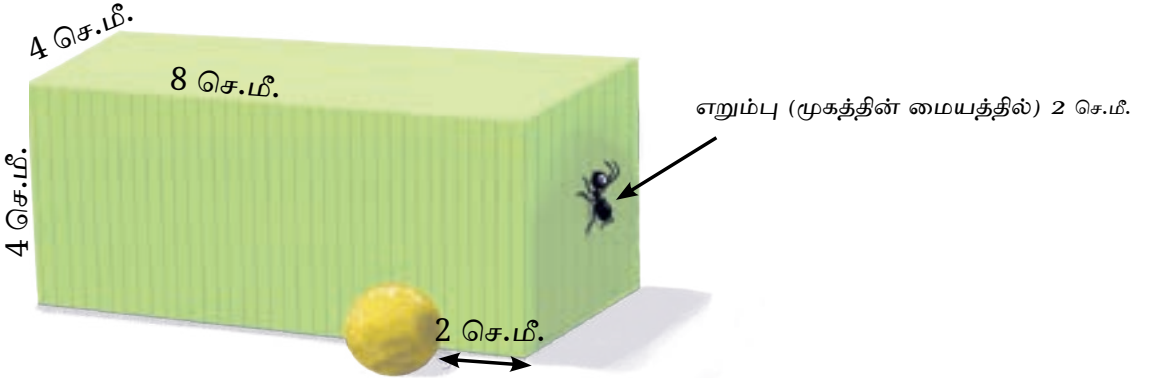


சிவப்பு பாதை மிகக் குறுகியது

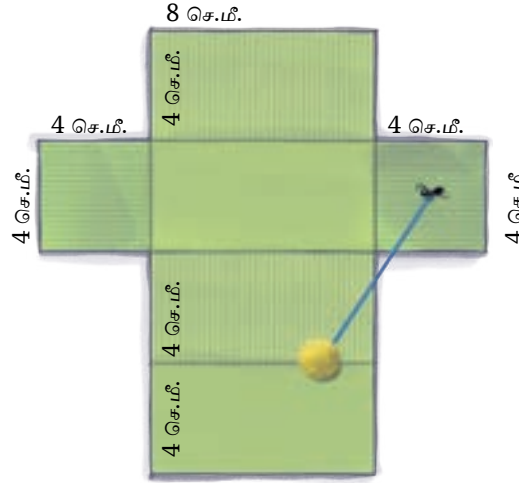
ஒரு கனசதுரத்தில் மிகக் குறுகிய பாதையைக் கண்டுபிடிப்பதை வலையின் மிகக் குறுகிய பாதையை கண்டுபிடிக்கும் சிக்கலாக மாற்றுகிறோம்.

ஒரு கனசதுரத்தில் இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள குறுகிய பாதையைக் கண்டுபிடிப்பதில் உள்ள சிக்கலை இப்போது நாம் முழுமையாக பகுப்பாய்வு செய்துவிட்டோமா?

② என்றும்புக்கும் லட்டுக்கும் இடையிலான குறுகிய பாதையைக் கண்டறியவும்.

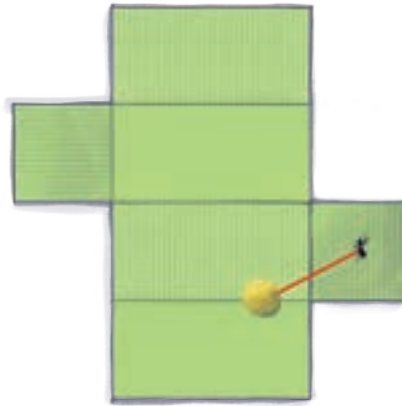


முன்பு போலவே கனசதுரத்தை விரித்தால், நமக்குக் கிடைக்கும்.



எறும்புக்கும் லட்டுக்கும் இடையே உள்ள கோட்டுப் பகுதி வெளியே செல்வதைக் கவனியுங்கள். வெளிப்படையாக, இது கனசதுரத்தில் உள்ள எந்த பாதையுடனும் ஒத்துப் போகவில்லை.

② சரி, இப்போது நாம் என்ன செய்வது? வலையை பின்வருமாறு விரித்தால், கனசதுரத்தில் ஒரு பாதை கிடைக்கும்.

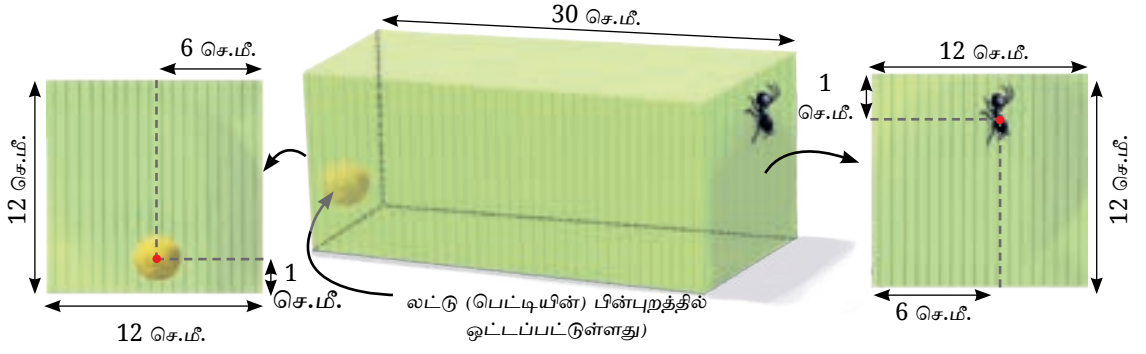


மிகக் குறுகிய பாதை

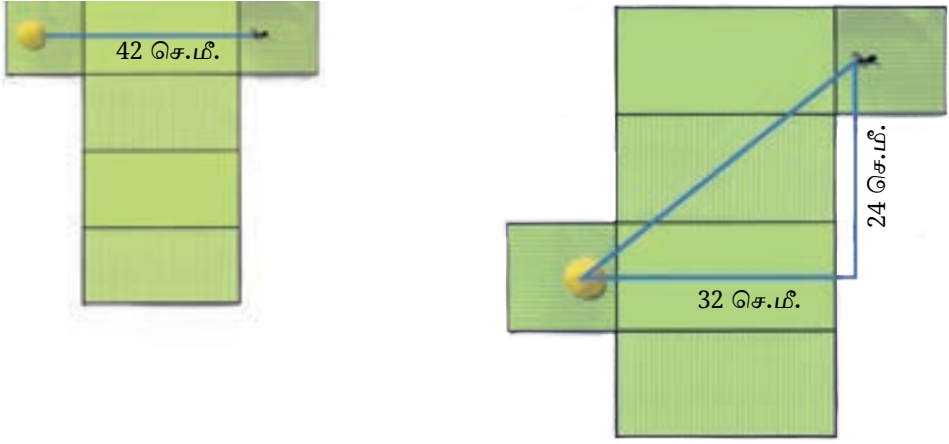
எனவே, ஒரு கனசதுரம் விரிக்கப்படும் விதம் முக்கியமானது!

② இப்போது நாம் ஒரு தந்திரமான வழக்கைப் பார்ப்போம். எறும்புக்கும் லட்டுக்கும் இடையிலான மிகக் குறுகிய பாதையின் நீளம் என்ன?





கனசதுரத்தை விரிக்கும் சில வழிகள் இங்கே.



இரண்டாவது வழக்கில், ஏறும்புக்கும் லட்டுக்கும் இடையிலான d சதுரத்தை பௌதாயன தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி கணக்கிடலாம், ஏனெனில் இங்கே நமக்கு ஒரு செங்கோண முக்கோணம் உள்ளது.

$$d^2 = 24^2 + 32^2$$

$$d = \sqrt{1600} = 40 \text{ செ.மீ.}$$

இந்த விரிவுகள் ஒவ்வொன்றிலும், ஏறும்புக்கும், லட்டுக்கும் இடையிலான கோட்டுத் துண்டின் நீளம் வேறுபட்டிருப்பதைக் காண்கிறோம்! எனவே பதிலைக் கண்டுபிடிக்க சாத்தியமான அனைத்து வெவ்வேறு விரிவுகளையும் நாம் கவனமாக பட்டியலிட வேண்டும்!

ஒரு சமதள மேற்பரப்பில் திடப்பொருட்களின் பிரதிநிதித்துவம்

வரைதல் என்பது மனிதனின் பழமையான செயல்பாடுகளில் ஒன்றாகும். அழகியல் மற்றும் நடைமுறை மற்றும் பொறியியல் நோக்கங்களுக்காக மக்கள் ஆயிரக்கணக்கான ஆண்டுகளாக இதைச் செய்து வருகின்றனர். பிந்தையதைப் பொறுத்தவரை, ஒருபொருளை வரைவது அதைப் பற்றிய தகவல்களைப் பதிவு செய்ய அல்லது தெரிவிக்க ஒரு பயனுள்ளவழியாகும்.

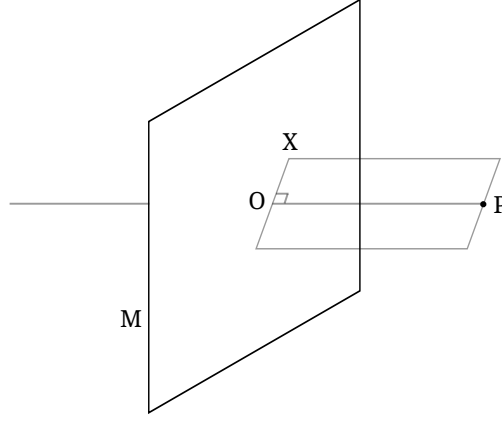
காட்சி பிரதிநிதித்துவம், பிரதிநிதித்துவப்படுத்தப்படும் பொருள்களைப் பற்றி சிந்திக்கவும் நமக்கு உதவுகிறது. கட்டிடங்களைக் கட்டும்போது இயந்திரங்களை வடிவமைக்கும் போது, பொறியியலில் இத்தகைய தேவைகள் பெரும்பாலும் எழுகின்றன. மேலும், பொறியியல் வரைபடங்களுக்கு அவை சித்தரிக்கும் பொருட்களை ஒருவர் உண்மையாகவே உருவாக்கக்கூடிய அளவுக்கு விரிவாக இருக்க வேண்டும்.

இப்போது ஒரு தளத்தில் திடப்பொருட்களை வரைவதற்கான சில வழிகளை ஆராய்வோம்.

கணிப்புகள் (Projections):

ஒரு திடப்பொருளின் வலை (அது இருக்கும்போது) என்பது தளத்தில் உள்ள ஒரு திடப்பொருளைக் குறிக்கும் ஒரு வழியாகும். ஆனால், வலையை உண்மையாக வெட்டி மடிக்காமல், வலையிலிருந்து திடப்பொருளைக் காட்சிப்படுத்துவது கடினமாக இருக்கலாம்.

ஒரு திடப்பொருளை பிரதிநிதித்துவப்படுத்துவதற்கான மற்றொரு வழி, ஒரு தளத்தில் அதன் அனைத்து புள்ளிகளின் கணிப்புகளையும் பார்ப்பது, இந்த யோசனை, நாம் முன்னர் விவாதித்த ஒரு குறிப்பிட்ட கண்ணோட்டத்தில் இருந்து ஒரு திடப்பொருளின் சுயவிவரத்துடன் நெருக்கமாக தொடர்புடையது. இந்த நுட்பம் எவ்வாறு செயல்படுகிறது என்பதைப் பார்ப்போம்.

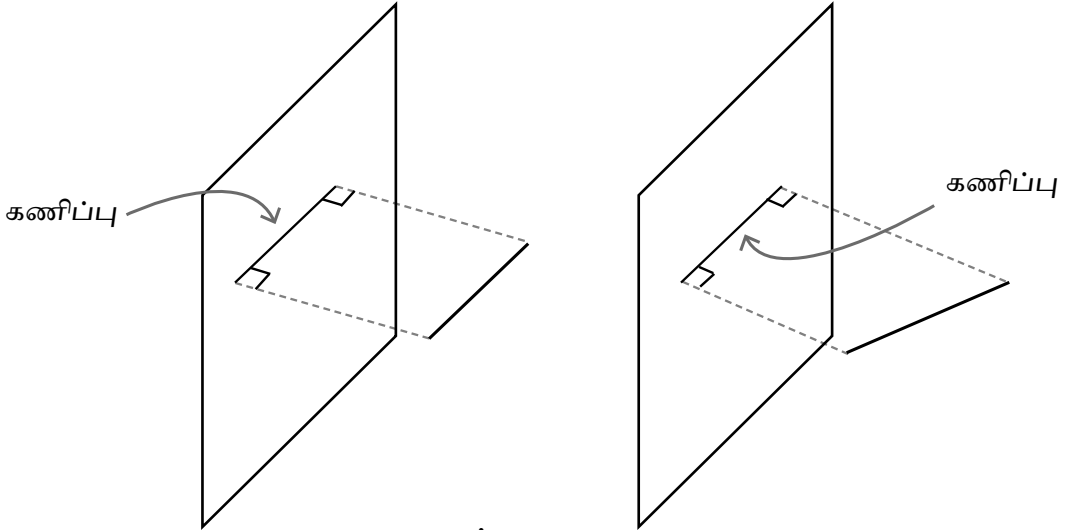


O என்பது P இன் கணிப்பு ஆகும்

ஓர் இடத்தில் ஒரு புள்ளி Pஐயும், ஒரு தளம் Mஐயும் கருத்தில் கொள்ளுங்கள். P இலிருந்த ஒரு கோடு M தளத்தை ஒரு புள்ளியில் வெட்டுவதை கற்பனை செய்து பாருங்கள்.

தளத்திலுள்ள எந்த OX கோட்டிற்கும், $\angle POX = 90^\circ$ என்றால், OP என்பது தளத்திற்கு செங்குத்தாக உள்ளது என்று கூறுகிறோம். இந்த நிகழ்வில், புள்ளி O என்பது Pன் கணிப்பு என்று கூறுகிறோம். ஒரு பொருளின் அனைத்து புள்ளிகளின் கணிப்புகளும் சேர்ந்து அந்தத் தளத்தில் உள்ள பொருளின் கணிப்பை உருவாக்குகின்றன.

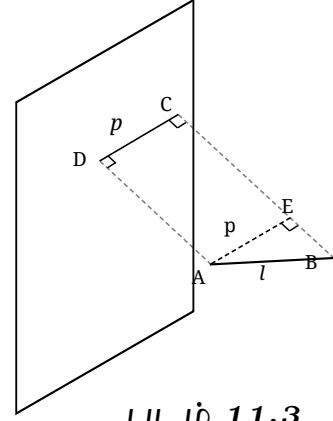
? ஒரு கோட்டின் கணிப்பைக் காட்சிப்படுத்துவோம்



படம் 11.2

? ஒரு கோட்டின் நீளத்திற்கு அதன் கணிப்பிற்கும் என்ன நடக்கும்?

படம் 11.3 இல் உள்ள கணிப்புகளைக் கருத்தில் கொள்வோம். உதாரணமாக l என்பது கோட்டின் உண்மையான நீளமாகவும் P என்பது அதன் கணிப்பிற்கான நீளமாகவும் இருக்கட்டும்.



படம் 11.3

$AE \perp BC$ வரையவும், $AECD$ என்பது ஒரு செவ்வகம், **கணித பேச்சு** (ஏன்?) எனவே, $AE = DC = P$ மேலும், $\angle AEB = 90^\circ$.

? இப்போது P மற்றும் l நீளங்களை ஒப்பிட முடியுமா?

? கணிப்பு கோட்டின் நீளம் எப்போது அதன் உண்மையான நீளத்திற்கு சமமாக இருக்கும் ?

? ஒரு சதுரத்தின் நோக்கு நிலையைப் பொறுத்து நமக்குக் கிடைக்கும் பல்வேறு சாத்தியமான கணிப்புகள் என்னவென்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள்?

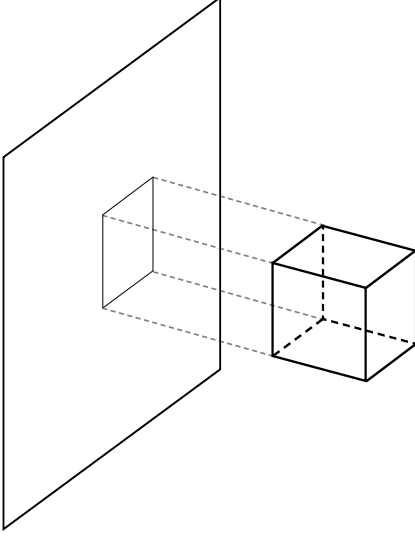
? வெவ்வேறு நோக்கு நிலைகளின் கீழ் ஒரு இணையான வரைபடத்தின் கணிப்பு என்ன என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள்? இது எப்போதாவது ஒரு இணையான வரைபடமாக இல்லாத ஒரு நாற்கரமாக இருக்க முடியுமா? ஒரு தொடக்கப் புள்ளியாக, ஒரு ஜோடி இணையான கோடுகளின் வெளிப்பாட்டைப் பற்றி நீங்கள் சிந்திக்கலாம்.

? n -பக்க ஒழுங்கு பலகோணத்தின் கணிப்பு பற்றி நீங்கள் என்ன சொல்ல முடியும்? (குறிப்பு: ஒரு பலகோணத்தின் வீச்சு அதன் பக்கங்களின் வீச்சுகளால் ஆனது.)

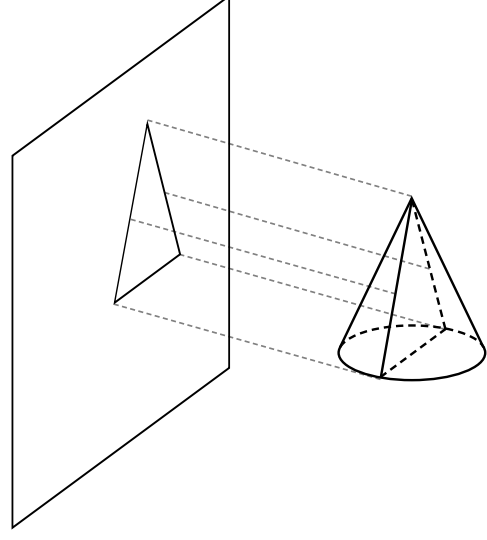
கணித பேச்சு

இப்போது திடப்பொருட்களின் கணிப்புகளைக் கருத்தில் கொள்வோம்.

? ஒரு கனசதுரம் மற்றும் கூம்பின் புரோட்ரஷன்கள் எப்படி இருக்கும்?



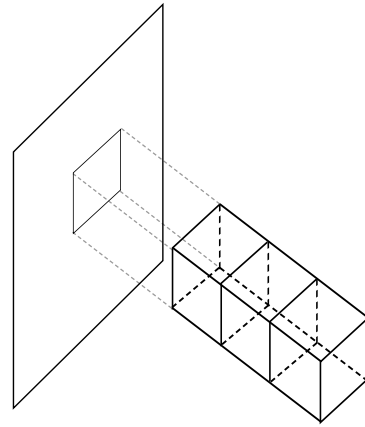
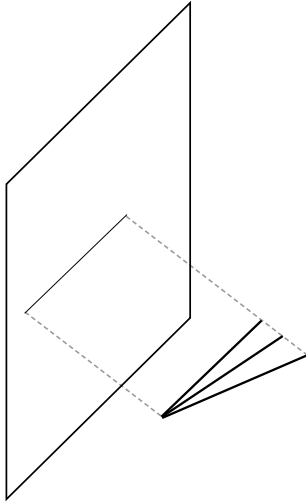
படம் 11.4



படம் 11.5

ஒரு பொருள் ஒரு தளத்தின் வழியாக செங்குத்தாகச் சென்று ஒரு துளையை உருவாக்கினால், துளையின் வடிவம் பொருளின் வெளிப்புற வடிவத்தைப் போலவே இருக்கும்.

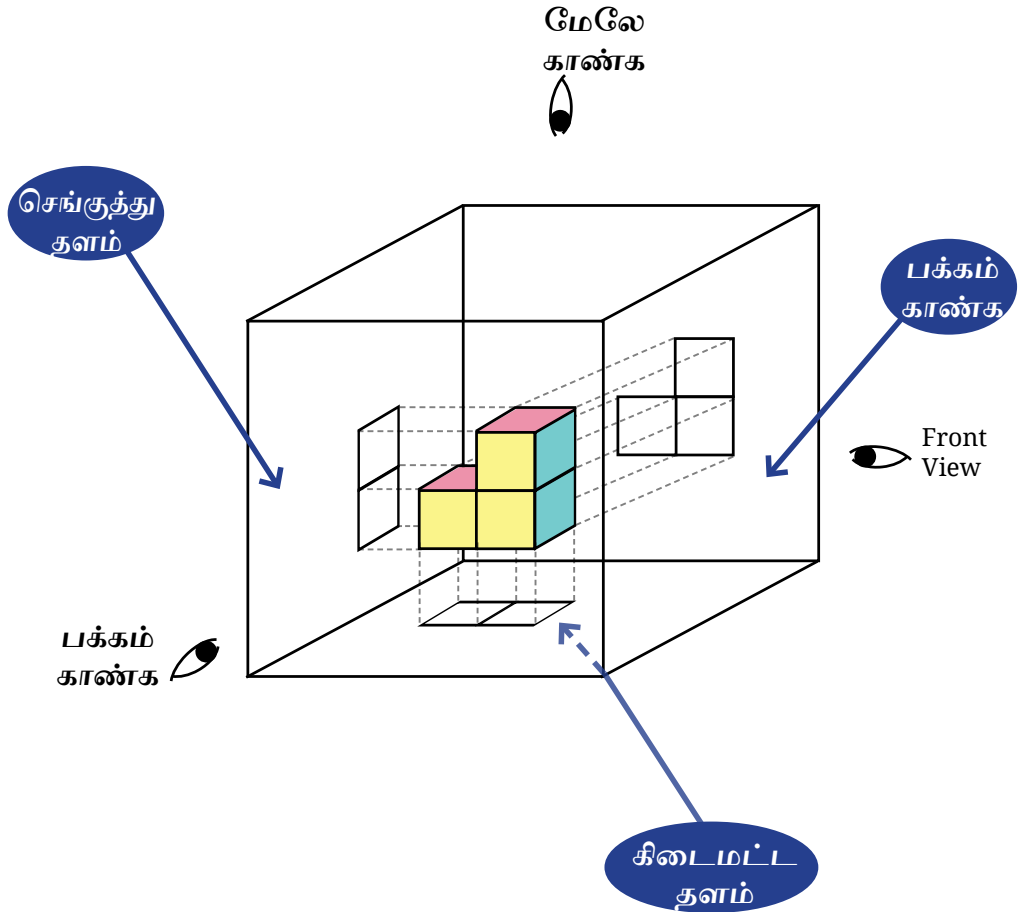
? படங்கள் 4.2-4.5 ஐப் பார்க்கவும். ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும், அதே வெளிப்பாட்டைக் கொடுக்கும் மற்றொரு பொருளை உங்களால் காட்சிப்படுத்த முடியுமா என்று பாருங்கள்.



படம் 11.6

வெவ்வேறு கோடுகள் (மற்றும் வெவ்வேறு கனசதுரங்கள் ஒரே மாதிரியான நீட்டிப்புகளைக் கொடுக்கின்றன. கொடுக்கப்பட்ட ஒரு வெளிப்பாடு ஒரு தனித்துவமான பொருளால் செய்யப்படவில்லை என்பதைக் காண்கிறோம்.

? கொடுக்கப்பட்ட பொருளைப் போலவே அதே வெளிப்பாட்டை உருவாக்கும் (மற்றொரு பொருளைக் கண்டறியவும். கூம்பு இந்தக் காரணத்திற்காக, நாம் பெரும்பாலும் ஒரு பொருளின் மூன்று பரஸ்பரம் செங்குத்தாக இருக்கும் நீட்டிப்புகளை எடுத்துக் கொள்கிறோம். படத்தில் காட்டியுள்ளபடி, பொருளின் முன் உள்ள ஒரு தளம் செங்குத்துத்தளம் என்றும், பொருளின் கீழே உள்ள ஒரு தளம் கிடைமட்டத் தளம் என்றும், பொருளின் பக்கவாட்டுத்தளம் என்றும் கருதுகிறோம்.



பொருள் எந்த திசையிலிருந்து பார்க்கப்படுகிறது என்பதைப் பொறுத்து இந்த மூன்று தளங்களிலும் உள்ள திட்டங்களுக்கு நாம் பெயர்களைக் கொடுக்கிறோம். செங்குத்துத் தளத்தில் உள்ள திட்டமானது முன் பார்வை என்றும், கிடைமட்டத் தளத்தில் மேல் பார்வை என்றும், பக்கத் தளத்தில் உள்ள திட்டமானது பக்கக் காட்சி என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. இந்த திட்டமானது முத்தைய பகுதியில் நாம் ஆராய்ந்த சுயவிவரங்களின் கருத்தை முறைப்படுத்துகிறது.

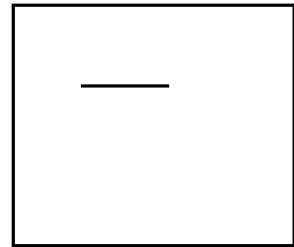
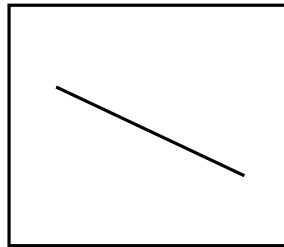
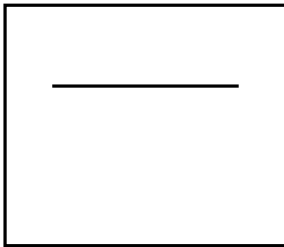
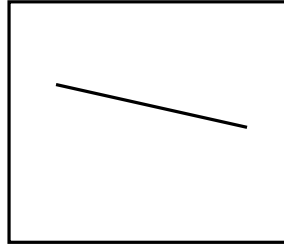
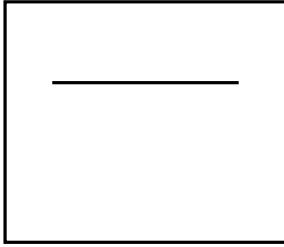
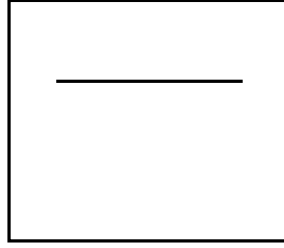
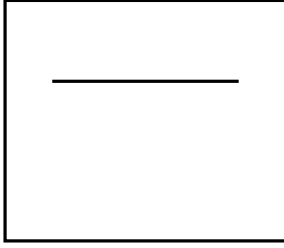
? படம் 11.6 இல் காட்டப்பட்டுள்ள தளங்களை செங்குத்துத் தளங்களாக எடுத்துக் கொள்ளும்போது, இந்த திட்டப் புள்ளிகள் என்ன என்பதைப் பார்ப்போம்.

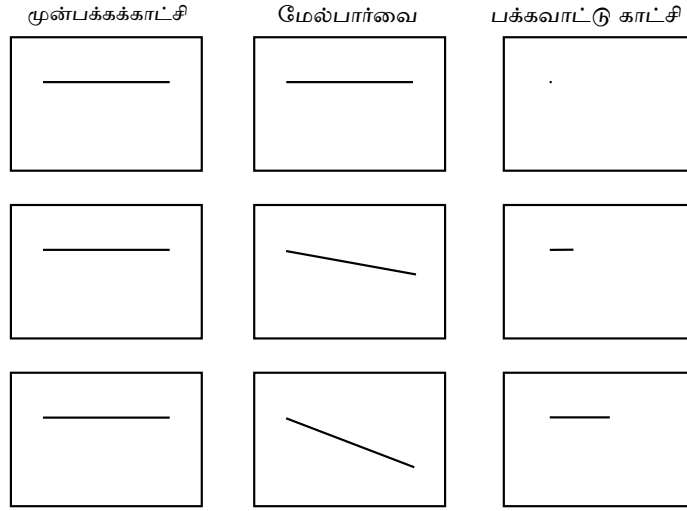
படம் 11.6. இல் உள்ள பல்வேறு கோடுகளின் கணிப்புகள்

முன்பக்கக்காட்சி

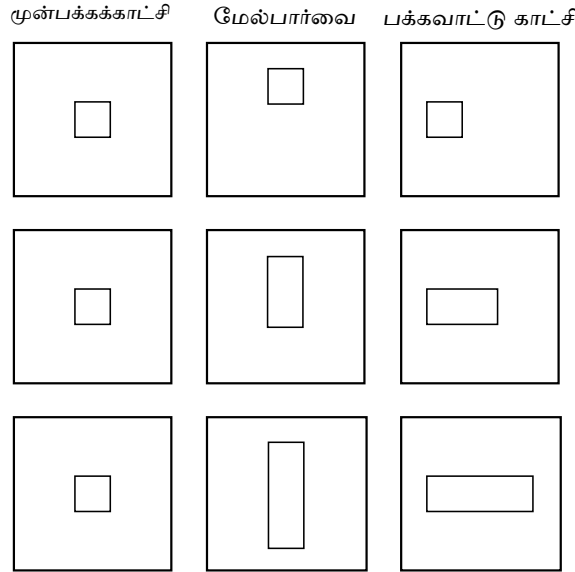
மேல்பார்வை

பக்கவாட்டு காட்சி





படம் 11.6 இல் உள்ள வெவ்வேறு கனசதுரங்களின் கணிப்புகள்.



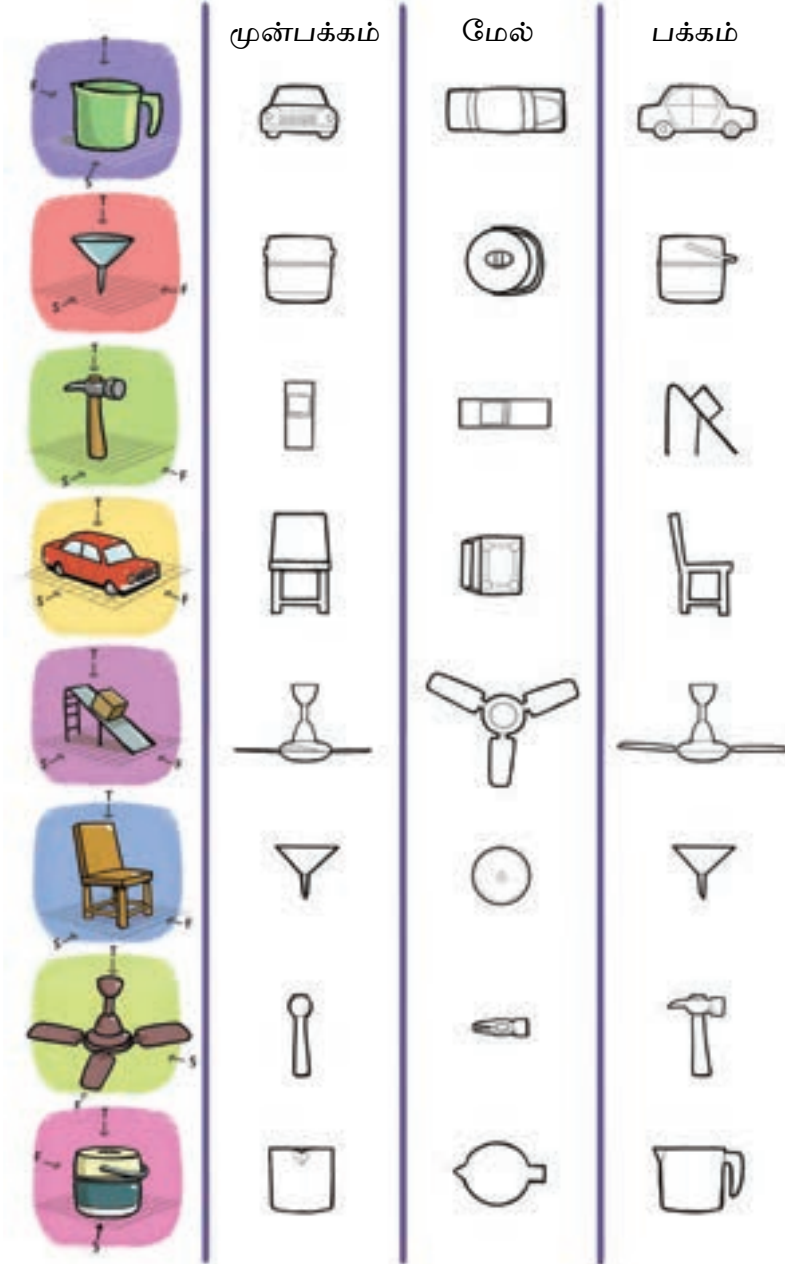
? அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

- படம் 11.6 இல் உள்ள வெவ்வேறு கோடுகளின் முன்பார்வை, மேல் பார்வை மற்றும் பக்கக் காட்சியைக் கவனியுங்கள். அவற்றின் நீளங்களுக்கு இடையே ஏதேனும் தொடர்பு உள்ளதா?
- பின்வரும் ஒவ்வொரு திடப்பொருளின் முன்பார்வை, மேல்பார்வை மற்றும் பக்கக் காட்சியைக் கண்டறிந்து, செங்குத்து கிடைமட்ட



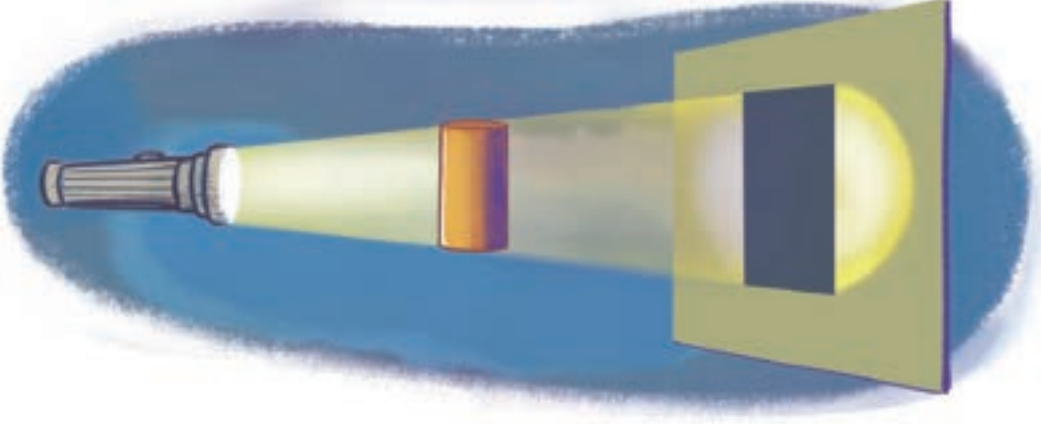
மற்றும் பக்கத் தளங்களைப் பொறுத்து அதன் நோக்கு நிலையை சரிசெய்யவும். கனசதுரம், கன செவ்வகம், இணையான குழாய், உருளை, கூம்பு, ப்ரிஸம் மற்றும் பிரமிட், தேவைப்பட்டால், துப்புகளுக்கான அடுத்த சிக்கலைப் பார்க்கவும்.

3. பின்வரும் ஒவ்வொரு பொருளையும் அதன் நீட்டிப்புகளுடன் பொருத்தவும்.



நிழல்கள்

உங்கள் அறையின் சுவர் போன்ற ஒரு தளத்தின் முன் ஒரு பொருளை வைக்கவும். சுவருக்கு செங்குத்தாக ஒரு திசையில் பொருளின் மீது டார்ச் லைட்டை ஒளிரச் செய்யவும்.



? நீ என்ன பார்க்கிறாய்?

ஒரு தளத்தில் நிழலின் வடிவம், அந்த தளத்தில் உள்ள எறிபொருளின் வடிவத்தைப் போலவே இருப்பதைக் காண்போம். இருப்பினும், பொருள் எவ்வாறு பிடிக்கப்படுகிறது என்பதைப் பொறுத்து நிழல் அளவிடப்படலாம், அல்லது சிறிது சிதைக்கப்படலாம்.

? உங்கள் டார்ச்சிற்கும் உங்கள் பொருளுக்கும் இடையிலான தூரத்தை மாற்றும்போது நிழலின் அளவிற்கு என்ன நடக்கிறது என்பதைக் கவனியுங்கள்.

? இது ஏன் நடக்கிறது?



இப்போது, உங்கள் டார்ச் மிகவும் சக்தி வாய்ந்தது என்று கற்பனை செய்து பாருங்கள், நீங்கள் அதை எவ்வளவு தூரம் பின்னோக்கி நகர்த்தினாலும், சுவரில் பொருளின் நிழலைத் தொடர்ந்து ஏற்படுத்தும்.

? இந்தக் கற்பனை ஜோதி எப்போதும் சுவருக்கு செங்குத்தாக ஒரு திசையை நோக்கிச் சென்றால், ஜோதிக்கும் பொருளுக்கும் இடையிலான தூரம் அதிகரிக்கும் போது, பொருளின் நிழல், சுவரின் தளத்திற்குப் பொருளின் எறிவிலிருந்து பிரித்தறிய முடியாததாகிவிடும்!

இந்தப் பரிசோதனை கற்பனையாகத் தோன்றினாலும், நீங்கள் இதற்கு முன்பு இதுபோன்ற மிகவும் சக்திவாய்ந்த மற்றும் தொலைதூர ஜோதியை சந்தித்திருக்கிறீர்கள்.. அதாவது, சூரியன்! உண்மையில், சூரிய ஒளி ஒரு தளத்திற்கு செங்குத்தாக இருக்கும் போது, அந்தத் தளத்தில் அது ஏற்படுத்தும் நிழல்கள், திட்டங்களிலிருந்து பிரித்தறிய முடியாதவை!

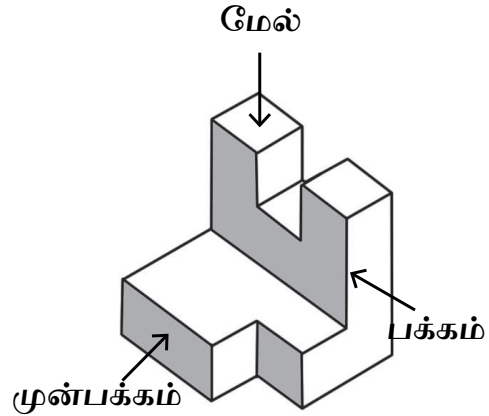
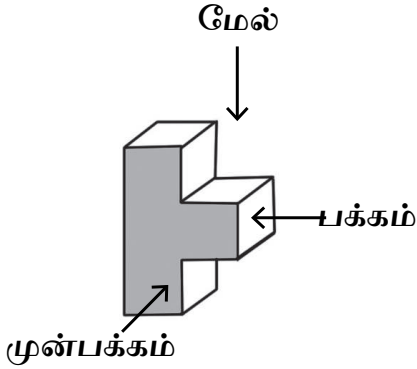
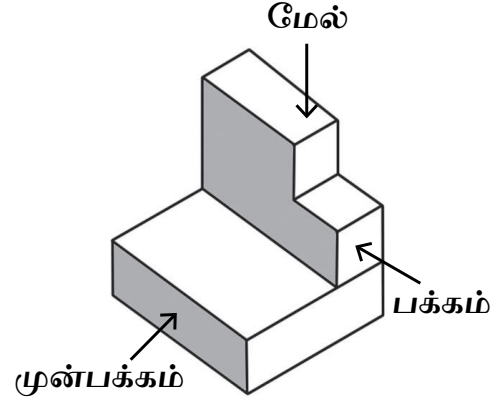
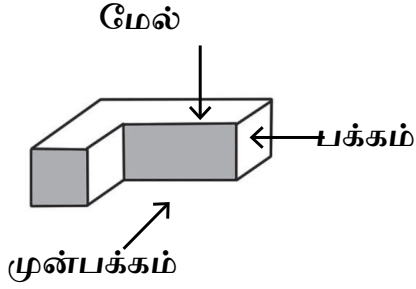
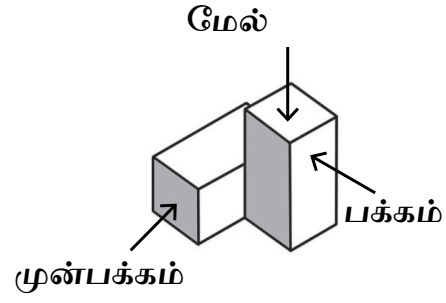
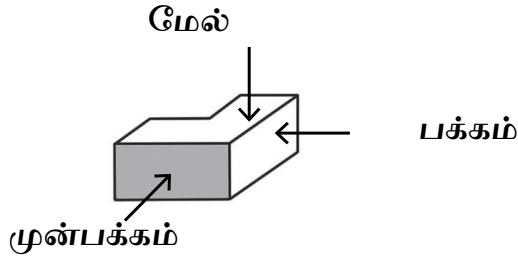
முன்னதாக, ஒரு இணையான வரைபடத்தின் ப்ரொஜெக்ஷன் எப்படி இருக்கும் என்று கேட்டோம். இப்போது நீங்கள் ஒரு இணையான வரைபடத்தின் கட்அவுட்டை உருவாக்கி சூரிய ஒளியில் அதன் நிழல்களைப் பார்ப்பதன் மூலம் இந்தத் கேள்விக்கு இயற்பியல் ரீதியாகப் பதிலளிக்கலாம். நீங்கள் இணையான வரைபடத்தை எவ்வாறு நோக்கு நிலைப்படுத்தினாலும் நிழல் ஒரு இணையான வரைபடமாகவே இருப்பதைக் காண்பீர்கள் !

பொதுவாக, ஒரு ஜோடி இணையான கோடுகளின் வெளிப்பாடு எப்போதும் இணையாகவே இருக்கும்.

இந்தப் பண்பு பொருட்களின் எறிவுகளை வரைவதற்குப் பயனுள்ளதாக இருக்கும்.

? அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. பின்வரும் ஒரே மாதிரியான கன சதுரங்களின் சேர்க்கைகள் ஒவ்வொன்றின் மேல் காட்சி, முன் காட்சி மற்றும் பக்கக் காட்சியை வரையவும்.



? ஒரே மாதிரியான எட்டு கன சதுரங்கள் ஒன்றாக ஒட்டி 'E' என்ற எழுத்தை உருவாகுமாறு கற்பனை செய்து பாருங்கள்.



- (i) இது பார்ப்பதற்கு 'E' முன் பக்கம் இருந்து தோன்றுகிறது பக்கவாட்டு தோற்றத்தில் எப்படி இருக்கும்?

மேலிருந்து பார்ப்பதற்கு எப்படி இருக்கும்?

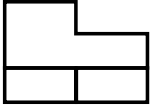
(ii) ஒரே மாதிரியான மேலும் கூடுதலான கன சதுரங்களை  இதனுடன் இணைக்கும் போது முன்பக்கமாக இருந்தும் மற்றும்  மேலிருந்தும் தோன்றுமாறு ஒட்டவும்.

(iii) இப்போது, ஒரேமாதிரியான அதிகமான கனசதுரங்களை பயன்படுத்தி  முன்பக்கமாக தோன்றும் உருவம்  மேலிருந்தும் மற்றும்  பக்கவாட்டு தோற்றம் உருவாகுமாறும் ஒட்டமுடியுமா?

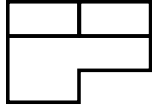
(iv) இந்த முறையில் ஒரே கனசதுரச் சேர்க்கையுடன் வேறு எந்த எழுத்துச் சேர்க்கைகளை உருவாக்க முடியும்?

3. கொடுக்கப்பட்ட எந்த திடப்பொருள் மேல் பார்வைக்கு, முன்பக்கக் காட்சிக்கு, பக்கக் காட்சிக்கு ஒத்திருக்கிறது?

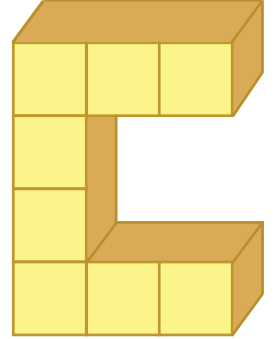
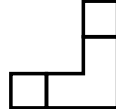
முன்பக்கக்காட்சி



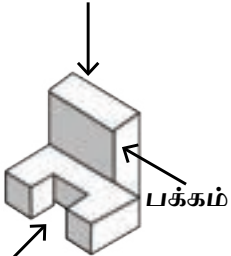
மேல்பார்வை



முன்பக்கம்

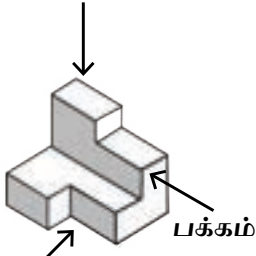


(i) பக்கம்



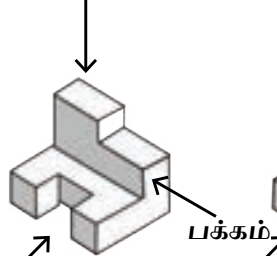
முன்பக்கம்

(ii) பக்கம்



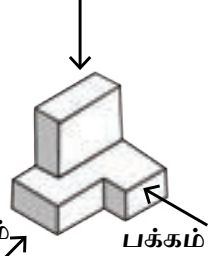
முன்பக்கம்

(iii) பக்கம்

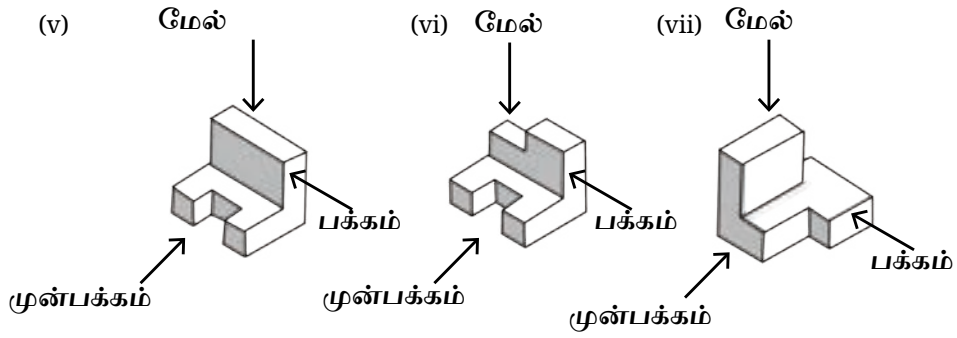


முன்பக்கம்

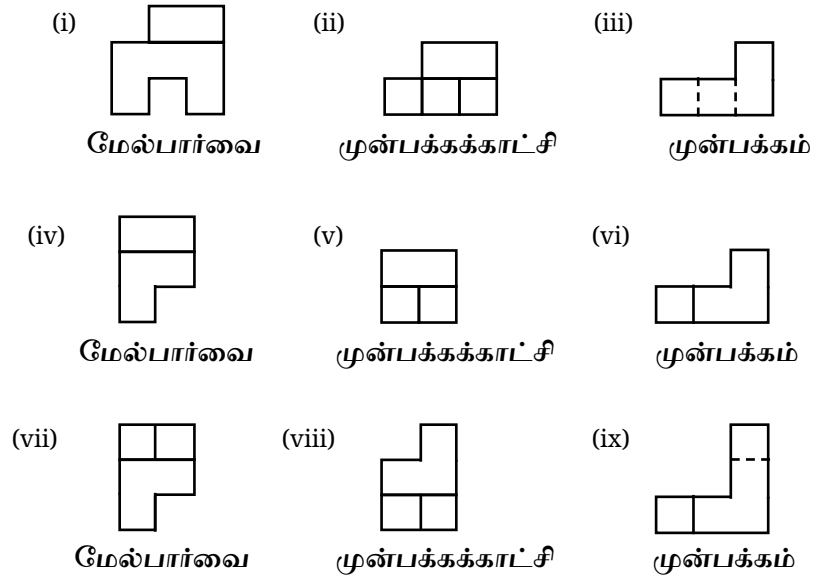
(iv) பக்கம்



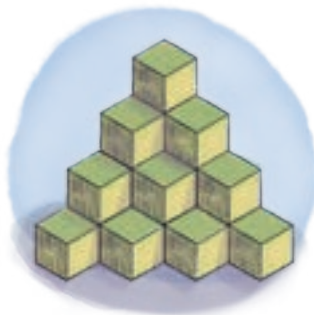
முன்பக்கம்



4. ஒரே மாதிரியான கனசதுரங்களைப் பயன்படுத்தி முன்வருவனவற்றைக் கொடுக்கும் ஒரு திடப்பொருளை உருவாக்கவும்.



5. ஒரே மாதிரியான கனசதுரங்களின் அடுக்கில் உள்ள கனசதுரங்களின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறியவும்.



6. ஒரு கனசதுரத்தின் எறிபொருள் வெவ்வேறு நோக்கு நிலைகளின் கீழ் என்ன வெவ்வேறு வடிவங்களை உருவாக்க முடியும்?

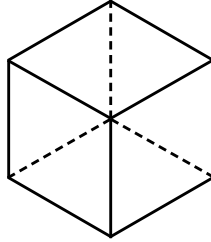


ஐசோமெட்ரிக் ப்ரொஜெக்ஷன்கள்

பொதுவாக ஒரு திடப்பொருளை ஒரு தளத்திற்கு மாற்றும் போது நாம் தகவல்களை இழக்கிறோம். ஆனால், திடப்பொருளின் நோக்கு நிலையைப் பொறுத்து, சில நேரங்களில் நாம் இழந்த தகவல்களில் பெரும்பான்மையை மீட்டெடுக்கலாம்.

ஒரு கனசதுரத்தின் அனைத்து விளிம்புகளின் ப்ரொஜெக்ஷன்களின் நீளங்களும் சமமாக இருக்கும் ஒரு கனசதுரத்தின் நோக்குநிலையைக் கருத்தில் கொள்வோம். அத்தகைய ப்ரொஜெக்ஷன் கனசதுரத்தின் ஐசோமெட்ரிக் ப்ரொஜெக்ஷன் என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஐசோமெட்ரிக் என்றால் கிரேக்க மொழியில் சம அளவு என்று பொருள்.

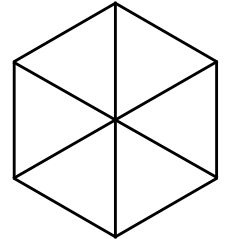
ஒரு கனசதுரத்தை அதன் மூலை மூலைகளில் ஒன்றில் சரியாக சமநிலைப்படுத்தி, பின்னர் அதை தரை தளத்திற்கு ப்ரொஜெக்ஷன் செய்வதை கற்பனை செய்து பாருங்கள். இந்த ப்ரொஜெக்ஷன் ஐசோமெட்ரிக் மற்றும் அது படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி தோன்றும்.



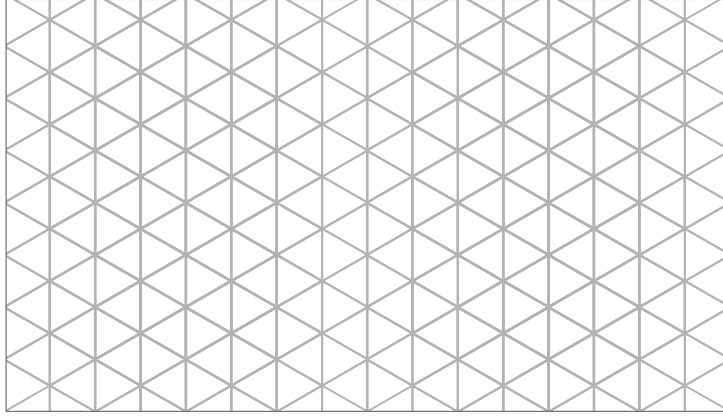
- ? ஒரு கனசதுரத்தின் மாதிரியை உருவாக்கி, அதை ஒரு மூலையில் சமநிலையில் வைத்திருக்க உங்கள் கைகளைப் பயன்படுத்தவும். ஒரு மூலை உச்சியில் அனைத்து திட்டமிடப்பட்ட விளிம்புகளும் ஒரே நீளத்தைக் கொண்டிருப்பதை ஏன் என்பதை புரிந்து கொள்ள முயற்சிப்பீர்களா?



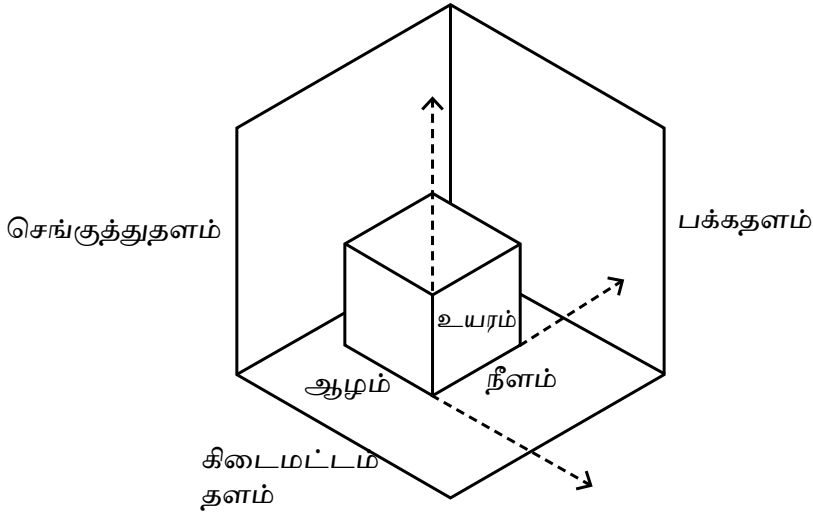
ஒரு கனசதுரத்தின் ஐசோமெட்ரிக் பிரதிநிதித்துவம் ஒரு ஒழுங்கு அறுகோணம். கனசதுரம் கண்ணாடியால் ஆனது என்றால், அதன் அனைத்து விளிம்புகளும் தெரியும்.



இந்த அமைப்பு ஐசோமெட்ரிக் வரைபடத்திற்கு அடிப்படை ஆகும்! ஒரு தளத்தை அறுங்கோண வடிவ ஓடுகளால் பொருத்தினால் நமக்கு ஒரு ஐசோமெட்ரிக் கட்டம் கிடைக்கும்.



ஐசோமெட்ரிக் கட்டங்கள் பொறியியலில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப் படுகின்றன. படம் 11.7 இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி நீளம், ஆழம் மற்றும் உயரம் ஆகிய 3 முதன்மை திசைகளிலும் திடப்பொருட்களின் ப்ரொஜெக்ஷன்களை வரைவதையும் நீளங்களை அளவிடுவதையும் அவை எளிதாக்குகின்றன.



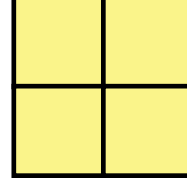
படம் 11.7

ஐசோமெட்ரிக் கட்டங்களில் வரைதல்

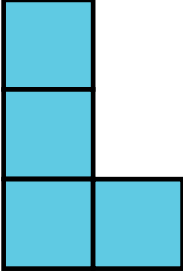
? நீங்கள் டெட்ரிஸ் விளையாடியிருக்கிறீர்களா? டெட்ரிஸில் ஐந்து அடிப்படை வடிவங்கள் உள்ளன. அவை நான்கு சதுரங்களை ஒழுங்குபடுத்தும் வெவ்வேறு வழிகளுக்கு ஒத்திருக்கும்.



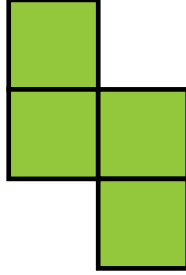
(i)



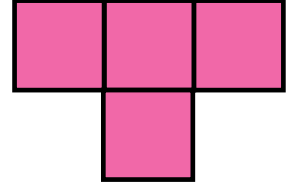
(ii)



(iii)



(iv)



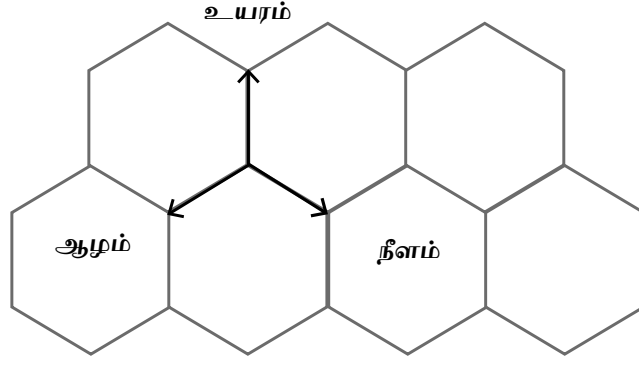
(v)

படம் 11.8

? இவை சதுரங்கள் அல்ல. கனசதுரங்கள் என்று கற்பனை செய்து பாருங்கள். இவை ஒவ்வொன்றையும் உங்கள் ஐசோமெட்ரிக் காகிதத்தில் வரையவும். (புத்தகத்தின் இறுதியில் நீங்கள் அதைக் காணலாம்).

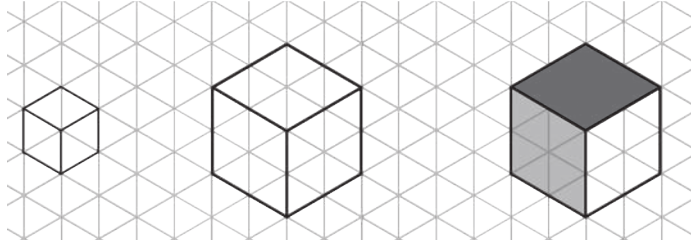
படம் 11.7 இல் காணப்படுவது போல், திட வடிவத்தின் மூன்று முதன்மை அச்சுகள் உள்ளன. இதை ஆழ் அச்சு, நீள அச்சு மற்றும் உயர அச்சு என்று அழைப்போம்.

கட்டத்தின் விளிம்புகள் மூன்று வெவ்வேறு நோக்கு நிலைகளில் தோன்றும்: /, \ மற்றும் |. உயரம் |, ஆழம், / மற்றும் \ நீளம் ஆகியவற்றை இணைப்போம்.



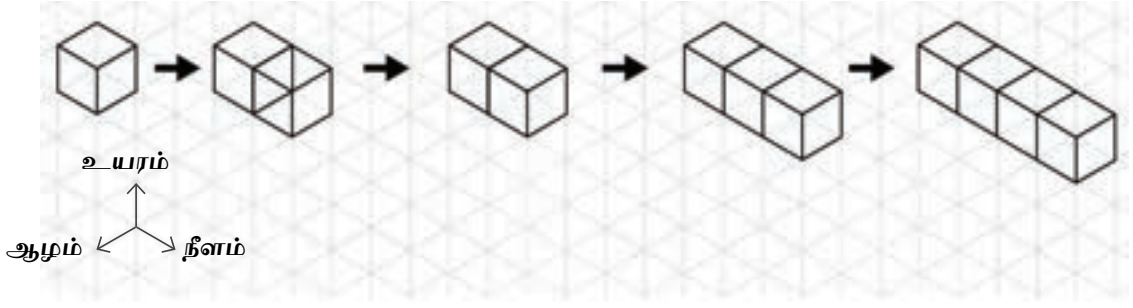
கட்டமைப்பில் வரையும்போது, ஒவ்வொரு விளிம்பாக வரைவது கொடுக்கப்பட்ட அச்சில் நீங்கள் செல்ல விரும்பும் அலகுகளின் எண்ணிக்கையை எண்ணுவதும் பயனுள்ளதாக இருக்கும்.

உதாரணமாக, நீங்கள் $1 \times 1 \times 1$ கனசதுரத்தை பின்வருமாறு வரையலாம். $2 \times 2 \times 2$ கன சதுரத்தை எப்படி வரைவீர்கள்? திடப்பொருளைக் காட்சிப்படுத்த உங்களுக்கு உதவினால், நிழலைச் சேர்க்க தயங்க வேண்டாம்.

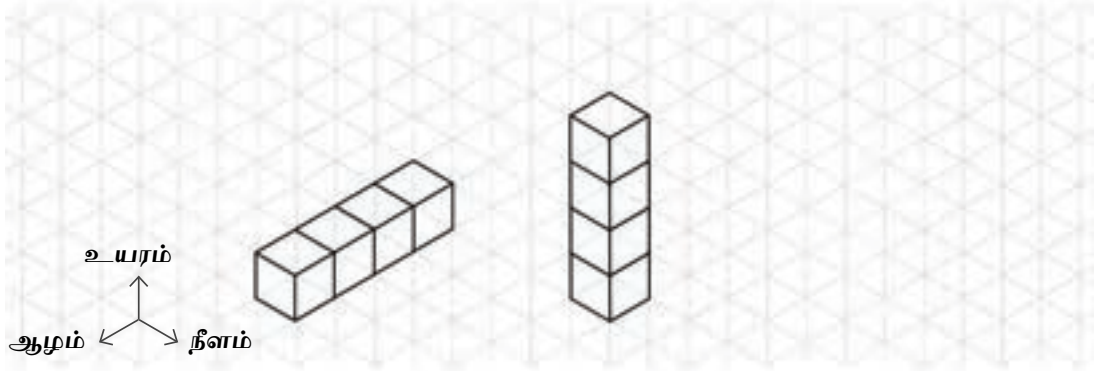


முதல் டெட்ரிஸ் வடிவம் என்பது, நேருக்கு நேர் இணைக்கப்பட்ட நான்கு கனசதுரங்களின் வரிசையாகும். இந்த திடப்பொருளை வரைய, நீங்கள் நான்கு கனசதுர வரிசைக்கான நோக்கு நிலையைத் தேர்வு செய்ய வேண்டும்.

இதை ஆழ அச்சில் அமைத்து வரைவோம். நீங்கள் கனசதுரம், கனசதுரமாக வரையலாம். ஆனால் அவ்வாறு செய்யும்போது கூடுதல் கனசதுரங்களால் மறைக்கப்படும் கோடுகளை நீங்கள் அழிக்க வேண்டியிருக்கும். (உங்களிடம் அழிப்பான் இல்லை என்றால், ஆரம்பத்தில் மங்கலான கோடுகளையும் வரையலாம். பின்னர் தெரியும் கோடுகளை கருமையாக்கலாம்.)



நீங்கள் செல்லும்போது விளிம்புகளை எண்ணுவதன் மூலம் அனைத்தையும் ஒரே நேரத்தில் வரையலாம்.



உங்கள் வரைபடத்தில், ஐசோமெட்ரிக் தாளில் செங்குத்து திசையில் நகர்வது திடப்பொருளின் உயர அச்சில் நகர்வதற்கு ஒத்திருக்கிறது. இதே போல், தின்மத்தை உயர அச்சு அல்லது நீள அச்சின் திசையிலும் நீங்கள் வரையலாம். அதே போல், தாளில் உள்ள அல்லது / திசைகளில் நகர்வது திடப்பொருளின் முறையே நீளம் அல்லது ஆழம் அச்சில் நகர்வதற்கு ஒத்திருக்கிறது.

? ஐசோமெட்ரிக் காகிதத்தில் உள்ள திசைகளுக்கும் திடப்பொருளின் அச்சுகளுக்கும் இடையிலான இந்த தொடர்பு, திடப்பொருளின் வடிவத்தை வெளிப்படுத்துவதற்கு ஏன் மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கிறது ?

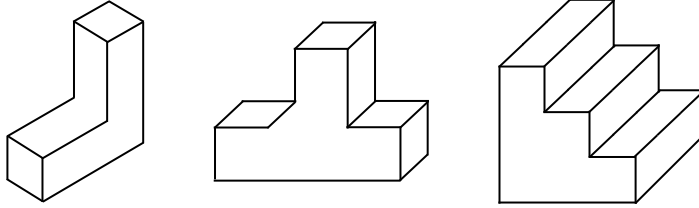
முன்னதாக இணையான கோடுகள் படத்தில் இணையான கோடுகளாகவே தெரியும் என்பதைக் கவனித்தோம். இந்த வடிவியல்

உண்மை, திடப்பொருளில் இணையான விளிம்புகளைக் கொண்ட மூன்று குடும்பங்கள் (உயரம், நீளம் மற்றும் ஆழத்திற்கு ஒத்தவை) ஐசோமெட்ரிக் தாளில் இணையான விளிம்புகளைக் கொண்ட மூன்று குடும்பங்களுக்கு $|$, $/$, மற்றும் $\backslash$ ஆகியவற்றைக் குறிக்கிறது என்பதை உறுதி செய்கிறது. மேலும், புரொஜெக்ஷனின் ஐசோமெட்ரிக் தன்மை, மூன்று அச்சுகளிலும் உள்ள அலகு தூரங்களின் புரொஜெக்ஷன்கள் சமமாக இருப்பதை உறுதி செய்கிறது.

மற்ற டெட்ரிஸ் வடிவங்களை ஐசோமெட்ரிக் காகிதத்தில் வரைய முயற்சிக்க முடியுமா?

? அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்.

1. படம் 4.8.இல் காட்டப்பட்டுள்ள 5 வழிகளைத் தவிர நான்கு கன சதுரங்களை முகங்களில் ஒன்றாக ஒட்டுவதற்கு ஏதேனும் கூடுதல் வழிகள் உள்ளதா? இவற்றையும் நீங்கள் காட்சிப்படுத்தி வரைய முடியுமா?
2. ஐசோமெட்ரிக் கட்டமைப்பில் பின்வரும் படங்களை வரையவும்.



குறிப்பு : தற்போது வரையப்பட வேண்டிய விளிம்பு-உயரத்தில் நீளம்- கீழிருந்து மேல் நோக்கிச் செல்கிறதா அல்லது மேல்நோக்கிக் கீழாகச் செல்கிறதா என்பதைத் தீர்மானிப்பது பயனுள்ளதாக இருக்கும். அதன்படி, கட்டமைப்பில் உள்ள கோட்டுத் துண்டை உயர அச்சின் திசையிலோ அல்லது அதற்கு எதிர் திசையிலோ வரையவும்.)

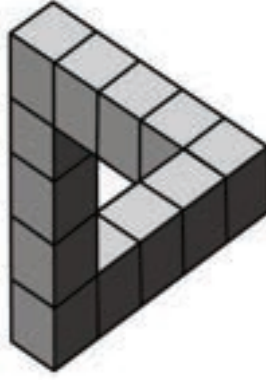
3. இந்தப் பந்தின் பாதையில் ஏதாவது விசித்திரமாக இருக்கிறதா? இதை ஐசோமெட்ரிக் கட்டமைப்பில் மீண்டும் உருவாக்கு.





(குறிப்பு : இந்த படத்தின் சாத்தியமான ஒரு பகுதியை கருத்தில் கொண்டு 3 முதன்மை திசைகளை அடையாளம் காணவும்)

4. இந்த முக்கோணத்தைக் கவனியுங்கள்.



- i) உண்மையான கனசதுரங்களைக் கொண்டு இது போன்ற ஒரு மாதிரியை உருவாக்க முடியுமா? இந்த சாத்தியமற்ற முக்கோணத்தின் முன், மேல் மற்றும் பக்கவாட்டு வடிவங்கள் யாவை?
- ii) இதை ஒரு ஐசோமெட்ரிக் கட்டத்தில் மீண்டும் உருவாக்கவும்
- iii) மாயை ஏன் வேலை செய்கிறது.



சுருக்கம்

- ஃப்ராக்டல்கள் என்பவை இயற்கையில் மற்றும் கலையில் காணப்படும் தற்சார்பு வடிவியல் பொருள்கள் ஆகும்.
- சியர்பின்ஸ்கி கம்பளம், சியர்பின்ஸ்கி கேஸ்கெட் மற்றும் கோச் ஸ்னோஃப்ளேக் ஆகியவை கணித ஃப்ராக்டல்களுக்கு சில எடுத்துக்காட்டுகள் ஆகும். சில வடிவியல் செயல்பாடுகளை மீண்டும் மீண்டும் பயன்படுத்துவதன் மூலம் ஃப்ராக்டல்களை நெருங்கும் வடிவங்களின் வரிசையை உருவாக்கும்.
- கனசதுரங்கள், நான்முகிகள், உருளைகள், கூம்புகள், பட்டகங்கள், பட்டைக் கூம்புகள் மற்றும் எண்முகிகள் ஆகியவை பொருத்தமான வலைகளை மடிப்பதன் மூலம் பெறக்கூடிய சில திடப்பொருளாகும்.
- ஒரு கனசதுரத்தின் மேற்பரப்பில் இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள குறுகிய பாதையை கன செவ்வகத்தின் பொருத்தமான வலையைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் கண்டறியலாம்.
- எந்தவொரு பொருளையும் சமதளப் பரப்புகளில் அதன் ப்ரொஜெக்ஷன்களைப் பயன்படுத்தி ஒரு சமதளப் பரப்பில் குறிப்பிடலாம். இதற்காக, நாம் பொதுவாக முன் பக்கத் தோற்றம் (செங்குத்தித் தளத்தில் ப்ரொஜெக்ஷன்), மேல் பக்கத் தோற்றம் பயன்படுத்துகிறோம். (கிடைமட்ட தளத்தில் ப்ரொஜெக்ஷன்) மற்றும் பொருளின் பக்கவாட்டு தோற்றம் (பக்கவாட்டு தளத்தில் ப்ரொஜெக்ஷன்) ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்துகிறோம்.
- ஒரு கனசதுரத்தின் அனைத்து விளிம்புகளின் நீளங்களும் அதன் ப்ரொஜெக்ஷனில் சமமாக இருக்கும் வகையில் அமைக்கலாம். அத்தகைய ப்ரொஜெக்ஷன் ஐசோமெட்ரிக் ப்ரொஜெக்ஷன் என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஐசோமெட்ரிக் கிரிட் பேப்பரைப் பயன்படுத்தி வெவ்வேறு திடப்பொருட்களின் ஐசோமெட்ரிக் ப்ரொஜெக்ஷன்களை வரையலாம்.



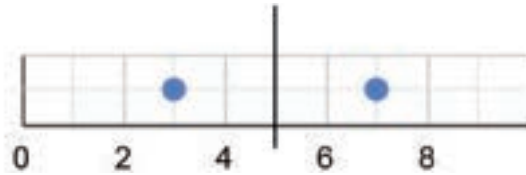
12.1. நடுநிலையாக்கல் செயல்

கடந்த ஆண்டு நாம் சராசரி மற்றும் இடைநிலை அளவைக் குறித்துக் கற்றோம். சில தரவுகளின் சராசரி என்பது அவ்வெல்லா மதிப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைத் தரவுகளின் எண்ணிக்கையால் வகுத்த மதிப்பு என்பதை நினைவு கூறவும். இடைநிலை அளவு என்பது தரவுகள் வரிசைப்படுத்தப்பட்டபோது கிடைக்கப்பெறும் நடுப்பகுதியாகும்.

வேறொரு கோணத்தில் இருந்து சராசரி மற்றும் இடைநிலை அளவைப் புரிந்துக் கொள்ள முயற்சிப்போம். மேலும் தரவு மாறும்போது சராசரி எவ்வாறு மாறுகிறது என்பதையும் காணலாம்.

? ஏதேனும் இரண்டு எண்களை எடுத்துக்கொள்க. அவற்றின் கூட்டுச் சராசரியைக் கண்டுபிடிக்க மற்ற இணைகளைக் கொண்டு இதை மீண்டும் செய்க. இப்பொழுது நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்?

எ.கா: இவ்விரண்டு எண்கள் 3 மற்றும் 7 ஆக இருக்கட்டும். அவற்றின் சராசரி $\frac{3+7}{2} = 5$ ஆகும். வேறு இரண்டு சோடி எண்கள் அதாவது 8 மற்றும் 9 ஐ எடுத்துக்கொள்க, அவற்றின் சராசரி $\frac{8+9}{2} = 8.5$ ஆகும். இவற்றைப் புள்ளி வரைபடமாகக் காட்டினால் நாம் பெறுவது

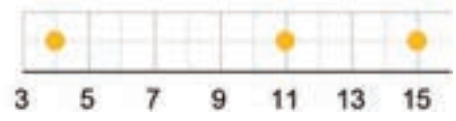
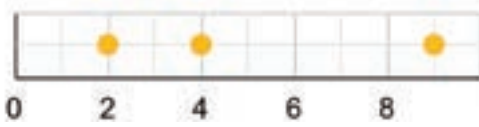
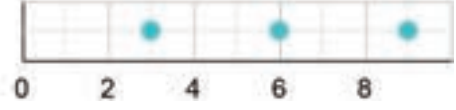
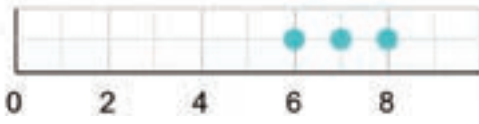


சராசரி = 5

இரண்டு எண்களின் சரியான மையத்தில் சராசரி உள்ளது என்பதை கவனிக்க.

கணித சராசரி என்பது மைய நோக்கத்தின் (Central tendency) ஒரு அளவாகும் என்றும் அது தரவின் மையத்தைக் காட்டுகிறது என்றும் நாம் முன்பே கற்றுள்ளோம். இப்பொழுது 3 எண்கள் இருக்கும் நிலையில் சராசரி அந்த மையத்தை எவ்வாறு காட்டுகிறது என்பதைக் காண்போம்.

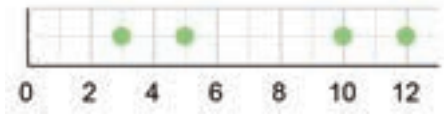
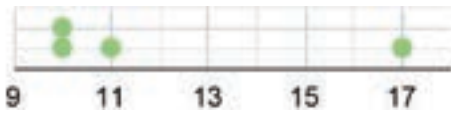
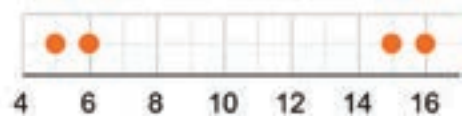
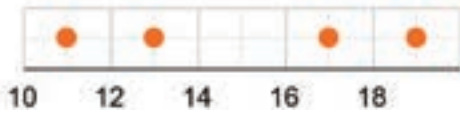
❓ கீழே கொடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு தரவுத் தொகுப்பிற்கும் சராசரியைக் கணக்கிடுக அதைக் குறிக்க.



❓ ஒவ்வொரு தரவுத் தொகுப்பிலும் சராசரி எவ்வாறு 'மையமாக' உள்ளது என்பதை விளக்க முடியுமா?

கணித பேச்சு

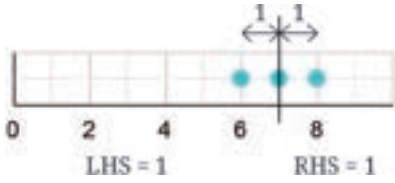
❓ கீழே கொடுத்துள்ள தொகுப்புகளுக்கான சராசரியைக் குறிக்க.



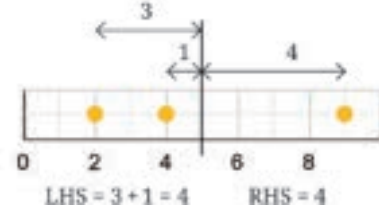
❓ ஒவ்வொரு தொகுப்பிலும் சராசரி எவ்வாறு மையமாக உள்ளது என்பதை விளக்க முடியுமா?

கணித பேச்சு

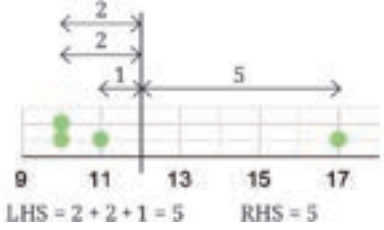
சராசரி எப்பொழுதும் தரவின் இரண்டு முனைகளின் நடுப்புள்ளியாக இருக்குமா? இருக்காது. சராசரியின் இரு பக்கங்களிலும் உள்ள மொத்த தூரங்கள் சமமாக உள்ளன. கீழே கொடுத்துள்ள புள்ளி வரைபடங்களின் மூலம் இது விளக்கப்பட்டுள்ளது.



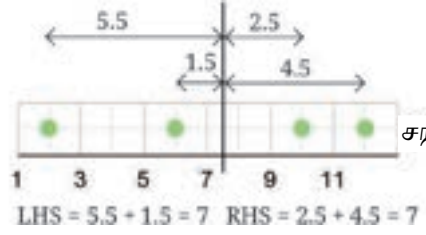
சராசரி=7



சராசரி=5



சராசரி=12



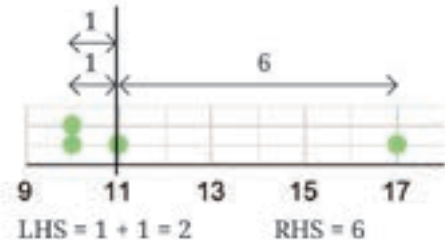
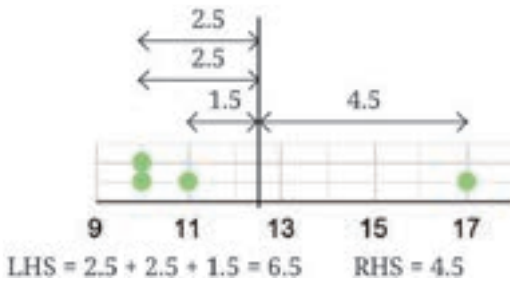
சராசரி=7.5

❓ முன்பு காண்பிக்கப்பட்ட தரவுகளின் தொகுப்புகள் அனைத்திற்கும் இது சரியா எனப் பார்க்க.

❓ ஒன்றை விட அதிகமான இத்தகைய மையங்கள் உள்ளனவா? வேறு வகையில் கூறவேண்டுமெனில், அதைவிடக் குறைவான மதிப்புகளுக்கும் அதை விட அதிகமான மதிப்புகளுக்கும் உள்ள தூரங்களின் கூட்டுத்தொகை சமமாக இருக்கக்கூடிய வேறு ஏதேனும் மதிப்பு உள்ளதா? இதைக் கணக்கிடுக.

❓ 10, 10, 11, 17 என்ற தொகுப்பின் சராசரி 12 ஆகும். 12ஐ விடப் பெரிய வேறு ஒரு மையம் உள்ளது என்று எடுத்துக் கொள்வோம்.

அப்போது இடது பக்கத்தில் (LHS) உள்ள எல்லா தூரங்களும் அதிகரிக்கும், வலது பக்கத்தில் (RHS) உள்ள தூரங்கள் குறையும். அதனால் இது இனி 'மையம்' ஆக இருக்காது. அதேபோல 12 ஐ விடக் குறைவான எந்த மதிப்பை எடுத்தாலும் இடது பக்கத் தூரங்கள் குறையும், வலது பக்க தூரங்கள் அதிகரிக்கும்.



இவ்விரு நிலைகளும் கீழுள்ள வரைபடங்களில் காட்டப்பட்டுள்ளன. ஆகவே ஒரே ஒரு மையம் மட்டுமே உள்ளது.

❓ தரவுகளுக்கு புதிய மதிப்பு சேர்க்கப்பட்டால் சராசரி அதிகரிக்குமா அல்லது குறையுமா?

சராசரியை விடப் பெரிய புதிய மதிப்பு இணைக்கப்படும்போது இடது பக்கம் (LHS) மற்றும் வலது பக்கம் (RHS) உள்ள தூரங்களின் கூட்டுத்தொகைக்கு இடையிலான சமநிலையைப் பேணுவதற்கு சராசரி அதிகரிக்கிறது. இது கீழுள்ள வரைபடத்தில் விளக்கப்பட்டுள்ளது.



அதேபோல சராசரியை விடக் குறைவான மதிப்பு இணைக்கப்பட்டால் புதிய சராசரி முந்தையதை விடக் குறைவாக இருக்கும்.

❓ முன்புள்ள ஒரு மதிப்பு நீக்கப்பட்டால் சராசரிக்கு என்ன நிகழும்? சராசரி எப்பொழுது அதிகரிக்கும், குறையும் அல்லது எப்போதும் மாறாமல் இருக்கும்?

கணித பேச்சு

❓ சராசரிக்குச் சமமான ஒரு மதிப்பு சேர்க்கப்பட்டாலோ அல்லது நீக்கப்பட்டாலோ சராசரிக்கு என்ன நடக்கும்?

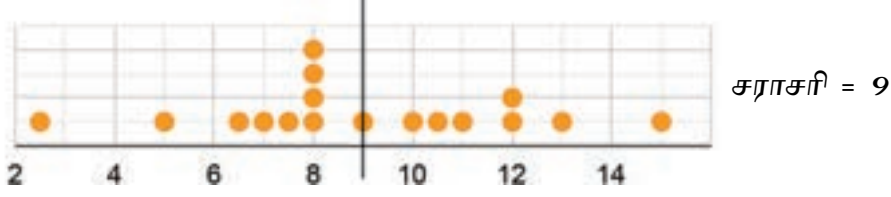
கடந்த ஆண்டு நாம் கற்ற 'நியாயமான பகிர்வு' என்ற சராசரி விளக்கத்தைப் பயன்படுத்தி இதை விளக்க முயற்சிக்க.

மாறாத சராசரி!

ஒரு மதிப்பு சேர்க்கப்படும் போதோ அல்லது நீக்கப்படும் போதோ சராசரி எவ்வாறு மாறுகிறது என்பதை நாம் முன்பே கண்டோம்.

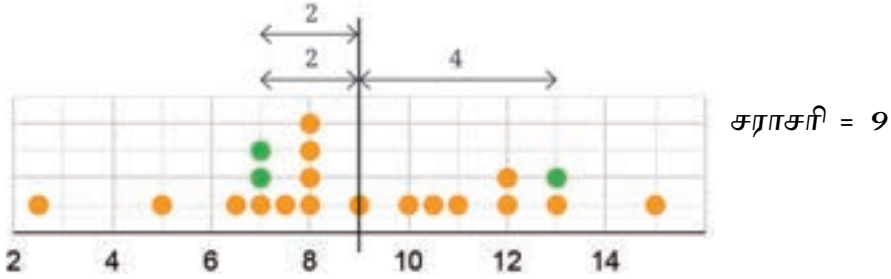
? சராசரி மாறாமல் இருக்கும்படி 2 மதிப்புகளை சேர்ப்பதோ அல்லது நீக்குவதோ சாத்தியமா என்பதை ஆராய்க.

இதற்காக கீழே கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளைப் பயன்படுத்தி முயற்சி செய்வோம்.



? சராசரியை மாற்றாமல் 3 மதிப்புகளை சேர்ப்பதால் அல்லது அகற்றுவதால் சாத்தியமாகுமா?

? சராசரி மாறாமல் இருக்க சராசரியை விடக் குறைவான 2 மதிப்பு களையும் சராசரியைவிட 1 அதிகமான மதிப்பையும் சேர்க்க முடியுமா? அதற்கான ஒரு சாத்தியக்கூறு இங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



? சராசரி மாறாமல் இருக்க சராசரியை விட அதிகமான 2 மதிப்புகளையும் குறைவான 1 மதிப்பையும் சேர்த்து முயற்சிக்க.

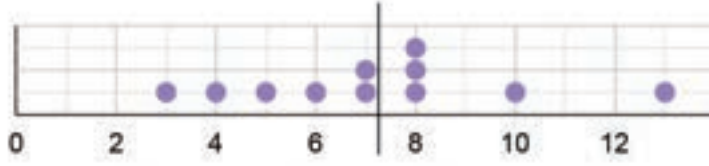
ஒப்பீட்டளவில் மாறாதது!

? மதிப்புகள் சேர்க்கப்படும்போதோ அல்லது நீக்கப்படும்போதோ சராசரி எப்படி மாறுகிறது என்பதை நாம் கண்டோம். அவ்வாறெனில் ஒரு தொகுப்பில் உள்ள அனைத்து மதிப்புகளும் ஒரே நிரந்தர எண்ணால் அதிகரிக்கப்பட்டால் சராசரிக்கு என்ன நிகழும்?

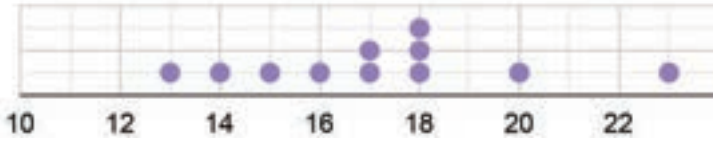
? கீழ்க்கண்ட தரவுகளைக் கருதுக - 8,3,10,13,4,6,7,7,9,8,5. அதன் சராசரியைக் கணக்கிடுக.

? இப்பொழுது ஒவ்வொரு மதிப்பும் 10 ஆக அதிகரிக்கப்படும் தரவை எடுத்துக்கொள்க 18,13,20,23,14,16, 17, 17, 18, 18, 15 அதன் சராசரி என்னவாகும்? இதனைக் கண்டுபிடிக்க ஏதேனும் ஒரு விரைவான வழி உள்ளதா?

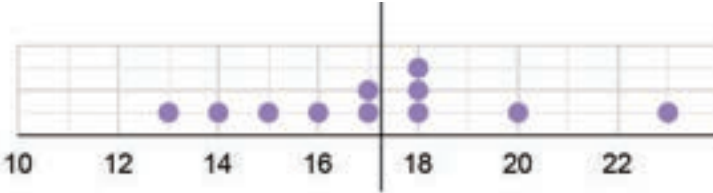
(குறிப்பு: கீழுள்ள இரண்டு தரவுத் தொகுப்புகளுக்கான புள்ளி வரைபடங்களைக் கவனிக்க.)



சராசரி = 7.18

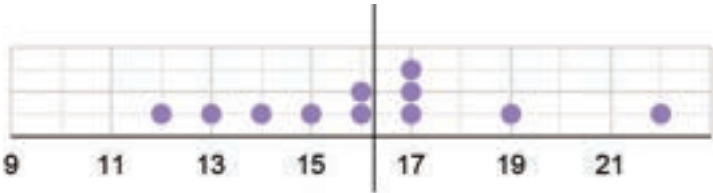


தரவுத் தொகுப்பின் சராசரியும் 10 ஆக அதிகரிக்கிறது. சராசரியின் தொடர்புடைய நிலை அப்படியே இருக்கும் என்பதை கவனிக்க.



சராசரி = 17.18

ஒவ்வொரு மதிப்பிலிருந்தும் 1 குறைத்தால் நமக்கு கிடைக்கப்பெறும் புள்ளி வரைபடம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



சராசரி = 16.18

இதனை இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி விளக்கலாம்-

ஒரு தொகுப்பில் n மதிப்புகள் உள்ளன என்று எடுத்துக் கொள்வோம். அவை $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. ஆகக் குறிக்கப்பட்டும்.

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = a.$$

இப்பொழுது ஒவ்வொரு மதிப்பிலும் ஒரு நிலையான எண்ணை எ.கா. 3 ஐ சேர்த்தோமேயானால் கிடைக்கப்பெறும் புதிய சராசரி

$$\begin{aligned} & \frac{(x_1 + 3) + (x_2 + 3) + (x_3 + 3) + \dots + (x_n + 3)}{n} \\ &= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n + 3n}{n} \\ &= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} + \frac{3n}{n} \\ &= a + 3. \end{aligned}$$

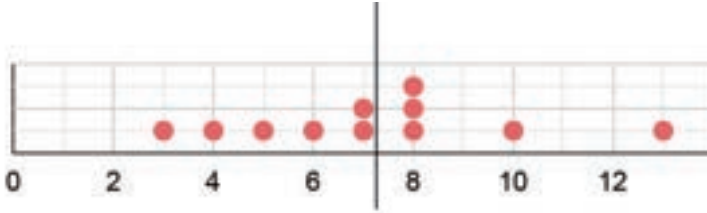
அதாவது, புதிய சராசரி பழைய சராசரியை விட 3 அதிகமாகும்.

? இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி தொகுப்பில் உள்ள ஒவ்வொரு மதிப்பிலிருந்து ஒரு நிலையான எண் எ.கா.2 கழிக்கப்பட்டால் சராசரி என்னவாகும் என்பதை விளக்க முயற்சிக்க.

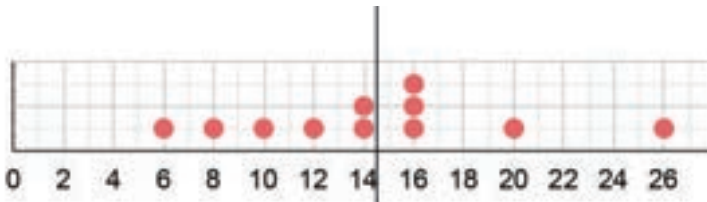
? கடந்த ஆண்டு கற்ற 'நியாயமான பகிர்வு' என்பதன் விளக்கத்தைப் பயன்படுத்தி இதை விளக்க முயற்சிக்க.



? ஒரு தொகுப்பில் உள்ள அனைத்து மதிப்புகளும் இரட்டிப்பு ஆக்கப்பட்டால் சராசரி என்னவாகும்? சராசரியும் இரட்டிப்பாகும் என்பதை நீங்கள் கணித்துக் கூறியிருப்பீர்கள். முன்பு கண்ட தரவிற்கான ஒரு எடுத்துக்காட்டு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



சராசரி = 7.18



சராசரி = 14.36

சராசரி இரட்டிப்பாகியுள்ளதை நாம் காணலாம்.

இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி இதை நிரூபிப்போம்.

தொகுப்பில் n மதிப்புகள் உள்ளன என்று எடுத்துக்கொள்வோம். இத்தொகுப்பில் உள்ள மதிப்புகள் $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. ஆல் குறிப்பிடப்படுகிறது அவற்றின் சராசரி

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = a.$$

ஒரு நிலையான எண், எ.கா.: 5 ஆனது தொகுப்பில் உள்ள ஒவ்வொரு மதிப்பாலும் பெருக்கப்பட்டால், புதிய சராசரி ஆவது.

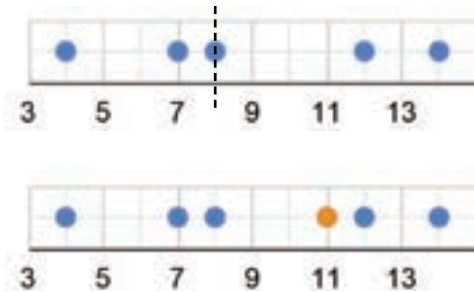
$$\begin{aligned} & \frac{(5x_1) + (5x_2) + (5x_3) + \dots + (5x_n)}{n} \\ &= \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) \times 5}{n} \quad (\text{பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்துவதால்}) \\ &= \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)}{n} \times 5. \\ &= 5a. \end{aligned}$$

அதாவது, கடந்த சராசரி புதிய சராசரியை விட 5 மடங்காகும்.

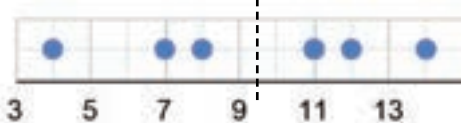
இடைநிலை அளவோடு பழுது பார்த்தல்

வகைப்படுத்தப்பட்ட தரவின் மைய மதிப்பு இடைநிலை அளவு ஆகும் என்பது நமக்குத் தெரியும். சம எண்ணிக்கையில் மதிப்புகள் உள்ளன. சில அவற்றை விடக் குறைவானவை மற்றும் சில அவற்றை விட அதிகமானவை.

? தரவிற்கு ஒரு புதிய மதிப்பை சேர்ப்பது இடைநிலை அளவை அதிகரிக்குமா அல்லது குறைக்குமா? கீழ்க்கண்ட தரவைக் கருதுக. இடைநிலை அளவு 8 ஆகும்.



இடைநிலை அளவு = 8



இடைநிலை அளவு = 9.5

11ஐ இணைத்தால் என்னவாகும்? இணைக்கப்பட்ட புதிய மதிப்பு (கடந்த) இடைநிலை அளவை விட அதிகமாக இருந்தால் இடைநிலை அளவு 8 ஆக இருக்க முடியாது. காரணம் அதை விட அதிக மதிப்புகள் உள்ளன. ஆகவே இடைநிலை அளவும் அதிகமாகும். இப்பொழுது இடைநிலை அளவு என்பது நடுவிலுள்ள இரண்டு மதிப்புகள் 8 மற்றும் 11 ஆகியவற்றின் சராசரி அதாவது 9.5 ஆகும்.

அதேபோல் இடைநிலை அளவைவிடக் குறைவான ஒரு மதிப்பை இணைத்தால் இடைநிலை அளவு குறையும் என்றும் நாம் கூறலாம்.

அறியாதவற்றைக் கண்டுபிடித்தல்.

? பயிற்சியாளரான பல்வான், குஸ்தி வீரர்களின் (மல்லர்களின்) எடைகளையும் அவற்றின் சராசரியையும் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதினார். ஆனால் எழுதப்பட்ட ஒரு மதிப்பு மாசுபட்டு அழிந்துவிட்டது. அந்த காணாமல் போன மதிப்பை நீங்கள் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

$$\text{வீரர்களின் சராசரி எடை} = \frac{\text{அனைத்து வீரர்களின் மொத்த எடை}}{\text{வீரர்களின் எண்ணிக்கை}}$$

அறியாத எடை w kg ஆகட்டும்.

$$= \frac{42 + 40 + 39 + 33 + 48 + 38 + 42 + 35 + 32 + w}{10} = 39.2.$$

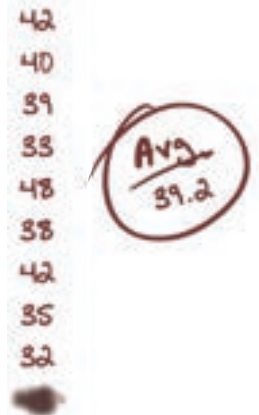
இதை சுருக்கினால் நாம் பெறுவது

$$349 + w = 392,$$

$$w = 392 - 349 = 43.$$

விடுப்பட்ட மதிப்பு 43 kg. ஆகும்.

? வெங்கைய்யா என்பவர் தமது பண்ணையில் தேங்காய் அறுவடையைப் பதிவு செய்கிறார். ஒரு மரத்தின் சராசரி அறுவடையை 25.6 எனக் கணக்கிடுகிறார். அவருடைய மகன் எண்ணிக்கையை சரிபார்க்கிறார் மற்றும் ஒரு



மரத்தின் அறுவடையின் எண்ணிக்கை உண்மையான அளவைக் காட்டிலும் 3 அதிகமாக பதிவு செய்யப்பட்டுள்ளதாகக் கண்டுபிடித்தார். மரங்களின் எண்ணிக்கை 15 எனில் சரியான சராசரியைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?



$$\text{ஒரு மரத்தின் சராசரி அறுவடை} = \frac{\text{அறுவடை செய்யப்பட்ட மொத்த தேங்காய்களின் எண்ணிக்கை}}{\text{மரங்களின் எண்ணிக்கை}}$$

ஒரு மரத்திற்கான தனிப்பட்ட அறுவடையின் தரவு கொடுக்கப்படவில்லை.

? அவ்வாறெனில் மொத்த தேங்காய்களின் எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

தொடக்கத்தில் அறுவடை செய்யப்பட்ட தேங்காய்களின் எண்ணிக்கையை z எனக்கொள்வோம். கொடுக்கப்பட்டுள்ளதன் அடிப்படையில்.

$$25.6 = \frac{z}{15},$$

சுருக்கினால் கிடைப்பது

$$z = 25.6 \times 15 = 384.$$

அறுவடை செய்யப்பட்ட தேங்காய்களின் தொடக்க நிலை எண்ணிக்கை 384 ஆகும். ஒரு மரத்தின் எண்ணிக்கை உண்மையான எண்ணிக்கையை விட 3 அதிகம் என்பது நமக்குத் தெரியும். ஆகவே சரியான சராசரி அறுவடையாவது $\frac{381}{15} = 25.4$. ஆகும்.

நிகழ்வெண்களுடன் சராசரி மற்றும் இடைநிலை அளவு

- உங்கள் வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் சராசரி குடும்ப அளவு என்ன? அதை எப்படி கண்டுபிடிப்பீர்கள்.

ஒவ்வொரு மாணவரின் குடும்ப உறுப்பினர்களின் எண்ணிக்கையை சேகரித்து அவற்றைக் கூட்டி, மாணவர்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்தால் சராசரியை பெறலாம். ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் குடும்ப அளவுகள் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

எண்	நிகழ்வெண்
3	3
4	11
5	9
6	7
7	3
8	1
9	1
10	1

? இவ்வகுப்பின் சராசரி குடும்ப அளவு என்ன?

உங்களில் சிலர் இவ்வாறு சிந்திக்கலாம், “எளிது!

அது $\frac{3+4+5+6+7+8+9+10}{8} = \frac{52}{8} = 6.5$.” ஆகும்.

சராசரியைக் கண்டுபிடிப்பது என்பது தரவிலுள்ள அனைத்து மதிப்புகளையும் உள்ளடக்குவது ஆகும். எண் 3, மூன்று முறை, எண் 4 பதினொரு முறை இவ்வாறு தொடர்ந்து இடம் பெறுகின்றன. இவை உங்கள் கணக்கீடுகளில் இடம்பெறுகின்றனவா?

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{தரவிலுள்ள அனைத்து மதிப்புகளின் கூட்டுத் தொகை}}{\text{மதிப்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

என்பது நமக்குத் தெரியும்.

ஒவ்வொரு எண்ணின் நிகழ்வெண்ணையும் கணக்கீடு செய்தால் சராசரியாவது

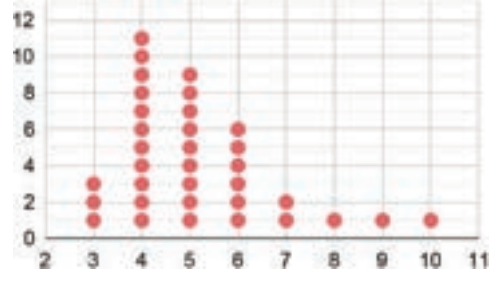
$$\begin{aligned} &= \frac{(3 \times 3) + (4 \times 11) + (5 \times 9) + (6 \times 7) + (7 \times 3) + (8 \times 1) + (9 \times 1) + (10 \times 1)}{3 + 11 + 9 + 7 + 3 + 1 + 1 + 1} \\ &= \frac{9 + 44 + 45 + 42 + 21 + 8 + 9 + 10}{36} \\ &= \frac{188}{36} = 5.22. \end{aligned}$$

ஆகும்.

இவ்வகுப்பின் சராசரி குடும்ப அளவு 5.22 ஆகும்.

? இவ்வகுப்பின் நடுநிலை குடும்ப அளவு என்ன?

இத்தரவில் 36 மதிப்புகள் உள்ளன என்பதை நாம் அறிவோம். தரவை வரிசைப்படுத்தினால் 18 வது மற்றும் 19 வது மதிப்புகளின் சராசரியே இடைநிலை அளவு ஆகும்.



? 36 எண்கள் அனைத்தையும் நாம் எழுத வேண்டுமா? கண்டுபிடிக்க வேறு ஏதேனும் வழி உண்டா?

அட்டவணைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண்களைப் பயன்படுத்துவோம்.

சிறிய எண்ணிலிருந்து துவங்கி நிகழ்வெண்களை 18 மற்றும் 19 ஐ அடையும் வரையில் தொடர்ச்சியாக கூட்ட வேண்டும்.

எண்	3	4	5	6	7	8	9	10
நிகழ்வெண்	3	11	9	7	3	1	1	1

3 மற்றும் 4 இன் நிகழ்வெண்களைக் கூட்டுவதால் நமக்குக் கிடைப்பது $3+11=14$. அதாவது தரவை வரிசைப்படுத்திய போது 14 வது இடத்தில் உள்ள மதிப்பு 4 ஆகும். 3, 4, 5 இன் நிகழ்வெண்களைக் கூட்டினால் நமக்குக் கிடைப்பது $3+11+9=23$ ஆகும். இதன் பொருள் தரவுகளை வரிசைப்படுத்தும் போது 23வது இடத்தில் உள்ள மதிப்பு 5 ஆகும். 15 முதல் 23 வரையிலான இடங்களில் உள்ள அனைத்து மதிப்புகளும் 5 என்பதை நாம் காணலாம், ஆகவே தரவின் இடைநிலை அளவு 5 ஆகும்.

விரித்தாள்கள்

சுதாகர் 8 ஆம் வகுப்பு மாணவர்கள் பெற்ற இடைக்காலத் தேர்வு மதிப்பெண்களைக் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் சேகரித்துள்ளார்.

பெயர்	ஒடியா	தெலுங்கு	ஆங்கிலம்	கணிதம்	சமூக அறிவியல்	அறிவியல்
ரத்னா	25	39	29	36	34	37
நாகேஷ்	41	43	48	39	40	39
அஷ்வின்	29	31	33	34	30	28
ஃபரூக்	47	46	38	42	49	44
மிருநாள்	33	35	28	32	30	36
கௌரி	27	29	34	31	32	30
பங்கஞ்	16	19	22	17	18	20
ஜெயா	31	38	40	50	43	46
கணேஷ்	39	37	35	38	36	40
ஷிரவண்	12	17	21	20	14	18
ஐஷ்வர்யா	48	45	46	47	44	43
ஹரி	25	28	24	21	23	26
திருப்தி	29	36	30	33	27	33
வீரேஷ்	23	25	28	31	19	22
வித்யா	34	36	37	40	32	34
சம்ஸ்கிருதி	35	42	41	46	38	40
ஷங்கர்	42	45	39	36	31	39
வைஷ்ணவி	37	32	29	33	31	35
கோவிந்த்	15	18	12	20	20	18
ஷிவா	29	24	32	34	28	30
தருண்	41	44	39	43	37	42
ஜோதி	29	30	33	28	34	29

சுதாகர் ஒவ்வொரு மாணவரும் பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்களைக் கணக்கிட வேண்டும். ஒவ்வொரு பாடத்திலும் பெற்ற சராசரி மதிப்பெண்களை அறிந்துக் கொள்வதிலும் அவருக்கு ஆர்வம் உண்டு. இத்தனை எண்கள் உள்ளன! இப்பணியை முடிக்க அவர் அதிக நேரத்தை செலவிட வேண்டும், முயற்சியும் செய்யவேண்டும். செயல்பாட்டினை வேகமாக முடிக்க அவர் ஒரு கால்குலேட்டரை நிச்சயமாகப் பயன்படுத்தலாம்.

இச்செயல் முறையை மேலும் விரைவுபடுத்த ஏதேனும் ஒரு வழி உண்டா ?

கணினியைப் பயன்படுத்துவது ஒரு வழி ஆகும். பணிகளைச் செய்ய கணினிகளில் வெவ்வேறு பயன்பாடுகள்/கருவிகள் உள்ளன. அத்தகைய ஒரு பயன்பாடு விரித்தாள்கள் ஆகும். இது செல்கள் என்றழைக்கப்படும் சிறிய பெட்டிகளின் வரிசைகள் மற்றும் நெடுவரிசைகளைக் கொண்ட டிஜிட்டல் நோட்டுப் புத்தகத்தைப் போன்றது, இதில் நாம் உரைகள் அல்லது எண்களைத் தட்டச்சு செய்யலாம். கீழுள்ள படம் சுதாகர் தன்னுடைய வகுப்பின் மதிப்பெண்கள் எழுதியுள்ள விரித்தாளின் நிழற்படம் ஆகும். தொடங்குவதற்கு முன் கணினியை அணுக முயற்சிக்க.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1.	பெயர்	ஒடியா	தெலுங்கு (R1)	ஆங்கிலம் (R2)	கணிதம் (R3)	சமூக அறிவியல்	அறிவியல்	மொத்தம்
2.	ரத்னா	25	39	29	36	34	37	
3.	நாகேஷ்	41	43	48	39	40	39	
4.	அஷ்வின்	29	31	33	34	30	28	
5.	ஃபரூக்	47	46	38	42	49	44	
6.	மிருநால்	33	35	28	32	30	36	
7.	கௌரி	27	29	34	31	32	30	
8.	பங்கஜ்	16	19	22	17	18	20	

ஒவ்வொரு மாணவரின் ஒவ்வொரு பாடத்தின் சராசரி மதிப்பெண்களையும் பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்களையும் எப்படி கணக்கிடுவது என்பதைக் கற்பதற்கு முன்பு விரித்தாள்களின் அமைப்பைக் குறித்தும் அவற்றை எப்படி படிப்பது என்பதைக் குறித்தும் நாம் முதலில் புரிந்துக்கொள்வோம்.

? கணிதத்தில் ஃபரூக் பெற்றுள்ள மதிப்பெண்களை எந்த செல்லில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது என்பதை உம்மால் கூற முடியுமா?

செல்கள் A,B,C-எனப் பெயரிடப்பட்ட நெடுவரிசைத் தலைப்புகளையும் 1,2,3..... எனப் பெயரிடப்பட்ட வரிசைத் தலைப்புகளையும் பயன்படுத்தி குறிப்பிடுகின்றன. ஃபரூக்கின் கணித மதிப்பெண் E5 என்ற செல்லில் உள்ளது.

? B7 இல் என்ன தரவு உள்ளது என உங்களால் கூற முடியுமா?

? எந்த பாடத்தில் அஷ்வின் 30 மதிப்பெண்களை விட அதிகமான மதிப்பெண்களைப் பெற்றார்?

மொத்தங்கள் மற்றும் சராசரிகளை வேகமாக கணக்கிட விரிதாள்களை எப்படிப் பயன்படுத்துவது? உள்ளடக்கம் மற்றும் எண்களோடு, ஒரு செல்லில் சூத்திரத்தையும் நாம் உள்ளிட முடியும். செல்லின் வரிசைகள் மற்றும் நெடுவரிசைகளின் மொத்தம் அல்லது சராசரியைக் கணக்கிடும் சூத்திரத்தை நாம் எழுதலாம்.

ஒரு வரிசையில் உள்ள செல்களைத் தொடக்கம் : முடிவு என்ற வடிவில் குறிப்பிடலாம். அதாவது அந்த வரிசையின் முதல் செல் மற்றும் கடைசி செல் ஆகிய அவற்றைக் குறிக்கும். எ.கா: நாகேஷின் மதிப்பெண்கள் B3:G3 என்ற கோவையால் குறிப்பிடப்படுகின்றன. அதேபோல கௌரியின் ஓடியா, தெலுங்கு மற்றும் ஆங்கில மதிப்பெண்கள் B7:D7 என்ற கோவையால் குறிப்பிடப்படுகின்றன. நெடுவரிசைகளை விவரிக்கவும் இதுபோன்ற கோவைகளைப் பயன்படுத்தலாம். எடுத்துக்காட்டாக D2 : D6 என்பது முதல் ஐந்து மாணவர்களின் ஆங்கில மதிப்பெண்களைக் குறிக்கிறது.

பிறகு நாம் வரிசை அல்லது நெடுவரிசையின் கூட்டுத்தொகை அல்லது சராசரியைக் கணக்கிட ஒரு சூத்திரத்தை எழுதுவோம். எ.கா.: SUM (B3:G3) என்பது நகேஷின் அனைத்துப் பாடங்களின் மொத்த மதிப்பெண்களைக் கணக்கிடுகிறது. அதேபோல = AVERAGE(B7:C7:D7) என்பது கௌரியின் ஓடியா, தெலுங்கு மற்றும் ஆங்கிலப் பாடங்களின் சராசரி மதிப்பெண்களைக் கணக்கிடுகிறது.

H3 * | நூல் =SUM(B3:D3)

	A	B	C	D	E	F	G	H
	பெயர்	ஒடியா	தெலுங்கு (R1)	ஆங்கிலம் (R2)	கணிதம் (R3)	சமூக அறிவியல்	அறிவியல்	மொத்தம்
1	ரத்னா	25	39	29	36	34	37	
2	நாகேஷ்	41	43	48	39	40	39	
3	அஷ்வின்	29	31	33	34	30	28	
4	ஃபரூக்	47	46	38	42	49	44	
5	மிருநாள்	33	35	28	32	30	36	
6	கௌரி	27	29	34	31	32	30	
7	பங்கஞ்	16	19	22	17	18	20	

- ? அறிவியல் பாடத்தில் சராசரி மதிப்பெண்களைக் கண்டறிய நீங்கள் எந்த சூத்திரத்தை எழுதுவீர்கள்?
- ? ஒடியா பாடத்தின் வகுப்பு சராசரி மதிப்பெண்கள் தெலுங்கு பாடத்தின் வகுப்பு சராசரி மதிப்பெண்களை விட அதிகமாகும் என்பதைக் கண்டறிக.
- ? கடைசி வரிக்குப் பிறகு, சரியான சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி மற்ற பாடங்களின் சராசரி மதிப்பெண்களையும் காட்டுக.

இவற்றைக் கணினியில் முயற்சி செய்து பார்க்க இந்த QR குறியீட்டிலிருந்து அட்டவணைத் தரவுகளை பதிவிறக்கம் செய்யலாம்.



- ? ஒவ்வொரு மாணவரின் மொத்த மதிப்பெண்களையும் சரியான சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி கணக்கிடுக.

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு : Microsoft excel, Google sheets, Libre Office Calc. போன்ற ஏதேனும் ஒரு விரித்தாள் மென்பொருளையும் பயன்படுத்தலாம். தேவையான அளவு கணினிகள் இல்லையெனில் மாணவர்கள் குழுக்களாகப் பகிர்ந்துப் பயன்படுத்தலாம். அதுவும் இல்லையெனில் ஒரே கணினி இருந்தால் அதன் திரையை முழு வகுப்பிற்கும் புரொஜெக்ட் செய்யலாம்.

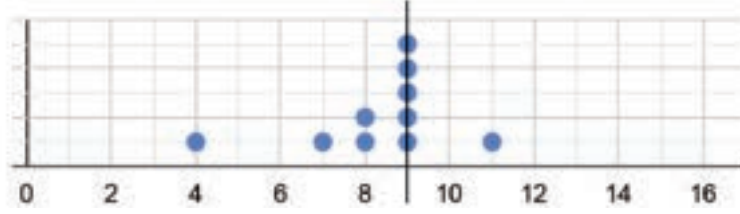
? இதனைக் கண்டறிக :



கீழ்காணும் தரவின் சராசரியைக் கண்டுபிடிக்க மற்றும் உங்கள் நோக்கீடுகளைப் பகிர்ந்து கொள்க.

- முதல் 50 இயல் எண்கள்.
- முதல் 50 ஒற்றைப்படை எண்கள்.
- 4 இன் முதல் 50 மடங்குகள்.

2. கீழுள்ள புள்ளி வரைபடம், ஒரு தரவுத் தொகுப்பையும் அதன் சராசரியையும் காட்டுகிறது, ஆனால் ஒரு புள்ளி காணவில்லை சராசரி 9 ஆக இருக்க விடப்பட்டுள்ள மதிப்பு என்னவாக இருக்கக்கூடும் என்பதைக் குறிப்பிடுக (கீழே காட்டியுள்ளது போல)



3. சுதாதர் என்ற வகுப்பு ஆசிரியர் ஷிரேயஸை அவருடைய வகுப்பின் 24 மாணவர்களின் சராசரி உயரத்தைக் கணக்கிடச் சொன்னார். ஷிரேயஸ், ஆசிரியரிடம் சராசரி உயரம் 150.2cm எனக் கூறினார். அளவிடும் பொழுது மாணவர்கள் சீருடை மற்றும் ஷூ அணிந்திருந்தனர் என்பதையும் அவருடைய உயரம் 1cm கூடுகிறது என்பதையும் கண்டறிந்தார்.

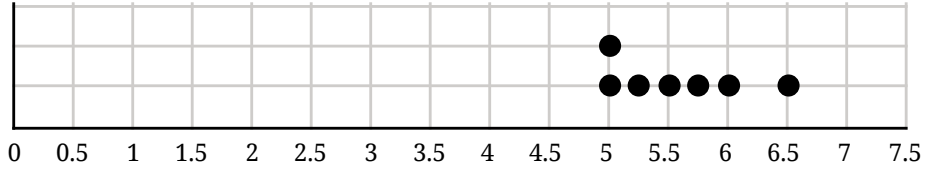
(i) சரியான சராசரி உயரத்தைக் கண்டுபிடிக்க ஆசிரியர் மீண்டும் உயரத்தை அளவிடவேண்டுமா? அல்லது வேறு ஏதேனும் ஒரு எளிய வழிமுறை உண்டா?

(ii) வகுப்பின் சரியான சராசரி உயரம் என்ன?

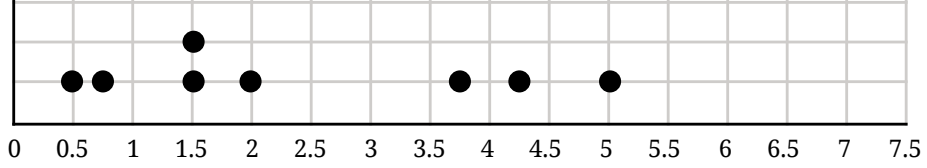
- 174.2cm
- 126.2cm
- 150.2cm.
- 149.2cm.
- 151.2cm.
- மேற்கூறியவற்றில் எதுவுமில்லை
- போதுமான தகவல் இல்லை.

4. கீழ்க்கண்ட மூன்று புள்ளி வரைபடங்கள் வெவ்வேறு ஆல்பம் பாடல்களின் நீளங்களை நிமிடங்களில் காட்டுகிறது. இவற்றில் எது 5-57 நிமிடங்களைச் சராசரியாகப் பெற்றுள்ளது? நீங்கள் எப்படி இவ்விடையை அடைந்தீர் என்று விளக்குக.

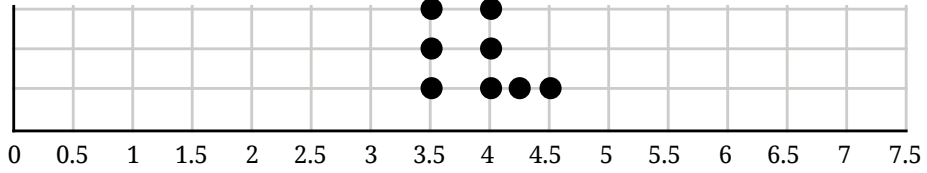
A ☐



B ☐



C ☐



5. 8, 10, 19, 23, 26, 34, 40, 41, 41, 48, 51, 55, 70, 84, 91, 92 இன் இடைநிலை அளவைக் கண்டுபிடிக்க.

கணித பேச்சு

- இடைநிலை அளவை பாதிக்காமல் தரவிற்கு (கொடுக்கப்பட்ட பட்டியலில்) ஒரு மதிப்பைச் சேர்த்தால், அந்த மதிப்பு என்னவாக இருக்கும்?
 - இடைநிலை அளவை பாதிக்காமல் தரவிற்கு இரண்டு மதிப்புகளைச் சேர்த்தால் அவ்விரண்டு மதிப்புகள் என்னவாக இருக்கும்?
 - இடைநிலை அளவை பாதிக்காமல் தரவிலிருந்து ஒரு மதிப்பை அகற்றினால் அந்த மதிப்பு என்னவாக இருக்கும்?
6. கீழ்க்கண்ட அறிக்கைகளை ஆராய்ந்து அவை எப்பொழுதும் சரி, சில நேரங்களில் சரி அல்லது எப்பொழுதும் சரியல்ல என்பதைக் காரணத்தோடு விளக்குக.
- இடைநிலை அளவை விடக் குறைவான மதிப்பை நீக்கினால் நடுநிலை குறையும்.
 - சராசரியை விடக் குறைவான மதிப்பை இணைத்தால் சராசரி குறையும்.
 - ஏதேனும் 4 மதிப்புகளை இணைத்தால் இடைநிலை அளவில் எந்த மாற்றமும் உண்டாகாது.

(iv) நடுநிலையை விடக் குறைவாக உள்ள 4 மதிப்புகளை இணைத்தால் நடுநிலை அதிகரிக்கும்.

7. 8, 13, 10, 4, 5, 20, y , இவற்றின் சராசரி 10.375 எனில் y இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க.

8. 15 மதிப்புகளைக் கொண்ட ஒரு தரவுத் தொகுப்பின் சராசரி 134 எனில் அத்தரவுகளின் மொத்தத் தொகையைக் காண்க.

9. பின்வரும் தரவை எடுத்துக்கொள்க : 12, 47, 8, 73, 18, 35, 39, 8, 29, 25, p . இத்தரவுகளின் நடுநிலை 29 எனில் கீழ்க்கண்ட எண்களில் p எதுவாக இருக்கும்?

(i) 10

(ii) 25

(iii) 40

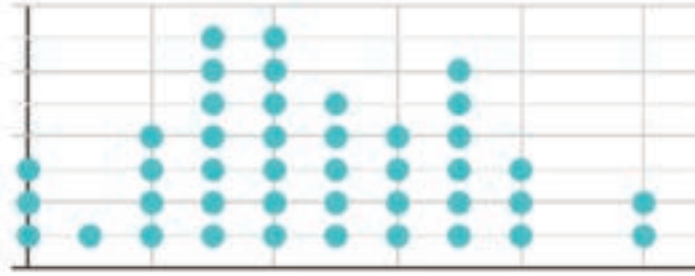
(iv) 100

(v) 29

(vi) 47

(vii) 30

10. கீழுள்ள புள்ளி வரைபடத்தில் ஒரு வாரத்தில் மாணவர்கள் சைக்கிள் ஓட்டிய எண்ணிக்கை காட்டப்பட்டுள்ளது. இந்த வாரத்தில் நான்கு மாணவர்கள் இருமுறை சைக்கிள் ஓட்டினர்.



1. மாணவர்கள் சைக்கிள் ஓட்டிய சராசரி எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடிக்க.

2. மாணவர்கள் சைக்கிள் ஓட்டிய இடைநிலை அளவு எண்ணைக் காண்க.

3. கீழ்காண்பனவற்றில் எவை சரியானவை? ஏன்?

(a) குறைந்தபட்சம் ஒரு முறையாவது அனைவரும் சைக்கிள் ஓட்டியுள்ளனர்

(b) பெரும்பாலான மாணவர்கள் சில முறை மட்டுமே சைக்கிளைப் பயன்படுத்தியுள்ளனர்.

(c) சில மாணவர்கள் சில நாட்களில் ஒரு முறைக்கும் அதிகமாக சைக்கிள் ஓட்டியுள்ளனர்.

(d) சில நாட்களில் சரியாக 5 மாணவர்கள் ஒன்றுக்கும் அதிகமான முறை சைக்கிள் ஓட்டியுள்ளனர்.

- (e) அடுத்த வாரம், கடந்த வாரத்தை விட அனைவரும் மீண்டும் ஒரு முறை சைக்கிள் ஓட்டுவர் எனில் அடுத்த வாரத்தரவின் சராசரி மற்றும் நடுநிலை என்னவாகும்?

11. பள்ளி ஒன்றில் டார்ட் (அம்பு) எறியும் போட்டி ஒன்றை ஏற்பாடு செய்தனர். கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் போட்டியில் பங்குபெற்றவர்கள் மையப்புள்ளியை நோக்கி சரியாக எறிந்த எறிதல்களின் எண்ணிக்கை கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இத்தரவை குறைந்த பட்சம், அதிக பட்சம், சராசரி மற்றும் நடுநிலையைப் பயன்படுத்தி விளக்குக.



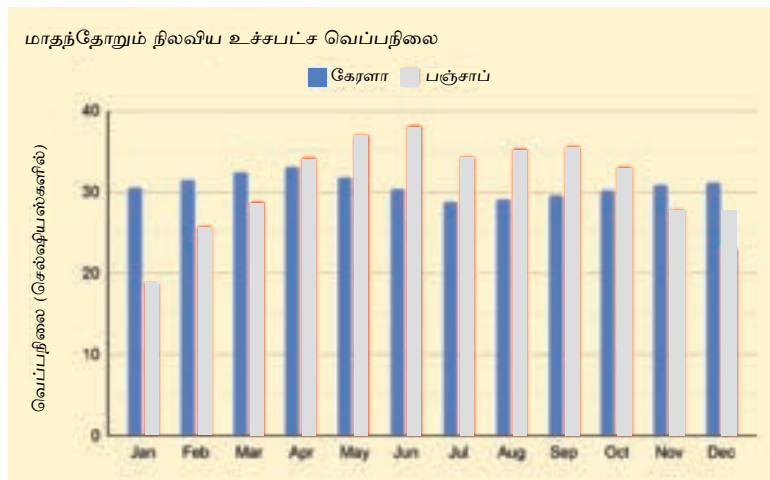
முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	1	0	0	1	4	9	12	15	10	10

5.2 தரவைக் காட்சிப்படுத்துதல் மற்றும் விளக்குதல்

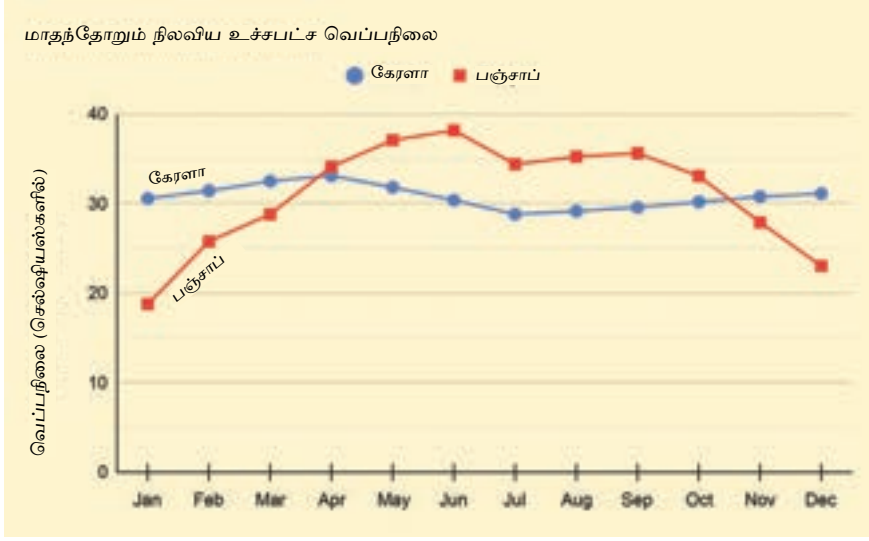
இதுவரை நாம் எப்படி படிப்பது என்பதையும் படவிளக்கப்படங்கள், செவ்வக வரைபடங்கள், பட்டைக்கூறு வரைபடங்கள் மற்றும் புள்ளி வரைபடங்களை எவ்வாறு தயாரிப்பது என்பதைக் கற்றோம்.

கோட்டு வரைபடங்கள்

வெப்பநிலை: கீழ்க்கண்ட படம் 2023 இல் கேரளா மற்றும் பஞ்சாபில் உள்ள மாதாந்திர உச்சபட்ச வெப்பநிலையைக் காட்டும் பட்டைக்கூறு வரைபடம் ஆகும்.



? இப்பொழுது கீழ்க்கண்ட வரைபடத்தை கவனிக்க, இரு வரைபடங்களும் ஒரே விவரத்தைக் குறிக்கின்றனவா?



கோடுகளால் ஆன இத்தகைய வரைபடம் ஒரு கோட்டு வரைபடம் ஆகும். காலப்போக்கில் ஏற்படும் தரவு மாற்றங்களைக் காட்சிப்படுத்த பொதுவாக வரி வரைபடங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

? உச்சபட்ச வெப்பநிலையைப் பெறுவது எப்படி?

உள்ளூர் வெப்பநிலையைப் பொதுவாகக் கண்காணிக்கும் சில வானிலை நிலையங்கள் மாநிலம் தோறும் உள்ளன. மாநிலம் தோறும் பதிவு செய்யப்பட்ட அனைத்து மதிப்புகளிலும் உள்ள உச்சபட்ச மதிப்பைக் காண்பதால் நமக்கு மாதாந்திர உச்சபட்ச வெப்பநிலை கிடைக்கப்பெறுகிறது.



தரவு எவ்வாறு சேகரிக்கப்பட்டது அல்லது தயாரிக்கப்பட்டது என்பதைப் புரிந்துக்கொள்ளும் பொழுது நாம் அதன் எல்லையைத் தெளிவாகப் புரிந்துக் கொள்ள முடியும் மற்றும் பொருள்தரும் வகையில் இதனை விளக்க முடியும். பாரபட்சமான மற்றும் விட்டுப்போன தகவல் வரம்புகள் ஏதேனும் இருந்தால் அவற்றை அடையாளங்காண உதவுகிறது மற்றும் தரவிலிருந்து முடிவுகளை எப்படி நம்பிக்கையோடு எடுப்பது என்பதை முடிவு செய்யவும் இது உதவுகிறது.

காட்சிப்படுத்தப்பட்ட தகவலை அடையாளங்கண்டு புரிந்துக் கொள்ள நாம் இரு-படிநிலை செயல்முறையைப் பின்பற்றுவோம்.

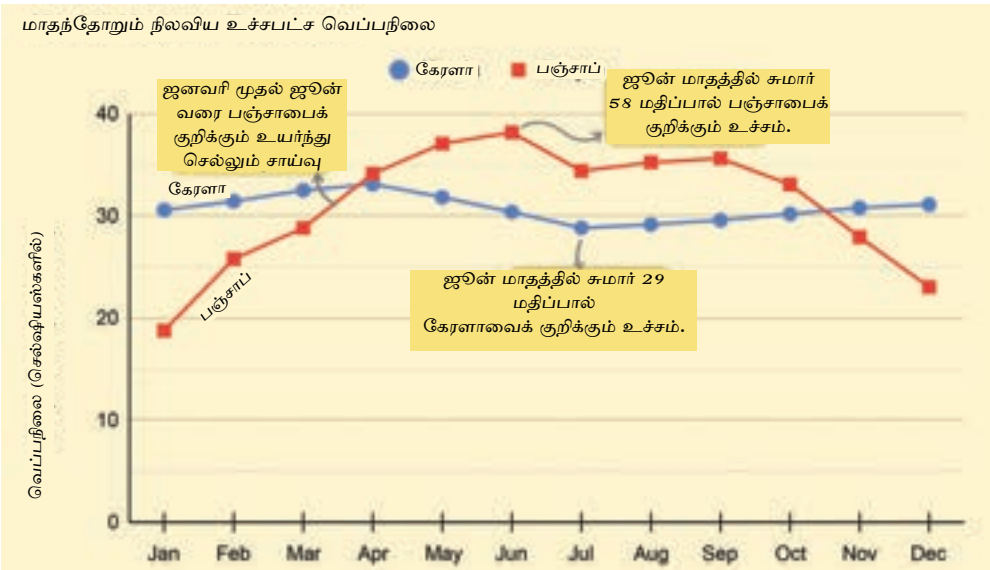
படிநிலை 1: கொடுத்துள்ளதை அடையாளங்காண்க.

வரைபடம் எவ்வாறு ஒருங்கமைக்கப்பட்டுள்ளது, என்ன அளவீடு பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது மற்றும் தரவு எந்த வடிவமைப்புகளைக் காட்டுகிறது என்பதைக் கவனிக்க.

- காலப்போக்கில் உண்டான மாற்றத்தைக் காட்ட ஒரு நகரத்திற்கான ஒவ்வொரு மாதத்திற்கான தரவு குறிக்கப்பட்டு கோடுகளால் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கேரளாவின் தரவு வட்ட குறியீடுகளால் காட்டப்பட்டுள்ளது மற்றும் பஞ்சாப் குறித்த தரவு சதுரக் குறியீடுகளால் காட்டப்பட்டுள்ளது.

வரைபடம் சாம்பல் அளவீடு/ கருப்பு-வெள்ளை அல்லது நிறத்தை சுலபமாக வேறுபடுத்துவதில் சிரமப்படும் மக்களுக்கு வெவ்வேறு வடிவக் குறிப்பான்கள் உதவுகின்றன.

- கிடைமட்டக் கோடு ஆண்டின் மாதங்களைக் காட்டுகிறது. செங்குத்துக் கோடு செல்ஷியஸ் ($^{\circ}\text{C}$) அளவில் வெப்பநிலையைக் காட்டுகிறது.



படிநிலை 2 : கொடுக்கப்பட்ட தரவிலிருந்து ஊகித்து விளக்குக.

? நீங்கள் கவனித்த ஒவ்வொரு விடயத்தையும் பகுத்தாய்ந்து விளக்குக. பொருத்தமான சுருக்கம்/முடிவுரை வாக்கியங்களைப் பகிர்க.

- பஞ்சாபில் மாதாந்திர உச்சபட்ச வெப்பநிலை ஜனவரி முதல் ஜூன் வரை உயர்ந்தது. சுமார் 38°C ஐ அது தொடுகிறது. அதன் பிறகு ஜூலை மாதத்தில் 35°C . க்கும் சற்று குறைவாகிறது. செப்டம்பர் வரை பெரும்பாலும் மாறாமல் இருந்து அதற்குப்பிறகு டிசம்பர் வரை தொடர்ந்து குறைந்து சுமார் 23°C ஆகிறது. ஜனவரியில் மிகக் குறைந்த அதிகபட்ச வெப்பநிலை சுமார் 19°C . ஆகும்.
- கேரளாவின் போக்கு மாறுபட்டதாகும்-ஆண்டு முழுவதும் பெரும்பாலும் ஒரே அளவில் உள்ளது. ஏப்ரல்லில் அதிகபட்சம் சுமார் 33°C மற்றும் ஜூலையில் சுமார் 29°C ஆகும்.
- கோடை மற்றும் குளிர்காலங்களில் கேரளாவின் மாதாந்திர உச்சபட்ச வெப்பநிலைகள் மிகவும் ஒத்திருக்கின்றன என்பதை கவனிக்க.
- சுருக்கமாகக் கூறவேண்டுமெனில் பஞ்சாபில் வெப்பநிலை அதிகமாக மாறுபடுகிறது. கேரளாவை விட அதிக குளிரும் அதிக வெப்பமும் அங்கு காணப்படுகிறது.



இது பல்வேறு திசைகளில் கேள்விகளைத் தூண்டக்கூடும், அவற்றில் சிலவற்றிற்கு நாம் தரவுகளைப் பயன்படுத்தி விடையளிக்கலாம். சிந்திக்க சில வழிகாட்டல்கள் இங்குள்ளன.

- இவ்விரண்டு மாநிலங்களிலும் போக்குகள் ஏன் இவ்வளவு வேறுபடுகின்றன. ஒரு பகுதியின் வெப்பநிலையைத் தீர்மானிக்கும் காரணிகள் யாவை.
- மேலும் சில மாநிலங்களின் போக்குகளைக் காண உங்களுக்கு ஆர்வம் இருக்கலாம். வேறு எவ்வகையான போக்குகளை மாநிலங்கள் வெளிப்படுத்துகின்றன?

- பஞ்சாபின் போக்கினை வேறு எந்த மாநிலம் வெளிப்படுத்துகிறது? இம்மாநிலங்களுக்கு இடையே ஏதேனும் பொதுவான அம்சம் உள்ளதா?
- இந்த மாநிலங்களுக்கான மாதாந்திர குறைந்தபட்ச வெப்பநிலைகளின் வரைபடம் எவ்வாறு அமையும்?

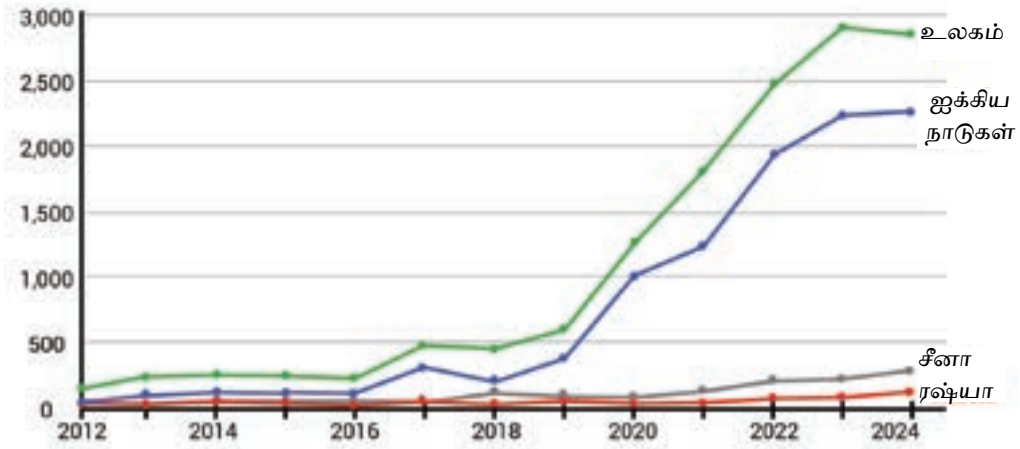


? உங்களுக்குத் தோன்றும் எண்ணங்களும் வினாக்களும் யாவை?

விண்வெளி நெரிசல்: வருங்காலத்தில் இது ஒரு போக்குவரத்து சிக்கலாகுமா?

ஆண்டுதோறும் விண்வெளிக்கு அனுப்பப்படும் பொருட்களின் எண்ணிக்கையைக் காட்டும் வரைபடத்தைக் காண்க.

ஆண்டுதோறும் விண்வெளிக்கு ஏவப்படும் பொருட்களின் எண்ணிக்கை. பூமியின் சுற்றுப்பாதையில் அல்லது அதற்கும் அப்பால் ஏவப்பட்ட செயற்கைக்கோள்கள், ஆய்வு கருவிகள், தரையிரங்குக் கருவிகள், மனிதர்கள் பயணிக்கும் விண்கலன்கள் விண்வெளி நிலையப் பறப்புப் பகுதிகள்.



ஆதாரம் - ஐக்கிய நாடுகள் அவையின் புறவெளி விவகாரங்களுக்கான அலுவலகம்.

? இத்தரவைப் பெற நாம் பயன்படுத்தக்கூடிய வழிமுறைகள் என்னவாக இருக்கக்கூடும்? விவாதிக்க.



படிநிலை 1 : கொடுத்துள்ளதை அடையாளங்காண்க

? வரைபடம் எவ்வாறு ஒழுங்கமைக்கப்பட்டுள்ளது மற்றும் தரவு எத்தகைய வடிவங்களைக் காட்டுகிறது என்பதைக் கவனிக்க.

படிநிலை 2 : கொடுத்ததை ஊகித்து விளக்குக

? நீங்கள் கவனித்த ஒவ்வொரு விடயத்தையும் பகுத்தாய்ந்து விளக்குக. அனைத்து விளக்கங்களும் முடிந்த பிறகு சுருக்க உரை/முடிவு வாக்கியங்கள் கூறப்படலாம்.

- 2024 இன், உலகளாவிய எண்ணிக்கை சுமார் 2800 ஆக உள்ளது, ஆனால் 2023 இல் அது சுமார் 2900 ஆகும். எனவே 2023 ஆம் ஆண்டு உலகளாவிய அதிக எண்ணிக்கையில் பொருட்கள் விண்வெளிக்கு செலுத்தப்பட்டன. (2012க்கு முன் இப்போக்கு குறைந்திருந்தது எனக் கருதினால்)
- மூன்று நாடுகளின் எண்ணிக்கைகள் உலக மொத்த எண்ணிக்கைக்கு சமமாகாது. எனவே இக்காட்சிப்படுத்துதலில் மற்ற நாடுகளின் எண்ணிக்கைகள் காட்டப்படவில்லை என்று நாம் ஊகிக்கலாம்.
- அமெரிக்காவில், 2022 முதல் 2023 வரை ஏற்பட்ட உயர்வு 2023 முதல் 2024 வரை ஏற்பட்ட உயர்வை விட அதிகம். கோட்டுத்துண்டுகள் எவ்வளவு சாய்வாக (steeper) உள்ளனவோ அவ்வளவு அதிகமாக உயரமும் இருக்கும் என்பதை இதைப்பார்த்துக் கூறலாம்.

? பின்வரும் கூற்றுகளில் எவை சரியான முடிவுகள் ஆகும்.

- 2012 முதல் 2024 வரை உலகளாவிய விண்வெளிப் பொருள் ஏவுதல்களின் எண்ணிக்கை ஒவ்வொரு ஆண்டும் அதிகரித்துள்ளது
- 2020-21 ஆண்டுகளில் அமெரிக்கா முக்கிய பங்களிப்பாளராக இருந்து உலகளாவிய எண்ணிக்கையில் சுமார் $\frac{3}{4}$ பங்கை ஏவியுள்ளது.
- 2012-24 காலப்பகுதியில் நேபாளம் எந்தப் பொருளையும் ஏவவில்லை.
- 2024 ஆம் ஆண்டில் சீனா மற்றும் ரஷ்யா இணைந்து ஏவிய பொருட்களின் எண்ணிக்கை சுமார் 400 ஆகும்.

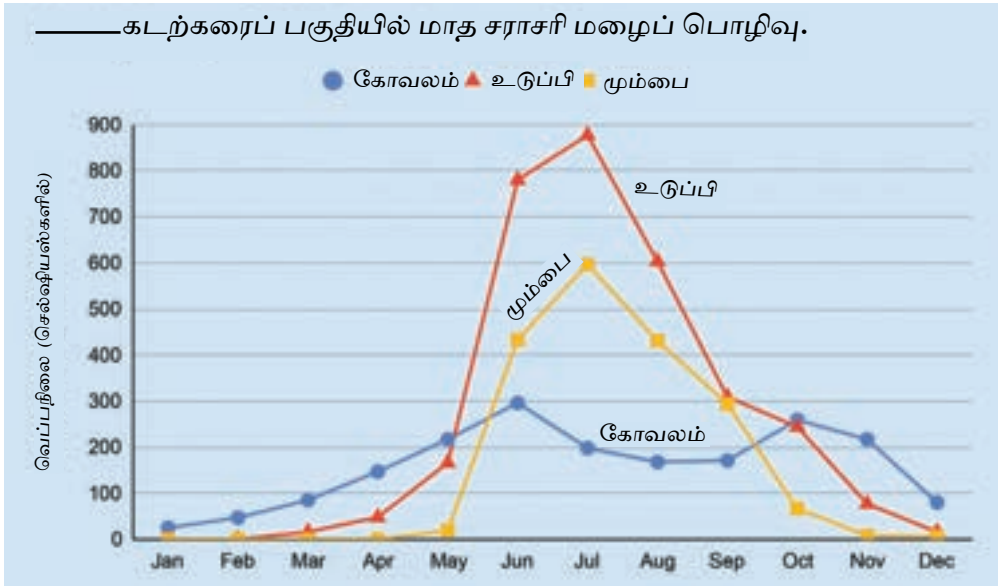
? உலகளாவிய எண்ணிக்கை 2 மடங்கு அல்லது அதற்கும் மேல் அதிகரித்த இரண்டு தொடர்ச்சியான ஆண்டுகளைக் கண்டறிக.

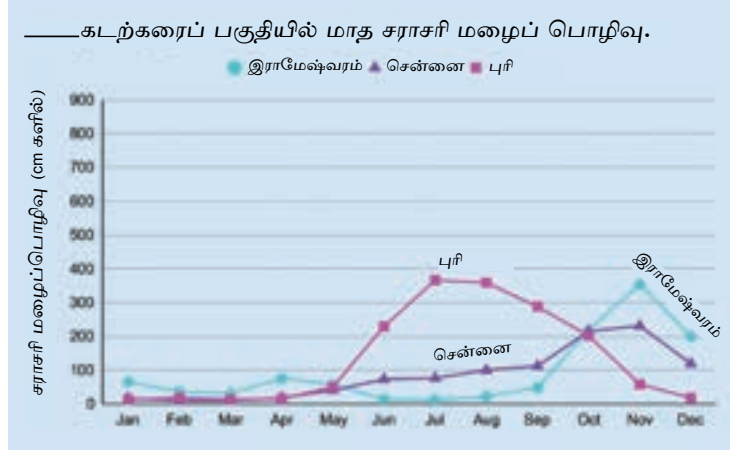
இதே தரவை (கிளஸ்டர்ட் காலம்) clustered column வரைபடமாக்க கற்பனை செய்க. 1.3 கிளஸ்டர்கள் இருக்கலாம். ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் ஒரு கிளஸ்டர், கிளஸ்டர்களுக்கிடையே 4 நெடுவரிசைகள் மொத்தம், 52 கம்பங்களை உருவாக்குகிறது! இத்தகைய வரைபடம் சிக்கலாகத் தோன்றலாம். பிடிக்கக் கடினமாக இருக்கலாம், போக்குகளைத் தெளிவாகப் புரிந்துக்கொள்ளவும் சிரமமாக இருக்கும் .

மாறாக கூம்பு வரைபடம் (Cone graph) காலப்போக்கில் ஏற்படும் மாற்றங்களை விளக்க சிறப்பாகப் பயன்படும். தரவு புள்ளிகளை கோட்டுத்துண்டுகள் இணைப்பதால் "போக்குகள் மற்றும் மாறுபாடுகளைத் தெளிவாகக் காட்டுகிறது. ஆண்டுகள் கடந்த ஒரு அளவுரு எவ்வாறு மாறுகிறது என்பதை ஒரு வாசகர் எளிதில் பின்தொடர முடியும்.

மழையைப் (வடிவமைப்பில்) பிடிப்போம்.

பின்வரும் வரைபடங்கள் சில நகரங்களின் மாத சராசரி மழைப்பொழிவைக் காட்டுகின்றன. கடற்கரை பகுதியில் மாத சராசரி மழைப்பொழிவு.





ஆதாரம் : வானிலை - தட்பவெப்ப நிலை.com.

? இத்தரவைத் தொகுப்பதற்கான சாத்தியமான முறை என்ன ?

இத்தரவு 6 நகரங்களின் மாத சராசரி மழைப்பொழிவைக் காட்டுகிறது. அதாவது ஒவ்வொரு நகரத்திலும் பல ஆண்டுகளாக மழைத் தரவு சேர்க்கப்பட்டு, அதன் சராசரியை எடுத்து அந்த நகரத்தின் ஜுவின் மாத சராசரி மழையாகக் கணக்கிடப்பட்டுள்ளது.

? இந்நகரங்களை இந்திய வரைபடத்தில் குறிப்பிடுக. வரைபடங்களில் குழுவாக்கப்பட்டுள்ளவற்றில் பொதுவானது எது? உங்கள் கவனிப்புகளையும் முடிவுகளையும் பகிர்க. கோவளம், உடுப்பி மற்றும் மும்பை மேற்கு கடற்கரையில் உள்ளன. ராமேஷ்வரம், சென்னை மற்றும் புரி கிழக்கு கடற்கரையில் உள்ளன.

கணித பேச்சு

? ஒவ்வொரு நகரத்திற்கும் அதிக மற்றும் குறைந்த மழையைப் பெறும் மாதங்களைக் கண்டறிக.

உடுப்பி, மும்பை மற்றும் கோவளம் ஜுவின்-ஆகஸ்ட்டில் அதிக மழைப்பொழிவைப் பெறுகின்றன. அக்டோபர்-டிசம்பர் மாதங்களில் ராமேஷ்வரம் அதிக மழைப்பொழிவைப் பெறுகின்றது சென்னையில் ஜுவின் மாதத்திலிருந்து மழை துவங்கி நவம்பரில் உச்சத்தை அடைந்து டிசம்பர் வரை தொடர்கிறது. புரி கிழக்கு கடற்கரையில் இருந்தாலும் ஜுவலை-செப்டம்பர் மாதங்களில் அதிக மழையைப் பெறுகிறது. ஜனவரி-மார்ச் மாதங்கள் அனைத்து நகரங்களுக்கும் வரண்ட மாதங்கள் ஆகும். ராமேஷ்வரம் ஜனவரி-செப்டம்பர் காலப்பகுதியில் மிகக் குறைந்த மழையை மட்டுமே பெறுகிறது.

தென்- மேற்கு பருவமழை மற்றும் வட கிழக்கு பருவமழை குறித்தும் இப்பருவ மழைகளின் தாக்கத்தின் கீழ் வரும் பகுதிகள் எவை மற்றும் அவை எப்போது நிகழ்கின்றன என்பதையும் அறிந்து கொள்க.

? இதனைக் கண்டறிக

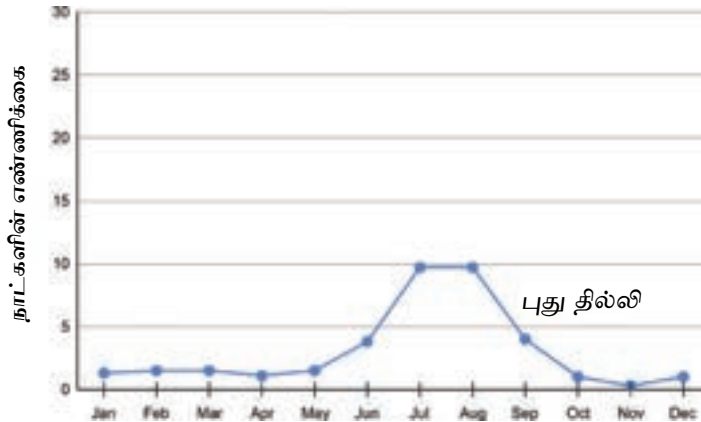
ஒரு கடையைப் பார்வையிடும் வாடிக்கையாளர்களின் சராசரி எண்ணிக்கையும் வாரத்தின் மற்ற நாட்களில் உண்மையாகவே பொருட்கள் வாங்கும் வாடிக்கையாளர்களின் சராசரி எண்ணிக்கையும் கீழுள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இத்தரவுகளை ஒரு கோட்டு வரைபடத்தால் காட்சிப்படுத்துக.

	திங்கள்	செவ்வாய்	புதன்	வியாழன்	வெள்ளி	சனி	ஞாயிறு
பார்வையிடுவோர்	16	19	10	14	20	22	35
வாங்குவோர்	10	8	7	11	12	16	26

2. சில நகரங்களில் ஒவ்வொரு மாதமும் மழை பெய்யும் நாட்களின் சராசரி எண்ணிக்கை கீழுள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மாதம்	ஜன்	பிப்	மார்ச்	ஏப்	மே	ஜூன்	ஜூலை	ஆக	செப்	அக்	நவ	டிச
மங்களூரு	0.1	0	0.1	1.8	6.2	24.1	27.7	24.5	14	8.8	3.9	0.9
புதுதில்லி												
போர்ட் பிளேர்	2.4	1.3	0.9	3.3	15.5	18.7	17.3	18.8	16.8	14.1	11.3	5.4
ராமேஷ்வரம்	2.6	1.3	1.9	3.4	2.5	0.4	1	1	1.9	8.1	10.4	7.8

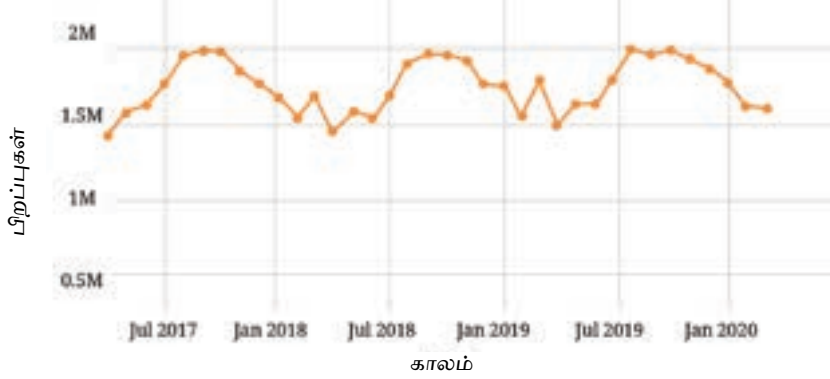
- இத்தரவுகளைத் தொகுக்கும் சாத்தியமான வழிமுறை யாது?
- கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோட்டு வரைபடத்தில் மங்களூரு, போர்ட் பிளேர் மற்றும் ராமேஷ்வரம் ஆகிய நகரங்களின் தரவுகளைக் குறியிடுக. மதிப்புகளை அருகிலுள்ள முழுவிற்குத் தோராயமாக்கலாம்.



ஆதாரம்: வானிலை மற்றும் தட்ப வெப்பநிலை.com.

- (iii) வரைபடத்தில் புது தில்லிக்கு உள்ள கோட்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு அட்டவணையில் உள்ள தரவுகளை நிரப்புக.
- (iv) இந்நகரங்களில், ஓராண்டில் அதிக எண்ணிக்கையிலான மழை நாட்களைப் பெறும் நகரம் யாது?
- (v) அட்டவணையைக் கண்டு, புதுதில்லி மற்றும் ராமேஷ்வரம் போன்ற நகரங்களில் மழைக்காலம் எப்போது நிலவுகிறது எனக் கூறுக.

2. பின்வரும் கோட்டு வரைபடம் இந்தியாவில் ஒரு காலப்பகுதியில் ஒவ்வொரு மாதமும் நிகழும் பிறப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காட்டுகிறது-



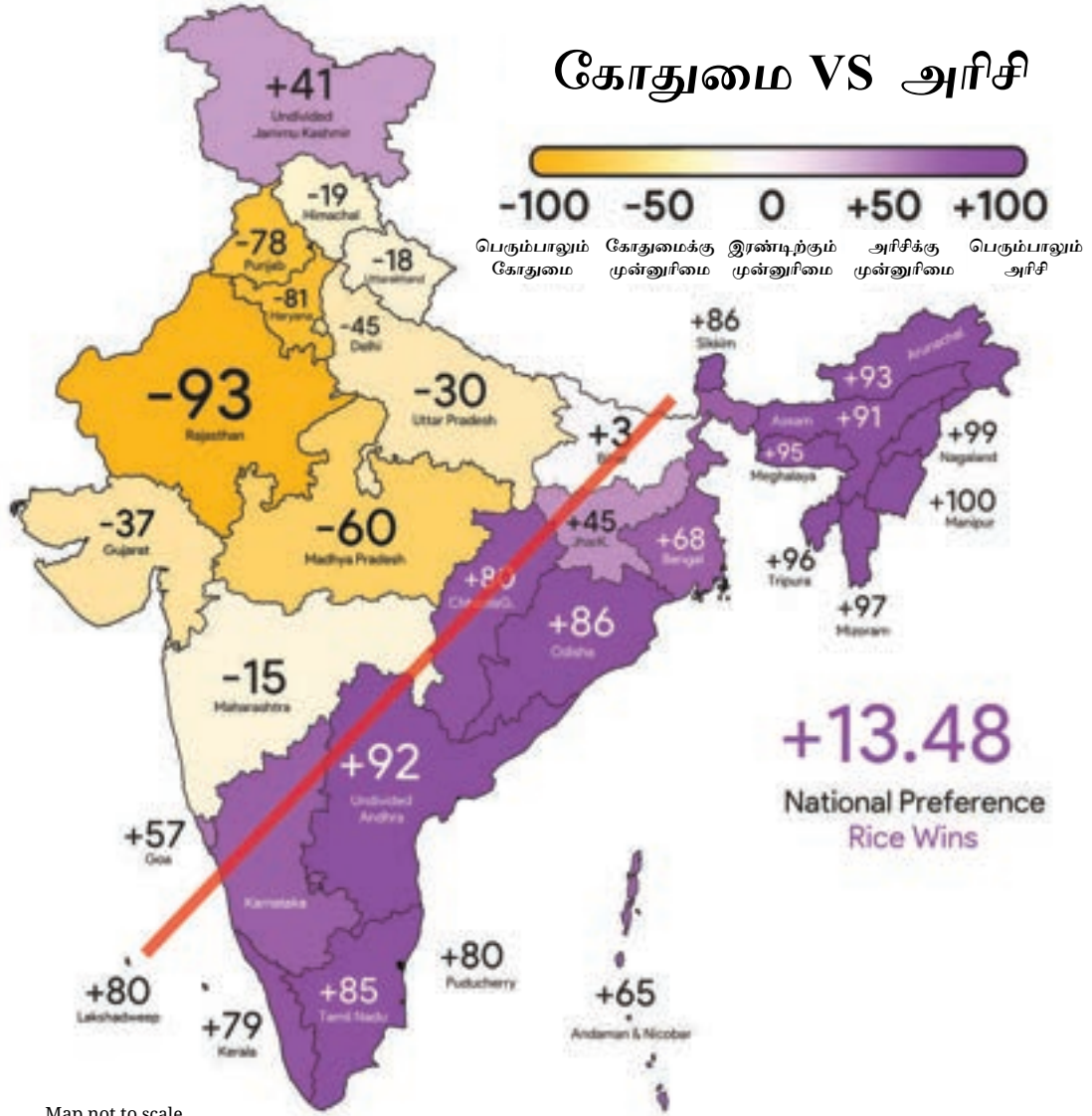
ஆதாரம்: நம்பியார் எட் எஸ் (வரவிருக்கிறது) - இந்தியாவில் பிறப்புகளின் பருவக்கால மாறுபாடுகள்

- (i) உங்களுடைய நோக்கீடுகள் என்ன?
- (ii) ஜூலை 2017 இல் தோராயமாக எத்தனை பிறப்புகள் நிகழ்ந்தன?
- (iii) இவ்வரைபடம் எக்காலப்பகுதியை உள்ளடக்குகிறது?
- (iv) 2018, 2019 மற்றும் 2020 ஆண்டுகளில் ஜனவரி மாதத்தில் நிகழ்ந்த பிறப்புகளின் எண்ணிக்கையை ஒப்பிடுக.
- (v) 2019 ஆம் ஆண்டில் நிகழ்ந்த பிறப்புகளின் எண்ணிக்கையை மதிப்பிடுக தோராயமாக்குக.

தகவல் விளக்கப்படங்கள் (Infographics)

ஆறாம் வகுப்பில் தகவல் விளக்கப்படங்கள் எவ்வாறு தகவல்களையும் கருத்துகளையும் தெளிவாகவும் விரைவாகவும் கண்ணுக்கு இனிமையாகவும் வழங்க உதவுகின்றன என்பதற்கான ஒரு எடுத்துக்காட்டைக் கண்டோம். கீழே கொடுத்துள்ள தகவல் விளக்கப்படத்தைக் காண்க. இதில் வழங்கப்பட்டுள்ள தகவலை உங்களால் புரிந்துக்கொள்ள முடிகிறதா?

கோதுமை VS அரிசி



மூலம் : 68 வது தேசிய மாதிரி கணக்கெடுப்பு. 2011-12 வரையிலான தரவுகள், lip maps.com மூலம் உருவாக்கப்பட்டது.

இத்தகவல் விளக்கப்படம் பல மாநிலங்களில் அரிசி மற்றும் கோதுமை ஆகியவற்றிற்கிடையிலான விருப்பத்தை ஒப்பிடுகிறது. மேல் வலப்புறத்தில் உள்ள நிற அளவுகோல் வெவ்வேறு நிற நிழல் எந்த வகையான விருப்பங்களைக் குறிக்கின்றன என்பதை விளக்குகிறது.

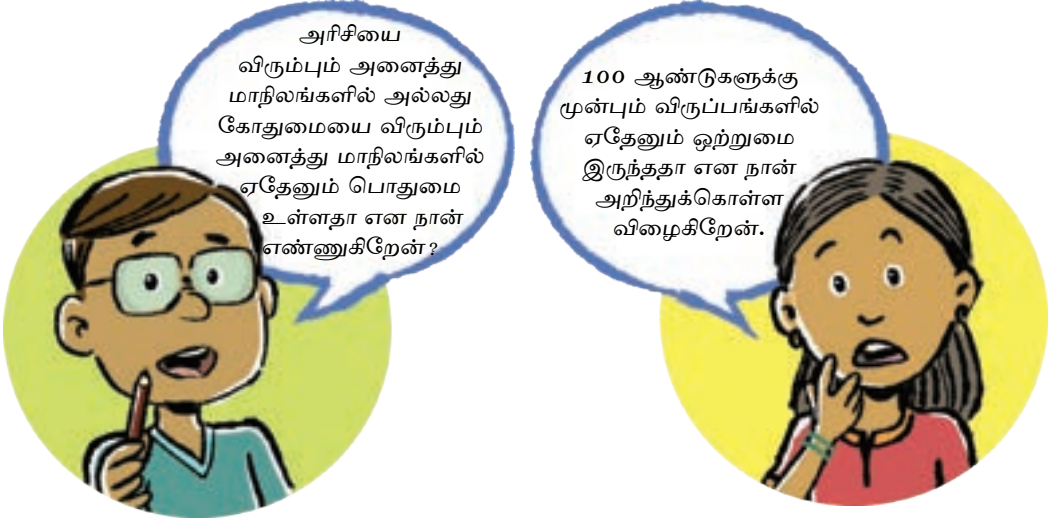
அரிசி மற்றும் கோதுமையின் தனி நபர் நுகர்வில் உள்ள வேறுபாடு -100 முதல் +100 வரையுள்ள மதிப்புகளாக வரைபடத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

+100 என்ற இம்மதிப்பு அம்மாநில மக்கள் கோதுமையை முற்றிலும் உண்ணவில்லை என்பதைக் குறிக்காது. அதன் பொருள் அம்மாநிலம் அரிசியை அதிகமாக விரும்புகிறது என்றும் அரிசி மற்றும் கோதுமை நுகர்வில் உள்ள வேறுபாடு மிகவும் அதிகமாக உள்ளது என்பதையும் குறிக்கிறது.

கோடு காட்டுவது போல அரிசி - கோதுமை விருப்பங்களில் தெளிவான புவியியல் பிரிவு இருப்பது சுவாரஸ்யமாக உள்ளது அல்லவா?

? உம்முடைய கவனிப்புகளைப் பகிர்க. இத்தகவல் விளக்கப்படத்தின் அடிப்படையில் பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

- கருநாடகத்தின் மதிப்பு மறைக்கப்பட்டுள்ளது? அது என்னவாக இருக்கக்கூடும் என்று நீங்கள் கணிக்க முடியுமா?
- அரிசி அதிகமாக விரும்பப்படும் முதல் 5 மாநிலங்கள் யாவை?
- கோதுமை அதிகமாக விரும்பப்படும் முதல் 5 மாநிலங்கள் யாவை?
- அரிசி மற்றும் கோதுமையின் விருப்பம் சமநிலையிலுள்ள சில மாநிலங்களைப் பட்டியலிடுக.



ஒரு பட்டி என்ன கூற முடியும்?

மனோஜிற்கு ஒரு சுவாரஸ்யமான பழக்கம் உண்டு. அவர் நாள்முழுதும் என்ன செய்தார் என்பதை எழுதி வைப்பார். 48 பெட்டிகள் உள்ள ஒரு காகிதப் பட்டியை ஒரு நள்ளிரவிலிருந்து அடுத்த நள்ளிரவு வரை 30 நிமிட இடைவெளியில் அவர் அவருடைய செயல்பாடுகளைப் பதிவு செய்கிறார். வலப்பக்கத்தில் காட்டியுள்ளது போல அவர் மூன்று

எழுத்துப் பட்டிகளின் மீது வாரத்தின் 3 வெவ்வேறு நாட்களில் அவரது ஐந்து வகையான செயல்பாடுகளைப் பதிவிடுகிறார்.

- உறக்கம்
- உண்ணுதல்
- நண்பர்களை சந்தித்தல், பொழுது போக்கு, ஊடகம், குடும்பத்துடன் செலவிடும் நேரம்.
- வகுப்புகளுக்குச் செல்லுதல், படித்தல் மற்றும் வீட்டுப்பாடம்
- குளித்தல் மற்றும் தயாராகுதல், யோகா அல்லது உடற்பயிற்சி.
- பயணித்தல்



- ?** மூன்று வகையான பட்டிகளை கவனமாகப் பார்க்க
- ஒவ்வொரு வகையும் எந்த செயல்பாட்டைக் குறிக்கிறது?
 - ஏதோ ஒரு வரிசையில் மூன்று பட்டிகள் வெள்ளி - ஞாயிறு வரையுள்ள நாட்களைக் குறிக்கிறது. ஒவ்வொரு பட்டியும் எந்த நாளைக் குறிப்பிடுகிறது?
 - இந்நாட்களில் ஒரு நாள் அவர் ஒரு நீண்ட திரைப்படத்தைக் காண தமது நண்பர்களோடு சென்றார். இது எப்பொழுது நடந்தது என்று எண்ணுகிறீர்கள்?
 - அவருடைய பள்ளியின் மதிய உணவு இடைவேளை எப்பொழுது?
 - பட்டிகள் கூடுதலாக வேறென்ன விவரங்களைக் கூறுகின்றன?
- ?** வார நாட்களில் உமது வழக்கமான நாள் எப்படி இருக்கும்? அது மனோஜின் வழக்கத்திற்கு எவ்வளவு ஒத்திருக்கிறது அல்லது வேறுபடுகிறது?
- ?** உங்கள் விடுமுறையின் போது உங்கள் வழக்கமான நாளின் ஒரு பகுதி எப்படி இருக்கும்?
- ?** உங்கள் குடும்பத்தில் உள்ள ஒரு பெரியோரின் பட்டி எவ்வாறு அமையும்? வீட்டில் ஒரு பெரியோருக்கான பட்டி ஒன்றைத் தயாரிக்க. உமது பட்டியை அவர்களுடைய பட்டியோடு ஒப்பிடுக. உங்களுக்கு எது சுவாஸ்யமாகத் தோன்றுகிறது?

கணித
பேச்சு

கணித
பேச்சு

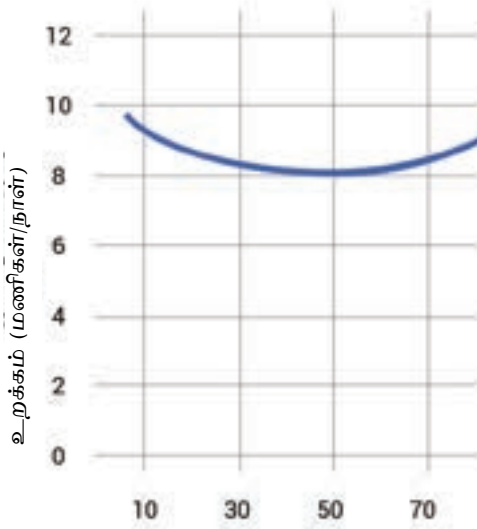
தரவுக் கதை : ஸ்லீப்பி -டீப்பி (உறக்கம் - ஆழம்)

விகிதசமம் என்ற அத்தியாயத்தின் உறக்க நேர வட்ட வரைப்படம் உங்களுக்கு நினைவிருக்கிறதா?

ஒரு நாளில் சில விலங்குகள் 2 மணி நேரம் மட்டுமே உறங்குகின்றன என்பதையும் சில விலங்குகள் 20 மணி நேரம் வரை உறங்குகின்றன என்பதை அறிய உற்சாகமாக இல்லையா? பூச்சிகள் உறங்குவதையோ அல்லது ஓய்வு எடுப்பதையோ நீங்கள் பார்த்திருக்கிறீர்களா? மனிதர்கள் பொதுவாக ஒரு நாளில் 7-9 மணி நேரம் உறங்குகின்றனர். மனிதர்களிடையே உறக்க நேரம் பெரிதும் வேறுபடும். ஒருவருக்கு எவ்வளவு உறக்கம் வேண்டும் என்பது வயது, வாழும் சூழல், வாழ்க்கை முறை (உணவுப் பழக்கம், உடற்பயிற்சி போன்ற செயல்பாடுகள்) ஆகிய காரணிகளைச் சார்ந்துள்ளது. குழந்தைகள் பெரியவர்களை விட அதிக நேரம் உறங்குவதை நீங்கள் கவனித்திருக்கலாம்?

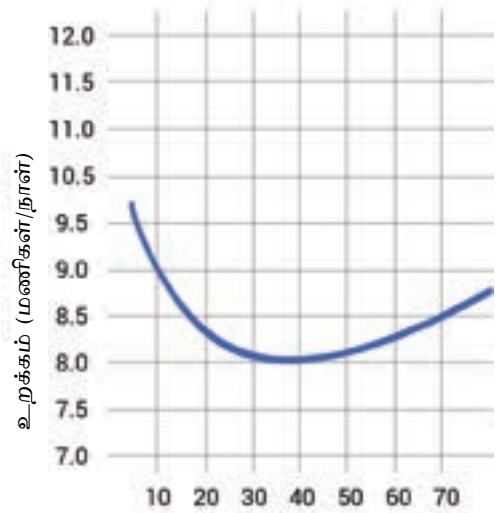
கீழுள்ள கோட்டு வரைபடங்கள் 6-75 வயது வரையுள்ள இந்தியர்களின் வழக்கமான இரவு உறக்க நேரத்தைக் காட்டுகின்றன. இரண்டாம் படம் முதல் பாடத்தின் அண்மையாக்கப்பட்ட வடிவம் ஆகும்.

பல்வேறு வயதினரின் இரவு உறக்கம்



வயது (ஆண்டுகளில்)

பல்வேறு வயதினரின் இரவு உறக்கம்



வயது (ஆண்டுகளில்)

ஆதாரம் : தேசிய நேரப் பயன்பாட்டின் ஆய்வு 2024

இவ்வரைபடத்தைக் குறித்து உங்கள் கருத்துகளைப் பகிர்ந்துக் கொள்க. இதில் சுவாரஸ்யமானது என்ன?

முந்தைய வரைபடங்களைப் போலல்லாமல் சில இணைக்கப்பட்ட கோட்டுப் பிரிவுகளால் ஆன இக்கோட்டு வரைபடம், ஒன்றுக்கொன்று மிக நெருக்கமாக வைக்கப்பட்டுள்ள 80 தரவுப் புள்ளிகளைக் கொண்டிருப்பதால், அது ஒரு மென்மையான வளைவைப் போலத் தெரிகிறது. இதே தரவை ஒரு நெடுவரிசை வரைபடத்தைப் பயன்படுத்திப் பிரதிநிதிக்க 70 நெடுவரிசைகள் தேவைப்படுகின்றன. இது வரைபடத்தைக் குழப்பமானதாகவும் கனமாகவும் தோன்றச் செய்கிறது. இங்கு கோட்டு வரைபடம் சிறந்த தேர்வாகும். இது எளிமையாகவும் தரவின் அமைப்பை தெளிவாகவும் காட்டுகிறது.

இவ்வரைபடத்திலிருந்து 6வயது குழந்தைகளின் சராசரி உறக்க நேரம் ஒரு நாளுக்கு சுமார் 9.5 மணி நேரம் என்பதைக் காணலாம். வளர வளர இளமைப் பருவத்திலும் முதிர் வயதிலும் தினசரி உறக்க நேரம் குறைகிறது. 30 -50 வயது வரை உறக்க நேரம் குறைந்து சுமார் 8 மணி நேரம் ஆகிறது. 50 வயதிற்குப் பிறகு உறக்க நேரம் மீண்டும் அதிகரித்து சுமார் 8.5 மணி நேரம் ஆகிறது.

பிறந்த குழந்தைகளும் பச்சிலம் குழந்தைகளும் ஏன் இவ்வளவு நேரம் உறங்குகின்றனர் என்று நீங்கள் சிந்திக்கக்கூடும். வேறு நாடுகளில் உள்ள மக்கள் வேறுபட்ட முறையில் உறங்குகின்றனரா? உறக்க நேரத்தில் விலங்குகளிலும் வயதிற்கு ஏற்ப இதுபோன்ற செயல் முறை காணப்படுகிறதா?

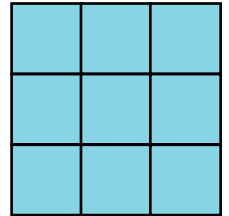
? இதனைக் கண்டறிக.

1. சராசரி கட்டங்கள் (Mean Grid)

(i) ஒவ்வொரு வரிசையின், நெடுவரிசையின் மற்றும் கோணத்தின் சராசரி 10 வருமாறு, 9 வேறுபட்ட எண்களைக் கட்டத்தில் நிரப்ப முடியுமா?

2. கீழ்க்கண்ட நிபந்தனைகளுக்கு ஏற்ற தரவுகளுக்கான இரண்டு எடுத்துக்காட்டுகளைத் தருக.

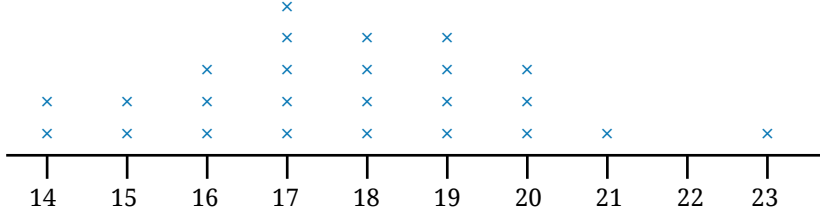
(i) சராசரி 8 ஆக இருக்கும் 3 எண்கள்.



- (ii) இடைநிலை அளவு 15.5 ஆக இருக்கும் 4 எண்கள்.
- (iii) சராசரி 13.6 ஆக இருக்கும் 5 எண்கள்.
- (iv) சராசரி = இடைநிலை அளவு இருக்குமாறு 6 எண்கள்
- (v) சராசரி > இடைநிலை அளவு இருக்குமாறு 6 எண்கள்
3. பின்வரும் எண்களின் தொகுப்பின் இடைநிலை அளவு 13 அமையும் வகையில் காலியிடங்களை நிரப்புக. 13: 5, 21, 14, ____, ____, ____.
எண்ணிக்கைக்குரிய எண்கள் மட்டுமே அனுமதிக்கப்பட்டால் எத்தனை சாத்தியங்கள் இருக்கும்?
4. பின்வரும் தொகுப்பின் சராசரி 6.5 ஆக இருக்குமாறு காலியிடங்களை நிரப்புக. 6.5: 3, 11, ____, ____, 15, 6. எண்ணிக்கைக்குரிய எண்கள் மட்டுமே அனுமதிக்கப்படும் எனில் எத்தனை சாத்தியங்கள் உள்ளன?
5. கீழுள்ள ஒவ்வொரு அறிக்கையும் சரியா என்பதை சோதிக்க உங்களுடைய காரணங்களை விளக்குக. தேவைப்பட்டால் இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்துக.
- இரண்டு இரட்டைப்படை எண்களின் சராசரி இரட்டைப்படை எண்ணாகவே இருக்கும்.
 - 5 இன் எல்லா இரண்டு மடங்குகளின் சராசரியும் 5 இன் மடங்காக இருக்கும்.
 - 5 இன் எல்லா மடங்குகளின் சராசரியும் 5 இன் மடங்காகவே இருக்கும்.
6. சுதாகரின் வகுப்பினரின் சராசரி உயரம் 150.2 cm எனக் கண்டறியப்பட்ட 2 நாட்களுக்குப் பிறகு அவ்வகுப்பிற்கு 2 புதிய மாணவர்கள் சேர்க்கப்பட்டனர்.
- கீழ்காணும் எவ்வறிக்கைகள் சரியானவை ? ஏன் ?
 - 2 புதிய மதிப்புகள் சேர்க்கப்பட்டுள்ளதால் வகுப்பின் சராசரி உயரம் அதிகரிக்கும்.
 - வகுப்பின் சராசரி உயரம் மாறாமல் இருக்கும்.
 - புதிய சராசரி உயரத்தைக் கண்டறிய புதிய மாணவர்களின் உயரங்களை அளக்க வேண்டும்.
 - புதிய சராசரி உயரத்தைக் கணக்கிட வகுப்பில் உள்ள அனைவருடைய உயரங்களையும் மீண்டும் அளவிட வேண்டும்.

- (ii) புதிதாக சேர்த்த இரண்டு மாணவர்களின் உயரங்கள் 149cm மற்றும் 152cm ஆகும். வகுப்பின் சராசரி உயரத்திற்குத் தொடர்புள்ள கீழ்காணும் கூற்றுகளில் எவை சரியானவை ? ஏன்?
- (a) சராசரி மாறாமல் இருக்கும்
 (b) சராசரி அதிகரிக்கிறது
 (c) சராசரி குறைகிறது
 (d) சராசரியைப் பற்றிய முடிவை எடுக்கப் போதுமான தகவல் இல்லை.
- (iii) புதிய வகுப்பு சராசரிக்குத் தொடர்புள்ள கீழ்க்கண்ட அறிக்கைகளில் எவை சரியானவை ? ஏன்?
- (a) இடைநிலை அளவு மாறாது
 (b) இடைநிலை அளவு அதிகரிக்கிறது
 (c) இடைநிலை அளவு குறைகிறது
 (d) இடைநிலை அளவு குறித்து முடிவெடுக்கப் போதுமான தகவல் இல்லை.

7. கீழுள்ள புள்ளி வரைபடத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள தரவின் சராசரி IT ஆகும். இக்கேள்விக்கு விடையளிக்க நீங்கள் பயன்படுத்திய முறையை விளக்குக.



8. ஒரு குழுவில் உள்ள மக்களின் எடைகள் ஒவ்வொரு மாதமும் அளக்கப்பட்டன - முந்தைய மாதத்தின் சராசரி எடை 65.3 kg ஆகவும் இடைநிலை அளவு 67 kg ஆகவும் இருந்தது. ஒருவர் 2kg எடையை இழந்தார் மற்றும் இருவர் 1kg எடையைக் கூட்டினார். இம்மாதத்தின் சராசரி மாற்றம் மற்றும் இடைநிலை அளவு மாற்றம் குறித்து நீங்கள் என்ன கூற முடியும்?
9. கீழே கொடுத்துள்ள அட்டவணை கடந்த 10 ஆண்டுகளில் ஜனவரி மாதத்தில் சில மாநிலங்களில் அயோடைஸ் செய்யப்பட்ட உப்பின் சில்லறை விலையைக் (₹ களில்) காட்டுகிறது. உங்கள் கணக்கீடுகள் மற்றும் வரைபடத்தை வரைவதற்காக மதிப்புகளை அருகிலுள்ள முழு எண்ணாக (எண்ணிக்கைக்குரிய எண்கள்) வட்டமிடலாம்.

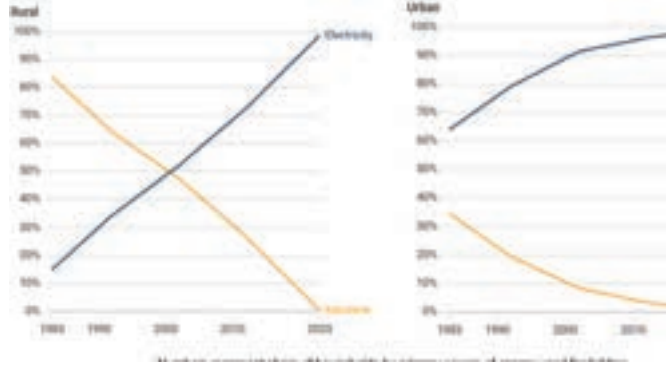


	அந்தமான் மற்றும் நிக்கோபார் தீவுகள்	அசாம்	குஜராத்	மிசோரம்	உத்தரப் பிரதேசம்	மேற்கு வங்காளம்
2016	16	6	16.5	20	16.15	9.47
2017	12	12	14.75	20	16.97	11.65
2018	12	12	14.75	22	16.18	11.63
2019	12	12	14.75	22	18.24	11.43
2020	13.88	12	13	20	18.96	11.11
2021	18.22	15	14.45	22	20.63	12.79
2022	18.73	14	14.28	25	21.3	16.14
2023	20.63	12.02	14.54	27.65	25.39	18.43
2024	19.73	13.72	14.8	29.03	26.9	21.66
2025	20.99	12.35	19.2	29.8	24.81	23.99

- உங்களுக்கு சுவராஸ்யமானதாகத் தோன்றும் எதேனும் 3 மாநிலங்களின் தரவைத் தேர்ந்தெடுத்து சரியான அளவு கோலைப் பயன்படுத்தி கோட்டு வரைபடம் மூலம் காட்சிப்படுத்துக.
- இத்தரவுகளில் உங்களுக்கு சுவராஸ்யமாகத் தோன்றுவது என்ன? உங்கள் கவனிப்புகளைப் பகிர்க.
- குஜராத் மற்றும் உத்தரப் பிரதேச மாநிலங்களில் உள்ள விலை மாற்றத்தை ஒப்பிடுக.
- 2016 முதல் 2025 வரை எந்த மாநிலத்தில் விலை அதிகமாக உயர்ந்துள்ளது?
- இத்தரவுகளைக் கண்டு மேலும் நீங்கள் எதைக் குறித்து ஆராய விரும்புபதீர்கள்?

10. கீழே கொடுத்துள்ள வரைபடத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு பின்வரும் கூற்றுகளில் எவை சரியானவை, எனக் கூறுக.

காலப்போக்கில் வீடுகளை ஒளியேற்றுவதற்கான முதன்மை ஆற்றல் மூலம்

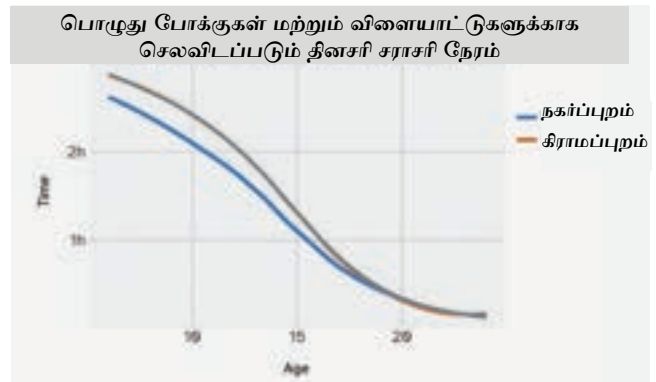


- 1983 ஆம் ஆண்டில் கிராமப்புறங்களில் பெரும்பாலானோர் மண்ணெண்ணெயை முதன்மை ஒளி மூலமாகப் பயன்படுத்தினர், நகரப்புறங்களில் பெரும்பாலானோர் மின்சாரத்தைப் பயன்படுத்தினர்.
- காலப்போக்கில் கிராமப்புறங்களிலும் நகரப்புறங்களிலும் முதன்மை ஒளி மூலமாக இருந்த மண்ணெண்ணெயின் பயன்பாடு குறைந்துள்ளது.
- 2000 ஆம் ஆண்டில், நகரப்புற வீடுகளில் 10% வீடுகள் மட்டுமே மின்சாரத்தை முதன்மை ஒளி மூலமாகப் பயன்படுத்தினர்.
- 2023 ஆம் ஆண்டில் மின்தடை எதுவும் இல்லை.

11. கோட்டு வரைபடத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

- நகரப்புறங்களில் உள்ள 10 வயது குழந்தைகள் தினமும் பொழுதுபோக்குகள் மற்றும் விளையாட்டுகளுக்காக எவ்வளவு நேரம் செலவிடுகின்றனர்?
- கிராமப்புறக் குழந்தைகள் தினமும் பொழுது போக்குகள் மற்றும் விளையாட்டுகளுக்கு செலவிடும் சராசரி நேரம் 1.5 மணி நேரமாக எந்த வயது உள்ளது?

- 8 வயது
- 10 வயது
- 12 வயது
- 14 வயது
- 18 வயது



(iii) பின்வரும் கூற்றுகள் சரியானவையா?

- 15 வயது குழந்தைகள் தினமும் பொழுது போக்குகள் மற்றும் விளையாட்டுகளுக்கு செலவிடும் சராசரி நேரம், 10 வயது குழந்தைகள் செலவிடும் நேரத்தை விட இருமடங்காக உள்ளது.
- 15 வயதுடைய அனைத்து கிராமப்புறக் குழந்தைகளும் தினமும் குறைந்தது 1 மணி நேரம் பொழுதுபோக்குகள் மற்றும் விளையாட்டுகளில் கழிக்கின்றனர்.

12. தனிநபர் திட்டம் : வாரத்தின் வெவ்வேறு நாட்களுக்கான உங்களது செயல்பாட்டு பட்டியைத் தயாரிக்க.

(i) நீங்கள் தினமும் சரியான நேரத்தில் உணவருந்தி உறங்குகிறீர்களா? பொதுவாக நீங்கள் எவ்வளவு நேரம் வெளியில் கழிக்கிறீர்கள்?



- ஒவ்வொரு செயல்பாட்டிற்கும் செலவிடப்படும் சராசரி நேரத்தை கணக்கிடுக. இச்சராசரி நாளை ஒரு பட்டியின் மூலம் பிரதிநிதிக்க.
- இதேபோல் வீட்டில் உள்ள ஒரு பெரியோரின் செயல்பாடுகளைப் பதிவு செய்க. உமது தரவுகளுடன் அவர்களுடைய தரவுகளை ஒப்பிடுக.

13. சிறு குழுத் திட்டச் செயல்பாடுகள் : 3-4 உறுப்பினர்கள் கொண்ட ஒரு குழுவை அமைக்க.



(i) பின்வருவனவற்றில் குறைந்தது ஒன்றையாவது செய்க. உங்கள் குடும்பத்தினர் அனைவருடைய ஒரு வார தினசரி உறக்க நேரத்தைப் பதிவு செய்க. தினசரி உறக்க நேரத்தில் இரவு உறக்கம், பகல் நேர உறக்கம் மற்றும் சிறுதுக்கங்களும் உள்ளடங்கும்.

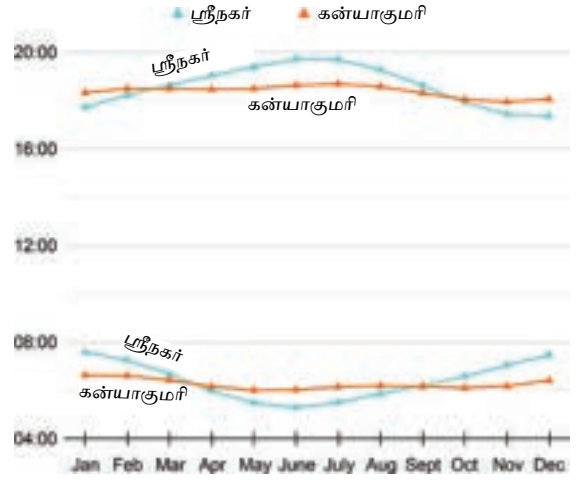
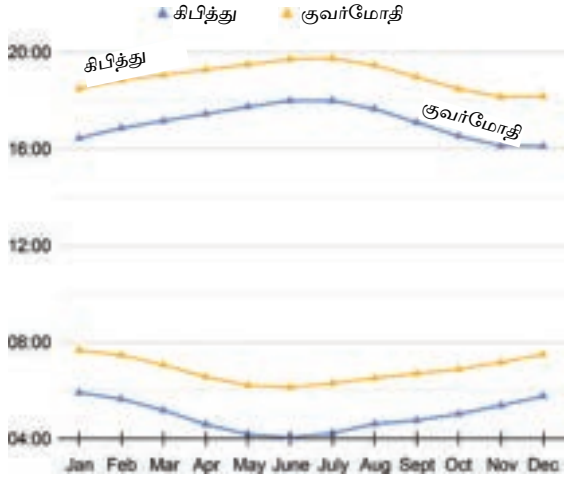
(a) இதனைப் பட்டிகள் மூலம் காட்டுக.

(b) உங்கள் கண்டறிதல்கள் மற்றும் கவனிப்புகளைப் பகிர்க.

(ii) பள்ளிகள் எப்பொழுது துவங்கி எப்பொழுது முடிவடைகின்றன? ஒரு வேலை நாளில் மனோஜின் பள்ளி காலை 9.30 மணிக்கு துவங்கி மாலை 4.30 மணிக்கு முடிகிறது. அதாவது வகுப்பு நேரம் மற்றும் இடைவேளை உள்பட 7 மணி நேரம். 8

ஆம் வகுப்பிற்கான வெவ்வேறு பள்ளிகளின் தினசரி நேர அட்டவணை (வகுப்பு நேர மற்றும் இடைவேளை நேரம் உள்பட) குறித்த தகவலை சேகரிக்க, உங்கள் அக்கம் பக்கத்தினர், உறவினர்கள், பெற்றோர்கள் மற்றும் நண்பர்கள் ஆகியோரிடம் கேட்டு அறிந்துக் கொள்ளலாம்.) சேகரித்த தகவல்களைப் பகுப்பாய்வு செய்து காட்சிப்படுத்துக.

14. கீழுள்ள வரைபடங்கள் இந்தியாவில் உள்ள 4 இடங்களில் ஓராண்டு முழுவதும் சூரிய உதயம் மற்றும் அஸ்தமான நேரங்களைக் காட்டுகின்றன. வரைபடங்கள் எவ்வாறு ஒழுங்கமைப்படுகின்றன என்பதை கவனித்து எக்கோடுகள் சூரிய உதயத்தைக் குறிக்கின்றன மற்றும் எவை சூரிய அஸ்தமனத்தைக் குறிக்கின்றன என்பதை நீங்கள் அடையாளம் காண முடியுமா?

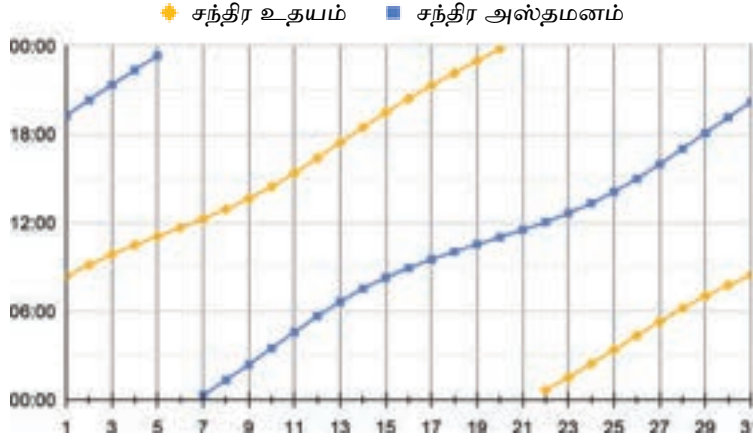


வரைபடங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

- ஜனவரி மாதத்தில் எந்த இடத்தில் சூரியன் மிக விரைவாக உதயமாகிறது? ஜனவரியில் அவ்விடத்தில் நிலவும் தோராய பகல் நேரம் எவ்வளவாகும்?
- வருடம் முழுதும் எந்த இடத்தில் பகல் நேரம் மிக நீளமாக உள்ளது?
- உங்கள் நோக்கீடுகளைப் பகிர்க. உங்களுக்கு எது சுவாரஸ்யமாகத் தோன்றுகிறது? நீங்கள் என்ன தெரிந்துக் கொள்ள விரும்புகிறீர்கள்?

15. வழக்கமான சூரிய உதயம் மற்றும் அஸ்தமன நேரங்களை நாம் அறிவோம். ஆனால் சந்திரன் எப்பொழுது உதிக்கிறது எப்பொழுது மறைகிறது என்பது உமக்குத் தெரியுமா? அது சூரியனைப் போலவே ஒரு முறையான முறைப்படியைப் பின்பற்றுகிறதா? அதைக் கண்டறிவோம். கீழ்காணும் வரைபடம் ஒரு மாதத்திற்கான சந்திர உதயம் மற்றும் சந்திர அஸ்தமன நேரங்களைக் காட்டுகிறது.

- இந்த மாதத்தில் அமாவாசை (புதிய நிலா) மற்றும் பெளர்ணமி (முழு நிலா) எந்த தேதிகளில் வருகின்றன என்பதைக் கண்டறிக.
- நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்? எதைக் குறித்து சிந்திக்கிறீர்கள்?



சுருக்கம்

- கடந்த ஆண்டு சராசரியை சமமாகப் பகிர்ந்துக்காள்ளும் ஒரு மதிப்பாகக் காண்போம். இங்கு ஒரு மதிப்பின் இடப்புறமும் வலப்புறமும் உள்ள தூரங்களின் கூட்டுத்தொகை சமமாக இருப்பதை அறிந்தோம்.
- சராசரியை விட அதிகமான மதிப்புகள் சேர்க்கப்பட்டால், சராசரி அதிகரிக்கும் என்பதைக் கண்டோம் சராசரியை விடக் குறைவான மதிப்புகள் சேர்க்கப்பட்டால் சராசரி குறையும். இதேபோன்ற வழிமுறையை இடைநிலை அளவிலும் காணலாம்.
- கோட்டு வரைபடங்கள் காலப்போக்கில் ஏற்படும் மாற்றங்களைக் காட்சிப்படுத்தப் பயன்படுத்தப்படலாம்.
- தரவுகளை ஆய்வு செய்வது புதிய விளாக்களையும், மேலும் ஆராய வேண்டிய திசைகளையும் உருவாக்கும் என்பதை அறிந்தோம்.

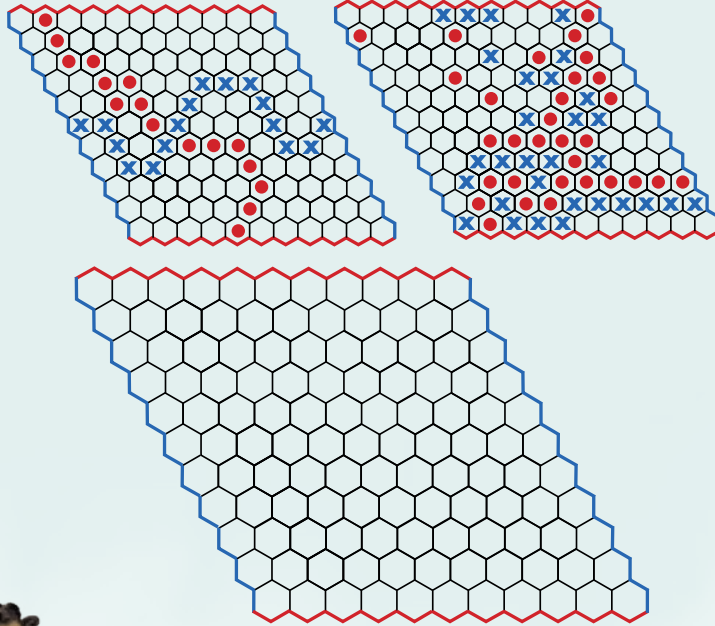


புதிர் தேர்ம்

ஹெக்ஸ் இன் விளையாட்டு

ஹெக்ஸ் என்பது இருவர் விளையாடும் ஒரு திட்ட விளையாட்டாகும். இது 11x11 அளவு சாய்சதுர வடிவ அறுங்கோண செல்களுள்ள ஒரு பலகையின் மீது விளையாடப்படுகிறது. ஒவ்வொரு ஆட்டக்காரருக்கும் ஒரு நிறமும் பலகையின் இரண்டு எதிர் பக்கங்களும் ஒதுக்கப்படுகின்றன. ஆட்டக்காரர்கள் தம்முறை வரும்போது அவருக்கான ஒரு துண்டினை ஏதேனும் ஒரு காலியான செல்லில் வைப்பர். ஒரு முறை வைத்த பிறகு துண்டுகளை நகர்த்தவோ அல்லது அதற்றவோ முடியாது. ஒதுக்கப்பட்டுள்ள இரு பக்கங்களையும் இணைக்கும் தம்மதேயான துண்டுகளின் ஒரு சங்கிலியை உருவாக்குவதே இவ்விளையாட்டின் நோக்கம் ஆகும். இத்தகைய இணைப்பை முழுமைப்படுத்தும் முதல் ஆட்டக்காரர் விளையாட்டில் வெற்றி பெறுகிறார். கீருள்ள படங்களில் முதலாம் விளையாட்டுகளில் (X)வெற்றி பெற்றதையும் இரண்டாம் விளையாட்டில் (●) வெற்றி பெற்றதையும் காணலாம்.

இங்கு ஒரு காலியான பலகை கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு சுற்றிலும் பென்சிலைப் பயன்படுத்தி விளையாடலாம், புதிய சுற்றினைத் துவங்க குறிகளை அழிக்கலாம்.





13.1 அல்ஜீப்ரா விளையாட்டு

கடந்த இரண்டு ஆண்டுகளாக பல்வேறு சூழ்நிலைகளில் நவீன இயற்கணிதத்தை பயன்படுத்தியுள்ளோம். இயற்கணித சமன்பாடுகளை எவ்வாறு தீர்ப்பது மற்றும் தெரியாத எழுத்து - எண்களின் மதிப்புகளை கண்டுபிடிப்பது எப்படி என்பதையும் நாம் கற்றுக்கொண்டோம். இப்போது இயற்கணிதத்துடன் சில வேடிக்கை பார்ப்போம்.

தந்திரங்களையும் (tricks) மற்றும் புதிர்களையும் ஆராய்ந்து (tricks and puzzles) அவை ஏன் இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி செயல்படுகின்றன என்பதை விளக்குவோம். மற்றவர்களை மகிழ்விக்க புதிய யுக்தி (tricks) களையும் புதிர்களையும் (puzzles) கண்டு பிடிப்பது எப்படி என்பதையும் பார்ப்போம்.

13.2 ஒரு எண்ணை நினைவில் 'கொள்க' யுக்தி அல்லது தந்திரம் (Think of a Number Tricks) பற்றி நினை.

7ஆம் வகுப்பில் இது போன்ற 'ஒரு எண்ணை நினை' யுக்தியைப் பற்றி கற்றுக் கொண்டோம்.

1. ஒரு எண்ணை நினைத்துக் கொள்க
2. அதை இரட்டிப்பாக்கு

3. நான்கை கூட்டுக

4. இரண்டால் வகுக்கவும்

5. நீ நினைத்த உண்மையான எண்ணை கழிக்கவும்

? உங்களுக்கு 2 கிடைத்திருக்கும் என்று நான் கணிக்கிறேன். நான் சொல்வது சரியா? எவ்வேறு ஆரம்ப எண்களுடன் இதை முயற்சி செய்து பாருங்கள் உங்களுக்கு எப்போதும் ஒரே மதிப்பு 2 தானே வருகிறது. ஏன்?

இயற்கணிதம் மூலம் இது போன்ற (யுக்திகளை - அல்லது தந்திரங்களை (tricks) புரிந்துக் கொள்ள முடியும் என்பதை கண்டோம்.

1. எண்ணை நினைத்துக் கொள்ளுங்கள்: x

2. அதை இரட்டிப்பாக்கு: $2x$

3. 4ஐ கூட்டுக : $2x + 4$

4. 2ஆல் வகுக்கவும் : $x + 2$

5. நீங்கள் நினைத்த அசல் எண்ணைக் கழிக்கவும்: $x+2 - x = 2$

எனவே தொடக்க எண் எதுவாக இருந்தாலும் இறுதி முடிவு எப்போதும் 2 ஆகவே இருக்கும்.

? இந்த விளையாட்டை இறுதி விடை 3 ஆக மாற்றுவது எப்படி?

? எப்போதும் இறுதி மதிப்பிற்கு வழி வகுக்கும் மிகவும் சிக்கலான படிகளைக் கொண்டு வர முடியுமா? இந்த வகையான வெவ்வேறு யுக்தி (அ) தந்திரங்களை இப்போது பார்ப்போம்.



? முக்தா தேர்ந்தெடுத்த தேதியை சுபம் எப்படி கண்டு பிடித்தார்?

- மாதம் M ஆகவும் நாள் D ஆகவும் இருக்கட்டும்.
- Mஐ 5 ஆல் பெருக்கவும்.
- Mஐ 5 ஆல் பெருக்கவும் : $5M$
- 6ஐ கூட்டுக : $5M + 6$
- 4ஆல் பெருக்குக : $20M + 24$

- 9ஐ கூட்டுக : $20M + 33$
- 5ஆல் பெருக்குக : $100M + 165$
- நாளை (date) சேர்க்கவும் : $100M + 165 + D$

முத்தாவின் விடை : 291

- $291 = 100M + 165 + D$
- $291 - 165 = 100M + D$
- $126 = 100M + D$

D என்பது ஒரு மாதத்திற்குள் ஒரு நாள் என்பதால் அது அதிக பட்சம் 31 ஆகும். மேலும் இரண்டு இலக்கங்கள் மட்டுமே தேவை, எனவே கடைசி 2 இலக்கங்கள் D ஆகும். அதற்கு முன் வருவது M ஆகும். இந்த விஷயத்தில் M என்பது 1 மற்றும் D என்பது 26. அதாவது ஜனவரி 26 ஆகும்.

? முத்தா வேறொரு தேதியை யோசித்து அதே படிகளை பின்பற்றி தனது விடையை 1390 என்று தெரிவிக்கிறாள். இந்த முறை முத்தா எந்த தேதியுடன் தொடங்கினாள்?

- 1390 லிருந்து 165ஐக் கழித்தால் நமக்கு 1225 கிடைக்கிறது.
- இதன் பொருள் அவள் நினைத்த தேதி டிசம்பர் 25 ஆகும்.

? பின்வரும் எண்கள் இறுதி விடையாக இருந்தால் தேதியை கண்டுபிடி.
(i) 1269 (ii) 394 (iii) 296

இந்த யுக்தியை (tricks) உங்கள் நண்பர்களுடன் சேர்ந்து முயற்சிக்கவும். அவர்களின் பிறந்த நாளின் முதல் தேதியை தேர்வு செய்ய சொல்லவும்.

? இந்த யுக்தி (அ) தந்திரத்தில் (tricks) உள்ள படிகளை மாற்றி உண்மையான தேதியை கண்டுபிடிக்க முடியும். இறுதி விடையிலிருந்து 165ஐ கழிப்பதற்கு பதிலாக, நீங்கள் வேறு ஏதாவது எண்ணை கழிக்க வேண்டியதிருக்கும்.

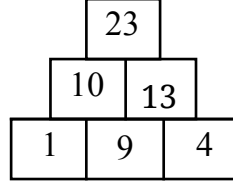


? ஒரு எண்ணை நினைக்கும் யுக்தியை (Think of Numbers) பயன்படுத்தி உங்கள் சொந்த எண்ணை உருவாக்க முயற்சிக்கவும்.

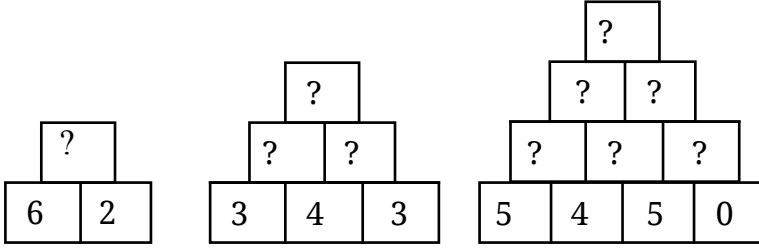


13.3 எண் பீரமீடுகள் (Number pyramids)

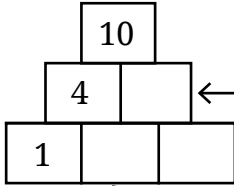
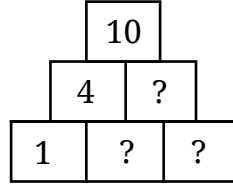
ஒரு எண் பீரமீடில் ஒவ்வொரு எண்ணும் அதற்கு நேராக கீழே உள்ள இரண்டு எண்களின் கூட்டுத் தொகை ஆகும்.



? இதே விதியைப் பயன்படுத்தி இந்த பீரமீடுகளை நிரப்புக.

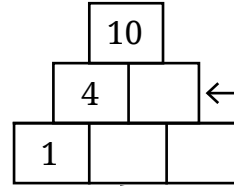


? இந்த பீரமீடை நிரப்புவது எப்படி?



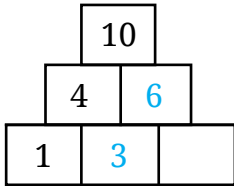
இங்கே என்ன போகும்?

மற்றும் இங்கே?

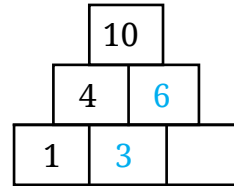


$10 - 4 = 6$

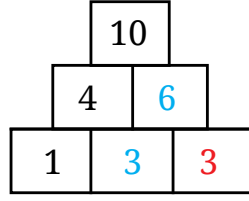
$4 - 1 = 3$



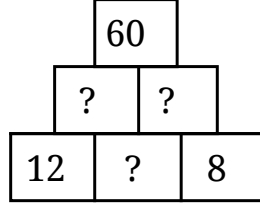
இங்கே என்ன போகும்?



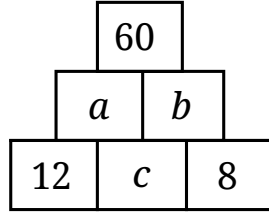
$6 - 3 = 3$



❓ இந்த பிரமிடில் என்ன எண்களை நிரப்புவது பற்றி? நாம் எங்கு தொடங்குவது?



காலியான பெட்டிகளை எழுத்து - எண்களால் நிரப்புவோம்.



பிரமிடுகளை நிரப்புவதற்கான விதிகளிலிருந்து பின்வரும் சமன்பாடுகளைப் பெறுகிறோம்.

- $a + b = 60$
- $12 + c = a$
- $c + 8 = b$

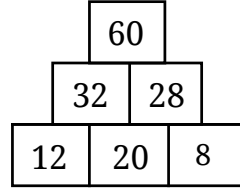
இதிலிருந்து நாம் காண்பது என்னவென்றால்

- $(12 + c) + (c + 8) = a + b = 60$

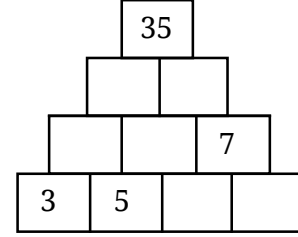
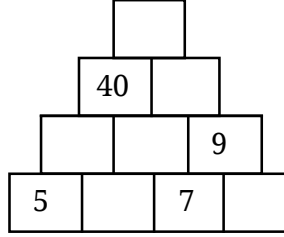
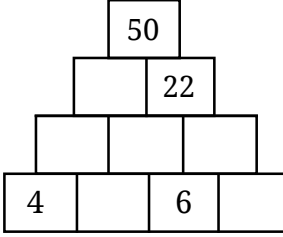
எனவே,

- $20 + 2c = 60$
- $2c = 60 - 20 = 40$
- $c = 20$.

(c தெரிந்தவுடன் a மற்றும் b ஐ கண்டுபிடித்து பிரமிடை முடிக்கலாம்.)

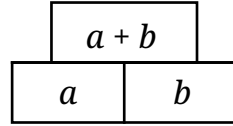


? பின்வரும் பிரமீடுகளை நிரப்பவும்.

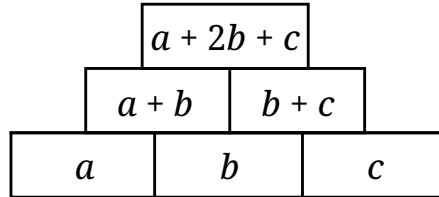


? கீழ் வரிசையில் உள்ள எண்களுக்கும் மேல் வரிசையில் உள்ள எண்ணுக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன?

எளிமையான பிரமீடுடன் ஆரம்பிக்கலாம்.



? மூன்று வரிசைகளைக் கொண்ட பிரமீடு எப்படி இருக்கும்? கீழ் வரிசைக்கு எழுத்து எண்களைப் பயன்படுத்தி, மேல் வரிசைக்கு ஒரு கோவையை எழுதலாம்.



? இதைக் கண்டு பிடிக்கவும்

1. முழு பிரமீடையும் கட்டாமல் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பதிலும் கீழ் வரிசையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள மேல் வரிசை எண்களை கண்டு பிடிக்கவும்.

4	13	8
---	----	---

7	11	3
---	----	---

10	14	25
----	----	----

2. கீழ் வரிசையில் உள்ள மதிப்புகளை கொண்டு. 4 வரிசைகளை கொண்ட ஒரு பிரமீடன் மேல் வரிசைக்கு ஒரு கோவையை எழுதுங்கள்.
3. முழு பிரமிட்டையும் கட்டாமல், இந்த ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் கீழ் வரிசையில் உள்ள கொடுக்கப்பட்டுள்ள மேல் வரிசையில் உள்ள எண்ணை கண்டறியவும்.

8	19	21	13
---	----	----	----

7	18	19	6
---	----	----	---

9	7	5	11
---	---	---	----

விராஹாங்கா ஃபைபோனச்சி (virahanka & Fibonacci) எண் வரிசை 1, 2, 3, 5ஐ நினைவு கூறுங்கள். இங்கே ஒவ்வொரு எண்ணும் அதற்கு முன் உள்ள இரண்டு எண்களின் கூட்டுத் தொகை ஆகும்.

4. மூன்று வரிசைகளை கொண்ட ஒரு எண் பிரமீடன் கீழ் வரிசையில், முதல் மூன்று வீராஹாங்கா பைபோனச்சி எண்களை எழுதி மீதமுள்ள பிரமீடில் நிரப்பவும். அவைகள் அனைத்தும் விராஹாங்கா பைபோனச்சி எண்களா?
5. பின்வரும் நிகழ்வுகளில் பிரமீடில் உள்ள எண்கள் மற்றும் மேலே உள்ள எண் பற்றி நீங்கள் என்ன சொல்ல முடியும்.
 - (i) நான்கு வரிசை பிரமீடன் அடி வரிசையில் முதல் 'நான்கு விராஹாங்கா எண்கள் எழுதப்பட்டுள்ளன.
 - (ii) 29 வரிசை பிரமீடன் அடிவரிசையில் முதல் 29 விராஹாங்கா எண்கள் எழுதப்பட்டுள்ளன.
6. n வரிசை பிரமீடன் அடிவரிசை முதல் n விராஹாங்கா பைபோனச்சி எண்களை கொண்டிருந்தால் அந்த எண்களைப் பற்றி என்ன சொல்ல முடியும்? மேலே உள்ள எண்களைப் பற்றி என்ன சொல்ல முடியும்.

13.4 கட்டங்களுடன் வேடிக்கை (அ) மாயாஜாலம் (Fun with Grids)

ஒரு நாட்காட்டியிலிருந்து ஒருபக்கம் கீழே கொடுக்கப்பட்டு உள்ளது. உங்கள் நண்பர் இந்த நாட்காட்டியிலிருந்து 2x2 கட்டத்தை தேர்ந்தெடுத்து இந்த கட்டத்தில் உள்ள 4 எண்களை கூட்டி கூட்டுத்தொகையாக கூறுகிறார்.

ஆகஸ்டு 2025						
ஞாயிறு	திங்கள்	சைவ்வாய்	புதன்	வியாழன்	வெள்ளி	சனி
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

6	7
13	14

$$6 + 7 + 13 + 14 = 40$$

- ❓ இந்த தொகையை அறிந்து கொள்வதன் மூலம் கட்டடத்தில் உள்ள 4 எண்களை கண்டுபிடிக்க முடியுமா?
- ❓ இயற்கணிதத்தை பயன்படுத்துவோம் 2×2 கட்டடத்தை கருத்தில் கொள்வோம் a என்பது மேல் இடது புற எண்ணை குறிக்கும் a யின் அடிப்படையில் மற்றொரு எண்கள் யாவை?

a	$a + 1$
$a + 7$	$a + 8$

நான்கு எண்களையும் கூட்டினால் கிடைக்கும் தொகை

$$a + (a + 1) + (a + 7) + (a + 8) = 4a + 16.$$

- ❓ கூட்டுத்தொகை 36 என்று உங்களுக்கு சொல்லப்பட்டதாக கொள்வோம் கட்டடத்தில் உள்ள நான்கு எண்களை கண்டு பிடிக்கமுடியுமா ?
- $4a + 16 = 36$
 - $4a = 20$ (இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 16ஐ கழிக்கவும்)
 - $a = 5$ (இரு பக்கங்களிலும் 4 ஆல் வகுக்கவும் இப்போது நாம் a ஐ கண்டுபிடித்துள்ளோம். மற்ற மூன்று எண்கள் $a+1$, $a+7$ மற்றும் $a+8$. ஆகையால் கட்டடம் பின்வருமாறு இருக்க வேண்டும்.

5	6
12	13

- ? உங்கள் சொந்த காலண்டர் தந்திரத்தை (அ) யுக்தியை (trick) உருவாக்குங்கள். உடனே வெவ்வேறு அளவு மற்றும் உருவத்தை உருவாக்குங்கள்.



ஆகஸ்டு 2025						
ஞாயிறு	திங்கள்	செவ்வாய்	புதன்	வியாழன்	வெள்ளி	சனி
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						



2	3	4	5	6	7	8	9	10
12	13	14	15	16	17	18	19	20
22	23	24	25	26	27	28	29	30
32	33	34	35	36	37	38	39	40
42	43	44	45	46	47	48	49	50

இயற்கணித கட்டங்கள் (Algebra Grids)

பின்வரும் கட்டத்தில், வடிவங்கள் எண்களை குறிக்கின்றன ஒவ்வொரு வரிசையிலும் கடைசி நெடுவரிசை அதன் இடது புறத்திலுள்ள மதிப்புகளின் கூட்டுத் தொகை ஆகும். வடிவங்களின் மதிப்புகளை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது?

$$\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare = 27$$

எனவே, $\blacksquare = 9$

$\blacksquare$	$\blacksquare$	$\blacksquare$	27
$\bullet$	$\bullet$	$\blacksquare$	19

இப்பொழுது, $\bullet + \bullet + \blacksquare = 19$

$$\bullet + \bullet + 9 = 19$$

$$2 \times \bullet + 9 = 19$$

$$\bullet = 5$$

- ? பின்வரும் கட்டங்களில் வடிவங்களின் மதிப்புகளை கண்டறிந்து காலியான சதுரங்களை நிரப்புக.

13.5 மிகப் பெரிய பெருக்கல் பலன்

- ? ஒவ்வொரு இலக்கத்தையும் ஒரு முறை பயன்படுத்தி 2, 3 மற்றும் 5 இலக்கங்களை இதில் $\square \square \times \square$ நிரப்புக மிகப் பெரிய பெருக்கல் பலன் எது?

இந்த சிக்கலை முறையாக அணுகுவோம். மூன்று இலக்கங்களை வைக்க ஆறு வழிகள் உள்ளன.

- முதல் பெட்டியை 2, 3 அல்லது 5 ஆல் நிரப்பலாம்
- இந்த தேர்வுகள் (choices) ஒவ்வொன்றிற்கும், மீதமுள்ள இரண்டு இலக்கங்களை நிரப்ப இரண்டு வழிகள் உள்ளன.
- ஆறு விருப்பங்களாவன (options)
 23×5 , 25×3 , 32×5 , 35×2 , 52×3 , 53×2

② இந்த ஆறில் மிகப் பெரிய பெருக்கல்பலனை கண்டுபிடிப்பது எப்படி? பெருக்கும் எண் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும் பட்சத்தில் அவைகளை ஜோடிகளாக சேர்க்கலாம்.

- 35×2 மற்றும் 53×2
- 25×3 மற்றும் 52×3
- 23×5 மற்றும் 32×5

ஒவ்வொரு ஜோடியிலும் பெரிய பெருக்கல் எண் கொண்ட ஒன்று பெரிய பெருக்கல் பலனை உருவாக்குகிறது எனவே இந்த மூன்று விரிவாக்க ஒப்பீட்டை நாம் குறைக்கலாம்.

- 53×2
- 52×3
- 32×5

52×3 என்பது 53×2 ஐ விட பெரியது என்பது தெளிவாகிறது. எனவே நாம் 52×3 மற்றும் 32×5 ஐ மட்டுமே ஒப்பிட வேண்டும். இவற்றை விரிவாக்குவோம்.

- $32 \times 5 = (3 \times 10 \times 5) + (2 \times 5)$
- $52 \times 3 = (5 \times 10 \times 3) + (2 \times 3)$

இரண்டு கோவைகளிலும் முதல் உறுப்புகள் ஒன்றே, இரண்டாவது உறுப்பு 32×5 பெரியது என்பதை காட்டுகிறது. எனவே 2, 3 மற்றும் 5 உடன் நாம் உருவாக்கக் கூடிய ஆறு சாத்தியமான பெருக்கல் பலனில் மிகப்பெரியது.

② இந்த விஷயத்தில் மிகப் பெரிய இலக்கத்தை பெருக்கியாக (multiplier) பயன்படுத்தினோம். மற்ற இரண்டு இலக்கங்கள் பெருக்கல் பலனை உருவாக்க இறங்கு வரிசையில் அமைக்கப்பட்டன. இது எப்போதும்

நிலைத்திருக்குமா? இயற்கணிதத்தை பயன்படுத்தி கண்டுபிடிப்போம் p, q மற்றும் r என்ற மூன்று இலக்கங்களை $p < q < r$ எனக் கொள்வோம். முன்பு போலவே நம்மிடம் ஆறு சாத்தியமான பெருக்கல் பலன்கள் உள்ளன. அவற்றை பெருக்கும் எண் (multiplier) மூலம் வகைப்படுத்தலாம்.

- $qr \times p, rq \times p$
- $pr \times q, rp \times q$
- $pq \times r, qp \times r$

ஒவ்வொரு ஜாடியிலும் பெரிய பத்து இலக்கங்களைக் கொண்ட பெருக்கும் எண் (Multiplier) பெரிய பெருக்கல் பலனை உருவாக்குகிறது (multiplicand) எனவே ஒப்பிடுவதற்கு நமக்கு மூன்று பெருக்கல் பலன்கள் (multiple Product) உள்ளன.

- $rq \times p$
- $rp \times q$
- $qp \times r$

$q > p$ என்பதால் $rp \times q, rq \times p$ விட பெரியது என்பதை காணலாம். இது $qp \times r$ மற்றும் $rp \times q$ க்கு இடையே உள்ள ஒப்பீட்டை நமக்கு தெரிவிக்கிறது. இதை விரிவுபடுத்தினால் நமக்கு கிடைப்பது.

- $qp \times r = (10 \times q \times r) + (p \times r)$
- $rp \times q = (10 \times r \times q) + (p \times q)$

மீண்டும் ஒரு முறை, இரண்டு கோவைகளிலும் முதல் சொல் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும். $r > q$ முதல் கோவையின் இரண்டாவது சொல் பெரியது. ஆகவே மிகப்பெரிய பெருக்கல் பலன் $qp \times r$, ஆகும். இது நமது முந்தைய கணிப்புடன் பொருந்துகிறது. அதாவது மிகப் பெரிய இலக்கம் பெருக்கும் எண்ணாகவும் மற்ற இரண்டு இலக்கங்கள் பெருக்கப்படும் எண்ணாக உருவாக அவை இறங்கு வரிசையில் அமைக்கப்பட வேண்டும்.

❓ கண்டுபிடியுங்கள் (Figure it Out)

1. 1, 3 மற்றும் 7 போன்ற இலக்கங்களை $\square \square \times \square$ இதில் நிரப்பி மிகப் பெரிய பெருக்கல் பலனை உருவாக்கு.
2. 3, 5 மற்றும் 9 போன்ற இலக்கங்களை $\square \square \times \square$ இதில் நிரப்பி மிகப்பெரிய பெருக்கல் பலனை உருவாக்கு.

13.6 வகுபடுதலைக் கண்டறிவதற்கான தந்திரங்கள் (அ) யுக்திகள். (Decoding Divisibility Tricks)

சுபமிற்கு கணித தந்திரங்கள் (அ) யுக்தியை 'காட்டும்' நேரம் முக்தாவினுடையது.



? வேறு 2 இலக்க எண்களை தேர்ந்தெடுத்து, படிகளை (Steps) பின்பற்றினால் எப்பொழுதும் மீதி இருக்காது.

முக்தாவின் தந்திரம் எவ்வாறு செயல்படுகிறது என்பதை புரிந்துக் கொள்ள முயற்சிப்போம். இரண்டு இலக்க எண் ab என்று வைத்துக் கொள்வோம். அதை தலைகீழாக மாற்றும் போது புதிய எண் ba ஆகும். $b > a$ எனில் $ba > ab$ எனவே வித்தியாசம்.

$$\begin{aligned} & (10b + a) - (10a + b) \\ &= 10b - b - 10a + a \\ &= 9b - 9a = 9(b - a). \end{aligned}$$

வித்தியாசம் 9ஆல் வகுபடும்

② $a > b$ என்றால் என்ன நடக்கும் என்று உங்களால் கண்டு பிடிக்க முடியுமா?

③ அதை கண்டுபிடியுங்கள் (Figure it out)

- மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தந்திரத்தில், 9 ஆல் வகுத்தால் ஈவு என்ன வரும்? இரண்டு எண்களுக்கும் ஈவுக்கும் இடையே தொடர்பு உள்ளதா?
- மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தந்திரத்தில் இரண்டு 2 இலக்க எண்களின் வேறுபாட்டைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு பதிலாக அவற்றில் கூட்டுத் தொகையைக் கண்டறியவும். என்ன நடக்கும்? உதாரணமாக.
 - நாம் 31 உடன் தொடங்குவோம். தலைகீழாக மாற்றி பின் நமக்கு 13 கிடைக்கிறது. 31 மற்றும் 13ஐ கூட்டினால் நமக்கு 44 கிடைக்கிறது.
 - நாம் 28 உடன் தொடங்குகிறோம் தலைகீழாக மாற்றிய. பின் 82 கிடைக்கிறது. 28 மற்றும் 82ஐ கூட்டினால் நமக்கு 110 கிடைக்கிறது.
 - நாம் 12 உடன் தொடங்குகிறோம். தலைகீழாக மாற்றிய பின் நமக்கு 21 கிடைக்கிறது. 12 மற்றும் 21ஐ கூட்டினால் நமக்கு 33 கிடைக்கிறது.
 - இந்த எண்கள் அனைத்தும் 11 ஆல் வகுபடும் என்பதை கவனியுங்கள், இது எப்போதும் உண்மையா? இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி இந்த கூற்றை நிரூபிக்க (நியாயப்படுத்த) முடியுமா?
- $abc (100a + 10b + c)$ மூன்று இலக்க எண்ணை கவனியுங்கள். இந்த இலக்கத்திலிருந்து இது போன்ற இரண்டு 3 இலக்க எண்களை உருவாக்க வேண்டும். அவ்வாறு உருவாக்கும் போது இந்த இலக்கங்களை சூழற்சி முறையில் போட்டு இந்த இலக்கங்கள் bca மற்றும் cab ஆக இருக்கும்படி கவனிக்க வேண்டும். இப்பொழுது மூன்று எண்களையும் கூட்ட வேண்டும். இயற்கணிதத்தை பயன்படுத்தி கூட்டுத்தொகை எப்பொழுதும் 37 ஆல் வகுபடும் என்பதை நிரூபியுங்கள். இது எப்பொழுதும் 3 ஆல் வகுபடும். (குறிப்பு: 37-ன் சில மடங்குகளை பார்க்கவும்.)
- abc என்ற 3 இலக்க எண்ணை கவனியுங்கள், இலக்கங்களை மாற்றிப் போட்டு அதை $abcabc$ என்ற 6 இலக்க எண்ணாக

கணித
பேச்சு

மாற்றவும். இந்த எண்ணை 7 ஆல் வகுக்கவும். பின்பு 11ஆல் வகுக்கவும் இறுதியில் 13 ஆல் வகுக்கவும் உங்களுக்கு என்ன கிடைக்கும்? இதை மற்ற எண்களுடன் முயற்சிக்கவும். இது ஏன் வேலை செய்கிறது என்பதை கண்டுபிடி. (7, 11 மற்றும் 11 ஆல் பெருக்குக)

5. 3 சன்னதிகள் உள்ளன. ஒவ்வொன்றின் முன்புறம் ஒரு மந்திர குளம் உள்ளது. இந்த மந்திர குளங்களில் யாராவது பூக்களை நனைத்தால் பூக்களின் எண்ணிக்கை இரட்டிப்பாகும். ஒருவரிடம் சில பூக்கள், இருந்தன. அவர் அவற்றை எல்லாம் முதல் குளத்தில் நனைத்து பின்னர் சில பூக்களை முதல் சன்னதியில் வைத்தார். மீதமுள்ள பூக்களை இரண்டாவது குளத்திலும் சில பூக்களை 2வது சன்னதியிலும் வைத்தார். இறுதியில் மீதமுள்ள பூக்களை 3வது குளத்திலும் எல்லா பூக்களையும் 3வது சன்னதியிலும் வைத்தார். ஒவ்வொரு சன்னதியிலும் சம எண்ணிக்கையிலான பூக்களை வைத்தால் அவர் எத்தனை பூக்களுடன் தொடங்கினார்? ஒவ்வொரு சன்னதியிலும் எத்தனை பூக்களை வைத்தார்?

6. ஒரு பண்ணையில் சில குதிரைகளும் கோழிகளும் உள்ளன. இந்த விலங்குகளின் மொத்த தலைகளின் எண்ணிக்கை 55 மற்றும் மொத்த கால்களின் எண்ணிக்கை 150. பண்ணையில் எத்தனை குதிரைகள் மற்றும் கோழிகள் உள்ளன?

எழுத்து - எண்கள் இல்லாமல் இதற்கு தீர்வு காண முடியுமா?

(குறிப்பு : 55 விலங்குகளும் கோழிகளாக இருந்தால், எத்தனை கால்கள் இருக்கும்? இந்த எண்ணிக்கைக்கும் 150க்கும் இடையே உள்ள வித்தியாசத்தைப் பயன்படுத்தி குதிரைகளின் எண்ணிக்கையை கண்டுபிடிக்க முடியுமா?)

கணித
பேச்சு



7. ஒரு தாய் தன் மகளின் வயதை போல 5 மடங்கு அதிகம். 6 வருடங்களில், தாய் தன் மகளின் வயதை போல 3 மடங்கு இருப்பாள். மகளுக்கு இப்போது வயது என்ன?
8. கௌரி மற்றும் நைனா என்ற இரண்டு தோழிகள் மாடு மேய்ப்பவர்கள். ஒரு நாள் அவர்கள் தங்கள் மாடுகளுடன் சாலையில் ஒருவரை ஒருவர் கடந்து செல்கிறார்கள். அப்போது கௌரி நைனாவிடம் உன்னிடம் என்னை விட இரண்டு மடங்கு பசுக்கள் உள்ளன என்று கூறுகிறாள். நைனா அது உண்மை தான், ஆனால் நான் என் மூன்று பசுக்களை உனக்குக் கொடுத்தால் நம் இருவருக்கும் ஒரே எண்ணிக்கையிலான பசுக்கள் இருக்கும் என்று கூறுகிறாள். நைனா மற்றும் கௌரியிடம் எத்தனை பசுக்கள் உள்ளன?
9. நான் ஒரு தோசை வண்டியை நடத்துகிறேன். எனது செலவுகள் பின்வருமாறு:
- தோசை வண்டியில் வாடகை ஒரு நாளுக்கு ₹ 5000
 - ஒரு தோசை தயாரிப்புக்கான செலவு (அனைத்துப் பொருட்கள் மற்றும் எரிபொருள் ₹ 10.
 - (i) ஒரு நாளுக்கு 100 தோசைகள் விற்கால் ₹ 2000 லாபம் பெற தோசையின் விலை என்னவாக இருக்க வேண்டும்?
 - (ii) எனது வாடிக்கையாளர்கள் ஒரு தோசைக்கு ₹ 50 கொடுக்க விருப்பப்படுகிறார்கள், ரூபாய் 2000 இலாபம் பெற நான் ஒரு நாளுக்கு எத்தனை தோசைகள் விற்க வேண்டும்.
10. பின்வரும் பின்னங்களின் வரிசையை மதிப்பிடுக.

$$\frac{1}{3}, \frac{(1+3)}{(5+7)}, \frac{(1+3+5)}{(7+9+11)}$$

நீங்கள் என்ன கவனித்தீர்கள்? இது ஏன் இப்படி நடக்கிறது? என்று விளக்க முடியுமா?

(குறிப்பு : முதல் n ஒற்றைப்படை எண்களின் கூட்டுத்தொகை பற்றி உங்களுக்கு தெரிந்ததை நினைவு கூறுங்கள்)

11. கரீம் மற்றும் ஜினி (கரீம் ஒரு மரத்தடியில் ஓய்வாக தூங்கிக் கொண்டிருந்தார். அவர் ஒரு மந்திர விளக்கு (மாயவிளக்கு) மற்றும் பூதத்தை கனவில் (ஜினி) கண்டார். “ஐயா! நான் உங்களுக்கு சேவை

செய்ய வந்திருக்கிறேன்” என்ற குரல் அவருக்கு கேட்டது. அவர் ஆச்சரியத்துடன் விழித்தெழுந்தார். அது ஒரு பூதம்.

நீ பணம் சம்பாதிக்கிறாயா? என்று பூதம் கேட்டது. கரீம் திகைப்புடன் ஊமையாக தலையசைத்தான். பூதம் தொடர்ந்து கூறியது. அங்கே இருக்கும் ஒரு ஆலமரத்தை

நீ பார்க்கிறாயா? அந்த ஆலமரத்தை ஒரு முறை சுற்றினால் போதும் உங்கள் பாக்கெட்டில் உள்ள பணம் இரட்டிப்பாகும்.

கரீம் உடனடியாக மரத்தை நோக்கி நடக்க ஆரம்பித்தான். ஆனால் பூதம் அவனை தடுத்து நிறுத்தியது. “ஒரு நிமிடம் என்றது பூதம். நான் உங்களுக்கு ஏராளமான செல்வங்களை கொண்டு வருவதால் உங்கள் இலாபத்தில் சிறிதளவை என்னுடன் பகிர்ந்து கொள்ள வேண்டும். நீங்கள் ஒவ்வொரு முறையும் மரத்தை சுற்றி வரும்போது எனக்கு 8 நாணயங்கள் கொடுக்க வேண்டும் அது ஒரு அற்பமான தொகை என்று நினைத்து கரீம் உடனடியாக ஒப்புக் கொண்டார்.

அவன் மரத்தை ஒரு முறை சுற்றி வந்தான். அந்த பூதம் சொன்னது போலவே, அவன் பாக்கெட்டில் இருந்த நாணயங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டிப்பாகியது. அவன் அந்த பூதத்திற்கு 8 நாணயங்களை கொடுத்தான், அவன் மற்றொரு முறை சுற்றினான். மீண்டும் நாணயங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டிப்பாகியது. அவன் அந்த பூதத்திற்கு மேலும் 8 நாணயங்களை கொடுத்தான். அவன் முன்றாவது முறை மரத்தை சுற்றி வந்தான். நாணயங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டிப்பாகியது. அவனுக்கு திகைப்பு. அவனிடம் 8 நாணயங்கள் மட்டுமே விஞ்சியது.

அந்த பூதம்தன்னை எப்படி ஏமாற்றியது என்று கரீம் யோசிக்க தொடங்கியதும், அந்த பூதம் சத்தமாக சிரித்து விட்டு மறைந்து விட்டது.





- (i) கரீமிடம் ஆரம்பத்தில் எத்தனை நாணயங்கள் இருந்தன?
- (ii) கரீம் தன்னிடம் உள்ள நாணயங்களின் எண்ணிக்கையை அதிகரிக்க விரும்பி இருந்தால் அவன் ஒரு சுற்றுக்கு எவ்வளவு நாணயங்களை ஒப்புக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.
- (iii) கரீமிடம் உள்ள நாணயங்களின் எண்ணிக்கையை பூதம் தனது மாயாஜால சக்தியால் அறியும். அந்த நாணயங்கள் அனைத்தையும் கரீமிடம் பெற பூதம் ஒரு சுற்றுக்கான நாணயங்களை எவ்வாறு நிர்ணயித்து இருக்க வேண்டும்?

சுருக்கம்

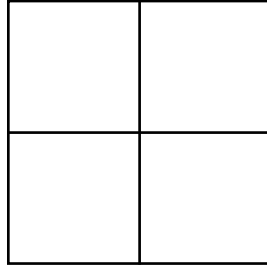
- எண் காட்சிகளை மாதிரியாக்குவதிலும் புரிந்துக் கொள்வதிலும் இயற்கணிதம் மிக பயனுள்ளதாக இருக்கிறது.
- கணிதத்தை நியாயப்படுத்துதில் இயற்கணிதம் தவிர்க்க முடியாத கருவியாகும்.
- ஒரு எண்ணைப்பற்றி சிந்தியுங்கள், எண் பிரமீடுகள்! கட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்ட இலக்கங்களை கொண்டு எண்களை உருவாக்கும் வழிகள், வகுபடும் தந்திரங்கள் மற்றும் பல்வேறு சிக்கல்களை பகுப்பாய்வு செய்ய இயற்கணிதத்தை பயன்படுத்துகிறோம்.



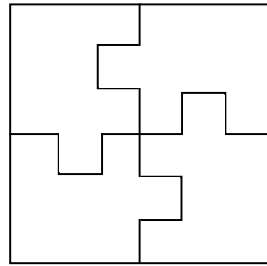
14.1 செவ்வகம் மற்றும் சதுரங்கள்

? ஒரு சதுரத்தை சமமான பரப்பளவு கொண்ட 4 பாகங்களாக எத்தனை வெவ்வேறு வழிகளில் பிரிக்கலாம்?

உண்மையில் ஒருவர் இதனை இதுபோன்ற எண்ணற்ற வழிகளில் பிரிக்க முடியும் என்று நினைக்கலாம். ஒரு பிரிவைக் கருத்தில் கொண்டு ஒவ்வொரு பகுதியையும் பின்வருமாறு மாற்றவும்.



ஒவ்வொரு பகுதியிலும், ஒரு விளிம்பில் பரப்பளவு சுருக்கப்பட்டு மற்றொரு விளிம்பில் விரிவுபடுத்தப்படுகிறது.



சுருக்கம் மற்றும் விரிவாக்கம் ஆகிய இரண்டும் ஒரே அளவில் இருந்தால், அனைத்து 4 பகுதிகளும் இன்னும் அதே பரப்பளவைக் கொண்டிருக்கும்.

? ஒரு சதுரத்தை சமமான பரப்பளவு கொண்ட 4 பாகங்களாகப் பிரிப்பதற்கு மேலும் பல்வேறு ஆக்கபூர்வமான வழிகளைப் பற்றிச் சிந்திக்க முயலுங்கள்.



ரங்கோலி கலை வடிவத்தை நீங்கள் பார்த்திருக்கலாம், இதில் பல்வேறு வடிவங்களின் பகுதிகள் ரங்கோலி பொடியைப் பயன்படுத்தி அழகாக வண்ணமயமாக்கப்படுகின்றன.



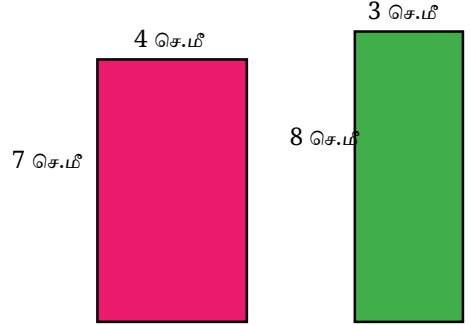
? வண்ணம் பூசுவது சீராகச் செய்யப்பட்டால், இந்தச் செவ்வகங்களை வண்ணம்பூசு எதற்கு அதிக ரங்கோலி பொடி தேவைப்படும்?

ஒவ்வொரு செவ்வகத்திலும் அடுக்கப்படக்கூடிய ஒன்றன் மேல் ஒன்று அமையாத அலகுச் சதுரங்களின்

(இந்தச் சூழலில் 1 செ.மீ பக்க நீளம் கொண்ட சதுரங்கள்) எண்ணிக்கையை எண்ணுவதன் மூலம் நாம் இதற்குப் பதிலளிக்கலாம்.

7செ.மீ. மற்றும் 4 செ.மீ பக்க நீளம் கொண்ட செவ்வகம் $7 \text{ செ.மீ} \times 4 \text{ செ.மீ} = 28$ அலகுச் சதுரங்களைக் கொண்டுள்ளது என்பதும், 8 செ.மீ மற்றும் 3 செ.மீ பக்க நீளம் கொண்ட செவ்வகம் $8 \times 3 = 24$ அலகுச் சதுரங்களைக் கொண்டுள்ளது என்பதும் தெளிவாகத் தெரிகிறது.

இதனால், 7செ.மீ மற்றும் 4செ.மீ பக்க நீளம் கொண்ட செவ்வகத்திற்கு வண்ணம் தீட்ட அதிக பொடி தேவைப்படுகிறது.



கொடுக்கப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவிற்குச் சமமான அலகுச் சதுரங்களின் எண்ணிக்கையைக் (இது ஒரு பின்னமாகவும் இருக்கலாம்) கண்டறிவதன் மூலம் ஒரு பகுதியின் பரப்பளவை நாம் அளவிடுகிறோம் என்பதை நினைவுபடுத்திக் கொள்ளுங்கள்.

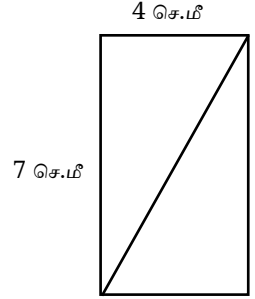
ஒரு செவ்வகத்தில் உள்ள அலகுச் சதுரங்களின் எண்ணிக்கை அதன் நீளம் மற்றும் அகலத்தின் பெருக்கற்பலனால் கிடைக்கிறது என்பதை நாம் பார்த்தோம்-

$$\text{செவ்வகத்தின் பரப்பளவு} = \text{நீளம்} \times \text{அகலம்}.$$

முந்தைய கணக்கில் பார்த்த செவ்வகங்களின் பரப்பளவுகளை பொதுவாக 28 சதுர செ.மீ மற்றும் 24 சதுர செ.மீ அல்லது 28 செ.மீ² மற்றும் 24செ.மீ² என எழுதப்படுகின்றன.

❓ இந்தச் செவ்வகத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவு என்ன?

ஒரு செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டம் அதை இரண்டு சர்வ சமமான முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது என்பதை நாம் பார்த்திருக்கிறோம். எனவே, ஒவ்வொரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவும் செவ்வகத்தின் பரப்பளவில் பாதியாகும்.



அலகுச் சதுரங்களைப் பொறுத்தவரை, பரப்பளவில் பாதி என்பது அலகுச் சதுரங்களின் எண்ணிக்கையில் சரியாகப் பாதியை நிரப்புகிறது. எனவே $\frac{1}{2} \times 7 \times 4 = 14 \text{ cm}^2$ ஆகும்.

சுற்றளவு ஏன் பரப்பளவின் அளவீடாக இருக்க முடியாது?

❓ பரப்பளவிற்கான அளவீடுகளை பெற அலகுச் சதுரங்களின் எண்ணிக்கையை நாம் ஏன் எண்ணுகிறோம்?

ஒரு பகுதியின் சுற்றளவை, அதாவது அதன் எல்லையின் நீளத்தை, அதன் பரப்பளவின் அளவீடாக நாம் பயன்படுத்தியிருக்க முடியாதா?

❓ இரண்டு பகுதிகள் ஒரே சுற்றளவைக் கொண்டிருந்தால், அவை ஒரே பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளன என்று நாம் முடிவு செய்ய முடியாதா?

அல்லது, ஒரு பகுதி மற்றொரு பகுதியை விட பெரிய சுற்றளவைக் கொண்டிருந்தால், அது பெரிய பரப்பளவையும் கொண்டுள்ளது என்று நாம் முடிவு செய்ய முடியாதா?

ஒரு பகுதியின் சுற்றளவு அதன் பரப்பளவைக் குறிக்காது. காரணம், பகுதிகள் ஒரே சுற்றளவைக் கொண்டிருந்தாலும் வெவ்வேறு பரப்பளவுகளைக் கொண்டிருக்கலாம், மேலும் இது மறுதலையாகவும் இருக்கலாம்.

கொடுக்கப்பட்ட பகுதி 1 மற்றும் பகுதி 2 என இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டால்.

பகுதி 1-ன் சுற்றளவு > பகுதி 2-ன் சுற்றளவு,

ஆனால் பகுதி 1-ன் பரப்பளவு < பகுதி 2-ன் பரப்பளவு.

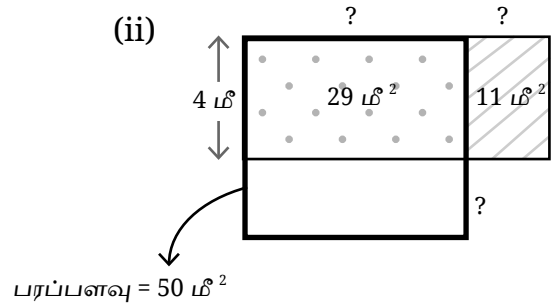
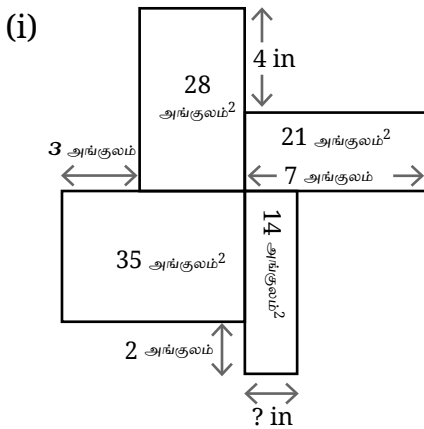
② அத்தகைய பகுதிகளுக்கு உதாரணமாக இரண்டு செவ்வகங்களைக் கண்டறியவும். தேவைப்பட்டால், இதற்காக ஒரு கட்டத் தாளை (புத்தகத்தின் இறுதியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) பயன்படுத்தவும்.

② பெரிய சுற்றளவு கொண்ட பகுதி ஆனால் சிறிய பரப்பளவைக் கொண்ட வெவ்வேறு வடிவங்களுக்கு ஒரு உதாரணம் கொடுங்கள்! இந்தத் பண்பு உங்கள் எடுத்துக்காட்டில் தெளிவாகத் தெரிய வேண்டும்.

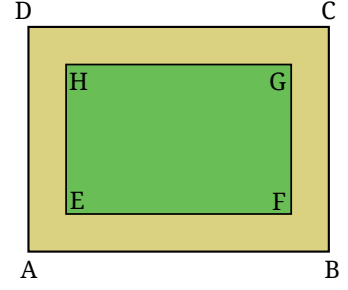


② கண்டறியுங்கள்

1. விடுபட்ட பக்கத்தின் நீளங்களை கண்டுபிடிக்கவும்.



2. இந்த படம் பூங்கா EFGH ஐ சுற்றி அமைக்கப்பட்ட பாதையை காட்டுகிறது.



- (i) இந்த பாதையின் பரப்பினை காண எந்தெந்த அளவுகள் தேவை? எந்தெந்த அளவுகள் தேவை என்பதை கண்டறிந்த பின் உன்னால் கொடுக்க முடிந்த அளவுகளை கொடுத்து பாதையின் பரப்பினை காணவும். அதற்கு தகுந்த சூத்திரத்தைக் கொடுக்கவும்.

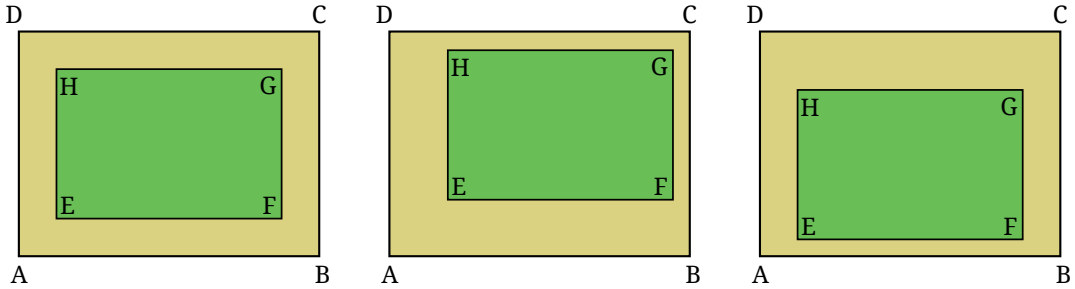
உதாரணம்- செவ்வகத்தின் பரப்பு = நீளம் $\times$ அகலம்.

(குறிப்பு: EFGH மற்றும் ABCDன் பரப்பளவிற்கு தொடர்பு உள்ளது)

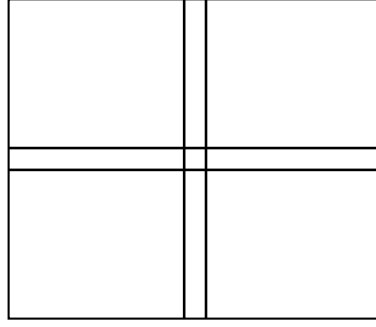
- (ii) பூங்காவின் ஒவ்வாரு பக்கத்தின் அகலம் கொடுத்தால் உங்களால் பரப்பினை காண முடியுமா? முடியாது எனில் வேறு எந்த அளவுகள் உங்களுக்கு தேவை? நீங்களே உங்கள் விருப்பம் போல் மதிப்புகளைக் கொடுத்து பாதையின் பரப்பினை காண்க. இந்த அளவுகளைக் கொண்டு பரப்பு காண ஒரு சூத்திரத்தை தரவும்.

(குறிப்பு : பாதையினை செவ்வகங்களாகப் பிரிக்கவும்)

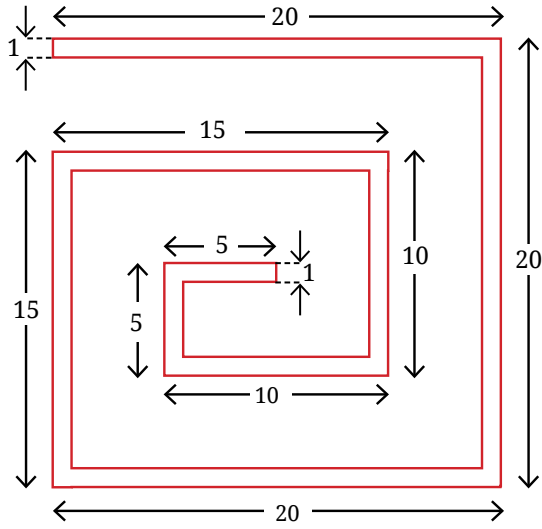
- (iii) படத்தில் காட்டியுள்ளபடி உள்ளே உள்ள செவ்வகத்தினை மாற்றி அமைத்தால் பாதையின் பரப்பு மாறுபடுமா?



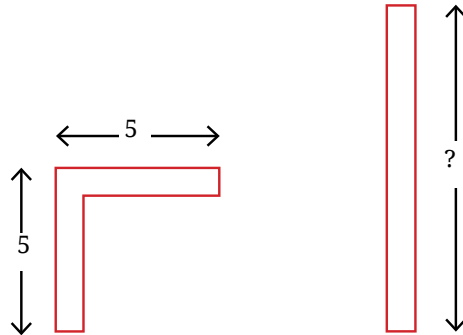
3. படத்தில் கொடுக்கப்பட்டது 12மீ மற்றும் 14மீ பக்க அளவுள்ள, குறுக்கு பாதை கொண்டுள்ள மனை ஆகும். குறுக்கு பாதையின் பரப்பு காண உங்களுக்கு எந்தெந்த அளவுகள் தேவை? எந்தெந்த அளவுகள் என்பதை கண்டறிந்த பிறகு நீங்களே உங்கள் விருப்பத்திற்கு மதிப்புகளை அளித்து பாதையின் பரப்பைக் கண்டுபிடி, நீங்கள் எடுத்த அளவிற்கு தகுந்த சூத்திரத்தை தருக.



4. பின்வரும் படத்தில் உள்ள சுழல் டியூபின் பரப்பைக் கண்டுபிடி. எல்லா இடங்களிலும் அதனுடைய அகலம் சமம்.

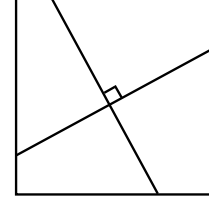
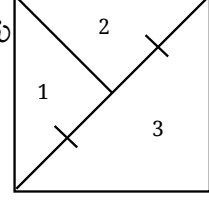


(குறிப்பு: பரப்பினை காண அநேக முறைகள் உள்ளன. இங்கே ஒரு முறை அளிக்கப்பட்டுள்ளது.



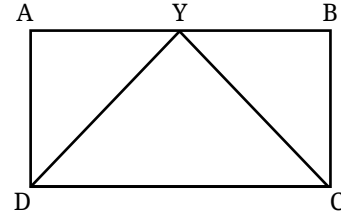
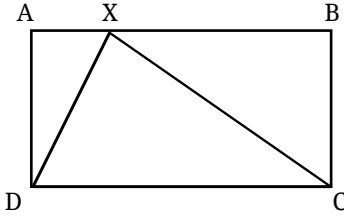
அந்த டியூப் அதே அளவு பரப்பு கொண்டுள்ளது மேலும் இடது புறம் வளைந்து உள்ளது எனில் நேராக உள்ள டியூபின் நீளம் என்ன?

5. படத்தில் சதுரத்தின்பக்க அளவு இரட்டிப்பானால் பகுதி 1, 2, மற்றும் 3ன் பரப்பளவுகளில் எவ்வாறு மாறுபடுகிறது? காரணம் கொடு.
6. படத்தில் காட்டியபடி ஒரு சதுரத்தின் உள்ளே இரண்டு செங்குத்துக் கோடுகளை வரைந்து 4 பாகங்களாக பிரிக்கவும்.
4 பாகங்களை பெரிய சதுரமாக கிடைக்கும் படி மாற்றி அமைக்கவும். இதனை அட்டை அல்லது தடிமனான காகிதங்களில் செய்யவும்.

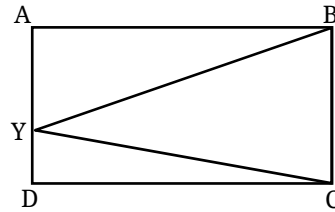
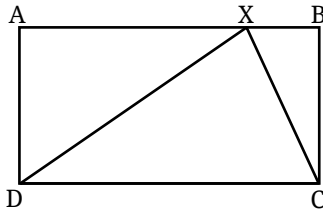


முக்கோணங்கள்

- ? கொடுக்கப்பட்ட படங்களில் இரண்டு செவ்வகங்கள் ஒரே அளவு கொண்டவை. எந்த முக்கோணம் பெரிய பரப்பளவை கொண்டுள்ளது? ΔXDC அல்லது ΔYDC .



- ? இரண்டு செவ்வகங்கள் ஒரே அளவு கொண்டவை எனில் எந்த முக்கோணம் பெரிய பரப்பளவை கொண்டுள்ளது? ΔXDC அல்லது ΔYBC



ஒவ்வொரு நிலையிலும் X மற்றும் Y, யிலிருந்து செங்குத்து கோடுகளை வரைந்தால், ABCD என்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவில் சரி பாதியாக ஒவ்வொரு முக்கோணத்தின் பரப்பு இருக்கும் என்பது தெளிவாகும்.

? ΔXDC ன் பரப்பளவை கண்டுபிடி.

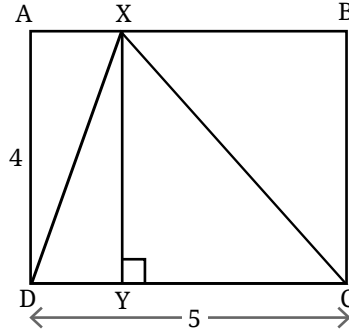
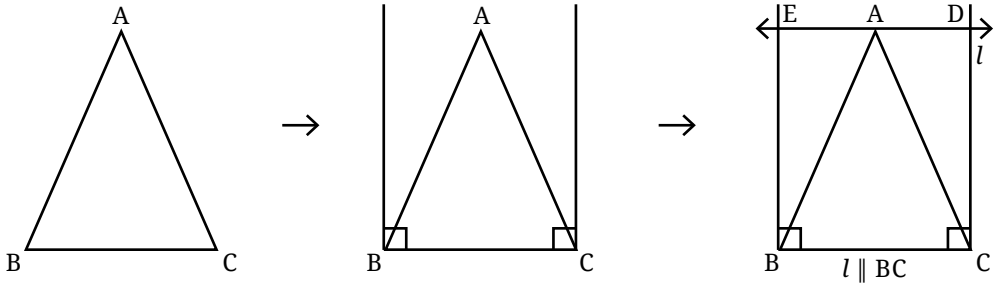


Fig. 7.1

? முக்கோணத்தின் பரப்பளவை காண எந்தெந்த அளவுகள் நமக்குத் தேவை?

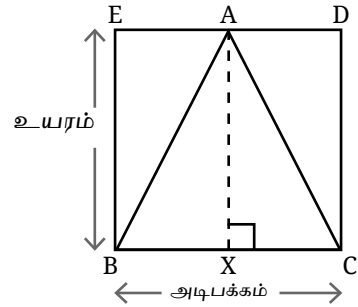
வெளி செவ்வகத்தின் பக்க அளவுகள் படம் 7.1ல் உள்ளது போல் நமக்கு தேவை.

? கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தினைக் கொண்டு செவ்வகத்தின் வெளிப் பக்கங்களை எவ்வாறு நாம் பெற முடியும்?



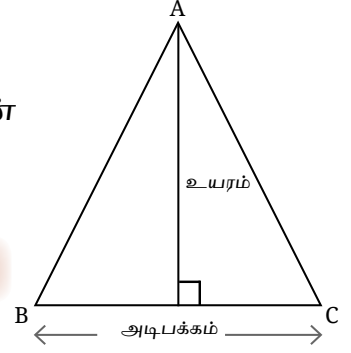
BCDE என்பது ஒரு செவ்வகம் (எப்படி?). அதன் பக்க நீளங்களை உயரம் மற்றும் அடிப்பக்கம் எனக் கொள்வோம். அப்போது,

$$\Delta ABC \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \times \text{அடிபக்கம்} \times \text{உயரம்}$$

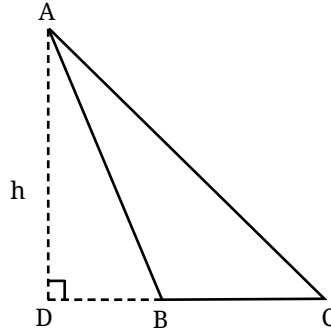


BXAE என்பது ஒரு செவ்வகம் என்பதால் (எப்படி?), செவ்வகத்தின் உயரம் முக்கோணத்தின் உயரத்திற்குச் சமமாக இருக்கும்.

$$\text{முக்கோணத்தின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2} \times \text{அடிபக்கம்} \times \text{உயரம்}$$



? BCஐ அடிப்பக்கமாக கொண்டு ஒரு செவ்வகத்தை வரையமுடியாத முக்கோணங்களுக்கு இந்த சூத்திரம் பொருத்துமா?



இதைப் புரிந்துகொள்ள மற்றொரு வழி இங்கே உள்ளது. முக்கோணம் ABC-ன் பரப்பளவு என்பது முக்கோணம் ADC மற்றும் முக்கோணம் ADB ஆகியவற்றின் பரப்பளவுகளுக்கு இடையிலான வித்தியாசம் ஆகும். இவை ஒவ்வொன்றையும் படம் 7.1-ல் உள்ளது போல ஒரு செவ்வகத்திற்குள் அடக்கலாம்.

$$\begin{aligned} \Delta ABC \text{ ன் பரப்பு} &= \frac{1}{2} \times h \times DC - \frac{1}{2} \times h \times DB \\ &= \frac{1}{2} \times h (DC - DB) \\ &= \frac{1}{2} \times h \times BC \end{aligned}$$

ஆகவே பரப்பளவு சூத்திரம் அனைத்து வகையான முக்கோணங்களுக்கும் பொருந்தும்.

பரப்பளவு சூத்திரத்தின் சில பயன்பாடுகள்

❓ BY-ஐக் கண்டுபிடிக்கவும்.

முக்கோணத்தின் பரப்பளவு சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி BYஐ கண்டறியலாம்.

ΔABC ன் பரப்பு என்ன?

முக்கோணத்தின் பரப்பளவை இவ்வாறு எழுதலாம்: எனவே,

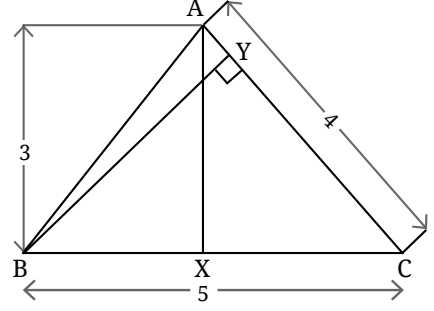
$$(\Delta ABC) \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \times AX \times BC = \frac{15}{2} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$(\Delta ABC) \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \times BY \times AC = \frac{1}{2} \times 4 \times BY = 2 BY.$$

ஆகவே,

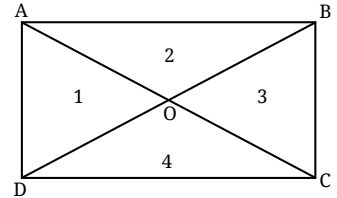
$$2 BY = \frac{15}{2}.$$

$$\text{ஆகவே, } BY = \frac{15}{4} = 3.75 \text{ அலகுகள்}$$



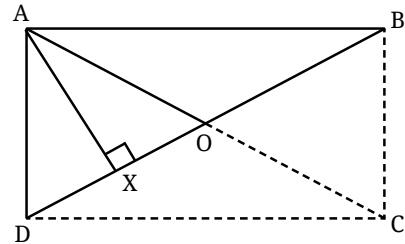
❓ ஒரு செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்களை வரைவதன் மூலம் கிடைக்கும் 4 முக்கோணங்கள் (படத்தில் உள்ள பகுதிகள் 1-4) சமமான பரப்பளவு கொண்டவையா?

1-4 நான்கு முக்கோணங்கள் சர்வ சமமான முக்கோணங்கள் அல்ல.



அவற்றின் பரப்பளவுகளை ஒப்பிட, ஏதேனும் இரண்டு அடுத்தடுத்த முக்கோணங்களை, உதாரணமாக 1 மற்றும் 2-ஐக் எடுத்துக்கொள்வோம்.

முக்கோணத்தின் பரப்பளவு அதன் உயரம் மற்றும் அடிப்பக்கத்தைப் பொறுத்தது என்பதால், ஒவ்வொரு முக்கோணத்திலும் பொருத்தமான உயரம், அடிப்பக்கம் ஜோடிகளை எடுத்துக் கொள்வோம்.



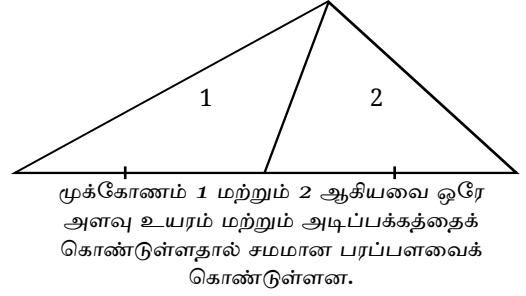
OD மற்றும் OB ஆகியவற்றை அடிப்பக்கங்களாக எடுத்துக் கொண்டால், இரண்டு முக்கோணங்களும் ஒரே குத்துயரத்தைக் கொண்டிருப்பதை நாம் காண்கிறோம்!

செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமக்கூறிடும் என்பதால், நமக்கு $OB = OD$ என்பதும் கிடைக்கிறது.

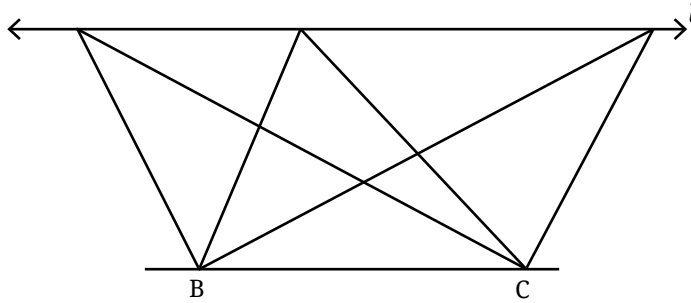
எனவே, முக்கோணங்கள் 1 மற்றும் 2 சமமான பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளன. இதேபோல் வாதிடுவதன் மூலம், நான்கு முக்கோணங்களும் சமமான பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளன என்பதைக் காட்டலாம்.

இந்தக் கணக்கிலிருந்து, பின்வரும் பொதுவான கூற்றை நாம் உருவாக்கலாம்.

ஒரு முக்கோணத்தில், ஒரு உச்சியையும் அதன் எதிர் பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியையும் இணைக்கும் கோடு, அந்த முக்கோணத்தை சமமான பரப்பளவு கொண்ட இரண்டு முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது.



பொதுவான அடிப்பக்கத்துடன் இணை கோடுகளுக்கு இடையே உள்ள முக்கோணங்கள்

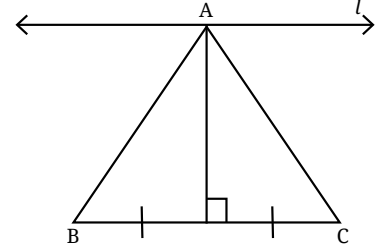


? கோடு $l \parallel BC$. BCஐ அடிப்பக்கமாகவும், கோடு BC -ன் மீது எங்கு வேண்டுமானாலும் மூன்றாவது உச்சி அமையும் வெவ்வேறு முக்கோணங்களைக் எடுத்துக்கொள்க.

- (i) இந்த முக்கோணங்களில் எது அதிகபட்ச பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது, எது குறைந்தபட்ச பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது?
- (ii) இந்த முக்கோணங்களில் எது அதிகபட்ச சுற்றளவைக் கொண்டுள்ளது, எது குறைந்தபட்ச சுற்றளவைக் கொண்டுள்ளது?

இங்கே, மிகச்சிறிய சுற்றளவு கொண்ட முக்கோணத்தை எவ்வாறு கண்டறிவது என்பதை மட்டும் காண்பிப்போம், மற்ற கேள்விகளைப் பயிற்சிகளாக விட்டுவிடுவோம்.

மிகச்சிறிய சுற்றளவு கொண்ட முக்கோணத்தை BC-ன் மையக்குத்துக் கோட்டை வரைவதன் மூலம் பெறலாம் என்று உள்ளுணர்வு பரிந்துரைக்கலாம்.



ஆனால் அனைத்து முக்கோணங்களிலும் இந்த முக்கோணம்தான் மிகக்குறைந்த சுற்றளவைக் கொண்டுள்ளது என்பதை நாம் எவ்வாறு நியாயப்படுத்துவது?

முதலாவதாக, இந்த அனைத்து முக்கோணங்களிலும், BC என்பது ஒரு பொதுவான பக்கம் என்பதை நினைவில் கொள்க. எனவே, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் கூடுதலைக் கருத்தில் கொண்டால் போதுமானது.

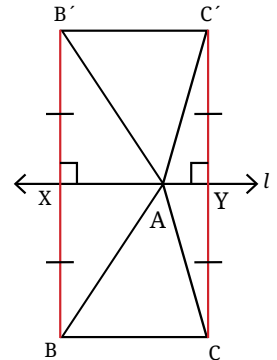
கோடு BCஐ ஒரு கண்ணாடி என்று கற்பனை செய்து கொள்வோம். அப்போது அதற்குக் கீழே உள்ள அனைத்து புள்ளிகள் மற்றும் கோடுகளின் பிரதிபலிப்பைப் பெறுவோம்.

சமதளக் கண்ணாடியின் பண்புகளைப் படிக்கும்போது, கண்ணாடிக்குப் பின்னால் உள்ள பிம்பத்தின் தூரம், கண்ணாடிக்கு முன்னால் உள்ள பொருளின் தூரத்திற்குச் சமமாக இருக்கும் என்பதை நாம் சோதனை முறையில் கவனித்தோம்.

கோடு l-க்குக் கீழே அமைந்துள்ள புள்ளிகளின் பிரதிபலிப்புகளைக் கண்டறிய இந்த விதியைப் பயன்படுத்தலாம்.

❓ AB மற்றும் அதன் பிரதிபலிப்பு AB' ஆகியவற்றின் நீளங்களைப் பற்றி நாம் அறிவது என்ன?

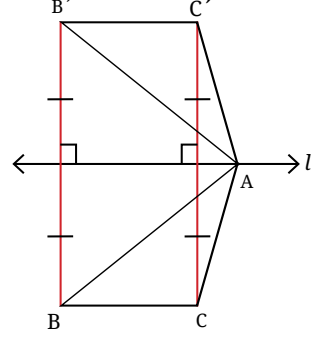
$\Delta AXB \cong \Delta AXB'$ என்பதால், $AB = AB'$



ஆகவே, $AC = AC'$.

$B \rightarrow A \rightarrow C$ என்ற பாதையின் நீளமும் $B \rightarrow A \rightarrow C'$ என்ற பாதையின் நீளமும் சமமாகும்

கோடு l ன் மீது புள்ளி A எங்கு இருந்தாலும் இது உண்மையானதே.



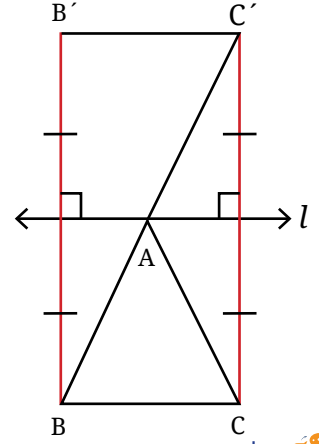
எனவே, புள்ளி A -ஐக் கண்டறிவது என்பது, மிகக்குறுகிய பாதையான A -ஐத் தரும் $B \rightarrow A \rightarrow C$ ஐத் தரும் புள்ளி A -ஐக் $B \rightarrow A \rightarrow C'$ கண்டறிவதற்குச் சமமாகும்.

ஆனால், இரண்டாவது கணக்கிற்கான தீர்வு தெளிவாக உள்ளது - BC என்ற நேர்க்கோட்டின் மீது புள்ளி A -ஐத் தேர்ந்தெடுக்கவும், ஏனெனில் B -யிலிருந்து C -க்கு செல்வதற்கான மிகக்குறுகிய பாதை BC ஆகும்.

எனவே, இந்த முக்கோணம் $\triangle ABC$ மிகக்குறைந்த சுற்றளவைக் கொண்டுள்ளது.

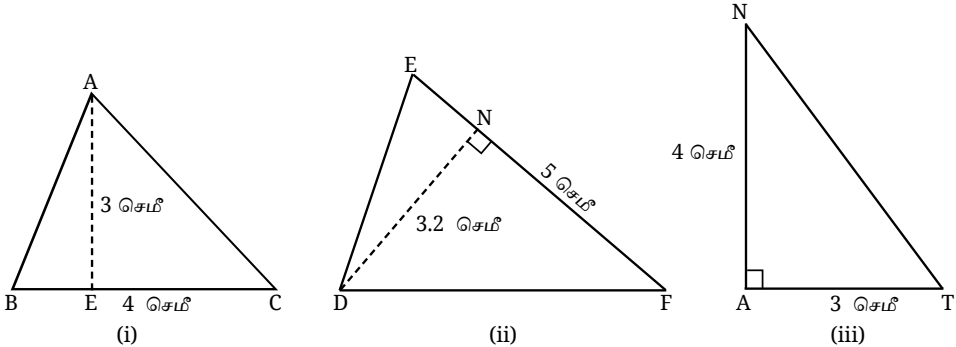
? புள்ளி A ஆனது BC -ன் மையக்குத்துக் கோட்டின் மீது அமைந்துள்ளதா என்பதை ஆய்வு செய்யவும்.

? கண்டறியுங்கள்

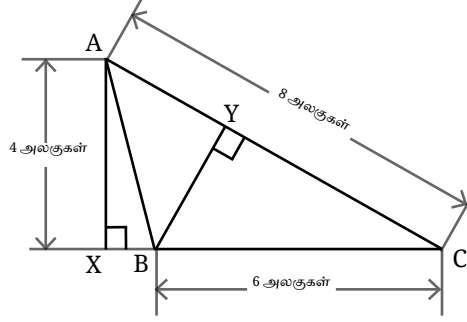


கணிதப் பேச்சு

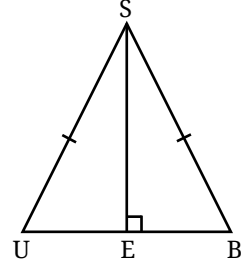
1. பின்வரும் முக்கோணங்களின் பரப்பளவைக் கண்டறியவும்:



2. குத்துயரம் BY-ன் நீளத்தைக் கண்டறியவும்.



3. முக்கோணம் $\triangle SUB$ ஓர் இருசமபக்க முக்கோணம், SE ஆனது UB-க்கு செங்குத்து மற்றும் முக்கோணம் $\triangle SEB$ -ன் பரப்பளவு 24 சதுர அலகுகள் எனில், முக்கோணம் $\triangle SUB$ -ன் பரப்பளவைக் கண்டறியவும்.



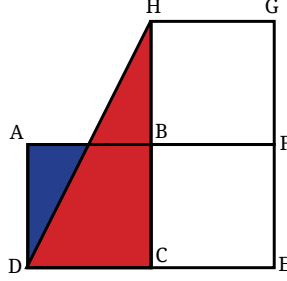
பீடங்கள் (Altars) கட்டுவது குறித்து விளக்கும் பண்டைய இந்திய வடிவியல் நூல்களான சூல்ப சூத்திரங்களில் (Sulba-Sutras), பரப்பளவு தொடர்பான பல சுவாரஸ்யமான கணக்குகளை நாம் காணலாம். பீடங்கள் கட்டப்படும்போது, அவை துல்லியமாக கொடுக்கப்பட்ட வடிவம் மற்றும் பரப்பளவைக் கொண்டிருக்க வேண்டும். இது ஒரு குறிப்பிட்ட வடிவத்தை அதே பரப்பளவு கொண்ட மற்றொரு வடிவமாக மாற்றும் கணக்குகளுக்கு வழிவகுக்கிறது.

இது போன்ற பல கணக்குகளுக்கு சூல்ப சூத்திரங்கள் தீர்வுகளை வழங்குகின்றன.

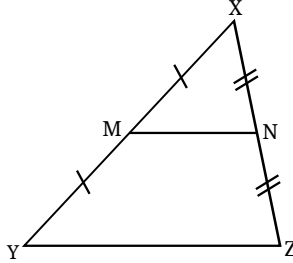
இத்தகைய கணக்குகள் யூக்ளிடின் எலிமெண்ட்ஸ் (Euclid's Elements) நூலிலும் கொடுக்கப்பட்டு தீர்க்கப்பட்டுள்ளன. இந்த வகையைச் சேர்ந்த இரண்டு கணக்குகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

4. (சூல்ப சூத்திரங்கள்) ஒரு செவ்வகத்தை அதே பரப்பளவு கொண்ட முக்கோணமாக மாற்றும் ஒரு முறையைக் கூறவும்.
5. (சூல்ப சூத்திரங்கள்) ஒரு முக்கோணத்தை அதே பரப்பளவு கொண்ட செவ்வகமாக மாற்றும் ஒரு முறையைக் கூறவும்.

6. ABCD, BCEF, மற்றும் BFGH ஆகியவை சர்வ சமமான சதுரங்கள்.
- (I) சிவப்புப் பகுதியின் பரப்பளவு 49 சதுர அலகுகள் எனில், நீலப் பகுதியின் பரப்பளவு என்ன?
- (II) இப்படத்தின் மற்றொரு பதிப்பில், நீலம் மற்றும் சிவப்புப் பகுதிகள் உள்ளடக்கிய பகுதியின் மொத்த பரப்பளவு 180 சதுர அலகுகள் எனில், ஒவ்வொரு சதுரத்தின் பரப்பளவு என்ன?



7. M மற்றும் N ஆகியவை முறையே XY மற்றும் XZ-ன் நடுப்புள்ளிகள் எனில், முக்கோணம் $\triangle XYZ$ -ன் பரப்பளவில் முக்கோணம் $\triangle XMN$ -ன் பரப்பளவு எவ்வளவு பங்கு?
- (குறிப்பு: NY-ஐ இணைக்கவும்)

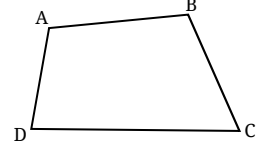


8. கோபால் ஆற்றில் இருந்து தனது தண்ணீர் தொட்டிக்குத் தண்ணீர் கொண்டு செல்ல வேண்டும். அவர் தனது வீட்டில் இருந்து தண்ணீர் எடுத்து செல்ல தொடங்குகிறார். அவர் தனது வீட்டிலிருந்து ஆற்றிற்கும், பின் அங்கிருந்து தண்ணீர் தொட்டிக்கும் செல்லக்கூடிய மிகக்குறுகிய பாதை எது? உங்கள் நோட்டுப் புத்தகத்தில் (Note Book) வரைபடத்தை வரைந்து மிகக்குறுகிய பாதையைக் கண்டறியவும்.



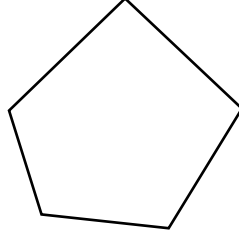
பலகோணத்தின் பரப்பளவு

- ❓ கொடுக்கப்பட்ட நாற்கரத்தின் பரப்பளவை எவ்வாறு கண்டுபிடிக்கலாம்? இதற்கு எந்தெந்த அளவுகள் நமக்கு தேவை?



படத்தில் BDஐ இணைப்பதன் மூலம் நாற்கரம் ABCD இரண்டு முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கப்படும். முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளை காண்பதன் மூலம் ABCDன் பரப்பளவை காணலாம்.

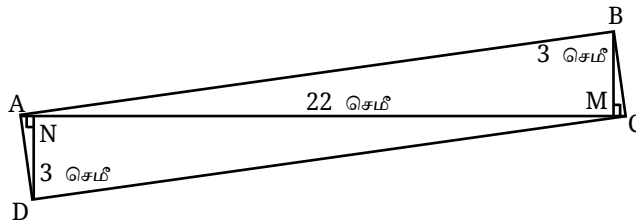
- ❓ இந்த ஐங்கோணத்தின் பரப்பளவை எவ்வாறு கண்டுபிடிக்கலாம்?



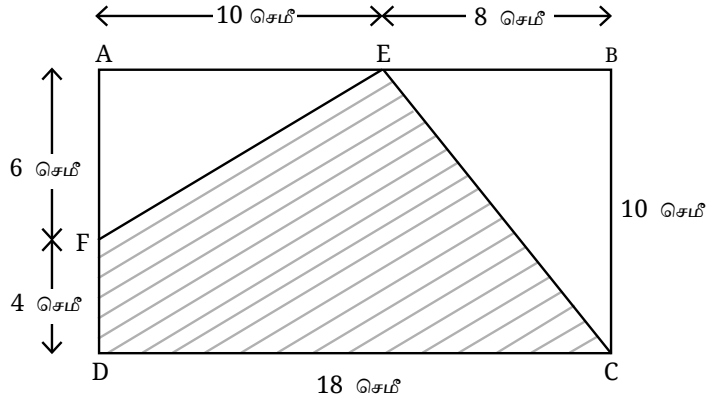
- ❓ எந்தவொரு பலகோணத்தையும் முக்கோணங்களாகப் பிரிக்க முடியுமா? எந்தவொரு பலகோணத்தையும் முக்கோணங்களாகப் பிரிக்க முடியும் என்பதை நாம் காணலாம். இவ்வாறு, ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவை எப்படிக் கணக்கிடுவது என்பதை அறிவதன் மூலம், நாம் எந்தவொரு பலகோணத்தின் பரப்பளவையும் கண்டறிய முடியும்.

கண்டுபிடியுங்கள்

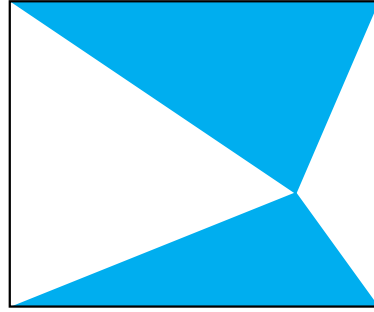
1. கொடுக்கப்பட்ட நாற்கரம் ABCDல் $AC = 22$ செ.மீ. $BM = 3$ செ.மீ. $DN = 3$ செ.மீ., AC ன் செங்குத்து BM மற்றும் ACன் செங்குத்து DN எனில் நாற்கரத்தின் பரப்பைக் கண்டுபிடி.



2. கொடுக்கப்பட்ட செவ்வகம் ABCDல் நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பைக் காண்க.



3. ஒரு ஒழுங்கு அறுங்கோணத்தின் பரப்பைக் காண உங்களுக்கு எந்தெந்த அளவுகள் தேவை?
4. கொடுக்கப்பட்ட செவ்வகத்தின் பரப்பளவில் நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பு எத்தனை பங்கு?



5. கொடுக்கப்பட்ட நாற்கரத்தின் பரப்பில் பாதி இருக்கும்படி ஒரு நாற்கரத்தை பெறும் ஒரு முறையைக் கூறு.



இணைகரம், சாய்சதுரம், சரிவகத்தின் பரப்பளவினை காண ஒரு சூத்திரத்தை உருவாக்கலாம்.

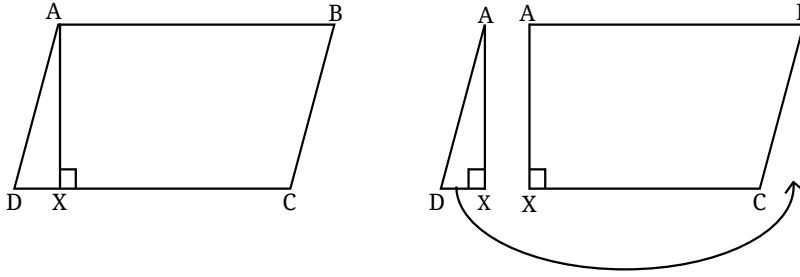
இணைகரம்

இணைகரத்தின் பரப்பளவினை சமமான பரப்பளவு உள்ள செவ்வகமாக மாற்றி ஒரு சூத்திரத்தைக் காணலாம்.

- ❓ இணைகரத்தினை சமமான பரப்பளவுள்ள செவ்வகமாக மாற்ற ஒரு முறையைத் தருக.

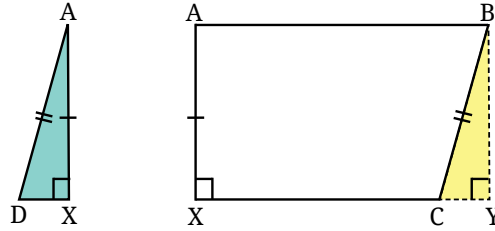
இதனை ஒரு இணைகர வடிவ அட்டையைப் பயன்படுத்தி முயற்சிக்கலாம்.

CD க்கு செங்குத்து AX ஐ வரைக. இதனை சுருக்கமாக $AX \perp CD$ என குறிக்கலாம். இதனை இணைகரத்தின் உயரம் எனலாம். இந்த இணைகரத்தை ΔAXD மற்றும் சரிவகம் $ABCX$ என பிரிக்கவும்.



② படத்தில் காட்டியுள்ளபடி ΔAXD மற்றும் $ABCX$ ஐ பொருத்தினால் செவ்வகம் கிடைக்குமா?

இதை சரிபார்க்க ஒரு எளிய வழி என்னவெனில் $ABCX$ ஐ ஒரு செவ்வகமாக மாற்றுவதற்கு எந்த முக்கோணம் தேவை என்பதைக் கண்டறிந்து அந்த முக்கோணமானது ΔAXD க்கு சர்வசமமாக உள்ளதா எனப் பார்க்க வேண்டும்.



$AB \parallel XC$ ஆனதால் $\angle X = 90^\circ$ ஆகவே $\angle A = 90^\circ$ செவ்வகத்தைப் பெற நமக்கு மற்றொரு செங்கோணம் தேவை. (நான்காவது கோணம் என்னவாயிற்று?) முன்றாவது செங்கோணத்தைப் பெற XC ஐ வலது புறம் நீட்டி Bன் வழியாக செல்லும் XCன் செங்குத்துக் கோட்டினை வரைக. ΔBYC ஆனது $ABCX$ ஐ ஒரு செவ்வகமாக மாற்றும். இந்த முக்கோணம் ΔAXD க்கு சர்வசமமாக உள்ளதா?

$BY = AX$ ($ABYX$ ஒரு செவ்வகம்)

$\angle BYC = \angle AXD = 90^\circ$

$BC = AD$ ($ABCD$ ஒரு இணைகரம்)

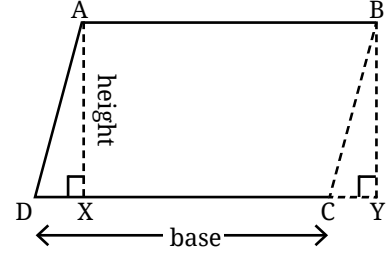
ஆகவே RHS ஒப்புக் கொள்கையின் படி $\Delta BYC \cong \Delta AXD$. ஆகவே ΔAXD என்பது ΔBYC ன் மீது சரியாக பொருத்தி இணைகரத்தை ஒரு செவ்வகமாக மாற்றும்.

ஒரு வடிவத்தை துண்டுகளாக வெட்டி, அவற்றை மறுசீரமைத்து அதே பரப்பளவு கொண்ட மற்றொரு வடிவமாக மாற்றும் முறையை பகுத்தமைப்பு (dissection) என்று அழைக்கிறோம்.

- ① ஒரு இணைகரத்தின் பரப்பளவினை அதனை செவ்வகமாக. மாற்றி எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது?

நமக்கு

இணைகரம் ABCDன் பரப்பளவு = $\text{செவ்வகம் ABYXன் பரப்பு.}$



செவ்வகம் ABYX ன் பரப்பளவு = $AX \times XY$

AX என்பது இணைகரத்தின் உயரம் ஆகும்.

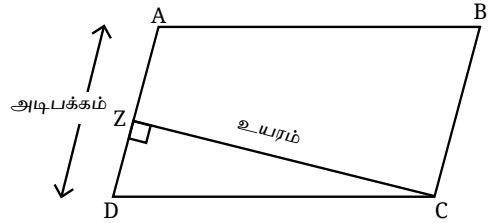
- ② XY மற்றும் DCக்கு ஏதேனும் தொடர்பு உள்ளதா?

$DX = CY$ என்பதால் DX மற்றும் CY இரண்டிற்கும் பொதுவான XC பகுதியை சேர்த்தால் $DC = XY$ என கிடைக்கிறது.

DC என்பது இணைகரத்தின் அடிபக்கம் ஆதனால்,

இணைகரத்தின் பரப்பு = அடிபக்கம் $\times$ உயரம்.

- ③ மற்றொரு பக்கத்தை அடிபக்கமாகவும் அதன் மீது வரையப்பட்ட, உயரத்தையும் கொண்டு இணைகரத்தின் பரப்பளவை காண முடியுமா?



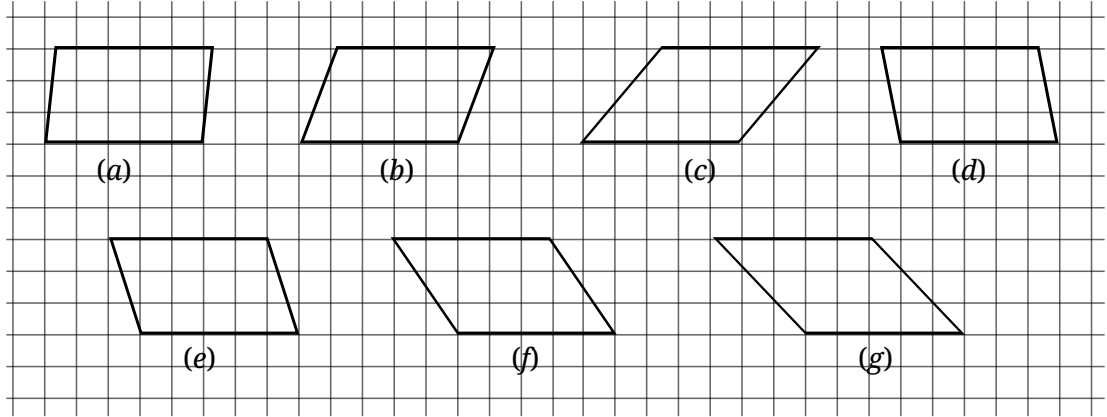
- ④ CZ வழியாக இணைகரத்தை வெட்டி அதனை மறு சீரமைத்து அதனை செவ்வகமாக மாற்ற முடியுமா?

இது சாத்தியமானது என்பதை பார்க்கமுடிகிறது. ஆதலால் எந்தப் பக்கத்தையும் அதற்கான செங்குத்து உயரத்தையும் பயன்படுத்தி இணைகரத்தின் பரப்பளவைக் காணலாம்.

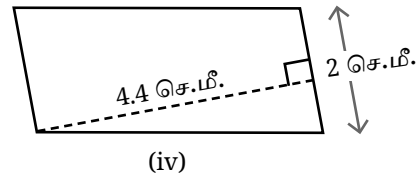
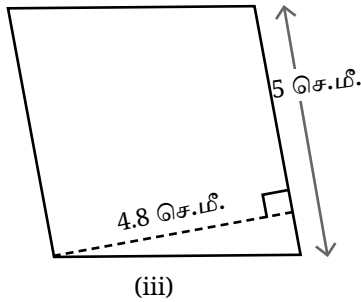
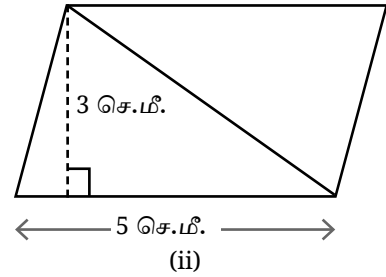
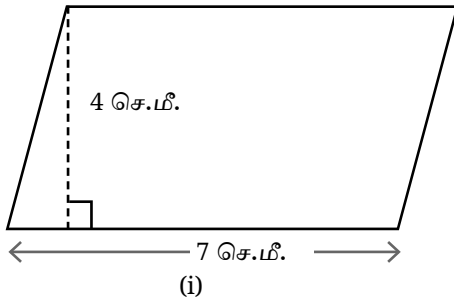
? கண்டுபிடியுங்கள்

1. கொடுக்கப்பட்ட இணைகரங்களை கவனியுங்கள்

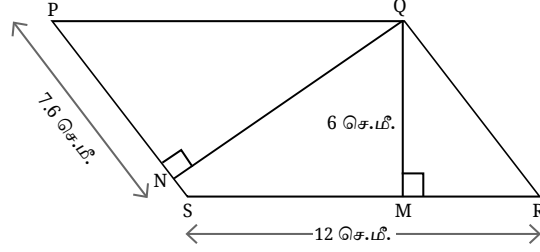
- எல்லா இணைகரங்களின் பரப்பளவைப் பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?
- அவற்றின் சுற்றளவைப் பற்றி என்ன கூறலாம்? எந்த படம் அதிக சுற்றளவையும், குறைந்த சுற்றளவையும் கொண்டுள்ளது?



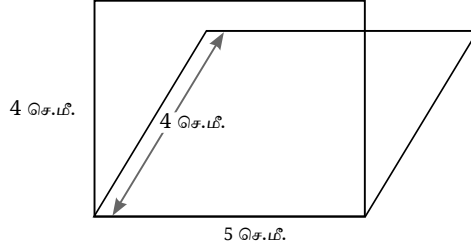
2. பின்வரும் இணைகரங்களின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடிக்கவும்.



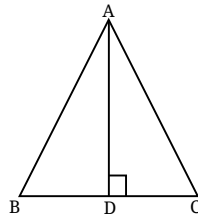
3. QNஐ, க் கண்டுபிடிக்கவும்.



4. ஒரே பக்க அளவுகள் 5செ.மீ. மற்றும் 4செ.மீ. கொண்ட செவ்வகம் மற்றும் இணைகரத்தை எடுத்துக் கொள்ளவும். எது பெரிய பரப்பினைக் கொண்டிருக்கும்? (குறிப்பு: இவை இரண்டும் ஒரே அடிபக்கத்தின் மீது வரையப்பட்டுள்ளன எனக்கொள்க).



5. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் பரப்பளவின் இருமடங்கு பரப்புக் கொண்ட செவ்வகத்தினை பெறும் ஒரு முறையைத் தருக நீ யோசித்து இருக்கும் வேறு வழிகள் எவை?
6. (சுலப சூத்திரங்கள்) கொடுக்கப்பட்ட ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவிற்கு சமமான பரப்பு கொண்ட ஒரு செவ்வகத்தை பெறும் முறையைக் கூறுக.
7. எளிய முறையில் ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணத்தை பிரித்து ஒரு செவ்வகமாக மாற்ற முடியும். இதனை எவ்வாறு மாற்றுவது என உன்னால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?



(குறிப்பு: $\triangle ADB$ மற்றும் $\triangle ADC$ என்பன செவ்வகத்தின் பாதியாகும் என்பதை காட்டுக. அவற்றை எவ்வாறு செவ்வகமாக மாற்றலாம் என்பதை கண்டறியுங்கள். தேவையெனில் அட்டை காகிதத்தை உபயோகிங்கள்)

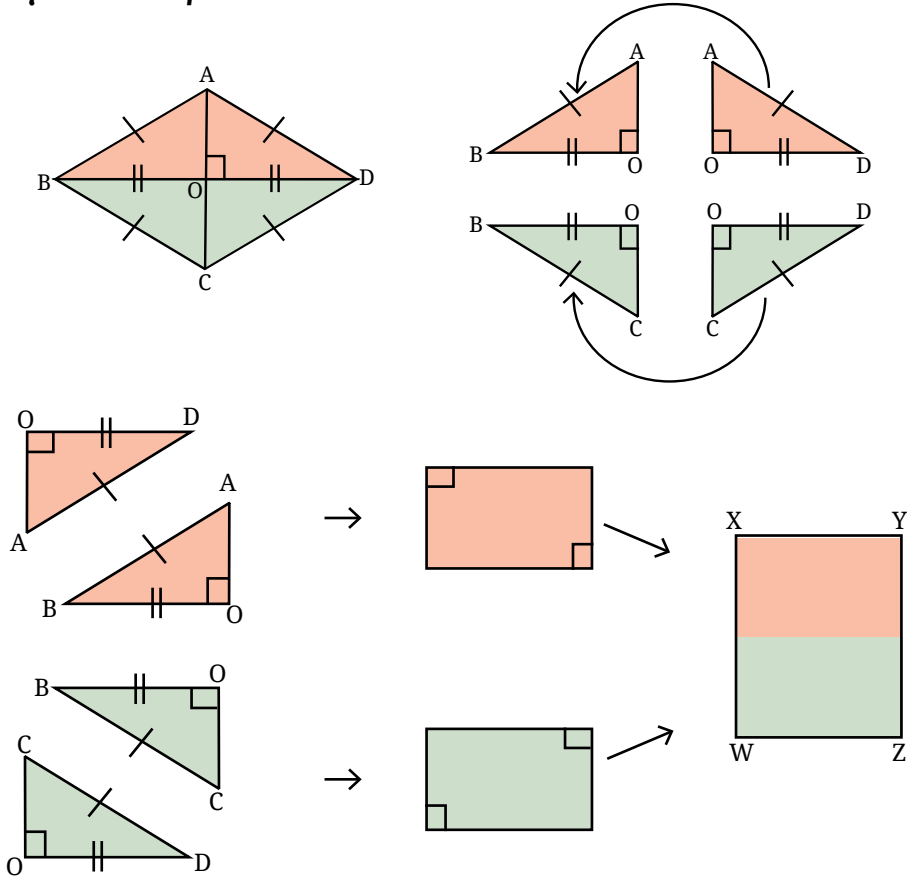
8. (சுலப சூத்திரங்கள்) ஒரு செவ்வகத்தை இருசமபக்க முக்கோணமாக மாற்ற ஒரு வழியைத் தருக.
9. ஒரே பக்க அளவைக் கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பு மற்றும் சமபக்க முக்கோணத்தின் பரப்பு - எது பெரிய பரப்பைக் கொண்டது?

இரண்டு ஒரே மாதிரியான சமபக்க முக்கோணங்களை சேர்த்தால் கிடைக்கும் செவ்வகம் மற்றும் ஒரே பக்க நீளமுள்ள இரண்டு சதுரங்களை சேர்த்தால் கிடைக்கும் செவ்வகம். எது பெரிய பரப்பைக் கொண்டது?

சாய்சதுரம் (Rhombus)

சாய்சதுரமும் ஓர் இணைகரம், ஆதலால் இணைகரத்தின் பரப்பு காண உதவும் சூத்திரம் இதற்கும் பொருந்தும். சாய்சதுரத்தின் கூடுதல் பண்புகள், சாய்சதுரத்தை பகுத்து அதனை இணைகரமாக மாற்ற ஒரு முறையைத் தருகிறது. இரு சுலப சூத்திரத்தில் காணப்படுகிறது.

? முயற்சி செய்யுங்கள்



$ABCD$ என்பது ஒரு சாய்சதுரம் ஆகவே, அதன் எல்லா பக்கங்களும். சம நீளம் உடையவை மற்றும் அதன் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக இரு சமக்கூறிடும். ஆகவே $\triangle ABD$ மற்றும் $\triangle CBD$ என்பவை இருசமபக்க முக்கோணங்கள். இந்த இரண்டு முக்கோணங்களையும் தனிதனியாக சமப்பரப்பு கொண்ட ஒரு செவ்வகமாக மாற்றலாம் பின் அந்த இரண்டு செவ்வகங்களை சேர்த்து ஒரு பெரிய செவ்வகமாக உருவாக்கலாம் இந்த செவ்வகம் $WXYZ$ ன் பரப்பளவு ஆனது சாய்சதுரம் $ABCD$ ன் பரப்பளவிற்குச் சமம்.

② செவ்வகம் $WXYZ$ ன் பக்க நீளங்கள் எவை?

பகுத்தமைப்பின் படி

XW = மூலை விட்டம் AC ன் நீளம் மற்றும்

WZ = மூலை விட்டம் BD ன் நீளத்தில் பாதி

ஆகவே நமக்கு

சாய்சதுரம் $ABCD$ ன் பரப்பு = செவ்வகம் $WXYZ$ ன் பரப்பு

$$= XW \times WZ$$

$$= AC \times \frac{BD}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$$

ஆகவே,

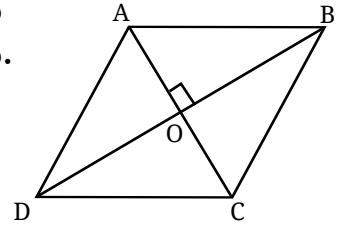
சாய்சதுரத்தின் பரப்பு = $\frac{1}{2} \times$ மூலை விட்டங்களின் பெருக்கல் பலன்.

③ சாய்சதுரம் $ABCD$ ன் பரப்பளவை $\triangle ADB$ மற்றும் $\triangle CDB$ ன் பரப்பளவை கண்டுபிடித்து காணலாம்.

எந்த சூத்திரத்தை இது தரும்?

மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று

செங்குத்து ஆனதால்



$\triangle ADB$ ன் பரப்பு = $\frac{1}{2} \times AO \times BD$ மற்றும்

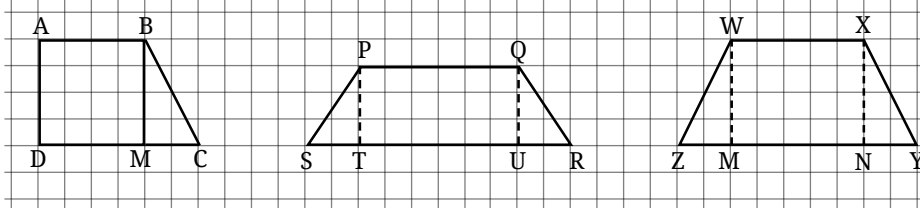
$\triangle CDB$ ன் பரப்பு = $\frac{1}{2} \times CO \times BD$ மற்றும்

சாய்சதுரம் $ABCD$ ன் பரப்பு = $\triangle ADB$ ன் பரப்பு + $\triangle CDB$ ன் பரப்பு

- ② சாய்சதுரத்தின் பரப்பினை அதன் மூலைவிட்டங்களை கொண்டு பெற்றால் அதே சூத்திரம் கிடைக்கும் என்பதை எளிய வடிவில் தருக.

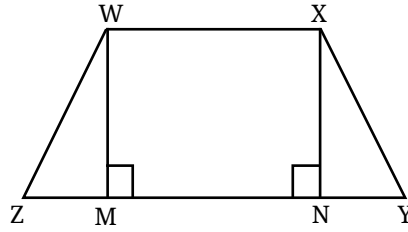
சரிவகம் (Trapezium)

- ② பின்வரும் சரிவகங்களின் பரப்பினை அவற்றினை எதன் பரப்பினைக் காண முடியுமோ அவ்வாறு பகுத்து கண்டுபிடி.



சரிவகத்தின் பரப்பு காண ஒரு முறை யாதெனில் அதனை செவ்வகம் மற்றும் முக்கோணமாக பிரித்து காணலாம்.

- ② WXYZ என்ற சரிவகத்தில் $WX \parallel ZY$ எனில் அதன் பரப்பைக் காண்க.



$WM \perp ZY$ மற்றும் $XN \perp ZY$ (WM மற்றும் XN என்பன ZY க்கு செங்குத்து) வரைக.

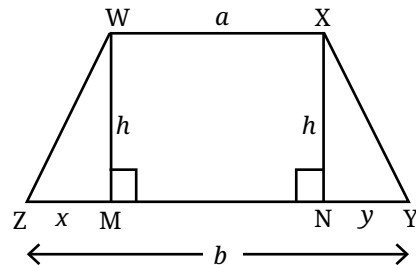
- ② WXNM ஒரு செவ்வகமா?

நமக்கு WXYZ ன் பரப்பு = ΔWMZ ன் பரப்பு + WXNM ன் பரப்பு + ΔXNY ன் பரப்பு.

$$= \frac{1}{2} \times MZ \times WM + WX \times WM + \frac{1}{2} \times NY \times XN$$

சரிவகத்தின் பரப்பு காணவேண்டி இருப்பதால் நீளங்களுக்கு சில எழுத்துக்களைக் குறிக்கலாம் $MZ = x$, $WM = XN = h$, $WX = a$, $NY = y$.

ஆகவே,



$$\begin{aligned}
 WXYZ &= \frac{1}{2} hx + ha + \frac{1}{2} hy \\
 &= h\left(\frac{1}{2}x + a + \frac{1}{2}y\right) \\
 &= h\left(\frac{x+y+2a}{2}\right) \\
 &= \frac{1}{2} h(x+y+2a).
 \end{aligned}$$

நாம் இணை பக்கங்களில் ஒன்றின் நீளத்தை a எனவும் மற்றொன்றின் நீளத்தை b எனவும் எடுத்துக் கொண்டுள்ளோம்.

சரிவகத்தின் பரப்பளவினை a , b , மற்றும் h , என்ற உறுப்புகளால் கூற முடியுமா?

பரப்பளவு கோவையில் உள்ள $x + y$ என்பதை a மற்றும் b ஆல் மாற்றினால் $b = x + y + a$ என்பதை கவனிக்கலாம்.

இருபக்கங்களிலும் a ஐ கழித்தால்

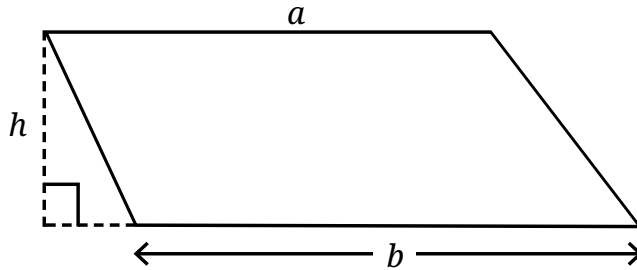
$$x + y = b - a.$$

இதனைக் கொண்டு, நாம்

$$\begin{aligned}
 WXYZ \text{ ன் பரப்பு} &= \frac{1}{2} h(b - a + 2a) \\
 &= \frac{1}{2} h(a + b) \text{ என பெறலாம்.}
 \end{aligned}$$

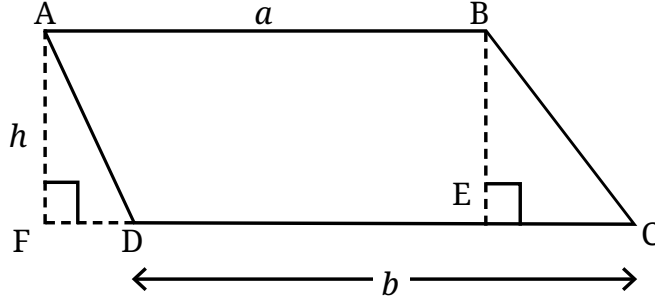
ஆகவே சரிவகத்தின் பரப்பு = $\frac{1}{2} \times$ உயரம் $\times$ இணைபக்கங்களின் கூடுதல்.

? இந்த சூத்திரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளபடி சரிவகம் இருந்தால் பொருந்துமா?



இதனை கண்டறிய கீழே பலவித முறைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. விவாதத்தை முழுமையாக்குங்கள்.

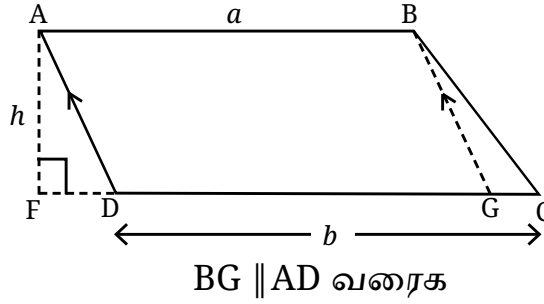
அணுகுமுறை 1 : செவ்வகம் மற்றும் முக்கோணங்கள்



$ABCD$ ன் பரப்பு = $ABED$ ன் பரப்பு + $\triangle BEC$ ன் பரப்பு

$ABED$ ன் பரப்பு = $ABEF$ ன் பரப்பு - $\triangle AFD$ ன் பரப்பு

அணுகுமுறை 2 : இணைகரம் மற்றும் முக்கோணம்



? அணுகுமுறை 2 எல்லா வகை சரிவகங்களுக்கும் பொருந்துமா?



இரண்டு சரிவகங்களின் பிரதிகளைக் கொண்டு பரப்பளவினை காணல்.

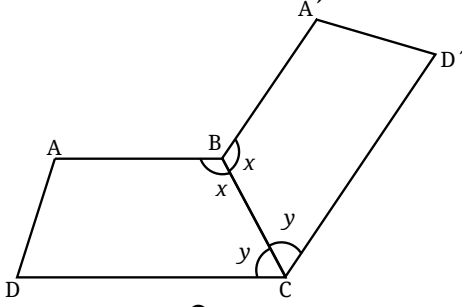
இது சரிவகத்தின் பரப்பளவினைக் காண மற்றொரு வழியாகும்.

$AB \parallel CD$ ஆக உள்ள சரிவகத்தின் இரண்டு பிரதிகளை எடுத்துக் கொள்வோம். இரண்டாவது பிரதியினை படத்தில் காட்டியபடி சுழற்றவும்.

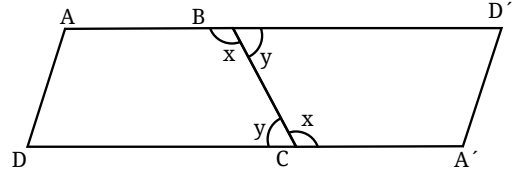
? BC ன் மீது இரண்டு சரிவகங்கள் பொருந்தினால் நமக்கு என்ன வடிவம் கிடைக்கும்?

6 பக்கங்கள் கொண்ட வடிவம் அல்லது 4 பக்கங்கள் கொண்ட நாற்கரம் கிடைக்க வாய்ப்புகள் உள்ளன.

வாய்ப்புகள்



6 பக்கங்கள் கொண்ட வடிவம்



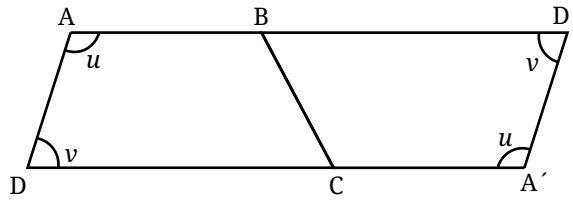
நாற்கரம்

கோணங்கள் x மற்றும் y ன் கூடுதலைக் காணும் பொழுது முதல் வாய்ப்பு ஒதுக்கப்பட வேண்டியது.

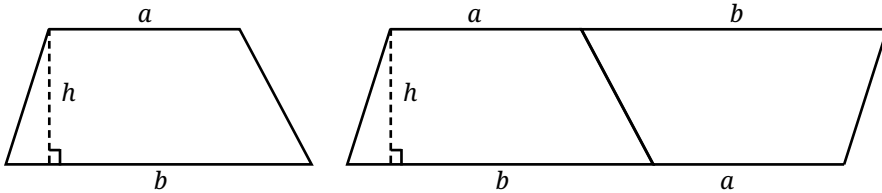
$AB \parallel CD$ ஆனதால் $x + y = 180^\circ$ ஏனெனில் அவை குறுக்குவெட்டி BCன் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த உள் கோணங்கள் ஆகும். ஆகவே ABD மற்றும் ACD என்பன நேர்கோடுகள் ஆகவே நமக்குக் கிடைத்தது ஓர் நாற்கரம் ஆகும்.

② இது எவ்வகையான நாற்கரம்?

நாம் சரிவகத்தின் மற்ற இரண்டு கோணங்களை காணலாம்.



நமக்கு $u + v = 180$ ஆகும். ஆகவே $AD \parallel D'A'$ ஏனெனில் குறுக்கு வெட்டி $A'D$ ன் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த உட்கோணங்களின் கூடுதல் 180 ஆகும். நமக்கு $A'D \parallel A'D$ ஆதலால் $AD \parallel A'D$ ஒரு இணைதரம் ஆகும்.

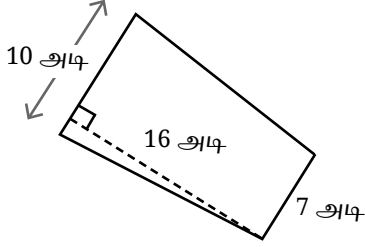


சரிவகத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2} \times$ இணைகரத்தின் பரப்பு

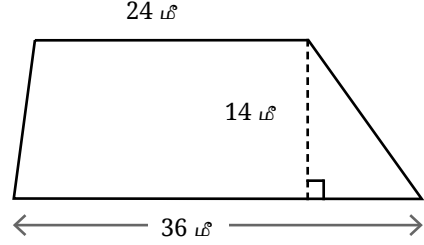
$$= \frac{1}{2} h(a + b).$$

? கண்டுபிடியுங்கள்.

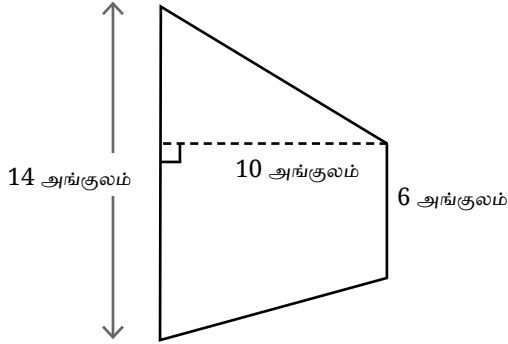
1. 20 செமீ மற்றும் 15 செமீ மூலை விட்டங்கள் கொண்ட சாய்சதுரத்தின் பரப்பினைக் கண்டுபிடி.
2. பகுத்தமைத்து செவ்வகத்தினை சமமான பரப்பு கொண்ட சாய்சதுரமாக மாற்றவும்.
3. பின்வரும் வடிவங்களின் பரப்பளவினைக் கண்டுபிடிக்கவும்.



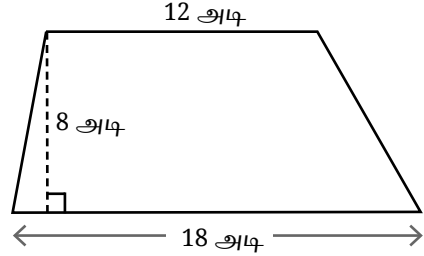
(i)



(ii)

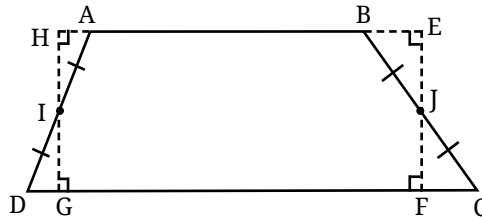


(iii)



(iv)

4. (சுலப சூத்திரம்படி) ஒரு இருசமபக்க சரிவகத்தினை செவ்வகமாக பகுத்தமைத்து மாற்றவும்.
5. இங்கு சரிவகம் ABCD ன் பரப்பளவிற்கு சமமான பரப்பைக் கொண்ட செவ்வகமாக மாற்ற ஒரு முறை கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



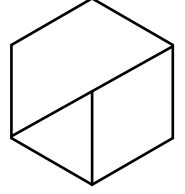
சரிவகம் ABCD கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. செவ்வகம் EFGHன் உச்சிகளை எவ்வாறு நாம் காணலாம்?

(குறிப்பு : $\Delta AHI \cong \Delta DGI$ மற்றும் $\Delta BEJ \cong \Delta CFJ$ எனில் சரிவகம் மற்றும் செவ்வகம் சமமான பரப்புகளைக் கொண்டிருக்கும்)

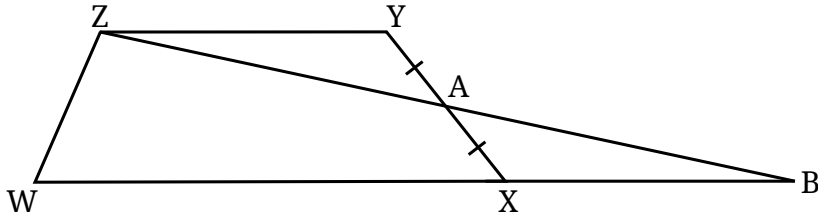
6. ஒரு சரிவகத்தை சமமான பரப்பளவினைக் கொண்ட செவ்வகமாக மாற்றுதல் மற்றும் மறுதலை பண்பைக் கொண்டு 144 செமீ^2 பரப்பு கொண்ட சரிவகத்தை அமைக்கவும்.



7. ஓர் ஒழுங்கு அறுங்கோணமானது படத்தில் காட்டியபடி ஒரு சரிவகம், ஒரு சமபக்க முக்கோணம் மற்றும் ஒரு சாய்சதுரம் என பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் பரப்பளவுகளை விகிதத்தில் கூறு.



8. ZYXW சரிவகத்தில் $ZY \parallel WX$. XYன் மையப்புள்ளி A எனில் சரிவகம் ZYXWன் பரப்பு மற்றும் ΔZWB ன் பரப்பு சமம் என நிரூபி.



தினசரி வாழ்க்கையின் பரப்பளவுகள்

1. A4 தாளின் பரப்பினைப் பற்றி நீ என்ன நினைக்கிறாய்? அதன் பக்க நீளங்கள் முறையே 21 செமீ மற்றும் 29.7 செ.மீ. தற்பொழுது பரப்பைக் காண்.
2. உனது பள்ளி அல்லது வீட்டில் நீ உபயோகிக்கும் மேசையின் மேற்பரப்பினை என்ன நினைக்கிறாய்? மேசையின் மேற்பரப்பில் எத்தனை A4 தாள்களை பொருத்த முடியும் என்பதை காட்சிப்படுத்து.

மேசை மற்றும் நாற்காலி போன்ற பொருட்களின் அளவுகள் சில சமயங்களில் அங்குலம் [inches (in)] மற்றும் அடி [feet (ft)] என்ற அலகுகளால் அளக்கப்படுகின்றன.

$$1 \text{ அங்குலம்} = 2.54 \text{ செமீ}$$

$$1 \text{ அடி} = 12 \text{ அங்குலம்.}$$

? பின்வரும் நீளங்களை சென்டிமீட்டரில் கூறவும்.

(i) 5 அங்குலம்

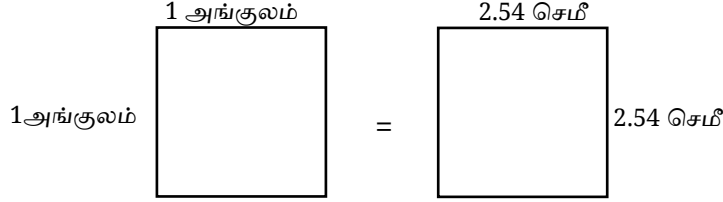
(ii) 7.4 அங்குலம்

? பின்வரும் நீளங்களை அங்குலத்தில் கூறவும்.

(i) 5.08 செமீ

(ii) 11.43 செமீ

? 1 அங்குலம்²ல் எத்தனை cm² உள்ளன?



ஆகவே, 1 அங்குலம்² = 2.54² செமீ² = 6.4516 செமீ²

? 10 அங்குலம்² ல் எத்தனை செமீ² உள்ளன?

$$10 \text{ in}^2 = 10 \times 6.4516 \text{ செமீ}^2 = 64.516 \text{ செமீ}^2$$

? 161.29 செமீ² ஐ அங்குலம்² ஆக மாற்றவும்.

$$161.29 \text{ செமீ}^2 = \frac{161.29}{6.4516} \text{ அங்குலம்}^2$$

? ஈ.வு காண்க.

? உங்கள் வகுப்பறையின் பரப்பினைப் பற்றி நீ என்ன நினைக்கிறாய்? நீ நினைத்த அளவை சரியான அளவுடன் ஒப்புமை படுத்து. பெரிய நிலங்களின் பரப்பு ஏக்கரில் கணக்கிடப்படுகிறது.

$$1 \text{ ஏக்கர்} = 43,560 \text{ அடி}^2$$

(இவை தவிர பரப்பளவினைக் குறிக்க இந்தியாவின் பல பகுதிகளில் பல அலகுகள் உபயோகப்படுத்தப்படுகின்றன. அவை பிக்ஹாஇ தாஜ், கதா, தூர், சென்ட், அனகாணம். மற்றும் பல

? உன் பகுதியில் பரப்பின் அலகினை கண்டுபிடி.

? உன்னுடைய கிராமம்/நகரம்/ பெருநகரத்தின் பரப்பளவைப் பற்றி என்ன நினைக்கிறாய்? நீ நினைக்கும் அளவைப் பட்டியலிடு.

அதனை சரியான அளவுடன் ஒப்புமைபடுத்து.

பெரிய அளவுகள் கிமீ²ல் அளக்கப்படும்.

? ஒரு கிமீ² ல் எத்தனை மீ² உள்ளன?

- ? உன்னுடைய பள்ளியை விட உன்னுடைய கிராமம்/நகரம்/ பெரு நகரம் எத்தனை மடங்கு பெரியது?
- ? (i) இந்தியா (ii) உலகத்தில் மிகப் பெரிய பரப்பினைக் கொண்ட நகரத்தைக் கண்டுபிடி.
- (i) இந்தியா (ii) உலகத்தில் மிகச் சிறிய பரப்பினைக் கொண்ட நகரத்தைக் கண்டுபிடி.

தொகுப்பு

- முக்கோணத்தின் பரப்பு = $\frac{1}{2} \times$ அடிபக்கம் $\times$ உயரம்
- எந்த ஒரு பலகோணத்தின் பரப்பினை அதனை முக்கோணங்களாகப் பிரித்து கண்டுபிடிக்கலாம்.
- இணைகரத்தின் பரப்பு = அடிபக்கம் $\times$ உயரம்.
- சாய்சதுரத்தின் பரப்பு = $\frac{1}{2} \times$ மூலைவிட்டங்களின் பெருக்கலபலன்
- சரிவகத்தின் பரப்பு = $\frac{1}{2} \times$ உயரம் $\times$ இணை பக்கங்களின் கூடுதல்.

LEARNING MATERIAL SHEETS

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	

Isometric Grid

