ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರ

ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ

ತರಗತಿ

8

ಭಾಗ–2

ಎಂಟನೇ ತರಗತಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ
ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

© KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿ ಸಂಸ್ಥೆ
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ.)
6ನೇ ಅಡ್ಡರಸ್ತೆ, ಮಲ್ಲೇಶ್ವರಂ, ಬೆಂಗಳೂರು – 560 003

ಪರಿವಿಡಿ

U1V4S9

ಭಾಗ – 2

ಅಧ್ಯಾಯಗಳು	ಘಟಕದ ಹೆಸರು	ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ
8	ವೇಷಧಾರಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು	01
9	ಬೋಧಾಯನ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ	40
10	ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆ–2	65
11	ಕೆಲವು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುವುದು	83
12	ಚುಕ್ಕೆಗಳು ಮತ್ತು ರೇಖೆಗಳ ಮೂಲಕ ಕಥೆಗಳು	120
13	ಬೀಜಗಣಿತ ಆಟ	156
14	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	171

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

8 ವೇಷಧಾರಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು

8.1 ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಶೇಕಡವಾರು / ಶೇಕಡಾಗಳಾಗಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು

"ಮೆಗಾಸೇಲ್ 50%ವರೆಗೆ ರಿಯಾಯಿತಿ" ಅಥವಾ "ಹಿಯಾ ತನ್ನ ಬೋರ್ಡ್ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ 83% ಗಳಿಸಿದಳು" ಎಂಬಂತಹ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಕೇಳಿರಬಹುದು.

% ಚಿಹ್ನೆಯ ಅರ್ಥ ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆಯೇ?

ಈ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು **'ಶೇಕಡಾ'** (Percent) ಎಂದು ಓದಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಶೇಕಡಾ (Percent) ಎಂಬ ಪದವು ಲ್ಯಾಟಿನ್ ಪದಗುಚ್ಛವಾದ 'ಪರ್ ಸೆಂಟಮ್' (Per Centum) ನಿಂದ ಬಂದಿದೆ. ಇದರ ಅರ್ಥ 'ನೂರಕ್ಕೆ' ಅಥವಾ 'ನೂರರಲ್ಲಿ' ಆಗಿದೆ.

ಆದುದರಿಂದ, **ಶೇಕಡಾ 25** (25%) ಅಂದರೆ **ನೂರಕ್ಕೆ 25** – 100ರಲ್ಲಿ 25 ಜನಗಳು, ನೂರು ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ 25 ರೂಪಾಯಿಗಳು, ಅಥವಾ ನೂರು ಅಂಕಗಳಿಗೆ 25 ಅಂಕಗಳು ಎಂದರ್ಥ.

ನಾವು **ಒಂದು ಪ್ರಮಾಣ S**ನ **50**% ಎಂದು ಹೇಳಿದರೆ, ಇದರರ್ಥ

$$S\text{ನ }50\% = 50 \times \frac{1}{100} \times S \text{ (ಏಕಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ S ನ 50ರಷ್ಟು)}$$

$$= \frac{50}{100} \times S = \frac{1}{2} S.$$

ಹಾಗಾಗಿ ಶೇಕಡಾಗಳು ಕೇವಲ **ಛೇದವು 100 ಆಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿವೆ**. ಉದಾಹರಣೆಗಳು:

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5},$$

$$33\% = \frac{33}{100}.$$

ಶೇಕಡಾಗಳು ಕೇವಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ, ಅದನ್ನು ಶೇಕಡಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದೇ? ಹೌದು, ಹೇಗೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

NOT TO BE REPUBLISHED @KSEEB

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾಗಳಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು

? **ಉದಾಹರಣೆ 1 :–** ಸೂರ್ಯಾಸ್ತವನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಲು ಸೂರ್ಯನು ಕಡು ಕಿತ್ತಳೆ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಬಳಸಲು ಬಯಸುತ್ತಾನೆ. ಈ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಮಾಡಲು ಅವನು ಸ್ವಲ್ಪ ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣ ಮತ್ತು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ ಈ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣವು $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣವಿದೆ ?

$\frac{3}{4}$ ಅಂದರೆ, ಪ್ರತಿ 4ರಲ್ಲಿ 3 ಭಾಗ

ಅಂದರೆ, ಪ್ರತಿ 8ರಲ್ಲಿ 6 ಭಾಗ (ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ)

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{30}{40} = \frac{75}{100}$$

ಅಂದರೆ, ಪ್ರತಿ 40ರಲ್ಲಿ 30 ಭಾಗ

ಅಂದರೆ, ಪ್ರತಿ 100ರಲ್ಲಿ 75 ಭಾಗ

ಇದರ ಅರ್ಥ 75%

ಇದನ್ನು ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿದರೆ : $\frac{3}{4}$ನ್ನು ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು 100ರ ಛೇದ ಹೊಂದಿರುವ ಇದರ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಮುಂದುವರಿಯಲು ಎರಡು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ವಿಧಾನ 1

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25}$$

$$= \frac{75}{100} = 75\%$$

ವಿಧಾನ 2

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{100}.$$

$$\frac{3}{4} \times 100 = \frac{x}{100} \times 100$$

(ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 100 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ)

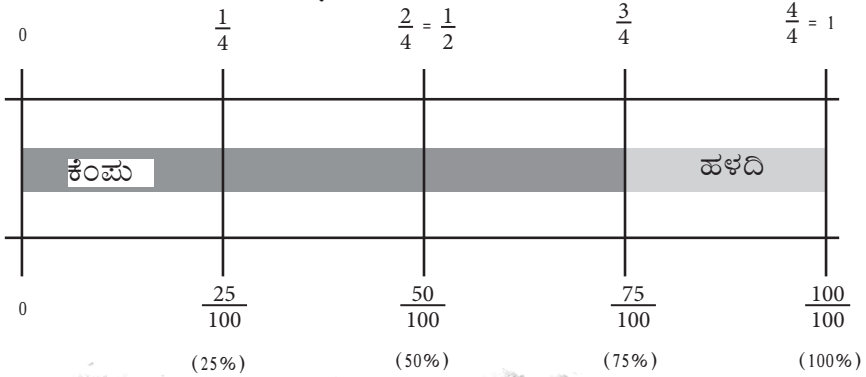
$$x = \frac{3}{4} \times 100$$

$$= 75$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಆದುದರಿಂದ, $\frac{3}{4}$ನ್ನು 75% ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

$\frac{3}{4}$ ಮತ್ತು 75% ನಡುವಿನ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಕೆಳಗಿನ ಆಯತ ಮಾದರಿಯ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



? ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

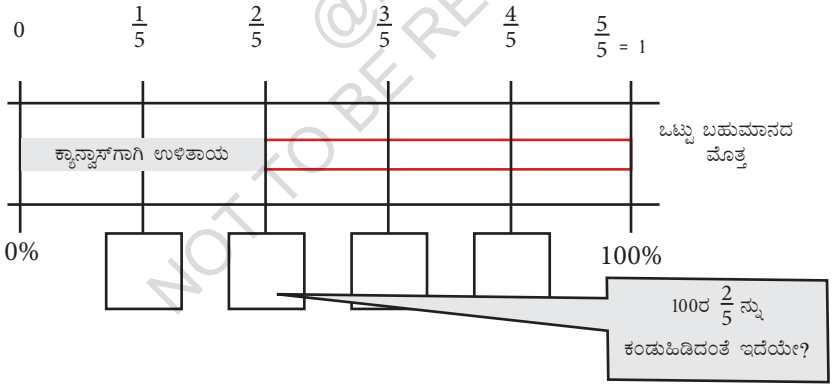
? **ಉದಾಹರಣೆ 2:** ಸೂರ್ಯನು ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಧೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿ, ಸ್ವಲ್ಪ ಹಣವನ್ನು ಬಹುಮಾನವಾಗಿ ಗೆದ್ದನು. ಈ ಹಣದ $\frac{2}{5}$ ರಷ್ಟನ್ನು ಹೊಸ ಕ್ಯಾನ್ವಾಸ್ ಖರೀದಿಗಾಗಿ ಉಳಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತಾನೆ. ಈ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಶೇಕಡಾ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ವಿಧಾನ 1	**ವಿಧಾನ 2**
$\frac{2}{5} = \frac{20}{50} = \frac{40}{100}$	$\frac{2}{5} = \frac{x}{100}$.
$= 40\%$.	$x = \frac{2}{5} \times 100 = 40$.

? **ಬಾಕ್ಸ್‌ಗಳನ್ನು ತುಂಬುವ ಮೂಲಕ ವಿಧಾನ 3ನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.**

ವಿಧಾನ 3 :



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಹಲವಾರು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಚಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಪರಿಹರಿಸಬಹುದು. ನೀವು ಕಂಡುಕೊಂಡ ವಿಧಾನವು ನಿಮಗೆ ಇಷ್ಟವಾಗಿದ್ದರೂ, ಇತರರು ಅದರ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಗೆ ಯೋಚಿಸಿದ್ದಾರೆಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು ರಂಜನೀಯ ಮತ್ತು ಸಮೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸುವಂತಹದು.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು ಒಂದು ಘಟಕದ ಭಾಗವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಶೇಕಡಾವು ನೂರಕ್ಕೆ ಇಷ್ಟು ಎಂತಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಶೇಕಡಾವಾರು ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು, ನಾವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು 100 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆ 3: ಒಂದು ಶೇಕಡಾವನ್ನು ನೀಡಿದೆ, ನೀವು ಅದನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದೇ? ಉದಾಹರಣೆಗೆ 24%ನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಒಂದು ಶೇಕಡಾವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ 24% ಎಂಬುದು $\frac{24}{100}$ ಆಗಿದೆ.

ನಾವು ಇದರ, ಇತರ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. $\frac{24}{100} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25} = \frac{48}{200}$.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಶೇಕಡಾ Z% ನ್ನು $\frac{Z}{100}$ ಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಂದ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಕೆಳಗಿನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

   (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{7}{14}$ (iii) $\frac{9}{20}$

   (iv) $\frac{72}{150}$ (v) $\frac{1}{3}$ (vi) $\frac{5}{11}$

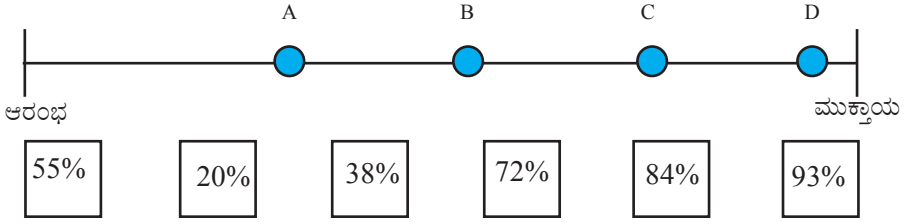
2. ನಂದಿನಿಯು 25 ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ 15 ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣದ್ದಾಗಿವೆ. ಅವಳಲ್ಲಿರುವ ಗೋಲಿಗಳು ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣದ್ದಾಗಿವೆ?

   i) 10% ii) 15% iii) 25%

   iv) 60% v) 40% vi) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಅಲ್ಲ

3. ಒಂದು ಶಾಲೆಯ 80 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ 15 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಶಾಲೆಗೆ ಕಾಲ್ನಡಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಬರುತ್ತಾರೆ. ಇವರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಶಾಲೆಗೆ ಕಾಲ್ನಡಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಬರುತ್ತಾರೆ?

4. ಸ್ನೇಹಿತರ ಗುಂಪೊಂದು ದೂರದ ಓಟದಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸುತ್ತಿದೆ. 15 ನಿಮಿಷಗಳ ನಂತರ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅವರು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ಓಟದ ಅಂದಾಜು ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ನೀಡಿರುವ ಆಯ್ಕೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿಸಿ.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5. ಕೆಲವು ಪ್ರಮಾಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸೂಕ್ತ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು '>', '<' ಅಥವಾ '=' ಬಳಸಿ ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವಿಲ್ಲದೆ ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

i) 50% _____ 5% ii) $\frac{5}{10}$ _____ 50%

iii) $\frac{3}{11}$_____ 61% iv) 30% _____ $\frac{1}{3}$

? ಸರಿ, ಶೇಕಡಾಗಳು ಕೇವಲ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ರೀತಿಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾದರೆ, ನಮಗೆ ಅವುಗಳ ಅಗತ್ಯತೆ ಏನು? ನಾವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದನ್ನು ಏಕೆ ಮುಂದುವರಿಸಬಾರದು ?

ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

ಬಿಸ್ಕತ್ತು ತಯಾರಿಸುವ ಒಂದು ಕಾರ್ಖಾನೆಯು 2 ಹೊಸ ಬಗೆಯ ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯೋಗ ನಡೆಸುತ್ತಿದೆ. ಸಕ್ಕರೆಯ ಪ್ರಮಾಣವು 1ನೇ ಬಗೆಯ ಬಿಸ್ಕತ್ತಿನಲ್ಲಿ $\frac{9}{34}$ರಷ್ಟು ಮತ್ತು 2ನೇ ಬಗೆಯ ಬಿಸ್ಕತ್ತಿನಲ್ಲಿ $\frac{13}{45}$ರಷ್ಟಿದೆ. ಯಾವ ಬಗೆಯ ಬಿಸ್ಕತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಕ್ಕರೆಯ ಪ್ರಮಾಣವಿದೆ? ಮೇಲ್ನೋಟಕ್ಕೆ ಇದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿಲ್ಲದಿರಬಹುದು ಮತ್ತು ನಾವು ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾಗಬಹುದು. ಆದರೆ, ಅದೇ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು 1ನೇ ಬಗೆಯ ಬಿಸ್ಕತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಸಕ್ಕರೆ ಪ್ರಮಾಣವು 26.47% ಮತ್ತು 2ನೇ ಬಗೆಯ ಬಿಸ್ಕತ್ತಿನಲ್ಲಿ 28.88% ಇದೆ ಎಂದು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಿದರೆ, ಯಾವ ಬಗೆಯ ಬಿಸ್ಕತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಕ್ಕರೆಯ ಪ್ರಮಾಣವಿದೆ ಎಂಬುದು ತಕ್ಷಣವೇ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಒಂದೇ ಛೇದವನ್ನು ಹೊಂದಲು ಬಯಸಿದರೆ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ 100ನ್ನೇ ಏಕೆ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬೇಕು? 10, 50, 1000 ಅಥವಾ 43ನ್ನು ಏಕೆ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಾರದು? ಯೋಚಿಸಿ.

ತಾತ್ವಿಕವಾಗಿ, ನಾವು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾದರೂ ಛೇದವನ್ನಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಆದರೆ 100ರೊಂದಿಗೆ ಕೆಲವು ಅನುಕೂಲಗಳಿವೆ. ನಮ್ಮ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯ ಆಧಾರ 10 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, 10, 100 ಮತ್ತು 1000ದಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ದಶಮಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $31\% = \frac{31}{100} = 0.31$

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು, ದಶಮಾಂಶಗಳು ಮತ್ತು ಶೇಕಡಾಗಳ ನಡುವೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು, ತ್ವರಿತ ಮತ್ತು ಅರ್ಥಗರ್ಭಿತವಾಗಿದೆ.

ಸಂಖ್ಯೆ 100 ಒಂದು ಪರಿಪೂರ್ಣ, ಮತ್ತು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಅದರೊಟ್ಟಿಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡಲು ಸುಲಭವಾಗಿದೆ. ನಾವು "ಪ್ರತಿ 1000ಕ್ಕೆ" ಅಥವಾ "ಪ್ರತಿ 100,000ಕ್ಕೆ" ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. (ಈ ಬಳಕೆಯು "ಪ್ರತಿ ಸಾವಿರ ಜನರಿಗೆ" ಅಥವಾ "ಪ್ರತಿ ಲಕ್ಷಕ್ಕೆ" ಎಂದು ಸಂಖ್ಯಾ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಇದೆ.), ಆದರೆ 100ವು ಸಿಹಿ ತಾಣವನ್ನು ತಲುಪುತ್ತದೆ. ಇದು ವಿವರಗಳನ್ನು ನೀಡಲು ಸಾಕಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ ಸಹ ಮಾನಸಿಕವಾಗಿ ಗ್ರಹಿಸಲು ಸಾಕಷ್ಟು ಸರಳವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ "ಪ್ರತಿ 10" ಅನೇಕ ಉದ್ದೇಶಗಳಿಗಾಗಿ ತುಂಬಾ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$\frac{9}{34}$ =26.47 ಶೇಕಡಾ (ಪ್ರತಿ100ಕ್ಕೆ)

$\frac{9}{34}$ =2.647 ಪ್ರತಿ ಡೆಸಿಮ್ (ಪ್ರತಿ 10ಕ್ಕೆ)

$\frac{9}{34}$ =264.7 ಪ್ರತಿ ಮಿಲ್ಲೇ (ಪ್ರತಿ 1000ಕ್ಕೆ)

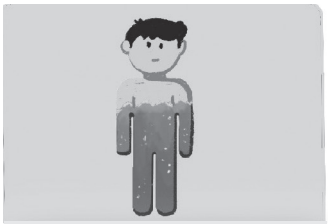
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ದಶಮಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವುದಕ್ಕಿಂತ ಬಹಳ ಹಿಂದೆಯೇ ಹತ್ತನೇ, ಇಪ್ಪತ್ತನೇ ಮತ್ತು ನೂರನೇ ಭಾಗದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಲ್ಲಿ ಅದರ ಅಗತ್ಯವು ಕಂಡುಬಂದಿತು. "ನೂರಕ್ಕೆ" ಎಂಬ ಆಲೋಚನೆಯು 4ನೇ ಶತಮಾನದ BCE (ಕ್ರಿಸ್ತಪೂರ್ವ 4ನೇ ಶತಮಾನ) ಯಲ್ಲಿ ಕೌಟಿಲ್ಯನ ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ. "ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಪಣ ಮತ್ತು ಕಾಲು ಪಣದ ಶೇಕಡಾ ಬಡ್ಡಿ ನ್ಯಾಯಯುತವಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳಿಗೆ 5 ಪಣಗಳ ಶೇಕಡಾ ಬಡ್ಡಿಯು ವಾಣಿಜ್ಯ ಬಡ್ಡಿಯಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳಿಗೆ ಹತ್ತು ಪಣಗಳ ಶೇಕಡಾ ಬಡ್ಡಿಯು ಕಾಡುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಚಲಿತದಲ್ಲಿವೆ. ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳಿಗೆ ಇಪ್ಪತ್ತು ಪಣಗಳ ಶೇಕಡಾ ಬಡ್ಡಿಯು ಸಮುದ್ರ ವ್ಯಾಪಾರಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಚಲಿತದಲ್ಲಿವೆ."

ಸರಿ ಸುಮಾರು ಅದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ, ರೋಮನ್ನರು ವ್ಯಾಪಾರ ಮತ್ತು ಹರಾಜುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಹಿವಾಟುಗಳಲ್ಲಿ $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{100}$ ತೆರಿಗೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು. 15ನೇ ಶತಮಾನದ ಇಟಾಲಿಯನ್ ಹಸ್ತಪ್ರತಿಗಳಲ್ಲಿ *'xx p cento', 'x p cento', 'vii p cento'* ನಂತಹ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. (ಇವು ನಮ್ಮ 20% ಮತ್ತು 10% ಮತ್ತು 7%ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ)

ನಮ್ಮ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿನ ಶೇಕಡಾಗಳು

ನಮ್ಮ ಸುತ್ತಲಿನ ವಿವಿಧ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾಗಳನ್ನು ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಶೇಕಡಾಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಕೆಲವು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ.



ಮಾನವನ ದೇಹವು ಸರಾಸರಿ 60% ತೂಕದ ನೀರನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.



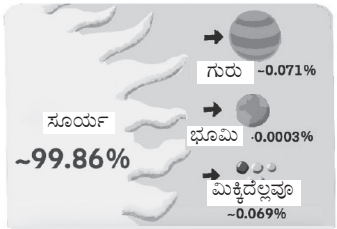
ಐಸ್‌ಕ್ರೀಮ್‌ನಲ್ಲಿ ಗಾಳಿಯ ಘನಫಲವು ಸುಮಾರು 30–50%



ವಿಶ್ವದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ 45% ಜನರು 2022ರ FIFA ವಿಶ್ವಕಪ್‌ನ ಕನಿಷ್ಠ ಭಾಗವನ್ನಾದರೂ ವೀಕ್ಷಿಸಿದ್ದಾರೆ.



ಜಾಗತಿಕವಾಗಿ 80%ರಷ್ಟು ಹದಿಹರೆಯದವರು ಪ್ರತಿದಿನ ಒಂದು ಗಂಟೆಯ ದೈಹಿಕ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಶಿಫಾರಸ್ಸನ್ನು ಪೂರೈಸಲು ವಿಫಲರಾಗಿದ್ದಾರೆ.



ಸೌರವ್ಯೂಹದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯ ಸುಮಾರು 99.86% ಸೂರ್ಯನಲ್ಲಿ ಅಡಕವಾಗಿದೆ.



ವಿಶ್ವದಾದ್ಯಂತ ಸುಮಾರು 52% ಕೃಷಿ ಭೂಮಿಯು ಅವನತಿ ಹೊಂದಿದೆಯೆಂದು ಅಂದಾಜಿಸಲಾಗಿದೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

8.2 ಕೆಲವು ಪ್ರಮಾಣಗಳ ಶೇಕಡಾ



ಉದಾಹರಣೆ 1: ಮಧು ಮತ್ತು ಮಾಧವ್ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಗೆಯ ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳನ್ನು ತಿಂದರು. ಮಧುವಿನ ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳಲ್ಲಿ 25% ಸಕ್ಕರೆಯ ಪ್ರಮಾಣವಿದೆ. ಆದರೆ ಮಾಧವ್‌ನ ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳಲ್ಲಿ 35% ಸಕ್ಕರೆಯ ಪ್ರಮಾಣವಿದೆ. ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ಸಕ್ಕರೆ ತಿಂದರು ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

ನಾವು ಈಗ ನೋಡಿದಂತೆ, ಶೇಕಡಾಗಳು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಪ್ರಮಾಣಗಳು ಅಥವಾ ಸಮಾನುಪಾತಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ವಿವಿಧ ಪ್ರಮಾಣಗಳು ಅಥವಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುತ್ತಿರುವಾಗ ಕೇವಲ ಶೇಕಡಾಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದು ಸೂಕ್ತವಲ್ಲ. ಅಂದರೆ, ಅವರಿಬ್ಬರೂ 100g ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಮಾಧವ್ ಹೆಚ್ಚು ಸಕ್ಕರೆ ತಿಂದನು. 35g (100gನ 35% ಎಂದರೆ 100gಗೆ 35 ಗ್ರಾಂ) v/s ಮಧುವಿನ 25g (100gನ 25% ಎಂದರೆ 100 gಗೆ 25g).

ಒಂದು ವೇಳೆ ಮಧು 120g ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳನ್ನು ತಿಂದರೆ ಮತ್ತು ಮಾಧವ್ 95g ಬಿಸ್ಕತ್‌ಗಳನ್ನು ತಿಂದರೆ ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ಸಕ್ಕರೆ ಸೇವಿಸಿದರು? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಸೇವಿಸಿದ ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳ ತೂಕಕ್ಕೆ ಸಕ್ಕರೆಯ ತೂಕವು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಮಧು 25% ಸಕ್ಕರೆ ಹೊಂದಿರುವ 120g ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳನ್ನು ತಿಂದನು. ಅವನು ತಿಂದ ಸಕ್ಕರೆಯ ಪ್ರಮಾಣವು ಖಾಲಿ ಜಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಮೌಲ್ಯವಾಗಿದೆ.

25 : 100 : : _____ : 120

ಮುಂದುವರೆದು ಕೆಲವು ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

25% ಸಕ್ಕರೆ ಎಂದರೆ

100g ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳಿಗೆ 25g ಸಕ್ಕರೆ,

ಅಂದರೆ 20g ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳಿಗೆ ಐದು ಗ್ರಾಂ ಸಕ್ಕರೆ,

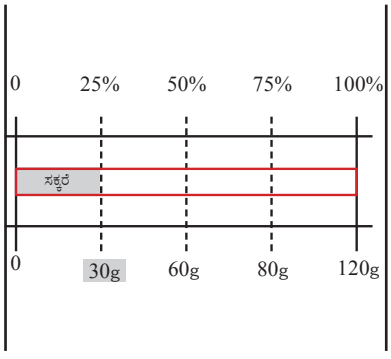
ಆದುದರಿಂದ, 120g ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳಿಗೆ 30g ಸಕ್ಕರೆ.

ಸಮಾನುಪಾತದ ಸಂಬಂಧವನ್ನು

$\frac{25}{100} = \frac{S}{120}$.

ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ.

$S = \frac{25}{100} \times 120 = 30$.



ಯಾವುದೇ ವಿಧಾನಗಳು ನಿಮ್ಮ ಆಲೋಚನೆಗೆ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುತ್ತವೆಯೇ? ಎಲ್ಲಾ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನಿಮಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತೆ?

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ಈಗ, ಮಾಧವ್ ಎಷ್ಟು ಸಕ್ಕರೆ ತಿಂದನು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ. ಅವನು 35% ಸಕ್ಕರೆ ಹೊಂದಿರುವ 95g ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳನ್ನು ತಿಂದನು. ನಾವು ಈ ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ ಬೇರೆಬೇರೆ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅನುಕೂಲಕರವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಅವನು ತಿಂದ 100g ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳಲ್ಲಿ 35g ಸಕ್ಕರೆ ಇದೆ.

ಇದರರ್ಥ, 1g ಬಿಸ್ಕತ್ತಿನಲ್ಲಿ $\frac{35}{100}$g ಸಕ್ಕರೆ ಇದೆ

$\frac{35}{100} = \frac{x}{1} \rightarrow x = \frac{35}{100}$

95g ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳಲ್ಲಿ $\frac{35}{100}$g × 95 = 33.25g ಸಕ್ಕರೆ ಇದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

ಸಮಾನುಪಾತ ಸಂಬಂಧ $\frac{35}{100} = \frac{S}{95}$ ನಲ್ಲಿ 'S' ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಬಹುದು.

ಆದುದರಿಂದ, ಮಾಧವ್ ಹೆಚ್ಚು ಸಕ್ಕರೆ ತಿಂದನು.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಒಂದು ಮೌಲ್ಯದ 80ರ y% ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಇದು $\frac{y}{100}$ × 80 ಆಗಿದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ ಒಂದು ಮೌಲ್ಯದ zನ 45% ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ ಇದು $\frac{45}{100}$ × z ಆಗಿದೆ.

ಮುಕ್ತಹಸ್ತ (ಮಾನಸಿಕ) ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳು

ನಾವು ಈಗಷ್ಟೇ 120ರ 25% ಅನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದ್ದೇವೆ. 25% ಎಂಬುದು $\frac{1}{4}$ (ಕಾಲುಭಾಗ)ಕ್ಕೆ ಸಮವೇ?

ನಾವು 40ರ 25% ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಬಯಸುತ್ತೇವೆ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಇದು 40ರ $\frac{1}{4}$ ಕ್ಕೆ ಸಮವೇ?

ಹೌದು, ಏಕೆಂದರೆ 25 ಎಂಬುದು 100ರ $\frac{1}{4}$ (ಕಾಲುಭಾಗ) ಆಗಿದೆ. ($\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$)

ಆದುದರಿಂದ, 40ರ 25% ಅಂದರೆ $\frac{25}{100}$ × 40 ಇದು $\frac{1}{4}$ × 40ಕ್ಕೆ ಸಮ.

? ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಸೂಚಿಸಲಾದ ಶೇಕಡಾಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. (ಪೆನ್ ಮತ್ತು ಕಾಗದ ಬಳಸದೆ) ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

	100	200	50	80	10	35	287
25%	25						
10%							
20%							
5%							

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ನೀವು ಈ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿದಿರಿ? ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಏನಾದರೂ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾಗಿರುವುದನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದಿರಾ?

ಒಂದು ಮೌಲ್ಯದ 20% ಎಂಬುದು ಅದೇ ಮೌಲ್ಯದ 10%ನ ಎರಡರಷ್ಟು ಎಂದು ನೀವು ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು. 20% (100ರಲ್ಲಿ 20 ಭಾಗಗಳು) ಎಂಬುದು 10% (100ರಲ್ಲಿ 10 ಭಾಗಗಳು)ರ ಎರಡರಷ್ಟು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ.



? ಈ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ಮೇಲಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿನ ಮೌಲ್ಯಗಳ 40% ಎಷ್ಟು ಎಂಬುದನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ.

ಒಂದು ಮೌಲ್ಯದ 20%, 5% ಮತ್ತು 25%ರ ನಡುವೆ ನೀವು ಯಾವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಾ?

(yನ 20%) + (yನ 5%) = yನ 25% ಎಂದು ತೋರುತ್ತದೆ. ಈ ಗುಣಲಕ್ಷಣವು ಯಾವಾಗಲೂ ನಿಜವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು:

$$\left(\frac{20}{100} \times y\right) + \left(\frac{5}{100} \times y\right) = \left(\frac{25}{100} \times y\right)$$

? ಈ ಅವಲೋಕವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿನ ಮೌಲ್ಯಗಳ 15% ಎಷ್ಟು ಎಂದು ಮಾನಸಿಕವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ.

? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಶೇಕಡಾಗಳ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ನೀವು ಮಾನಸಿಕವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದಿರಿ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ: 75%, 90%, 70%, 55%. ನೀವು ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡುತ್ತೀರಿ? ಚರ್ಚಿಸಿ.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

FDP ಟ್ರಯೋ - ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು, ದಶಮಾಂಶಗಳು ಮತ್ತು ಶೇಕಡಾಗಳು

? **ಉದಾಹರಣೆ 2:** ನಾವು ಒಂದು ಮೌಲ್ಯವನ್ನು $\frac{1}{2}$ ದಿಂದ ಗುಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ಆ ಮೌಲ್ಯದ 50% ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು. 0.5 ರಿಂದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು ಸಹ ಮೌಲ್ಯದ 50%ಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೀಡುವುದೇ?

ಹೌದು, $\frac{1}{2}$= 0.5 ಆದುದರಿಂದ,

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = \frac{0.5}{1} = 0.5$$

24ರ 50% = 12
0.5 × 24 = 12

? ಅದೇ ರೀತಿ, ಒಂದು ಪ್ರಮಾಣದ 10%ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಯಾವ ಮೌಲ್ಯದ ದಶಮಾಂಶದೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸಬೇಕು?

? **ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ:**

ಶೇಕಡಾ	50%	100%	25%	75%	10%	1%	5%	43%
ಭಿನ್ನರಾಶಿ	$\frac{50}{100}$							
ದಶಮಾಂಶ	0.5							

ಚಟುವಟಿಕೆ: ನೀವು ಎಷ್ಟು ಹತ್ತಿರ ಬರಬಹುದು?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಮಾಡಿ. ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು a ಮತ್ತು b ಎಂದು ಊಹಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ. ನೀವಿಬ್ಬರೂ ಭಿನ್ನರಾಶಿ $\frac{a}{b}$ (ಇಲ್ಲಿ a<b)ಗೆ ಸಮನಾದ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಬೇಕು ಮತ್ತು ನಿಗದಿತ 5 ಸೆಕೆಂಡುಗಳೊಳಗೆ ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸಬೇಕು. ಯಾರ ಅಂದಾಜು ಹತ್ತಿರವಾಗಿದೆಯೋ ಅವರು ಆ ಸುತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಗೆಲ್ಲುತ್ತಾರೆ. ಇದನ್ನು 10 ಸುತ್ತುಗಳವರೆಗೆ ಆಡಿ.

? **ಉದಾಹರಣೆ 3:** ಒಂದು ಕಿರು ಪರೀಕ್ಷೆಯ ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕಗಳು 75 ಆಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಿರುಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ 80% ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದರೆ ಅವರಿಗೆ 'A' ಗ್ರೇಡ್ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಜುಬಿನ್ ಕನಿಷ್ಠ ಎಷ್ಟು ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದರೆ 'A' ಗ್ರೇಡ್ ಪಡೆಯುತ್ತಾನೆ ?

ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶ ಗುಣಾಕಾರ, ಹಾಗೆಯೇ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ನಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 75ರ 80% ಅನ್ನು ನಾವು ವಿವಿಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಗುಣಾಕಾರ $\longrightarrow \frac{80}{100} \times 75$

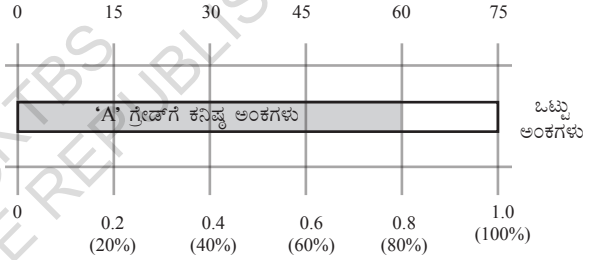
$= \frac{4}{5} \times 75 = 60.$

ದಶಮಾಂಶ ಗುಣಾಕಾರ $\longrightarrow 0.8 \times 75 = 60.$

ಸಮಾನುಪಾತದ ತರ್ಕ $\longrightarrow$

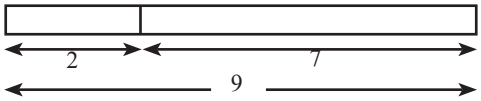
100ರಲ್ಲಿ, ಕನಿಷ್ಠ ಅಂಕವು 80

75ರಲ್ಲಿ, ಅದು $\frac{75 \times 80}{100} = 60$



? **ಉದಾಹರಣೆ 4:** ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಿರಿಧಾನ್ಯದ ಗಂಜಿ (Porridge) ತಯಾರಿಸಲು, ಕುದಿಯಲು ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಬೇಕಾದ ಸಿರಿಧಾನ್ಯ ಮತ್ತು ನೀರಿನ ಅನುಪಾತ 2:7 ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಈ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ ಸಿರಿಧಾನ್ಯದ ಪಾಲಿದೆ? 500 mL ಮಿಶ್ರಣವನ್ನು ತಯಾರಿಸಬೇಕಾದರೆ, ಎಷ್ಟು ಸಿರಿಧಾನ್ಯವನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು ?

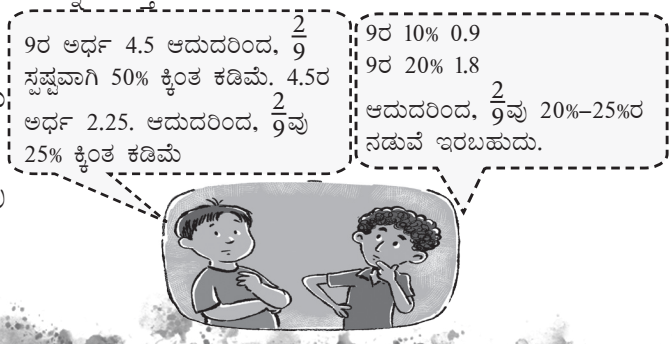
ಈ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಸ್ತಂಭನಕ್ಷೆ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಮಾದರಿ ಮಾಡಬಹುದು.



ಸಿರಿಧಾನ್ಯ ಮತ್ತು ಮಿಶ್ರಣದ ಪ್ರಮಾಣದ ಅನುಪಾತ 2:9 ಆಗಿದೆ. ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಮಿಶ್ರಣದ ಒಂದು ಘಟಕದಲ್ಲಿ ಸಿರಿಧಾನ್ಯವು $\frac{2}{9}$ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ನೀರು $\frac{7}{9}$ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಆಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ.

? ಮೊದಲು $\frac{2}{9}$ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ ಇರಬಹುದು ಎಂದು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಿ.

ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ಸಿರಿಧಾನ್ಯದ ಶೇಕಡಾವು (ಅಂದರೆ ಅಂತಹ 100 ಘಟಕಗಳಲ್ಲಿ)



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$\frac{2}{9} \times 100 = 22.22\%$

ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣವು

100–22.22 = 77.78% ಆಗಿದೆ.

22.22% ಸಿರಿಧಾನ್ಯ ಇರುವ ಮಿಶ್ರಣ ಎಂದರೆ

100 mL ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ 22.22 mL ಸಿರಿಧಾನ್ಯ ಇರುತ್ತದೆ.

ಆದುದರಿಂದ, 22.22% ಸಿರಿಧಾನ್ಯ ಇರುವ 500 mL ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ $5 \times 22.22 = 111.1$ mL ಸಿರಿಧಾನ್ಯ ಇರುತ್ತದೆ.

ನೀಡಿದ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ಮತ್ತು ನಂತರ ಶೇಕಡಾಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು.

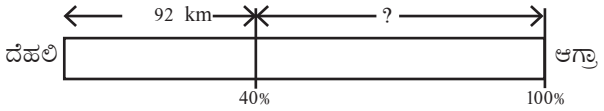


ಲೆಕ್ಕಚಾರ ಮಾಡುವ ಮೊದಲು ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವ ಅಭ್ಯಾಸವು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರಜ್ಞೆಯನ್ನು ಸುಧಾರಿಸಲು ಮತ್ತು ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ನಮಗೆ ನಿಖರ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಬೇಕಾಗದೇ ಇರಬಹುದು. ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ತ್ವರಿತ ಅಂದಾಜುಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ.

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಟಿಪ್ಪಣಿ : ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವ ಅಥವಾ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಭಾಗವಾಗಿ ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವ ಅಭ್ಯಾಸವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರೇರೇಪಿಸಿ. ಅಗತ್ಯ ಬಿದ್ದಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ನೀವು ನೆನಪಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು.

? **ಉದಾಹರಣೆ 5:** ಒಬ್ಬ ಸೈಕಲ್ ಸವಾರನು ದೆಹಲಿಯಿಂದ ಆಗ್ರಾಗೆ ಸೈಕಲ್ ಸವಾರಿ ಮಾಡಿ 40% ಪ್ರಯಾಣ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅವನು 92 km ಕ್ರಮಿಸಿದ್ದರೆ, ಆಗ್ರಾವನ್ನು ತಲುಪಲು ಇನ್ನು ಎಷ್ಟು ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಪ್ರಯಾಣಿಸಬೇಕು?

ಮೊದಲು ಈ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ಸ್ತಂಭನಕ್ಷೆ ಮಾದರಿಯ ಮೂಲಕ ಮಾದರಿ ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.



? ಮುಂದೆ ಪರಿಹರಿಸುವ ಮೊದಲು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಿ.

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ನಿಮ್ಮ ವಿಧಾನವು ನೀಡಿರುವ ಯಾವುದೇ ವಿಧಾನಗಳಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ನಿಮಗೆ ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ವಿಧಾನಗಳು ಇಷ್ಟವಾಯಿತೆ?

ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರದ 40% ಎಂದರೆ 92 km ಎಂದು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಉಳಿದ 60% ದೂರವು, ಎಷ್ಟು ಎಂದು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

NOT TO BE REPUBLISHED © KTBS

ವಿಧಾನ 1 :

40% ಎಂದರೆ 92 km,

ಆದುದರಿಂದ 20% ಎಂದರೆ 46km.

ಇದು 60%ನ್ನು 92+46=138km ಆಗಿಸುತ್ತದೆ.

ವಿಧಾನ 2 :

40%ಗೆ 92 ಆದರೆ, 60%ಗೆ ಎಷ್ಟು?

40 : 92 : : 60 : ?

$$\frac{40}{92} = \frac{60}{r}$$

('r' ಉಳಿದ ದೂರವಾಗಿದೆ)

$$r = 60 \times \frac{92}{40} = 138\text{km}$$

ವಿಧಾನ 3:

$$\frac{40}{100} = \frac{92}{d}$$

('d' ಒಟ್ಟು ದೂರವಾಗಿದೆ)

$$d = 92 \times \frac{100}{40} = 230.$$

ಉಳಿದ ದೂರ =

230 km – 92 km

= 138 km.

ವಿಧಾನ 4:

'x' ಉಳಿದ ದೂರವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ ದೆಹಲಿಯಿಂದ ಆಗ್ರಾಗೆ ಇರುವ ಒಟ್ಟು ದೂರವು $(x + 92)$.

ಆದುದರಿಂದ,

92ವು ಈ ಒಟ್ಟು ದೂರದ 40% ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವುದರಿಂದ,

$$\frac{40}{100} \times (x + 92) = 92.$$

$$(x + 92) = 92 \times \frac{100}{40}$$

$$x = 230 - 92 = 138 \text{ km}$$



ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವುದರಿಂದ ನೀಡಿರುವ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಲು ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ.

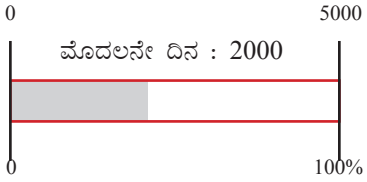
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

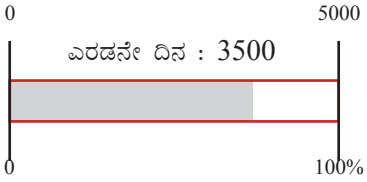
100ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಶೇಕಡಾಗಳು

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ, ನಾವು 100 ಅಥವಾ 100 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮೌಲ್ಯದ ಶೇಕಡಾಗಳನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. 100ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮೌಲ್ಯದ ಶೇಕಡಾಗಳು ಇರಬಹುದೇ? ಶೇಕಡಾ 100ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ ಅದರ ಅರ್ಥವೇನು? ನಾವು ಅನ್ವೇಷಿಸೋಣ.

? **ಉದಾಹರಣೆ 6:** ಕಿಶನ್‌ಲಾಲ್ ಇತ್ತೀಚೆಗೆ ಒಂದು ಬಟ್ಟೆ ಅಂಗಡಿಯನ್ನು ತೆರೆದನು. ಅವನು ಪ್ರತಿದಿನ ಕನಿಷ್ಠ ₹5000 ಮಾರಾಟದ ಗುರಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾನೆ. ಮೊದಲ ಎರಡು ದಿನಗಳ ಮಾರಾಟ ₹2000 ಮತ್ತು ₹3500 ಆಗಿತ್ತು. ಅವನು ತನ್ನ ಗುರಿಯ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾವನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದನು ?

ಶೇಕಡಾ ಗುರಿ ಸಾಧಿಸುವುದನ್ನು ಕೆಳಗೆ ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಲಾಗಿದೆ.





ಗುರಿಯ ಶೇಕಡಾ:

$$\frac{2000}{5000} \times 100 = 40\%$$

$$40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5} = 0.4$$

ಗುರಿಯ ಶೇಕಡಾ:

$$\frac{3500}{5000} \times 100 = 70\%$$

$$70\% = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} = 0.7$$

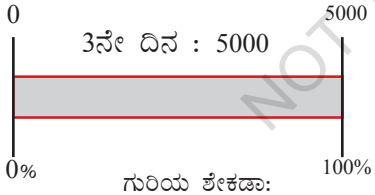
ಮೊದಲನೇ ದಿನ 40% ಮತ್ತು 2ನೇ ದಿನ 70% ಆಗಿದೆ.

ಅದನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ – ಅವನು ಮೊದಲನೇ ದಿನ ತನ್ನ ಗುರಿಗಿಂತ 60% ಕಡಿಮೆ ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ದಿನ ತನ್ನ ಗುರಿಗಿಂತ 30% ಕಡಿಮೆ ಸಾಧಿಸಿದ್ದಾನೆ.

? ಮುಂದಿನ ಎರಡು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ, ಅವನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ₹5000 ಮತ್ತು ₹6000 ಗಳಿಸಿದನು. ಅವನ ಗುರಿಯ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ ಈ ಮೌಲ್ಯಗಳಾಗಿವೆ?

ಅವನ ಗುರಿ ₹5000, ಮತ್ತು ಅವನು ಮೂರನೇ ದಿನದಂದು ₹5000 ಗಳಿಸಿದನು. ಇದು 100%. 4ನೇ ದಿನದಂದು ಅವನು ₹6000 ಗಳಿಸಿದನು. ಇದು ಅವನ ಗುರಿಗಿಂತ 1000 ಹೆಚ್ಚು.

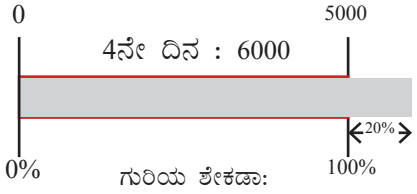
? ನಾಲ್ಕನೇ ದಿನದಂದು ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ ಗುರಿಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದನು?



ಗುರಿಯ ಶೇಕಡಾ:

$$\frac{5000}{5000} \times 100 = 100\%$$

$$100\% = \frac{100}{100} = \frac{1}{1} = 1.0$$



ಗುರಿಯ ಶೇಕಡಾ:

$$\frac{6000}{5000} \times 100 = 120\%$$

$$120\% = \frac{120}{100} = \frac{6}{5} = 1.2$$

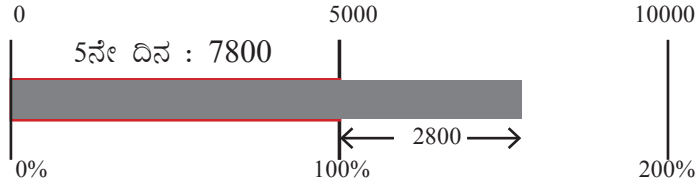
1000ವು 5000ದ 20% ಆಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ, 6000, (5000+1000) ಎಂಬುದು 100%+20%=5000ದ 120% ಆಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಹೀಗೂ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

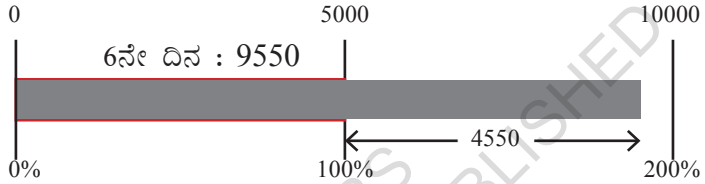
$$\frac{6000}{5000} \times 100 = \frac{6}{5} \times 100 = 120\%$$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ಇದರ ಅರ್ಥ ಅವನು ತನ್ನ ಗುರಿಯ 120% ಅನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಅಂದರೆ ಅವನ ಗುರಿಗಿಂತ 20% ಹೆಚ್ಚು.

? ಐದನೇ ಮತ್ತು ಆರನೇ ದಿನಗಳಂದು ಅವನ ಮಾರಾಟದ ಮೊತ್ತವು ಕ್ರಮವಾಗಿ ₹7,800 ಮತ್ತು ₹9550 ಆಗಿತ್ತು. ಈ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಿದ ಗುರಿಯ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ.





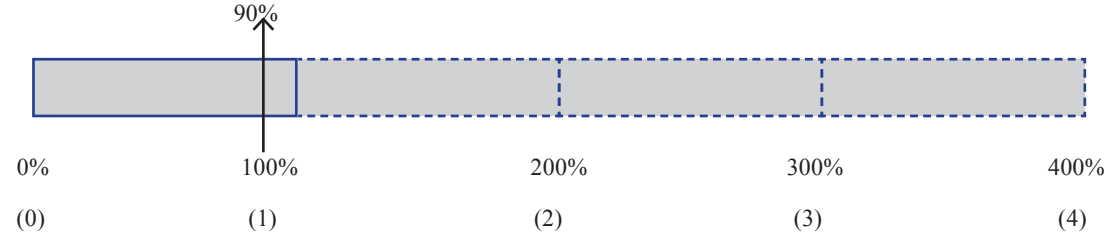
? 7ನೇ ದಿನದಂದು, ಅವನು ತನ್ನ ಗುರಿಯ 150% ಅನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದನು. 8ನೇ ದಿನದಂದು, ಅವನು ತನ್ನ ಗುರಿಯ 210% ಅನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದನು. ಈ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಮಾರಾಟವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಒಂದು ದಿನ ಅವನು ₹2500 ಗಳಿಸಿದನು ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಇದನ್ನು "ಅವನು ತನ್ನ ಗುರಿಯ $\frac{1}{2}$ (ಅರ್ಧ) ದಷ್ಟು ಸಾಧಿಸಿದನು" ಅಥವಾ "ಅವನು ತನ್ನ ಗುರಿಯ 50% ಅನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದನು" ಅಥವಾ "ಅವನು ತನ್ನ ಗುರಿಯ 0.5ರಷ್ಟು ಸಾಧಿಸಿದನು" ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು. ಅವನು ಇನ್ನೊಂದು ದಿನ, ₹10,000 ಗಳಿಸಿದನು. ಇದನ್ನು "ಅವನು ತನ್ನ ಗುರಿಯ ಎರಡರಷ್ಟು / ದುಪ್ಪಟ್ಟು / ಅವನ ಗುರಿಯ ಎರಡು ಪಟ್ಟು" ಸಾಧಿಸಿದನು ಅಥವಾ "ಅವನು ತನ್ನ ಗುರಿಯ 200% ರಷ್ಟು ಸಾಧಿಸಿದನು" ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

? **ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಅಂದಾಜು ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.**

ಶೇಕಡಾ	90%	110%	200%	250%	15%	173%	358%	28.9%	305%
ಭಿನ್ನರಾಶಿ									
ದಶಮಾಂಶ									

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಉದಾಹರಣೆ 7: ಒಬ್ಬ ರೈತನು ಕಳೆದ ವರ್ಷ 260 kg ಗೋಧಿಯನ್ನು ಕಟಾವು ಮಾಡಿದನು. ಈ ವರ್ಷ ಅವನು 650 kg ಗೋಧಿಯನ್ನು ಕಟಾವು ಮಾಡಿದನು. ಈ ವರ್ಷದ ಕಟಾವು ಕಳೆದ ವರ್ಷದ ಕಟಾವಿನ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾವಾಗಿದೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

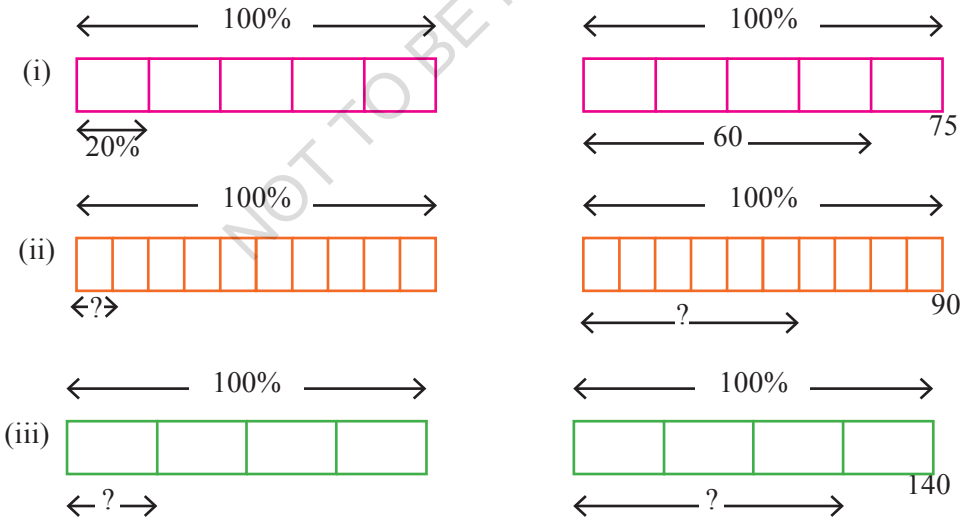
$$\text{ಈ ವರ್ಷದ ಕಟಾವು} = \frac{650}{260} \times 100 = \text{ಕಳೆದ ವರ್ಷದ ಕಟಾವಿನ } 250\% \text{ ರಷ್ಟು.}$$

250% ಅಂದರೆ ಅದು ಮೂಲ ಮೌಲ್ಯದ 2.5ರಷ್ಟು ಆಗಿದೆ.

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಯಾವುದೇ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಮೊದಲು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಿ. ಮಾನಸಿಕ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳು ಸೇರಿದಂತೆ ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

1. ಬಿಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಮೊದಲ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಈಗಾಗಲೇ ಪರಿಹರಿಸಲಾಗಿದೆ.



© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

2. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಗೆ ಬಾರ್ (ಆಯತ) ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಸಹ ಎಳೆಯಿರಿ.

i) 160ರ 25% ii) 250ರ 16% iii) 360ರ 62%

iv) 40ರ 140% v) 1 ಗಂಟೆಯ 1% vi) 10 kgಯ 7%

3. ಸೂರ್ಯನು 60 mL ಕಡು ಕಿತ್ತಳೆ ಬಣ್ಣವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದನು. ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣವು ಕಡು ಕಿತ್ತಳೆ ಬಣ್ಣದ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟಿದ್ದರೆ ಅವನು ಎಷ್ಟು ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣವನ್ನು ಬಳಸಿದನು ?

4. ಕೆಲವು ಜೋಡಿ ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಬಾಕ್ಸ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು '>', '<', '=' ಗುರುತಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ. ದೃಶ್ಯೀಕರಣ ಅಥವಾ ಅಂದಾಜು ಕ್ರಮ ಸಹಾಯ ಮಾಡಬಹುದು. ಅಗತ್ಯವಿದ್ದರೆ ಅಥವಾ ಪರಿಶೀಲನೆಗಾಗಿ ಮಾತ್ರ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ.

(i) 510ರ 50% ☐ 515ರ 50% (ii) 148ರ 37% ☐ 148ರ 73%

(iii) 43ರ 29% ☐ 110ರ 92% (iv) 40ರ 30% ☐ 50ರ 40%

(v) 200ರ 45% ☐ 490ರ 10% (vi) 80ರ 30% ☐ 64ರ 24%

5. ಸೂಕ್ತವಾದ ಉತ್ತರಗಳಿಂದ ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ.

i) kನ 30% ವು 70 ಆಗಿದೆ. kನ 60% _____, kನ 90% _____, kನ 120% _____

ii) mನ 100% ವು 215 ಆಗಿದೆ. mನ 10% _____, mನ 1% _____, mನ 60% _____

iii) nನ 90% ವು 270 ಆಗಿದೆ. nನ 90% _____, nನ 180% _____, nನ 100% _____

iv) ಇದೇ ರೀತಿ ಇನ್ನೂ 2 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಸೃಜಿಸಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳಿಗೆ ಸವಾಲು ಹಾಕಿ.

6. ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ:

i) 3 ಎಂಬುದು 300ರ _____ % ಆಗಿದೆ.

ii) _____ ಎಂಬುದು 4ರ 40% ಆಗಿದೆ.

iii) 40 ಎಂಬುದು _____ ರ 80% ಆಗಿದೆ.

7. ಒಂದು ದಿನದ 10% ಒಂದು ವಾರದ 1% ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ದೀರ್ಘವಾಗಿದೆಯೇ? ಇಂತಹ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳಿಗೆ ಸವಾಲು ಹಾಕಿ.

8. ಮರಿಯಮ್‌ನ ಜಮೀನಿನಲ್ಲಿ (Farm) ಒಂದು ವಿಚಿತ್ರವಾದ ಹೋರಿ ಇದೆ. ಒಂದು ದಿನ ಅವಳು ಹೋರಿಗೆ 2 ಯೂನಿಟ್ ಮೇವು ಕೊಟ್ಟಳು ಮತ್ತು ಹೋರಿ 1 ಯೂನಿಟ್ ತಿಂದಿತು. ಮರುದಿನ ಅವಳು ಹೋರಿಗೆ 3 ಯೂನಿಟ್ ಮೇವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಳು ಮತ್ತು ಹೋರಿಯು 2 ಯೂನಿಟ್ ಮೇವನ್ನು ತಿಂದಿತು. ನಂತರದ ದಿನ

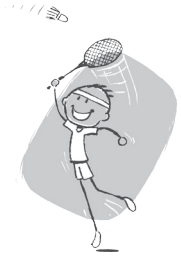
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಅವಳು ಹೋರಿಗೆ 4 ಯೂನಿಟ್ ಮೇವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಳು ಮತ್ತು ಹೋರಿಯು 3 ಯೂನಿಟ್ ಮೇವನ್ನು ತಿಂದಿತು. ಇದು ಹೀಗೆಯೆ ಮುಂದುವರೆಯಿತು ಮತ್ತು 99ನೇ ದಿನ ಅವಳು ಹೋರಿಗೆ 100 ಯೂನಿಟ್ ಮೇವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಳು ಮತ್ತು ಹೋರಿಯು 99 ಯೂನಿಟ್ ಮೇವನ್ನು ತಿಂದಿತು. ಈ ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ. ಈ ಕಾರ್ಯವನ್ನು / ಕಾರ್ಯಭಾರವನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ವಿತರಿಸಬಹುದು. ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

9. ಒಂದು ಕಾಫಿ ತೋಟದಲ್ಲಿ ಕಾರ್ಮಿಕರು 20% ತೋಟದಲ್ಲಿ ಕಾಫಿ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಕೀಳಲು 18 ದಿನ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಇಡೀ ತೋಟದ ಕಾಫಿ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಕೀಳುವ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ಅವರು ಎಷ್ಟು ದಿನ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ? ಕೆಲಸದ ದರ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಿ. ಈ ಊಹೆ ಏಕೆ ಅಗತ್ಯ?

10. ಬ್ಯಾಡ್ಮಿಂಟನ್ ತರಬೇತಿದಾರನು ತರಬೇತಿ ಅವಧಿಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಕಂಡಂತೆ ಯೋಜಿಸಿದ್ದಾರೆ.



ಸಿದ್ದಗೊಳ್ಳುವಿಕೆ : ಆಟ : ಸುಧಾರಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಿಕೆಗಳ ಅನುಪಾತವು 10%:80%:10% ಆಗಿದೆ. ಅವನು 90 ನಿಮಿಷಗಳ ತರಬೇತಿಯನ್ನು ನೀಡಲು ಬಯಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಮಾಡಬೇಕು?

11. ಜಗತ್ತಿನ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂದಾಜು 90% ಜನರು ಉತ್ತರ ಗೋಳಾರ್ಧದಲ್ಲಿ ವಾಸಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ ಈ ವರ್ಷದ ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ಉತ್ತರ ಗೋಳಾರ್ಧದಲ್ಲಿ ವಾಸಿಸುವ ಜನರ (ಅಂದಾಜು) ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12. 4 ಜನರಿಗಾಗುವಷ್ಟು ಹಲ್ವಾ (halwa) ಎಂಬ ಖಾದ್ಯದ ಪಾಕವಿಧಾನವು, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಪದಾರ್ಥಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ರವೆ:40%, ಸಕ್ಕರೆ:40% ಮತ್ತು ತುಪ್ಪ:20%.

i) ನೀವು 8 ಜನರಿಗೆ ಹಲ್ವಾ ಮಾಡಲು ಬಯಸಿದರೆ, ಬೇಕಾಗುವ ಮೇಲಿನ ಪದಾರ್ಥಗಳ ಪ್ರಮಾಣ ಎಷ್ಟು?

ii) ಪದಾರ್ಥಗಳ ಒಟ್ಟು ತೂಕವು 2 kg ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ರವೆ, ಸಕ್ಕರೆ ಮತ್ತು ತುಪ್ಪ ಇರುತ್ತದೆ?

8.3 ಶೇಕಡಾಗಳ ಬಳಕೆ

ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಇಶಾಳು ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಕಿರು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ 50ಕ್ಕೆ 42 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ವಿಜ್ಞಾನ ಕಿರು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ 80ಕ್ಕೆ 70 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ್ದಾಳೆ. ಅವಳು ಇಂಗ್ಲೀಷ್‌ನಲ್ಲಿ ಕೇವಲ 8 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕಳೆದುಕೊಂಡಿರುವುದರಿಂದ, ಆದರೆ ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ 10 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕಳೆದುಕೊಂಡಿರುವುದರಿಂದ, ಅವಳು ಇಂಗ್ಲೀಷ್‌ನಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಮಾಡಿದ್ದೇನೆ ಎಂದು ಯೋಚಿಸುತ್ತಾಳೆ. ರೀಮಾ ಇದನ್ನು ಒಪ್ಪುವುದಿಲ್ಲ! ಇಶಾಳು ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಅವಳು ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಮಾಡಿದ್ದಾಳೆ ಎಂದು ರೀಮಾ ವಾದಿಸುತ್ತಾಳೆ, ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ನಾವು ಅಂಕಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ವಿಷು ಯೋಚಿಸುತ್ತಾನೆ. ನಿಮ್ಮ ಪ್ರಕಾರ ಯಾರು ಸರಿಯಾಗಿ ಯೋಚಿಸಿದ್ದಾರೆ?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

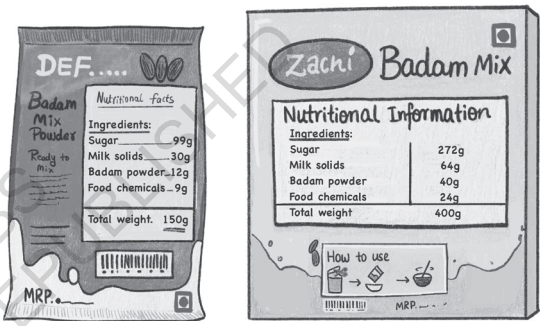
ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಹೋಲಿಕೆ ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ ಅಲ್ಲವೇ? ಈ ರೀತಿಯ ಹೋಲಿಕೆಗಳಿಗಾಗಿ, ನಾವು ಎರಡೂ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾ ಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಅಂಕಗಳ ಶೇಕಡಾ $= \frac{42}{50} \times 100 = 84\%$

ವಿಜ್ಞಾನ ಅಂಕಗಳ ಶೇಕಡಾ $= \frac{70}{80} \times 100 = 87.5\%$.

ವಿಜ್ಞಾನದ ಅಂಕಗಳು (ಶೇಕಡಾ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ) ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಅಂಕಗಳಿಗಿಂತ (ಶೇಕಡಾ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ) ಹೆಚ್ಚಿವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಇಶಾಳು ವಿಜ್ಞಾನ ಕಿರುಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮ ಅಂಕ ಗಳಿಸಿದ್ದಾಳೆ ಎಂದು ನಾವು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು.

ನಿಮ್ಮ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿ. (KYC)



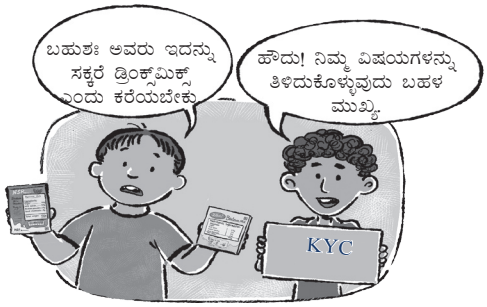
ಉದಾಹರಣೆ 2: ಮಧು ಮತ್ತು ಮಾಧವ್ ಇತ್ತೀಚೆಗೆ ಸಂಸ್ಕರಿಸಿದ ಆಹಾರ ಪದಾರ್ಥಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸುವ ಮೊದಲು ಲೇಬಲ್‌ಗಳನ್ನು ಓದುವ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ಬಾದಾಮಿ ಡ್ರಿಂಕ್ ಮಿಕ್ಸ್ ಖರೀದಿಸಲು ಒಂದು ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ಎರಡು ಉತ್ಪನ್ನಗಳನ್ನು ನೋಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ ಮತ್ತು ಯಾವುದು ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರಮಾಣದ ಬಾದಾಮಿ ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ಆಶ್ಚರ್ಯ ಪಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ನೀವು ಅದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ? ಯಾವ ಉತ್ಪನ್ನವು ಕಡಿಮೆ ಪ್ರಮಾಣದ ಆಹಾರ ರಾಸಾಯನಿಕಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತದೆ ?

ಪದಾರ್ಥಗಳ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಶೇಕಡಾ ಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದರೆ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡುವುದು ಸುಲಭ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

DEF ನ ಸಕ್ಕರೆ ಅಂಶವು ಒಟ್ಟು ತೂಕದ ಶೇಕಡಾ $= \frac{99}{150} \times 100 = 66\%$.

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಲು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ.

	ಸಕ್ಕರೆ	ಹಾಲಿನ ಘನ ವಸ್ತುಗಳು	ಬಾದಾಮಿ ಪುಡಿ	ಆಹಾರ ರಾಸಾಯನಿಕಗಳು
DEF	66%			
Zacni				



ಪ್ರತಿ ಉತ್ಪನ್ನದ ಶೇಕಡಾಗಳು 100 ಆಗುತ್ತದೆಯೇ (100ಕ್ಕೆ ಸೇರುತ್ತವೆಯೇ) ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ಶೇಕಡಾ ಹೆಚ್ಚಳ ಅಥವಾ ಇಳಿಕೆ

ಪ್ರಮಾಣಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯ ದರವನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಶೇಕಡಾಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

1. 3 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಒಂದು kg ಟೊಮ್ಯಾಟೋ ಬೆಲೆ ₹30 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಮತ್ತು ಈಗ ಅದರ ಬೆಲೆ ₹42 ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಿ. ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿನ ಹೆಚ್ಚಳ ₹12 ಆಗಿದೆ.

$$\text{ಶೇಕಡಾ ಹೆಚ್ಚಳ} = \frac{\text{ಹೆಚ್ಚಳದ ಮೊತ್ತ}}{\text{ಮೂಲ ಮೊತ್ತ}} \times 100$$

$$= \frac{12}{30} \times 100 = 40\%.$$

ಕಳೆದ 3 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಟೊಮ್ಯಾಟೋ ಬೆಲೆ 40% ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

2. ಕೋವಿಡ್‌ಗಿಂತ ಮುಂಚೆ ಈ ಚಿತ್ರಮಂದಿರದಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ಜನಸಂದಣಿ 160 ಇತ್ತು. ಈಗ ಅದು ಕೇವಲ 100 ಆಗಿದೆ. ಜನಸಂದಣಿಯ ಇಳಿಕೆ 60 ಆಗಿದೆ.

$$\text{ಇಳಿಕೆಯ ಶೇಕಡಾ} = \frac{\text{ಇಳಿಕೆಯ ಮೊತ್ತ}}{\text{ಮೂಲ ಮೊತ್ತ}} \times 100$$

$$= \frac{60}{160} \times 100 = 37.5\%$$

ಕೋವಿಡ್ ನಂತರ ಈ ಚಿತ್ರಮಂದಿರದಲ್ಲಿ ಜನ ಸಂದಣಿ 37.5% ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

? **ಉದಾಹರಣೆ 3:** ಕೆಳಗಿನ ಎರಡೂ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಒಂದೇ ಅರ್ಥವನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆಯೇ?

(i) 1991ರಲ್ಲಿ ಈ ರಾಜ್ಯದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 1961ರ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ 165% ಆಗಿದೆ.
(ii) 1961 ರಿಂದ 1991ರ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಈ ರಾಜ್ಯದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 65% ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ.

ಹೌದು, ಎರಡೂ ಒಂದೇ ಅರ್ಥವನ್ನು ನೀಡುತ್ತಿವೆ. 1961 ರಲ್ಲಿ ರಾಜ್ಯದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ 'p' ಮತ್ತು 1991ರಲ್ಲಿ ರಾಜ್ಯದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ 'q' ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ.

ಹೇಳಿಕೆ (i) ಸೂಚಿಸುವುದೇನೆಂದರೆ,	ಹೇಳಿಕೆ (ii) ಸೂಚಿಸುವುದೇನೆಂದರೆ,
q = pಯ 165%	q = p + pಯ 65%
$q = \frac{165}{100} \times p = 1.65p$	$q = p + 0.65 \times p = 1.65p$

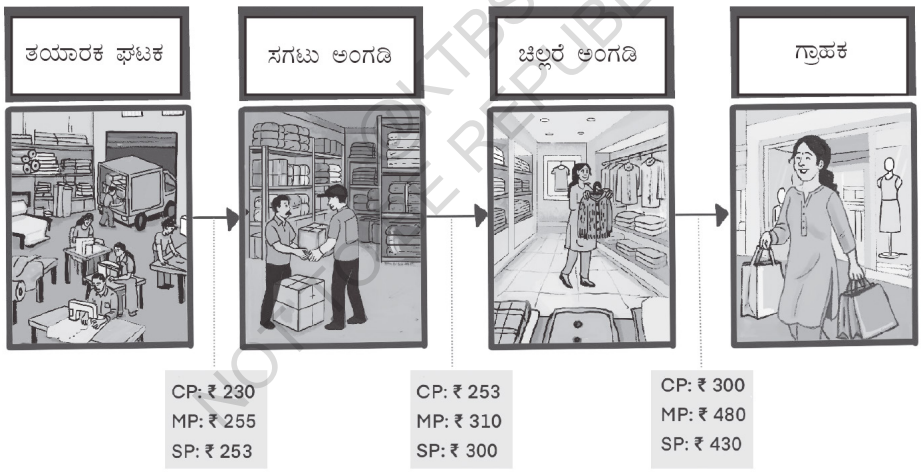
ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, 1991ರಲ್ಲಿ ರಾಜ್ಯದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 1961ರ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ 1.65ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಲಾಭ ಮತ್ತು ನಷ್ಟ

ನೀವು ಏನನ್ನಾದರೂ ಖರೀದಿಸುವ ಅನುಭವ ಹೊಂದಿರಬಹುದು – ತಿಂಡಿಗಳು, ದಿನಸಿ ಸಾಮಾನುಗಳು, ಬಟ್ಟೆಗಳು, ಆಟಿಕೆಗಳು ಇತ್ಯಾದಿ., ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಅಂಗಡಿಯವರು ಬೆಲೆಯನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಸ್ವಲ್ಪ ಚೌಕಾಸಿ ಮಾಡಿದ ನಂತರ ಗ್ರಾಹಕರು ಮಾತುಕತೆ ನಡೆಸಿದ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಪಾವತಿಸಿ ಆ ವಸ್ತು(ಗಳನ್ನು) ಖರೀದಿಸುತ್ತಾರೆ. ಅಂಗಡಿಯವರು ಉಲ್ಲೇಖಿಸಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ನಾವು **ನಮೂದಿಸಿದ ಬೆಲೆ** (ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಇದು ವಸ್ತುವಿನ MRP ಆಗಿರಬಹುದು) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ರಿಯಾಯಿತಿಯ ನಂತರ ಗ್ರಾಹಕರು ಪಾವತಿಸಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು **ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೆ ಅಂಗಡಿಯವರು ಆ ವಸ್ತುವನ್ನು ಖರೀದಿಸಲು ಪಾವತಿಸಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು **ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಯ ಮೂಲಕ ಈ ಲೇಬಲ್‌ಗಳು ಸಂದರ್ಭಕ್ಕೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ.

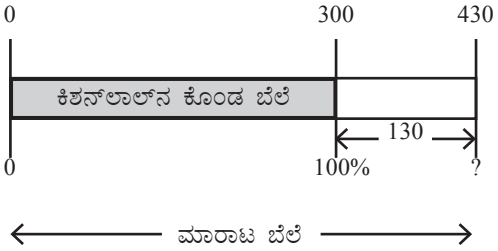
ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವು ತಯಾರಕರಿಂದ ಗ್ರಾಹಕರವರೆಗೆ ಸ್ವೆಟರ್‌ನ ಚಲನೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಹಂತದಲ್ಲೂ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ (CP), ನಮೂದಿಸಿದ ಬೆಲೆ (MP), ಮತ್ತು ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ (SP) ಏನೆಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.



ಕಿಶನ್‌ಲಾಲ್ (ಚಿಲ್ಲರೆ ವ್ಯಾಪಾರಿ) ಪ್ರತಿ ಸ್ವೆಟರ್‌ಗೆ ₹300 ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಸಗಟು ವ್ಯಾಪಾರಿಯಿಂದ ಸ್ವೆಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅವನು ತನ್ನ ಗ್ರಾಹಕರಿಗೆ ನಮೂದಿಸುವ ಬೆಲೆಯು ₹480 ಆಗಿದೆ. ಚೌಕಾಸಿ ಮಾಡಿದ ನಂತರ, ಅವನು ಈ ಸ್ವೆಟರನ್ನು ₹430ಕ್ಕೆ ಮಾರುತ್ತಾನೆ. ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆಯು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಇದರಿಂದ ₹430–₹300=₹130 ಲಾಭವಾಗುತ್ತದೆ. ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆಯು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿದ್ದರೆ ಅದು ನಷ್ಟಕ್ಕೆ ಕಾರಣವಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 4: ಈ ಸ್ಟೇಟರ್ ಮಾರಾಟದಲ್ಲಿ ಕಿಶನ್‌ಲಾಲ್ ಮಾಡಿದ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಮಾಡಿದ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯನ್ನು 100% ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು. ಈ ಪಕ್ಕದ ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರವು ಈ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ.



ಲಾಭದ ಮೊತ್ತವು ₹130 ಆಗಿದೆ.

ಶೇಕಡ ಲಾಭವು $\frac{130}{300} \times 100 = 43.3\%$. ಆಗಿದೆ.

ಸಗಟು ವ್ಯಾಪಾರಿ ಮತ್ತು ತಯಾರಕರು ಮಾಡಿದ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಶಾಂಭವಿಯು ಒಂದು ಸ್ಟೇಷನರಿ ಅಂಗಡಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ. ಅವಳು ಪ್ರತಿ ಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ ₹36ರಂತೆ 200 ಪುಟಗಳ ನೋಟ್‌ಬುಕ್‌ಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಅವುಗಳನ್ನು 20% ಲಾಭಾಂಶದೊಂದಿಗೆ ಮಾರುತ್ತಾಳೆ. ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

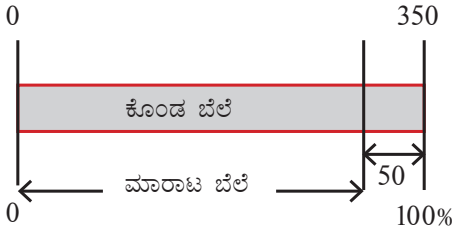
ಅವಳು ಕ್ರೆಯಾನ್ ಬಾಕ್ಸ್‌ಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿ ಬಾಕ್ಸ್‌ಗೆ ₹50ರಂತೆ 25% ಲಾಭಾಂಶದೊಂದಿಗೆ ಮಾರುತ್ತಾಳೆ. ಶಾಂಭವಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಗಟು ವ್ಯಾಪಾರಿಯಿಂದ ಎಷ್ಟು ಬೆಲೆಗೆ ಖರೀದಿಸಿದ್ದಳು?

ಉದಾಹರಣೆ 5: ರಘುವಿನ ದಿನಸಿ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಅಕ್ಕಿಯ ದಾಸ್ತಾನು ಹಳೆಯದಾಗುತ್ತಿದೆ. ಅವನು ಪ್ರತಿ kgಗೆ ₹35ರಂತೆ ಅಕ್ಕಿಯನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದ್ದನು. ತನ್ನ ದಾಸ್ತಾನನ್ನು ತೆರವುಗೊಳಿಸಲು, ಅವನು 10kg ಅಕ್ಕಿಯನ್ನು ₹300ಕ್ಕೆ ಮಾರುತ್ತಾನೆ. ಈ ವಹಿವಾಟುವಿನಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10kg ಅಕ್ಕಿಯನ್ನು ಖರೀದಿಸಲು ರಘು ಪಾವತಿಸಿದ ಮೊತ್ತವು ₹350. ಅವನು 10kg ಅಕ್ಕಿಯನ್ನು ₹300ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದನು.

ನಷ್ಟವು ₹350–₹300=₹50

ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ = $\frac{50}{350} \times 100 = 14.28\%$ ಆಗಿದೆ.



ಇದರ ಬದಲಾಗಿ ನಾವು ಪ್ರತಿ kgಗೆ ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಬಹುದಿತ್ತೇ? ಅದು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತಿತ್ತೇ?

ಉದಾಹರಣೆ 6: ಶ್ಯಾಮಲಾ ಪ್ರತಿ ಘಟಕಕ್ಕೆ ₹2650ರಂತೆ ಅಲಂಕಾರಿಕ ಹೂದಾನಿಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ್ದಳು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹೂದಾನಿಯು ಸ್ವಲ್ಪ ಹಾನಿಯಾಗಿತ್ತು. ಅವಳು ಅದನ್ನು 18% ನಷ್ಟದಲ್ಲಿ ಮಾರಲು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಈ ಹೂದಾನಿಯನ್ನು ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಅವಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸಿಗುತ್ತದೆ?

ಇದನ್ನು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನೀಡಿರುವ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸುವ ಒಂದು ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಇದನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಎರಡು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಖರೀದಿಸಿದ ಬೆಲೆ 100% ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ, ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆಯು ಖರೀದಿಸಿದ ಬೆಲೆಗಿಂತ 18% ಕಡಿಮೆ ಇದೆ. ಅಂದರೆ, ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ 82% ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

2650ರ 82% = 0.82 × 2650 = 2173

ನಷ್ಟದ ಮೊತ್ತವು 2650ರ 18% ಆಗಿದೆ. ಅಂದರೆ, $\frac{18}{100} \times 2650 = 477$. ಇದನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದ ಬೆಲೆಯಿಂದ ಕಳೆಯುವುದರಿಂದ

2650 – 477 = 2173 ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಹಾನಿಗೊಳಗಾದ ಹೂದಾನಿಯ ಮಾರಾಟ ಮೊತ್ತವು ₹2173 ಆಗಿದೆ.

? ಭಾರಿ ಮಳೆಯಿಂದಾಗಿ, ಸ್ನೇಹಲ್ ತನ್ನ ಪಂಚಗಣಿ ತೋಟದಿಂದ ಹೈದರಾಬಾದಿಗೆ ಸ್ಟ್ರಾಬೆರಿಗಳನ್ನು ಸಾಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಲಿಲ್ಲ. ಅವನು ತನ್ನ ಕೆಲವು ಸ್ಟಾಕ್‌ಗಳನ್ನು kgಗೆ ₹80ರಂತೆ 12% ನಷ್ಟದಲ್ಲಿ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

ಅಂಗಡಿಗಳು ಈ ರಿಯಾಯಿತಿಗಳನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ಬಹುಶಃ ನೀವು ನೋಡಿರಬಹುದು! 30% ಕಡಿತ (ಅಥವಾ 30% ರಿಯಾಯಿತಿ) ಎಂದರೆ ಏನು ಎಂದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆಯೇ ? ಇದರ ಅರ್ಥ ಅಂಗಡಿಯು ಆ ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು 30% ರಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲು ಇಚ್ಛಿಸುತ್ತದೆ.



? ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಗಳ ಅಂಗಡಿಯು ₹1800 MRP ಇರುವ ಕುಕ್ಕರ್ ಮೇಲೆ 35% ರಿಯಾಯಿತಿ ನೀಡುತ್ತಿದೆ. ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು? ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯು ₹900 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಮಾರಾಟದ ನಂತರ ಮಾಡಿದ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ ಎಷ್ಟು?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಕಳೆದ ತಿಂಗಳು ಕಿಶನ್‌ಲಾಲ್ ₹80,000 ಮಾರಾಟ ಗುರಿಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದ್ದಾನೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಇದರಲ್ಲಿ ಅವನು ಕಳೆದ ತಿಂಗಳು ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದ ಈ ಸರಕುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಲು ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದ ಮೊತ್ತ ₹48000 ಆಗಿತ್ತು. ಮೊತ್ತದ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ₹80000–₹48000=₹32000. ಇದನ್ನು **ಒಟ್ಟು ಲಾಭ** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

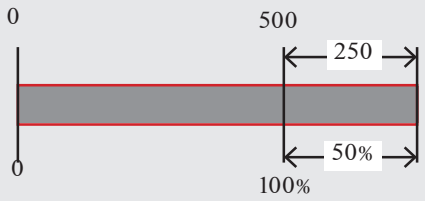
ಅವನು ಮಾಡಿದ ₹8000 ಇತರೆ ವೆಚ್ಚಗಳನ್ನು (ಸಾರಿಗೆ ವೆಚ್ಚ, ನೌಕರರ ಸಂಬಳ, ವಿದ್ಯುಚ್ಛಕ್ತಿ ಬಿಲ್ ಇತ್ಯಾದಿ) ಕಡಿತಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ಉಳಿದ ಮೊತ್ತವನ್ನು **ನಿವ್ವಳ ಲಾಭ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದು ₹32000–₹8,000=₹24,000 ಆಗಿದೆ.

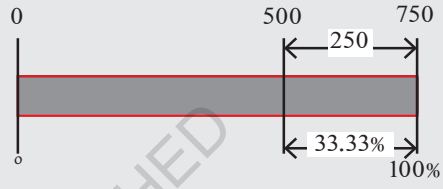
ಗಮನಿಸಿ: ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಲಾಭ ಎಂಬ ಪದವು ಒಟ್ಟು ಲಾಭವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಮನಿಷಾ ಗೊಬ್ಬರವನ್ನು ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತಾಳೆ. ಅವಳು ಪ್ರತಿ 50kg ಚೀಲವನ್ನು ₹500ಕ್ಕೆ ಖರೀದಿಸಿ ನಂತರ ಪ್ರತಿ ಚೀಲವನ್ನು ₹750ಕ್ಕೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತಾಳೆ. ಇದರಿಂದ $\frac{250}{500} \times 100 = 50\%$ ಲಾಭವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಾಳೆ.

ಆದರೂ, ಒಂದು ಚೀಲವನ್ನು ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಅವಳು ಗಳಿಸಿದ ₹750 ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ, ಶೇಕಡಾ ಲಾಭವು $\frac{250}{750} \times 100 = 33.33\%$ ಆಗಿದೆ.

"ನಾನು ಸರಕುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಲು ಹೂಡಿಕೆ ಮಾಡಿದ ಹಣಕ್ಕೆ ಹೋಲಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಲಾಭ ಗಳಿಸಿದೆ?" ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು ಬಯಸಿದಾಗ ಲಾಭದ ಶೇಕಡಾ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವನ್ನು ಸರಕುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದ ಬೆಲೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಲಾಗುತ್ತದೆ.





"ನನ್ನ ಒಟ್ಟಾರೆ ಆದಾಯದ ಮೇಲೆ ನಾನು ಎಷ್ಟು (ನಿವ್ವಳ) ಲಾಭಗಳಿಸಿದೆ?" ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು ನಾನು ಬಯಸಿದಾಗ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭದ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಆದಾಯದ (ಮಾರಾಟದ ಮೊತ್ತ) ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಆಕೆಯು ₹1,50,000 ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದ್ದಾಳೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಸರಕುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದ ವೆಚ್ಚವು ₹1,00,000 ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಲಾಭವೂ ₹50,000 ಆಗುತ್ತದೆ. ಮಾಸಿಕ ವೆಚ್ಚಗಳು ₹5,000 ಆಗಿದ್ದವು. ನಿವ್ವಳ ಲಾಭವು ₹45,000 ಆಗುತ್ತದೆ, ಮಾಸಿಕ ಆದಾಯದ (₹1,50,000) ಪೈಕಿ ನಿವ್ವಳ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭದ ಪ್ರಮಾಣವು

$$\frac{45000}{150000} \times 100 = \frac{3}{10} \times 100 = 30\%$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ತೆರಿಗೆಗಳು

GST (ಸರಕು ಸೇವಾ ತೆರಿಗೆ) ದರ ಅಥವಾ ಆದಾಯ ತೆರಿಗೆ ದರಗಳಂತಹ ತೆರಿಗೆ ದರಗಳನ್ನು ಸಹ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟಪಡಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ರಶೀದಿಗಳ ಭಾಗವಾಗಿ GST ನಮೂದಿಸಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು. ಇದರರ್ಥ ನಾವು ಪಾವತಿಸುವ ಮೊತ್ತದ ಒಂದು ಭಾಗವು ತೆರಿಗೆಯಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಈ ಮೊತ್ತವು ಸರ್ಕಾರಕ್ಕೆ ಹೋಗುತ್ತದೆ.

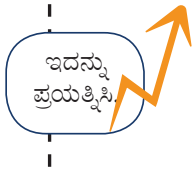
? ತೋರಿಸಿರುವ ರಶೀದಿಯಲ್ಲಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳು ಸರಿಯಾಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

XY ELECTRICALS
SALES RECEIPT

Date:			06/07/2025
Item	Qty.	Price.	Amount
CFL Bulb	3	₹150.00	₹450.00
		Sub Total	₹450.00
		CGST 9%	₹40.50
		SGST 9%	₹40.50
TOTAL			₹531.00

THANK YOU

? ನಿಮ್ಮ ಮನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದೇ ರಶೀದಿಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯೊಂದಿಗೆ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ರಶೀದಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ವಿವಿಧ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಈ ರಶೀದಿಗಳಲ್ಲಿ ಏನಾದರೂ ಸಾಮ್ಯತೆಗಳು ಅಥವಾ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳಿವೆಯೇ?



? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಒಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಯವನು ಜಾಮಿಟ್ರಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು ₹75ಕ್ಕೆ ಖರೀದಿಸಿ, ₹110ಕ್ಕೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದರೆ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅವನ ಲಾಭಾಂಶ ಎಷ್ಟು?

2. ನಾನು ಒಬ್ಬ ಬಡಗಿ ಮತ್ತು ನಾನು ಕುರ್ಚಿಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸುತ್ತೇನೆ. ಒಂದು ಕುರ್ಚಿ ತಯಾರಿಸಲು ಬೇಕಾದ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಬೆಲೆ ₹475 ಮತ್ತು ನನಗೆ 50% ಲಾಭ ಬೇಕು. ನಾನು ಕುರ್ಚಿಯನ್ನು ಎಷ್ಟು ಬೆಲೆಗೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಬೇಕು?

3. ಒಂದು ಕಂಪನಿಯ ಒಟ್ಟು ಮಾರಾಟ (ಆದಾಯ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ) ಕಳೆದ ವರ್ಷ ₹2.5 ಕೋಟಿ ಆಗಿತ್ತು. ಅವರು 25% ಲಾಭಾಂಶ ಹೊಂದಿದ್ದರು. ಕಳೆದ ವರ್ಷ ಕಂಪನಿಯ ಒಟ್ಟು ವೆಚ್ಚ (ಖರ್ಚುಗಳು) ಎಷ್ಟು ?

4. ಒಂದು ಬಟ್ಟೆ ಅಂಗಡಿಯು ಎಲ್ಲಾ ಶರ್ಟ್‌ಗಳ ಮೇಲೆ 25% ರಿಯಾಯಿತಿಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತಿದೆ. ಒಂದು ಶರ್ಟ್‌ನ ಮೂಲ ಬೆಲೆಯು ₹300 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಶರ್ಟ್ ಖರೀದಿಸಲು ಅನ್ವರ್ ಎಷ್ಟು ಹಣವನ್ನು ಪಾವತಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

5. 2015ರಲ್ಲಿ ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಬೆಲೆಯು ₹60 ಮತ್ತು 2025ರಲ್ಲಿ ₹100 ಆಗಿದೆ. ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿನ ಶೇಕಡಾ ಹೆಚ್ಚಳ ಎಷ್ಟು?

   i) 50% ii) 40% iii) 60%
   iv) 66.66% v) 140% vi) 160.66%

6. ಸ್ಯಾಮ್ಸನ್ ಕಾರ್ ಡೀಲರ್‌ನಿಂದ 15% ರಿಯಾಯಿತಿ ಪಡೆದ ನಂತರ ₹4,40,000ಕ್ಕೆ ಕಾರನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದನು. ಕಾರಿನ ಮೂಲ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

7. ಒಂದು ಚುನಾವಣೆಯಲ್ಲಿ 1600 ಜನರು ಮತ ಚಲಾಯಿಸಿದರು ಮತ್ತು ಆ ಚುನಾವಣೆಯಲ್ಲಿ ವಿಜೇತರಾದವರಿಗೆ 500 ಮತಗಳು ಬಂದವು. ಚಲಾವಣೆಯಾದ ಒಟ್ಟು ಮತಗಳಲ್ಲಿ ವಿಜೇತರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ ಮತಗಳು ಬಂದವು? ಚುನಾವಣೆಗೆ ನಿಂತ (ಸ್ಪರ್ಧಿಸಿದ) ಅಭ್ಯರ್ಥಿಗಳ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀವು ಊಹಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

8. 2024ರಲ್ಲಿ ಒಂದು kg ಅಕ್ಕಿಯ ಬೆಲೆ ₹38 ಆಗಿತ್ತು. 2025ರಲ್ಲಿ ಅದು ₹42 ಆಗಿದೆ. ಹಣದುಬ್ಬರದ ಪ್ರಮಾಣ ಎಷ್ಟು? (ಬೆಲೆಗಳಲ್ಲಿನ ಶೇಕಡಾ ಹೆಚ್ಚಳವು ಹಣದುಬ್ಬರವಾಗಿದೆ)

9. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 20% ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಅದು 90 ಆಗುತ್ತದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

10. ಒಬ್ಬ ಹಾಲಿನ ವ್ಯಾಪಾರಿಯು ಎರಡು ಎಮ್ಮೆಗಳನ್ನು ತಲಾ ₹80,000ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದನು. ಒಂದರ ಮೇಲೆ 5% ಲಾಭ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದರ ಮೇಲೆ 10% ನಷ್ಟ ಉಂಟಾಯಿತು. ಅವನ ಒಟ್ಟಾರೆ ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

11. ಒಂದು ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಉದ್ಯಾನವನದಲ್ಲಿ ಆನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಕಳೆದ ದಶಕದಲ್ಲಿ 5% ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಕಳೆದ ದಶಕದಲ್ಲಿ ಆನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 'p' ಆಗಿದ್ದರೆ ಈಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು

   i) $p \times 0.5$ ii) $p \times 0.05$ iii) $p \times 1.5$ iv) $p \times 1.05$ v) $p + 1.50$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

12. ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು "ಕ್ಯಾಮೆರಾಗಳ ಬೇಡಿಕೆಯು ಕಳೆದ ದಶಕದಲ್ಲಿ 85% ರಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ" ಎಂಬ ಹೇಳಿಕೆಗೆ ಸರಿ ಹೊಂದುತ್ತದೆ?

i) ಈಗಿನ ಬೇಡಿಕೆಯು ಒಂದು ದಶಕದ ಹಿಂದಿನ ಬೇಡಿಕೆಯ 85% ಆಗಿದೆ.

ii) ಒಂದು ದಶಕದ ಹಿಂದಿನ ಬೇಡಿಕೆಯು ಈಗಿನ ಬೇಡಿಕೆಯ 85% ಆಗಿದೆ.

iii) ಈಗಿನ ಬೇಡಿಕೆಯು ಒಂದು ದಶಕದ ಹಿಂದಿನ ಬೇಡಿಕೆಯ 15% ಆಗಿದೆ.

iv) ಒಂದು ದಶಕದ ಹಿಂದಿನ ಬೇಡಿಕೆಯು ಈಗಿನ ಬೇಡಿಕೆಯ 15% ಆಗಿದೆ.

v) ಒಂದು ದಶಕದ ಹಿಂದಿನ ಬೇಡಿಕೆಯು ಈಗಿನ ಬೇಡಿಕೆಯ 185% ಆಗಿದೆ.

vi) ಈಗಿನ ಬೇಡಿಕೆಯು ಒಂದು ದಶಕದ ಹಿಂದಿನ ಬೇಡಿಕೆಯ 185% ಆಗಿದೆ.

ಬೆಳವಣಿಗೆ ಮತ್ತು ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣ

"ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ FD (ಸ್ಥಿರ ಠೇವಣಿ)ಗೆ 6% ವಾರ್ಷಿಕ ಬಡ್ಡಿ ದರ" ಅಥವಾ "2.5% ವಾರ್ಷಿಕ ಬಡ್ಡಿ ದರದೊಂದಿಗೆ ಉಳಿತಾಯ ಖಾತೆ" ಎಂಬಂತಹ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ನೀವು ನೋಡಿರಬಹುದು ಬಡ್ಡಿಯು ಬ್ಯಾಂಕ್ ಅಥವಾ ಅಂಚೆ ಕಛೇರಿಗಳಂತಹ ಸಂಸ್ಥೆಗಳಲ್ಲಿ ಗ್ರಾಹಕರು ಠೇವಣಿ ಇರಿಸಿದ ಹಣದ ಮೇಲೆ ಅವರು ಪಾವತಿಸುವ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಹಣವಾಗಿದೆ ಅಥವಾ ಸಂಸ್ಥೆಗಳು ಹಣವನ್ನು ಎರವಲು ಪಡೆದಾಗಲೂ, ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಪಾವತಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಸ್ಥಿರ ಠೇವಣಿ (FD)ಯಲ್ಲಿ ನೀವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮೊತ್ತದ ಹಣವನ್ನು ಪೂರ್ವ ನಿರ್ಧರಿತ ಬಡ್ಡಿ ದರದಲ್ಲಿ ನಿಗದಿತ ಅವಧಿಗೆ ಠೇವಣಿ ಇಡುತ್ತೀರಿ. ಹಣವು ನಿಗದಿತ ಅವಧಿಗೆ ಲಾಕ್ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಬ್ಯಾಂಕ್ ಅದರ ಮೇಲೆ ನಿಮಗೆ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಪಾವತಿಸುತ್ತದೆ. ಮುಕ್ತಾಯ ದಿನಾಂಕದ ಮೊದಲು ನೀವು ದಂಡವಿಲ್ಲದೆ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಹಿಂಪಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಅವಧಿಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಮೂಲ ಠೇವಣಿ ಮತ್ತು ಗಳಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿ ಎರಡನ್ನೂ ನೀವು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸ್ಥಿರ ಠೇವಣಿಗಳ ಬಡ್ಡಿ ದರವು ವಾರ್ಷಿಕ (p.a.) 10% ಎಂದು ಬ್ಯಾಂಕ್ ಹೇಳುತ್ತದೆ. ಈ ಹೇಳಿಕೆಯಿಂದ ನಿಮಗೆ ಏನು ಅರ್ಥವಾಗುತ್ತದೆ? ಶೇಕಡಾ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರುವ p.a. ಎಂದರೇನು ?

'p.a.' ಎಂಬುದು ಪ್ರತಿ ವರ್ಷಕ್ಕೆ (per annum) ಎಂಬುದರ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪವಾಗಿದೆ. ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪಡಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿ ದರವು, ನೀವು ಬ್ಯಾಂಕ್‌ನಲ್ಲಿ ಒಂದು ವರ್ಷದವರೆಗೆ ₹6000 ಠೇವಣಿ ಹೂಡಿಕೆ ಮಾಡಿದರೆ, ಈ ಠೇವಣಿ ಮೇಲೆ ಅವರು ನಿಮಗೆ ₹600 ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. 10% ಎಂಬುದು **ಬಡ್ಡಿಯ ದರ**ವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವ ₹6000ವು **ಅಸಲು** ಆಗಿದೆ. ಒಂದು ವರ್ಷದ ನಂತರ ನಿಮ್ಮ ಬ್ಯಾಂಕ್ ಖಾತೆಯಲ್ಲಿನ ಮೊತ್ತವು

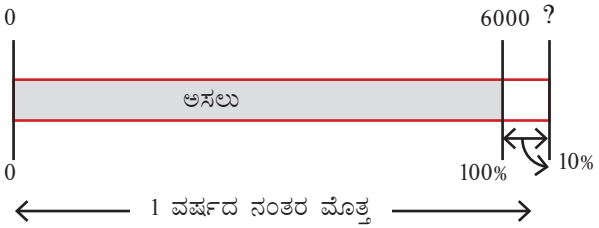
$$60{,}000 + (0.10 \times 6000)$$

(ಅಸಲು) + (ಅಸಲಿನ ಮೇಲೆ 10% ಬಡ್ಡಿ)

$$= 6000 + 600 = 6600$$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಠೇವಣಿ ಇಟ್ಟ ಮೊತ್ತ ₹6000ವು, 110% ಆಗುತ್ತದೆ. (ಅಥವಾ 10% ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ)



$$6000 \times 110\% = 6000 \times \frac{110}{100} \times 6000 \times 1.1 = 6600$$

ಇದನ್ನು ಹೀಗೂ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

1 ವರ್ಷದ ನಂತರದ ಮೊತ್ತ = ಅಸಲು (p) + pಯ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ (r)

ಉದಾಹರಣೆ 7: ಒಬ್ಬರು ಬ್ಯಾಂಕ್‌ನಲ್ಲಿ ₹6000 ಠೇವಣಿ ಇಟ್ಟರೆ, 3 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ? ಅದು FD ಯ ಆಯ್ಕೆಯ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿದೆ. ಎರಡು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳಿವೆ.

ಆಯ್ಕೆ 1 : ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ನಿಯಮಿತವಾಗಿ ಪಾವತಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ (ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ). ಅಸಲು ಮೊತ್ತವನ್ನು ಮುಕ್ತಾಯದ ಅವಧಿಯ ನಂತರ ಹಿಂತಿರುಗಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

		ಹಿಂತಿರುಗಿಸಲಾದ ಬಡ್ಡಿ (10% p.a.)	FDಯಲ್ಲಿನ ಮೊತ್ತ
1ನೇ ವರ್ಷ	ಆರಂಭ		₹6000 (+0.10)
	ಅಂತ್ಯ	₹600 ಹಿಂತಿರುಗಿಸಿದೆ	₹6000
2ನೇ ವರ್ಷ	ಆರಂಭ		₹6000 (+0.10)
	ಅಂತ್ಯ	₹600 ಹಿಂತಿರುಗಿಸಿದೆ	₹6000
3ನೇ ವರ್ಷ	ಆರಂಭ		₹6000 (+0.10)
	ಅಂತ್ಯ	₹600 ಹಿಂತಿರುಗಿಸಿದೆ	₹6000
ಪಡೆದ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ		₹ 1800 + ₹6000 = ₹7800	

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಆಯ್ಕೆ 2: ಪ್ರತಿ ಬಾರಿ ಗಳಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು (ಪ್ರತಿ ವರ್ಷದ ನಂತರ) ಸೇರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ ನಂತರದ (ಮುಂದಿನ) ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಅಸಲಿನ ಮೊತ್ತವು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಅವಧಿಯ ನಂತರ ಸಂಪೂರ್ಣ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಹಿಂದಿರುಗಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ವಿದ್ಯಮಾನವನ್ನು **ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

		ಬಡ್ಡಿ ಸೇರಿಸಿದಾಗ	FDಯಲ್ಲಿನ ಮೊತ್ತ	
1ನೇ ವರ್ಷ	ಆರಂಭ		₹6000	
	ಅಂತ್ಯ	₹600 (× 0.10) ಹಿಂತಿರುಗಿಸಲಾದ ಬಡ್ಡಿ	₹6600	× 1.10
2ನೇ ವರ್ಷ	ಆರಂಭ		₹6600	
	ಅಂತ್ಯ	₹660 (× 0.10) ಹಿಂತಿರುಗಿಸಲಾದ ಬಡ್ಡಿ	₹7260	× 1.10
3ನೇ ವರ್ಷ	ಆರಂಭ		₹7260	
	ಅಂತ್ಯ	₹726 (× 0.10)	₹7986	× 1.10
		₹7986 ಹಿಂತಿರುಗಿಸಲಾಗಿದೆ		
ಪಡೆದ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ		₹7986		

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ, ಅಂತಿಮ ಮೊತ್ತವು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಬಹುದು.

? **ಉದಾಹರಣೆ 8:** ಎರಡೂ ಆಯ್ಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಠೇವಣಿ ಮಾಡಿದ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಹೋಲಿಸಿದರೆ ಪಡೆದ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತದ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣ ಎಷ್ಟು ?

$$\frac{\text{ಪಡೆದ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ}}{\text{ಠೇವಣಿ ಮಾಡಿದ ಮೊತ್ತ}} \times 100$$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣವಿಲ್ಲದೆ

$\frac{7800}{600} \times 100 = 130\% = 1.3$

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ,

ಪಡೆದ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ =

$= 6000 \times (1 + 0.1 + 0.1 + 0.1)$

$= 6000 \times 1.3$

3 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭವು 30% ಆಗಿದೆ.

ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ

$\frac{7986}{6000} \times 100 = 133.1\% = 1.331$

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ,

ಪಡೆದ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ =

$= 6000 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1$

$= 6000 \times 1.331$

3 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭವು 33.1% ಆಗಿದೆ.

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಯಹಾಪುರ್ ಬ್ಯಾಂಕ್ ವಾರ್ಷಿಕ 10% ಬಡ್ಡಿ ನೀಡುತ್ತದೆ. ಒಬ್ಬರು ವಾರ್ಷಿಕವಾಗಿ ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ಮತ್ತು ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣವಿಲ್ಲದೆ ಎರಡು ವರ್ಷಗಳ ಅವಧಿಗೆ ₹ 20,000 ಠೇವಣಿ ಇಟ್ಟರೆ ಎಷ್ಟು ಪಡೆಯುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿ.

2. ವಹಾಪುರ್ ಬ್ಯಾಂಕ್ ವಾರ್ಷಿಕ 5% ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಒಬ್ಬರು ವಾರ್ಷಿಕವಾಗಿ ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ಮತ್ತು ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣವಿಲ್ಲದೆ 4 ವರ್ಷಗಳ ಅವಧಿಗೆ ₹ 20,000 ಠೇವಣಿ ಇಟ್ಟರೆ ಎಷ್ಟು ಸಿಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೋಲಿಸಿ.

3. ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳಲ್ಲಿ ಏನಾದರೂ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾಗಿದೆಯೇ ? ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸಿ.

   ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಯ್ಕೆಯಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಿದ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

? **ಉದಾಹರಣೆ 9:** ನಾವು ವಾರ್ಷಿಕ 10% ಬಡ್ಡಿ ದರದಲ್ಲಿ 't' ವರ್ಷಗಳ ಕಾಲ ₹ 6000 ಹೂಡಿಕೆ ಮಾಡಿದರೆ ನಮಗೆ ಎಷ್ಟು ಮೊತ್ತ ಹಿಂತಿರುಗುತ್ತದೆ?

ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣವಿಲ್ಲದೆ

ಇಲ್ಲಿ, ಪ್ರತಿ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಹಿಂತಿರುಗಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ಅವಧಿಗೆ ಅಸಲು ಮೊತ್ತವು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇದರ ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ ಪ್ರತಿ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿಯೂ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿಯು 6000×0.1 3 ಅವಧಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿಯು $6000 \times 0.1 \times 3$ 3 ವರ್ಷಗಳ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ ಸಿಗುವ FDಯ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ $6000 + (6000 \times 0.1 \times 3)$	ಒಂದು ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿಯು $p \times r$ (pಯು ಅಸಲು, r ಎಂಬುದು ಬಡ್ಡಿಯ ದರದ ಶೇಕಡಾ) 't' ಅವಧಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿಯು $p \times r \times t$ 't' ವರ್ಷಗಳ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ FDಯ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ $p + (p \times r \times t) = p + prt$ $= p(1+rt)$

ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ

ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಅವಧಿ/ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು FDಗೆ ಸೇರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ಅವಧಿಯ ನಂತರ ಅಸಲು ಮೊತ್ತ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇದರ ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ, ಪ್ರತಿ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿಯೂ ಸಹ ಸಮಾನುಪಾತೀಯವಾಗಿ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1 ವರ್ಷದ ನಂತರ FDಯಲ್ಲಿನ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ

(6000) × 1.1

(ವರ್ಷ 1ರ ಅಸಲು)

2 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ FDಯಲ್ಲಿನ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ

(6000 × 1.1) × 1.1

(ವರ್ಷ 2ರ ಅಸಲು)

3 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ FDಯಲ್ಲಿನ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ

(6000 × 1.1 × 1.1) × 1.1

(ವರ್ಷ 3ರ ಅಸಲು)

't' ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ FDಯಲ್ಲಿನ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ

$6000 \times (1.1 \times 1.1 \times 1.1 \ldots\ldots \times 1.1)$

't' ಸಾರಿ

$6000 \times (1.1)^t$

1 ವರ್ಷದ ನಂತರ FDಯಲ್ಲಿನ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ

$(p) \times (1 + r)$

(ವರ್ಷ 1ರ ಅಸಲು)

2 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ FDಯಲ್ಲಿನ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ

$p \times (1 + r) \times (1+r)$

(ವರ್ಷ 2ರ ಅಸಲು)

3 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ FDಯಲ್ಲಿನ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ

$p \times (1 + r) \times (1+r) \times (1+r)$

(ವರ್ಷ 3ರ ಅಸಲು)

't' ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ FDಯಲ್ಲಿನ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ

$p \times (1 + r) \times (1+r) \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times (1+r)$

't' ಸಾರಿ

$p \times (1 + r)^t$

? ಮುಕ್ತಾಯದ ಅವಧಿಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಒಟ್ಟು ಬಡ್ಡಿಯ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು ಬೀಜೋಕ್ತಿ/ಸೂತ್ರವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಬಯಸುತ್ತೇವೆ ಎಂದಾದರೆ, ಎರಡೂ ಆಯ್ಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಸೂತ್ರ ಯಾವುದು?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. ಜಾಸ್ಮಿನ್ 'p' ಮೊತ್ತವನ್ನು 4 ವರ್ಷಗಳವರೆಗೆ ವಾರ್ಷಿಕ 6% ಬಡ್ಡಿ ದರದಲ್ಲಿ ಹೂಡಿಕೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣವಿಲ್ಲದೆ 4 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಆಕೆಗೆ ಸಿಗುವ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತವನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿ(ಗಳು) ಯಾವುವು?

(i) $p \times 6 \times 4$ (ii) $p \times 0.6 \times 4$ (iii) $p \times \frac{0.6}{100} \times 4$

(iv) $p \times \frac{0.06}{100} \times 4$ (v) $p \times 1.6 \times 4$ (vi) $p \times 1.06 \times 4$

(vii) $p + (p \times 0.06 \times 4)$

5. ಅಂಚೆ ಕಛೇರಿಯು ವಾರ್ಷಿಕ 7% ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಒಬ್ಬರು 3 ವರ್ಷಗಳವರೆಗೆ ₹ 50,000 ಹೂಡಿಕೆ ಮಾಡಿದರೆ, ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣವಿಲ್ಲದೆ ಎಷ್ಟು ಬಡ್ಡಿ ಸಿಗುತ್ತದೆ? ಅದನ್ನು ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣಗೊಳಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಬಡ್ಡಿ ಸಿಗುತ್ತದೆ?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6. ಗಿರಿಧರ್ ವಾರ್ಷಿಕ 12% ಬಡ್ಡಿ ದರದಲ್ಲಿ ₹ 12,500ನ್ನು 3 ವರ್ಷಗಳವರೆಗೆ ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣವಿಲ್ಲದೆ ಸಾಲವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತಾನೆ. ರಘು ಸಹ ಅದೇ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಅದೇ ಅವಧಿಗೆ ವಾರ್ಷಿಕ 10% ಬಡ್ಡಿ ದರದಲ್ಲಿ ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ಸಾಲ ಪಡೆಯುತ್ತಾರೆ. ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ಬಡ್ಡಿ ಪಾವತಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ?

7. ₹1,000 ಮೊತ್ತವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಇದು ವಾರ್ಷಿಕ 10% ದರದಲ್ಲಿ ಬೆಳೆದರೆ, ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣವಿಲ್ಲದೆ ಮತ್ತು ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ? ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣವು ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಉದಾಹರಣೆಯೇ ಮತ್ತು ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣವಿಲ್ಲದೆ ಇರುವುದು ರೇಖೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಉದಾಹರಣೆಯೇ?



8. ಒಂದು ನಗರದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಪ್ರತಿವರ್ಷ ಸುಮಾರು 3%ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚುತ್ತಿದೆ. ಪ್ರಸ್ತುತ ಜನಸಂಖ್ಯೆ 1.5 ಕೋಟಿ ಆಗಿದ್ದರೆ, 3 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ನಿರೀಕ್ಷಿತ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?

9. ಒಂದು ಪ್ರಯೋಗಾಲಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಗಂಟೆಗೆ 2.5% ದರದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಆರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ₹ 5,06,000 ಆಗಿದ್ದರೆ, 2 ಗಂಟೆಗಳ ನಂತರ ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯಾಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇಳಿಕೆ

ಹಲವು ವಸ್ತುಗಳು ಅಥವಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳು ಕಾಲಾನಂತರದಲ್ಲಿ ಆರ್ಥಿಕ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಳೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ನಿಮ್ಮ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಯಾರಾದರೂ ₹ 1,00,000ಕ್ಕೆ ಬೈಕ್ ಖರೀದಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಕೆಲವು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಲು ಬಯಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳಿ. ಆ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಬೈಕಿನ ಮೌಲ್ಯವು ₹ 1,00,000 ಕ್ಕಿಂತಾ ಕಡಿಮೆಯಿರುತ್ತದೆ. ಇದು ಖರೀದಿಸಿ ಎಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳಾಗಿವೆ, ವಾಹನವನ್ನು ಎಷ್ಟು ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಬಳಸಲಾಗಿದೆ, ಯಾವುದಾದರೂ ಹಾನಿ ಸಂಭವಿಸಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಯಾವುದೇ ಬಿಡಿ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಲಾಗಿದೆಯೇ ಸೇರಿದಂತೆ ವಿವಿಧ ಅಂಶಗಳ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು **'ಸವಕಳಿ'** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ವಸ್ತುವಿನ ಬಳಕೆ ಮತ್ತು ವಯಸ್ಸಿನ ಕಾರಣದಿಂದ ಮೌಲ್ಯದ ಕಡಿತವಾಗಲಿದೆ.

? **ಉದಾಹರಣೆ 10:** ಒಂದು TVಯನ್ನು ₹21,000ಕ್ಕೆ ಖರೀದಿಸಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ವರ್ಷದ ನಂತರ TVಯ ಮೌಲ್ಯವು 5% ರಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಒಂದು ವರ್ಷದ ನಂತರ TVಯ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮೌಲ್ಯದಲ್ಲಿನ ಕಡಿತದ ಮೊತ್ತವು	1 ವರ್ಷದ ನಂತರ TVಯ ಬೆಲೆಯು
21,000ದ 5% = 0.05 × 21,000 = 1050	ಪ್ರಸ್ತುತ ಬೆಲೆಯ 95% ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
ಪ್ರಸ್ತುತ ಮೌಲ್ಯವು	= 21,000ದ 95% = 0.95 × 21,000
21,000 – 1050 = 19,950	= 19,950

1 ವರ್ಷದ ನಂತರ ಟಿವಿಯ ಮೌಲ್ಯವು ₹ 19,950 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

? **ಉದಾಹರಣೆ 11:** ಒಂದು ಹಳ್ಳಿಯ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಪ್ರತಿ ದಶಕಕ್ಕೆ (10 ವರ್ಷಗಳಿಗೆ) ಸುಮಾರು 10% ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರಸ್ತುತ ಜನಸಂಖ್ಯೆ 1250 ಆಗಿದ್ದರೆ, 3 ದಶಕಗಳ ನಂತರ ನಿರೀಕ್ಷಿತ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?

© DTERT NOT TO BE REPUBLISHED

1 ದಶಕದ ನಂತರ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಪ್ರಸ್ತುತ ದಶಕದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ 0.9 ರಷ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ, 1 ದಶಕದ ನಂತರ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 1250×0.9 ಆಗುತ್ತದೆ.

2 ದಶಕಗಳ ನಂತರ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು $1250 \times 0.9 \times 0.9$ ಆಗುತ್ತದೆ.

3 ದಶಕಗಳ ನಂತರ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು $1250 \times 0.9 \times 0.9 \times 0.9 = 911.25$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಮೊದಲ ದಶಕದ ಇಳಿಕೆ $= 0.1 \times 1250 = 125$

1 ದಶಕದ ನಂತರದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು
$= 1250 - 125 = 1125$

2ನೇ ದಶಕದ ಇಳಿಕೆ
$= 0.1 \times 1125 = 112.5 = 112$

2 ದಶಕಗಳ ನಂತರ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು
$= 1125 - 112 = 1013$

ಮೂರನೇ ದಶಕದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಇಳಿಕೆ
$= 0.1 \times 1013 = 101.3 = 101$

3 ದಶಕಗಳ ನಂತರ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು
$= 1013 - 101 = 912$

ಹತ್ತಿರದ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ತರುವುದರಿಂದ 3 ದಶಕಗಳ ನಂತರದ ನಿರೀಕ್ಷಿತ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಸುಮಾರು 910 ಆಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

ಕಪಟ ಶೇಕಡಾಗಳು

ನೀವು ಯಾವುದನ್ನು ಬಯಸುತ್ತೀರಿ?

? ನೀವು ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಧೆಯಲ್ಲಿ ವಿಜೇತರಾಗಿದ್ದೀರಿ. ಆಯೋಜಕರು ಆರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಎರಡು ಆಯ್ಕೆಗಳನ್ನು ನಿಮಗೆ ನೀಡಿದ್ದಾರೆ.

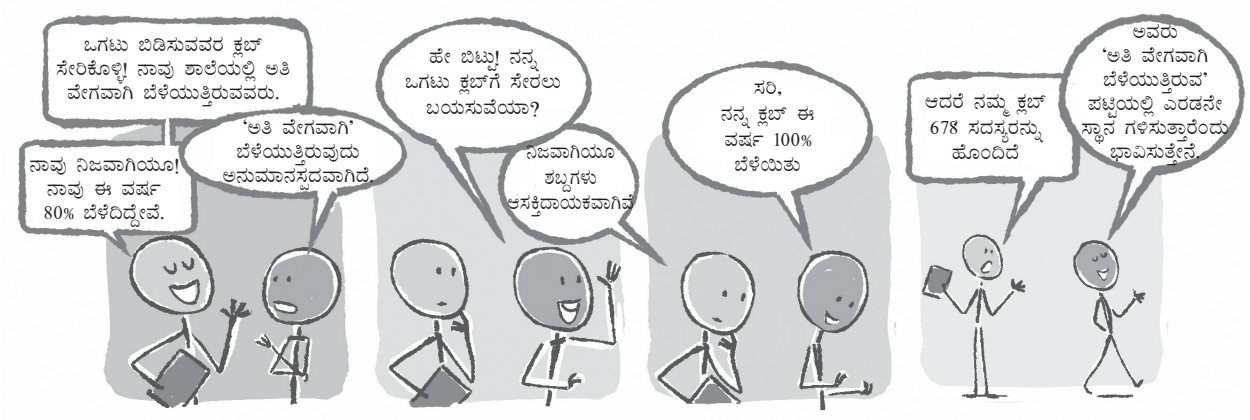


ಆಯ್ಕೆ A : ನೀವು ₹ 100 ಠೇವಣಿ ಇಡಿ ಮತ್ತು ನೀವು ₹ 300ನ್ನು ಹಿಂಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ.

ಆಯ್ಕೆ B : ನೀವು ₹ 1000 ಠೇವಣಿ ಇಡಿ ಮತ್ತು ನೀವು ₹ 1500 ಹಿಂಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ.

ಪ್ರತಿ ಆಯ್ಕೆಯು ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡ ಲಾಭವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ? ನೀವು ಯಾವುದೇ ಆಯ್ಕೆಯನ್ನು ಒಮ್ಮೆ ಮಾತ್ರ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದು. ನೀವು ಯಾವುದನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುತ್ತೀರಿ ಏಕೆ?

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಶೇಕಡಾಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವಾಗ, ನಾವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಸಮಾನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುತ್ತೇವೆಯೇ ಹೊರತು ಸಂಪೂರ್ಣ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

? ಒಂದು ದಿನಸಿ ಅಂಗಡಿಯು ದಾಸ್ತಾನು ತೆರವು ಮಾರಾಟವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಿದೆ. ಗ್ರಾಹಕರು ₹150ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಯಾವುದೇ ಖರೀದಿಗೆ ಎರಡು ಆಯ್ಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಅರಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. 20% ರಿಯಾಯಿತಿ ಅಥವಾ ₹50 ರಿಯಾಯಿತಿ. ನೀವು ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಲು ಬಯಸಿದರೆ ಯಾವ ಆಯ್ಕೆಯನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೀರಿ?

i) ₹180 ಮೌಲ್ಯದ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸುವುದಾದರೆ

ii) ₹225 ಮೌಲ್ಯದ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸುವುದಾದರೆ

iii) ₹300 ಮೌಲ್ಯದ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸುವುದಾದರೆ

? **ಉದಾಹರಣೆ 12 :** ಕೇಕ್ಲಿ ಎಂಬ ಬೇಕರಿಯು ಎಲ್ಲಾ ಕೇಕ್‌ಗಳ ಮೇಲೆ 30%+20% ರಿಯಾಯಿತಿಯನ್ನು ನೀಡಿತು. ಕೇಕಿಫೈ ಎಂಬ ಇನ್ನೊಂದು ಬೇಕರಿಯು ಎಲ್ಲಾ ಕೇಕ್‌ಗಳ ಮೇಲೆ 50% ರಿಯಾಯಿತಿಯನ್ನು ನೀಡಿತು. ನಿಮಗೆ ಅಗ್ಗದ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಖರೀದಿಸುವುದಾದರೆ ಯಾವ ಬೇಕರಿಯನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವಿರಿ?



ಎರಡೂ ಆಯ್ಕೆಗಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಯೋಜನವನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರುತ್ತದೆ. ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ 30%+20% ಎಂಬುದು 50%ಗೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೂ, ಮಾರಾಟದಲ್ಲಿ 30%+20% ಬಳಸುವುದು ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣವಾಗಿದೆ.



ನೀವು ₹200 ಮೌಲ್ಯದ ಕೇಕ್‌ನ್ನು ಖರೀದಿಸಲು ಬಯಸುವದಾದರೆ

ಕೇಕ್ಲಿಯ 30%+20% $\longrightarrow$

30% ರಿಯಾಯಿತಿ ಅನ್ವಯಿಸಿದ ನಂತರ

ಕೇಕ್‌ನ ಬೆಲೆಯು ₹200–₹60=₹140 ಆಗುತ್ತದೆ.

₹140ರ ಮೇಲೆ 20% ರಿಯಾಯಿತಿ ಅನ್ವಯಿಸಿದ ನಂತರ ಕೇಕ್‌ನ ಬೆಲೆಯು ₹140–₹28=₹112 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಕೇಕಿಫೈನ 50% $\longrightarrow$

50% ರಿಯಾಯಿತಿಯು ಕೇಕ್‌ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ₹100 ಮಾಡುತ್ತದೆ.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ಒಂದು ಆಚಾತುರ್ಯ

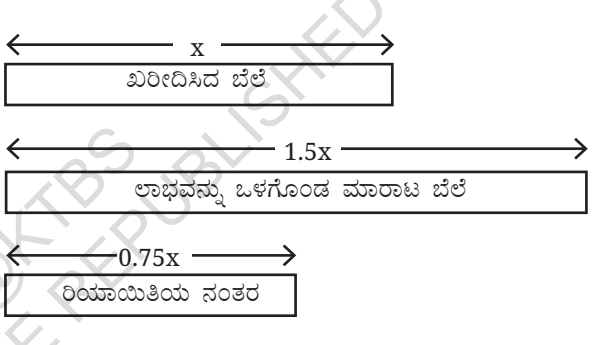
? **ಉದಾಹರಣೆ 13 :** ಸುರ್ಭಿಯು ಸಗಟು ವ್ಯಾಪಾರಿಯಿಂದ ಅಡುಗೆ ಪಾತ್ರೆಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದ ನಂತರ, ಎಲ್ಲಾ ಉತ್ಪನ್ನಗಳ ಮೇಲೆ 50% ಲಾಭಾಂಶವನ್ನು ಇಟ್ಟುಕೊಂಡಳು. ಉಳಿದ ದಾಸ್ತಾನನ್ನು ತೆರವುಗೊಳಿಸಲು, ಅವಳು 50% ರಿಯಾಯಿತಿ ನೀಡಿ ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ನಷ್ಟವಿಲ್ಲದೆ ಹೊರಬರಲು ಯೋಚಿಸಿದಳು.

i) ಅವಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ನಷ್ಟವಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ನೀವು ಯೋಚಿಸುತ್ತೀರಾ?

ii) ರಿಯಾಯಿತಿಯ ನಂತರ ಅವಳು (ಮೂಲತಃ) ₹12000ಕ್ಕೆ ಸರಕುಗಳನ್ನು ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದರೆ, ಅವರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ನಷ್ಟವಾಯಿತು? ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ ಎಷ್ಟು?

iii) ಅವಳು ಸರಕುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದ ಬೆಲೆಗೆ (ಅಂದರೆ ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟವಿಲ್ಲದೆ) ಮಾರಾಟ ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ ರಿಯಾಯಿತಿ ನೀಡಬೇಕಿತ್ತು.

ಮೊದಲು ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ಮಾದರಿ ಮಾಡೋಣ.
ಅವಳು ಸಗಟು ವ್ಯಾಪಾರಿಯಿಂದ ಖರೀದಿಸಿದ ಉತ್ಪನ್ನಗಳ ಮೌಲ್ಯ 'x' ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ.
ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆಗೆ (50% ಲಾಭದೊಂದಿಗೆ) ಅನುಗುಣವಾದ ಮೌಲ್ಯವು $1.5x$
ಈ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ 50% ರಿಯಾಯಿತಿಯು ಮೌಲ್ಯವನ್ನು $0.75x$ ಮಾಡುತ್ತದೆ.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

i) ಇದರರ್ಥ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆಯು ಸರಕುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದ ಬೆಲೆಯ $\frac{3}{4}$ರಷ್ಟು ಅಂದರೆ 25% ನಷ್ಟ.

ii) ಅವಳು ₹12,000 ಮೌಲ್ಯದ ಸರಕುಗಳನ್ನು ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದರೆ,

$0.75\,x = 12{,}000$

$x = 16{,}000$

ಅವಳು ₹4000 ಕಳೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾಳೆ.

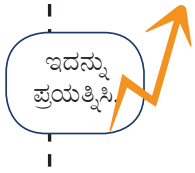
iii) ಸರಕುಗಳನ್ನು ಅದೇ ಬೆಲೆಗೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಲು, ನೀಡಬೇಕಾದ ರಿಯಾಯಿತಿಯು

$1.5x - d \times (1.5x) = x$

$d = \frac{1}{3} = 0.33$

ನೀಡಬೇಕಾದ ರಿಯಾಯಿತಿಯು 33.33% ಆಗಿರಬೇಕಿತ್ತು.

? ಅರಿಬಾ ಮತ್ತು ಅರುಣ್ ಬಳಿ ಕೆಲವು ಗೋಲಿಗಳಿವೆ. ಅರಿಬಾ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ, "ನನ್ನ ಬಳಿ ಇರುವ ಗೋಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅರುಣ್ ಬಳಿ ಇರುವ ಗೋಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ 120%ರಷ್ಟು". ಅರುಣ್ ತನ್ನ ಬಳಿ ಇರುವ ಗೋಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅರಿಬಾಳ ಬಳಿ ಇರುವ ಗೋಲಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ ಸೂಕ್ತವಾದ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡಬಹುದು?



? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. 2025ರಲ್ಲಿ ಬೆಂಗಳೂರಿನ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 2000ದಲ್ಲಿನ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಸುಮಾರು 250%ರಷ್ಟಿದೆ 2000ದಲ್ಲಿ ಬೆಂಗಳೂರಿನ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 50 ಲಕ್ಷ ಆಗಿದ್ದರೆ, 2025ರಲ್ಲಿ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟಾಗಿದೆ ?

2. 2025ರಲ್ಲಿ ಜಗತ್ತಿನ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಸುಮಾರು 8.2 ಬಿಲಿಯನ್. 2025ರ ಕೆಲವು ದೇಶಗಳ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ ಜನಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅವುಗಳ ಅಂದಾಜು ಶೇಕಡಾ ಪಾಲಿನೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿಸಿ.
(ಸುಳಿಹು : ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು ಮತ್ತು ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವುದು ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ಬರಬಹುದು)

ಜರ್ಮನಿ 83 ಮಿಲಿಯನ್	ಭಾರತ 1.46 ಬಿಲಿಯನ್	ಬಾಂಗ್ಲಾದೇಶ 175 ಮಿಲಿಯನ್	ಅಮೆರಿಕ ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಸ್ಥಾನ 347 ಮಿಲಿಯನ್

13%	8%	18%	10%	1%	35%	2%	2%	0.1%

3. ಒಂದು ಮೊಬೈಲ್ ಫೋನ್‌ನ ಬೆಲೆಯು ₹8,250. ಈ ಬೆಲೆಗೆ 18% ಸರಕು ಸೇವಾ ತೆರಿಗೆ / GST ಸೇರಿಸಲಾಗಿದೆ. GST ಸೇರಿಸಿ ಫೋನ್‌ನ ಅಂತಿಮ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ನೀಡುತ್ತದೆ?

i) $8250 + 18$

ii) $8250 + 1800$

iii) $8250 + \frac{18}{100}$

iv) 8250×18

v) 8250×0.18

vi) $8250 + 8250 \times 0.18$

vii) 1.8×8250

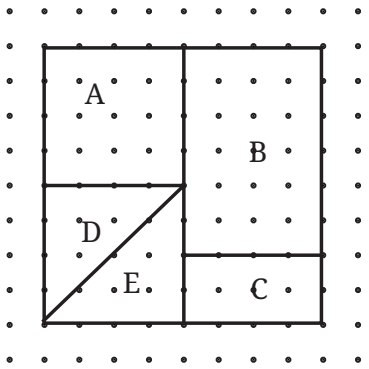
4. ಒಂದು ಪ್ರಯೋಗಾಲಯದ ಇಲಿಗಳ ಮಾಸಿಕ ಶೇಕಡಾ ಸಂಖ್ಯೆ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು (ಹಿಂದಿನ ತಿಂಗಳಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದರೆ) ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಒಂದನೇ ತಿಂಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯು +5%, ಎರಡನೇ ತಿಂಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯು –2% ಮತ್ತು 3ನೇ ತಿಂಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯು –3% ಆಗಿದೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆ(ಗಳು) ಸರಿ? ಆರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯು 'p'.

i) ಮೂರು ತಿಂಗಳ ನಂತರದ ಸಂಖ್ಯೆಯು $p \times 0.05 \times 0.02 \times 0.03$ ಆಗಿತ್ತು.
ii) ಮೂರು ತಿಂಗಳ ನಂತರದ ಸಂಖ್ಯೆಯು $p \times 1.05 \times 0.98 \times 0.97$ ಆಗಿತ್ತು.
iii) ಮೂರು ತಿಂಗಳ ನಂತರದ ಸಂಖ್ಯೆಯು $p + 0.05 - 0.02 - 0.03$ ಆಗಿತ್ತು.
iv) ಮೂರು ತಿಂಗಳ ನಂತರದ ಸಂಖ್ಯೆಯು p ಆಗಿತ್ತು.
v) ಮೂರು ತಿಂಗಳ ನಂತರದ ಸಂಖ್ಯೆಯು p ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿತ್ತು.
vi) ಮೂರು ತಿಂಗಳ ನಂತರದ ಸಂಖ್ಯೆಯು p ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇತ್ತು.

5. ಒಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಯವನು ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಉತ್ಪನ್ನದ ಬೆಲೆಯನ್ನು 35% ಲಾಭಾಂಶದೊಂದಿಗೆ ನಿಗದಿಪಡಿಸಿದನು. ಮಂದಗತಿಯ ಮಾರಾಟದಿಂದಾಗಿ ಅವನು ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ 30% ರಿಯಾಯಿತಿಯನ್ನು ನೀಡಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದನು. ಅವನು ಲಾಭಗಳಿಸುತ್ತಾನೆಯೇ ಅಥವಾ ನಷ್ಟ ಅನುಭವಿಸುತ್ತಾನೆಯೇ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ನೀಡಿ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 'E' ಎಂದು ಗುರುತಿಸಲಾದ ಪ್ರದೇಶವು ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ ಪ್ರದೇಶವನ್ನು ಆಕ್ರಮಿಸಿಕೊಂಡಿದೆ ?



7. 40ರ 5% ಎಷ್ಟು? 5ರ 40% ಎಷ್ಟು?

   12ರ 25% ಎಷ್ಟು? 25ರ 12% ಎಷ್ಟು?

   60ರ 15% ಎಷ್ಟು? 15ರ 60% ಎಷ್ಟು?

   ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ?

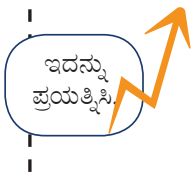
   yನ x% ಮತ್ತು xನ y% ಹೋಲಿಸಿ. ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ನೀವು ಸಮರ್ಥಿಸಬಹುದೇ?

8. ಒಂದು ಶಾಲೆಯು ತನ್ನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಪ್ರವಾಸವನ್ನು ಆಯೋಜಿಸುತ್ತಿದೆ. ಅವರಲ್ಲಿ 40% ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮತ್ತು ಉಳಿದವರು ಒಂಭತ್ತನೇ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು. 8ನೇ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ 60% ಹುಡುಗಿಯರಿದ್ದಾರೆ.
   (**ಸುಳಿಹು:** ಒಂದು ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ಬರಬಹುದು)

   i) ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ಹೋಗುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ 8ನೇ ತರಗತಿಯ ಹುಡುಗಿಯರ ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ?

   ii) ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ಹೋಗುವ ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 160 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅವರಲ್ಲಿ 8ನೇ ತರಗತಿಯ ಹುಡುಗಿಯರು ಎಷ್ಟು ?

9. ಒಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಯವನು 3 ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆಯು 5 ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಕೊಂಡಬೆಲೆಗೆ ಸಮನಾಗಿರುವಂತೆ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳನ್ನು ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಅವನು ಲಾಭ ಮಾಡುತ್ತಾನೆಯೇ ಅಥವಾ ನಷ್ಟ ಅನುಭವಿಸುತ್ತಾನೆಯೇ? ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟದ ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು?



10. ಕಳೆದ ವರ್ಷ 3% ರಷ್ಟು ಮತ್ತು ಈ ವರ್ಷ 4%ರಷ್ಟು ಬಸ್ ದರಗಳನ್ನು ಏರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕಳೆದ 2 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟಾರೆ ಬೆಲೆಯ ಶೇಕಡಾ ಹೆಚ್ಚಳ ಎಷ್ಟು?

11. ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದವನ್ನು 10% ಗೆ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಬದಲಾಗದೆ ಉಳಿದರೆ, ಅಗಲವು (ನಿಖರವಾಗಿ) ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ?

12. 65g ಚಿಪ್ಸ್ ಪೊಟ್ಟಣದಲ್ಲಿರುವ ಪದಾರ್ಥಗಳ ಶೇಕಡಾವಾರು ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪೊಟ್ಟಣದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಪದಾರ್ಥದ ತೂಕ ಎಷ್ಟಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



13. ಮೂರು ಅಂಗಡಿಗಳು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಬೆಲೆಗೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಅಂಗಡಿಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಡೀಲ್‌ಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ:
   ಅಂಗಡಿ A : "ಒಂದು ಖರೀದಿಸಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಉಚಿತವಾಗಿ ಪಡೆಯಿರಿ"
   ಅಂಗಡಿ B : "ಎರಡು ಖರೀದಿಸಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಉಚಿತವಾಗಿ ಪಡೆಯಿರಿ"
   ಅಂಗಡಿ C : "ಮೂರು ಖರೀದಿಸಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಉಚಿತವಾಗಿ ಪಡೆಯಿರಿ"

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.

i) ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆಯು ₹100 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಪ್ರತಿ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ವಸ್ತುವಿನ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು? ಅಗ್ಗದ ದರದಿಂದ ದುಬಾರಿವರೆಗೆ ಅಂಗಡಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ.

ii) ಪ್ರತಿ ಅಂಗಡಿಯ ವಸ್ತುಗಳ ಮೇಲಿನ ಶೇಕಡಾ ರಿಯಾಯಿತಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ.
(ಸುಳಿಹು: ನೀವು ಪಡೆಯುವ ಒಟ್ಟು ವಸ್ತುಗಳಿಗೆ ಉಚಿತ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ.)

iii) ನಿಮಗೆ 4 ವಸ್ತುಗಳು ಬೇಕು ಎಂದಾದರೆ, ನೀವು ಯಾವ ಅಂಗಡಿಯನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ? ಏಕೆ?

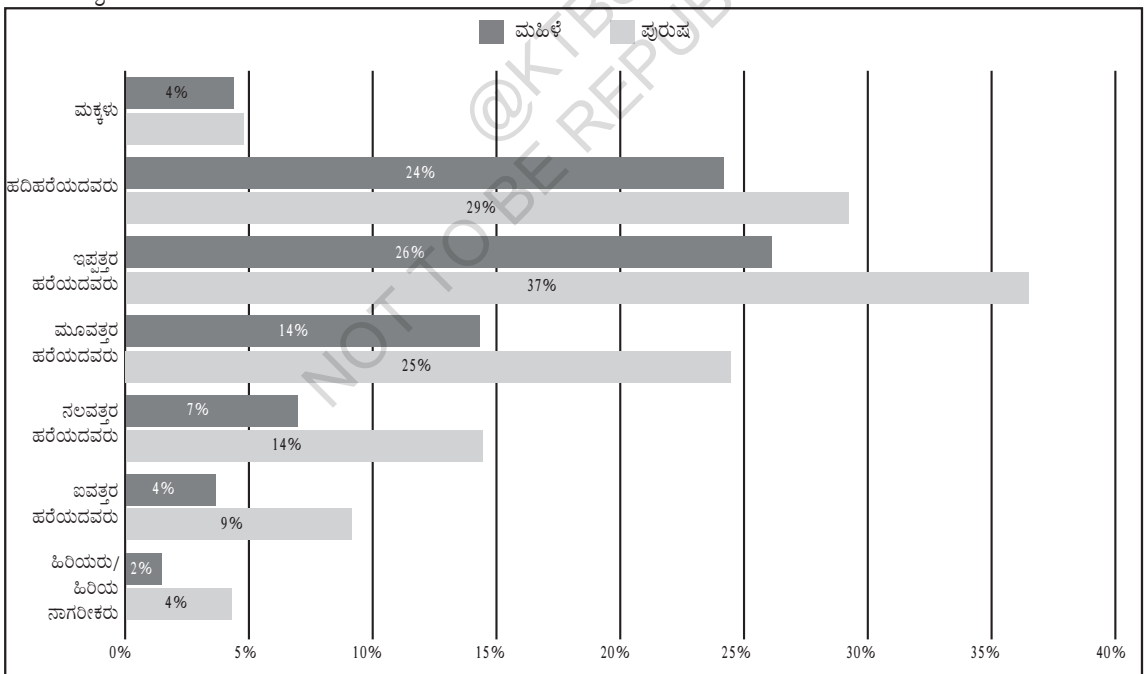
14. 100 ಜನರಿರುವ ಒಂದು ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ, 99% ಜನರು ಎಡಗೈ ಬಳಸುವವರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಎಷ್ಟು ಜನ ಎಡಗೈ ಬಳಸುವವರು ಕೋಣೆಯಿಂದ ಹೊರಬಂದರೆ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣವು 98%ಗೆ ಇಳಿಯುತ್ತದೆ?

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

15. **ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.**

ವಯಸ್ಸು ಮತ್ತು ಲಿಂಗದ ಪ್ರಕಾರ ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಬಳಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ (2023)

ಕಂಪ್ಯೂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವು ಇಪ್ಪತ್ತರ ಹರೆಯದವರು ಮತ್ತು ಹದಿಹರೆಯದವರಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಧಿಕವಾಗಿದೆ.



ಕೃಪೆ : NSS Round 79, ಸಮಗ್ರ ವಾರ್ಷಿಕ ಮಾಡ್ಯೂಲ್ ಸಮೀಕ್ಷೆ, ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ಕಚೇರಿ.

ಭಾರತಕ್ಕಾಗಿ ದತ್ತಾಂಶ

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ರೇಖಾ ನಕ್ಷೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆ(ಗಳು) ಮಾನ್ಯವಾಗಿವೆ?

i) ಇಪ್ಪತ್ತರ ಹರೆಯದ ಜನರು ಎಲ್ಲಾ ವಯೋಮಾನದ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಸಾಕ್ಷರತರಾಗಿದ್ದಾರೆ.

ii) ಎಲ್ಲಾ ವಯಸ್ಸಿನ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಪ್ಯೂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯದಲ್ಲಿ ಮಹಿಳೆಯರು ಹಿಂದುಳಿದಿದ್ದಾರೆ.

iii) ಇಪ್ಪತ್ತರ ಹರೆಯದ ಜನರು ಹದಿಹರೆಯದವರಿಗಿಂತ ಅಧಿಕವಾಗಿದ್ದಾರೆ.

iv) ಮೂವತ್ತರ ಹರೆಯದ ಕಾಲು ಭಾಗಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಜನರು ಕಂಪ್ಯೂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

v) 60 ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಯಸ್ಸಿನ 10ರಲ್ಲಿ 1ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಜನರು ಕಂಪ್ಯೂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

vi) ಇಪ್ಪತ್ತರ ಹರೆಯದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಜನರು ಕಂಪ್ಯೂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

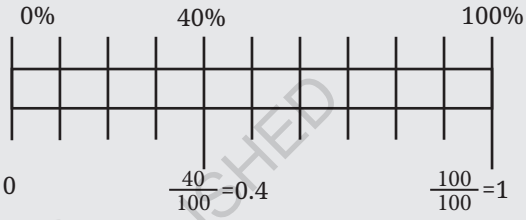
@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಾರಾಂಶ

❖ ನಮ್ಮ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾಗಳನ್ನು ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ.
ಶೇಕಡಾಗಳು 100ನ್ನು ಛೇದವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು. % ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ, ಶೇಕಡಾಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು 'ಪ್ರತಿ ನೂರಕ್ಕೆ (percent)' ಎಂದು ಉಚ್ಚರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

$$x\% = \frac{x}{100}$$

❖ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯಾಗಿ, ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನೂ ಸಹ ಶೇಕಡಾಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು.



ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $\frac{4}{10} = 0.4 = 40\%$.

❖ ಒಟ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ನಿಖರವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.

❖ ಒಂದು ಪ್ರಮಾಣದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ನಮಗೆ ನೀಡಿದಾಗ ಅವುಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾಗಳಾಗಿ ಹೇಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.

❖ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿನ ಹೆಚ್ಚಳ ಅಥವಾ ಇಳಿಕೆಯನ್ನು ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

❖ ವಹಿವಾಟುಗಳಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಲಾಭ ಮತ್ತು ಅಥವಾ ನಷ್ಟಗಳು ಮತ್ತು ತೆರಿಗೆ ದರಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾಗಳಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

❖ ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣಗೊಳಿಸುವುದರಿಂದ ಒಂದು ಪ್ರಮಾಣ ಅಥವಾ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹೇಗೆ ಬೆಳೆಯುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಈಗ ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಬಡ್ಡಿ ದರಗಳು ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣಗೊಳ್ಳುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿದೆ. 'p' ಎಂಬುದು ಅಸಲು, 'r' ಎಂಬುದು ಬಡ್ಡಿದರ ಮತ್ತು 't' ಎಂಬುದು ಅವಧಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೆ, ಮುಕ್ತಾಯದ ಅವಧಿಯ ನಂತರದ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತವು

	ಸಂಯುಕ್ತೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ
p (1+rt) ಎಲ್ಲಾ ಅವಧಿಗಳಿಗೂ 'p' ಅಸಲು ಆಗಿ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.	$p \times (1 + r) \times (1 + r) \times \cdots \times (1 + r) = p\,(1 + r)^t$ ಅವಧಿ 1ಕ್ಕೆ ಅಸಲು ಅವಧಿ 2ಕ್ಕೆ ಅಸಲು ಅವಧಿ 3ಕ್ಕೆ ಅಸಲು ಅವಧಿ 't'ಗೆ ಅಸಲು

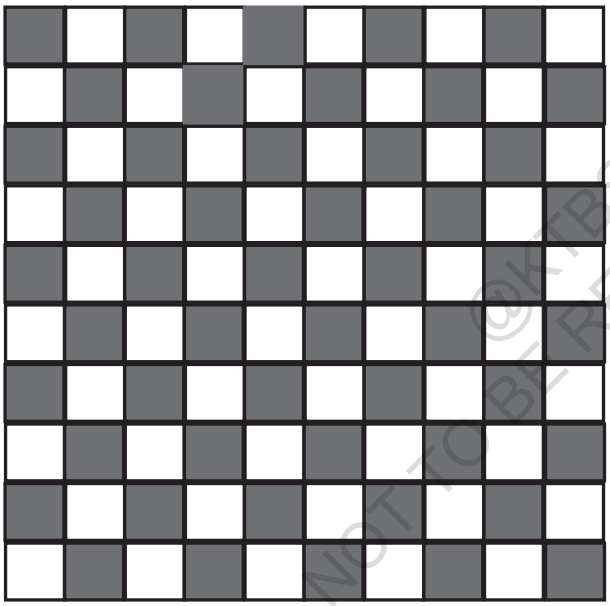
❖ ಒಂದು ಸನ್ನಿವೇಶ ಅಥವಾ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬಳಸಿ ವಿವರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪರಿಹರಿಸಬಹುದು. ಶೇಕಡಾಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ಮಾನಸಿಕ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.

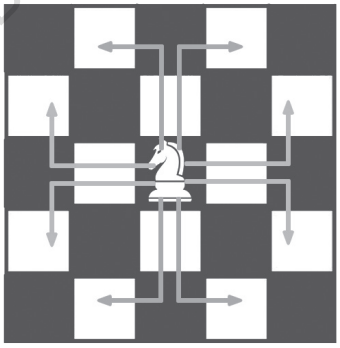
© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ಒಗಟಿನ ಸಮಯ

ಶಾಂತಿದೂತ ಸೈನಿಕರು

ಚದುರಂಗದ ಬೋರ್ಡ್ ಮೇಲೆ 8 ಅಶ್ವಾರೋಹಿ ಸೈನಿಕರನ್ನು ಇರಿಸಿ ಹೇಗೆಂದರೆ ಯಾವುದೇ ಸೈನಿಕನು ಇನ್ನೊಂದರ ಮೇಲೆ ದಾಳಿ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ. ಒಂದು ಸೈನಿಕ 'L' ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. ಅದು (a) ಲಂಬವಾಗಿ ಎರಡು ಹೆಜ್ಜೆ ಅಥವಾ ಅಡ್ಡವಾಗಿ ಒಂದು ಹೆಜ್ಜೆ ಅಥವಾ (b) ಅಡ್ಡವಾಗಿ ಎರಡು ಹೆಜ್ಜೆ ಮತ್ತು ಲಂಬವಾಗಿ ಒಂದು ಹೆಜ್ಜೆ ಚಲಿಸಬಹುದು ಸೈನಿಕನ ಸಂಭವನೀಯ ಚಲನೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.





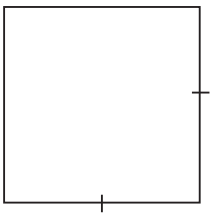
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



9 ಬೋಧಾಯನ - ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ

R4A7W6

9.1 ಚೌಕವನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವುದು.

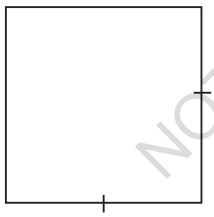


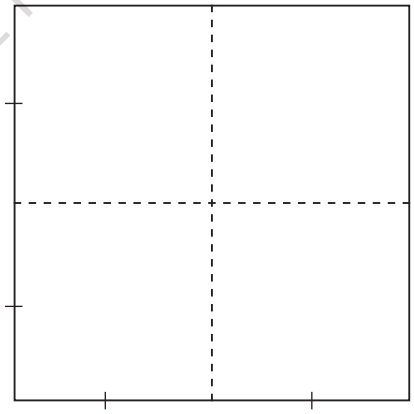
ಬೋಧಾಯನ ಶುಲ್ಬ–ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ (ಸುಮಾರು 800 BCE) ಬೋಧಾಯನನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತಾನೆ:

? ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡರಷ್ಟಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಒಬ್ಬನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು?

ಮೊದಲ ಊಹೆ ಏನೆಂದರೆ ಚೌಕದ ಪ್ರತಿ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವನ್ನು ಸರಳವಾಗಿ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವುದು. ಈ ಹೊಸ ಚೌಕವು ಮೂಲ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡಷ್ಟನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆಯೇ?

ಹೊಸ ಚೌಕವು 2×2=4ರಷ್ಟು ಮೂಲ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಲು ಕಷ್ಟವೇನಲ್ಲ:





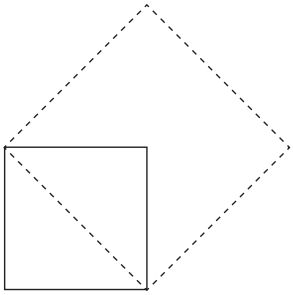
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಹಾಗಾದರೆ ಒಬ್ಬನು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳುವ ಹಾಗೆ ಚೌಕವನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡುವುದು?

ಬೋಧಾಯನನು ತನ್ನ ಶುಲ್ಬ–ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ (ಶ್ಲೋಕ 1.9) ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಸೊಗಸಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೀಡಿದ್ದಾನೆ.

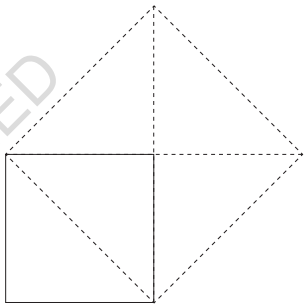
ಒಂದು ಚೌಕದ ಕರ್ಣವು ಮೂಲ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡರಷ್ಟಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ.

ಬೋಧಾಯನನು ಹೇಳುವಂತೆ, ಮೂಲ ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಒಂದು ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶವಾಗಿದೆ.



? ಚುಕ್ಕೆಗಳಿರುವ ಹೊಸ ಚೌಕವು ಮೂಲ ಚೌಕದ ಎರಡರಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಏಕೆ ಹೊಂದಿದೆ ?

ಶುಲ್ಬ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿನ ಅನೇಕ ರಚನೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಗತ್ಯವಿರುವಲ್ಲಿ ಬೋಧಾಯನನು ಹೇಳುವಂತೆ 'ಪೂರ್ವ ಪಶ್ಚಿಮ' ಮತ್ತು 'ಉತ್ತರ–ದಕ್ಷಿಣ' ರೇಖೆಗಳು ಅಂದರೆ ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಅಡ್ಡ ಮತ್ತು ಲಂಬ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಅಪೇಕ್ಷಣೀಯವಾಗಿದೆ. ಹೊಸ ಚೌಕವು ಮೂಲ ಚೌಕದ ಎರಡರಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಏಕೆ ಹೊಂದಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಲು ಕೆಲವು ಅಡ್ಡ / ಸಮತಲ ಮತ್ತು ಲಂಬ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದೇ? ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ನೀವು ಕೆಲವು ಅಡ್ಡರೇಖೆ ಮತ್ತು ಲಂಬರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು.



? ಮೂಲ ಚೌಕದ ಲಂಬ ಮತ್ತು ಅಡ್ಡ ಬಾಹುಗಳ ವಿಸ್ತರಣೆಯು ಚುಕ್ಕೆಗಳಿರುವ ಚೌಕದ ಶೃಂಗಗಳ ಮೂಲಕ ಏಕೆ ಹಾದು ಹೋಗಬೇಕು ?

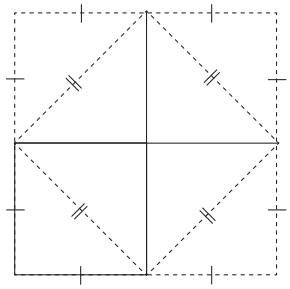
ಗಣಿತದ ಮಾತು

(ಸುಳಿಹು: ಚೌಕದ ಕರ್ಣ ಗುಣಲಕ್ಷಣದಿಂದ ಕೋನವನ್ನು ಭಾಗಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಅಭಿಮುಖ ಶೃಂಗದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಮೂಲ ಚೌಕದ ಅಡ್ಡ ಮತ್ತು ಲಂಬ ಬಾಹುಗಳು ಚುಕ್ಕೆಗಳಿರುವ ಚೌಕದ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಏಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಾದಿಸಿ.)

ಆದುದರಿಂದ, ಹೊಸ ಚೌಕವು ಮೂಲ ಚೌಕದ ಎರಡರಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ, ಏಕೆಂದರೆ ಮೂಲ ಚೌಕವು ಎರಡು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. ಆದರೆ ಹೊಸ ಚೌಕವು 4 ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ.

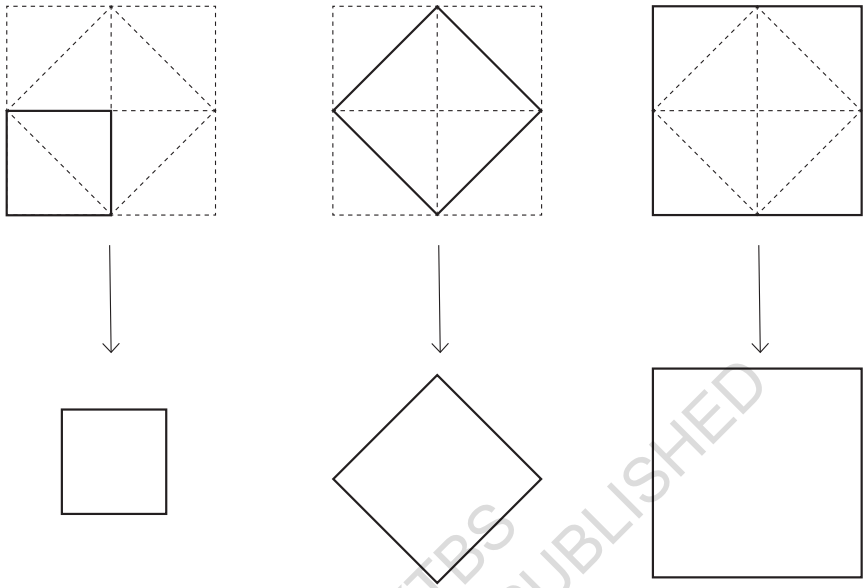
? ಅದಲ್ಲದೆ, ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸರ್ವಸಮವಾಗಿವೆ. ಏಕೆ ಎಂದು ನೀವು ವಿವರಿಸಬಹುದೇ?

ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಅಡ್ಡ ಮತ್ತು ಲಂಬ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ಇನ್ನಷ್ಟು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಬಹುದು.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

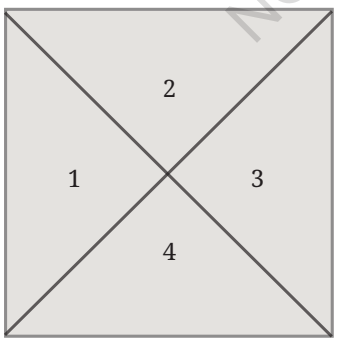
ಆದುದರಿಂದ ನಾವು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅನುಕ್ರಮ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು.



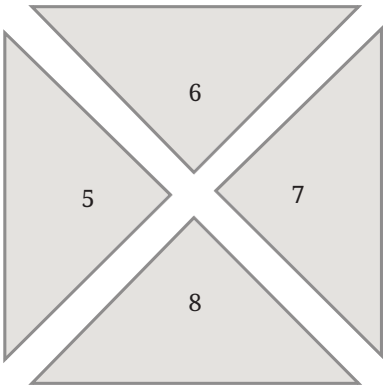
ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೌಕವು ಹಿಂದಿನದಕ್ಕಿಂತ ಎರಡರಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ, ಏಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 2, 4, ಮತ್ತು 8 ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ.

ಕಾಗದವನ್ನು ಬಳಸಿ ಚೌಕವನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವುದು.

? ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಕಾಗದದ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ. ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ, ಲೇಬಲ್ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಕತ್ತರಿಸಿ.



ಚೌಕ 1

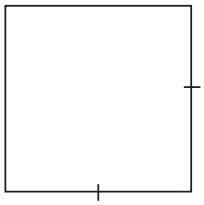


ಅನುರೂಪ ಚೌಕ 2

ದ್ವಿಗುಣ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಚೌಕವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಈಗ ಚೌಕ 1ರ ಸುತ್ತ 5, 6, 7 ಮತ್ತು 8 ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಇರಿಸಿ.

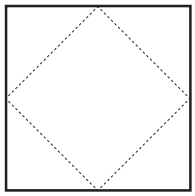
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

9.2. ಚೌಕವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುವುದು.

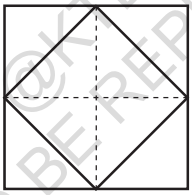


? ಈಗ ನಮಗೆ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಮೂಲ ಚೌಕದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತೇವೆ ಅಂದುಕೊಳ್ಳಿ. ನೀವು ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡುತ್ತೀರಿ?

ಅದನ್ನು ಮಾಡಲು ಒಂದು ಮಾರ್ಗವೆಂದರೆ ಹಿಂದಿನ ಭಾಗದ ರಚನೆಯನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸುವುದು. ನಾವು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದೊಳಗೆ ಬಾಗಿದ ಸಣ್ಣ ಚೌಕವನ್ನು ಎಳೆಯುತ್ತೇವೆ.



? ಒಳಗಿರುವ ಸಣ್ಣ ಚೌಕವು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಏಕೆ ?
ಮತ್ತೆ ಕೆಲವು ಪೂರ್ವ ಪಶ್ಚಿಮ ಮತ್ತು ಉತ್ತರ ದಕ್ಷಿಣ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ಅದನ್ನು ವಿವರಿಸಬಹುದು.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

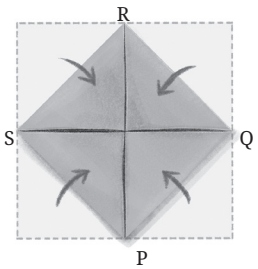
ಕಾಗದವನ್ನು ಬಳಸಿ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುವುದು.

? ಒಂದು ಕಾಗದದ ತುಂಡಿನಿಂದ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ. ಮೊದಲ ಚೌಕದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಈಗ ಮಾಡಿ.

? ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕವು ಅರ್ಧದಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆಯೇ? ಏಕಿಲ್ಲ? ಅಂತಹ ಎಷ್ಟು ಚೌಕಗಳು ಮೂಲ ಚೌಕವನ್ನು ತುಂಬುತ್ತವೆ ?

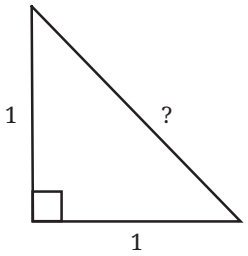
ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಮಡಿಕೆಗಳು ಹಾದುಹೋಗುವಂತೆ, ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾಗದವನ್ನು ಒಳಮುಖವಾಗಿ ಮಡಿಚಿ. PQRSವು ಮೂಲ ಚೌಕದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಚೌಕವಾಗಿದೆ.





? PQRS ಏಕೆ ಒಂದು ಚೌಕವಾಗಿದೆ ? ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಮೂಲ ಕಾಗದದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಏಕೆ? QS ಮತ್ತು PR ಸೇರಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಉಂಟಾದ ವಿಭಿನ್ನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಮೂಲಕ, ಮತ್ತು ನಂತರ ತ್ರಿಭುಜದ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ವಿವರಿಸಿ.

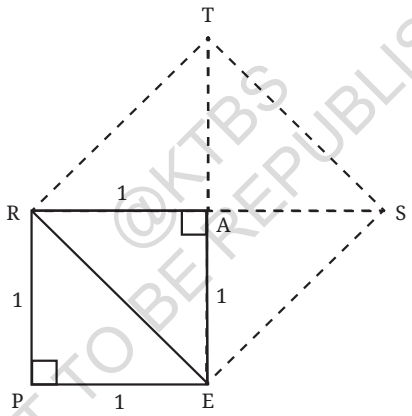
9.3 ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಕರ್ಣ



ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹುವನ್ನು ವಿಕರ್ಣ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

? ಈ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಕರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1 ಯೂನಿಟ್ ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವು ಅಂತಹ ಎರಡು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಈ ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಲಾದ ಚೌಕವು ಮೂಲ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡರಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ಸಹ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದ ನಮಗೆ ಈಗಲೂ ತಿಳಿದಿಲ್ಲ, ಆದರೆ ಅದರ ಮೇಲಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ!

RESTನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= 2 × PEAR ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= 2 × 1 = 2 ಚದರ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು

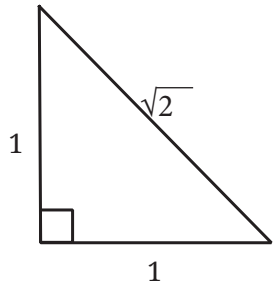
ಬಾಹು ಮತ್ತು ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. 'c' ಎಂಬುದು ER ಕರ್ಣವಾಗಿದ್ದರೆ,

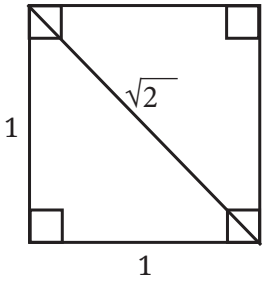
ಆಗ, RESTನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $c \times c = c^2$

ಆದುದರಿಂದ, $c^2 = 2$

ಆದುದರಿಂದ, $c = \sqrt{2}$

ಹಾಗಾಗಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದವು $\sqrt{2}$ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಾಗಿದೆ.





ಈ ಅಧ್ಯಾಯದ ಉಳಿದ ಭಾಗದಲ್ಲಿ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪಡಿಸದ ಹೊರತು ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸ್ಥಿರ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ / ಮಾನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಾವು ಊಹಿಸುತ್ತೇವೆ.

? $\sqrt{2}$ ನ ಬೆಲೆ ಏನು?

$\sqrt{2}$ ನ ದಶಮಾಂಶ ನಿರೂಪಣೆ

$\sqrt{2}$ ರ ದಶಮಾಂಶ ನಿರೂಪಣೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ವಾದವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

? $\sqrt{2}$ ವು 1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿದೆಯೇ ?

1 ಯೂನಿಟ್ ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವು 1 ಚದರ ಯೂನಿಟ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. $\sqrt{2}$ ಯೂನಿಟ್ ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವು 2 ಚದರ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ 1ವು, $\sqrt{2}$ ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದೆ.

ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, $1^2 = 1$ ಮತ್ತು $\sqrt{2^2} = 2$,

ಆದುದರಿಂದ, $1 < \sqrt{2}$ ಆಗಿದೆ.

? $\sqrt{2}$ ವು 2ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿದೆಯೇ ?

2 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳ ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವು 4 ಚದರ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. $\sqrt{2}$ ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವು 2 ಚದರ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ 2ವು, $\sqrt{2}$ ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದೆ.

ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, $\sqrt{2^2} = 2$, ಮತ್ತು $2^2 = 4$

ಆದುದರಿಂದ, $\sqrt{2} < 2$

ಹಾಗಾಗಿ, $1 < \sqrt{2} < 2$

ನಾವು 1ನ್ನು ಕನಿಷ್ಠ ಮಿತಿ ಮತ್ತು 2ನ್ನು ಗರಿಷ್ಠ ಮಿತಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ನಾವು $\sqrt{2}$ ರ ಹತ್ತಿರದ ಮಿತಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

$1.1^2 = 1.21$
$1.2^2 = 1.44$
$1.3^2 = 1.69$
$1.4^2 = 1.96$
$1.5^2 = 2.25$
ಆದುದರಿಂದ, $1.4 < \sqrt{2} < 1.5$

$1.41^2 = 1.9881$
$1.42^2 = 2.0164$
ಆದುದರಿಂದ, $1.41 < \sqrt{2} < 1.42$

$1.411^2 = 1.990921$
$1.412^2 = 1.993744$
$1.413^2 = 1.996569$
$1.414^2 = 1.999396$
$1.415^2 = 2.002225$
ಆದುದರಿಂದ, $1.414 < \sqrt{2} < 1.415$

? ನಾವು ಎಂದಾದರೂ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ನಿರೂಪಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ 2ರ ವರ್ಗವಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆಯೇ?

ಅಂತಹ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶವು 1.414..... ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗಿ, ಅದರ ವರ್ಗವು 2 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದು ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಕೊನೆಯ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು. ಇದು ಹೀಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವರ್ಗದ ದಶಮಾಂಶ ನಿರೂಪಣೆಯು ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ನಂತರ ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಕೊನೆಯ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\sqrt{2}$ವು 1.414..... 4, ರೂಪದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವರ್ಗವು ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

$\square \cdot \square\square \cdots \square 6$

ಆದುದರಿಂದ, ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳವ ದಶಮಾಂಶವು 2 ಅಥವಾ 2.000.....ನ್ನು ತನ್ನ ವರ್ಗವಾಗಿ ಹೊಂದಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಹಾಗಾಗಿ, $\sqrt{2}$ರ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯು ಎಂದೆಂದಿಗೂ ಮುಂದುವರಿಯಬೇಕು. ಅಂದರೆ, ಅದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದ ದಶಮಾಂಶ ನಿರೂಪಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

? $\sqrt{2}$ನ್ನು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ m ಮತ್ತು n ಭಿನ್ನರಾಶಿ $\frac{m}{n}$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದೇ?

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

$\sqrt{2}$ನ್ನು $\frac{m}{n}$ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದರೆ, ಆಗ ನಮಗೆ

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$$

$$2 = \frac{m^2}{n^2}$$

$2n^2 = m^2$ ಸಿಗುತ್ತಿತ್ತು.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾರಿ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಆದುದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ $2n^2 = m^2$ ರಲ್ಲಿ, ಅವಿಭಾಜ್ಯ 2 ಎಡ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾರಿ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾರಿ ಸಂಭವಿಸುತ್ತಿತ್ತು. ಇದು ಅಸಾಧ್ಯ, ಹಾಗಾಗಿ, $\sqrt{2}$ ನ್ನು $\frac{m}{n}$ ರೂಪದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

$\sqrt{2}$ ನ್ನು m ಮತ್ತು n ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ $\frac{m}{n}$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂಬ ಈ ಸುಂದರವಾದ ಪುರಾವೆಯನ್ನು ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ತನ್ನ ಪುಸ್ತಕ ಎಲಿಮೆಂಟ್ಸ್ (Elements) (C; 300 BCE) ಯಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ್ದಾನೆ. ನಾವು ಇದನ್ನು ನಂತರದ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ವಿವರವಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸೋಣ.

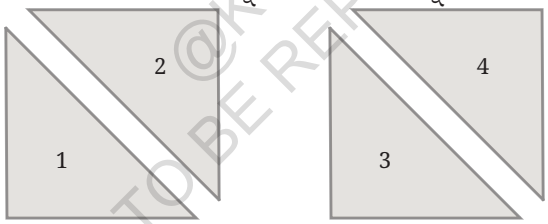
ಹಾಗಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆ $\sqrt{2}$ ನ್ನು ಒಂದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶವನ್ನಾಗಿ ಅಥವಾ ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಅದನ್ನು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದ ದಶಮಾಂಶವಾಗಿ ಯೋಚಿಸಬಹುದು:

$\sqrt{2}$ = 1.41421356....

? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಈ ಹಿಂದೆ ನೀಡಿದ ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾಗದದ ಎರಡರಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾಗದಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು ಇನ್ನೊಂದು ವಿಧಾನವಿದೆ.





ಈ ತುಣುಕುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಎರಡು ಚೌಕಗಳ ಎರಡರಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

2. ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಸಮಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ನಂತರ ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವಂತೆ ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದದ ಮೇಲಿನ ಮಿತಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(a) 3 (b) 4 (c) 6 (d) 8 (e) 9

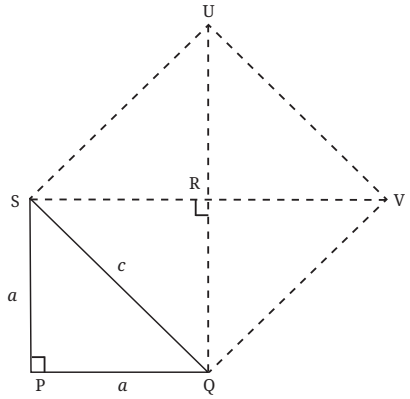
3. ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಕರ್ಣವು 10cm ಆಗಿದೆ. ಅದರ ಇತರ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು ?

(**ಸುಳಿಹು:** ಅಂತಹ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ).

ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರ

ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮತ್ತು ಅದರ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ಚೌಕದ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಬಳಸಿ, ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಇತರ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಸಮಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 'a' ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದವು 'c' ಆಗಿರಲಿ.

SQVU ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 2 × PQRS ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಆದುದರಿಂದ, $c^2 = 2a^2$

'a' ಬೆಲೆ ಕೊಟ್ಟಾಗ 'c' ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅಥವಾ 'c' ಬೆಲೆ ಕೊಟ್ಟಾಗ 'a' ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಸಮಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 12 ಇರುವ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಕರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a = 12$ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸಿದಾಗ

$c = \sqrt{2 \times 12^2} = \sqrt{288}$ ನಮಗೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಂತೆ $16^2 = 256$, ಮತ್ತು $17^2 = 289$ ಆಗಿದೆ.

ಆದುದರಿಂದ, $\sqrt{288}$ರ ಬೆಲೆಯು 16 ಮತ್ತು 17ರ ನಡುವಿನ ನಡುವೆ ಇದೆ.

ಸಮ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 12 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಿರುವ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದವು 16 ಮತ್ತು 17 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 2: ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಕರ್ಣವು $\sqrt{72}$ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಇತರ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$c = \sqrt{72}$ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡಾಗ,

$c^2 = 2a^2$ ನಮಗೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಆದುದರಿಂದ, $(\sqrt{72})^2 = 2a^2$

$$72 = 2a^2$$

ಹಾಗಾಗಿ, $a^2 = \frac{72}{2} = 36$

ಆದುದರಿಂದ, $a = \sqrt{36} = 6$

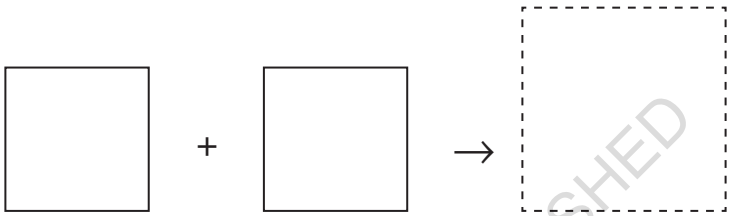
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಆದುದರಿಂದ, ಇತರ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವು 6 ಆಗಿದೆ.

9.3ರಲ್ಲಿನ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸಿ.

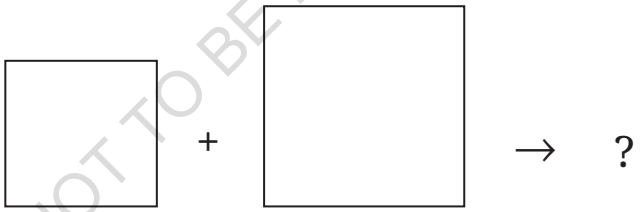
9.4. ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸುವುದು.

ಎರಡು ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವುಳ್ಳ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ಮಾಡಲು ಒಂದೇ ಚೌಕದ ಎರಡು ಪ್ರತಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಹಿಂದಿನ ವಿಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ.



ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವು ಎರಡು ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದವಾಗಿದೆ.

? ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಗಾತ್ರದ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸಿ. ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವುಳ್ಳ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ಮಾಡಲು ನಾವು ಬಯಸಿದರೆ ಏನು ಮಾಡಬೇಕು?

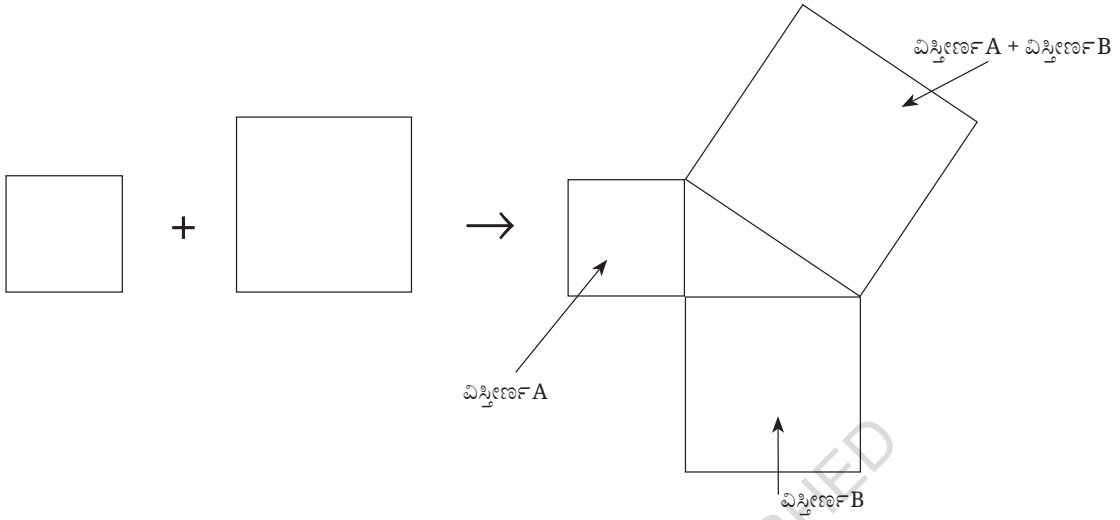


©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಬೋಧಾಯನನು ತನ್ನ ಶುಲ್ಬ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ (ಶ್ಲೋಕ 1.12) ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಗಾತ್ರದ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸುವ ಈ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಗಮನಾರ್ಹ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ನೀಡಿದ್ದಾನೆ. ಅವನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾನೆ:

> ವಿಕರ್ಣದಿಂದ ಉಂಟಾದ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎರಡು ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ, ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಲು, ಎರಡು ಚೌಕಗಳ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದಗಳು, ಲಂಬ ಬಾಹುಗಳಾಗಿರುವಂತೆ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಮಾಡಿ. ಈ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಕರ್ಣವನ್ನು ಬಾಹುವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕವು ಎರಡು ಮೂಲ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.



? ಬೋಧಾಯನನ ವಿಧಾನವು ಏಕೆ ಕಾರ್ಯಗತವಾಗುತ್ತದೆ?

(?) ಒಂದೇ ಗಾತ್ರದ ಎರಡು ಚೌಕಗಳಿರುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಈ ವಿಧಾನವು ಏಕೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ನೋಡಬಹುದೇ? ಒಂದೇ ಗಾತ್ರದ ಎರಡು ಚೌಕಗಳನ್ನು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನಾಗಿ ಕೂಡಿಸಲು ನಾವು ಈ ಮೊದಲು ಬಳಸಿದ ವಿಧಾನದೊಂದಿಗೆ ಇದು ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆಯೇ?

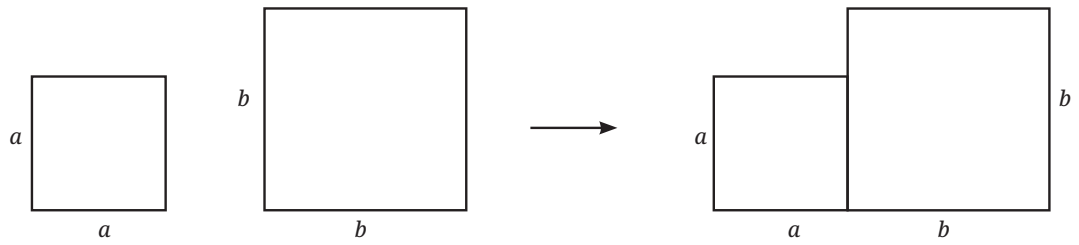
ತರುವಾಯ ಅವನ ಶುಲ್ಬ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ (ಶ್ಲೋಕ 2.1) ಬೋಧಾಯನನು ಈ ವಿಧಾನವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಏಕೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಸಹಾಯ ಮಾಡುವ ಇನ್ನೊಂದು ಶ್ಲೋಕವನ್ನು ನೀಡುತ್ತಾನೆ.

> ವಿಭಿನ್ನ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಲು ಸಣ್ಣ ಚೌಕದ ಬಾಹುವನ್ನು ಬಳಸಿ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಆಯತಾಕಾರದ ಭಾಗವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಈ ಆಯತದ ಕರ್ಣವು ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕದ ಬಾಹುವಾಗಿದೆ.

© KSEEB NOT TO BE REPUBLISHED

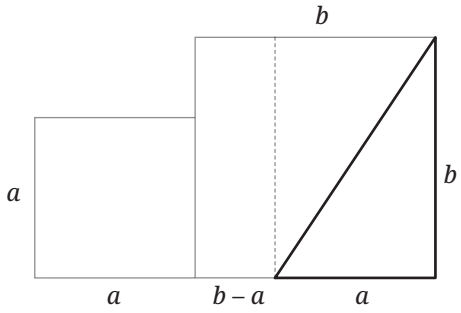
ಬೋಧಾಯನನ ಸೂಚನೆಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸೋಣ.

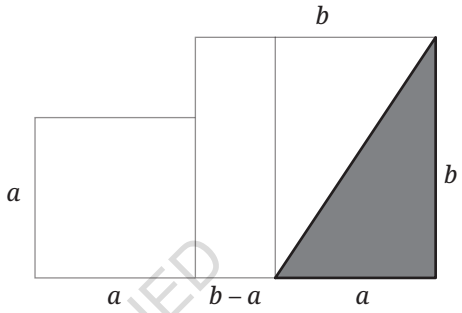
♦ ಎರಡು ಚೌಕಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.



♦ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಆಯತಾಕಾರದ ಭಾಗವನ್ನು ಚಿಕ್ಕದರ ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ಬಳಸಿ, ಗುರುತಿಸಿ, ಮತ್ತು ಅದರ ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಹೀಗೆ ಮಾಡುವುದರಿಂದ ನಾವು a ಮತ್ತು b ಲಂಬ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

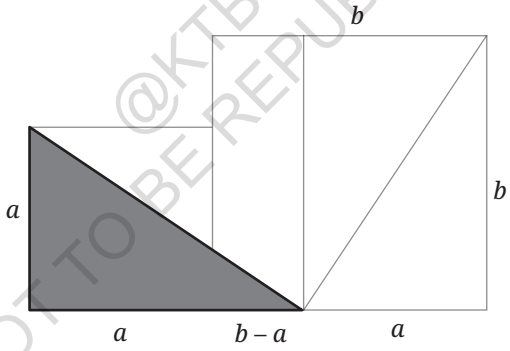
1.



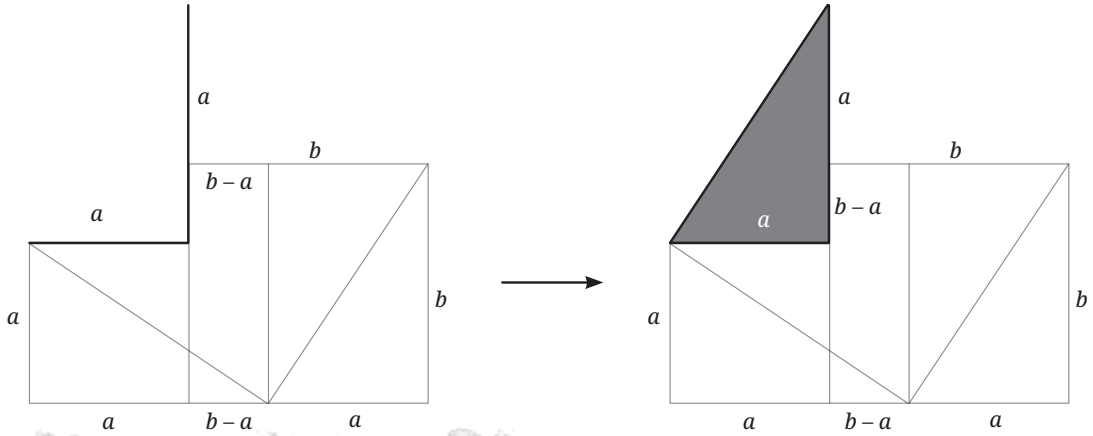


♦ ಅಂತಹ ಮೂರು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವ ಮೂಲಕ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲೆ 4 ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಮಾಡಿ.

2.

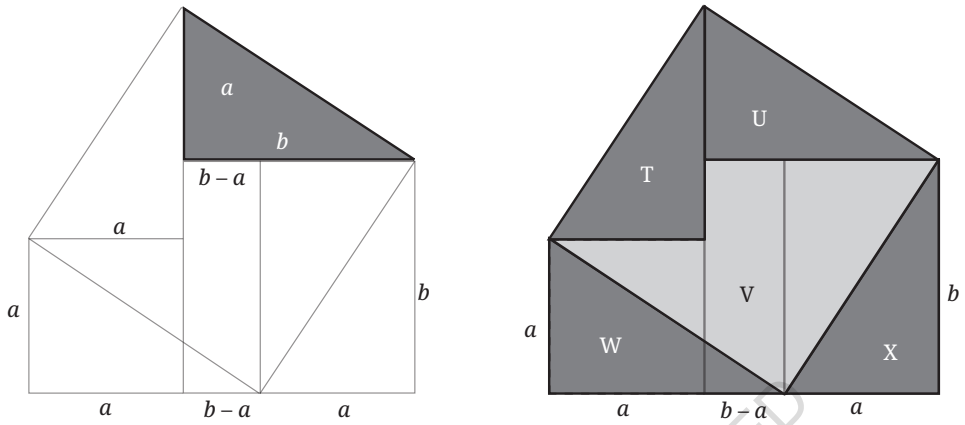


3.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

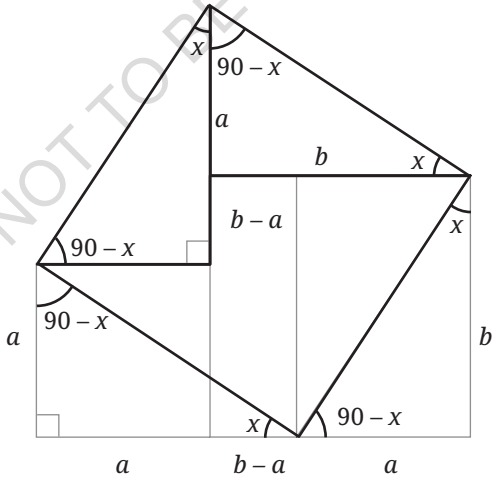
4.



♦ ಪಡೆದ 4 ಬಾಹುಗಳ ಚಿತ್ರವು (T+U+V) ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಎರಡು ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ, ಸಮನಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕವಾಗಿದೆ.

? ಏಕೆ?

♦ T, U, X ಮತ್ತು W ಎಲ್ಲವೂ ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಹೊಸ 4 ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಆಕೃತಿಯ ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೇ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಕೋನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



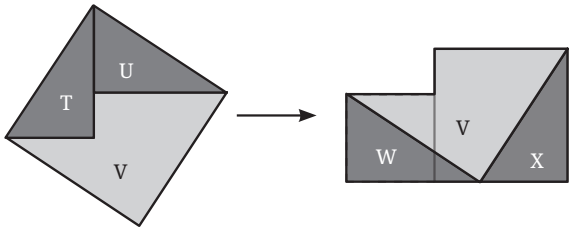
? ಈ ಹೊಸ 4 ಬಾಹುಗಳ ಆಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಏಕೆ ಲಂಬಕೋನಗಳಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ಅದು ಚೌಕವಾಗಿದೆ ಎಂದು ವಿವರಿಸಿ.

ಈ ಹೊಸ ಚೌಕವು a ಮತ್ತು b ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ತನ್ನ ಬಾಹುವಾಗಿ ಹೊಂದಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

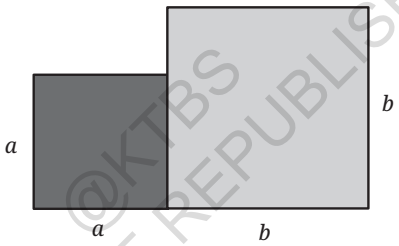
♦ ಬೌದ್ಧಾಯನನ ಪ್ರತಿಪಾದನೆಯು ಈಗ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿದೆ:

ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = T, U, ಮತ್ತು Vಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತ = V, W ಮತ್ತು Xಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತ = ನೀಡಲಾದ ಎರಡು ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತ.



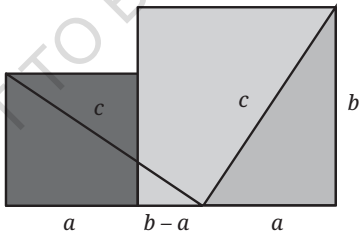
ಕಾಗದವನ್ನು ಬಳಸಿ ಎರಡು ಚೌಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು

ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಗಾತ್ರದ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿ ಸೇರಿಸಿ.

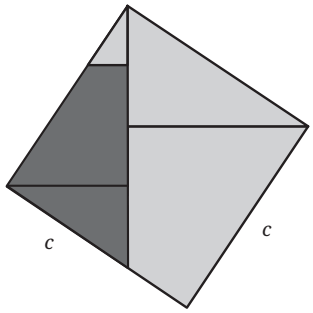


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈಗ ಮೂರು ತುಣುಕುಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಎರಡು ಬಾರಿ ಕತ್ತರಿಸಿ.

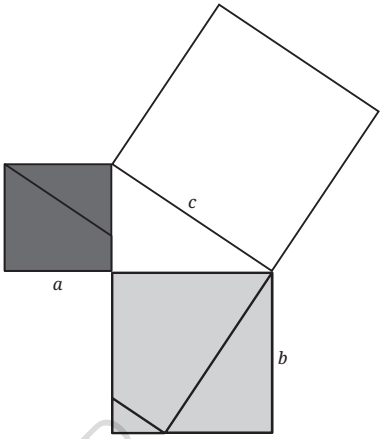


ಮೂರು ತುಣುಕುಗಳನ್ನು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವಾಗಿ ಮರು ಜೋಡಿಸಿ.

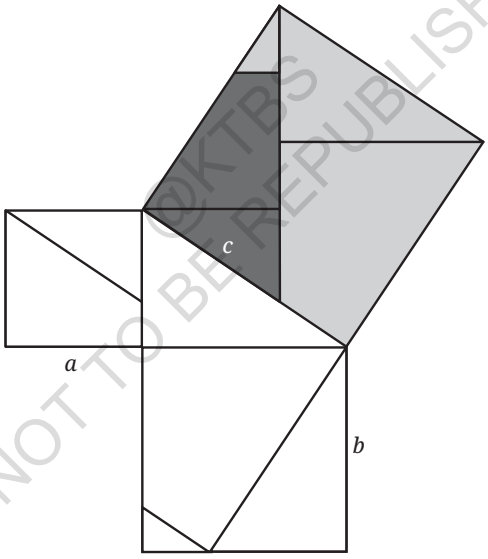


ಈಗ ನೀವು ಎರಡು ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳನ್ನು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿದ್ದೀರಿ!

ಈಗ ಎರಡು ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಮಾಡಿ. ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ನಿಮ್ಮ ತುಣುಕುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ಚೌಕವನ್ನು ಮುಚ್ಚಿ.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವು ಕಡಿಮೆ ಉದ್ದದ a ಮತ್ತು b ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು c ಉದ್ದದ ವಿಕರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಎರಡು ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು, a^2 ಮತ್ತು b^2, ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ c^2ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

ಇದು ಬೋಧಾಯನನ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಮತ್ತು ಮೂಲಭೂತ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪ್ರಮೇಯವಾಗಿವೆ.

ಬೋಧಾಯನನ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪ್ರಮೇಯ: ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವು a, b ಮತ್ತು c ಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಮತ್ತು c ಯು ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ $a^2 + b^2 = c^2$

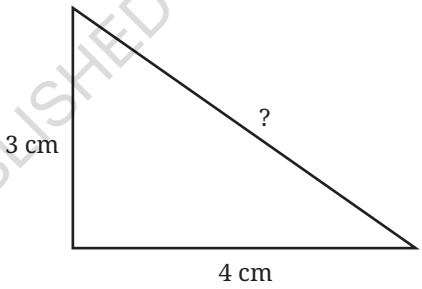
ಬೋಧಾಯನನು ಈ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಬಾರಿಗೆ ಸಾರ್ವತ್ರಿಕತೆ ಮತ್ತು ಮೂಲಭೂತವಾಗಿ ಅಗತ್ಯವಾದ ಆಧುನಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿದ ವ್ಯಕ್ತಿ. ಈ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಗ್ರೀಕ್ ತತ್ವಜ್ಞಾನಿ ಗಣಿತಜ್ಞ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ (ಸುಮಾರು 500 BCE) ಹೆಸರಿನಲ್ಲಿ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಅವರು ಈ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಮೆಚ್ಚಿಕೊಂಡರು ಮತ್ತು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿದ್ದರು ಮತ್ತು ಇವರು ಬೋಧಾಯನನ ನೂರಾರು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಬದುಕಿದ್ದರು. ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಯಾವ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 'ಬೋಧಾಯನ–ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ' ಎಂಬ ಪರಿವರ್ತನೆಯ ಹೆಸರಿನಿಂದ ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಬೋಧಾಯನನ ಪ್ರಮೇಯ ಬಳಸುವುದು

ನಿಮ್ಮ ನೋಟ್‌ಬುಕ್‌ನಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು 3cm ಮತ್ತು 4cm ಇರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಮಾಡಿ. ಈಗ ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.

ಅದು 5cm ಇರುತ್ತದೆ.

ವಾಸ್ತವಿಕವಾಗಿ, ವಿಕರ್ಣವು ನಿಖರವಾಗಿ 5 cm ಇದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಲು ನಾವು ಬೋಧಾಯನನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದಿತ್ತು!



$a = 3$ cm ಮತ್ತು $b = 4$ cm ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ ಬೋಧಾಯನನ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ, ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದ c ಯು, ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸಮೀಕರಿಸುತ್ತದೆ.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$3^2 + 4^2 = c^2$$

$$9 + 16 = c^2$$

$$25 = c^2$$

ಆದುದರಿಂದ, $c = 5$cm

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು 5cm ಮತ್ತು 12cm ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು? ಈ ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಅಳತೆಯಿಂದ ಮೊದಲು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ವಿಕರ್ಣವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ, ತದನಂತರ ಬೋಧಾಯನನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬಳಸಿ ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

2 ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವು 8cm ಉದ್ದದ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹು ಮತ್ತು 17cm ಉದ್ದದ ವಿಕರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು? ಮತ್ತೆ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಮತ್ತು ಅಳೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ, ಮತ್ತು ತದನಂತರ ಬೋಧಾಯನನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬಳಸಿ ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

3. ನೀವು ಈಗ ನೋಡಿದ ರಚನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚೌಕದ ಮೂರರಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ನೀವು ಹೇಗೆ ರಚಿಸುತ್ತೀರಿ? ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚೌಕದ ಐದರಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕ ? (ಬೋಧಾಯನನ ಶುಲ್ಬ ಸೂತ್ರ ಶ್ಲೋಕ 1.10)

4. a, b ಮತ್ತು c ಗಳು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲಿ. c ಯು ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದವಾಗಿದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟು ಹೋದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) $a = 5, b = 7$ ii) $a = 8, b = 12$ iii) $a = 9, c = 15$

iv) $a = 7, b = 12$ v) $a = 1.5, b = 3.5$

9.5 ಪೂರ್ಣಾಂಕ–ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳು

ಬೋಧಾಯನನು ತನ್ನ ಶುಲ್ಬ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ (ಶ್ಲೋಕ 1.13) ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವ ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ಸರಿದೂಗಿಸುವ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು (a, b, c) ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿದ್ದಾನೆ.

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ (3, 4, 5), (5, 12, 13), (8, 15, 17), (7, 24, 25), (12, 35, 37) ಮತ್ತು (15, 36, 39) ಸೇರಿವೆ.

ಈ ಕಾರಣಕ್ಕಾಗಿ, ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳನ್ನು (ಅಥವಾ $a^2 + b^2 = c^2$ನ್ನು ಸಮಾನವಾಗಿ) ಸರಿದೂಗಿಸುವ ಇಂತಹ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು (a, b, c) **ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳನ್ನು **ಬೋಧಾಯನ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ತ್ರಿವಳಿಗಳು, ಪೈಥಾಗೊರಿಯನ್ ತ್ರಿವಳಿಗಳು** ಮತ್ತು **ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ತ್ರಿವಳಿಗಳು** ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

? 20ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮನಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುವ ಎಲ್ಲಾ **ಬೋಧಾಯನ** ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ.



? ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಶ್ರೇಡಿ ಇದೆಯೇ?

ಗಣಿತಜ್ಞರು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿದ್ದಾರೆ ಮತ್ತು ಅಂತಹ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡಿದ್ದಾರೆ! ಈ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಹೆಜ್ಜೆ ಇಡೋಣ.

(3, 4, 5) ಒಂದು ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಯೆಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.

? (30, 40, 50) ಒಂದು ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಯೇ?

(300, 400, 500) ಒಂದು ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಯೇ?

20ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮನಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುವ ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಪಟ್ಟಿಯು ಈ ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ.

(3, 4, 5), (6, 8, 10), (9, 12, 15), (12, 16, 20)

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಅವುಗಳ ನಡುವೆ ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮಬದ್ಧತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆಯೇ?

ಈ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು (3, 4, 5)ರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದವನ್ನು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಪಡೆಯಬಹುದು.

? ಈ ಅವಲೋಕದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಬೋಧಾಯನನ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಒಂದು ಊಹೆಯನ್ನು ರೂಪಿಸಬಹುದೇ?

ಊಹೆ : (3k, 4k, 5k) ಒಂದು ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಯಾಗಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿ 'k' ಯು ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾರ್ಂಕವಾಗಿದೆ.

? **ಇದು ನಿಜವೇ?**

ನಾವು $(3k)^2 + (4k)^2 = (5k)^2$ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಬೇಕು.

$(3k)^2 + (4k)^2 = 9k^2 + 16k^2 = 25k^2$ ಇದು $(5k)^2$ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಆದುದರಿಂದ, (3k, 4k, 5k) ನಿಶ್ಚಯವಾಗಿ ಒಂದು ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಯಾಗಿದೆ.

ಇದು ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದಷ್ಟು ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಗಳಿವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ನಮ್ಮ ಊಹೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದೇ ?

? (a, b, c) ಯು ಒಂದು ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ k ಯು ಯಾವುದೇ ಧನಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದಾಗ (ka, kb, kc)ಯೂ ಸಹ ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿ ಆಗಿರುತ್ತದೆಯೇ ? ಈ ಹೇಳಿಕೆಯು ನಿಜವೇ?

ಈ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನಿಜವೆಂದು ತೋರಿಸಬಹುದು. (a, b, c) ಯು ಒಂದು ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $a^2 + b^2 + c^2$ ಆಗಿದೆ. ನಾವು $(ka)^2 + (kb)^2 = (kc)^2$ ಆಗುತ್ತದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಬೇಕು.

$$(ka)^2 = ka \times ka = k^2a^2, \text{ ಮತ್ತು } (kb)^2 = kb \times kb = k^2b^2$$

ಆದುದರಿಂದ, $(ka)^2 + (kb)^2 = k^2a^2 + k^2b^2$

ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ತೆಗೆಯುವುದರಿಂದ

$$(ka)^2 + (kb)^2 = k^2 (a^2 + b^2) \text{ ನಮಗೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.}$$

ಆದುದರಿಂದ, $a^2 + b^2 = c^2$

$$(ka)^2 + (kb)^2 = k^2 c^2 = (kc)^2$$

ಹಾಗಾಗಿ, (a, b, c) ಯು ಒಂದು ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿ ಆಗಿದ್ದರೆ, (ka, kb, kc)ಯೂ ಸಹ ಒಂದು ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ನಾವು (ka, kb, kc) ಯನ್ನು (a, b, c) ಯ **ಅಳತೆ ಮಾಡಿದ ಆವೃತ್ತಿ** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಯಾವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಹೊಂದಿರದ ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಯನ್ನು **ಪ್ರಾಚೀನ ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿ**ಯೆಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ (3, 4, 5) ಪ್ರಾಚೀನವಾದದ್ದು. ಆದರೆ (9, 12, 15) ಅಲ್ಲ.

? (5, 12, 13)ಯು ಒಂದು ಪ್ರಾಚೀನ ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಯೇ? 20ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮನಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಇತರ ಪ್ರಾಚೀನ ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು ಯಾವುವು?

? ಈ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪ್ರಾಚೀನ ತ್ರಿವಳಿಗಳ 5 ಅಳತೆ ಮಾಡಿದ ಆವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಈ ಅಳತೆ ಮಾಡಿದ ಆವೃತ್ತಿಗಳು ಪ್ರಾಚೀನವೇ?

? (a, b, c) ಪ್ರಾಚೀನ ತ್ರಿವಳಿಗಳಾಗಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ f ನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಆಗ $\left(\frac{a}{f}, \frac{b}{f}, \frac{c}{f}\right)$ ಒಂದು ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಯೇ? (9, 12, 15) ಕ್ಕೆ ಈ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಈ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

ನಾವು ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಚೀನ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಾದರೆ, ನಾವು ಎಲ್ಲಾ ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

? ನಾವು ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರಾಚೀನ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಪಡೆಯಬಹುದು?

ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

$$1 = 1^2$$

$$1+3 = 2^2$$

$$1+3+5 = 3^2$$

ಮೊದಲ n ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು n^2. ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸೋಣ.

? ಇದಕ್ಕಾಗಿ, ನಮಗೆ n ನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದೆಂದು ತಿಳಿಯಬೇಕು. ಅದು ಯಾವುದು?

n ನೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯು 2n-1, ಆದುದರಿಂದ,

$$\underbrace{1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-3)}_{\text{ಮೊದಲ } (n-1) \text{ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ}} + (2n-1) = n^2$$

? ಮೊದಲ (n-1) ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು?

ಹಾಗಾಗಿ,

$$(n-1)^2 + (2n-1) = n^2$$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು $(n-1)^2$ ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಅದಕ್ಕೆ $2n-1$ಯನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಮೂಲಕ ನೇರವಾಗಿ ಪಡೆಯಬಹುದಿತ್ತು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

nನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ, $(2n-1)$ ಸಹ ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೆ, ನಮಗೆ ಎರಡು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮತ್ತೊಂದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನಾವು ಈ ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತೇವೆ.

1. 9 ಒಂದು ಬೆಸ ವರ್ಗವಾಗಿದೆ. ಇದು 5ನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ $(9=2\times5-1)$

ಆದುದರಿಂದ,

$$1+3+5+7+9=5^2$$

$$4^2+3^2=5^2$$

? $(n-1)^2+(2n-1)=n^2$, ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಾವು ಈ ತ್ರಿವಳಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದಿತ್ತೇ?

ನಾವು 5ನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾರಣ, n ಬೆಲೆಯು 5 ಆಗಿದೆ. ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $n = 5$ನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ, ನಾವು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

$$(5-1)^2 + 9 = 5^2$$

$$4^2 + 3^2 = 5^2$$

2. 25 ಒಂದು ಬೆಸ ವರ್ಗವಾಗಿದೆ. ಇದು 13ನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ $(25 = 2 \times 13 - 1)$ ಆದುದರಿಂದ,

$1+3+5+ \ldots +23+25=13^2$ $12^2+5^2=13^2$	ನಾವು $n = 13$ ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ ನಾವು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. $(13-1)^2+25=13^2$ $12^2+5^2=13^2$

? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಈ ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಇನ್ನೂ 5 ಬೋಧಾಯನನ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಈ ವಿಧಾನವು ಪ್ರಾಚೀನವಲ್ಲದ ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ನೀಡುವುದೇ ?

   (ಸುಳಿಹು: ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿವಳಿಗಳಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವು ವಿಕರ್ಣಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಕಡಿಮೆ ಇರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)
3. ಈ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪಡೆಯಲಾಗದ ಪ್ರಾಚೀನ ತ್ರಿವಳಿಗಳಿವೆಯೇ? ಹೌದಾದರೆ, ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಿ.

ಗಣಿತದ ಮಾತು

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

9.6. ಒಂದು ದೀರ್ಘ ಕಾಲದ ತೆರೆದ ಸಮಸ್ಯೆ

ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಅಧ್ಯಯನವು 17ನೇ ಶತಮಾನದ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಫ್ರೆಂಚ್ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞ ಫರ್ಮಾಟ್‌ನನ್ನು ಧನಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ಣಾರ್ಂಕಗಳ ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತದ ಬಗ್ಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಹೇಳಿಕೆ ನೀಡಲು ಪ್ರೇರೇಪಿಸಿತು.

ಎರಡು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಅನಂತ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಎರಡು ಪರಿಪೂರ್ಣ ಘನಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಪರಿಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆಯೇ, ಎರಡು ನಾಲ್ಕನೇ ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ನಾಲ್ಕನೇ ಘಾತ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆಯೇ? ಇತ್ಯಾದಿ ಸಂಗತಿಗಳು ಫರ್ಮಾಟ್‌ಗೆ ಆಶ್ಚರ್ಯ ಪಡುವಂತೆ ಮಾಡಿತು. ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, $x^n + y^n = z^n$ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಪರಿಹಾರವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಅವನು ಆಶ್ಚರ್ಯಪಟ್ಟನು.

ಇಲ್ಲಿ x, y ಮತ್ತು z ಗಳು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ, ಮತ್ತು $n > 2$.

ಧನಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಮತ್ತು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು (ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಗಳಂತಹ) ತಿಳಿಸುವ ಪುಸ್ತಕದ ಅಂಚಿನಲ್ಲಿ ಫರ್ಮಾಟ್ ಹೀಗೆ ಬರೆದಿದ್ದಾರೆ. ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಎರಡು ಪರಿಪೂರ್ಣ ಘನಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿರುವ ಒಂದೇ ಒಂದು / ಯಾವುದೇ ಪರಿಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಎರಡು ನಾಲ್ಕನೇ ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿರುವ ನಾಲ್ಕನೇ ಘಾತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ, ಇತ್ಯಾದಿ. ಆದುದರಿಂದ, ಸಮೀಕರಣವು 2ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಘಾತಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಹೇಳುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಫರ್ಮಾಟ್ ಬರೆಯುತ್ತಾನೆ,

"ನಾನು ಈ ಹೇಳಿಕೆಗೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಅದ್ಭುತವಾದ ಪುರಾವೆಯನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡಿದ್ದೇನೆ. ಆದರೆ ಅದನ್ನು ಒಳಗೊಳ್ಳಲು ಅಂಚು ತುಂಬಾ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿದೆ."

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED





ಫರ್ಮಾಟ್‌ನ ಅಂತಿಮ ಪ್ರಮೇಯ (Fermat's Last Theorem) ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಈ ಹೇಳಿಕೆಗೆ ಫರ್ಮಾಟ್‌ನ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಯಾರು ಎಂದಿಗೂ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲಾಗಲಿಲ್ಲ.

ಅವನ ಮರಣದ ನಂತರ, ಅನೇಕ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಗಣಿತಜ್ಞರು ಈ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ತಮ್ಮ ಕೈಲಾದಷ್ಟು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರು. ಅದನ್ನು ಸಾಧಿಸುವಲ್ಲಿ 300 ವರ್ಷಗಳಿಗೂ ಅಧಿಕ ವಿಫಲ ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ನಡೆದವು.

1963ರಲ್ಲಿ, ಆಂಡ್ರ್ಯೂವೈಲ್ಸ್ ಎಂಬ 10 ವರ್ಷದ ಹುಡುಗ ಫರ್ಮಾಟ್‌ನ ಅಂತಿಮ ಪ್ರಮೇಯ ಮತ್ತು ಅದರ ಇತಿಹಾಸದ ಬಗ್ಗೆ ಒಂದು ಪುಸ್ತಕವನ್ನು (ಎರಿಕ್ ಬೆಲ್ ಬರೆದ ದಿ ಲಾಸ್ಟ್ ಪ್ರಾಬ್ಲಮ್ – The Last Problem) ಓದಿದನು. ಅನೇಕ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಗಣಿತಜ್ಞರ ವೈಫಲ್ಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಓದಿದರೂ, ಈ ಎಳೆಯ ಹುಡುಗ ಈ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದನು.

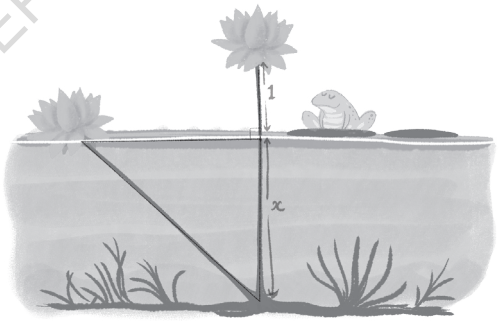
ಅವನು ಅಂತಿಮವಾಗಿ 1994ರಲ್ಲಿ ಈ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದನು!

9.7 ಬೋಧಾಯನ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಮುಂದುವರಿದ ಅನ್ವಯಗಳು

ಬೋಧಾಯನ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯವು ರೇಖಾಗಣಿತದ ಮೂಲಭೂತ ಪ್ರಮೇಯಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ ಅದರ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯನ 'ಲೀಲಾವತಿ'ಯಿಂದ ಒಂದು ಸಮಸ್ಯೆ

ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯನ (ಭಾಸ್ಕರ II) ಲೀಲಾವತಿಯಿಂದ ಒಂದು ಸಮಸ್ಯೆಯ ಅನುವಾದವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ನೀವು ಓದಿದ್ದನ್ನು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.



? "ಚಕ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರೌಂಚ ಪಕ್ಷಿಗಳಿಂದ ಸುತ್ತುವರೆದಿರುವ ಒಂದು ಸರೋವರದಲ್ಲಿ ನೀರಿನಿಂದ ಹೊರ ಚಾಚಿರುವ ಕಮಲದ ಹೂವು ಇದೆ. ಅದರ ಕಾಂಡದ ತುದಿಯು ನೀರಿನಿಂದ 1 ಯೂನಿಟ್‌ನಷ್ಟು ಮೇಲಿದೆ. ಸೌಮ್ಯವಾದ ಗಾಳಿಯಿಂದ ಅದು ತೂಗಾಡಿದಾಗ / ಅಲುಗಾಡಿದಾಗ, ಅದರ ತುದಿಯು ಮೂಲಸ್ಥಾನದಿಂದ 3 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿ ನೀರನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಿಸುತ್ತದೆ. ಸರೋವರದ ಆಳವನ್ನು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಹೇಳಿ."

ಮೊದಲ ನೋಟಕ್ಕೆ, ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ದತ್ತಾಂಶವು ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಅನಿಸುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಪರಿಹಾರವಿದೆ !

'x' ನೀರಿನೊಳಗಿನ ಕಾಂಡದ ಉದ್ದವಾಗಿರಲಿ. ಇದು ಸರೋವರದ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಆಳವಾಗಿದೆ. ಕಮಲದ ಕಾಂಡವು ನೀರಿನಿಂದ 1 ಯೂನಿಟ್‌ನಷ್ಟು ಮೇಲಕ್ಕೆ ಅಂಟಿಕೊಂಡಿರುವುದರಿಂದ ಕಾಂಡದ ಒಟ್ಟು ಉದ್ದವು x+1 ಆಗಿದೆ.

ಮೂಲ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಕಮಲದ ಕಾಂಡವು ನೀರಿನ ಮೇಲ್ಮೈಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಸಮಂಜಸವಾದ ಊಹೆಯನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ಈ ಊಹೆಯೊಂದಿಗೆ ನಾವು 3, x ಮತ್ತು x+1 ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಲಂಬಕೋನ

© KSEEBS NOT TO BE REPUBLISHED

ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇದು ಬೋಧಾಯನ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸರಿದೂಗಿಸುವುದರಿಂದ ನಮಗೆ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$3^2 + x^2 = (x + 1)^2$

$9 + x^2 = x^2 + 2x + 1$ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

x^2ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆಯುವುದರಿಂದ,

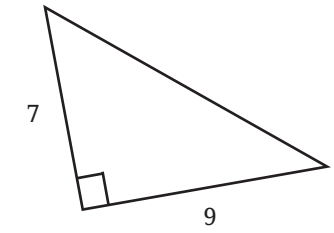
ನಾವು $9 = 2x + 1$

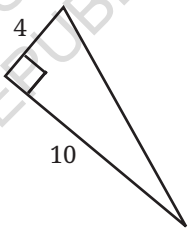
$x = 4$ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

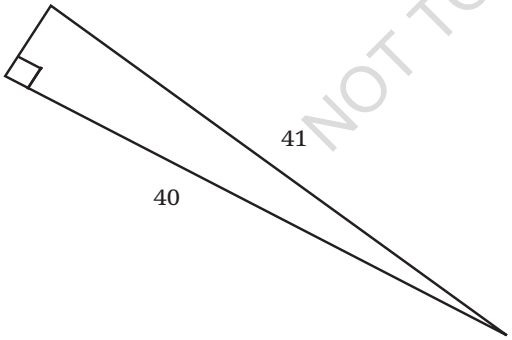
ಹಾಗಾಗಿ, ಸರೋವರದ ಆಳವು 4 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು

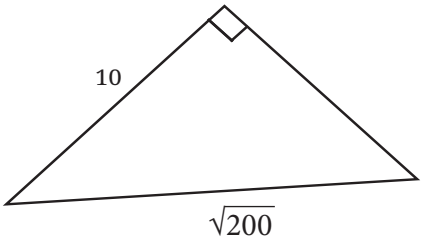
? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

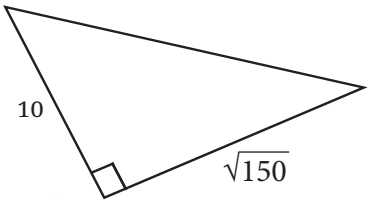
1. ಪ್ರತಿ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 5cm ಇರುವ ಒಂದು ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಕೆಳಗಿನ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟುಹೋದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

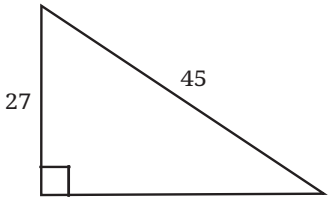












@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3. ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು 24 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 70 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಾದರೆ, ಅದರ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

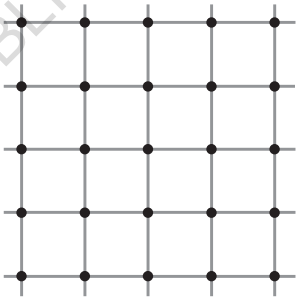
4. ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಕರ್ಣವು ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವೇ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

5. ಹೇಳಿಕೆ ಸರಿ ಅಥವಾ ತಪ್ಪು ತಿಳಿಸಿ – ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬೋಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಯು ಪ್ರಾಚೀನ ತ್ರಿವಳಿಯಾಗಿದೆ ಅಥವಾ ಪ್ರಾಚೀನ ತ್ರಿವಳಿಯ ಅಳತೆ ಮಾಡಿದ ಆವೃತ್ತಿ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

6. ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದಗಳು ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳು ಎಲ್ಲವೂ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿರುವ 5 ಆಯತಗಳ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೀಡಿ.

7. 5 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 7 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು ಉದ್ದವಿರುವ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

8. i) ಗ್ರಿಡ್‌ನ ಜಾಲರಿಯ ಚುಕ್ಕಿಗಳನ್ನು ಶೃಂಗಗಳಾಗಿ ಬಳಸಿ, ನೀವು



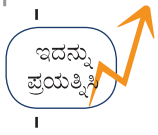
a) 2 ಚದರ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು

b) 3 ಚದರ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು

c) 4 ಚದರ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು

d) 5 ಚದರ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು

ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?



ii) ಗ್ರಿಡ್‌ನ ಜಾಲರಿಯು ಅನಂತವಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಿ.

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನೀವು ರಚಿಸಬಹುದಾದ ಚೌಕಗಳ ಸಂಭವನೀಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮೌಲ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಎಷ್ಟು ?

9. 6 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



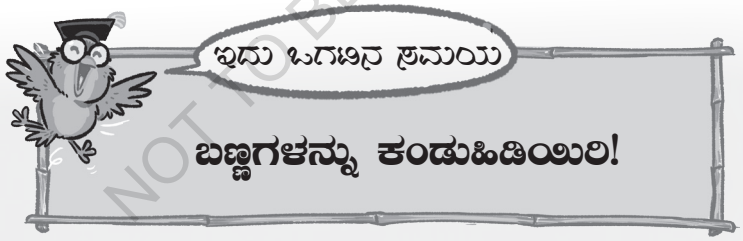
(**ಸುಳಿಹು:** ಒಂದು ಎತ್ತರವು ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವನ್ನು ಸಮಾನವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಇದನ್ನು ಬಳಸಿ.)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಾರಾಂಶ

- ಬೋಧಾಯನ ಪೈಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯವು ರೇಖಾಗಣಿತದ ಅತ್ಯಂತ ಮೂಲಭೂತ ಪ್ರಮೇಯಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ. ಇದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತದೆ.
- a, b, c ಗಳು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳಾಗಿದ್ದು, c ಎಂಬುದು ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ $a^2 + b^2 = c^2$ ಆಗುತ್ತದೆ.
- ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದಗಳು a, a, c ಆಗಿರುವ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, $a^2+a^2=2a^2=c^2$ ಅಂದರೆ, $c = a\sqrt{2}$ ಎಂಬ ಸಂಬಂಧವಿದೆ.
- $\sqrt{2}$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು 1.414 ಮತ್ತು 1.415 ನಡುವೆ ಇದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ ಇದನ್ನು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಇದನ್ನು m, n ಧನಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿರುವ $\frac{m}{n}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಆಗಿಯೂ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.
- $a^2+b^2= c^2$ನ್ನು ಸರಿದೂಗಿಸುವ ಧನಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ತ್ರಿವಳಿ (a, b, c) ಯನ್ನು ಬೋಧಾಯನ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ತ್ರಿವಳಿ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ (3, 4, 5), (6, 8,10) ಮತ್ತು (5, 12, 13) ಸೇರಿವೆ. ಇಂತಹ ಅನಂತ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.
- $a^n+b^n= c^n$ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ $n>2$ ಆದಾಗ ಧನಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. ಇದನ್ನು "ಫರ್ಮಾಟ್‌ನ ಅಂತಿಮ ಪ್ರಮೇಯ" ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು 1994ರಲ್ಲಿ ಆಂಡ್ರ್ಯೂವೈಲ್ಸ್ ಎಂಬಾತನು ಸಾಧಿಸಿದನು.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED



ಮೂರು ಮುಚ್ಚಿದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳಿವೆ. ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯು ಕೆಂಪು ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಒಳಗೊಂಡಿದೆ, ಎರಡನೆಯದು ನೀಲಿ ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಒಳಗೊಂಡಿದೆ ಮತ್ತು ಮೂರನೆಯದು ಹಸಿರು ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳಿಗೆ ಕೆಂಪು, ನೀಲಿ ಮತ್ತು ಹಸಿರು ಎಂದು ಲೇಬಲ್ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಯಾವುದೇ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯು ಸರಿಯಾದ ಲೇಬಲ್‌ನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ. ಯಾವ ಲೇಬಲ್ ಯಾವ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗೆ ಸೇರಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಕೇವಲ ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ತೆಗೆಯಲು ನಮಗೆ ಅನುಮತಿ ಇದ್ದರೆ ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡಬಹುದು?



10 ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆ-2

J8B8Z4

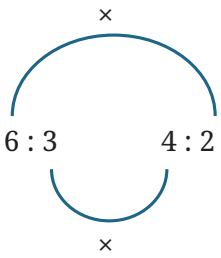
10.1. ಸಮಾನುಪಾತೀಯತೆ – ಒಂದು ಶೀಘ್ರ ಪುನರಾವಲೋಕನ

? ಈ ಹಿಂದಿನ ಒಂದು ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ, ನಾವು ಪ್ರಮಾಣಗಳ ನಡುವಿನ ಸಮಾನುಪಾತದ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿದ್ದೇವೆ / ಪರಿಶೋಧಿಸಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಅಂತಹ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಅನುಪಾತದ ಸಂಕೇತವನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದೇವೆ. ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಬಂಧಿತ ಪ್ರಮಾಣಗಳು ಒಂದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾದಾಗ, ನಾವು ಆ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತ ಸಂಬಂಧ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಇಡ್ಲಿ ಹಿಟ್ಟನ್ನು ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಉದ್ದಿನ ಬೇಳೆಯನ್ನು ಬೆರೆಸಿ ತಯಾರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇವೆರಡರ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಪ್ರಾದೇಶಿಕ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿರಬಹುದು. ಬಳಸಿದ ಸಮಾನುಪಾತಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು: 2 ಲೋಟ ಅಕ್ಕಿಗೆ, ನಾವು 1 ಲೋಟ ಉದ್ದಿನ ಬೇಳೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸುತ್ತೇವೆ. ನಾವು ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು 2:1 ಅನುಪಾತ ಸಂಕೇತವನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತೇವೆ.

? ವಿಶ್ವನಾಥ್ 6 ಲೋಟ ಅಕ್ಕಿಯನ್ನು 3 ಲೋಟ ಉದ್ದಿನ ಬೇಳೆಯೊಂದಿಗೆ ಬೆರೆಸಿ ಇಡ್ಲಿ ತಯಾರಿಸುತ್ತಾನೆ, ಆದರೆ ಪುನೀತ್ 4 ಲೋಟ ಅಕ್ಕಿಯನ್ನು 2 ಲೋಟ ಉದ್ದಿನ ಬೇಳೆಯೊಂದಿಗೆ ಬೆರೆಸಿ ಇಡ್ಲಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದನು. ಒಂದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬೇಯಿಸಿದರೆ ಅವರ ಇಡ್ಲಿಗಳು ಒಂದೇ ರುಚಿಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆಯೇ?

ವಿಶ್ವನಾಥ್‌ನ ಮಿಶ್ರಣವನ್ನು 6:3 ಎಂದು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಪುನೀತ್‌ನ ಮಿಶ್ರಣವನ್ನು 4:2 ಎಂದು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು.

ಈ ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತೀಯವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ನಾವು ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.



ಎರಡು ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ (12). ಆದುದರಿಂದ ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತೀಯವಾಗಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ಇತರ ಪದಾರ್ಥಗಳು ಸಹ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಇಡ್ಲಿಗಳು ಒಂದೇ ರುಚಿ ನೀಡುವ ಸಾಧ್ಯತೆ ಇದೆ!

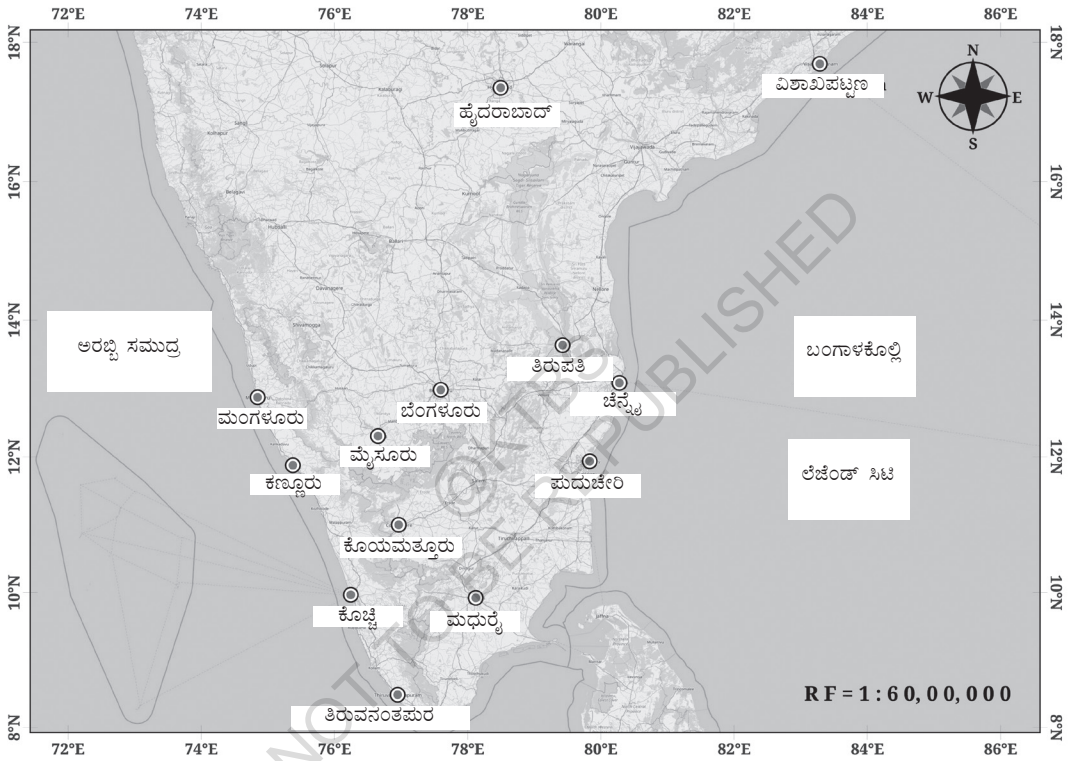
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, a:b ಮತ್ತು c:d ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ,

$a \times d = b \times c$, ಅಥವಾ

$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ ಆಗುತ್ತದೆ.

10.2 ನಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತಗಳು



© KSEEB NOT TO BE REPUBLISHED

? ಅನೇಕ ನಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತವನ್ನು ನೀಡಿರುತ್ತಾರೆ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ನಕ್ಷೆಯ ಕೆಳಗಿನ ಬಲ ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ? ಈ ಅನುಪಾತವು 1 ಮತ್ತು ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 1 : 60,00,000. ಪ್ರತಿನಿಧಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿ (RF) 1 : 60,00,000 ಅಂದರೆ ಇದರ ಅರ್ಥ ಏನು? ಇದು ಏನನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ ನೀವು ಊಹಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

ಪ್ರತಿನಿಧಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿ (RF) ಎಂಬುದು ನಕ್ಷೆಯ ಮೇಲಿನ ದೂರ ಮತ್ತು ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ಅನುಗುಣವಾದ ಸರಿಯಾದ ದೂರದ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಉಕ್ತಿಯಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನಕ್ಷೆಯ ಮೇಲಿನ ಅನುಪಾತವು 1 : 60,00,000 ಆಗಿದ್ದರೆ, ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ 1 cm ದೂರವು 60,00,000 cm ಭೌಗೋಳಿಕ ದೂರಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದರ್ಥ. ನೆನಪಿಡಿ, ಇದು ಕೇವಲ ಭೌಗೋಳಿಕ ದೂರ ಮಾತ್ರ, ರಸ್ತೆ ದೂರವಲ್ಲ!

? 60,00,000 cm ಅನ್ನು ಕಿಲೋಮೀಟರ್(km)ಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.
ಅದು 60 km ಆಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

? ಮೇಲಿನ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ಬೆಂಗಳೂರು ಮತ್ತು ಚೆನ್ನೈ ನಡುವಿನ ಭೌಗೋಳಿಕ ದೂರವನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ? ಹಾಗೂ ಮಂಗಳೂರು ಮತ್ತು ಚೆನ್ನೈ ನಡುವಿನ ಭೌಗೋಳಿಕ ದೂರವನ್ನು ಸಹ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ಸುಳಿಹು: ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ನಗರಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸ್ಕೇಲನ್ನು ಬಳಸಿ. ನಂತರ ಸರಿಯಾದ ಭೌಗೋಳಿಕ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಬಳಸಿ).

(?) ವಿಭಿನ್ನ ಮಾಪಕಗಳನ್ನು ಅನುಪಾತಗಳನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ನಕ್ಷೆಯೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿ ನಗರಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಅವೆಲ್ಲವೂ ಸರಿಸುಮಾರು ಒಂದೇ ಭೌಗೋಳಿಕ ಅಂತರವನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ.

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸೂಚನೆ: ನಕ್ಷೆಗಳು ಮತ್ತು ಭೂಪಟಗಳನ್ನು ತರಗತಿಗೆ ತನ್ನಿ ಮತ್ತು ಅನುಪಾತದ ಸ್ಕೇಲನ್ನು (ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ನಕ್ಷೆಯ ಕೆಳಗಿನ ಬಲಮೂಲೆಯಲ್ಲಿ) ಗಮನಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ. ಗ್ರಂಥಾಲಯದಲ್ಲಿರುವ ನಕ್ಷೆಗಳು ಮತ್ತು ಭೂಪಟಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸ್ಥಳೀಯ ಆಸಕ್ತಿಯ ಎರಡು ಸ್ಥಳಗಳ ನಡುವಿನ ಭೌಗೋಳಿಕ ಅಂತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿಸಿ. ಅವರು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಅಂತರಗಳನ್ನು ಪಡೆದಿರುವರೇ ಎಂದು ಒಬ್ಬರಿಗೊಬ್ಬರು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ತಿಳಿಸಿ. ಅಂತರಗಳು ಬಹಳ ಭಿನ್ನವಾಗಿದ್ದರೆ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ಕೇಳಿ.

ನಕ್ಷೆ ತಯಾರಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆ: ಅವರ ತರಗತಿಯ ಕೋಣೆಯ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನಿಖರವಾದ ಪ್ರಮಾಣದೊಂದಿಗೆ (1:50 ಅನುಪಾತ) ಮಾಡಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ ನೀಡಿ. ಶಿಕ್ಷಕರ ಮೇಜು, ಕಪ್ಪು ಹಲಗೆ, ಫ್ಯಾನ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಬಲ್ಬ್‌ಗಳಂತಹ ವಿವಿಧ ವಸ್ತುಗಳ ಸ್ಥಳವನ್ನು ಸ್ಕೇಲ್‌ಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ನಿಖರವಾದ ಪ್ರಮಾಣದೊಂದಿಗೆ ಗುರುತಿಸಬೇಕು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತರಗತಿಯ ಈ ಮೇಲ್ಕಂಡ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಸೂಕ್ತ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

10.3 ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪದಗಳಿರುವ ಅನುಪಾತಗಳು

ವಿಶ್ವನಾಥನು ಮಸಾಲೆ ಮಿಶ್ರಣದ ಪುಡಿಯೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾನೆ ಅವನು 8 ಚಮಚ ಕೊತ್ತಂಬರಿ ಬೀಜಗಳು, 4 ಕೆಂಪು ಮೆಣಸಿನಕಾಯಿಗಳು, 2 ಚಮಚದಷ್ಟು ತೊಗರಿಬೇಳೆ ಮತ್ತು 1 ಚಮಚದಷ್ಟು ಮೆಂತ್ಯ ಬೀಜಗಳನ್ನು ರುಬ್ಬುವ ಮೂಲಕ ಪುಡಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸುತ್ತಾನೆ. ಈ ಮೇಲಿನಂತೆ ಆತನು ಬಳಸಿದ ಪದಾರ್ಥಗಳ ಅನುಪಾತವು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಕೊತ್ತಂಬರಿ ಬೀಜಗಳು : ಕೆಂಪು ಮೆಣಸಿನಕಾಯಿಗಳು : ಬೇಳೆ : ಮೆಂತ್ಯ ಬೀಜಗಳು 8:4:2:1 ಆಗಿದೆ.



ಅನುಪಾತವು 4 ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.
ಸಮಾನುಪಾತೀಯ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಾಪಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಒಂದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾದರೆ ಅನುಪಾತಗಳು ಅನೇಕ ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು.

? ಪುನೀತ್ ತನ್ನ ಅಡುಗೆ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಕೇವಲ 2 ಕೆಂಪು ಮೆಣಸಿನಕಾಯಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾನೆ. ಆದರೆ ಅವನು ವಿಶ್ವನಾಥನ ಮಸಾಲೆ ಮಿಶ್ರಣದ ಪುಡಿಯಂತೆಯೇ ರುಚಿಯಾದ ಮಸಾಲೆ ಮಿಶ್ರಣದ ಪುಡಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತಾನೆ. ಪುನೀತ್ ತನ್ನ ಮಸಾಲೆ ಮಿಶ್ರಣದ ಪುಡಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇತರ ಪದಾರ್ಥಗಳನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು?

ಪುನೀತ್‌ನ ಮಸಾಲೆ ಮಿಶ್ರಣದ ಪುಡಿ ವಿಶ್ವನಾಥನ ಮಿಶ್ರಣದಂತೆಯೇ ಇರಬೇಕಾದರೆ, ಎಲ್ಲಾ ಪದಾರ್ಥಗಳ ಅನುಪಾತವು ವಿಶ್ವನಾಥನ ಮಸಾಲೆ ಮಿಶ್ರಣದ ಪುಡಿಯಲ್ಲಿರುವಷ್ಟೇ ಇರಬೇಕು. ಪುನೀತ್ ಬಳಿ ಕೇವಲ 2 ಮೆಣಸಿನಕಾಯಿಗಳಿವೆ. ಇದು ವಿಶ್ವನಾಥನು ತನ್ನ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ಬಳಸಿದ ಮೆಣಸಿನಕಾಯಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇತರ ಪದಾರ್ಥಗಳ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಸಹ ಅರ್ಧಕ್ಕೆ ಇಳಿಸಬೇಕು.

ಹಾಗಾಗಿ, ಪುನೀತ್ 4 ಚಮಚ ಕೊತ್ತಂಬರಿ ಬೀಜಗಳು, 2 ಕೆಂಪು ಮೆಣಸಿನಕಾಯಿಗಳು, 1 ಚಮಚ ತೊಗರಿಬೇಳೆ ಮತ್ತು ಅರ್ಧ ಚಮಚ ಮೆಂತ್ಯ ಬೀಜಗಳನ್ನು ಬೆರೆಸಬೇಕು.

ಅನುಪಾತವು 4 : 2 : 1 : 0.5 ಆಗಿದೆ.

ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ. ಇದನ್ನು ನಾವು 8 : 4 : 2 : 1 :: 4 : 2 : 1 : 0.5 ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಬಹುಪದಗಳಿರುವ ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದಾಗ

$$a : b : c : d :: p : q : r : s$$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ನಂತರ, $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r} = \frac{d}{s}$ ಆಗುತ್ತದೆ.

? **ಉದಾಹರಣೆ 1:** ನೇರಳೆ ಬಣ್ಣದ ವಿಶೇಷ ಛಾಯೆಯನ್ನು ಮಾಡಲು, ಬಣ್ಣವನ್ನು ಕೆಂಪು:ನೀಲಿ:ಬಿಳಿ::2:3:5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಬೇಕು. ಯಾಸ್ಮಿನ್ ಬಳಿ 10 ಲೀಟರ್‌ಗಳಷ್ಟು ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣವಿದ್ದರೆ, ಅದೇ ಛಾಯೆಯ ನೇರಳೆ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್‌ನಷ್ಟು ಕೆಂಪು ಮತ್ತು ನೀಲಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು?

2:3:5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣವು 5 ಭಾಗಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿದೆ.

5 ಭಾಗಗಳು 10 ಲೀಟರ್‌ಗಳು ಆಗಿದ್ದರೆ, 1 ಭಾಗವು $10 \div 5 = 2$ ಲೀಟರ್‌ಗಳು ಆಗುತ್ತದೆ.

ಕೆಂಪು = 2 ಭಾಗಗಳು = $2 \times 2 = 4$ ಲೀಟರ್‌ಗಳು

ನೀಲಿ = 3 ಭಾಗಗಳು = $3 \times 2 = 6$ ಲೀಟರ್‌ಗಳು

ಆದುದರಿಂದ, ನೇರಳೆ ಬಣ್ಣದಲ್ಲಿ 4 ಲೀಟರ್‌ಗಳು ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣ, 6 ಲೀಟರ್‌ಗಳು ನೀಲಿ ಮತ್ತು 10 ಲೀಟರ್‌ಗಳಷ್ಟು ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣ ಇರುತ್ತದೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಇದರಲ್ಲಿ ನೇರಳೆ ಬಣ್ಣದ ಒಟ್ಟು ಪ್ರಮಾಣ ಎಷ್ಟು?

ನೇರಳೆ ಬಣ್ಣದ ಒಟ್ಟು ಪ್ರಮಾಣವು 4+6+10=20 ಲೀಟರ್‌ಗಳು.

? **ಉದಾಹರಣೆ 2:** ಸಿಮೆಂಟ್ ಕಾಂಕ್ರೀಟ್‌ವು ಸಿಮೆಂಟ್, ಮರಳು ಮತ್ತು ಜಲ್ಲಿಯ ಮಿಶ್ರಣವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಕಟ್ಟಡ ನಿರ್ಮಾಣದಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ ಬಳಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಕಟ್ಟಡ ರಚನೆಯು ಎಷ್ಟು ದೃಢವಾಗಿರಬೇಕು ಎಂಬುದರ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿನ ಘಟಕಗಳ ಅನುಪಾತವು ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ. ಕಂಬಗಳು, ತೊಲೆಗಳು ಮತ್ತು ಛಾವಣಿಗಳಂತಹ ಹೆಚ್ಚಿನ ದೃಢತೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ರಚನೆಗಳಿಗೆ ಮಿಶ್ರಣದ ಅನುಪಾತವು 1:1.5:3 ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ನಿರ್ಮಾಣವನ್ನು ಉಕ್ಕಿನ ಸರಳುಗಳ ಸಂಯೋಗದಿಂದ ಬಲಪಡಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಮ್ಮಲ್ಲಿ 3 ಚೀಲ ಸಿಮೆಂಟ್ ಇದ್ದರೆ ಎಷ್ಟು ಚೀಲಗಳಷ್ಟು ಕಾಂಕ್ರೀಟ್ ಮಿಶ್ರಣವನ್ನು ತಯಾರಿಸಬಹುದು?

ಕಾಂಕ್ರೀಟ್‌ನ ಮಿಶ್ರಣದ ಅನುಪಾತವು

ಸಿಮೆಂಟ್ ಚೀಲಗಳು : ಮರಳಿನ ಚೀಲಗಳು : ಜಲ್ಲಿಯ ಚೀಲಗಳು :: 1 : 1.5 : 3

ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಮೂರು ಚೀಲಗಳಷ್ಟು ಸಿಮೆಂಟ್ ಇದ್ದರೆ, ನಾವು ಇತರ ಪದಗಳನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಆದುದರಿಂದ, ಅನುಪಾತವು,

ಸಿಮೆಂಟ್ : ಮರಳು : ಜಲ್ಲಿ : : 3 : 4.5 : 9

ಒಟ್ಟಾರೆಯಾಗಿ ನಮ್ಮಲ್ಲಿ 3 + 4.5 + 9 = 16.5 ಚೀಲಗಳಷ್ಟು ಕಾಂಕ್ರೀಟ್ ಇದೆ.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

10.4 ಒಂದು ಪೂರ್ಣವನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಭಾಗಿಸುವುದು

ಹಿಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಪೂರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಅನುಪಾತಗಳಾಗಿ ಭಾಗಿಸುವುದು ಎಂದು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 12 ಅನ್ನು 2 : 1ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ, ವಿಭಾಗಿಸಲು ನಾವು ಪದಗಳನ್ನು (2+1=3) ಆಗಿ ಸೇರಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣವನ್ನು ಈ ಮೊತ್ತದಿಂದ (12÷3=4) ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ನಾವು ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಈ ಭಾಗಲಬ್ಧದಿಂದ ಗುಣಿಸುತ್ತೇವೆ. 2×4=8 ಮತ್ತು 1×4=4. ಆದುದರಿಂದ, 12ನ್ನು 2:1ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ 8:4 ಆಗುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಇದನ್ನು ಬಹುಪದಗಳ ಅನುಪಾತಗಳಿಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು.

ನಮ್ಮ ಹಿಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಕಾಂಕ್ರೀಟ್ ಪಡೆಯಲು ನಾವು ಸಿಮೆಂಟ್, ಮರಳು ಮತ್ತು ಜಲ್ಲಿಯನ್ನು 1 : 1.5 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ.

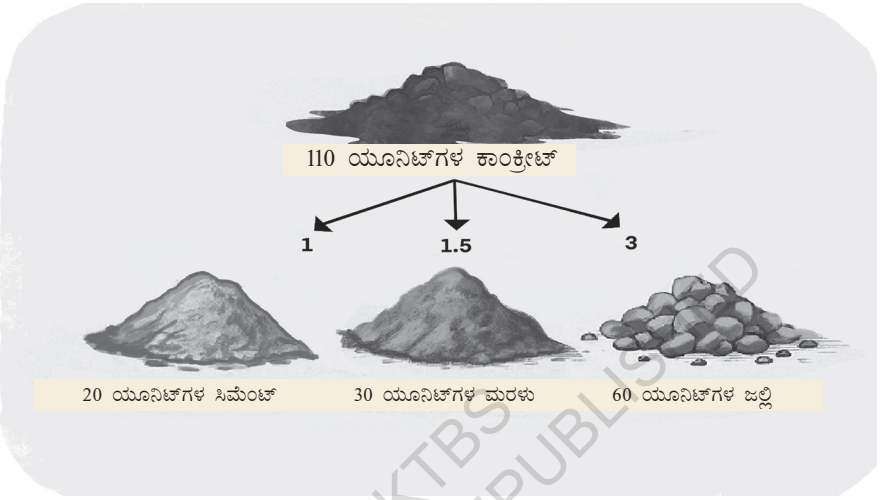
? **ಉದಾಹರಣೆ 3:** ಕೆಲವು ನಿರ್ಮಾಣ ಕಾರ್ಯಗಳಿಗೆ 110 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳ ಕಾಂಕ್ರೀಟ್‌ನ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ಇವುಗಳನ್ನು 1:1.5:3ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಷ್ಟು ಸಿಮೆಂಟ್, ಮರಳು ಮತ್ತು ಜಲ್ಲಿ ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

1 ಯೂನಿಟ್ ಸಿಮೆಂಟ್‌ಗೆ, ನಾವು 1.5 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಷ್ಟು ಮರಳು ಮತ್ತು 3 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಷ್ಟು ಜಲ್ಲಿಯನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಒಟ್ಟಿಗೆ, ಅವು 5.5 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳ ಕಾಂಕ್ರೀಟ್‌ನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುತ್ತವೆ. 110 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳ ಕಾಂಕ್ರೀಟ್ ಪಡೆಯಲು ನಾವು ಇದನ್ನು 20 ಸಾರಿ ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ, ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು (ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು) 20 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು. (110÷5.5=20)

1×20=20 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಷ್ಟು ಸಿಮೆಂಟ್

1.5×20=30 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಷ್ಟು ಮರಳು

3×20=60 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಷ್ಟು ಜಲ್ಲಿ



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಆದುದರಿಂದ, ಕಾಂಕ್ರೀಟ್ ತಯಾರಿಸಲು ನಮಗೆ 20 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಷ್ಟು ಸಿಮೆಂಟ್, 30 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಷ್ಟು ಮರಳು ಮತ್ತು 60 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಷ್ಟು ಜಲ್ಲಿ ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ.

ನಾವು ಒಂದು ಪ್ರಮಾಣ x ಅನ್ನು a:b:c ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಪದಗಳು a:b:c:.....,

$x = \frac{a}{(a+b+c+...)}$, $x \times \frac{b}{(a+b+c+...)}$, $x \times \frac{c}{(a+b+c+...)}$, ಮತ್ತು ಇತ್ಯಾದಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 4: ಕೆಂಪು ನೀಲಿ ಮತ್ತು ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು 2:3:5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡುವುದರಿಂದ ನೀವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನೇರಳೆ ಬಣ್ಣದ ಛಾಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ. ನಿಮಗೆ 50ml ನೇರಳೆ ಬಣ್ಣದ ಅಗತ್ಯವಿದ್ದರೆ, ನೀವು ಎಷ್ಟು mlನಷ್ಟು ಕೆಂಪು, ನೀಲಿ ಮತ್ತು ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡುತ್ತೀರಿ?

$$\text{ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣ} = 50 \times \frac{2}{(2+3+5)} = 50 \times \frac{2}{10} = 10ml$$

$$\text{ನೀಲಿ ಬಣ್ಣ} = 50 \times \frac{3}{(2+3+5)} = 50 \times \frac{3}{10} = 15ml$$

$$\text{ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣ} = 50 \times \frac{5}{(2+3+5)} = 50 \times \frac{5}{10} = 25ml$$

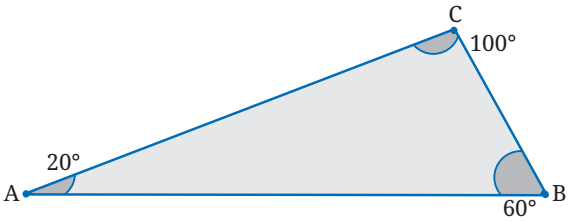
ಉದಾಹರಣೆ 5: 1 : 3 : 5ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಇದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ, ಕೋನಗಳು

$\angle A = 180° \times \frac{1}{(1+3+5)} = 180° \times \frac{1}{9} = 20°.$

$\angle B = 180° \times \frac{3}{(1+3+5)} = 180° \times \frac{3}{9} = 60°.$

$\angle C = 180° \times \frac{5}{(1+3+5)} = 180° \times \frac{5}{9} = 100°.$



ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

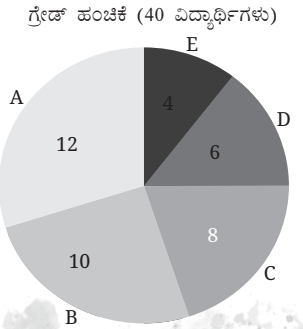
1. ಒಬ್ಬ ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತರಬೇತುದಾರನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅನುಪಾತದ ಅವಧಿಗಳಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಅಭ್ಯಾಸದ ಅವಧಿಗಳನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸುತ್ತಾನೆ. ಸಜ್ಜುಗೊಳ್ಳುವಿಕೆ / ಸುಧಾರಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಿಕೆ ಸಮಯ : ಬ್ಯಾಟಿಂಗ್ ಸಮಯ : ಬೌಲಿಂಗ್ ಸಮಯ : ಫೀಲ್ಡಿಂಗ್ ಸಮಯ :: 3:4:3:5. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಧಿವೇಶನದ ಅವಧಿಯು 150 ನಿಮಿಷಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಪ್ರತಿ ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ವ್ಯಯಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ?
2. ಒಂದು ಶಾಲಾ ಗ್ರಂಥಾಲಯದಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಭಾಷೆಗಳ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ. ಒಡಿಯ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ : ಹಿಂದಿ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ : ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ :: 4:3:5. ಗ್ರಂಥಾಲಯದಲ್ಲಿ 288 ಒಡಿಯ ಪುಸ್ತಕಗಳಿದ್ದರೆ, ಎಷ್ಟು ಹಿಂದಿ ಮತ್ತು ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಪುಸ್ತಕಗಳಿವೆ?
3. ನನ್ನ ಬಳಿ 100 ನಾಣ್ಯಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳ ಅನುಪಾತವು ₹10 ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ : ₹5 ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ : ₹2 ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ : ₹1 ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ :: 4:3:2:1. ಎಲ್ಲಾ ನಾಣ್ಯಗಳ ಎಷ್ಟು ಹಣ ನನ್ನ ಬಳಿ ಇದೆ?
4. 3:4:5ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಲಾದ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆಯೇ? ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕಿಲ್ಲ ?



5. 1:3:5ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ನೀವು ರಚಿಸಬಹುದೇ? ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕಿಲ್ಲ?

10.5 'ಪೈ'ನ ಒಂದು ತುಣುಕು

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತಹ ಪೈ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ನೀವು ನೋಡಿದ್ದೀರಾ? ಪೈ ನಕ್ಷೆಗಳು ಒಂದು ಪೂರ್ಣದ ವಿವಿಧ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತವೆ. ಇದು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ದರ್ಜೆಯನ್ನು ಗಳಿಸಿದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ರೀತಿಯ ದೃಶ್ಯೀಕರಣಗಳು ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಲು ನಮಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಳಿಸಿದ ದರ್ಜೆಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಕೋಷ್ಟಕ ಇಲ್ಲಿದೆ. ಇದರ ಪೈ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

ದರ್ಜೆ (ಗ್ರೇಡ್)	A	B	C	D	E
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು	12	10	8	6	4

? ಪೈ ನಕ್ಷೆಯ ವಿವಿಧ ತುಣುಕುಗಳನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಗುರುತಿಸುತ್ತೇವೆ ?

ಪೈ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ತುಣುಕನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಗ್ರೇಡ್‌ಗೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಕೋನವು ಆ ಗ್ರೇಡ್‌ನ್ನು ಪಡೆದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಒಟ್ಟು ಕೋನವು $360°$ ಆದುದರಿಂದ, ನಾವು $360°$ಯನ್ನು 12 : 10 : 8 : 6 : 4 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

? ನಾವು ಈ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಅದರ ಸರಳ ರೂಪಕ್ಕೆ ತರಬಹುದೇ?

ಎರಡು ಪದಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಸರಳ ರೂಪಕ್ಕೆ ಇಳಿಸಲು ನಾವು ಬಳಸಿದ ಅದೇ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಸರಳ ರೂಪವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನಾವು ಎಲ್ಲಾ ಪದಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ದಿಂದ ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ, ಪದಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. 2 ಆಗಿದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಪದಗಳನ್ನು 2ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ಸರಳ ರೂಪವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಅನುಪಾತವು 6:5:4:3:2 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಆದುದರಿಂದ, ಕೋನಗಳು :

ಗ್ರೇಡ್ A $= \frac{6}{(6+5+4+3+2)} \times 360° = \frac{6}{20} \times 360° = 6 \times 18 = 108°$.

ಗ್ರೇಡ್ B $= \frac{5}{(6+5+4+3+2)} \times 360° = 5 \times 18 = 90°$.

ಗ್ರೇಡ್ C $= 4 \times 18 = 72°$.

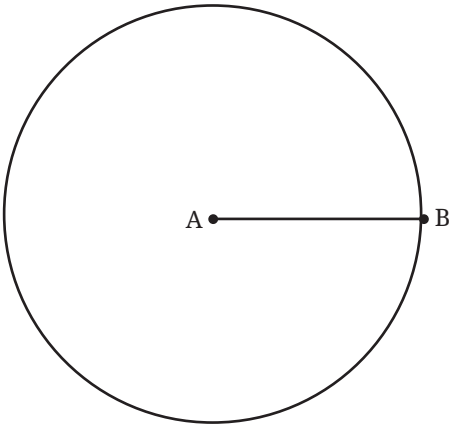
ಗ್ರೇಡ್ D $= 3 \times 18 = 54°$.

ಗ್ರೇಡ್ E $= 2 \times 18 = 36°$.

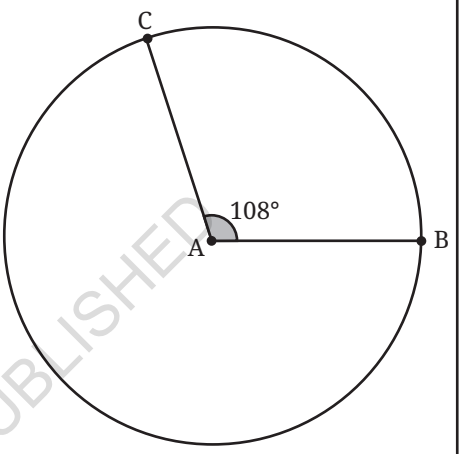
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ದತ್ತ ಕೋನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈಗ ಪೈ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸೋಣ.

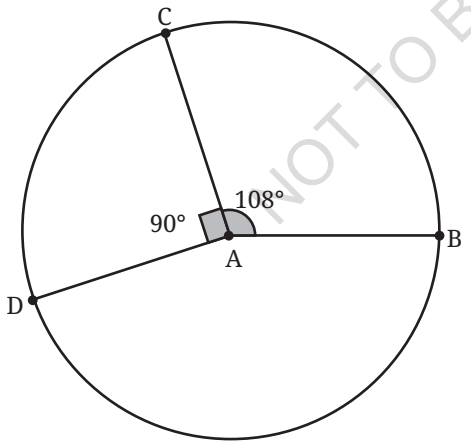
ಹಂತ 1: ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ತ್ರಿಜ್ಯ ABಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.



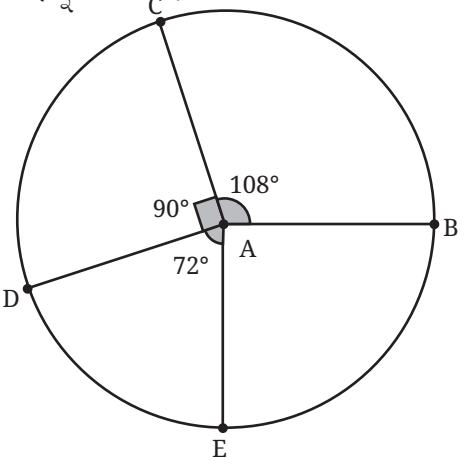
ಹಂತ 2: Aಗ್ರೇಡ್ ಪಡೆದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ತುಣುಕನ್ನು ಎಳೆಯಲು AB ರೇಖೆಯಿಂದ A ಮೇಲೆ 108° ಯನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಿ. (ಅಪ್ರದಕ್ಷಿಣಕಾರವಾಗಿ) ಮತ್ತು ಹೊಸ ತ್ರಿಜ್ಯ ACಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.



ಹಂತ 3: AC ಯಿಂದ 90° ಅಳತೆ ಮಾಡಿ ADನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

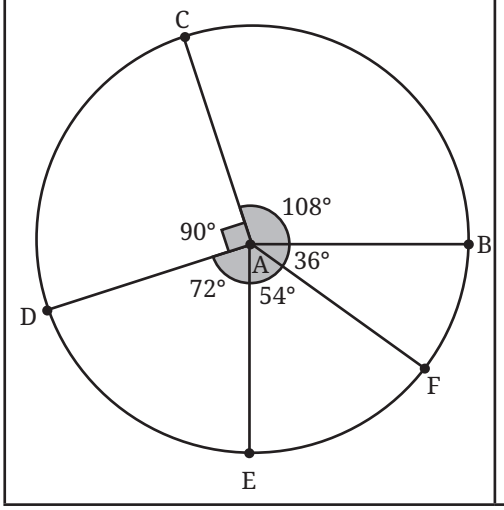


ಹಂತ 4: AD ಯಿಂದ 72° ಅಳತೆ ಮಾಡಿ AE ಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

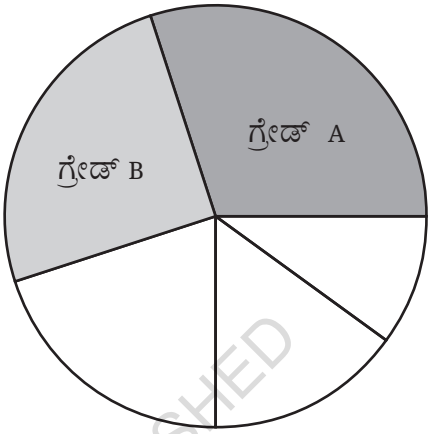


©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಹಂತ 5, 6: ಅದೇ ರೀತಿ, ಉಳಿದ ಪೈ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ನಾವು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಬಹುದು.



ಹಂತ 7: ನೀವು ಪೈ ನಕ್ಷೆಯ ವಿವಿಧ ಭಾಗಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತವಾದ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿ ಲೇಬಲ್ ಮಾಡಬಹುದು.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. 360 ಜನರ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಮಳೆಗಾಲ, ಚಳಿಗಾಲ ಮತ್ತು ಬೇಸಿಗೆ ಕಾಲ ಎಂಬ ಮೂರು ಋತುಗಳಿಂದ ತಮ್ಮ ನೆಚ್ಚಿನ ಋತುವಿಗೆ ಮತ ಚಲಾಯಿಸುವಂತೆ ಕೇಳಲಾಯಿತು. 90 ಮಂದಿ ಬೇಸಿಗೆಕಾಲ, 120 ಮಂದಿ ಮಳೆಗಾಲ ಮತ್ತು ಉಳಿದ ಮಂದಿ ಚಳಿಗಾಲವನ್ನು ಇಷ್ಟಪಟ್ಟರು. ಈ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಪೈ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

2. ವೀಕ್ಷಕರ ನೆಚ್ಚಿನ TV ಚಾನೆಲ್ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮದ ಬಗ್ಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಮಾಹಿತಿಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಪೈ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಮನರಂಜನೆ–50%, ಕ್ರೀಡೆ–25%, ವಾರ್ತೆಗಳು–15%, ಮಾಹಿತಿ–10%.

3. ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನೆಚ್ಚಿನ ವಿಷಯಗಳನ್ನು (Subjects) ತೋರಿಸುವ ಪೈ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ. ಪ್ರತಿ ವಿಷಯಕ್ಕೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ನೀವು ನೀಡಿರುವ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ಸಂಗ್ರಹಿಸಬಹುದು. (ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಒಂದು ವಿಷಯವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬೇಕು). ಆಗ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಪೈ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ವಿಷಯ	ಭಾಷೆ	ಕಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ	ವೃತ್ತಿ ಶಿಕ್ಷಣ	ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನ	ದೈಹಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ	ಗಣಿತ	ವಿಜ್ಞಾನ
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ							

10.6 ವಿಲೋಮಾನುಪಾತಗಳು

ಮೂರರ ನಿಯಮ ನಿಮಗೆ ನೆನಪಿದೆಯೇ ? ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದಾಗ, ಅಂದರೆ a:b::c:d ಆದಾಗ ಆಗ $d = \frac{bc}{a}$ ಆಗುತ್ತದೆ ಅಂತಹ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು **ನೇರ ಸಮಾನುಪಾತಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಮೂರು ಪ್ರಮಾಣಗಳ (a, b ಮತ್ತು c) ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ನಾಲ್ಕನೇ ಪ್ರಮಾಣದ (d) ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು ಈ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 1: 5 ಜನ ಕೆಲಸಗಾರರು ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ 4,500 ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ಸರಿಸಬಹುದಾದರೆ 18000 ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ಸರಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಕೆಲಸಗಾರರು ಬೇಕಾಗುತ್ತಾರೆ ?

ಇದನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದ ಹೇಳಿಕೆಯಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು. ——

4500 : 18000 :: 5 : x. ನಾವು 'x'ನ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಹೀಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$x = \frac{18000 \times 5}{4500} = 20$$

ಹಾಗಾಗಿ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ 20

ಉದಾಹರಣೆ 2: ಪುನೀತ್‌ನ ತಂದೆಯು ತನ್ನ ಮೋಟರ್ ಸೈಕಲ್‌ನಲ್ಲಿ 30 km/h ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸವಾರಿ ಮಾಡಿ 3 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಲಕ್ನೋದಿಂದ ಕಾನ್ಪುರಕ್ಕೆ ಹೋದರು. ಬದಲಿಗೆ ಅವರು ಕಾರನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು 60 km/h ವೇಗದಲ್ಲಿ ಓಡಿಸಿದ್ದರೆ, ಕಾನ್ಪುರ ತಲುಪಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ?

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಾನುಪಾತದ ಹೇಳಿಕೆಯೊಂದಿಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದೇ–

30 : 60 :: 3 : x ? ಮೋಟರ್ ಸೈಕಲ್‌ನ ವೇಗ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಪ್ರಯಾಣದ ಸಮಯ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆಯೇ?



ವಿವಿಧ ಮಾದರಿ ಸಾರಿಗೆ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಪ್ರಯಾಣಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

	ನಡಿಗೆ	ಬೈಸಿಕಲ್	ಮೋಟರ್ ಸೈಕಲ್	ಕಾರು
ವೇಗ km/h	5	15	30	60
ಕಾಲ (ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ)	18	6	3	1.5

ಈ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ವೇಗ ಹೆಚ್ಚಾದಾಗ ಅದೇ ದೂರವನ್ನು ಪ್ರಯಾಣಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.



© CTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಅದು ಅದೇ ದರದಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆಯೇ (ಅಥವಾ ಅಂಶದಿಂದ)?

ಬೈಸಿಕಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಹೋಗುವುದು ನಡಿಗೆಗಿಂತ ಮೂರರಷ್ಟು ವೇಗವಾಗಿದೆ. (15÷5). ವೇಗವು 3ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಪ್ರಯಾಣದ ಸಮಯವೂ ಸಹ ಮೂರರಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ. (18÷6). ಪ್ರಯಾಣದ ಸಮಯ ಕಡಿಮೆಯಾದ ಅದೇ ಅಂಶದಿಂದ ವೇಗವು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ.

? ಇತರೆ ಸಾರಿಗೆ ವಿಧಾನಗಳಿಗೂ ಇದು ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

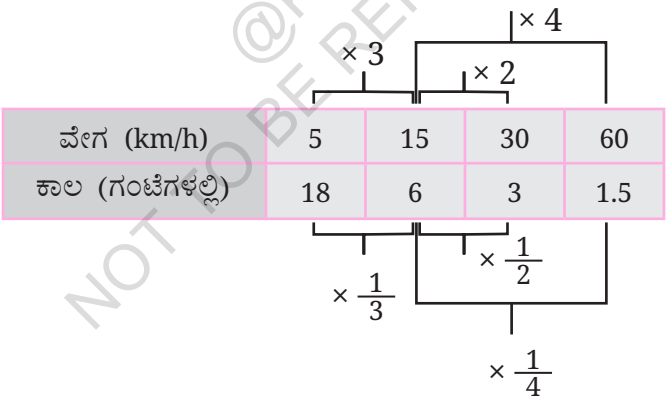
ವೇಗ ಮತ್ತು ಸಮಯ ಎರಡು ಪ್ರಮಾಣಗಳು ಒಂದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾಗುವುದರಿಂದ, ಅವು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಅವು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ, ಅಥವಾ ವಿಲೋಮವಾಗಿ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ. ಇಂತಹ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು **ವಿಲೋಮಾನುಪಾತಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ, ಎಲ್ಲಾ ಸಾರಿಗೆ ವಿಧಾನಗಳಿಗೆ ವೇಗ ಮತ್ತು ಸಮಯದ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ 90km.

$xy = k$ ಪ್ರಕಾರದ ಸಂಬಂಧವಿದ್ದರೆ, ಇಲ್ಲಿ k ಒಂದು ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆ, x ಮತ್ತು y ಎರಡು ಪ್ರಮಾಣಗಳು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ.

ಹಿಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ, x ವೇಗವನ್ನು ಮತ್ತು y ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ, k ಎಂಬುದು ಲಕ್ನೋ ಮತ್ತು ಕಾನ್ಪುರ ನಡುವಿನ ಅಂತರವಾಗಿದ್ದು, ಅದು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಹಾಗಾಗಿ, x ಮತ್ತು y ಪ್ರಮಾಣಗಳು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, x_1 ಮತ್ತು x_2 ಗಳು y ಗೆ ಅನುಗುಣವಾದ y_1 ಮತ್ತು y_2 ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ xನ ಮೌಲ್ಯಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ

$$x_1y_1 = x_2y_2 = k \quad \text{(ಯಾವುದೇ ಸ್ಥಿರ)}$$

ಇವುಗಳಿಂದ ನಾವು $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$ ಎಂದು ನೋಡಬಹುದು.

ಇದು ನಡಿಗೆ ಮತ್ತು ಕಾರಿನಲ್ಲಿ ಚಲನೆ, ಇತರ ಸಾರಿಗೆ ವಿಧಾನಗಳಿಗೆ ಸರಿಯಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. x ನ ವೇಗವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಮತ್ತು y ನ ಸಮಯವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಬಳಸೋಣ.

$$x_1 = 5,\ x_2 = 60,\ y_1 = 18,\ y_2 = 1.5$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{5}{60} = 0.083333.....$$

$\frac{1.5}{18}\left(\frac{y_2}{y_1}\right)$ ಮೌಲ್ಯ ಎಷ್ಟು ? ಅದು ಕೂಡ 0.083333.....!

? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ ?

(i)

x	40	80	25	16
y	20	10	32	50

(ii)

x	40	80	25	16
y	20	10	12.5	8

(iii)

x	30	90	150	10
y	15	5	3	45

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. **x ಮತ್ತು y ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಖಾಲಿ ಕೋಶಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ.**

x	16	12		36
y	9		48	

? ಉದಾಹರಣೆ 3: 20 ಕೆಲಸಗಾರರು ಒಂದು ರಸ್ತೆ ನಿರ್ಮಿಸಲು 4 ದಿನ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಅದೇ ಉದ್ದದ ರಸ್ತೆಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು 10 ಕೆಲಸಗಾರರು ಎಷ್ಟು ದಿನ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ?

ಕೆಲಸಗಾರರು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದರೆ, ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಅದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ, ಈ ಪ್ರಮಾಣಗಳು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ.

ಆದುದರಿಂದ, $x_{1,} y_1 = x_{2,} y_2$

ಹಾಗಾಗಿ,

$$20 \times 4 = 10 \times y_2$$

$$y_2 = \frac{20 \times 4}{10} = 8$$

10 ಕೆಲಸಗಾರರಿಗೆ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ಎಂಟು ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಗಮನಿಸುವುದೇನೆಂದರೆ ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅರ್ಧದಷ್ಟಾದಾಗ, ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ಬೇಕಾದ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಪ್ರಮಾಣವು n ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾದಾಗ, ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಮಾಣವು $\frac{1}{n}$, ವಿಲೋಮಾಂಶದಿಂದ ಬದಲಾದರೆ, ಪ್ರಮಾಣಗಳು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 4: 2 ಪಂಪ್‌ಗಳು ಒಂದು ಟ್ಯಾಂಕನ್ನು 18 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಬಲ್ಲವು. ಅದೇ ರೀತಿಯ ಇನ್ನು 2 ಪಂಪ್‌ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ, ಟ್ಯಾಂಕ್ ತುಂಬಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ?

ನಾವು ಇನ್ನೂ 2 ಪಂಪ್‌ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ, ನಮ್ಮಲ್ಲಿ 4 ಪಂಪ್‌ಗಳು ಇರುತ್ತದೆ. 4 ಪಂಪ್‌ಗಳಿಂದ ಟ್ಯಾಂಕ್ ತುಂಬಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ 'x' ಎಂದು ಸೂಚಿಸೋಣ. ನಾವು ಪಂಪ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 'n' ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ, ಟ್ಯಾಂಕ್ ತುಂಬಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವು ಅದೇ ಅಂಶ n ನಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಪ್ರಮಾಣಗಳು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಆದುದರಿಂದ, $2 \times 18 = 4 \times x$

$$x = \frac{2 \times 18}{4} = 9$$

ಟ್ಯಾಂಕ್ ತುಂಬಲು 9 ಗಂಟೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 5: ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 80 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ 15 ದಿನಗಳಿಗಾಗುವಷ್ಟು ಆಹಾರದ ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಇದೆ. 20 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಶಾಲೆಗೆ ಹೆಚ್ಚುವರಿಯಾಗಿ ಸೇರಿದರೆ, ಆಹಾರದ ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳವರೆಗೆ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ ?

ಹೆಚ್ಚು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ⟶ ಕಡಿಮೆ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಆಹಾರ ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಮುಗಿಯುತ್ತದೆ. ಪ್ರಮಾಣಗಳು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. 'x' ಎಂಬುದು ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ,

$$80 \times 15 = 100 \times x$$

$$x = \frac{80 \times 15}{100} = 12.$$

ಆಹಾರದ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯು ಕೇವಲ 12 ದಿನಗಳಿಗೆ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KSEEB

ಉದಾಹರಣೆ 6: ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪ್ರಮಾಣದ ತರಕಾರಿಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಲು ರಾಮ್ ಒಂದು ಗಂಟೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಮತ್ತು ಶ್ಯಾಮ್ ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣದ ತರಕಾರಿಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಲು 1.5 ಗಂಟೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಇಬ್ಬರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿ ತರಕಾರಿಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ?

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪ್ರಮಾಣದ ತರಕಾರಿಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸುವ ಕೆಲಸವನ್ನು 1 ಯೂನಿಟ್ ಕೆಲಸ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಪ್ರತಿ ವ್ಯಕ್ತಿಯು 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡೋಣ.

♦ ರಾಮ್ 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸುತ್ತಾನೆ. 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಅವನು 1 ಯೂನಿಟ್ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.

♦ ಶ್ಯಾಮ್ 1.5 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸುತ್ತಾನೆ. 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಅವನು $\frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}$ ಯೂನಿಟ್ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.

ಆದುದರಿಂದ, ಇಬ್ಬರು 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸವು $1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಷ್ಟು ಕೆಲಸ

ಆದುದರಿಂದ, ಅವರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದರೆ $\frac{5}{3}$ ಯೂನಿಟ್ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ಅವರಿಗೆ ಒಂದು ಗಂಟೆ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. 1 ಯೂನಿಟ್ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ಅವರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?



ಕೆಲಸದ ಪ್ರಮಾಣ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವು ನೇರ ಅಥವಾ ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆಯೇ ?

ಅದು ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ, ಆದುದರಿಂದ, ಇದನ್ನು ಹೀಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು.

$\frac{5}{3} : 1 :: 1 : x$ ಇಲ್ಲಿ x ಎನ್ನುವುದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯ.

ಅದು ನೇರ ಅನುಪಾತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

$$\frac{5}{3} \times x = 1 \times 1$$

$$x = \frac{1 \times 1}{\frac{5}{3}} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$$

ಅವರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ತರಕಾರಿಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ, ಅವರು $\frac{3}{5}$ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುತ್ತಾರೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಪ್ರಮಾಣದ ಜೋಡಿಗಳು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ?

   i) ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು ತುಂಬುವ ನಲ್ಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ತುಂಬಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ

   ii) ನೇಮಕಗೊಂಡ ಬಣ್ಣ ಬಳಿಯುವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ನಿಗದಿತ ಗಾತ್ರದ ಗೋಡೆಗೆ ಬಣ್ಣ ಬಳಿಯಲು ಬೇಕಾಗುವ ದಿನಗಳು

iii) ಕಾರು ಪ್ರಯಾಣಿಸಬಹುದಾದ ದೂರ ಮತ್ತು ಟ್ಯಾಂಕ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಪ್ರಮಾಣ

iv) ಸೈಕಲ್ ಸವಾರನ ವೇಗ ಮತ್ತು ನಿಗದಿತ ಮಾರ್ಗವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ

v) ಖರೀದಿಸಿದ ಬಟ್ಟೆಯ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ನಿಗದಿತ ದರದಲ್ಲಿ ಪಾವತಿಸಿದ ಬೆಲೆ

vi) ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿನ ಪುಟಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ನಿಗದಿತ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಓದಿದರೆ, ಅದನ್ನು ಓದಲು ಬೇಕಾಗುವ ಸಮಯ

2. 24 ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಬೆಲೆ ₹120 ಆದರೆ ಅಂತಹ 120 ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

3. ಒಂದು ಕಟ್ಟಡದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ 20 ಕುಟುಂಬಗಳಿಗೆ 6 ದಿನಗಳವರೆಗೆ ನೀರು ಸರಬರಾಜು ಮಾಡಲು ಸಾಕಾಗುವಷ್ಟು ನೀರಿದೆ. ಇನ್ನೂ 10 ಕುಟುಂಬಗಳು ಅಲ್ಲಿಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಗೊಂಡರೆ, ನೀರು ಎಷ್ಟು ದಿನಕ್ಕೆ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ? ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ನೀವು ಯಾವ ಊಹೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

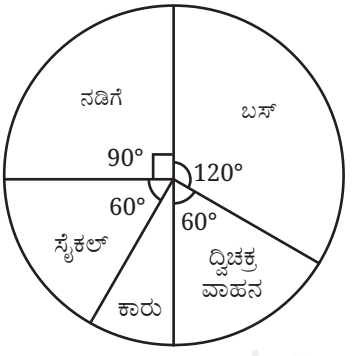
ಗಣಿತದ ಮಾತು

4. ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ನೋಡುವ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಜೀವಿಯು ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ನಿದ್ರಿಸುವ ಸರಾಸರಿ ಗಂಟೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ. ಈ ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಸೂಕ್ತವಾದ ಗಂಟೆ(ಸಮಯ)ಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿ : 15, 2.5, 20, 8, 3.5, 13, 18, 10.5.



NOT TO BE REPUBLISHED © KTBS

5. ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಪೈ ನಕ್ಷೆಯು ಮಕ್ಕಳು ಶಾಲೆಗೆ ಹೋಗಲು ಬಳಸುವ ಸಾರಿಗೆ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ನಡೆಸಿದ ಸಮೀಕ್ಷೆಯ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಪೈ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.



i) ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬಳಸುವ ಸಾರಿಗೆ ವಿಧಾನ ಯಾವುದು?

ii) ಎಷ್ಟು ಭಾಗದಷ್ಟು (ಭಿನ್ನರಾಶಿ) ಮಕ್ಕಳು ಕಾರಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣಿಸುತ್ತಾರೆ?

iii) ಕಾರಿನಲ್ಲಿ 18 ಮಕ್ಕಳು ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದರೆ, ಸಮೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳು ಭಾಗವಹಿಸಿದ್ದರು? ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳು ಟ್ಯಾಕ್ಸಿ (ಬಾಡಿಗೆ ಕಾರು)ಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ ?

iv) ಯಾವ ಎರಡು ಸಾರಿಗೆ ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮಕ್ಕಳು ಪ್ರಯಾಣಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ?

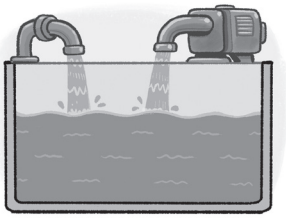
6. ಮೂವರು ಕೆಲಸಗಾರರು 4 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಾಂಪೌಂಡ್‌ಗೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಬಹುದು. ಇನ್ನೊಬ್ಬ ಕೆಲಸಗಾರ ತಂಡಕ್ಕೆ ಸೇರಿದರೆ, ಅವರಿಗೆ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ? ನೀವು ಮಾಡಬೇಕಾದ ಊಹೆಗಳು ಯಾವುವು?

7. ಒಂದು ಪಂಪ್, ಒಂದೇ ಗಾತ್ರದ ಎರಡು ಟ್ಯಾಂಕ್‌ಗಳನ್ನು ತುಂಬಲು 6 ಗಂಟೆ ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಅಂತಹ 5 ಟ್ಯಾಂಕ್‌ಗಳನ್ನು ತುಂಬಲು ಅದೇ ಪಂಪ್ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ?

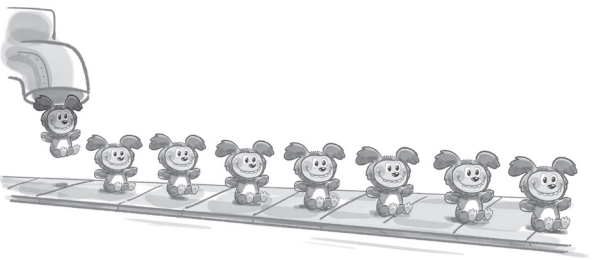
8. ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸೆಟ್ / ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕುರ್ಚಿಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 12 ಕುರ್ಚಿಗಳಂತೆ 25 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 20 ಕುರ್ಚಿಗಳಂತೆ ಮರುಜೋಡಿಸಿದರೆ, ಈ ಹೊಸ ಜೋಡಣೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸಾಲುಗಳಿರುತ್ತವೆ?

9. ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 45 ನಿಮಿಷಗಳ ಅವಧಿಯ 8 ಪೀರಿಯಡ್‌ಗಳಿವೆ. ಶಾಲಾ ಸಮಯವು ಪ್ರತಿದಿನ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಿ. ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ದಿನಕ್ಕೆ 9 ಪೀರಿಯಡ್‌ಗಳಿದ್ದರೆ, ಪ್ರತಿ ಪೀರಿಯಡ್‌ನ ಅವಧಿ ಎಷ್ಟು?

10. ಒಂದು ಸಣ್ಣ ಪಂಪ್ ಒಂದು ಟ್ಯಾಂಕ್‌ನ್ನು 3 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಬಲ್ಲದು. ಆದರೆ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಪಂಪ್ ಅದೇ ಟ್ಯಾಂಕ್‌ನ್ನು 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಬಲ್ಲದು. ಎರಡೂ ಪಂಪ್‌ಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಬಳಸಿದರೆ, ಟ್ಯಾಂಕ್ ತುಂಬಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ?



11. ಒಂದು ಕಾರ್ಖಾನೆಗೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಆಟಿಕೆಗಳನ್ನು 63 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಉತ್ಪಾದಿಸಲು 42 ಯಂತ್ರಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಆಟಿಕೆಗಳನ್ನು 54 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಉತ್ಪಾದಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಯಂತ್ರಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?



12. ಒಂದು ಕಾರು 60 km/h ವೇಗದಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿ ಗಮ್ಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ತಲುಪಲು ಎರಡು ಗಂಟೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಒಂದು ವೇಳೆ ಕಾರು 80 km/h ವೇಗದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಿತ್ತು?

© KSEEB NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಾರಾಂಶ

- a : b: c: d : ..... ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಅನುಪಾತಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಪ್ರಮಾಣದ a ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಿಗೆ, ಎರಡನೇ ಪ್ರಮಾಣದ b ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಿರುತ್ತವೆ, ಮೂರನೇ ಪ್ರಮಾಣದ c ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಇತ್ಯಾದಿ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

- ಒಂದು ಪ್ರಮಾಣ x ನ್ನು p : q : r : s : ....., ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿದರೆ, ಮೊದಲ ಭಾಗದ ಪ್ರಮಾಣವು $x \times \frac{p}{(p+q+r+s+\cdots)}$, ಎರಡನೇ ಭಾಗದ ಪ್ರಮಾಣವು $x \times \frac{q}{(p+q+r+s+\cdots)}$, ಮತ್ತು ಇತ್ಯಾದಿ.

- ಎರಡು ಪ್ರಮಾಣಗಳು ಒಂದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾದಾಗ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದಾಗ, ಅವುಗಳು ನೇರಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ x ಮತ್ತು y ಎರಡು ಪ್ರಮಾಣಗಳು ನೇರಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಮತ್ತು $(x_1, x_2, x_3, ...)$ ಮತ್ತು $(y_1, y_2, y_3, ...)$ ಗಳು x ಮತ್ತು y ಗಳ ಅನುಗುಣವಾದ ಮೌಲ್ಯಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3} = ... = k$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ 'k' ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ.

- ಒಂದು ಪ್ರಮಾಣವು n ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾದಾಗ, ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಮಾಣವು ಅದರ ವಿಲೋಮಾಂಶ $\frac{1}{n}$ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾದಾಗ, ಎರಡೂ ಪ್ರಮಾಣಗಳು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ x ಮತ್ತು y ಎರಡು ಪ್ರಮಾಣಗಳು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದಾಗ, ಮತ್ತು $(x_1, x_2, x_3, ...)$ ಮತ್ತು $(y_1, y_2, y_3, ...)$ ಗಳು x ಮತ್ತು y ಗಳ ಅನುಗುಣವಾದ ಮೌಲ್ಯಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ $x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = . . . = n$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ 'n' ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

11 ಕೆಲವು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುವುದು

T4Z8D3

0889CH05

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ, ನಾವು ಎರಡು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತೇವೆ. ನಾವು ಸ್ವ–ಸಮರೂಪಿ ಆಕಾರಗಳಾಗಿರುವ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್‌ಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ. ಅವು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಅಥವಾ ಅದೇ ರೀತಿಯ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಸಣ್ಣ ಮತ್ತು ಸಣ್ಣ ಪ್ರಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತೆ ಮತ್ತೆ ಪ್ರದರ್ಶಿಸುತ್ತವೆ. ನಂತರ ನಾವು ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸುವ ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

11.1 ಪುನರಾವರ್ತಿತ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಆಕೃತಿಗಳು (Fractals)

ಪ್ರಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್‌ನ ಅತ್ಯಂತ ಸುಂದರವಾದ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಜರೀಗಿಡವು ಒಂದು. ಜರೀಗಿಡವು ತನ್ನ ಎಲೆಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಅದೇ ಮಾದರಿಯ ಉಪ–ಎಲೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು ಹೀಗೆ ಇವುಗಳು ತಮ್ಮ ಉಪ–ಎಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಅದೇ ಮಾದರಿಯ ಹೋಲಿಕೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.


ಜರೀಗಿಡ

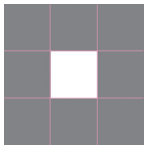
ಸ್ವ–ಹೋಲಿಕೆಯಲ್ಲಿನ ಈ ರೀತಿಯ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳು ಮರಗಳಲ್ಲಿ (ಇಲ್ಲಿ ಕಾಂಡವು ಅಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು ಒಂದು ಅಂಗವು ಕೊಂಬೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು ಕೊಂಬೆಗಳು ಕೊಂಬೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ, ಮತ್ತು ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ), ಮೋಡಗಳು, ಕಡಲ ತೀರಗಳು, ಪರ್ವತಗಳು, ಮಿಂಚು ಮತ್ತು ಪ್ರಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಇತರ ಅನೇಕ ವಸ್ತುಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತವೆ.

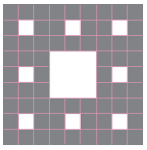
ಇತರ ಗಣಿತದ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್‌ಗಳು ಸಹ ಬಹಳ ಸುಂದರವಾಗಿರಬಹುದು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವನ್ನು ನಾವು ಇಲ್ಲಿ ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಸಿಯರ್ಪಿನ್ಸ್ಕಿ ಕಾರ್ಪೆಟ್ (Sierpinski Carpet)

ಪೋಲಿಷ್ ಗಣಿತಜ್ಞ ಸಿಯರ್ಪಿನ್ಸ್ಕಿ ಎಂಬುವರು ಸಿಯರ್ಪಿನ್ಸ್ಕಿ ಕಾರ್ಪೆಟ್ ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಒಂದು ರೀತಿಯ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರು. ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಅದನ್ನು 9 ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ, ನಂತರ ಕೇಂದ್ರ ಚೌಕವನ್ನು ತೆಗೆಯುವ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ತಯಾರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ (ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿ); ನಂತರ ಅದೇ ವಿಧಾನವನ್ನು ಉಳಿದ 8 ಚೌಕಗಳಲ್ಲಿ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು ಇದು ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ. ನಂತರ ಇದನ್ನು ಸಣ್ಣ ಮತ್ತು ಸಣ್ಣ ಪ್ರಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಅದೇ ಮಾದರಿಯನ್ನು ನೋಡಬಹುದಾಗಿದೆ.

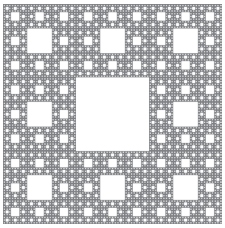

ಹಂತ 0


ಹಂತ 1


ಹಂತ 2

...

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED



ಸಿಯರ್‌ಪಿನ್ಸ್ಕಿ ಕಾರ್ಪೆಟ್

? ಪ್ರಾರಂಭಿಕ ಕೆಲವು ಹಂತ (ಕನಿಷ್ಠ ಹಂತ 2 ರವರೆಗೆ) ಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಿಯರ್‌ಪಿನ್ಸ್ಕಿ ಕಾರ್ಪೆಟ್‌ಗೆ ಕಾರಣವಾಗುವ ಸರಣಿ ಆಕಾರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಈ ರಚನೆಯ ಪ್ರಕಾರ, ಅನುಕ್ರಮದಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹಂತವು

(i) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ಒಂದೇ ಗಾತ್ರದ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು ಹಂತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಈ ಚೌಕಗಳ ಗಾತ್ರವು ಚಿಕ್ಕದಾಗುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು

(ii) ಚೌಕಾಕಾರದ ತುಣುಕುಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯುವ ಮೂಲಕ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವ ಚೌಕ ರಂಧ್ರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

? ಪ್ರತಿ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ರಂಧ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ನೀವು ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಮಾದರಿಯನ್ನು ಕಾಣುವಿರಾ?

R_n ಎಂಬುದು n ನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಿ, ಮತ್ತು H_n ಎಂಬುದು n ನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ ರಂಧ್ರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಿ.

ಹಿಂದಿನ ಹಂತದಿಂದ ಉಳಿದಿರುವ ರಂಧ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಚೌಕಗಳು ಹೇಗೆ ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವ ಮೂಲಕ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹೇಗೆ ಬೆಳೆಯುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಹಂತದಲ್ಲಿ (ಹಂತ n ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದಾಗ) ಉಳಿದಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೌಕವು, $(n + 1)$ ನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ 8 ಚೌಕಗಳಿಗೆ ಕಾರಣವಾಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ನಮಗೆ

$$R_{n+1} = 8\, R_n \text{ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.}$$

? ಇದನ್ನು R_n ಸೂತ್ರವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಬಳಸಬಹುದೇ?

$R_0 = 1$

$R_1 = 8 \times 1 = 8$

$R_2 = 8 \times 8 = 8^2$.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, $R_n = 8^n$.

© KSEEB NOT TO BE REPUBLISHED

? ಇದೇ ರೀತಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಹಂತದಲ್ಲಿ ರಂಧ್ರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ?

n ನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೌಕವು (n + 1)ನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ ರಂಧ್ರವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. nನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಎಲ್ಲಾ ರಂಧ್ರಗಳು (n + 1)ನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿಯೂ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ. ಹೀಗಾಗಿ,

$$H_{n+1} = H_n + R_n.$$

ಆದುದರಿಂದ, ನಮಗೆ

$R_0 = 1$ $H_0 = 0$

$R_1 = 8$ $H_1 = 1$

$R_2 = 8^2$ $H_2 = 1 + 8$

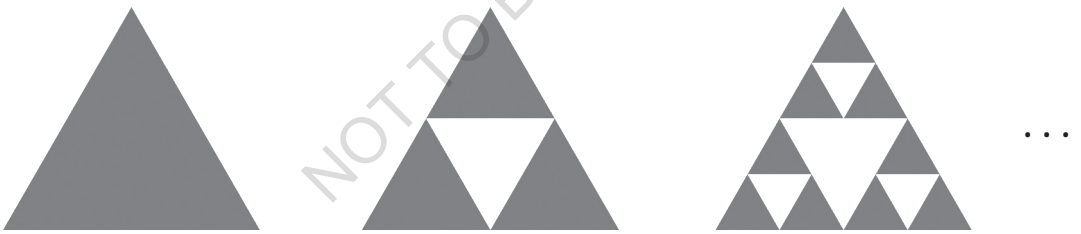
$R_3 = 8^3$ $H_3 = 1 + 8 + 8^2$ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

⋮

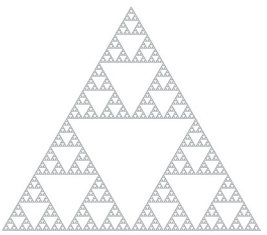
ಸಿಯರ್ಪಿನ್ಸ್ಕಿ ಗ್ಯಾಸ್ಕೆಟ್ (Sierpinski Gasket)

ಸಿಯರ್ಪಿನ್ಸ್ಕಿಯು ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಮತ್ತೊಂದು ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರು. ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 4 ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ನಂತರ ಕೇಂದ್ರ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ತೆಗೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಹೀಗೆ ಉಳಿದ 3 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಮೇಲೆ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಹಂತ 0 ಹಂತ 1 ಹಂತ 2 . . .



ಸಿಯರ್‌ಪಿನ್ಸ್ಕಿ ತ್ರಿಭುಜ

? ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಮೂಲಕ, ನಾವು ಅದನ್ನು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 4 ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸುತ್ತೇವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

[**ಸುಳಿಹು:** ಮೂಲೆಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮದ್ವಿಬಾಹುಗಳು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.]

ಈ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್ ಅನ್ನು **ಸಿಯರ್ಪಿನ್ಸ್ಕಿ ತ್ರಿಭುಜ/ಗ್ಯಾಸ್ಕೆಟ್** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? **ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.**

1. ಸಿಯರ್ಪಿನ್ಸ್ಕಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರಣಿಗೆ ಕಾರಣವಾಗುವ ಕೆಲವು ಆರಂಭಿಕ ಹಂತಗಳನ್ನು (ಕನಿಷ್ಠ ಹಂತ 2 ರವರೆಗೆ) ಎಳೆಯಿರಿ.

2. ಸಿಯರ್ಪಿನ್ಸ್ಕಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರಣಿಗೆ ಕಾರಣವಾಗುವ ಪ್ರತಿ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ರಂಧ್ರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3. ಸಿಯರ್ಪಿನ್ಸ್ಕಿ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್‌ಗಳಿಗೆ ಕಾರಣವಾಗುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಕಾರದ ಸರಣಿಯಲ್ಲಿ nನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಆರಂಭಿಕ ಚೌಕ/ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು 1 ಚದರ ಮಾನವೆಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

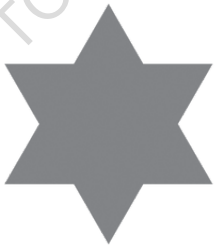
ಕೋಚ್ ಸ್ನೋಫ್ಲೇಕ್ (Koch Snowflake)

ಕೋಚ್ ಸ್ನೋಫ್ಲೇಕ್ ಎಂಬುದು ಮತ್ತೊಂದು ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್ ಆಗಿದ್ದು, ಇದನ್ನು ಮೊದಲು 1904ರಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿದ ಸ್ವೀಡಿಷ್ ಗಣಿತಜ್ಞ ವಾನ್ ಕೋಚ್ ಅವರ ಹೆಸರನ್ನು ಇಡಲಾಗಿದೆ. ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಈ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್ ಅನ್ನು 6ನೇ ತರಗತಿಯ ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶದಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.

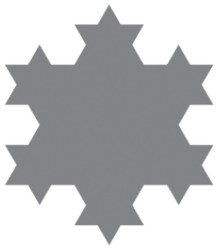
©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಹಂತ 0

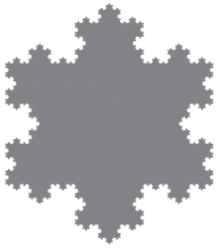


ಹಂತ 1



ಹಂತ 2

. . .



ಕೋಚ್ ಸ್ನೋಫ್ಲೇಕ್

ಅದನ್ನು ರಚಿಸಲು, ನಾವು ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತೇವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವನ್ನು

(i) 3 ಸಮ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲಾಗಿದೆ, ಮತ್ತು

(ii) ಮಧ್ಯದ ಭಾಗದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ನಂತರ ಮಧ್ಯದ ಭಾಗವನ್ನು ತೆಗೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ, ಪ್ರತಿ ಬಾಹುವನ್ನು 'ಬಂಪ್' ಆಕಾರದ ⌒ ರಚನೆಯಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಉಂಟಾಗುವ ಹೊಸ ತ್ರಿಭುಜದ ಆಕಾರದ ಬಾಹುಗಳಲ್ಲಿ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಕೋಚ್ ಸ್ನೋಫ್ಲೇಕ್ ಸರಣಿಗೆ ಕಾರಣವಾಗುವ ಆಕಾರದ ಸರಣಿಯ ಆರಂಭಿಕ ಕೆಲವು ಹಂತಗಳನ್ನು (ಕನಿಷ್ಠ ಹಂತ 2 ರವರೆಗೆ) ಎಳೆಯಿರಿ.
2. ಕೋಚ್ ಸ್ನೋಫ್ಲೇಕ್ ಸರಣಿಗೆ ಕಾರಣವಾಗುವ ಆಕಾರದ ಸರಣಿಯ nನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿನ ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. ಸರಣಿಯ nನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿನ ಆಕಾರದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಆರಂಭಿಕ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವನ್ನು 1 ಮೂಲಮಾನ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ಕಲೆಯಲ್ಲಿ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್‌ಗಳು

ಮಾನವ ನಿರ್ಮಿತ ಕಲೆಯಲ್ಲಿ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್‌ಗಳನ್ನು ಬಹಳ ಹಿಂದಿನಿಂದಲೂ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ! ಬಹುಶಃ ಅಂತಹ ಅತ್ಯಂತ ಹಳೆಯ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್‌ಗಳು ಭಾರತದ ದೇವಾಲಯಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಮಧ್ಯಪ್ರದೇಶದ ಖಜುರಾಹೊದಲ್ಲಿರುವ ಕಂದರಿಯಾ ಮಹಾದೇವ ದೇವಾಲಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ, ಇದು ಸುಮಾರು ಕ್ರಿ.ಶ. 1025 ರಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಗೊಂಡಿತು; ಅಲ್ಲಿ ಒಂದು ಎತ್ತರದ ದೇವಾಲಯದ ರಚನೆಯನ್ನು ನೋಡಬಹುದು. ಇದು ಪೂರ್ಣ ರಚನೆಯ ಸಣ್ಣ ಪ್ರತಿಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ, ಅದರ ಮೇಲೆ ಅದೇ ರಚನೆಯ ಇನ್ನೂ ಸಣ್ಣ ಪ್ರತಿಗಳಿವೆ, ಇತ್ಯಾದಿ. ಮಧುರೈ, ಹಂಪಿ, ರಾಮೇಶ್ವರಂ, ವಾರಣಾಸಿ, ಇತರ ಹಲವು ದೇವಾಲಯಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಸಹ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್ ತರಹದ ಮಾದರಿಗಳು ಕಂಡುಬರುತ್ತವೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಕಂದರಿಯಾ ಮಹಾದೇವ ದೇವಾಲಯ

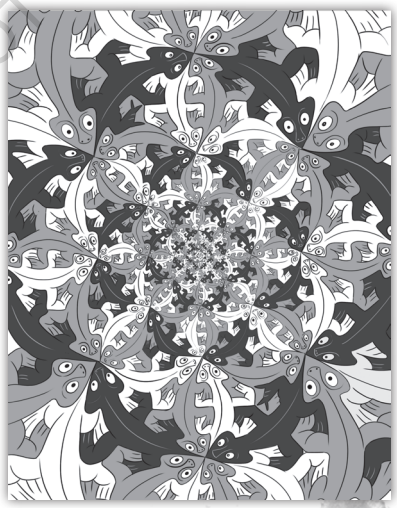
ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ಆಫ್ರಿಕನ್ ಸಂಸ್ಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಸಹ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್‌ಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನೈಜೀರಿಯನ್ ಫುಲಾನಿ ಮದುವೆಯ ಕಂಬಳಿಗಳ ಮೇಲಿನ ಮಾದರಿಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್ ರಚನೆಗಳನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುತ್ತವೆ.



ನೈಜೀರಿಯನ್ ಫುಲಾನಿ ಮದುವೆಯ ಕಂಬಳಿ

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಕಂಬಳಿಯಲ್ಲಿ, ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಕಾರದ ಮಾದರಿಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಅದರೊಳಗೆ ಸಣ್ಣ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಕಾರದ ಮಾದರಿಗಳಿವೆ. ಇದು ಹೀಗೆಯೇ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ.

ನಿಸ್ಸಂದೇಹವಾಗಿ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್ ಕಲೆಯ ಆಧುನಿಕ ಮಾಂತ್ರಿಕ ಎಂದೇ ಹೆಸರುವಾಸಿಯಾದವರು ಡಚ್ ಕಲಾವಿದ ಎಂ.ಸಿ. ಎಸ್ಚರ್‌ರವರು. ಅವರ ಕೆಲವು ಮುದ್ರಣಗಳು ಟೈಲಿಂಗ್‌ನ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ವಿನ್ಯಾಸಜೋಡಣೆ ವಿಷಯವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್‌ಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಒಂದು ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಉದಾಹರಣೆಯೆಂದರೆ ಅವರ ಕೃತಿ 'ಸ್ಮಾಲರ್ ಅಂಡ್ ಸ್ಮಾಲರ್', ಇದು ಹಲ್ಲಿಗಳ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಸಣ್ಣ, ಸಣ್ಣ ಪ್ರಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರದರ್ಶಿಸುತ್ತದೆ. ಎಸ್ಚರ್ ಅವರ 'ಸ್ಮಾಲರ್ ಅಂಡ್ ಸ್ಮಾಲರ್' ನಿಂದ ಪ್ರೇರಿತವಾದ ಮುದ್ರಣ ಇಲ್ಲಿದೆ.



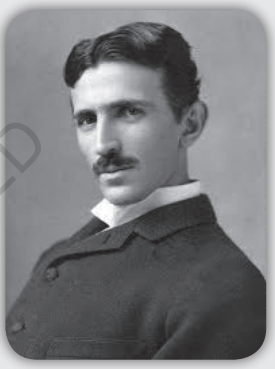
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

11.2 ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸುವುದು

ನಿಮ್ಮ ಕಲ್ಪನೆಯಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿ.

? ನಾವು ದೃಶ್ಯೀಕರಣವನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಈ ವಿಭಾಗವನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತೇವೆ. ಪ್ರತಿ ಸೂಚನೆಗಾಗಿ ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಯೊಂದಿಗೆ ನಿರ್ಭಯವಾಗಿ ಮಾತನಾಡಿ, ಸನ್ನೆ ಮಾಡಿ, ಅದನ್ನು ಗಾಳಿಯಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಿ, ಆದರೆ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಬಿಡಿಸಬೇಡಿ!

ನನ್ನ ವಿಧಾನವೇ ಬೇರೆ. ನಾನು ನನ್ನ ಕೆಲಸದಲ್ಲಿ ಆತುರಪಡುವುದಿಲ್ಲ. ನನಗೆ ಒಂದು ಆಲೋಚನೆ ಬಂದ ತಕ್ಷಣ ನಾನು ಅದನ್ನು ನನ್ನ ಕಲ್ಪನೆಯಲ್ಲಿ ನಿರ್ಮಿಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತೇನೆ. ನಾನು ರಚನೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುತ್ತೇನೆ. ಸುಧಾರಣೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೇನೆ ಮತ್ತು ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನನ್ನ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತೇನೆ.



– ನಿಕೋಲಸ್ ಟೆಸ್ಲಾ (1856–1943), ಎಲೆಕ್ಟ್ರಿಕಲ್ ಎಂಜಿನಿಯರ್ ಮತ್ತು ಇತರ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಿಗೆ ಮೂಲಭೂತ ಕೊಡುಗೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದ ಮಹಾನ್ ಸೆರ್ಬಿಯನ್ ಅಮೆರಿಕನ್ ಎಂಜಿನಿಯರ್ ಮತ್ತು ಸಂಶೋಧಕ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

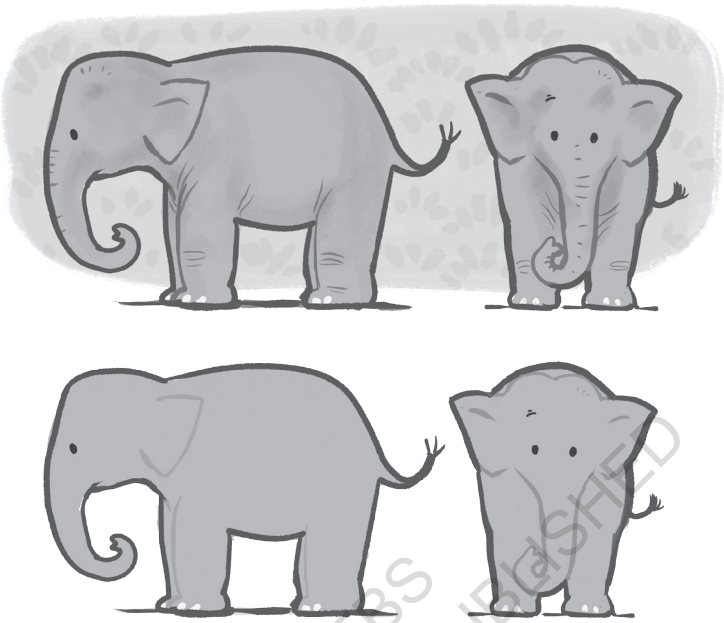
1. ನಿಮ್ಮ ಹೆಸರನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ, ನಂತರ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಹಿಂದಿನಿಂದ ಓದಿ. ಇದನ್ನು ಧ್ವನಿಯಿಂದಲ್ಲ, ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದಲೇ ಮಾಡಿ – ನಿಮ್ಮ ಹೆಸರನ್ನು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ನೋಡಿ! ಈಗ ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ಹೆಸರಿನೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

2. ಒಂದು ಕಾಲ್ಪನಿಕ ಚೌಕದ ನಾಲ್ಕು ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ, ಕತ್ತರಿಸಿದ ಪ್ರತಿಭಾಗವು ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳ ನಡುವೆ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಈಗ ಯಾವ ಆಕಾರ ಉಳಿದಿದೆ? ಮತ್ತೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಮಾಡಲು ನೀವು ನಾಲ್ಕು ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಮತ್ತೆ ಜೋಡಿಸಬಹುದು?

3. ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಮೂರು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಗುರುತಿಸಿ. ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೂಲೆಯನ್ನು ಆ ಗುರುತುಗಳವರೆಗೆ ಕತ್ತರಿಸಿ. ನೀವು ಯಾವ ಆಕಾರವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ?

4. ಒಂದು ಚೌಕದ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಮೂರು ಸಮ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಗುರುತಿಸಿ ಮತ್ತು ಆ ಗುರುತುಗಳವರೆಗೆ ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ. ಯಾವ ಆಕಾರ ಉಳಿದಿದೆ?

ನಾವು ಘನ ವಸ್ತುವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ, ನಾವು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಅದರ ಪ್ರೊಫೈಲ್ (ಚಿತ್ರಣ)ವನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ನೋಡುತ್ತೇವೆ. ನಮ್ಮ ದೃಷ್ಟಿಕೋನವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿ, ಈ ಪ್ರೊಫೈಲ್‌ನ ರೂಪುರೇಷೆಯು ಕಾಲ್ಪನಿಕವಾಗಿ ಬದಲಾಗಬಹುದು!



ಬಹುಶಃ ನೀವು ಛಾಯಾಚಿತ್ರ ತೆಗೆಯುವಾಗ ಅಥವಾ ವಸ್ತುವಿನ ನೆರಳನ್ನು ಗಮನಿಸುವಾಗ ವಸ್ತುಗಳ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಪ್ರೊಫೈಲ್‌ಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು? ಅಥವಾ, ಬಹುಶಃ ನೀವು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಹ ವ್ಯಂಗ್ಯಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಬಹುದು, ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪಾತ್ರವು ಗೋಡೆಯ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗಿ ಅದರ ಬಾಹ್ಯರೇಖೆಯ ಆಕಾರದ ರಂಧ್ರವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ.



ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ, ನೀವು ಆನೆ ಅಥವಾ ಬೆಕ್ಕಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸರಳವಾದ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಘನಗಳು, ಗೋಳಗಳು, ಸಿಲಿಂಡರ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಶಂಕುಗಳಂತಹ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೀರಿ. ಇವುಗಳ ಪ್ರೊಫೈಲ್‌ಗಳು ವಿಭಿನ್ನ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳಿಂದ ಹೇಗೆ ಕಾಣುತ್ತವೆ?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪ್ರಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಘನಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ದೃಷ್ಟಿಕೋನವನ್ನು ನೀವು ವಿವರಿಸಬಹುದೇ? ಇದು ಸಹಾಯ ಮಾಡಿದರೆ, ಟಾಮ್ ಮಾಡಿದಂತೆ ಗೋಡೆಯ ಮೂಲಕ ಘನವು ಹಾದುಹೋಗುವುದನ್ನು ಮತ್ತು ಸೂಕ್ತವಾದ ಆಕಾರದ ರಂಧ್ರವನ್ನು ಬಿಡುವುದನ್ನು ನೀವು ಊಹಿಸಬಹುದು.

5. ಚೌಕಾಕಾರದ ಹೊರರೇಖೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ಪ್ರೊಫೈಲ್

6. ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಹೊರರೇಖೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿಯ ಪ್ರೊಫೈಲ್

7. ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ ಹೊರರೇಖೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿಯ ಪ್ರೊಫೈಲ್

? ನಾವು ಆನೆಯೊಂದನ್ನು ನೋಡಿದಂತೆ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಘನಾಕೃತಿಯು ವಿಭಿನ್ನ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳಿಂದ ವಿಭಿನ್ನ ಪ್ರೊಫೈಲ್‌ಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು. ಈ ಕೆಳಗಿನ ವ್ಯತಿರಿಕ್ತ ಪ್ರೊಫೈಲ್‌ಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ನೀವು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದೇ?

ಇದರ ಮೇಲೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಯ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಿ ಮತ್ತು ನೀವು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಲು ಕಷ್ಟಪಡುತ್ತಿದ್ದರೆ, ನೀವು ಸುತ್ತಲೂ ನೋಡಬಹುದು ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಸುತ್ತಲಿನ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು, ಅಥವಾ ಮುಂದಿನ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೀವು ಅವುಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೀರಿ. ವಸ್ತುವಿನ ಮೇಲೆ ನೇರವಾಗಿ ಸೇರಿದಂತೆ ಯಾವುದೇ ದಿಕ್ಕಿನಿಂದ ಹಲವು ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಲು ಮುಕ್ತವಾಗಿರಿ.

8. ಒಂದು ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ಆಯತಾಕಾರದ ಪ್ರೊಫೈಲ್ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪ್ರೊಫೈಲ್ ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿ.

9. ಒಂದು ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪ್ರೊಫೈಲ್ ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿಯ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿ.

10. ಒಂದು ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ಆಯತಾಕಾರದ ಪ್ರೊಫೈಲ್ ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿ.

11. ಒಂದು ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಆಕಾರದ ಪ್ರೊಫೈಲ್ ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪ್ರೊಫೈಲ್ ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿ.

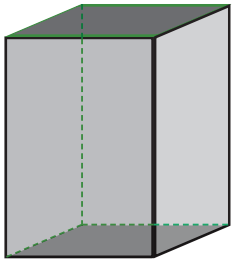
12. ಒಂದು ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿಯ ಪ್ರೊಫೈಲ್ ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ಆಯತಾಕಾರದ ಪ್ರೊಫೈಲ್ ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿ.

? ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸ್ಥಿತಿಗೂ ವಿಶಿಷ್ಟವಾದ ಘನಾಕೃತಿಗಳಿವೆಯೇ ಅಥವಾ ನೀವು ಬಹು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಬರಬಹುದೇ?

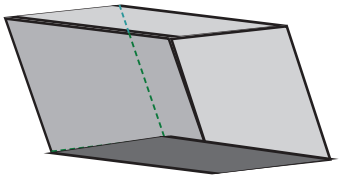
ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು

ಆಯತಘನ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಘನ, ಸಿಲಿಂಡರ್, ಶಂಕು, ತ್ರಿಭುಜಪಾದ ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ಗೋಪುರಗಳಂತಹ ಅನೇಕ ಮೂಲಭೂತ ಘನ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಕಾಗದ, ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಮತ್ತು ಲೋಹದ ಹಾಳೆಗಳಂತಹ ಮಡಿಚಬಹುದಾದ ಚಪ್ಪಟೆ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ತಯಾರಿಸಬಹುದು! ಇದು ಟೊಳ್ಳಾದ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ.

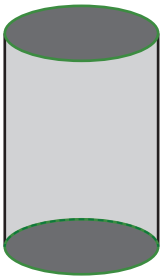
© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED



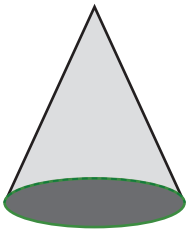
ಆಯತಘನ



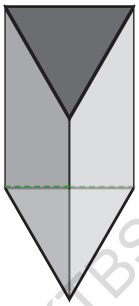
ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಘನ



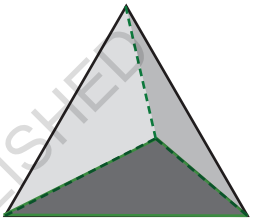
ಸಿಲಿಂಡರ್



ಶಂಕು



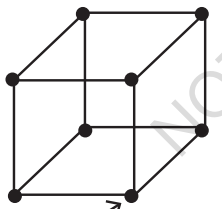
ತ್ರಿಭುಜಪಾದ ಪಟ್ಟಕ



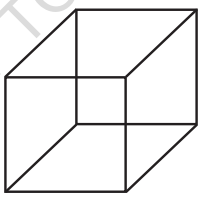
ತ್ರಿಭುಜಪಾದ ಗೋಪುರ

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

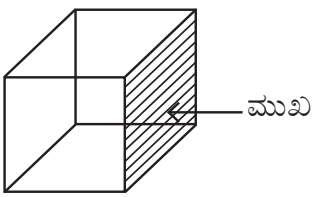
ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಸಮತಟ್ಟಾದ ಮೇಲ್ಮೈಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತ್ತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಚರ್ಚಿಸುವಾಗ, ಮುಖಗಳು, ಅಂಚುಗಳು ಮತ್ತು ಶೃಂಗಗಳ ಕಲ್ಪನೆಯು ಉಪಯುಕ್ತ ಉದ್ದೇಶವನ್ನು ಪೂರೈಸುತ್ತದೆ.

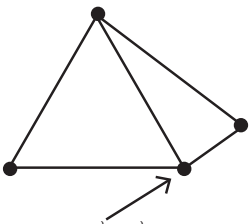


ಶೃಂಗ

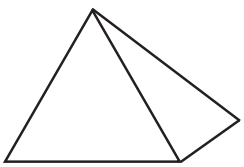


ಅಂಚು

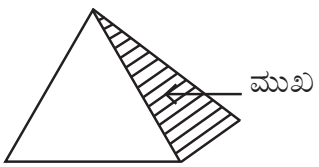




ಶೃಂಗ

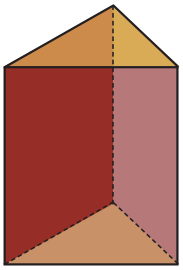


ಅಂಚು

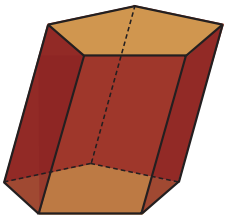


ಮುಖಗಳು ಘನಾಕೃತಿಯ ಸಮತಟ್ಟಾದ ಮೇಲ್ಮೈಗಳಾಗಿವೆ, ಅವು ಆ ಘನದ ಗಡಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತವೆ. ಅಂಚುಗಳು ಮುಖಗಳ ಬದಿಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವ ರೇಖೆಯ ಭಾಗಗಳಾಗಿವೆ ಮತ್ತು **ಶೃಂಗಗಳು**, ಅಂಚುಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಆಯತಘನ ಅಥವಾ ಚೌಕಘನವು 6 ಮುಖಗಳು, 12 ಅಂಚುಗಳು ಮತ್ತು 8 ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

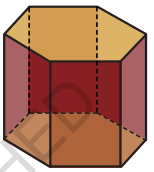
ಹಲವಾರು ರೀತಿಯ ಪಟ್ಟಕಗಳು ಮತ್ತು ಗೋಪುರಗಳಿವೆ, ಅವುಗಳ ಹೆಸರುಗಳು ಅವುಗಳ ಮುಖದ ಆಕಾರವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುತ್ತವೆ.



ತ್ರಿಭುಜಪಾದ ಪಟ್ಟಕ



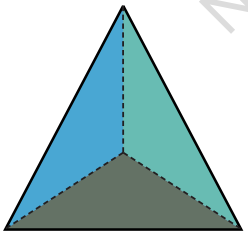
ಪಂಚಭುಜಪಾದ ಪಟ್ಟಕ



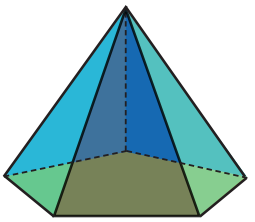
ಷಡ್ಭುಜಪಾದ ಪಟ್ಟಕ

ಪಟ್ಟಕ: ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಒಂದು ಪಟ್ಟಕವು ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಅಭಿಮುಖಗಳಾಗಿ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ, ಈ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ಅನುಗುಣವಾದ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸುವ ಅಂಚುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಇತರ ಮುಖಗಳು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಾಗಿವೆ. ಸರ್ವಸಮ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ಆಕಾರವನ್ನು ಆಧರಿಸಿ, ಪಟ್ಟಕಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜಪಾದ ಪಟ್ಟಕಗಳು, ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿಯ ಪಟ್ಟಕಗಳು, ಇತ್ಯಾದಿ ಎಂದು ಕರೆಯಬಹುದು.

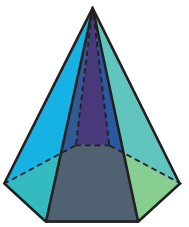
ಗೋಪುರಗಳು: ಒಂದು ಗೋಪುರವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ಪಾದ ಮತ್ತು ಅದರ ಹೊರಗೆ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅಂಚುಗಳು ಬಿಂದುವನ್ನು ಪಾದದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಶೃಂಗಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಪರ್ಕಿಸುತ್ತವೆ. ಪಾದದ ಆಕಾರವನ್ನು ಆಧರಿಸಿ, ಗೋಪುರಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜಪಾದ ಗೋಪುರಗಳು, ಚೌಕ ಗೋಪುರಗಳು, ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿಪಾದ ಗೋಪುರಗಳು, ಇತ್ಯಾದಿ ಎಂದು ಕರೆಯಬಹುದು. ತ್ರಿಭುಜಪಾದ ಗೋಪುರವನ್ನು **ಚತುರ್ಮುಖ ಘನ (ಟೆಟ್ರಾಹೆಡ್ರನ್)** ಎಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.



ತ್ರಿಭುಜಪಾದ ಗೋಪುರ



ಪಂಚಭುಜಪಾದ ಗೋಪುರ



ಷಡ್ಭುಜಪಾದ ಗೋಪುರ

? ಒಂದು ಪಟ್ಟಕದ ಪಾದಗಳು 10 ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಒಂದು ಸರ್ವಸಮ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಪಟ್ಟಕವು ಎಷ್ಟು ಮುಖಗಳು, ಅಂಚುಗಳು ಮತ್ತು ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ ? ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು n ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

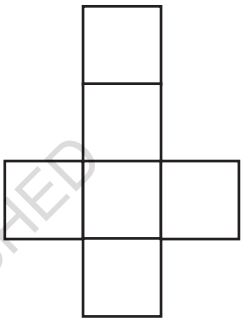
? ಗೋಪುರದ ಪಾದವು 10 ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಆ ಗೋಪುರವು ಎಷ್ಟು ಮುಖಗಳು, ಅಂಚುಗಳು ಮತ್ತು ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ? ಪಾದವು n–ಬಾಹುವಿರುವ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಾಗಿದ್ದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ಈಗ ನಾವು ಕಾಗದ, ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಮುಂತಾದ ಮಡಿಚಬಹುದಾದ ಸಮತಟ್ಟಾದ ಮೇಲ್ಮೈಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ವಿಭಿನ್ನ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ತಯಾರಿಸಬೇಕೆಂದು ನೋಡೋಣ.

ಮೂಲ ಆಲೋಚನೆಯೆಂದರೆ ಘನವಾಗಿ ಮಡಿಚಬಹುದಾದ ಸಮತಟ್ಟಾದ ಮೇಲ್ಮೈಯಲ್ಲಿ ಆಕಾರವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು. ಅಂತಹ ಆಕಾರವನ್ನು ಜಾಲ (Net) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಘನವನ್ನು ಸಮತಲದ ಮೇಲೆ 'ತೆರೆಯುವ' ಮೂಲಕ ಪಡೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ಒಂದು ಚೌಕಘನದ ಜಾಲ (Net) ಎಂದರೇನು?

ಚಿತ್ರ 11.1 ಇದು ಒಂದು ಚೌಕಘನದ ಜಾಲ.



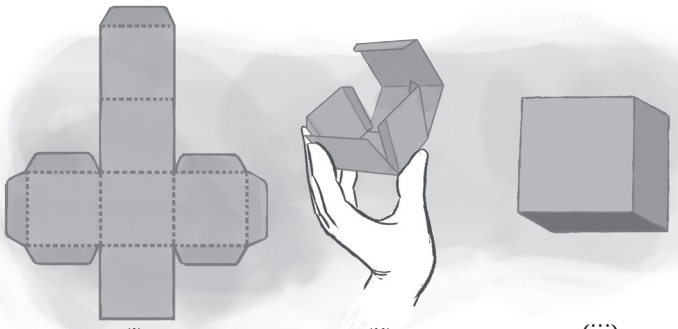
ಚಿತ್ರ 11.1 ಒಂದು ಘನದ ಜಾಲ

? ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಡಚಿ ಘನವನ್ನು ರೂಪಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಿ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಜಾಲವನ್ನು ಬಳಸುವ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಅಂಶಗಳು

ಜಾಲದಿಂದ ಒಂದು ನೈಜ ಘನವನ್ನು ಮಾಡಲು, ಕೆಲವು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಮೊದಲನೆಯದಾಗಿ, ಬಳಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಯು ಸ್ಥಿರವಾಗಿ ನಿಲ್ಲಲು ಬಳಸಿದ ವಸ್ತುವು ಸಾಕಷ್ಟು ದೃಢತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು. ಎರಡನೆಯ ಅಂಶವೆಂದರೆ ಮುಖಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಜೋಡಿಸಲು ಕೆಲವೊಂದು ಕಾರ್ಯವಿಧಾನ ಮಾಡಬೇಕು. ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಅಥವಾ ಅಂತಹುದೇ ವಸ್ತುವನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ, ಸೆಲ್ಲೊ ಟೇಪ್‌ನಿಂದ ಅನುರೂಪ ಮುಖಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಒಂದು ಮಾರ್ಗವಾಗಿದೆ. ಚಾರ್ಟ್ ಪೇಪರ್‌ನಂತಹ ಕಡಿಮೆ ಗಟ್ಟಿಮುಟ್ಟಾದ ವಸ್ತುಗಳಿಗೆ, ಅನುರೂಪ ಮುಖಗಳಿಗೆ ಅಂಟಿಸಬಹುದಾದ ಕೆಲವು ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ ಹೆಚ್ಚುವರಿ 'ಫ್ಲಾಪ್‌ಗಳನ್ನು' ಹೊಂದಿರುವುದು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ. ಪ್ಯಾಕೇಜಿಂಗ್ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳಲ್ಲಿ ಈ ತಂತ್ರವನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು.



(i) (ii) (iii)

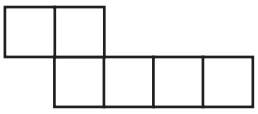
ಆದಾಗ್ಯೂ, ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ಜಾಲದ ಬಗ್ಗೆ ಮಾತನಾಡುವಾಗ, ಘನವನ್ನು ತೆರೆಯುವುದರಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ ಆಕಾರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ, ಆದರೆ ಘನವನ್ನು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಮಾಡಲು ನಾವು ಬಳಸಬಹುದಾದ ಇತರ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಫ್ಲಾಪ್‌ಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

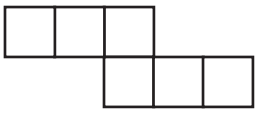
ಜಾಲ ಬಳಸುವುದರ ಹೊರತಾಗಿ, ಕಾಗದದಿಂದ ಘನವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಇತರ ಮಾರ್ಗಗಳಿವೆ.

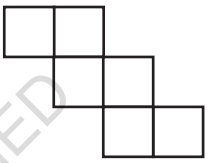
ಘನವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಒಬ್ಬರು ಬಳಸಬಹುದಾದ ಬಹು ಸಂಭಾವ್ಯ ಜಾಲಗಳಿವೆ.

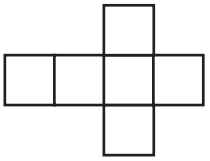
? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

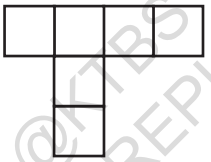
1. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಘನದ ಜಾಲಗಳು ಯಾವುವು? ಮೊದಲು, ದೃಶ್ಯೀಕರಣದ ಮೂಲಕ ಉತ್ತರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಂತರ, ನೀವು ಕಟೌಟ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು.

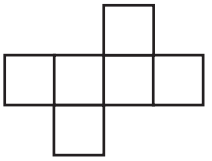

(i)


(ii)


(iii)

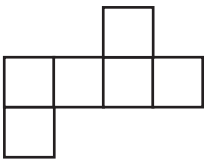
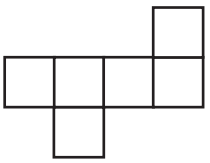
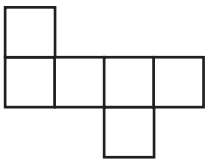

(iv)


(v)


(vi)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. ಒಂದು ಘನವು ಒಟ್ಟು 11 ಸಂಭಾವ್ಯ ಜಾಲಗಳ ರಚನೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಈ ಎಣಿಕೆಯಲ್ಲಿ, ಎರಡು ಜಾಲಗಳನ್ನು ಒಂದರಿಂದ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ತಿರುಗುವಿಕೆ ಅಥವಾ ತಿರುಗಿಸುವಿಕೆ ಮೂಲಕ ಪಡೆಯಬಹುದಾದರೆ ಒಂದೇ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಜಾಲಗಳನ್ನು ಎಲ್ಲವನ್ನೂ ಒಂದೇ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ –

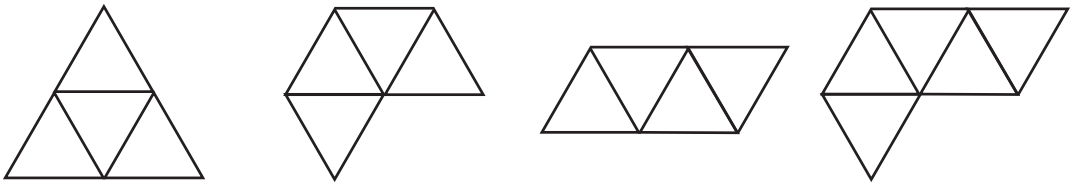

ಒಂದು ಘನದ ಎಲ್ಲಾ 11 ಜಾಲಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಿ.

3. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಜಾಲವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ:
   (i) 5 cm, 3 cm, ಮತ್ತು 1 cm
   (ii) 6 cm, 3 cm, ಮತ್ತು 2 cm

   ಇತರ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಜಾಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

ಮುಖಗಳು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿರುವ ಷಣ್ಮುಖಘನವನ್ನು **ನಿಯಮಿತ ಷಣ್ಮುಖಘನ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ನಿಯಮಿತ ಷಣ್ಮುಖಘನದ ಜಾಲ ಎಂದರೇನು? ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ನಿಯಮಿತ ಷಣ್ಮುಖಘನದ ಜಾಲವಾಗಿದೆ?



? ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಸಂಭಾವ್ಯ ಜಾಲಗಳಿವೆಯೇ?

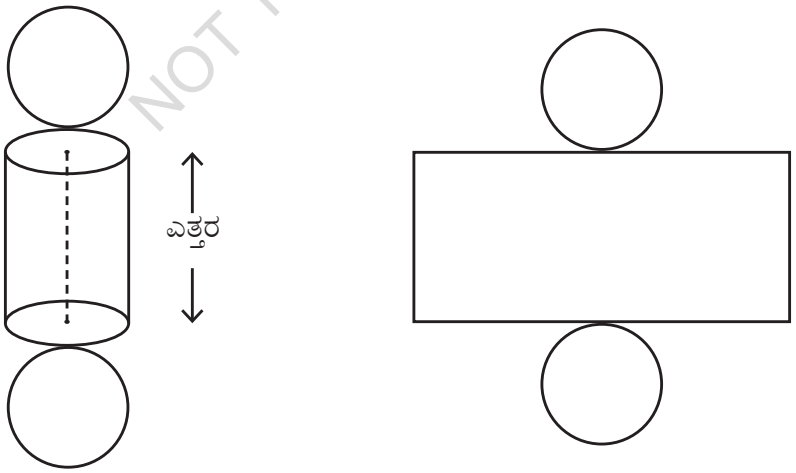
ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಷಣ್ಮುಖಘನ ಕೇವಲ 2 ಸಂಭಾವ್ಯ ಜಾಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

? ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಷಣ್ಮುಖಘನವಾಗಿ ಮಡಿಚಬಹುದಾದ ಸೂಕ್ತ ಅಳತೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಜಾಲವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ನೈಜವಾದ ಕಟೌಟ್ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಅದು ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

? ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರ ಪಾದ ಗೋಪುರವಾಗಿ ಮಡಿಚಬಹುದಾದ ಸೂಕ್ತ ಅಳತೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಜಾಲವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ನೈಜವಾದ ಕಟೌಟ್ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಅದು ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

? ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಜಾಲ ಎಂದರೇನು?

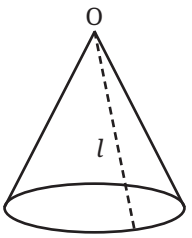
ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಎತ್ತರದ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಕಟ್ ಮಾಡಿದರೆ, ಈ ರೀತಿ ನಮಗೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

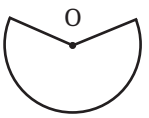
? ಪಡೆದ ಆಯತದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಯಾವುವು?

? ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಜಾಲವು ಹೇಗೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ?



? ಶಂಕುವಿನಾಕೃತಿಯನ್ನು l ರೇಖೆಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಕತ್ತರಿಸಿ ನಂತರ ತೆರೆದರೆ, ನಮಗೆ ಏನು ಸಿಗುತ್ತದೆ?

ಮೂಲ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳು 'O' ನಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಆದ್ದರಿಂದ ಶಂಕುವನ್ನು ತೆರೆದ ನಂತರ, ಜಾಲದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಕೇಂದ್ರ O ನೊಂದಿಗೆ ವೃತ್ತದ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

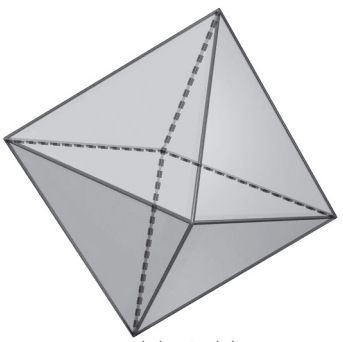


? ಮೇಲಿನ ಜಾಲವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 'O' ಕೇಂದ್ರವಲ್ಲದ ಯಾವ ಮೇಲ್ಮೈಯನ್ನು ನೀವು ರಚಿಸುತ್ತೀರಿ, ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಲು ನಿಮಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡಲು ಭೌತಿಕ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಮಾಡಿ!



? ಸೂಕ್ತ ಅಳತೆಗಳೊಂದಿಗೆ ತ್ರಿಭುಜಪಾದ ಪಟ್ಟಕವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಜಾಲವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನೈಜ ಕಟೌಟ್ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಅದು ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

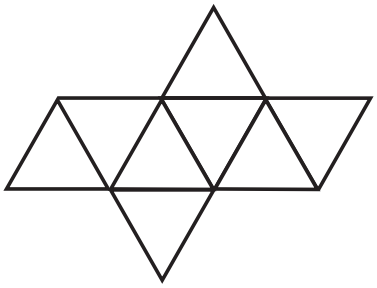
ಎರಡು ಚೌಕಾಕಾರದ ಗೋಪುರಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಚೌಕಾಕಾರದ ಪಾದಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಮೂಲಕ ತಯಾರಿಸಿದ **ಅಷ್ಟಮುಖಿಘನ** ಎಂಬ ಘನಾಕೃತಿ ಇಲ್ಲಿದೆ.



ಅಷ್ಟಮುಖಿಘನ

ನೀವು ಅದರ ಜಾಲವನ್ನು ಊಹಿಸಬಲ್ಲಿರಾ? ಇದು ಅದರ ಜಾಲಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



? ಜಾಲದಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ, ಜಾಲದ ಕಟೌಟ್ ಮಾಡಿ ಅದನ್ನು ಅಷ್ಟಮುಖಿವಾಗಿ ರೂಪಿಸಲು ಮಡಿಚಿ.

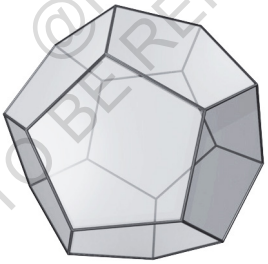
ಗಣಿತದ ಮಾತು

ಘನಗಳಂತೆ ಒಂದು ಅಷ್ಟಮುಖಿಘನವೂ ಸಹ 11 ವಿಭಿನ್ನ ಜಾಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ, ಎಲ್ಲಾ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು (ಸಾಮಾನ್ಯ ಷಣ್ಮುಖಿಘನಗಳು) ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಚೌಕಗಳನ್ನು (ಘನಗಳು) ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಎಲ್ಲಾ ಮುಖಗಳು ಪಂಚಭುಜಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿ ಇದೆಯೇ? ಕುತೂಹಲಕಾರಿಯಾಗಿ, ಉತ್ತರ ಹೌದು!

ಈ ಘನವನ್ನು **ವಿಂಶತಿಘನ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಘನವನ್ನು ಸಹ ಒಂದು ಜಾಲದಿಂದ ತಯಾರಿಸಬಹುದು! ಗಣಿತಜ್ಞರು ವಿಂಶತಿಘನ ಎಷ್ಟು ಜಾಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಸಹ ಸಮರ್ಥರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಇದು 43380 ಜಾಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ವಿಂಶತಿಘನ

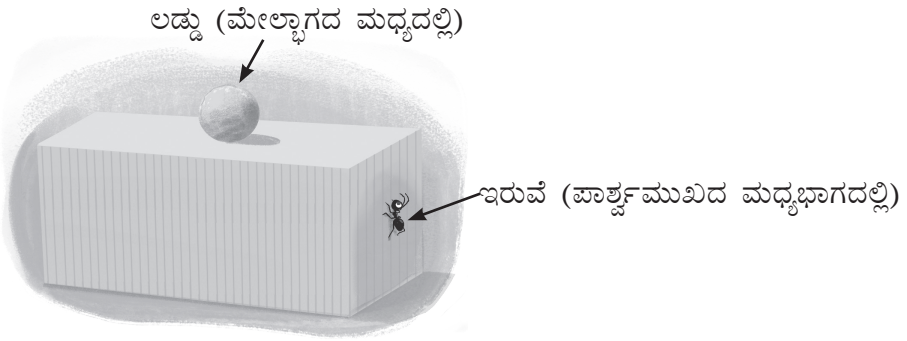
? ಇದು **ಗೋಳದ ಜಾಲ**ವೇ? ಯಾವುದೇ ಸುಕ್ಕುಗಳು, ಅಥವಾ ಅಂತರಗಳನ್ನು ಬಿಡದೆ ಚೆಂಡಿನ ಸುತ್ತಲೂ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಸುತ್ತುವಂತಹ ಕಾಗದದ ಕಟೌಟ್ ಅನ್ನು ನೀವು ತಯಾರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ ಎಂದು ಒಂದು ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಿ ನೋಡಿ, ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ?

ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರದ ದಾರಿಗಳು

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗಿನ ಚರ್ಚೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಒಂದು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿ, ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರದ ದಾರಿ ಎಂದರೆ ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ನೇರ ರೇಖೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಈಗ, ಒಂದು ಆಯತಘನದ ಮೇಲ್ಮೈಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಲು ಅವಕಾಶವಿದ್ದರೆ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರದ ದಾರಿ ಯಾವುದು?

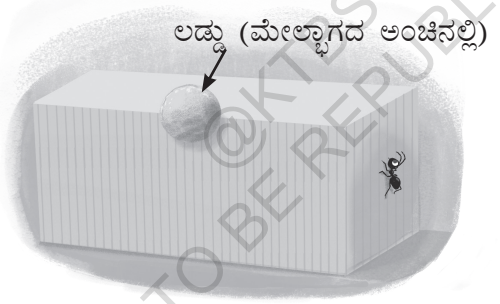
ಆಯತಘನದ ಮೇಲ್ಮೈಯಲ್ಲಿ ಹಸಿದಿರುವ ಇರುವೆಯೊಂದನ್ನು ಊಹಿಸೋಣ. ಅದರ ಅದೃಷ್ಟಕ್ಕೆ, ಮೇಲ್ಮೈಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಲಡ್ಡು ಇದೆ.



? ಲಡ್ಡು ತಲುಪಲು ಇರುವೆಗೆ ಇರುವ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರದ ದಾರಿ ಯಾವುದು?

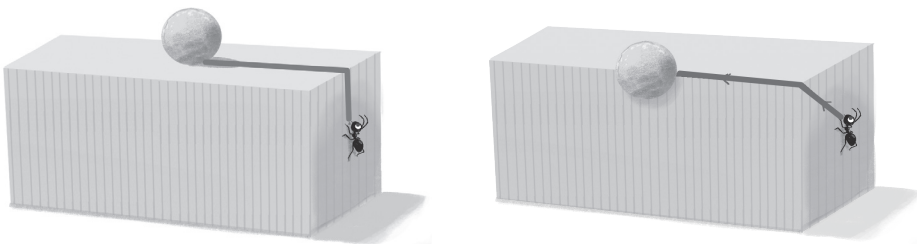
? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು



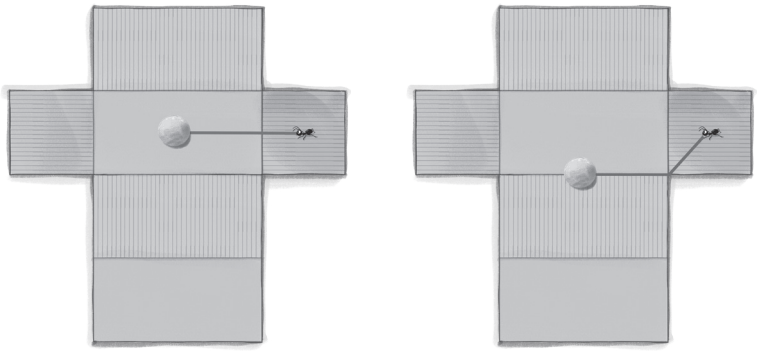
? ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದಾರಿಯು ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಭಾವಿಸಿದರೆ, ಅದು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಎಲ್ಲಾ ಹಲವು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ ಎಂದು ಹೇಗೆ ಖಚಿತಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು?

? ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ದಾರಿ ಇದೆಯೇ?



[**ಸುಳಿಹು:** ಜಾಲವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ಮತ್ತು ಈ ಮಾರ್ಗಗಳು ಜಾಲದಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಿ.]

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



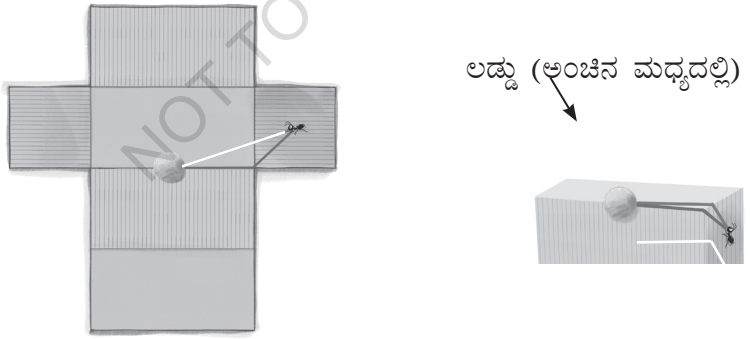
? ಇದು ಏನನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ?

ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಮೇಲ್ಮೈಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ದಾರಿಯನ್ನು ಜಾಲದಲ್ಲಿ ಅದೇ ಉದ್ದದ ದಾರಿಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು. ಇದಕ್ಕೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ, ಜಾಲದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ದಾರಿಯು ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಅದೇ ಉದ್ದದ ದಾರಿಯಾಗಿ ರೂಪಾಂತರಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

ಮೊದಲ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಲಾದ ದಾರಿಯು ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರದ್ದಾಗಿದೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಅದು ಜಾಲದಲ್ಲಿರುವ ಇರುವೆ ಮತ್ತು ಲಡ್ಡು ನಡುವಿನ ನೇರ ರೇಖೆಯಾಗಿ ರೂಪಾಂತರಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ,

ಇದು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರದ ದಾರಿಯಾಗಿದೆ.

ಎರಡನೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಲಾದ ಮಾರ್ಗವು ಜಾಲದಲ್ಲಿ ನೇರ ರೇಖೆಯ ದಾರಿಯಾಗಿ ರೂಪಾಂತರಗೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ಆದುದರಿಂದ ಇದು ಇರುವೆಯು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾದ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರದ ದಾರಿಯಲ್ಲ.



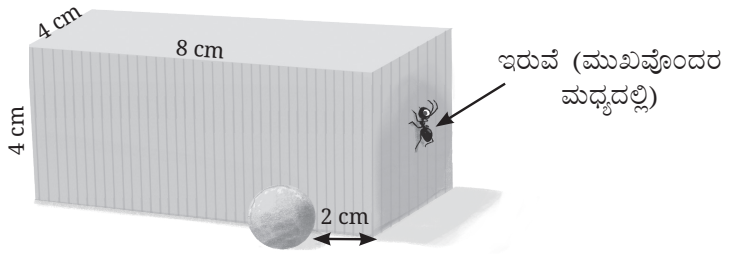
ಬಿಳಿಬಣ್ಣದ ದಾರಿಯು ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರದ ದಾರಿಯಾಗಿದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, ಜಾಲವನ್ನು ಬಳಸುವ ಮೂಲಕ, ನಾವು ಘನಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರದ ದಾರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಜಾಲದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರದ ದಾರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಮಸ್ಯೆಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುತ್ತೇವೆ.

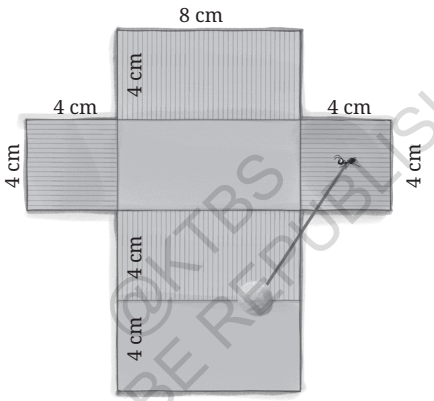
ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರದ ದಾರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನಾವು ಈಗ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿದ್ದೇವೆಯೇ?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವೆ ಮತ್ತು ಲಡ್ಡು ನಡುವಿನ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರದ ದಾರಿಯನ್ನು ಹುಡುಕಿ:



ನಾವು ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಮೊದಲಿನಂತೆ ತೆರೆದರೆ, ಅದು ಈ ರೀತಿ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

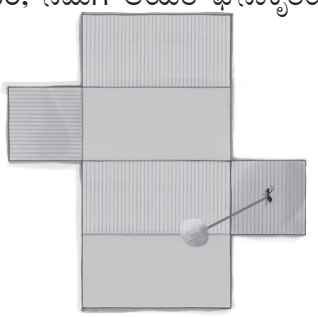


© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಇರುವೆ ಮತ್ತು ಲಡ್ಡು ನಡುವಿನ ರೇಖೆಯ ಭಾಗವು ಜಾಲದ ಹೊರಗೆ ಹೋಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ! ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ, ಇದು ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಯಾವುದೇ ದಾರಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

? ಹಾಗಾದರೆ ನಾವು ಈಗ ಏನು ಮಾಡಬೇಕು?

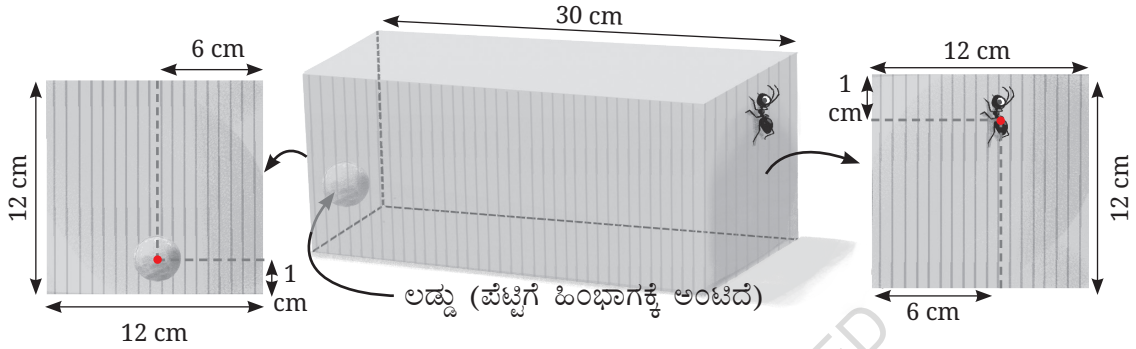
ಜಾಲವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತೆರೆದರೆ, ನಮಗೆ ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ದಾರಿ ಸಿಗುತ್ತದೆ.



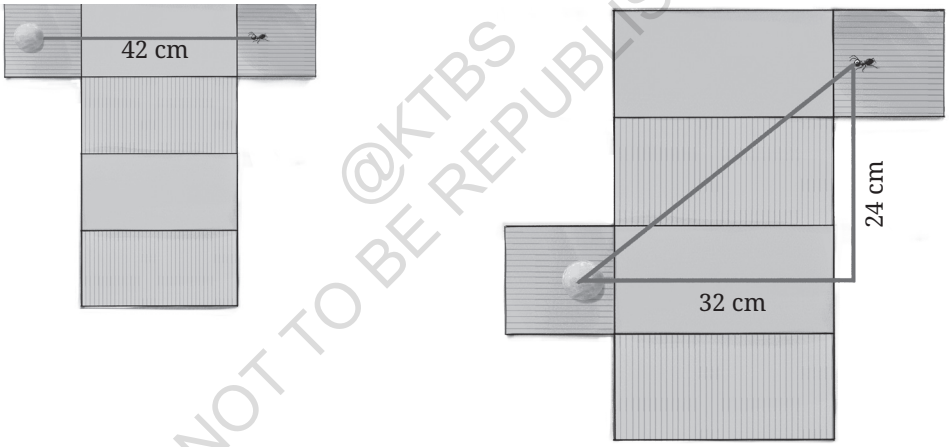
ಹೀಗಾಗಿ, ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ತೆರೆಯುವ ವಿಧಾನವು ಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ!

ಈಗ ನಾವು ಒಂದು ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ನೋಡೋಣ.

? ಇರುವೆ ಮತ್ತು ಲಡ್ಡು ನಡುವಿನ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರದ ದಾರಿಯ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?



ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ತೆರೆಯುವ ಕೆಲವು ವಿಧಾನಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಎರಡನೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, ಇರುವೆ ಮತ್ತು ಲಡ್ಡುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 'd' ಅನ್ನು ಬೋಧಾಯನನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು, ಏಕೆಂದರೆ ಇಲ್ಲಿ ನಮಗೆ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಿದೆ.

$$d^2 = 24^2 + 32^2$$

$$d = \sqrt{1600} = 40 \text{ cm}$$

ಈ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತೆರೆಯುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ, ಇರುವೆ ಮತ್ತು ಲಡ್ಡು ನಡುವಿನ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಭಾಗಗಳ ಉದ್ದಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ! ಆದ್ದರಿಂದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಭಾವ್ಯ ವಿಭಿನ್ನ ತೆರೆಯುವಿಕೆಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಬೇಕು!

ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ

ರೇಖಾಚಿತ್ರವು ಮಾನವನ ಅತ್ಯಂತ ಹಳೆಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ. ಸೌಂದರ್ಯ ಹಾಗೂ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಮತ್ತು ಎಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್ ಉದ್ದೇಶಗಳಿಗಾಗಿ ಜನರು ಇದನ್ನು ಸಾವಿರಾರು ವರ್ಷಗಳಿಂದ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ನಂತರದ ವಿಷಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ, ವಸ್ತುವಿನ ರೇಖಾಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು, ಅದರ ಬಗ್ಗೆ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ದಾಖಲಿಸಲು ಅಥವಾ ತಿಳಿಸಲು ಒಂದು ಉಪಯುಕ್ತ ಮಾರ್ಗವಾಗಿದೆ. ದೃಶ್ಯದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಯು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲ್ಪಡುವ ವಸ್ತುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಲು ಸಹ ನಮಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಕಟ್ಟಡಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವಾಗ, ಯಂತ್ರಗಳನ್ನು ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸುವಾಗ, ಇತ್ಯಾದಿ ಎಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್‌ನಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ಅಗತ್ಯಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಉದ್ಭವಿಸುತ್ತವೆ. ಇದಲ್ಲದೆ, ಎಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್ ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಸಾಕಷ್ಟು ಕೂಲಂಕುಷವಾಗಿ ವಿವರಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ ಒಬ್ಬರು ಅವು ಚಿತ್ರಿಸುವ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಭೌತಿಕವಾಗಿ ನಿರ್ಮಿಸಬಹುದು.

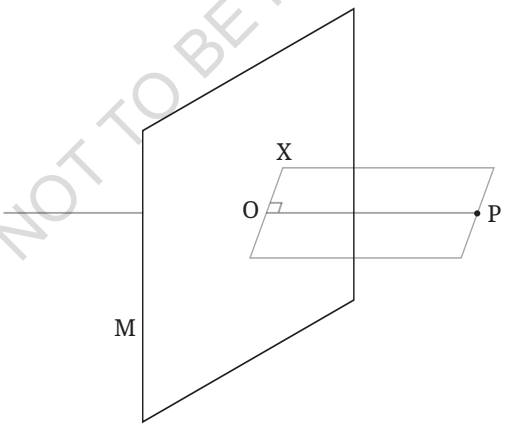
ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸುವ ಕೆಲವು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ನಾವು ಈಗ ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳು (Projections)

ಘನವೊಂದರ ಜಾಲವು (ಅದು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿರುವಾಗ) ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಒಂದು ಮಾರ್ಗವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಭೌತಿಕವಾಗಿ ಜಾಲವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಮಡಿಚದೆ, ಜಾಲದಿಂದ ಘನವನ್ನು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸುವುದು ಕಷ್ಟಕರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಘನವೊಂದರ ಜಾಲವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಇನ್ನೊಂದು ದಾರಿಯೆಂದರೆ ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ನೋಡುವುದು. ಈ ಕಲ್ಪನೆಯು ನಾವು ಮೊದಲೇ ಚರ್ಚಿಸಿದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ಘನಾಕೃತಿಯ ಪ್ರೊಫೈಲ್‌ಗೆ ನಿಕಟ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿದೆ. ಈ ತಂತ್ರವು ಹೇಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



O ಎಂಬುದು *P* ನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪ

ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದು P ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಮತಲ M ಅನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. P ಯಿಂದ ಒಂದು ರೇಖೆಯು ಸಮತಲ M ಅನ್ನು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವುದನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದೇ OX ರೇಖೆಗೆ, $\angle POX = 90°$ ಆಗಿದ್ದರೆ, OPಯು ಸಮತಲಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, O ಬಿಂದುವು ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ P ಬಿಂದುವಿನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪ ಎಂದು

ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ವಸ್ತುವಿನ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ ವಸ್ತುವಿನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತವೆ.

? ನಾವು ಒಂದು ರೇಖೆಯ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವನ್ನು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸೋಣ.

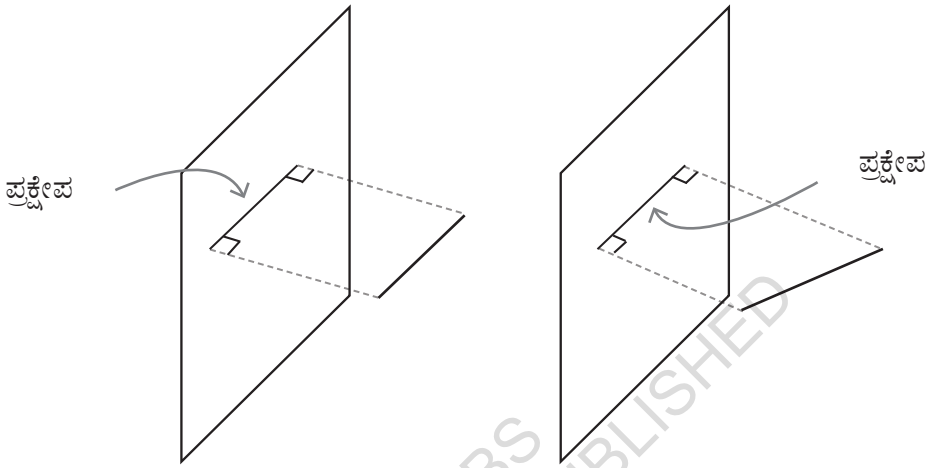
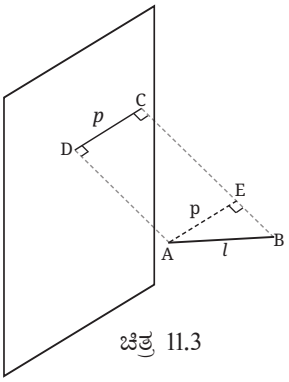


Fig. 11.2

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಒಂದು ರೇಖೆಯ ಉದ್ದವು ಅದರ ಪ್ರಕ್ಷೇಪದಲ್ಲಿ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ಚಿತ್ರ 11.3ರಲ್ಲಿನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ l ಎಂಬುದು ರೇಖೆಯ ನೈಜವಾದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು p ಎಂಬುದು ಅದರ ಪ್ರಕ್ಷೇಪದ ಉದ್ದವಾಗಿರಲಿ. $AE \perp BC$ ಆಗುವಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ. AECDಯು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ (ಏಕೆ?) ಆದುದರಿಂದ, $AE = DC = p$. ಅಲ್ಲದೆ, $\angle AEB = 90°$.



ಚಿತ್ರ 11.3

? ನೀವು ಈಗ p ಮತ್ತು l ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಬಹುದೇ?

? ಯೋಜಿತ ರೇಖೆಯ ಉದ್ದವು ಅದರ ನೈಜವಾದ ಉದ್ದಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗುವುದು ಯಾವಾಗ?

? ಒಂದು ಚೌಕದ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ನಮಗೆ ಸಿಗುವ ವಿಭಿನ್ನ ಸಂಭಾವ್ಯ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳು ಯಾವುವು ಎಂದು ನೀವು ಯೋಚಿಸುತ್ತೀರಿ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

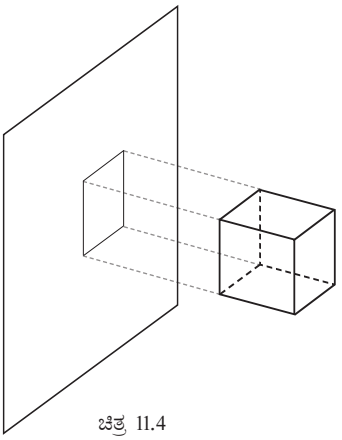
? ವಿಭಿನ್ನ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪ್ರಕ್ಷೇಪ ಏನೆಂಬುದು ಎಂದು ನೀವು ಯೋಚಿಸುತ್ತೀರಿ? ಇದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಲ್ಲದ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಬಹುದೇ? ಆರಂಭಿಕವಾಗಿ, ನೀವು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಜೋಡಿಯ ಪ್ರಕ್ಷೇಪದ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಬಹುದು.

? n - ಬಾಹುವಿನ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಪ್ರಕ್ಷೇಪದ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?
[ಸುಳಿಹು: ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವು ಅದರ ಬಾಹುಗಳ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದೆ.]

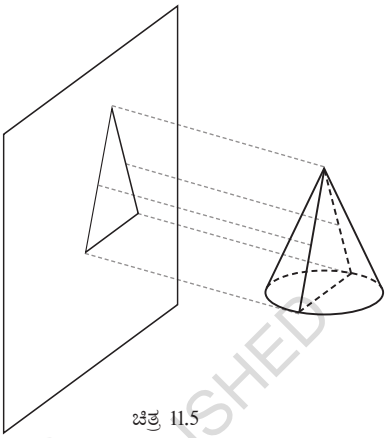
ಗಣಿತದ ಮಾತು

ಈಗ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

? ಒಂದು ಚೌಕಘನ ಮತ್ತು ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳು ಹೇಗೆ ಕಾಣುತ್ತವೆ?



ಚಿತ್ರ 11.4

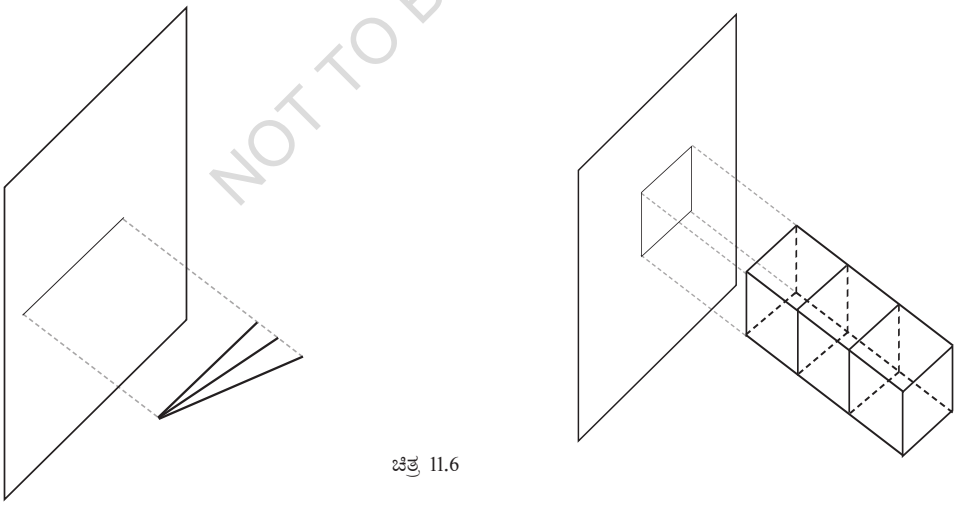


ಚಿತ್ರ 11.5

ಒಂದು ವಸ್ತುವು ಸಮತಲದ ಮೂಲಕ ಲಂಬವಾಗಿ ಹಾದು ಹೋಗಿ ರಂಧ್ರವನ್ನು ರೂಪಿಸಿದರೆ, ಆ ರಂಧ್ರದ ಆಕಾರವು ವಸ್ತುವಿನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪದ ಆಕಾರಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

? ಚಿತ್ರ 11.2–11.5 ಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲೂ, ಅದೇ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವನ್ನು ನೀಡುವ ಇನ್ನೊಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ನೀವು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



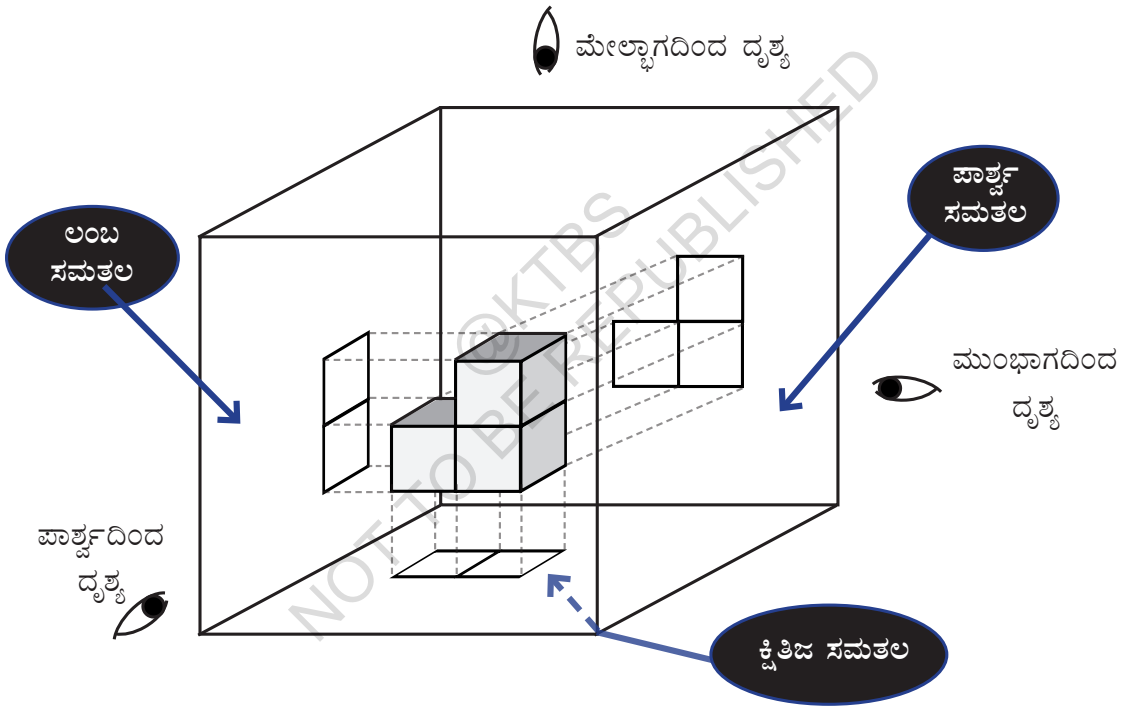
ಚಿತ್ರ 11.6

ವಿಭಿನ್ನ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ ಆಯತಘನಗಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿರುವುದು.

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವು ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ವಸ್ತುವಿನಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

? ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಶಂಕುವಿನಂತೆಯೇ ಅದೇ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವನ್ನು ಮಾಡುವ ಮತ್ತೊಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಹುಡುಕಿ.

ಈ ಕಾರಣಕ್ಕಾಗಿ, ನಾವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಮೂರು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾದ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ನಾವು ವಸ್ತುವಿನ ಮುಂದೆ ಲಂಬ ಸಮತಲ ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಸಮತಲವನ್ನು, ವಸ್ತುವಿನ ಕೆಳಗಿನ ಸಮತಲವನ್ನು ಕ್ಷಿತಿಜ ಸಮತಲ ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಸಮತಲವನ್ನು ಮತ್ತು ಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮತಲ ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ವಸ್ತುವಿನ ಬದಿಗೆ ಒಂದು ಸಮತಲವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ.

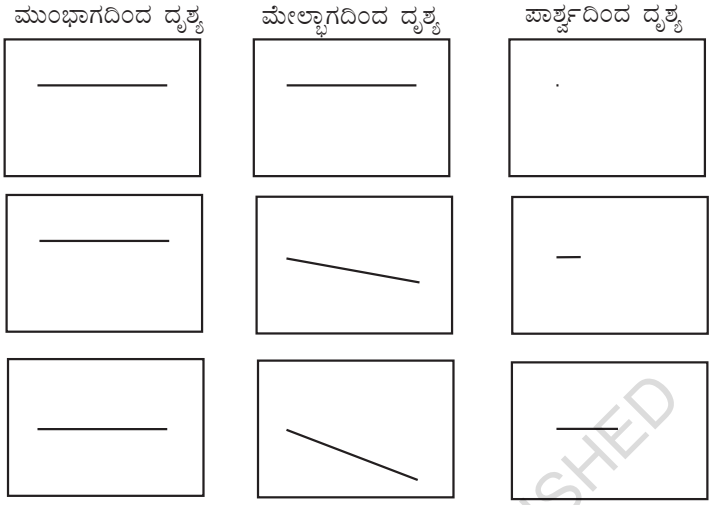


© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

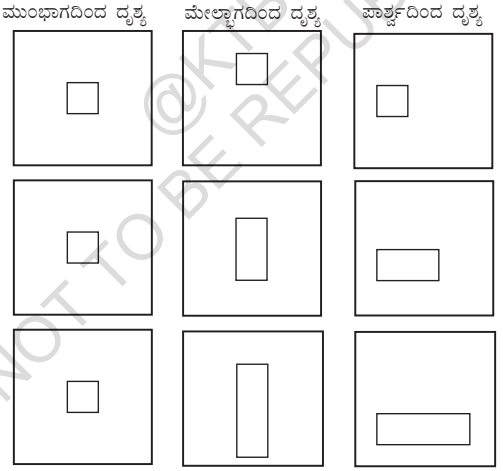
ವಸ್ತುವನ್ನು ನೋಡುವ ದಿಕ್ಕುಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ನಾವು ಈ ಮೂರು ಸಮತಲಗಳ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳಿಗೆ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತೇವೆ. ಲಂಬ ಸಮತಲದ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವನ್ನು ಮುಂಭಾಗದಿಂದ ದೃಶ್ಯ ಎಂದೂ, ಕ್ಷಿತಿಜ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಮೇಲ್ಭಾಗದಿಂದ ದೃಶ್ಯ ಮತ್ತು ಪಕ್ಕದ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಪಾರ್ಶ್ವದಿಂದ ದೃಶ್ಯ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳು ನಾವು ಹಿಂದಿನ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಅನ್ವೇಷಿಸಿದ ಪ್ರೊಫೈಲ್‌ಗಳ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಔಪಚಾರಿಕಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ.

? ಚಿತ್ರ 11.6 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ವಸ್ತುಗಳಿಗೆ ತೋರಿಸಿದ ಸಮತಲಗಳು ಲಂಬ ಸಮತಲಗಳೆಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ, ಈ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳು ಏನೆಂಬುದು ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

ಚಿತ್ರ 11.6ರಲ್ಲಿನ ವಿಭಿನ್ನ ರೇಖೆಗಳ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳು–



ಚಿತ್ರ 11.6ರಲ್ಲಿನ ವಿವಿಧ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳು –



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

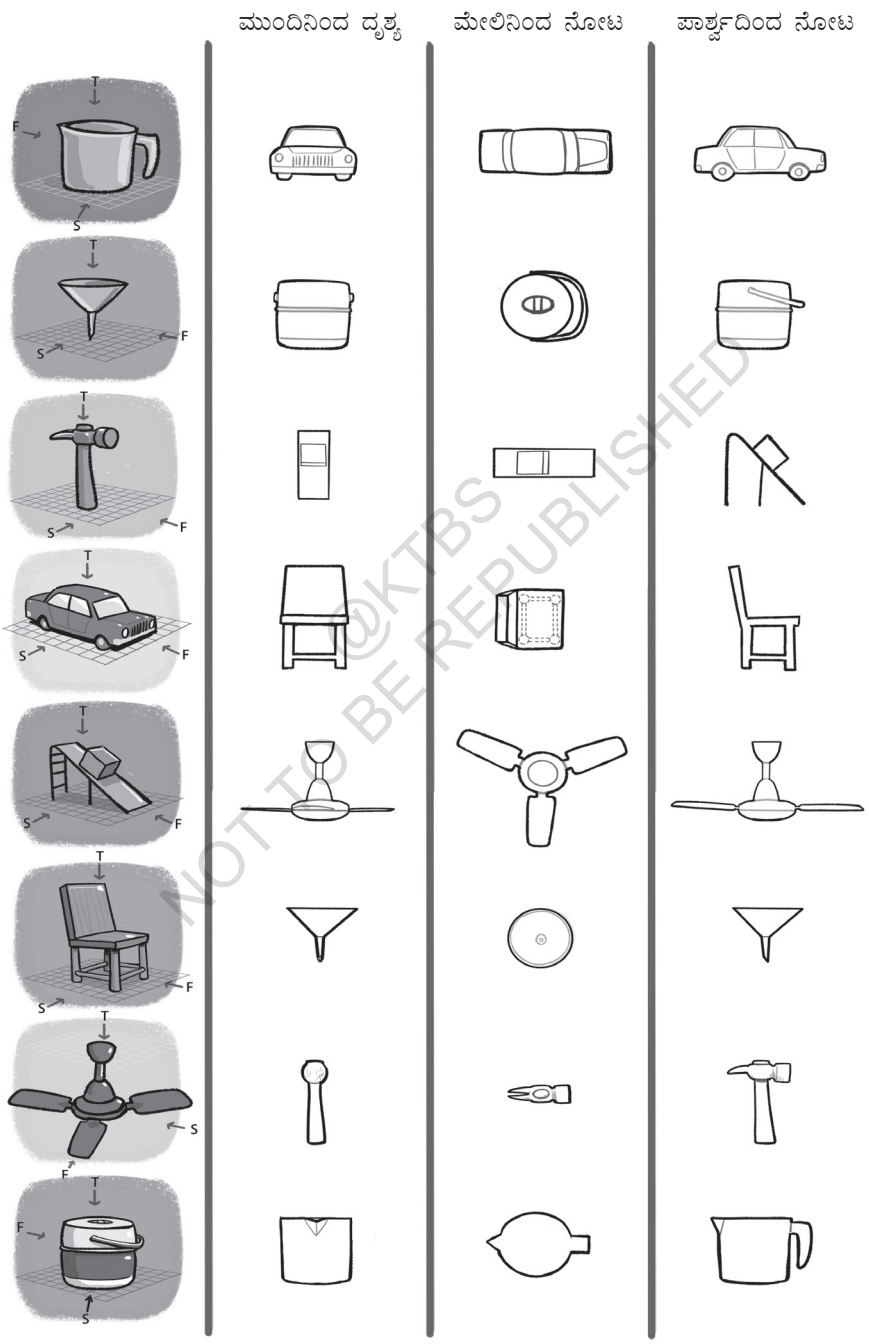
? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಚಿತ್ರ 11.6 ರಲ್ಲಿನ ವಿವಿಧ ರೇಖೆಗಳ ಮುಂಭಾಗದಿಂದ ದೃಶ್ಯ, ಮೇಲ್ಭಾಗದಿಂದ ದೃಶ್ಯ ಮತ್ತು ಪಾರ್ಶ್ವದಿಂದ ದೃಶ್ಯವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಅವುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ನಡುವೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ?



2. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಮುಂಭಾಗದ ದೃಶ್ಯ, ಮೇಲ್ಭಾಗದ ದೃಶ್ಯ ಮತ್ತು ಪಾರ್ಶ್ವದ ದೃಶ್ಯವನ್ನು ಹುಡುಕಿ, ಲಂಬ, ಅಡ್ಡ ಮತ್ತು ಪಾರ್ಶ್ವದ ಸಮತಲಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅದರ ದೃಷ್ಟಿಕೋನವನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಿ: ಘನ, ಆಯತ ಘನ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಘನ, ಸಿಲಿಂಡರ್, ಶಂಕು, ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ಗೋಪುರ. ಅಗತ್ಯವಿದ್ದರೆ, ಸುಳಿಹುಗಳಿಗಾಗಿ ಮುಂದಿನ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನೋಡಿ.

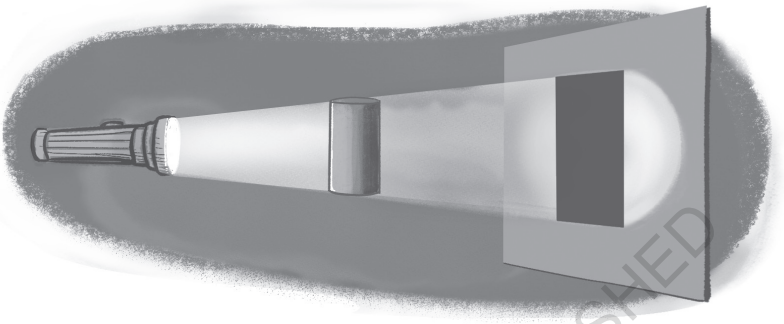
3. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿಸಿ.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ನೆರಳುಗಳು

ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಸಮತಲದ ಮುಂದೆ ಉದಾಹರಣೆಗೆ ನಿಮ್ಮ ಕೊಠಡಿಯ ಗೋಡೆಯ ಮುಂದೆ ಇರಿಸಿ. ಗೋಡೆಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ವಸ್ತುವಿನ ಮೇಲೆ ಟಾರ್ಚ್ ಬೆಳಕನ್ನು ಬೆಳಗಿಸಿ.



? ನೀವು ಏನನ್ನು ನೋಡುತ್ತೀರಿ?

ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ ನೆರಳಿನ ಆಕಾರವು ಆ ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಕ್ಷೇಪದ ಆಕಾರಕ್ಕೆ ಹೋಲುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ! ಆದಾಗ್ಯೂ, ವಸ್ತುವನ್ನು ಹೇಗೆ ಹಿಡಿದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದರ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ನೆರಳು ಮಾಪಕವಾಗಬಹುದು, ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು ಅಥವಾ ಸ್ವಲ್ಪ ವಿರೂಪಗೊಳ್ಳಬಹುದು.

? ನಿಮ್ಮ ಟಾರ್ಚ್ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ವಸ್ತುವಿನ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ನೆರಳಿನ ಗಾತ್ರವು ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

? ಇದು ಏಕೆ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ?

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಈಗ, ನಿಮ್ಮ ಟಾರ್ಚ್ ಅತ್ಯಂತ ಶಕ್ತಿಶಾಲಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ ಮತ್ತು ನೀವು ಅದನ್ನು ಎಷ್ಟೇ ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಸರಿಸಿದರೂ ಸಹ ವಸ್ತುವಿನ ನೆರಳನ್ನು ಗೋಡೆಯ ಮೇಲೆ ಮೂಡಿಸುತ್ತಲೇ ಇರುತ್ತದೆ.

ಈ ಕಾಲ್ಪನಿಕ ಟಾರ್ಚ್ ಯಾವಾಗಲೂ ಗೋಡೆಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದರೆ, ಟಾರ್ಚ್ ಮತ್ತು ವಸ್ತುವಿನ ನಡುವಿನ ಅಂತರ ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ, ವಸ್ತುವಿನ ನೆರಳು ಗೋಡೆಯ ಸಮತಲಕ್ಕೆ ವಸ್ತುವಿನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪದಿಂದ ಬೇರ್ಪಡಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ!

ಈ ಪ್ರಯೋಗವು ವಿಚಿತ್ರವೆನಿಸಬಹುದು, ಆದರೆ ನೀವು ಅಂತಹ ಅತ್ಯಂತ ಶಕ್ತಿಶಾಲಿ ಮತ್ತು ದೂರದ ಟಾರ್ಚ್ ಅನ್ನು ಮೊದಲು ನೋಡಿದ್ದೀರಿ... ಅಂದರೆ, ಸೂರ್ಯ! ವಾಸ್ತವವಾಗಿ, ಸೂರ್ಯನ ಬೆಳಕು ಸಮತಲಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವಾಗ, ಆ ಸಮತಲದ ಮೇಲೆ ಅದು ಬೀರುವ ನೆರಳುಗಳು ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳಿಂದ ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ!

ಈ ಹಿಂದೆ ನಾವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪ್ರಕ್ಷೇಪ ಹೇಗಿರಬಹುದು ಎಂದು ಕೇಳಿದೆವು. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕಟೌಟ್ ಮಾಡಿ ಸೂರ್ಯನ ಬೆಳಕಿನಲ್ಲಿ ಅದರ ನೆರಳುಗಳನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸುವ ಮೂಲಕ ನೀವು ಈಗ ಭೌತಿಕವಾಗಿ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಬಹುದು. ನೀವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಹೇಗೆ ತಿರುಗಿಸಿದರೂ ನೆರಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೀವು ನೋಡುತ್ತೀರಿ!

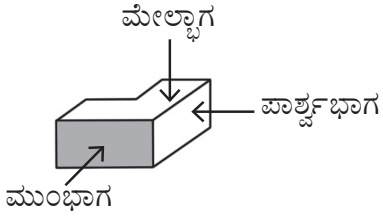
© KSTBS NOT TO BE REPUBLISHED

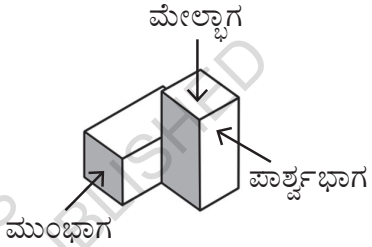
ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.

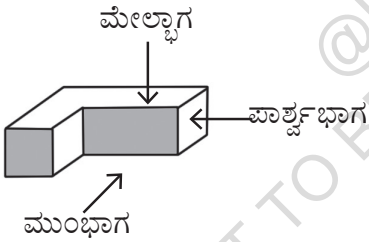
ವಸ್ತುಗಳ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಲು ಈ ಗುಣವು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ.

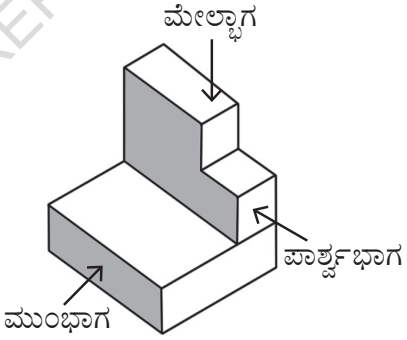
? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

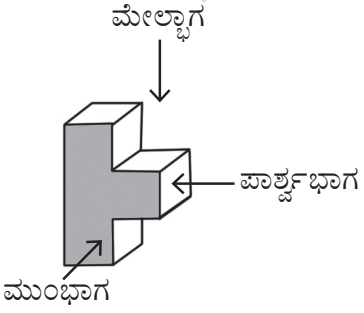
1. ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಘನಗಳ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಯೋಜನೆಯ ಮೇಲ್ಭಾಗದಿಂದ ದೃಶ್ಯ, ಮುಂಭಾಗದಿಂದ ದೃಶ್ಯ ಮತ್ತು ಪಾರ್ಶ್ವದಿಂದ ದೃಶ್ಯವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

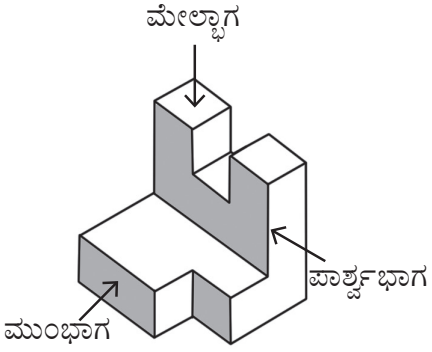












@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎಂಟು ಏಕರೂಪ ಘನಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಮುಖಗಳ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಅಂಟಿಸಿ ‘  ’ ಅಕ್ಷರವನ್ನು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವಂತೆ ಊಹಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ

(i) ಇದು ಮುಂಭಾಗದಿಂದ ‘  ’ ನಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ಪಾರ್ಶ್ವಭಾಗದಿಂದ ಹೇಗೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ? ಹಾಗೆಯೇ ಮೇಲ್ಭಾಗದಿಂದಲೂ ಹೇಗೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ?

(ii) ಮುಂಭಾಗದಿಂದ ‘  ’ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನಿಂದ ‘’ ನಂತೆ ಕಾಣುವ ಆಕಾರವನ್ನು ಮಾಡಲು ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಘನಗಳನ್ನು ಅಂಟಿಸಿ.

ಗಣಿತದ ಮಾತು

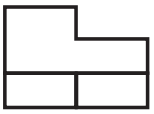
(iii) ಈಗ, ಮುಂಭಾಗದಿಂದ ‘  ’ ಮೇಲ್ಭಾಗದಿಂದ ‘  ’ ಮತ್ತು ಪಾರ್ಶ್ವದಿಂದ ‘  ’ ನಂತೆ ಕಾಣುವಂತೆ ಮಾಡಲು ನೀವು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಘನಗಳನ್ನು ಅಂಟಿಸಬಹುದೇ?

(iv) ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಘನಗಳ ಒಂದೇ ಸಂಯೋಜನೆಯೊಂದಿಗೆ ಮಾಡಲು ಇತರ ಅಕ್ಷರ ಸಂಯೋಜನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಯೋಚಿಸಬಹುದೇ?

3. ಯಾವ ಘನಾಕೃತಿಯು ನೀಡಿರುವ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ದೃಶ್ಯ, ಮುಂಭಾಗದ ದೃಶ್ಯ ಮತ್ತು ಪಾರ್ಶ್ವದ ದೃಶ್ಯಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

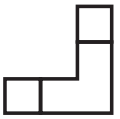
ಮುಂಭಾಗ ದೃಶ್ಯ

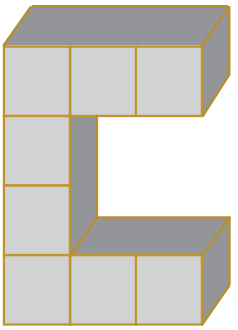


ಮೇಲ್ಭಾಗ ದೃಶ್ಯ

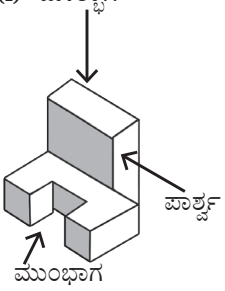


ಪಾರ್ಶ್ವ ದೃಶ್ಯ

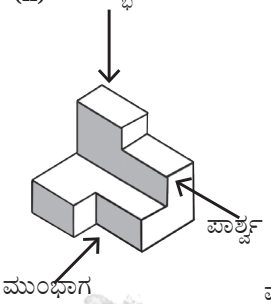




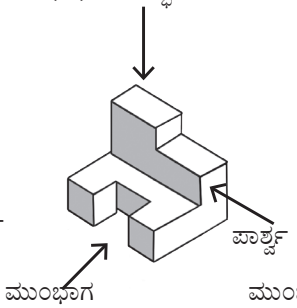
(i) ಮೇಲ್ಭಾಗ



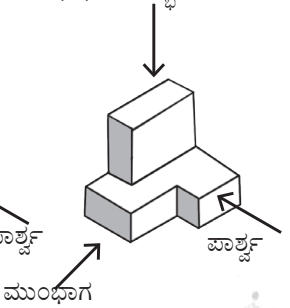
(ii) ಮೇಲ್ಭಾಗ



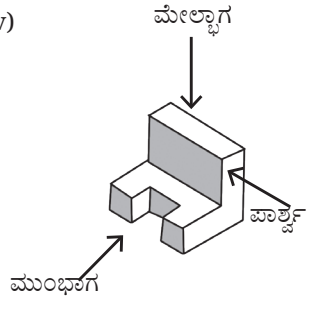
(iii) ಮೇಲ್ಭಾಗ



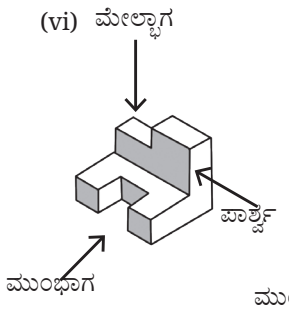
(iv) ಮೇಲ್ಭಾಗ



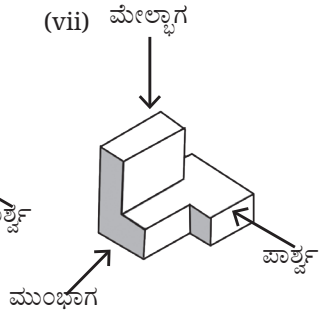
(v)



(vi)

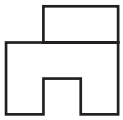


(vii)



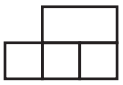
4. ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಘನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ನೀಡುವ ಘನವನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡಿ.

(i)



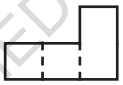
ಮೇಲ್ಭಾಗ ದೃಶ್ಯ

(ii)



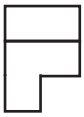
ಮುಂಭಾಗದ ದೃಶ್ಯ

(iii)



ಪಾರ್ಶ್ವದ ದೃಶ್ಯ

(iv)



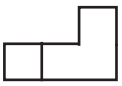
ಮೇಲ್ಭಾಗ ದೃಶ್ಯ

(v)



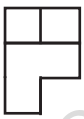
ಮುಂಭಾಗದ ದೃಶ್ಯ

(vi)



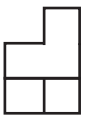
ಪಾರ್ಶ್ವದ ದೃಶ್ಯ

(vii)



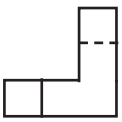
ಮೇಲ್ಭಾಗ ದೃಶ್ಯ

(viii)



ಮುಂಭಾಗದ ದೃಶ್ಯ

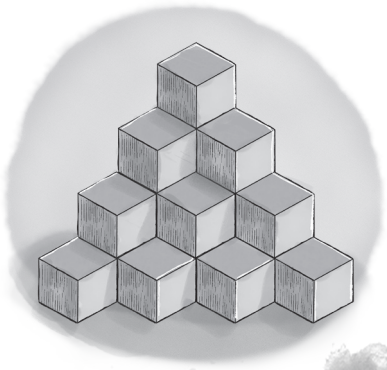
(ix)



ಪಾರ್ಶ್ವದ ದೃಶ್ಯ

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5. ಈ ರಾಶಿಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಘನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



6. ವಿಭಿನ್ನ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚೌಕಫನದ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವು ಯಾವ ವಿಭಿನ್ನ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡಬಹುದು?

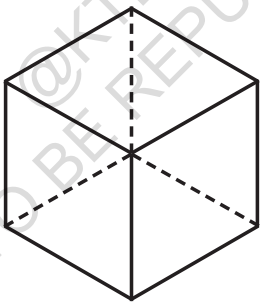
ಗಣಿತದ ಮಾತು

ಸಮಮಾಪನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳು

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಸಮತಲಕ್ಕೆ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಿಸುವಾಗ ನಾವು ಸ್ವಲ್ಪ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಕಳೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಆದರೆ ಘನವೊಂದರ ದೃಷ್ಟಿಕೋನವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿ, ನಾವು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಕಳೆದುಕೊಂಡಿರುವ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಮರಳಿ ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಘನದ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಚುಗಳ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಘನದ ಆಯಾಮವನ್ನು ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ಅಂತಹ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವನ್ನು ಘನದ ಸಮಮಾಪನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. 'ಸಮಮಾಪನ' ಎಂದರೆ ಗ್ರೀಕ್ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ 'ಸಮ ಅಳತೆ' ಎಂದರ್ಥ.

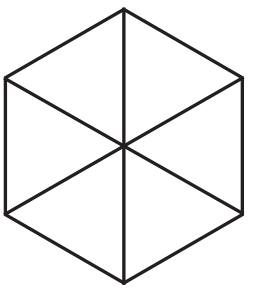
ಒಂದು ಚೌಕಫನವನ್ನು ಅದರ ಮೂಲೆಯ ಶೃಂಗಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಮೇಲೆ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಸಮತೋಲನಗೊಳಿಸುವುದನ್ನು ಊಹಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ನಂತರ ಅದನ್ನು ನೆಲದ ಸಮತಲಕ್ಕೆ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಿಸುವುದನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವು ಸಮಮಾಪನವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

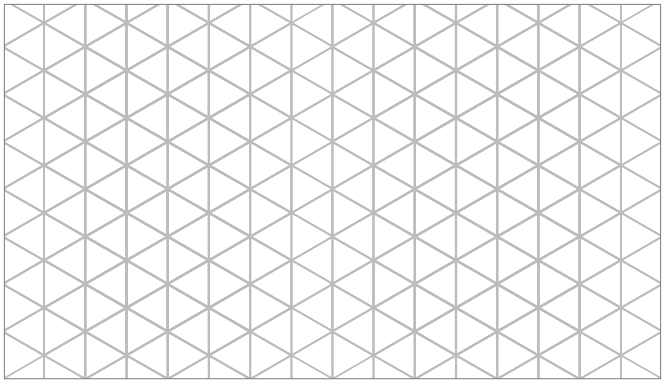
? ಒಂದು ಚೌಕಫನದ ಮಾದರಿಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಒಂದು ಮೂಲೆಯ ಶೃಂಗದಲ್ಲಿ ಸಮತೋಲನದಲ್ಲಿಡಲು ನಿಮ್ಮ ಕೈಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ. ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಿತ ಅಂಚುಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಏಕೆ ಹೊಂದಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದೇ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು



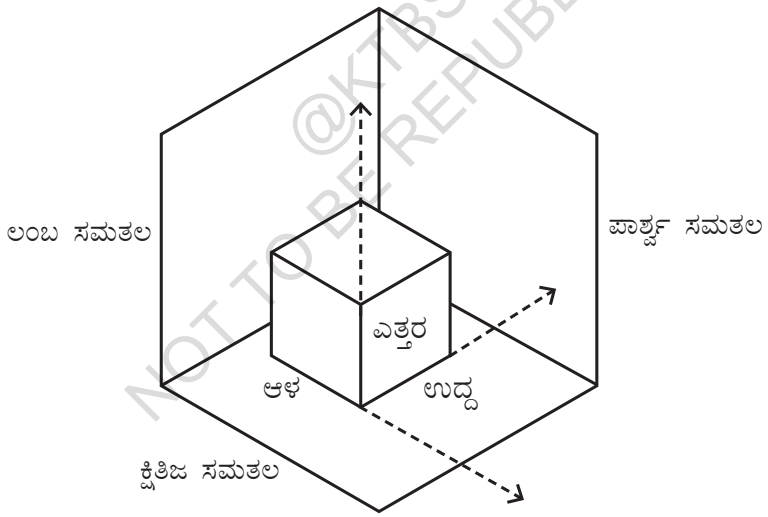
ಒಂದು ಚೌಕಫನದ ಸಮಮಾಪನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವು ನಿಯಮಿತ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ಘನವು ಗಾಜಿನಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿದ್ದರೆ, ಎಲ್ಲಾ ಅಂಚುಗಳು ಗೋಚರಿಸುತ್ತವೆ.

ಈ ರಚನೆಯು ಸಮಮಾಪನ ರೇಖಾಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಆಧಾರವಾಗಿದೆ! ಷಡ್ಭುಜಗಳಿಂದ ಸಮತಲವನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ನಮಗೆ ಸಮಮಾಪನ ಗ್ರಿಡ್ ಸಿಗುತ್ತದೆ.



ಎಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್‌ನಲ್ಲಿ ಸಮಮಾಪನ ಗ್ರಿಡ್‌ಗಳನ್ನು ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಚಿತ್ರ 11.7ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಅವು ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ಎಲ್ಲಾ 3 ಪ್ರಾಥಮಿಕ ದಿಕ್ಕುಗಳಲ್ಲಿ ಉದ್ದ, ಆಳ ಮತ್ತು ಎತ್ತರವನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಮತ್ತು ರಚಿಸಲು ಸುಲಭಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ.

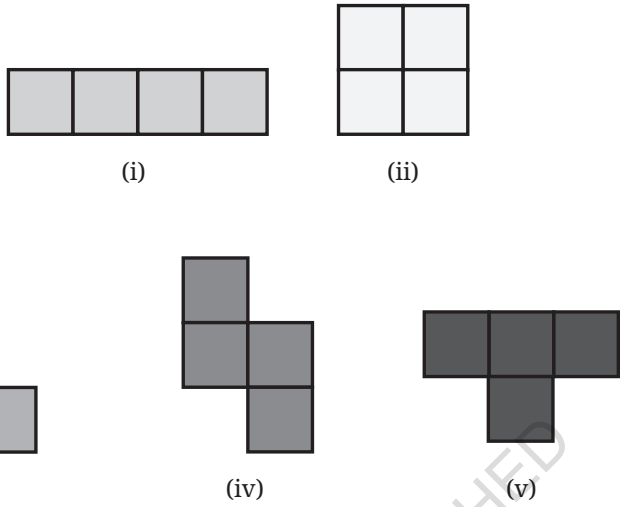
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ಚಿತ್ರ 11.7

ಸಮಮಾಪನ ಗ್ರಿಡ್‌ಗಳ ಮೇಲೆ ಚಿತ್ರಿಸುವುದು.

? ನೀವು ಚೌಕೀಯ ಆಟ (Tetris) ಆಡಿದ್ದೀರಾ? ಚೌಕೀಯ ಆಟದಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಚೌಕಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಐದು ಮೂಲ ಆಕಾರಗಳಿವೆ.

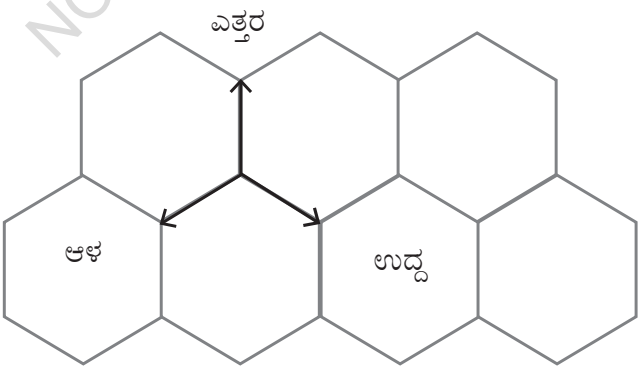


ಚಿತ್ರ 11.8

? ಇವು ಚೌಕಗಳಲ್ಲ, ಘನಗಳೆಂದು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಸಮಮಾಪನ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಬರೆಯಿರಿ (ನೀವು ಅದನ್ನು ಪುಸ್ತಕದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು).

ಚಿತ್ರ 11.7 ರಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಂತೆ, ಘನ ಆಕಾರದ ಮೂರು ಪ್ರಮುಖ ಅಕ್ಷಗಳಿವೆ, ಇದನ್ನು ನಾವು ಆಳ ಅಕ್ಷ, ಉದ್ದ ಅಕ್ಷ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಅಕ್ಷ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

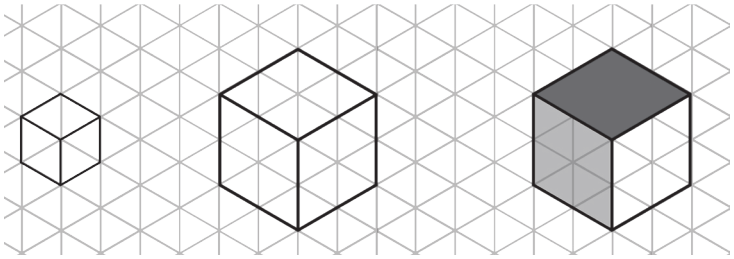
ಗ್ರಿಡ್‌ನ ಅಂಚುಗಳು ಮೂರು ವಿಭಿನ್ನ ಆಯಾಮಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ: / , \ ಮತ್ತು ।. ನಾವು ಎತ್ತರಕ್ಕೆ । , ಆಳಕ್ಕೆ / , ಮತ್ತು ಉದ್ದಕ್ಕೆ \ ಸಂಯೋಜಿಸುತ್ತೇವೆ.



© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

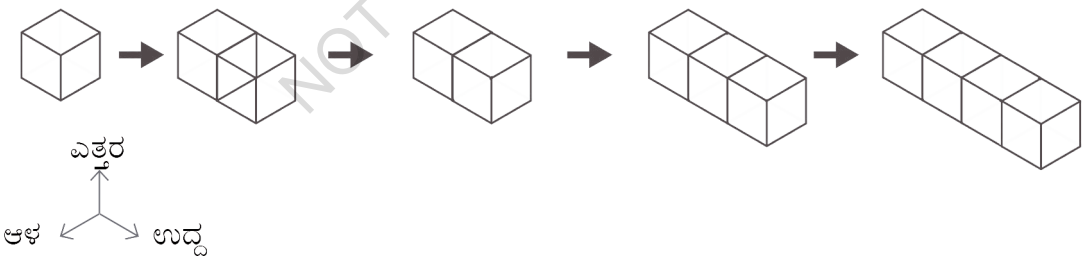
ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರಿಸುವಾಗ, ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಕ್ಷದ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ನೀವು ಹೋಗಲು ಬಯಸುವ ಘಟಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ಅಂಚಿನಿಂದ ಅಂಚಿನವರೆಗೆ ಚಿತ್ರಿಸುವುದು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನೀವು $1 \times 1 \times 1$ ಘನವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ರಚಿಸಬಹುದು. ನೀವು $2 \times 2 \times 2$ ಘನವನ್ನು ಹೇಗೆ ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ? ಘನವನ್ನು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಲು ನಿಮಗೆ ಸಹಾಯವಾಗುವುದಾದರೆ, ಮುಕ್ತವಾಗಿ ಅದಕ್ಕೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿರಿ.



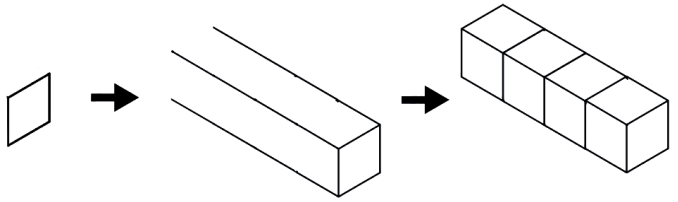
ಮೊದಲ ಟೆಟ್ರಿಸ್ ಆಕಾರವು ನಾಲ್ಕು ಘನಗಳ ಒಂದೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮುಖಾಮುಖಿಯಾಗಿ ಜೋಡಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. ಈ ಘನವನ್ನು ರಚಿಸಲು, ನೀವು ನಾಲ್ಕು ಘನಗಳ ಸಾಲಿಗೆ ಒಂದು ಆಯಾಮವನ್ನು ಆರಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

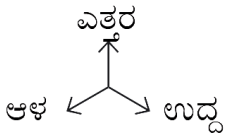
ಆಳ ಅಕ್ಷದ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಆಧಾರಿತವಾಗಿ ಅದನ್ನು ಎಳೆಯೋಣ. ನೀವು ಅದನ್ನು ಘನ–ಪ್ರತಿ–ಘನವಾಗಿ ಎಳೆಯಬಹುದು, ಆದರೆ ಆ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನೀವು ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಘನಗಳಿಂದ ಮರೆಯಾಗಲ್ಪಡುವ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಅಳಿಸಬೇಕಾಗಬಹುದು. (ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಎರೇಸರ್ ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ನೀವು ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಮಸುಕಾದ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಸಹ ಎಳೆಯಬಹುದು ಮತ್ತು ನಂತರ ಗೋಚರಿಸುವ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ದಪ್ಪವಾಗಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.)



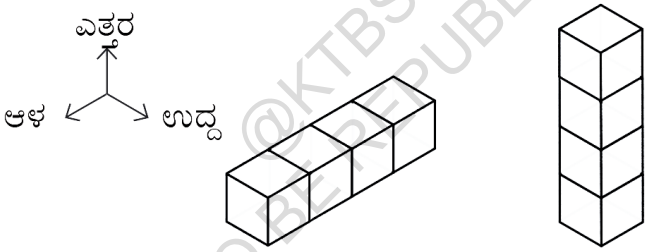
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ನೀವು ಅಂಚುಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ಎಲ್ಲವನ್ನೂ ಒಂದೇ ಬಾರಿಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು.





ಅದೇ ರೀತಿ, ನೀವು ಎತ್ತರದ ಅಕ್ಷ ಅಥವಾ ಉದ್ದದ ಅಕ್ಷದ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಆಧಾರಿತವಾದ ಆಕಾರವನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ನಿಮ್ಮ ರೇಖಾಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಸಮಮಾಪನ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಲಂಬ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುವುದು ಘನಾಕೃತಿಯ ಎತ್ತರದ ಅಕ್ಷದ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಚಲಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಅನುರೂಪವಾಗಿದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ, ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಅಥವಾ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುವುದು ಘನಾಕೃತಿಯ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಉದ್ದ ಅಥವಾ ಆಳ ಅಕ್ಷದ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಚಲಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಅನುರೂಪವಾಗಿದೆ.

? ಸಮಮಾಪನ ಕಾಗದದ ಮೇಲಿನ ದಿಕ್ಕುಗಳು ಮತ್ತು ಘನಾಕೃತಿಯ ಅಕ್ಷಗಳ ನಡುವಿನ ಈ ಸಂವಹನವು ಘನಾಕೃತಿಯ ಆಕಾರವನ್ನು ತಿಳಿಸಲು ಏಕೆ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿದೆ?

ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಾವು ಮೊದಲು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಅಂಶವು ಘನ (ಎತ್ತರ, ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಆಳಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ)ದ ಮೇಲಿನ ಸಮಾಂತರ ಅಂಚುಗಳ ಮೂರು ಗುಂಪುಗಳು ಸಮಮಾಪನ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಸಮಾಂತರ ಅಂಚುಗಳ ಮೂರು ಗುಂಪುಗಳಿಗೆ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಿಸುವುದನ್ನು ಖಚಿತಪಡಿಸುತ್ತದೆ: |, /, ಮತ್ತು \. ಅಲ್ಲದೆ, ಪ್ರಕ್ಷೇಪದ ಸಮಮಾಪನ ಸ್ವಭಾವವು ಮೂರು ಅಕ್ಷಗಳ ಏಕಮಾನ ದೂರಕ್ಕೂ, ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳ ದೂರಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಖಚಿತಪಡಿಸುತ್ತದೆ.

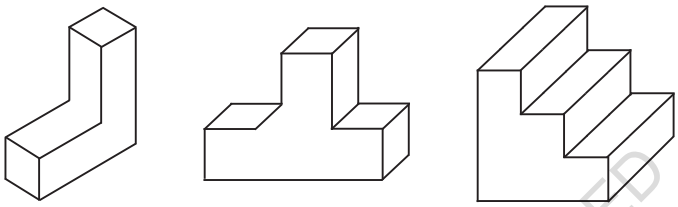
ನೀವು ಸಮಮಾಪನ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಇತರ ಟೆಟ್ರಿಸ್ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದೇ?

? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಚಿತ್ರ 11.8 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ 5 ವಿಧಾನಗಳ ಜೊತೆಗೆ, ನಾಲ್ಕು ಘನಗಳನ್ನು ಮುಖಗಳ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಅಂಟಿಸಲು ಯಾವುದೇ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಮಾರ್ಗಗಳಿವೆಯೇ? ನೀವು ಇವುಗಳನ್ನು ಸಹ ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಿ ಚಿತ್ರಿಸಬಹುದೇ?



2. ಸಮಮಾಪನ ಗ್ರಿಡ್ ಮೇಲೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

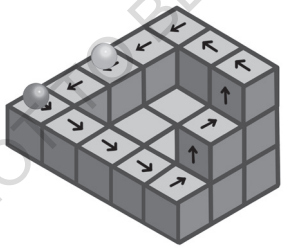


[**ಸುಳಿಹು:** ಪ್ರಸ್ತುತ ಎಳೆಯಬೇಕಾದ ಅಂಚು – ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಎತ್ತರದ ಉದ್ದಕ್ಕೂ – ಕೆಳಗಿನಿಂದ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಅಥವಾ ಮೇಲಿನಿಂದ ಕೆಳಕ್ಕೆ ಹೋಗುತ್ತದೆಯೇ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಇದು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಬಹುದು.

ಅದರಂತೆ, ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿ ರೇಖೆಯ ಭಾಗವನ್ನು ಎತ್ತರದ ಅಕ್ಷದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಅದರ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಿರಿ.]

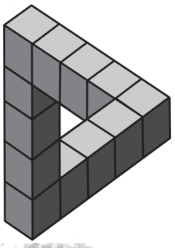
3. ಈ ಚೆಂಡಿನ ಪಥದಲ್ಲಿ ಏನಾದರೂ ವಿಚಿತ್ರವಿದೆಯೇ? ಅದನ್ನು ಸಮಮಾಪನ ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿ ಪುನಃ ರಚಿಸಿ.





[**ಸುಳಿಹು:** ಈ ಆಕೃತಿಯ ಭೌತಿಕವಾಗಿ ವಾಸ್ತವಿಕವಾಗುವ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಮತ್ತು 3 ಪ್ರಾಥಮಿಕ ದಿಕ್ಕುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.]

4. ಈ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(i) ನೈಜ ಘನಗಳಿಂದ ಮಾದರಿಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಈ ಅಸಾಧ್ಯ ತ್ರಿಭುಜದ ಮುಂಭಾಗ, ಮೇಲ್ಭಾಗ ಮತ್ತು ಪಾರ್ಶ್ವದ ಪ್ರೊಫೈಲ್‌ಗಳು ಯಾವುವು?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

(ii) ಇದನ್ನು ಸಮಮಾಪನ್ ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿ ಪುನಃ ರಚಿಸಿ.

(iii) ದೃಷ್ಟಿಭ್ರಮೆ ಏಕೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತದೆ?

ಸಾರಾಂಶ

- ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್‌ಗಳು ಪ್ರಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಕಲೆಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಸ್ವಯಂ–ಹೋಲುವ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ವಸ್ತುಗಳು.
- ಸಿಯರ್‌ಪಿನ್ಸ್ಕಿ ಕಾರ್ಪೆಟ್, ಸಿಯರ್‌ಪಿನ್ಸ್ಕಿ ಗ್ಯಾಸ್ಕೆಟ್ ಮತ್ತು ಕೋಚ್ ಸ್ನೋಫ್ಲೇಕ್ ಗಣಿತದ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್‌ಗಳ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳಾಗಿವೆ. ಕೆಲವು ಆಕಾರಗಳ ಸರಣಿಯನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುವ ಕೆಲವು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಪದೇ ಪದೇ ಅನ್ವಯಿಸುವ ಮೂಲಕ ಫ್ರ್ಯಾಕ್ಟಲ್‌ಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.
- ಆಯತ ಘನಗಳು, ಷಣ್ಮುಖ ಘನಗಳು, ಸಿಲಿಂಡರ್‌ಗಳು, ಶಂಕುಗಳು, ಪಟ್ಟಕಗಳು, ಗೋಪುರಗಳು ಮತ್ತು ಅಷ್ಟಮುಖ ಘನಗಳು ಸೂಕ್ತವಾದ ಜಾಲಗಳನ್ನು ಮಡಿಚುವ ಮೂಲಕ ಪಡೆಯಬಹುದಾದ ಕೆಲವು ಘನಾಕೃತಿಗಳಾಗಿವೆ.
- ಒಂದು ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಸೂಕ್ತವಾದ ಜಾಲವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಮೇಲ್ಮೈಯಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರದ ದಾರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.
- ಯಾವುದೇ ವಸ್ತುವನ್ನು ಸಮತಲ ಮೇಲ್ಮೈಯಲ್ಲಿ ಅದರ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಮತಲ ಮೇಲ್ಮೈಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು. ಈ ಉದ್ದೇಶಕ್ಕಾಗಿ, ನಾವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ವಸ್ತುವಿನ ಮುಂಭಾಗದಿಂದ ದೃಶ್ಯ (ಲಂಬ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಪ್ರಕ್ಷೇಪ), ಮೇಲಿನಿಂದ ದೃಶ್ಯ (ಕ್ಷಿತಿಜ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಪ್ರಕ್ಷೇಪ) ಮತ್ತು ಪಾರ್ಶ್ವದಿಂದ ದೃಶ್ಯ (ಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಪ್ರಕ್ಷೇಪ)ಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.
- ಒಂದು ಘನವನ್ನು ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಚುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಪ್ರಕ್ಷೇಪದಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿರುವಂತೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಅಂತಹ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವನ್ನು ಸಮಮಾಪನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ವಿವಿಧ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಸಮಮಾಪನ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ಸಮಮಾಪನ ಗ್ರಿಡ್ ಪೇಪರ್ ಬಳಸಿ ಚಿತ್ರಿಸಬಹುದು.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

12 ಚುಕ್ಕೆಗಳು ಮತ್ತು ರೇಖೆಗಳ ಮೂಲಕ ಕಥೆಗಳು

Z4L2Y9

12.1 ಸಮತೋಲನ ಕಾಯ್ದೆ

ಕಳೆದ ವರ್ಷ, ನಾವು ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕದ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿಯು ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿನ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲಾದ ಎಲ್ಲಾ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಏರಿಕೆ ಅಥವಾ ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಮಧ್ಯಾಂಕವು ಮಧ್ಯದ ಮೌಲ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ನಾವು ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ ಮತ್ತು ಬದಲಾಗುತ್ತಿರುವ ದತ್ತಾಂಶದೊಂದಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಹೇಗೆ ವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ.

(?) ಯಾವುದೇ 2 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಅವುಗಳ ಸರಾಸರಿ/ಅಂಕಗಣಿತದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇತರ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ. ನೀವು ಏನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ?

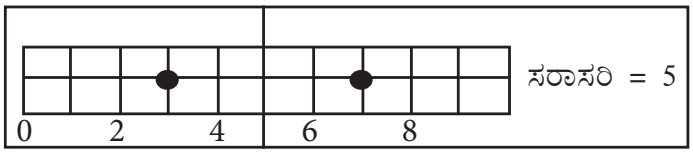
ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 ಮತ್ತು 7 ಆಗಿರಲಿ. ಅವುಗಳ ಸರಾಸರಿಯು

$$\frac{3+7}{2} = 5$$

ಇನ್ನೊಂದು ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆ 8 ಮತ್ತು 9 ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ,

ಅವುಗಳ ಸರಾಸರಿ $\frac{8+9}{2} = 8.5$

ಇವುಗಳನ್ನು ಚುಕ್ಕೆ (ಬಿಂದು) ನಕ್ಷೆಗಳಾಗಿ ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸುವುದರಿಂದ ನಮಗೆ ಈ ರೀತಿ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

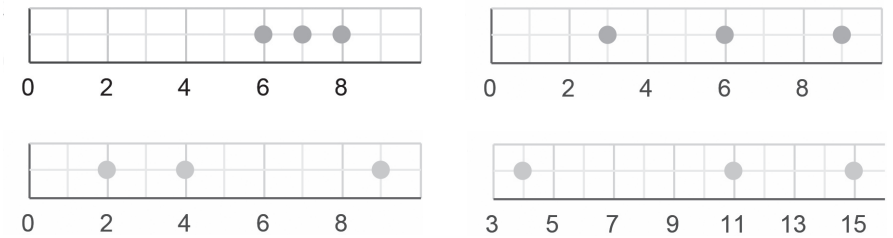


ಸರಾಸರಿಯು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ನಿಖರವಾಗಿ ಅರ್ಧ ದಾರಿಯಲ್ಲಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಅಂಕಗಣಿತದ ಸರಾಸರಿಯು ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಯಾಗಿದ್ದು ಅದು ದತ್ತಾಂಶದ 'ಕೇಂದ್ರ'ವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಮೊದಲೇ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. 3 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿದ್ದಾಗ ಸರಾಸರಿಯು 'ಕೇಂದ್ರ'ವನ್ನು ಹೇಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

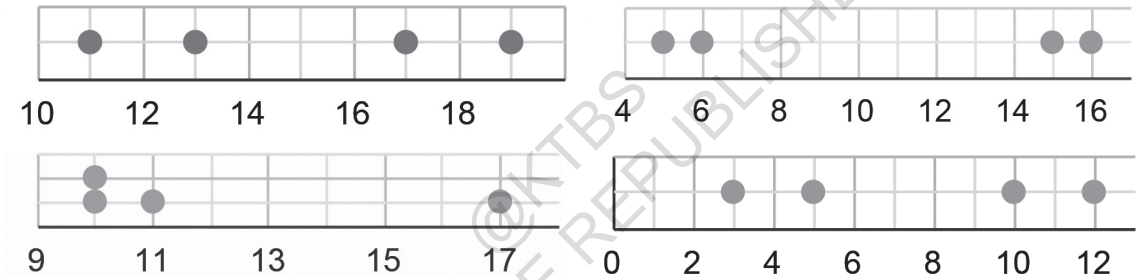
? ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ದತ್ತಾಂಶ ಸಂಗ್ರಹದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ ಗುರುತಿಸಿ.



? ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಗ್ರಹದ ಕೇಂದ್ರವು ಸರಾಸರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ವಿವರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

? ಕೆಳಗಿನ ಸಂಗ್ರಹಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

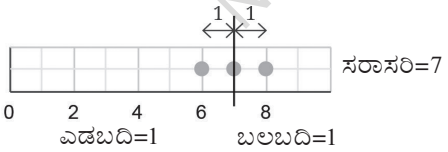


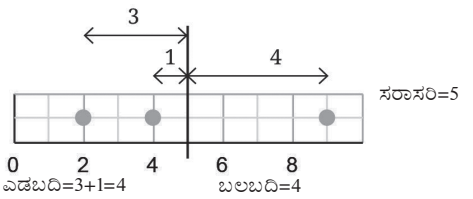
©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

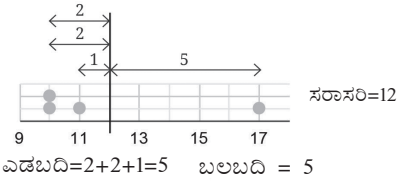
? ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಗ್ರಹದ ಕೇಂದ್ರವು ಸರಾಸರಿ ಹೇಗೆ ಎಂದು ನೀವು ವಿವರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

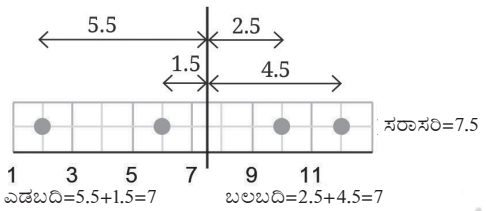
ಗಣಿತದ ಮಾತು

ಸರಾಸರಿಯು ದತ್ತಾಂಶದ ಎರಡು ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು/ತುದಿಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವೇ? ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ ಅಲ್ಲ. ಬದಲಾಗಿ, ಸರಾಸರಿಯ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳ ಒಟ್ಟು ದೂರಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚುಕ್ಕೆ ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳ ಮೂಲಕ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ.









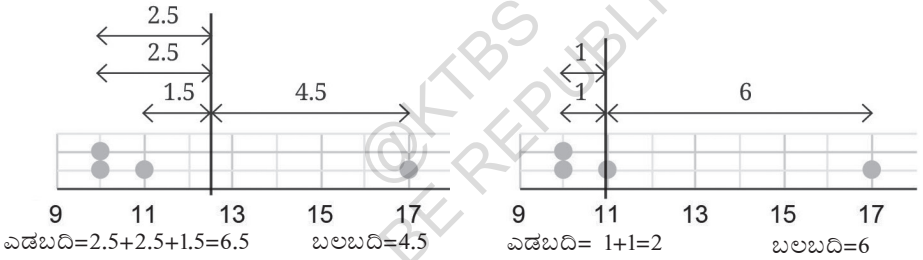
? ಈ ಹಿಂದೆ ತೋರಿಸಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ದತ್ತಾಂಶ ಸಂಗ್ರಹಗಳಿಗೂ ಇದು ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

? ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಂತಹ 'ಕೇಂದ್ರ'ಗಳು ಇರಬಹುದೇ? ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಅದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮತ್ತು ಹೆಚ್ಚಿನ ಮೌಲ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರಗಳ ಮೊತ್ತವು ಸಮಾನವಾಗಿರುವಂತಹ ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಮೌಲ್ಯವಿದೆಯೇ?

? ಸರಾಸರಿ 12 ಆಗಿರುವ ಸಂಗ್ರಹ 10, 10, 11, ಮತ್ತು 17ರ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, 12ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಬೇರೆ ಕೇಂದ್ರವಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ.

ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ, ಎಡಬದಿ (LHS) ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ದೂರಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಬಲಬದಿ (RHS) ಮೇಲಿನ ದೂರಗಳು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತವೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಅದು ಇನ್ನು ಮುಂದೆ 'ಕೇಂದ್ರ'ವಲ್ಲ. ಅದೇ ರೀತಿ, 12ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಯಾವುದೇ ಮೌಲ್ಯಕ್ಕೆ, LHS ಮೇಲಿನ ದೂರಗಳು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತವೆ ಆದರೆ RHSನಲ್ಲಿರುವ ದೂರಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತವೆ.

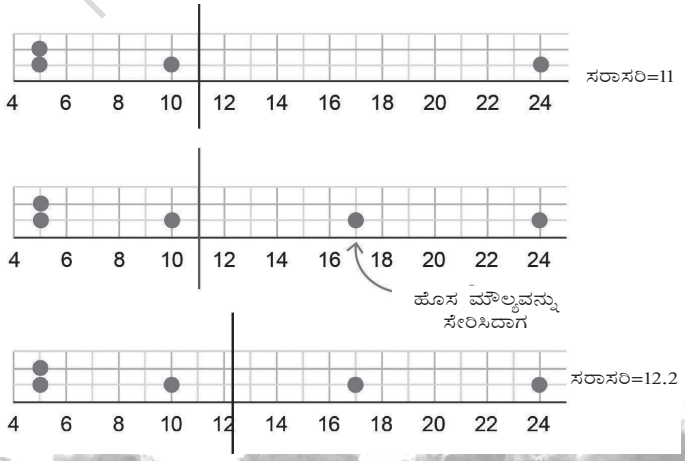
ಈ ಎರಡೂ ಪ್ರಕರಣಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ, ಕೇವಲ ಒಂದೇ ಒಂದು ಕೇಂದ್ರವಿದೆ.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಹೊಸ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ಸರಾಸರಿ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆಯೇ?

ಸರಾಸರಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಹೊಸ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ, ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಎಡಬದಿ ಮತ್ತು ಬಲಬದಿ ಮೇಲಿನ ಅಂತರಗಳ ಮೊತ್ತದ ನಡುವಿನ ಸಮತೋಲನವನ್ನು ಕಾಯ್ದುಕೊಳ್ಳಲು ಸರಾಸರಿ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ.



ಅದೇ ರೀತಿ, ಸರಾಸರಿಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ, ಹೊಸ ಸರಾಸರಿ ಹಿಂದಿನದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರುತ್ತದೆ.

? ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ತೆಗೆದಾಗ ಸರಾಸರಿ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಸರಾಸರಿ ಯಾವಾಗ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ, ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಹಾಗೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ?

? ಸರಾಸರಿಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಅಥವಾ ತೆಗೆದುಹಾಕಿದರೆ ಸರಾಸರಿ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?



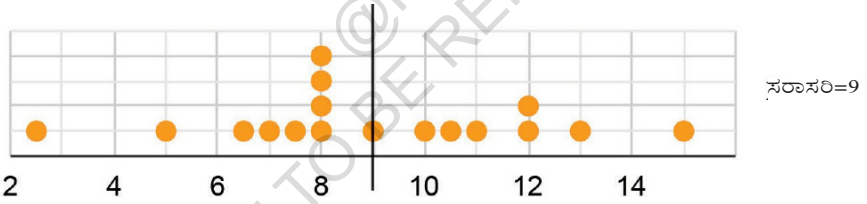
ಕಳೆದ ವರ್ಷ ನಾವು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿದ ಸರಾಸರಿಯ ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಇದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಬದಲಾಗದ ಸರಾಸರಿ!

ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಅಥವಾ ತೆಗೆದುಹಾಕಿದಾಗ ಸರಾಸರಿ ಹೇಗೆ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಈ ಹಿಂದೆ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.

? ಸರಾಸರಿ ಬದಲಾಗದೆ ಇರುವಂತೆ 2 ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಲು ಅಥವಾ ತೆಗೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ಎಂದು ಅನ್ವೇಷಿಸಿ.

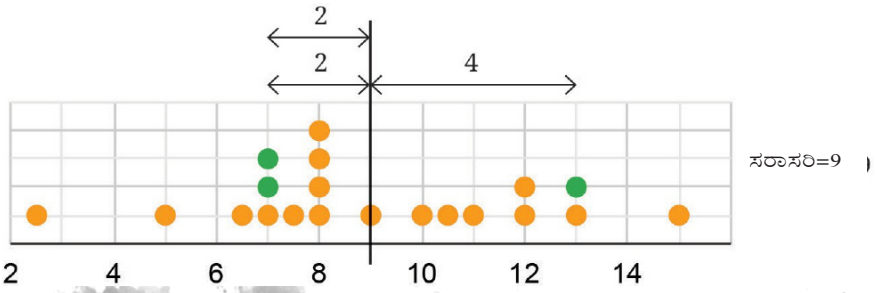
ನೀವು ಪ್ರಯೋಗಿಸಲು ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.



? ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸದೆ 3 ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದು ಅಥವಾ ತೆಗೆಯುವುದು ಹೇಗೆ? ಅದು ಸಾಧ್ಯವೇ?

? ಸರಾಸರಿ ಒಂದೇ (ಅಷ್ಟೇ) ಆಗಿರುವಂತೆ ಸರಾಸರಿಗಿಂತ 2 ಕಡಿಮೆ ಮತ್ತು 1 ದೊಡ್ಡ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸೇರಿಸಬಹುದೇ?

ಒಂದು ಸಾಧ್ಯತೆಯನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಸರಾಸರಿಗಿಂತ 2 ಮೌಲ್ಯಗಳು ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವುದನ್ನು ಮತ್ತು 1 ಮೌಲ್ಯ ಕಡಿಮೆ ಇರುವುದನ್ನು ಸೇರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ, ಇದರಿಂದ ಸರಾಸರಿ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

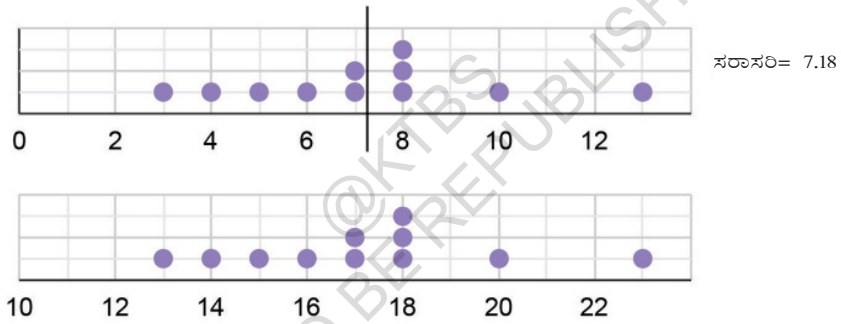
ತುಲನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಬದಲಾಗಿಲ್ಲ! (ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ ಬದಲಾಗಿಲ್ಲ)

? ಸಂಗ್ರಹದಲ್ಲಿ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಅಥವಾ ತೆಗೆದಾಗ ಸರಾಸರಿ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಸಂಗ್ರಹದಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೌಲ್ಯವು ಕೆಲವು ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಹೆಚ್ಚಾದರೆ ಆಗ ಸರಾಸರಿ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

? ಈ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ : 8, 3, 10, 13, 4, 6, 7, 7, 8, 8, 5.

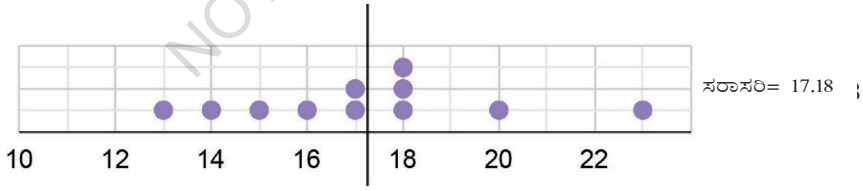
? 18, 13, 20, 23, 14, 16, 17, 17, 18, 18, 15 ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಹತ್ತರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈಗ ಉಂಟಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ ಎಷ್ಟು? ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ತ್ವರಿತ ಮಾರ್ಗವಿದೆಯೇ? ಯೋಚಿಸಿ.

[**ಸುಳಿಹು:** ಎರಡು ದತ್ತಾಂಶ ಸಂಗ್ರಹಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಕೆಳಗಿನ ಡಾಟ್/ಚುಕ್ಕೆ ಪ್ಲಾಟ್‌ಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.]

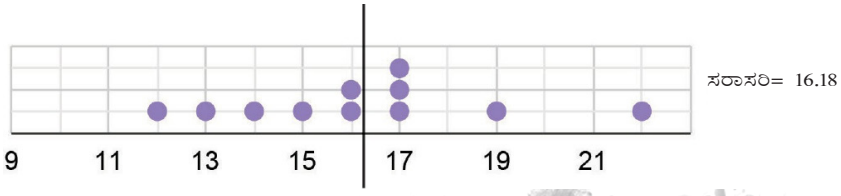


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಹೊಸ ಸಂಗ್ರಹದ ಸರಾಸರಿ ಕೂಡ 10 ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಸರಾಸರಿಯ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಸ್ಥಾನವು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



ನಾವು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೌಲ್ಯವನ್ನು 1 ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದರೆ ನಮಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಡಾಟ್/ಚುಕ್ಕೆ ಪ್ಲಾಟ್ ಸಿಗುತ್ತದೆ.



ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ಬಳಸಿ ವಿವರಿಸಬಹುದು.

ಸಂಗ್ರಹದಲ್ಲಿ n ಮೌಲ್ಯಗಳಿವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಈ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ ನಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸೋಣ. ಅವುಗಳ ಸರಾಸರಿ ಈ ರೀತಿಯಾಗಿದೆ –

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = a$$

ಸಂಗ್ರಹದಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೌಲ್ಯಕ್ಕೆ ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ 3 ಅನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ, ಹೊಸ ಸರಾಸರಿ

$$\frac{(x_1+3) + (x_2+3) + (x_3+3) + \ldots + (x_n+3)}{n}$$

$$= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n + 3n}{n}$$

$$= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} + \frac{3n}{n}$$

$= a + 3$ ಆಗುತ್ತದೆ.

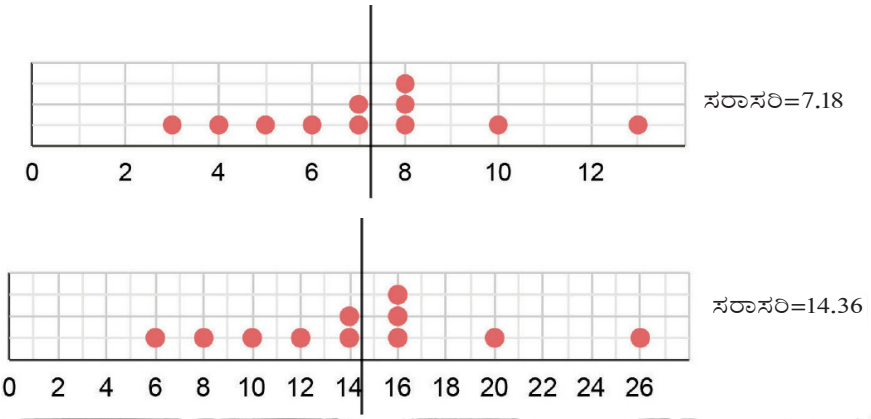
ಅಂದರೆ, ಹೊಸ ಸರಾಸರಿಯು ಹಿಂದಿನ ಸರಾಸರಿಗಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ.

? ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ಸಂಗ್ರಹದಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೌಲ್ಯದಿಂದ ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು, ಉದಾಹರಣೆಗೆ 2 ಅನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಸರಾಸರಿ ಎಷ್ಟಿದೆ ಎಂದು ವಿವರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

? ಕಳೆದ ವರ್ಷ ನೀವು ಕಲಿತ ಸರಾಸರಿಯ ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಇದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.



? ಸಂಗ್ರಹದಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಿದರೆ ಆಗ ಸರಾಸರಿಯಲ್ಲಿ ಆದ ಬದಲಾವಣೆ ಎಷ್ಟು? ನೀವು ಸರಾಸರಿಯೂ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಿರಬಹುದು.
ನಾವು ಮೊದಲು ನೋಡಿದ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಈ ಕೆಳಗಿನದು ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿದೆ.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಿದಾಗ ಸರಾಸರಿ ದ್ವಿಗುಣಗೊಂಡಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಬಹುದು. ಬೀಜಗಣಿತ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅದನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸೋಣ.

ಸಂಗ್ರಹದಲ್ಲಿ n ಮೌಲ್ಯಗಳಿವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಈ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ ನಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸೋಣ. ಅವುಗಳ ಸರಾಸರಿ–

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = a$$

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆ 5 ರಿಂದ ಸಂಗ್ರಹದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ಹೊಸ ಸರಾಸರಿ

$$\frac{(5x_1) + (5x_2) + (5x_3) + \ldots + (5x_n)}{n}$$

$$= \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n) \times 5}{n}$$ (ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು)

$$= \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n)}{n} \times 5$$

$= 5a$ ಆಗುತ್ತದೆ.

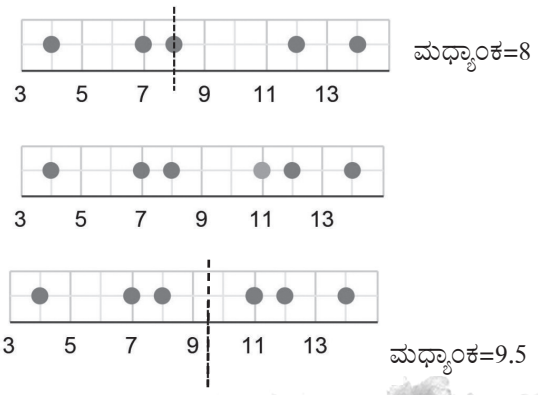
ಅಂದರೆ, ಹೊಸ ಸರಾಸರಿ ಮೊದಲ ಸರಾಸರಿಗಿಂತ 5 ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ.

ಮಧ್ಯಾಂಕದೊಂದಿಗೆ ಕುಶಲತೆ (Tinkering with Median)

ಏರಿಕೆ ಅಥವಾ ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಜೋಡಿಸಲಾದ ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಾಂಕವು ಮಧ್ಯದ ಮೌಲ್ಯವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಅದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

? ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಹೊಸ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆಯೇ?

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ಈ ದತ್ತಾಂಶದ ಮಧ್ಯಾಂಕ 8 ಆಗಿದೆ.



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ನಾವು ಒಂದು ಮೌಲ್ಯ 11ನ್ನು ಸೇರಿಸುತ್ತೇವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಹೊಸ ಮೌಲ್ಯವು (ಹಿಂದಿನ) ಮಧ್ಯಾಂಕಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ – ಈ ಹಿಂದಿನದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಇರುವುದರಿಂದ ಮಧ್ಯಾಂಕವು ಇನ್ನು ಮುಂದೆ 8 ಆಗಿರಲಾರದು. ಆದುದರಿಂದ, ಮಧ್ಯಾಂಕವೂ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಈಗ ಮಧ್ಯಾಂಕವು 8 ಮತ್ತು 11 ರ ಎರಡು ಮಧ್ಯಾಂಕ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸರಾಸರಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಅದು 9.5 ಆಗಿದೆ.

ಇದೇ ರೀತಿ ಮಧ್ಯಾಂಕಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ, ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ವಾದಿಸಬಹುದು.

ಚರಾಕ್ಷರದ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು

? ಕುಸ್ತಿ ತರಬೇತುದಾರರಾದ ಬಲ್ವಾನ್ ಆಟಗಾರರ (ಕುಸ್ತಿಪಟುಗಳು) ತೂಕ ಮತ್ತು ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಬರೆದಿಟ್ಟರು. ಆದರೆ ಬರೆದಿಟ್ಟ ಒಂದು ಮೌಲ್ಯವು ಮಸುಕಾಗಿತ್ತು. ಕಾಣೆಯಾದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

$$\text{ಆಟಗಾರರ ಸರಾಸರಿ ತೂಕ} = \frac{\text{ಎಲ್ಲಾ ಆಟಗಾರರ ತೂಕದ ಮೊತ್ತ}}{\text{ಆಟಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ}}$$

ಗೊತ್ತಿರದ ತೂಕ w kg ಆಗಿರಲಿ.

$$= \frac{42 + 40 + 39 + 33 + 48 + 38 + 42 + 35 + 32 + w}{10} = 39.2$$

42
40
39
33
48
38
42
35
32
w

Avg 39.2

ಇದನ್ನು ಸರಳೀಕರಿಸಿದರೆ ನಮಗೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಈಗ $349 + w = 392$

$w = 392 - 349 = 43$ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಗೊತ್ತಿರದ ತೂಕದ ಬೆಲೆ 43kg.



? ವೆಂಕಯ್ಯ ತಮ್ಮ ತೋಟದಲ್ಲಿ ತೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳ ಇಳುವರಿ ಬಗ್ಗೆ ನಿಗಾ ಇಡುತ್ತಾರೆ. ಅವರು ಪ್ರತಿ ಮರಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ತೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳ ಇಳುವರಿ 25.6 ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುತ್ತಾರೆ. ಅವರ ಮಗ ಒಂದು ಮರದ ತೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳ ಎಣಿಕೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದಾಗ ಎಣಿಕೆಯು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚು ಎಂದು ತಪ್ಪಾಗಿ ನಮೂದಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಮರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 15 ಆಗಿದ್ದರೆ ನೀವು ಸರಿಯಾದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

$$\text{ಪ್ರತಿ ಮರದ ಸರಾಸರಿ ಇಳುವರಿ} = \frac{\text{ಕೊಯ್ಲು ಮಾಡಿದ ಒಟ್ಟು ತೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}{\text{ಮರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}$$

ಪ್ರತಿ ಮರಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಇಳುವರಿ ಬಂದಿದೆ ಎಂಬುದರ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿಲ್ಲ.

? ಕೊಯ್ಲು ಮಾಡಿದ ತೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಾವು ಈಗ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಕೊಯ್ಲು ಮಾಡಿದ ತೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳ ಆರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ z ಆಗಿರಲಿ. ನೀಡಿರುವ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ,

$$25.6 = \frac{z}{15}$$

ಸುಲಭೀಕರಿಸಿದಾಗ,

$$z = 25.6 \times 15 = 384$$

ಕೊಯ್ಲು ಮಾಡಿದ ತೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳ ಆರಂಭಿಕ ಎಣಿಕೆ 384.

ಒಂದು ಮರದ ತೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳ ಎಣಿಕೆ ವಾಸ್ತವಕ್ಕಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚು ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ, ವಾಸ್ತವಕ್ಕಿಂತ ಒಟ್ಟು ಕೊಯ್ಲು ಎಣಿಕೆ 384–3=381.

ಸರಿಯಾದ ಸರಾಸರಿ ಕೊಯ್ಲು $\frac{381}{15}$ = 25.4 ಆಗಿದೆ.

ಆವೃತ್ತಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕ.

? ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುಟುಂಬದ ಸರಾಸರಿ ಗಾತ್ರ ಎಷ್ಟು? ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ?

ನಾವು ಪ್ರತಿ ವಿದಾರ್ಥಿಯಿಂದ ಅವರ ಕುಟುಂಬದ ಸದಸ್ಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ಎಂಬ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಪಡೆದು, ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ಮೊತ್ತವನ್ನು, ಮಾಹಿತಿ ಪಡೆದ ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು. ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುಟುಂಬದ ಸದಸ್ಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಇದೆ.

ಸಂಖ್ಯೆ	ಆವೃತ್ತಿ
3	3
4	11
5	9
6	7
7	3
8	1
9	1
10	1

? ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುಟುಂಬದ ಸರಾಸರಿ ಗಾತ್ರ ಎಷ್ಟು?

ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಕೆಲವರು, "ಅದು ಸುಲಭ! ಆಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿರಬಹುದು.

$$\text{ಸರಾಸರಿ} = \frac{3+4+5+6+7+8+9+10}{8} = \frac{52}{8} = 6.5$$"

ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಡಿ. ಸಂಖ್ಯೆ 3 ಮೂರು ಬಾರಿ ಬರುತ್ತದೆ, ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಹನ್ನೊಂದು ಬಾರಿ ಬರುತ್ತದೆ, ಈ ರೀತಿ ಪುನಾರವರ್ತನೆಯಾದ ಮೌಲ್ಯಗಳು ನಿಮ್ಮ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಫಲಿಸುತ್ತವೆಯೇ?

$$\text{ನಮಗೆ ತಿಳಿದಂತೆ ಸರಾಸರಿ} = \frac{\text{ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತ}}{\text{ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿನ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}$$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

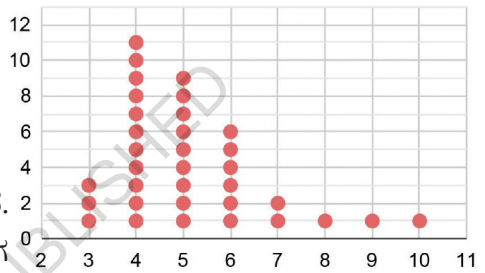
ಪ್ರತಿ ಮೌಲ್ಯದ ಆವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿದರೆ, ಸರಾಸರಿಯು

$$= \frac{(3\times3)+(4\times11)+(5\times9)+(6\times7)+(7\times3)+(8\times1)+(9\times1)+(10\times1)}{3+11+9+7+3+1+1+1}$$

$$= \frac{9+44+45+42+21+8+9+10}{36}$$

$$= \frac{188}{36} = 5.22$$

ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುಟುಂಬದ ಸರಾಸರಿ 5.22.



? ಈ ತರಗತಿಯ ಕುಟುಂಬದ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಗಾತ್ರ ಎಷ್ಟು?

ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ 36 ಮೌಲ್ಯಗಳಿವೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಏರಿಕೆ ಅಥವಾ ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಸರಣಿಯ 18ನೇ ಮತ್ತು 19ನೇ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸರಾಸರಿಯು ಮಧ್ಯಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

? ನಾವು ಎಲ್ಲಾ 36 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬರೆಯಬೇಕೇ? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ತ್ವರಿತ ಮಾರ್ಗವಿದೆಯೇ?

ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಲಾದ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಚಿಕ್ಕ ಮೌಲ್ಯದಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ 18 ಮತ್ತು 19 ತಲುಪುವವರೆಗೆ ನಾವು ಆವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಜೋಡಿಸುತ್ತವೆ.

ಸಂಖ್ಯೆ	3	4	5	6	7	8	9	10
ಆವೃತ್ತಿ	3	11	9	7	3	1	1	1

ಸಂಖ್ಯೆ 3 ಮತ್ತು 4 ರ ಆವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ, ನಮಗೆ 3 + 11 = 14 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಇದರರ್ಥ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಏರಿಕೆ ಅಥವಾ ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ 14ನೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಮೌಲ್ಯ 4 ಆಗಿದೆ. ಈಗ 3, 4 ಮತ್ತು 5ರ ಆವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ, ನಮಗೆ 3 + 11 + 9 = 23 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಇದರರ್ಥ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಏರಿಕೆ ಅಥವಾ ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ 23ನೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಮೌಲ್ಯ 5 ಆಗಿದೆ. 15 ರಿಂದ 23ನೇ ಸ್ಥಾನಗಳವರೆಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಮೌಲ್ಯಗಳು 5 ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಬಹುದು. ಆದುದರಿಂದ, ಈ ದತ್ತಾಂಶದ ಮಧ್ಯಾಂಕ 5 ಆಗಿದೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸ್ಪ್ರೆಡ್ ಶೀಟ್‌ಗಳು

ಸುಧಾಕರ್ ಅವರು ತಮ್ಮ 8ನೇ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪಡೆದ ಮಧ್ಯಾವಧಿ ಪರೀಕ್ಷೆಯ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ್ದಾರೆ:

ಹೆಸರು	ಒಡಿಯಾ	ತೆಲುಗು	ಇಂಗ್ಲೀಷ್	ಗಣಿತ	ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನ	ವಿಜ್ಞಾನ
ರತ್ನ	25	39	29	36	34	37
ನಾಗೇಶ್	41	43	48	39	40	39
ಅಶ್ವಿನ್	29	31	33	34	30	28
ಫಾರೂಕ್	47	46	38	42	49	44
ಮೃಣಾಲ್	33	35	28	32	30	36
ಗೌರಿ	27	29	34	31	32	30
ಪಂಕಜ್	16	19	22	17	18	20
ಜಯ	31	38	40	50	43	46
ಗಣೇಶ್	39	37	35	38	36	40
ಶ್ರವಣ್	12	17	21	20	14	18
ಐಶ್ವರ್ಯಾ	48	45	46	47	44	43
ಹರಿ	25	28	24	21	23	26
ತೃಪ್ತಿ	29	36	30	33	27	33
ವಿರೇಶ್	23	25	28	31	19	22
ವಿದ್ಯಾ	34	36	37	40	32	34
ಸಂಸ್ಕೃತಿ	35	42	41	46	38	40
ಶಂಕರ್	42	45	39	36	31	39
ವೈಷ್ಣವಿ	37	32	29	33	31	35
ಗೋವಿಂದ್	15	18	12	20	20	18
ಶಿವ	29	24	32	34	28	30
ತರುಣ್	41	44	39	43	37	42
ಜ್ಯೋತಿ	29	30	33	28	34	29

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸುಧಾಕರ, ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಗಳಿಸಿದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕು. ಪ್ರತಿ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವಲ್ಲಿಯೂ ಅವನಿಗೆ ಆಸಕ್ತಿ ಇದೆ. ಆದರೆ ಹಲವಾರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ! ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ಅವನು ಹೆಚ್ಚು ಸಮಯ ಮತ್ತು ಶ್ರಮವನ್ನು ವ್ಯಯಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಸಹಜವಾಗಿ, ಕೆಲಸವನ್ನು ವೇಗಗೊಳಿಸಲು ಅವನು ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರ್ ಅನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಇನ್ನಷ್ಟು ವೇಗಗೊಳಿಸಲು ಅನ್ಯ ಮಾರ್ಗವಿದೆಯೇ?

ಒಂದು ಮಾರ್ಗವೆಂದರೆ ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಬಳಸುವುದು. ಕಂಪ್ಯೂಟರ್‌ಗಳು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಬಳಸಬಹುದಾದ ವಿಭಿನ್ನ ಪರಿಕರಗಳನ್ನು (ಅಪ್ಲಿಕೇಶನ್‌ಗಳು) ಹೊಂದಿವೆ. ಅಂತಹ ಒಂದು ಅಪ್ಲಿಕೇಶನ್ ಸ್ಪ್ರೆಡ್‌ಶೀಟ್ ಆಗಿದೆ. ಇದು ಸೆಲ್‌ಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಸಣ್ಣ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಬಾಕ್ಸ್ ರೀತಿಯ ಅಡ್ಡ ಸಾಲುಗಳು ಮತ್ತು ಕಂಬ ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಡಿಜಿಟಲ್ ನೋಟ್‌ಬುಕ್‌ನಂತಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಕೋಶದಲ್ಲಿ, ನಾವು ಪಠ್ಯ ಅಥವಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಟೈಪ್ ಮಾಡಬಹುದು. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವು ಸುಧಾಕರ್ ತನ್ನ ತರಗತಿಯ ಅಂಕಗಳ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ನಮೂದಿಸಿದ ಸ್ಪ್ರೆಡ್‌ಶೀಟ್‌ನ ಸ್ನ್ಯಾಪ್‌ಶಾಟ್‌ನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಮುಂದುವರಿಯುವ ಮೊದಲು ಕಂಪ್ಯೂಟರ್‌ಗೆ ಪ್ರವೇಶ ಪಡೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**ಹೆಸರು**	**ಒಡಿಯಾ (R1)**	**ತೆಲುಗು (R2)**	**ಇಂಗ್ಲೀಷ್ (R3)**	**ಗಣಿತ**	**ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನ**	**ವಿಜ್ಞಾನ**	**ಒಟ್ಟು**
2	ರತ್ನ	25	39	29	36	34	37	
3	ನಾಗೇಶ್	41	43	48	39	40	39	
4	ಅಶ್ವಿನ್	29	31	33	34	30	28	
5	ಫಾರೂಕ್	47	46	38	42	49	44	
6	ಮೃಣಾಲ್	33	35	28	32	30	36	
7	ಗೌರಿ	27	29	34	31	32	30	
8	ಪಂಕಜ್	16	19	22	17	18	20	

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಪ್ರತಿ ವಿಷಯಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಗಳಿಸಿದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಲಿಯುವ ಮೊದಲು, ಸ್ಪ್ರೆಡ್‌ಶೀಟ್‌ಗಳ ರಚನೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಓದುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಮೊದಲು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳೋಣ.

(?) ಫಾರೂಕ್ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು ಯಾವ ಸೆಲ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಇವೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

A,B, C ಎಂದು ಲೇಬಲ್ ಮಾಡಲಾದ ಕಾಲಮ್ ಹೆಡರ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 1, 2, 3 ಎಂದು ಲೇಬಲ್ ಮಾಡಲಾದ ಸಾಲು ಹೆಡರ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸೆಲ್‌ಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಉಲ್ಲೇಖಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಫಾರೂಕ್‌ನ ಅಂಕಗಳು ಸೆಲ್ E5 ನಲ್ಲಿವೆ.

(?) ಕಾಲಮ್ B7 ನಲ್ಲಿ ಯಾವ ದತ್ತಾಂಶವಿದೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

(?) ಅಶ್ವಿನ್ ಯಾವ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ 30 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ್ದಾರೆ?

ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಸರಾಸರಿಗಳನ್ನು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ನಾವು ಸ್ಪ್ರೆಡ್‌ಶೀಟ್‌ಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸಬಹುದು? ಟೆಕ್ಸ್ಟ್ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೊತೆಗೆ, ನಾವು ಸೆಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಸಹ ನಮೂದಿಸಬಹುದು. ಅಡ್ಡಸಾಲು ಅಥವಾ ಕಂಬಸಾಲುಗಳ ಸೆಲ್‌ಗಳ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ನಾವು ಬರೆಯಬಹುದು.

ನಾವು ಸಾಲಿನ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಸೆಲ್‌ವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಪ್ರಾರಂಭ : ಅಂತ್ಯ (START : END) ರೂಪದಿಂದ ಸೆಲ್‌ಗಳ ಸಾಲನ್ನು ವಿವರಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನಾಗೇಶ್ ಅವರ ಅಂಕಗಳನ್ನು B3:G3 ರೂಪದಿಂದ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಒಡಿಯಾ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ಇಂಗ್ಲಿಷ್‌ನಲ್ಲಿ ಗೌರಿಯ ಅಂಕಗಳನ್ನು B7:D7 ರೂಪದಿಂದ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕಂಬ ಸಾಲುಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ನಾವು ಇದೇ ಸ್ವರೂಪವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, D2:D6 ಮೊದಲ ಐದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಇಂಗ್ಲಿಷ್‌ನ ಅಂಕಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ.

ನಂತರ ನಾವು ಅಡ್ಡಸಾಲು ಅಥವಾ ಕಂಬಸಾಲುಗಳ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಒಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ = SUM(B3:G3) ಎಲ್ಲಾ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ನಾಗೇಶ್‌ನ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುತ್ತದೆ, ಆದರೆ = AVERAGE(B7:D7) ಒಡಿಯಾ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ಇಂಗ್ಲಿಷ್‌ನಲ್ಲಿ ಗೌರಿಯ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುತ್ತದೆ.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**ಹೆಸರು**	**ಒಡಿಯಾ (R1)**	**ತೆಲುಗು (R2)**	**ಇಂಗ್ಲೀಷ್ (R3)**	**ಗಣಿತ**	**ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನ**	**ವಿಜ್ಞಾನ**	**ಒಟ್ಟು**
2	ರತ್ನ	25	39	29	36	34	37	250
3	ನಾಗೇಶ್	41	43	48	39	40	39	= SUM(B3:G3)
4	ಅಶ್ವಿನ್	29	31	33	34	30	28	
5	ಫಾರೂಕ್	47	46	38	42	49	44	
6	ಮೃಣಾಲ್	33	35	28	32	30	36	
7	ಗೌರಿ	27	29	34	31	32	30	
8	ಪಂಕಜ್	16	19	22	17	18	20	

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ವಿಜ್ಞಾನ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ತರಗತಿಯ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನೀವು ಯಾವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಟೈಪ್ ಮಾಡುತ್ತೀರಿ?

? ಒಡಿಯಾ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ತರಗತಿಯ ಸರಾಸರಿಯ ಅಂಕಗಳು ತೆಲುಗು ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ತರಗತಿಯ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿವೆಯೇ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? ಸೂಕ್ತ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಟೈಪ್ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಕೊನೆಯ ಸಾಲಿನ ನಂತರ ಇತರ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಕಂಪ್ಯೂಟರ್‌ನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ನೋಡಿ. ಈ QR ಕೋಡ್‌ನಿಂದ ನೀವು ಕೋಷ್ಟಕದ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಡೌನ್‌ಲೋಡ್ ಮಾಡಬಹುದು.

(?) ಸೂಕ್ತವಾದ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಟೈಪ್ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಟಿಪ್ಪಣಿ: ನೀವು ಮೈಕ್ರೋಸಾಫ್ಟ್ ಎಕ್ಸೆಲ್, ಗೂಗಲ್ ಶೀಟ್‌ಗಳು, ಲಿಬ್ರೆ ಆಫೀಸ್ ಕ್ಯಾಲ್ಕ್, ಇತ್ಯಾದಿಗಳಂತಹ ಯಾವುದೇ ಸ್ಪ್ರೆಡ್‌ಶೀಟ್ ಸಾಫ್ಟ್‌ವೇರ್ ಅಪ್ಲಿಕೇಶನ್ ಅನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಕಂಪ್ಯೂಟರ್‌ಗಳು ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಆಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಅನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಅದು ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿದ್ದರೆ, ಒಂದೇ ಒಂದು ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಲಭ್ಯವಿದ್ದರೆ ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಪರದೆಯನ್ನು ಇಡೀ ತರಗತಿಗೆ ಪ್ರೋಜೆಕ್ಟ್ ಮಾಡಬಹುದು.

(?) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಅವಲೋಕನಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ:

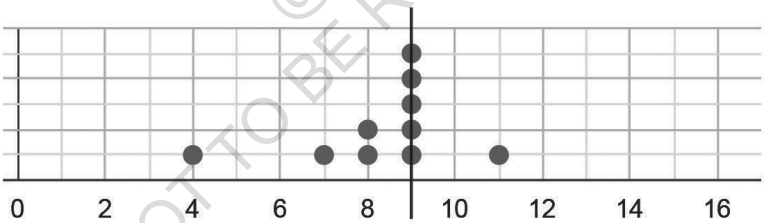


(i) ಮೊದಲ 50 ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

(ii) ಮೊದಲ 50 ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

(iii) 4 ರ ಮೊದಲ 50 ಗುಣಕಗಳು.

2. ಕೆಳಗಿನ ಚುಕ್ಕೆ ನಕ್ಷೆಯು ದತ್ತಾಂಶ ಸಂಗ್ರಹ ಮತ್ತು ಅದರ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ; ಆದರೆ ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚುಕ್ಕೆ ಕಾಣೆಯಾಗಿದೆ. ಸರಾಸರಿ 9 ಆಗಲು ಕಾರಣವಾಗಿರುವ ಕಾಣೆಯಾದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, (ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ).



@KLPS NOT TO BE REPUBLISHED

3. ತರಗತಿಯ ಶಿಕ್ಷಕ ಸುಧಾಕರ್, ಶ್ರೇಯಸ್‌ನನ್ನು ತಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ಎಲ್ಲಾ 24 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎತ್ತರವನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಮತ್ತು ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಲು ಕೇಳುತ್ತಾರೆ. ಶ್ರೇಯಸ್ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರ 150.2 cm ಎಂದು ತಿಳಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಮವಸ್ತ್ರದ ಬೂಟುಗಳನ್ನು ಧರಿಸಿದ್ದರು ಮತ್ತು ಬೂಟುಗಳು ಎತ್ತರಕ್ಕೆ 1 cm ಸೇರಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸುಧಾಕರ್ ಕಂಡುಹಿಡಿದನು.

(i) ಸರಿಯಾದ ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಶಿಕ್ಷಕರು ಬೂಟುಗಳಿಲ್ಲದೆ ಎಲ್ಲಾ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಮತ್ತೆ ಅಳೆಯಬೇಕೇ? ಅಥವಾ ಸರಳವಾದ ಮಾರ್ಗವಿದೆಯೇ?

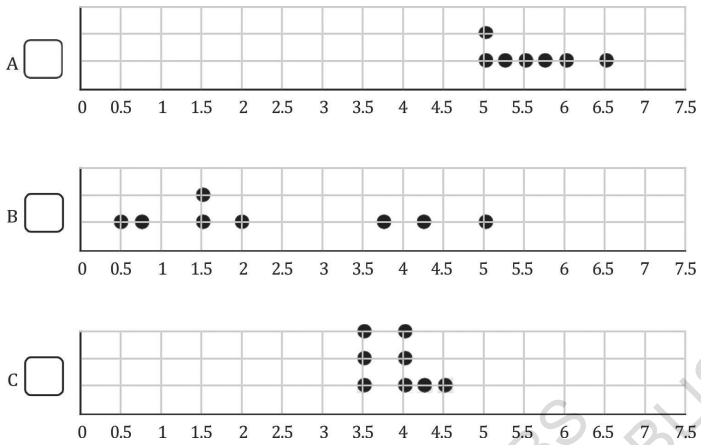
(ii) ಸರಿಯಾದ ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು?

(ಎ) 174.2 cm (ಬಿ) 126.2 cm (ಸಿ) 150.2 cm

(ಡಿ) 149.2 cm (ಇ) 151.2 cm (ಎಫ್) ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೂ ಅಲ್ಲ

(ಜಿ) ಅಪೂರ್ಣ ಮಾಹಿತಿ

4. ಕೆಳಗಿನ ಮೂರು ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಪ್ಲಾಟ್‌ಗಳು ವಿಭಿನ್ನ ಆಲ್ಬಮ್‌ಗಳ ಹಾಡುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ತೋರಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸರಾಸರಿ 5.57 ನಿಮಿಷಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ? ನೀವು ಉತ್ತರವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿದಿರಿ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.



5. ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ 8, 10, 19, 23, 26, 34, 40, 41, 41, 48, 51, 55, 70, 84, 91, 92 ರ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಗಣಿತದ ಮಾತು

(i) ನಾವು (ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ) ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಾಂಕದ ಮೇಲೆ ಪರಿಣಾಮ ಬೀರದಂತೆ ಒಂದು ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ, ಆ ಮೌಲ್ಯ ಏನಾಗಿರಬಹುದು?

(ii) ಮಧ್ಯಾಂಕದ ಮೇಲೆ ಪರಿಣಾಮ ಬೀರದಂತೆ ನಾವು ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಎರಡು ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಆ ಎರಡು ಮೌಲ್ಯಗಳು ಏನಾಗಿರಬಹುದು?

(iii) ಮಧ್ಯಾಂಕದ ಮೇಲೆ ಪರಿಣಾಮ ಬೀರದಂತೆ ನಾವು ದತ್ತಾಂಶದಿಂದ ಒಂದು ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ತೆಗೆದರೆ ಆ ಮೌಲ್ಯ ಏನಾಗಿರಬಹುದು?

6. ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ಹಾಗೂ ಹೇಳಿಕೆ ಯಾವಾಗಲೂ ನಿಜವಾಗಿದೆಯೇ, ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ನಿಜವಾಗಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಎಂದಿಗೂ ನಿಜವಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

(i) ಮಧ್ಯಾಂಕಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಹಾಕುವುದರಿಂದ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

(ii) ಸರಾಸರಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ಸರಾಸರಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

(iii) ಯಾವುದೇ 4 ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ಮಧ್ಯಾಂಕದ ಮೇಲೆ ಪರಿಣಾಮ ಬೀರುವುದಿಲ್ಲ.

(iv) ಮಧ್ಯಾಂಕಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ 4 ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ.

7. ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ 8, 13, 10, 4, 5, 20, y, 10 ರ ಸರಾಸರಿ 10.375 ಆದರೆ yನ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

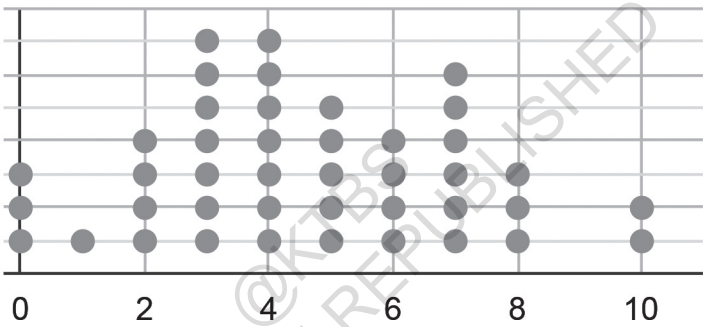
8. 15 ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಗುಂಪಿನ ಸರಾಸರಿ 134 ಆದರೆ ದತ್ತಾಂಶದ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. 12, 47, 8, 73, 18, 35, 39, 8, 29, 25, p. ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

ಈ ದತ್ತಾಂಶದ ಸರಾಸರಿ 29 ಆಗಿದ್ದರೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆ(ಗಳು) p ಆಗಿರಬಹುದು?

i) 10 ii) 25 iii) 40 iv) 100
(v) 29 (vi) 47 (vii) 30

10. ಒಂದು ವಾರದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಸೈಕಲ್ ಸವಾರಿ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಚುಕ್ಕೆ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆ ವಾರದಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎರಡು ಬಾರಿ ಸೈಕಲ್ ಸವಾರಿ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(i) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಸೈಕಲ್‌ಗಳನ್ನು ಸರಾಸರಿ ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಸವಾರಿ ಮಾಡಿದರು ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ii) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಸೈಕಲ್‌ಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಸವಾರಿ ಮಾಡಿದರು ಎಂಬ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(iii) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಮಾನ್ಯವಾಗಿವೆ? ಏಕೆ?

(ಎ) ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಒಮ್ಮೆಯಾದರೂ ತಮ್ಮ ಸೈಕಲ್‌ನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದಾರೆ.

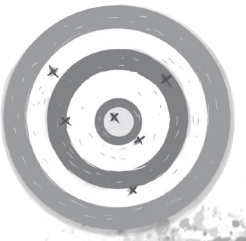
(ಬಿ) ಬಹುತೇಕ ಎಲ್ಲರೂ ತಮ್ಮ ಸೈಕಲ್‌ನ್ನು ಕೆಲವು ಬಾರಿ ಬಳಸಿದ್ದಾರೆ.

(ಸಿ) ಕೆಲವು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಸೈಕಲ್ ಸವಾರಿ ಮಾಡಿದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿದ್ದಾರೆ.

(ಡಿ) ಕೆಲವು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ನಿಖರವಾಗಿ 5 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಸೈಕಲ್‌ಗಳನ್ನು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಬಳಸಿದ್ದಾರೆ.

(ಇ) ಮುಂದಿನ ವಾರ, ಅವರೆಲ್ಲರೂ ಹಿಂದಿನ ವಾರಕ್ಕಿಂತ 1 ಬಾರಿ ಹೆಚ್ಚು ಸೈಕಲ್ ತುಳಿದರೆ, ಮುಂದಿನ ವಾರದ ದತ್ತಾಂಶದ ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕ ಎಷ್ಟು?

11. ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಡಾರ್ಟ್–ಥ್ರೋ ಸ್ಪರ್ಧೆಯನ್ನು ಆಯೋಜಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಬುಲ್ಸ್ ಐ (ಮಧ್ಯ ವೃತ್ತ) ಹೊಡೆಯಲು ಭಾಗವಹಿಸುವವರು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಎಸೆತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಅದರ ಕನಿಷ್ಠ, ಗರಿಷ್ಠ, ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕ ಬಳಸಿ ವಿವರಿಸಿ.



ಎಸೆತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	1	0	0	1	4	9	12	15	10	10

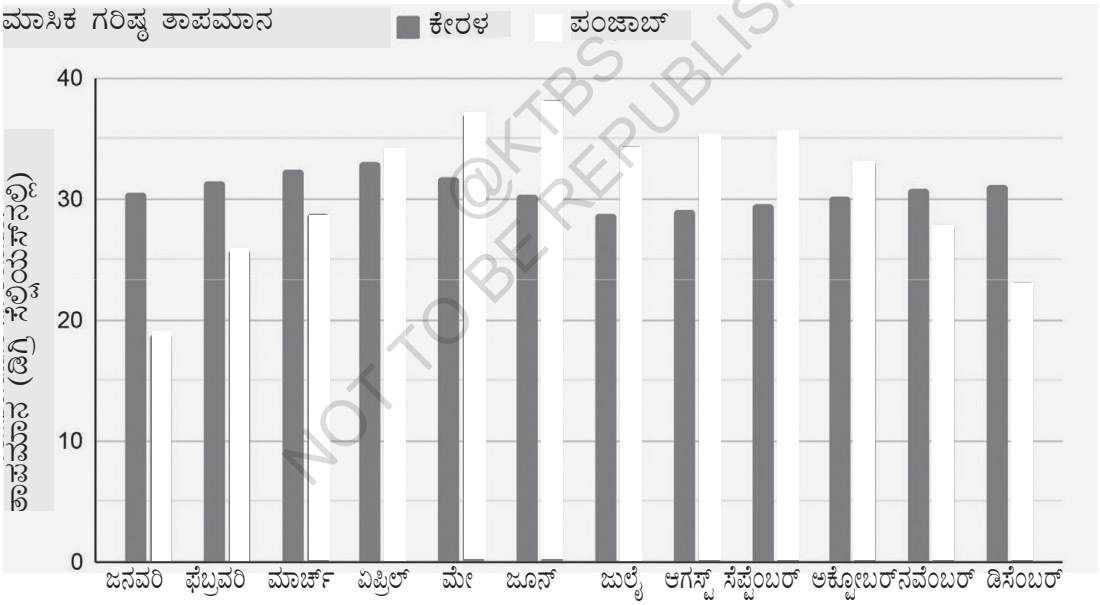
12.2 ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸುವುದು ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದು.

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ನಾವು ಚಿತ್ರನಕ್ಷೆ, ಸ್ತಂಭ ನಕ್ಷೆ , ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭ ನಕ್ಷೆ ಮತ್ತು ಡಾಟ್ ಪ್ಲಾಟ್‌ಗಳನ್ನು ಓದುವುದು ಮತ್ತು ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ ನಾವು ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸುವ ಕೆಲವು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುತ್ತೇವೆ.

ರೇಖಾ ನಕ್ಷೆಗಳು

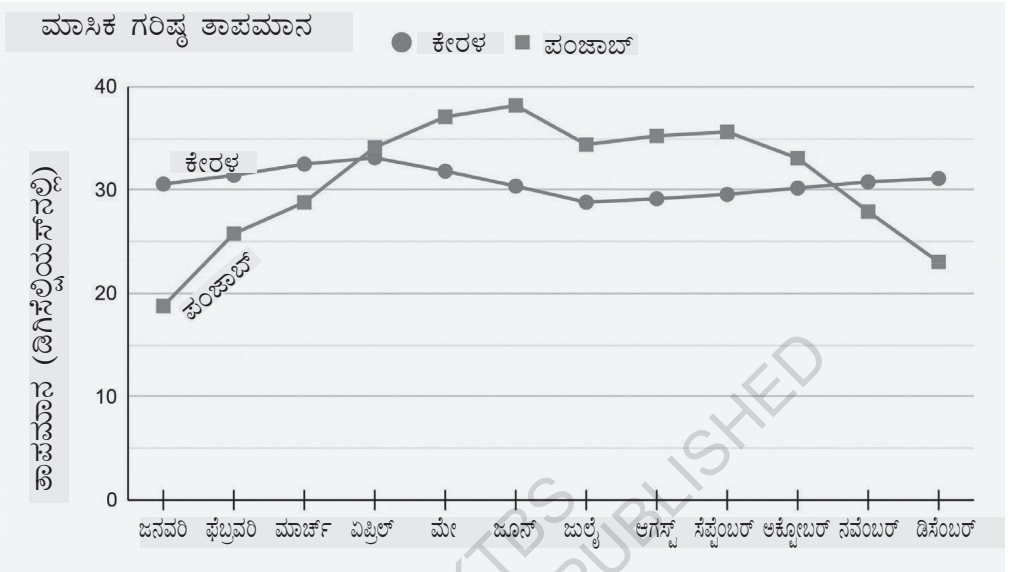
ತಾಪಮಾನ

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವು 2023ರಲ್ಲಿ ಕೇರಳ ಮತ್ತು ಪಂಜಾಬ್‌ನಲ್ಲಿ ಮಾಸಿಕ ಗರಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನವನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭನಕ್ಷೆ ಆಗಿದೆ.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಈಗ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಈ ಎರಡೂ ನಕ್ಷೆಗಳು ಒಂದೇ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆಯೇ?



ರೇಖೆಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟ ಇಂತಹ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ನಾವು **ರೇಖಾ ನಕ್ಷೆ** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ರೇಖಾನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ವಿವಿಧ ಸಮಯಗಳಲ್ಲಿ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ಒಂದು ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನವನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಪಡೆಯುವುದು?

ಸ್ಥಳೀಯ ತಾಪಮಾನವನ್ನು ನಿಯಮಿತವಾಗಿ ಮೇಲ್ವಿಚಾರಣೆ ಮಾಡುವ ಕೆಲವು ಹವಾಮಾನ ಕೇಂದ್ರಗಳು ರಾಜ್ಯಾದ್ಯಂತ ಇರಬಹುದು. ನಾವು ರಾಜ್ಯಾದ್ಯಂತ ದಾಖಲಾದ ಎಲ್ಲಾ ಮೌಲ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ನೋಡುವ ಮೂಲಕ ಮಾಸಿಕ ಗರಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.



ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಂಗ್ರಹಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ತಯಾರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೆ, ಅದರ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯ ಬಗ್ಗೆ ನಮಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ಕಲ್ಪನೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಪಕ್ಷಪಾತ (ಪೂರ್ವಾಗ್ರಹ) ಅಥವಾ ಕಾಣೆಯಾದ ಮಾಹಿತಿಯಂತಹ ಯಾವುದೇ ಮಿತಿಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಮತ್ತು ದತ್ತಾಂಶದಿಂದ ನಾವು ಎಷ್ಟು ವಿಶ್ವಾಸದಿಂದ ತೀರ್ಮಾನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಇದು ನಮಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಿದ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಮತ್ತು ಅರ್ಥೈಸಲು, ನಾವು ಎರಡು–ಹಂತದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸೋಣ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

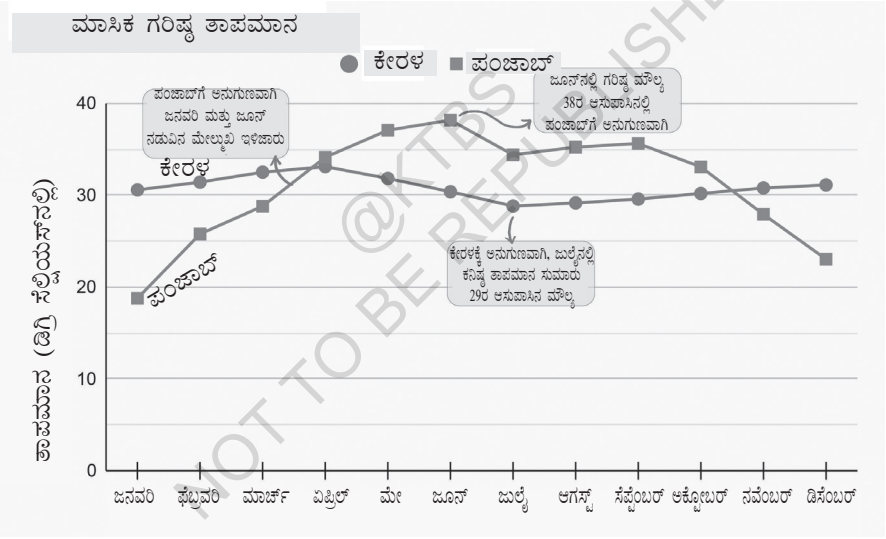
ಹಂತ 1 : ಏನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಗ್ರೇ ಸ್ಕೇಲ್/ಕಪ್ಪು–ಬಿಳುಪಿನಲ್ಲಿ ಮುದ್ರಿಸಿದ್ದರೆ ಅಥವಾ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸಲು ಕಷ್ಟಪಡುವ ಜನರಿಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಆಕಾರದ ಗುರುತುಗಳು ಸುಲಭವಾಗಿ ಗುರುತಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ.

? ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಲಾಗಿದೆ, ಯಾವ ಮಾಪಕವನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಯಾವ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ದತ್ತಾಂಶ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಒಂದು ನಗರದ ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಕಾಲಾನಂತರದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ತೋರಿಸಲು ರೇಖೆಗಳಿಂದ ಸಂಪರ್ಕಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕೇರಳದ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಬೂದುಬಣ್ಣದ ರೇಖೆಗಳಿಂದ ಸಂಪರ್ಕಿಸಲಾದ ಬೂದುಬಣ್ಣದ ವೃತ್ತದ ಗುರುತುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಪಂಜಾಬ್‌ನ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಕಪ್ಪು ಬಣ್ಣದಲ್ಲಿ ಚೌಕಗಳಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಅಡ್ಡರೇಖೆಯ ವರ್ಷದ ತಿಂಗಳುಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಲಂಬ ರೇಖೆಯು °Cನಲ್ಲಿ ತಾಪಮಾನವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಹಂತ 2: ಕೊಟ್ಟಿರುವ ವಿಷಯದಿಂದ ಊಹಿಸಿ (ತರ್ಕಿಸಿ) ಮತ್ತು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

? ನೀವು ಮಾಡಿದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅವಲೋಕನಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ ಮತ್ತು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಸೂಕ್ತವಾದ ಸಾರಾಂಶ/ತೀರ್ಮಾನಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ.

- ಪಂಜಾಬ್‌ನಲ್ಲಿ, ಜನವರಿಯಿಂದ ಜೂನ್‌ವರೆಗೆ ಮಾಸಿಕ ಗರಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನವು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ, ಗರಿಷ್ಠ 38°C ತಲುಪುತ್ತದೆ. ನಂತರ, ಇದು ಜುಲೈನಲ್ಲಿ 35°C ಗಿಂತ ಸ್ವಲ್ಪ ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆ, ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್‌ವರೆಗೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಬದಲಾವಣೆಯಿರದೆ ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ನಂತರ ಡಿಸೆಂಬರ್‌ವರೆಗೆ ನಿರಂತರವಾಗಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ, ಸುಮಾರು 23°C ತಲುಪುತ್ತದೆ. ಜನವರಿಯಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 19°C ಯ ಮಾಸಿಕ ಗರಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ.



- ಕೇರಳದ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿದೆ – ಇದು ವರ್ಷವಿಡೀ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಏಪ್ರಿಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ ಸುಮಾರು 33°C ಮತ್ತು ಜುಲೈನಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಬಿಂದು ಸುಮಾರು 29°C ಆಗಿದೆ. ಕೇರಳದಲ್ಲಿ ಮಾಸಿಕ ಗರಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನವು ಬೇಸಿಗೆ ಮತ್ತು ಚಳಿಗಾಲದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ!
- ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಪಂಜಾಬ್‌ನಲ್ಲಿ ತಾಪಮಾನವು ಹೆಚ್ಚು ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಕೇರಳಕ್ಕಿಂತ ಶೀತ ಹಾಗೂ ಕೇರಳಕ್ಕಿಂತ ಬೆಚ್ಚಗಿನ ತಾಪಮಾನವನ್ನು ತಲುಪುತ್ತದೆ.

ಇದು ವಿಭಿನ್ನ ದಿಕ್ಕುಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಚಿಸುವಂತೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಹುಟ್ಟುಹಾಕಬಹುದು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಉತ್ತರಿಸಬಹುದು. ನಾವು ಹಲವು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಚಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುವ ಅಂಶಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ–

- ಈ ಎರಡು ರಾಜ್ಯಗಳಲ್ಲಿನ ಪ್ರವೃತ್ತಿಗಳು ಏಕೆ ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿವೆ? ಒಂದು ಪ್ರದೇಶದ ತಾಪಮಾನವನ್ನು ಯಾವ ಅಂಶಗಳು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತವೆ?
- ಇತರ ಕೆಲವು ರಾಜ್ಯಗಳ ಪ್ರವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು ನೋಡಲು ನೀವು ಕುತೂಹಲದಿಂದಿರಬಹುದು. ರಾಜ್ಯಗಳು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವ ಇತರ ರೀತಿಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಗಳಿವೆಯೇ?
- ಯಾವ ರಾಜ್ಯಗಳು ಪಂಜಾಬ್‌ನಂತೆಯೇ ಪ್ರವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತವೆ? ಈ ರಾಜ್ಯಗಳ ನಡುವೆ ಏನಾದರೂ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿದೆಯೇ?
- ಈ ರಾಜ್ಯಗಳಿಗೆ ಮಾಸಿಕ ಕನಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನದ ನಕ್ಷೆ ಹೇಗಿರುತ್ತದೆ?



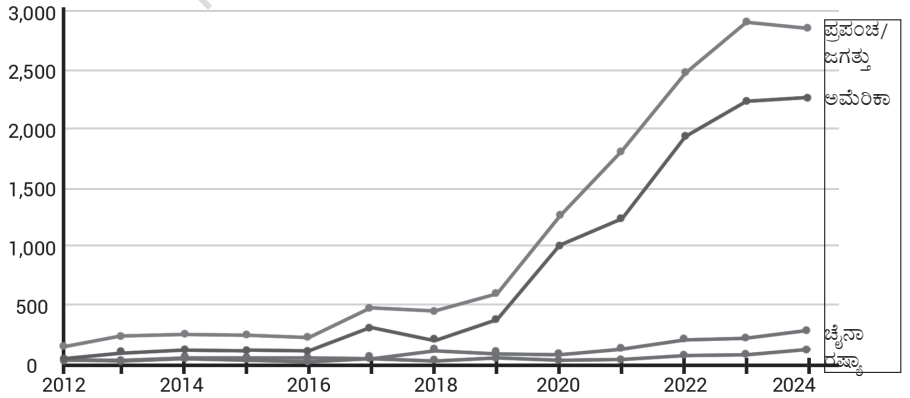
(?) ನಿಮಗೆ ಯಾವ ಆಲೋಚನೆಗಳು ಅಥವಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಉದ್ಭವಿಸುತ್ತವೆ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಬಾಹ್ಯಾಕಾಶ ಜಾಮ್: ಭವಿಷ್ಯದಲ್ಲಿ ಸಂಚಾರ ಸಮಸ್ಯೆ?

ಬಾಹ್ಯಾಕಾಶಕ್ಕೆ ಉಡಾಯಿಸಲಾದ ಸಾಧನಗಳ ವಾರ್ಷಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ನೋಡಿ.

ಬಾಹ್ಯಾಕಾಶಕ್ಕೆ ಉಡಾಯಿಸಲಾದ ಸಾಧನಗಳ ವಾರ್ಷಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ
ಭೂಮಿಯ ಕಕ್ಷೆಗೆ ಅಥವಾ ಅದರಾಚೆಗೆ ಉಡಾಯಿಸಿದ ಉಪಗ್ರಹಗಳು, ಶೋಧಕಗಳು, ಲ್ಯಾಂಡರ್‌ಗಳು, ಸಿಬ್ಬಂದಿ ಸಹಿತ ಗಗನ ನೌಕೆಗಳು ಮತ್ತು ಬಾಹ್ಯಾಕಾಶ ನಿಲ್ದಾಣದ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ.



ಆಕರ: ಯುನೈಟೆಡ್ ನೇಷನ್ಸ್ ಆಫೀಸ್ ಫಾರ್ ಔಟರ್ ಸ್ಪೇಸ್ ಅಫೈರ್ಸ್ (2025)

? ಈ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಬಳಸಬಹುದಾದ ವಿಧಾನ ಯಾವುದು? ಚರ್ಚಿಸಿ.



ಹಂತ 1: ಏನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ

? ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಲಾಗಿದೆ, ಯಾವ ಮಾಪಕವನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ದತ್ತಾಂಶವು ಯಾವ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಹಂತ 2: ನೀಡಲಾಗಿರುವ ವಿಷಯದಿಂದ ಊಹಿಸಿ ಮತ್ತು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

? ನೀವು ಮಾಡಿದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅವಲೋಕನಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ ಮತ್ತು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಎಲ್ಲಾ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದ ನಂತರ, ಅಂತಿಮ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ನೀಡಬಹುದು.

- 2024ರಲ್ಲಿ, ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ ಉಡಾಯಿಸಲಾದ ಸಾಧನಗಳ ಎಣಿಕೆ ಸುಮಾರು 2800 ಆಗಿದ್ದರೆ, 2023ರಲ್ಲಿ ಅದು ಸುಮಾರು 2900 ಆಗಿತ್ತು. 2023ರಲ್ಲಿ ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ ಬಾಹ್ಯಾಕಾಶಕ್ಕೆ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಾಧನಗಳನ್ನು ಉಡಾಯಿಸಲಾಯಿತು ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು (2012ರ ಮೊದಲು ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ).
- ಮೂರು ದೇಶಗಳ ಎಣಿಕೆಗಳು ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ ಎಣಿಕೆಗೆ ಸೇರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ, ಈ ದೃಶ್ಯೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಇತರ ದೇಶಗಳ ಎಣಿಕೆಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಊಹಿಸಬಹುದು.
- ಅಮೆರಿಕದಲ್ಲಿ, 2022 ರಿಂದ 2023ರವರೆಗಿನ ಹೆಚ್ಚಳವು 2023 ರಿಂದ 2024 ರವರೆಗಿನ ಹೆಚ್ಚಳಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕವಾಗಿದೆ. ರೇಖೆಯ ಭಾಗಗಳು ಎಷ್ಟು ಕಡಿದಾಗಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ಇದನ್ನು ಹೇಳಬಹುದು – ರೇಖೆಯು ಕಡಿದಾದಷ್ಟೂ ಹೆಚ್ಚಳ ಅಧಿಕವಾಗುತ್ತದೆ.

? **ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಮಾನ್ಯವಾದ ತೀರ್ಮಾನಗಳಾಗಿವೆ?**

- 2012 ರಿಂದ 2024 ರವರೆಗೆ, ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ ಬಾಹ್ಯಾಕಾಶಕ್ಕೆ ಉಡಾಯಿಸಿದ ಸಾಧನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ.
- 2022 – 24 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಯುಎಸ್ಎ ಪ್ರಮುಖ ಕೊಡುಗೆದಾರರಾಗಿದ್ದು, ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ ಎಣಿಕೆಯ $\frac{3}{4}$ ನೇ ಭಾಗದಷ್ಟು ಉಡಾವಣೆ ಮಾಡಿದೆ.
- 2012 – 24 ರ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ನೇಪಾಳ ಯಾವುದೇ ಸಾಧನವನ್ನು ಉಡಾವಣೆ ಮಾಡಲಿಲ್ಲ.
- 2024 ರಲ್ಲಿ ಚೀನಾ ಮತ್ತು ರಷ್ಯಾದಿಂದ ಒಟ್ಟು ಉಡಾವಣೆಗೊಂಡ ಸಾಧನಗಳು 400.

? ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ ಎಣಿಕೆಯು 2 ಪಟ್ಟು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದ ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ವರ್ಷಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

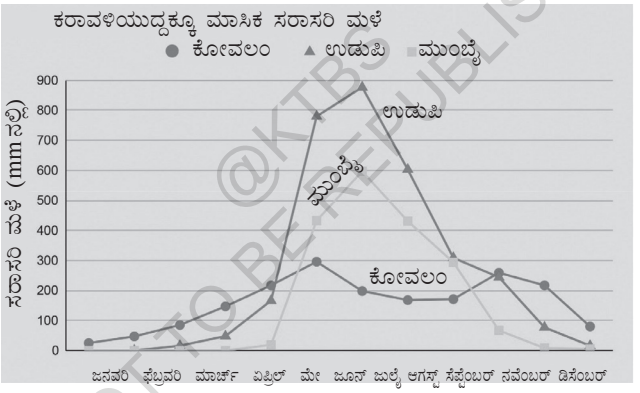
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

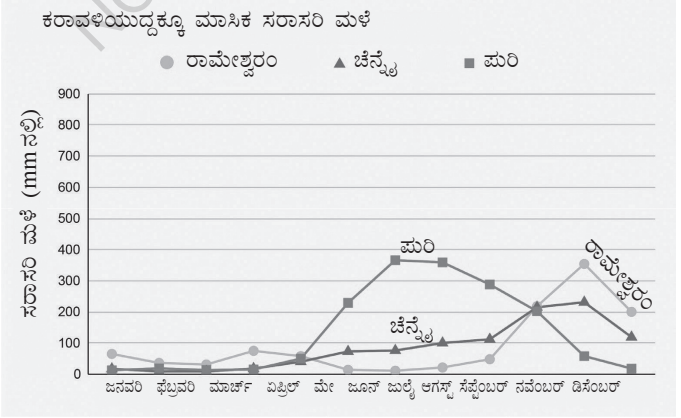
ಇದೇ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು (data) ಗುಂಪು ಮಾಡಲಾದ ಕಾಲಮ್ ಗ್ರಾಫ್ (clustered column graph) ಆಗಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಅಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಒಂದರಂತೆ ಒಟ್ಟು 13 ಗುಂಪುಗಳಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ 4 ಕಾಲಮ್‌ಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಅಂದರೆ ಒಟ್ಟು 52 ಪಟ್ಟಿಗಳಾಗುತ್ತವೆ! ಅಂತಹ ಗ್ರಾಫ್ ನೋಡಲು ತುಂಬಾ ಗೊಂದಲಮಯವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಓದಲು ಕಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ, ಇದರಿಂದ ಪ್ರವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು (trends) ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಮತ್ತೊಂದೆಡೆ, ರೇಖಾ ನಕ್ಷೆಯು (line graph) ಕಾಲಾನಂತರದಲ್ಲಿನ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಹೆಚ್ಚು ಸೂಕ್ತವಾಗಿದೆ. ದತ್ತಾಂಶ ಪಾಯಿಂಟ್‌ಗಳನ್ನು ರೇಖೆಗಳ ಮೂಲಕ ಜೋಡಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಇದು ಪ್ರವೃತ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳ ಸ್ಪಷ್ಟ ಚಿತ್ರಣವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಇದು ವಿಭಿನ್ನ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಂಶವು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಗುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಲು ಓದುಗರಿಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ.

ಮಳೆಯನ್ನು ಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಪ್ಯಾಟರ್ನ್ ಇನ್)

ಕೆಳಗಿನ ನಕ್ಷೆಗಳು ಕೆಲವು ನಗರಗಳ ಮಾಸಿಕ ಸರಾಸರಿ ಮಳೆಯ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತವೆ.





ಆಕರ: ವೆದರ್–ಅಂಡ್–ಕ್ಲೈಮೇಟ್.ಕಾಮ್

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(?) ಈ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಲು ಸಂಭವನೀಯ ವಿಧಾನ ಯಾವುದು?

ಈ ದತ್ತಾಂಶವು 6 ನಗರಗಳಲ್ಲಿನ ಮಾಸಿಕ ಸರಾಸರಿ ಮಳೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರರ್ಥ ಪ್ರತಿ ನಗರದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಮಳೆಯ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಒಂದು ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ಒಟ್ಟು ಮಳೆ ಎಂದರೆ – ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಜೂನ್‌ನಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಒಂದು ನಗರದಲ್ಲಿ ಜೂನ್‌ನಲ್ಲಿ ಆಗುವ ಸರಾಸರಿ ಮಳೆಯನ್ನು ಕೆಲವು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಜೂನ್ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಬೀಳುವ ಒಟ್ಟು ಮಳೆ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

(?) ಭಾರತದ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಈ ನಗರಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಗ್ರಾಫ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ವರ್ಗೀಕರಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದದ್ದು ಏನು? ಗ್ರಾಫ್‌ಗಳ ಕುರಿತು ನಿಮ್ಮ ಅವಲೋಕನಗಳು ಮತ್ತು ತೀರ್ಮಾನಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ.



ಕೋವಲಂ, ಉಡುಪಿ ಮತ್ತು ಮುಂಬೈ ಪಶ್ಚಿಮ ಕರಾವಳಿಯಲ್ಲಿವೆ. ರಾಮೇಶ್ವರಂ, ಚೆನ್ನೈ ಮತ್ತು ಪುರಿ ಪೂರ್ವ ಕರಾವಳಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಪಶ್ಚಿಮ ಕರಾವಳಿಯ ಪ್ರದೇಶಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಮಳೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರುತ್ತದೆ.

(?) ಪ್ರತಿ ನಗರಕ್ಕೆ ಗರಿಷ್ಠ ಮಳೆಯಾಗುವ ತಿಂಗಳುಗಳು ಮತ್ತು ಕಡಿಮೆ ಮಳೆಯಾಗುವ ತಿಂಗಳುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

ಉಡುಪಿ, ಮುಂಬೈ ಮತ್ತು ಕೋವಲಂ ಜೂನ್–ಆಗಸ್ಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ ಮಳೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಅಕ್ಟೋಬರ್ – ಡಿಸೆಂಬರ್‌ನಲ್ಲಿ ರಾಮೇಶ್ವರಂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಳೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತದೆ. ಚೆನ್ನೈ ಜೂನ್‌ನಿಂದ ಆಚೆ ಮಳೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತದೆ. ಇದು ನವೆಂಬರ್‌ನಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಡಿಸೆಂಬರ್‌ವರೆಗೆ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ. ಪೂರ್ವ ಕರಾವಳಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೂ, ಪುರಿ ಜುಲೈ – ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್‌ನಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ ಮಳೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತದೆ. ಜನವರಿ – ಮಾರ್ಚ್ ತಿಂಗಳುಗಳು ಎಲ್ಲಾ ನಗರಗಳಿಗೆ ಶುಷ್ಕ ತಿಂಗಳುಗಳಾಗಿದ್ದು, ಕಡಿಮೆ ಮಳೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಜನವರಿ – ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್‌ವರೆಗೆ ರಾಮೇಶ್ವರಂನಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಕಡಿಮೆ ಮಳೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

(?) ನೈಋತ್ಯ ಹಾಗೂ ಈಶಾನ್ಯ ಮಾನ್ಸೂನ್‌ಗಳ ಪ್ರಭಾವಕ್ಕೆ ಒಳಗಾಗುವ ಪ್ರದೇಶಗಳಾವುವು ಮತ್ತು ಯಾವಾಗ ಎಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ಓದಿ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿ.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

(?) ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ವಾರದ ವಿವಿಧ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಗಡಿಗೆ ಭೇಟಿ ನೀಡುವ ಗ್ರಾಹಕರ ಸರಾಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸುವ ಗ್ರಾಹಕರ ಸರಾಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ರೇಖಾ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಿ.

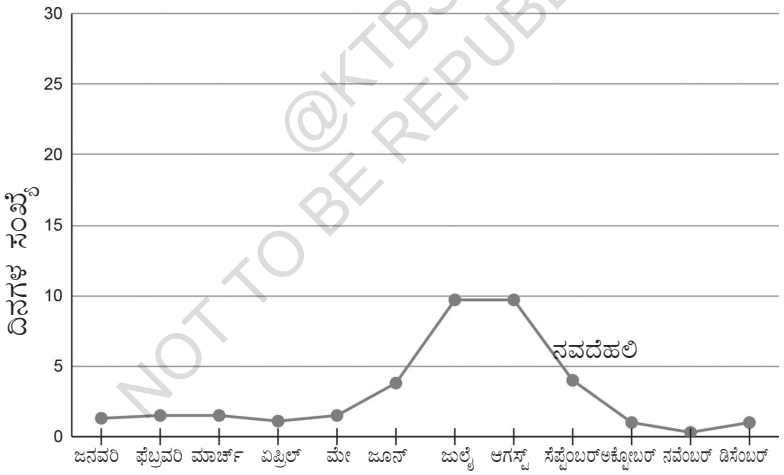
	ಸೋಮ	ಮಂಗಳ	ಬುಧ	ಗುರು	ಶುಕ್ರ	ಶನಿ	ಭಾನು
ಭೇಟಿ ನೀಡುವ ಗ್ರಾಹಕರು	16	19	10	14	20	22	35
ಖರೀದಿಸುವ ಗ್ರಾಹಕರು	10	8	7	11	12	16	26

2. ಕೆಲವು ನಗರಗಳಿಗೆ ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಬಿದ್ದ ಸರಾಸರಿ ಮಳೆ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ:

	ಜನವರಿ	ಫೆಬ್ರವರಿ	ಮಾರ್ಚ್	ಏಪ್ರಿಲ್	ಮೇ	ಜೂನ್	ಜುಲೈ	ಆಗಸ್ಟ್	ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್	ಅಕ್ಟೋಬರ್	ನವೆಂಬರ್	ಡಿಸೆಂಬರ್
ಮಂಗಳೂರು	0.1	0	0.1	1.8	6.2	24.1	27.7	24.5	14	8.8	3.9	0.9
ನವದೆಹಲಿ												
ಪೋರ್ಟ್‌ಬ್ಲೇರ್	2.4	1.3	0.9	3.3	15.5	18.7	17.3	18.8	16.8	14.1	11.3	5.4
ರಾಮೇಶ್ವರ	2.6	1.3	1.9	3.4	2.5	0.4	1	1	1.9	8.1	10.4	7.8

(i) ಈ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಲು ಸಂಭವನೀಯ ವಿಧಾನ ಯಾವುದು?

(ii) ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವ ರೇಖಾ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮಂಗಳೂರು, ಪೋರ್ಟ್ ಬ್ಲೇರ್ ಮತ್ತು ರಾಮೇಶ್ವರಂಗಳ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ನೀವು ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಹತ್ತಿರದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಬಹುದು.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

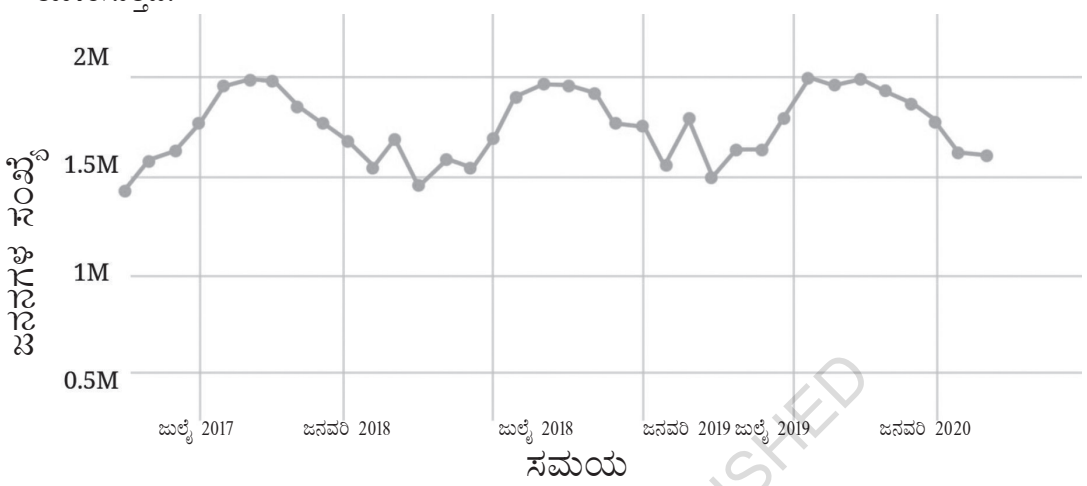
ಆಕರ: ವೆದರ್–ಅಂಡ್–ಕ್ಲೈಮೇಟ್.ಕಾಮ್

(iii) ಗ್ರಾಫ್‌ನಲ್ಲಿ ನವದೆಹಲಿಯ ರೇಖೆಯನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ.

(iv) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ನಗರವು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಗರಿಷ್ಠ ಮಳೆ ದಿನಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತದೆ? ಯಾವ ನಗರವು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಕನಿಷ್ಠ ಮಳೆ ದಿನಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತದೆ?

(v) ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ, ನವದೆಹಲಿ ಮತ್ತು ರಾಮೇಶ್ವರಂನಲ್ಲಿ ಮಳೆಗಾಲ ಯಾವಾಗ?

3. ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾ ನಕ್ಷೆಯು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳು ಜನನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ:



ಆಕರ: ನಂಬಿಯಾರ್ ಎಟ್ ಅಲ್ (ಫೋರ್ತ್‌ಕಮಿಂಗ್)–"ಸೀಸನಲ್ ವೇರಿಯೇಷನ್ಸ್ ಇನ್ ಬರ್ತ್ಸ್ ಆಫ್ ಇಂಡಿಯಾ".

(i) ನಿಮ್ಮ ಅವಲೋಕನಗಳೇನು?

(ii) ಜುಲೈ 2017 ರಲ್ಲಿ ಜನನಗಳ ಅಂದಾಜು ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

(iii) ನಕ್ಷೆಯು ಯಾವ ಸಮಯದ ಅವಧಿಯನ್ನು ಸೆರೆಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ?

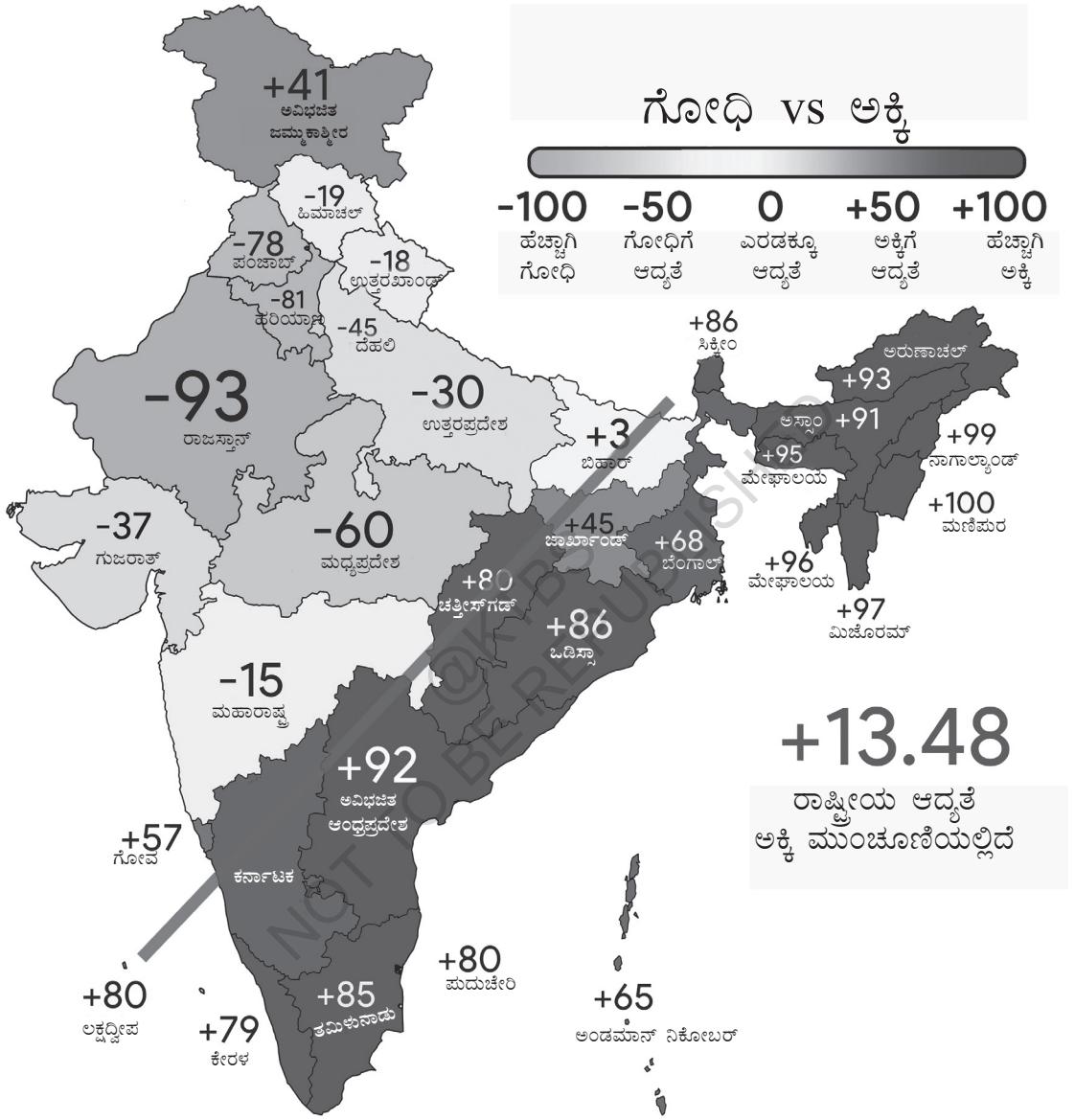
(iv) 2018, 2019 ಮತ್ತು 2020 ವರ್ಷಗಳ ಜನವರಿ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಜನನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿ.

(v) 2019 ರಲ್ಲಿ ಜನನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಿ.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ಇನ್ಫೋಗ್ರಾಫಿಕ್ಸ್

6 ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ, ಮಾಹಿತಿ ಮತ್ತು ಒಳನೋಟಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಮತ್ತು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ದೃಷ್ಟಿಗೆ ಆಕರ್ಷಕವಾಗಿ ಸಂವಹನ ಮಾಡಲು ಇನ್ಫೋಗ್ರಾಫಿಕ್ಸ್ ಅನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸಬಹುದು ಎಂಬುದರ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಇನ್ಫೋಗ್ರಾಫಿಕ್ ಅನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಲಾದ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ನೀವು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?



ನಕ್ಷೆ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ

ಆಕರ: 68ನೇ ನ್ಯಾಷನಲ್ ಸ್ಯಾಂಪಲ್ ಸರ್ವೆ ಜೂನ್ 2014. ಡಾಟ ಫ್ರಮ್ 2011–12, ಕ್ರಿಯೇಟೆಡ್ ಯುಸಿಂಗ್ ಐಐಪಿಮ್ಯಾಪ್ಸ್.ಕಾಮ್

ಈ ಇನ್ಫೋಗ್ರಾಫಿಕ್ ವಿವಿಧ ರಾಜ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಗೋಧಿಯ ಸೇವನೆ ನಡುವಿನ ಆದ್ಯತೆಯನ್ನು ಹೋಲಿಸುತ್ತದೆ. ಮೇಲಿನ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಮಾಪಕವು ಆದ್ಯತೆಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ವಿಭಿನ್ನ ಛಾಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕೆಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಗೋಧಿಯ ತಲಾ ಬಳಕೆಯ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು – 100 ಮತ್ತು + 100ರ ನಡುವಿನ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಮ್ಯಾಪ್ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. + 100ರ ಮೌಲ್ಯದ ರಾಜ್ಯವು ಗೋಧಿಯನ್ನು ಸೇವಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಅರ್ಥವಲ್ಲ. ಇದರರ್ಥ ಈ ರಾಜ್ಯವು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಅಕ್ಕಿಯ ಸೇವನೆಗೆ ಆದ್ಯತೆ ನೀಡುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ತಲಾ ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಗೋಧಿ ಬಳಕೆಯ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಅತ್ಯಧಿಕವಾಗಿದೆ. ಕಪ್ಪು ರೇಖೆಯಿಂದ ತೋರಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಗೋಧಿಯ ಆದ್ಯತೆಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ಭೌಗೋಳಿಕ ವಿಭಜನೆ ಹೇಗೆ ಇದೆ ಎಂಬುದು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಲ್ಲವೇ?

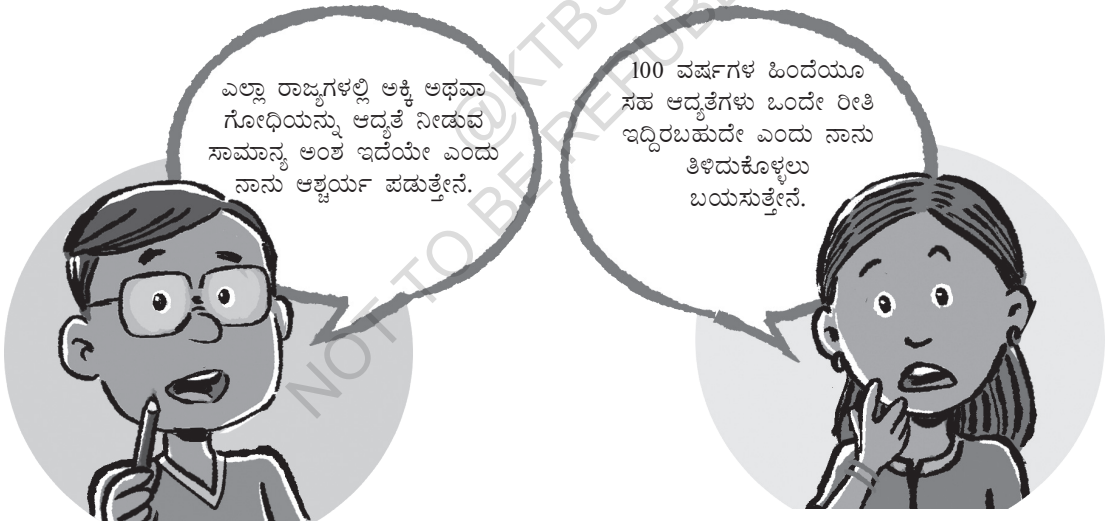
(?) ನಿಮ್ಮ ಅವಲೋಕನಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ಇನ್ಫೋಗ್ರಾಫಿಕ್ ಅನ್ನು ಆಧರಿಸಿ, ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(i) ಕರ್ನಾಟಕದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಅಡಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅದು ಏನಾಗಿರಬಹುದು ಎಂದು ನೀವು ಊಹಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

(ii) ಅಕ್ಕಿ ಹೆಚ್ಚು ಜನಪ್ರಿಯವಾಗಿರುವ ಮೊದಲ 5 ರಾಜ್ಯಗಳು ಯಾವುವು?

(iii) ಗೋಧಿ ಹೆಚ್ಚು ಜನಪ್ರಿಯವಾಗಿರುವ ಮೊದಲ 5 ರಾಜ್ಯಗಳು ಯಾವುವು?

(iv) ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಗೋಧಿಯ ಸೇವನೆ ನಡುವಿನ ಆದ್ಯತೆ ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಸಮತೋಲಿತವಾಗಿರುವ ಕೆಲವು ರಾಜ್ಯಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ.

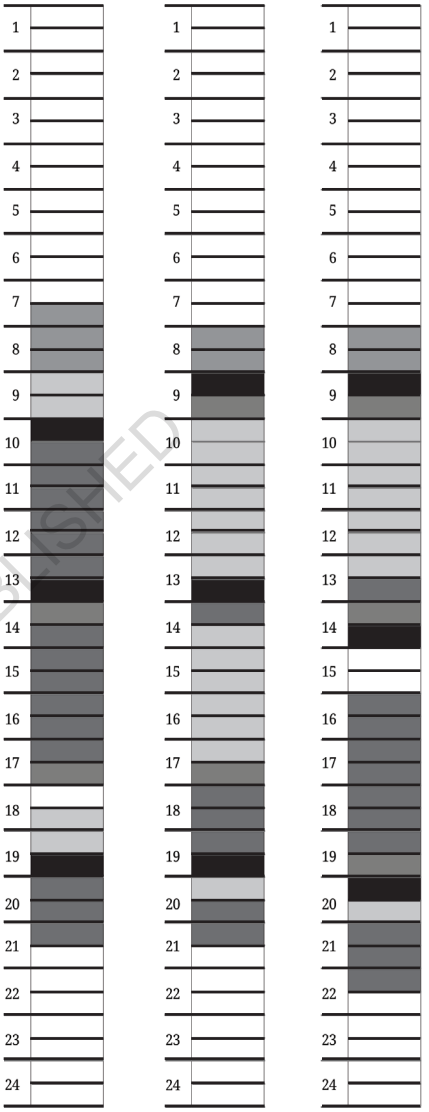


© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈ ಪಟ್ಟಿ ಏನನ್ನು ಹೇಳುತ್ತದೆ?

ಮನೋಜ್‌ಗೆ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಹವ್ಯಾಸವಿದೆ. ಅವನು ದಿನವಿಡೀ ಏನು ಮಾಡುತ್ತಾನೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಬರೆದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಮಧ್ಯರಾತ್ರಿಯಿಂದ ಮಧ್ಯರಾತ್ರಿಯವರೆಗೆ 30 ನಿಮಿಷಗಳ ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ಸಮಯವನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತಾ, 48 ಪಟ್ಟಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಗದದ ಪಟ್ಟಿಗೆ ಬಣ್ಣ ಬಳಿಯುವ ಮೂಲಕ ಅವನು ತನ್ನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ದಾಖಲಿಸುತ್ತಾನೆ.

ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಮೂರು ಬಣ್ಣದ ಪಟ್ಟಿಗಳಲ್ಲಿ ವಾರದ ಮೂರು ವಿಭಿನ್ನ ದಿನಗಳ ಐದು ರೀತಿಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಅವನು ದಾಖಲಿಸಿದ್ದಾನೆ.



(i) ನಿದ್ರೆ

(ii) ಊಟ

(iii) ಸ್ನೇಹಿತರನ್ನು ಭೇಟಿಯಾಗುವುದು, ಹವ್ಯಾಸಗಳು, ಮಾಧ್ಯಮ, ಕುಟುಂಬದೊಂದಿಗೆ ಸಮಯ

(iv) ತರಗತಿಗಳಿಗೆ ಹಾಜರಾಗುವುದು, ಅಧ್ಯಯನ ಮತ್ತು ಮನೆಕೆಲಸ

(v) ಸ್ನಾನ ಮತ್ತು ಬಟ್ಟೆ ಧರಿಸುವುದು, ಯೋಗ ಅಥವಾ ವ್ಯಾಯಾಮ

(vi) ಪ್ರಯಾಣ

? ಮೂರು ಬಣ್ಣದ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ನೋಡಿ.

(i) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಣ್ಣವು ಯಾವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ?

(ii) ಮೂರು ಪಟ್ಟಿಗಳು ಶುಕ್ರವಾರ – ಭಾನುವಾರದ ದಿನಗಳಿಗೆ ಒಂದಲ್ಲ ಒಂದು ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪಟ್ಟಿಯು ಯಾವ ದಿನವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೀವು ಭಾವಿಸುತ್ತೀರಿ?

(iii) ಈ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ದಿನ ಅವನು ಸ್ನೇಹಿತರೊಂದಿಗೆ ಸುದೀರ್ಘ ಚಲನಚಿತ್ರ ನೋಡಲು ಹೊರಗೆ ಹೋದನು. ಇದು ಯಾವಾಗ ಸಂಭವಿಸಿತು ಎಂದು ನೀವು ಭಾವಿಸುತ್ತೀರಿ?

(iv) ಅವನ ಶಾಲೆಯ ಊಟದ ವಿರಾಮದ ಸಮಯ ಯಾವುದು?

(v) ಪಟ್ಟಿಗಳು ನಮಗೆ ಇನ್ನೇನು ಹೇಳಬಲ್ಲವು?

? ನಿಮ್ಮ ವಾರದ ದಿನದ ಪಟ್ಟಿ ಹೇಗಿರುತ್ತದೆ? ಮನೋಜ್ ಅವರ ಪಟ್ಟಿಗೆ ಇದು ಎಷ್ಟು ಹೋಲುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಭಿನ್ನವಾಗಿದೆ?

? ನಿಮ್ಮ ರಜೆಯ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ವಿಶಿಷ್ಟ ದಿನದ ಪಟ್ಟಿ ಹೇಗಿರುತ್ತದೆ? ಅದು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪಟ್ಟಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಹೋಲುತ್ತದೆ/ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿರುತ್ತದೆ?

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

? ನಿಮ್ಮ ಕುಟುಂಬದ ಯಾವುದೇ ವಯಸ್ಕರ ಪಟ್ಟಿ ಹೇಗಿರುತ್ತದೆ? ಮನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದೇ ವಯಸ್ಕರ ದಿನದ ಪಟ್ಟಿ ಹಾಗೂ ನಿಮ್ಮ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿ. ನಿಮಗೆ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾಗಿ ಏನು ಅನಿಸುತ್ತದೆ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

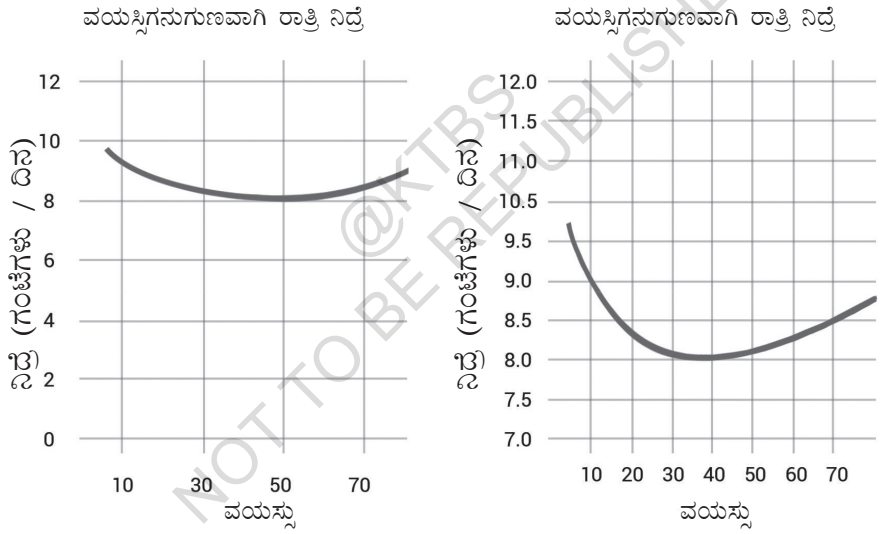
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ದತ್ತಾಂಶ ಕಥೆ/ಗಾಢ ನಿದ್ರೆ (ಡಾಟಾ ಸ್ಟೋರಿ/ಸ್ಲೀಪಿ–ಡೀಪಿ)

ಸಮಾನುಪಾತ ಅಧ್ಯಾಯದ ನಿದ್ರೆಯ ಸಮಯದ ಪೈ ಚಾರ್ಟ್ ನಿಮಗೆ ನೆನಪಿದೆಯೇ?

ದಿನಕ್ಕೆ 2 ಗಂಟೆಗಳಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ನಿದ್ರೆ ಮಾಡುವ ಪ್ರಾಣಿಗಳು ಮತ್ತು ದಿನಕ್ಕೆ 20 ಗಂಟೆಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ನಿದ್ರೆ ಮಾಡುವ ಪ್ರಾಣಿಗಳು ಇವೆ ಎಂಬುದು ಆಶ್ಚರ್ಯಕರವಲ್ಲವೇ? ಹಾಗಾದರೆ ಕೀಟಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಗೆ – ನೀವು ಯಾವುದೇ ಕೀಟದ ನಿದ್ರೆ/ವಿಶ್ರಾಂತಿಯನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೀರಾ? ಮಾನವರು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ದಿನಕ್ಕೆ ಸುಮಾರು 7–9 ಗಂಟೆಗಳ ಕಾಲ ನಿದ್ರಿಸುತ್ತಾರೆ. ಜನರಲ್ಲಿ ನಿದ್ರೆಯ ಅವಧಿಯು ಬಹಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗೊಳ್ಳಬಹುದು. ಜನರಿಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ನಿದ್ರೆಯ ಪ್ರಮಾಣವು ವಯಸ್ಸು, ಜೀವನ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಗಳು, ಜೀವನಶೈಲಿ (ಅವರು ಸೇವಿಸುವ ಆಹಾರ, ಅವರು ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು, ಇತ್ಯಾದಿ) ಮತ್ತು ಇತರ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುತ್ತದೆ. ಶಿಶುಗಳು ವಯಸ್ಕರಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಯ ನಿದ್ರಿಸುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು.

ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾನಕ್ಷೆಗಳು 6 ರಿಂದ 75 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಿನ ಭಾರತೀಯರ ವಿಶಿಷ್ಟ ನಿದ್ರೆಯ ಅವಧಿಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತವೆ. ಎರಡನೇ ಚಿತ್ರವು ಮೊದಲ ಚಿತ್ರದ ಜೂಮ್–ಇನ್ ಆವೃತ್ತಿಯಾಗಿದೆ.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಆಕರ: ನ್ಯಾಷನಲ್ ಟೈಮ್ ಯೂಸ್ ಸರ್ವೇ 2024

(?) ಈ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಅವಲೋಕನಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ. ನಿಮಗೆ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾಗಿ ಏನು ಕಂಡಿತು?

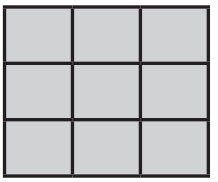
ಕೆಲವು ಸಂಪರ್ಕಿತ ರೇಖೆಯ ಭಾಗಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟ ಹಿಂದಿನ ನಕ್ಷೆಗಳಿಗಿಂತ ಭಿನ್ನವಾಗಿ, ಈ ರೇಖೆಯ ನಕ್ಷೆಯು ಒಂದು ನಯವಾದ ವಕ್ರರೇಖೆಯಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ ಏಕೆಂದರೆ ಇದು ಪರಸ್ಪರ ಬಹಳ ಹತ್ತಿರದಲ್ಲಿ ಇರಿಸಲಾದ 80 ದತ್ತಾಂಶ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಕಾಲಮ್ ನಕ್ಷೆ ಬಳಸಿ ಅದೇ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು 70 ಕಾಲಮ್‌ಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ, ಇದು ನಕ್ಷೆ ಅನ್ನು ಅಸ್ತವ್ಯಸ್ತವಾಗಿ ಮತ್ತು ಭಾರವಾಗಿ ಕಾಣುವಂತೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ರೇಖಾನಕ್ಷೆಯು ಇಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮ ಆಯ್ಕೆಯಾಗಿದೆ. ಇದು ಹಗುರವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಮಾದರಿಯನ್ನು ಚೆನ್ನಾಗಿ ಸೆರೆಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ.

ನಕ್ಷೆಯಿಂದ ನಾವು 6 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಿನ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ನಿದ್ರೆಯ ಸಮಯ ದಿನಕ್ಕೆ ಸುಮಾರು 9.5 ಗಂಟೆಗಳಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡಬಹುದು. ನಾವು ಹದಿಹರೆಯದ ಮಕ್ಕಳು ಬೆಳೆದು ಪ್ರೌಢಾವಸ್ಥೆಗೆ ಕಾಲಿಡುತ್ತಿದ್ದಂತೆ ದೈನಂದಿನ ನಿದ್ರೆಯ ಸಮಯ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ, 30 ರಿಂದ 50 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಿನ ನಡುವೆ ದಿನಕ್ಕೆ ಸುಮಾರು 8 ಗಂಟೆಗಳವರೆಗೆ ಮುಟ್ಟುತ್ತದೆ. 50ರ ನಂತರ, ದೈನಂದಿನ ನಿದ್ರೆಯ ಸಮಯ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ, ಸುಮಾರು 8.5 ಗಂಟೆಗಳವರೆಗೆ ತಲುಪುತ್ತದೆ.

ನೀವು ಆಶ್ಚರ್ಯಪಡಬಹುದು – ನವಜಾತ ಶಿಶುಗಳು ಮತ್ತು ಶಿಶುಗಳು ಏಕೆ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಯ ನಿದ್ರಿಸುತ್ತಾರೆ? ವಿವಿಧ ದೇಶಗಳಲ್ಲಿನ ಜನರು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ನಿದ್ರಿಸುತ್ತಾರೆಯೇ? ಪ್ರಾಣಿಗಳು ವಯಸ್ಸಾದಂತೆ ನಿದ್ರೆಯ ಅವಧಿಗಳಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುತ್ತವೆಯೇ?

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಸರಾಸರಿ ಗ್ರಿಡ್‌ಗಳು:



(i) ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲು, ಕಂಬಸಾಲು ಮತ್ತು ಕರ್ಣದಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ 10 ಆಗುವಂತೆ ಗ್ರಿಡ್ ಅನ್ನು 9 ವಿಭಿನ್ನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ತುಂಬಿಸಿ.

(ii) ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ಗ್ರಿಡ್‌ಅನ್ನು ತುಂಬಬಹುದೇ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ದಿಕ್ಕುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಸರಾಸರಿ 10 ಅನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದೇ?

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಷರತ್ತುಗಳನ್ನು ಪೂರೈಸುವ ದತ್ತಾಂಶದ ಎರಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ:
   (i) ಸರಾಸರಿ 8 ಆಗಿರುವ 3 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.
   (ii) ಸರಾಸರಿ 15.5 ಆಗಿರುವ 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.
   (iii) ಸರಾಸರಿ 13.6 ಆಗಿರುವ 5 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.
   (iv) ಸರಾಸರಿ = ಮಧ್ಯಾಂಕವಾಗಿರುವ 6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.
   (v) ಸರಾಸರಿ > ಮಧ್ಯಾಂಕ ಆಗಿರುವ 6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

3. ಸಂಗ್ರಹ 5, 21, 14, ..., ... ರ ಮಧ್ಯಾಂಕ 13 ಆಗುವಂತೆ ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ. ಎಣಿಕೆಯ (ಸ್ವಾಭಾವಿಕ) ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಅನುಮತಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳಿವೆ?

4. ಸಂಗ್ರಹ 3, 11, ..., ..., 15, 6 ಇವುಗಳ ಸರಾಸರಿ 6.5 ಆಗುವಂತೆ ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ. ಎಣಿಕೆಯ (ಸ್ವಾಭಾವಿಕ) ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಅನುಮತಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳಿವೆ?

5. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹೇಳಿಕೆಗಳು ನಿಜವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ. ಅಗತ್ಯವಿದ್ದರೆ, ಸಮರ್ಥಿಸಲು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿ.
   (i) ಎರಡು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸರಾಸರಿಯು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.
   (ii) 5ರ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಗುಣಕಗಳ ಸರಾಸರಿ 5ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
   (iii) 5ರ ಯಾವುದೇ 5 ಗುಣಕಗಳ ಸರಾಸರಿಯು 5ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

6. ತರಗತಿಯ ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರ 150.2 cm ಎಂದು ಕಂಡುಬಂದ ಕೆಲವೇ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಸುಧಾಕರ್ ಅವರ ತರಗತಿಗೆ ಎರಡು ಹೊಸ ಪ್ರವೇಶಗಳು ಆದವು.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

(i) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯಾಗಿವೆ? ಏಕೆ?

(ಎ) 2 ಹೊಸ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಇರುವುದರಿಂದ ತರಗತಿಯ ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರವು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ.

(ಬಿ) ತರಗತಿಯ ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರವು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

(ಸಿ) ಹೊಸ ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಹೊಸ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎತ್ತರವನ್ನು ಅಳೆಯಬೇಕು.

(ಡಿ) ಹೊಸ ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಎತ್ತರವನ್ನು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಅಳೆಯಬೇಕು.

(ii) ಹೊಸದಾಗಿ ಸೇರ್ಪಡೆಗೊಂಡ ಇಬ್ಬರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎತ್ತರಗಳು 149 cm ಮತ್ತು 152 cm ತರಗತಿಯ ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರದ ಬಗ್ಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯಾಗಿವೆ? ಏಕೆ?

(ಎ) ಸರಾಸರಿ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

(ಬಿ) ಸರಾಸರಿ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ.

(ಸಿ) ಸರಾಸರಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

(ಡಿ) ಸರಾಸರಿ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಸಲು ಮಾಹಿತಿ ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

(iii) ಹೊಸ ತರಗತಿಯ ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರದ ಬಗ್ಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯಾಗಿವೆ? ಏಕೆ?

(ಎ) ಸರಾಸರಿ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

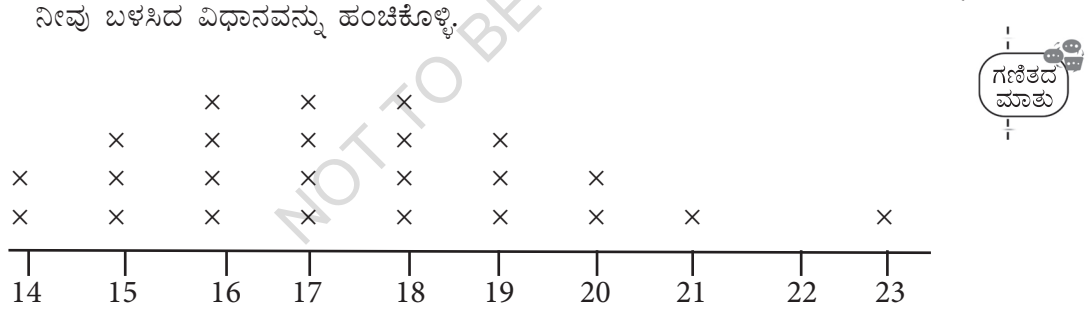
(ಬಿ) ಸರಾಸರಿ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ.

(ಸಿ) ಸರಾಸರಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

(ಡಿ) ಸರಾಸರಿ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಸಲು ಮಾಹಿತಿಯು ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7. ಕೆಳಗಿನ ಡಾಟ್ ಪ್ಲಾಟ್‌ನಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ದತ್ತಾಂಶದ ಸರಾಸರಿ 17 ಆಗಿದೆಯೇ? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಲು ನೀವು ಬಳಸಿದ ವಿಧಾನವನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ.



8. ಒಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ ಜನರ ತೂಕವನ್ನು ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳು ಅಳೆಯಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಹಿಂದಿನ ತಿಂಗಳ ಸರಾಸರಿ ತೂಕ 65.3 kg ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕ ತೂಕ 67 kg ಆಗಿತ್ತು. ಈ ತಿಂಗಳ ದತ್ತಾಂಶವು ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿ 2 kg ತೂಕ ಇಳಿಸಿಕೊಂಡರೆ, ಇಬ್ಬರು 1 kg ತೂಕ ಹೆಚ್ಚಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದಾರೆ. ಈ ತಿಂಗಳ ಸರಾಸರಿ ತೂಕ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕ ತೂಕದಲ್ಲಿನ ಬದಲಾವಣೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?



9. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ಜನವರಿ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ರಾಜ್ಯಗಳಲ್ಲಿ 10 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಅಯೋಡಿನ್‌ಯುಕ್ತ ಉಪ್ಪಿನ ಚಿಲ್ಲರೆ ಬೆಲೆಯನ್ನು (₹ ನಲ್ಲಿ) ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ನಿಮ್ಮ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳು ಮತ್ತು ನಕ್ಷೆಗಾಗಿ ನೀವು ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಹತ್ತಿರದ ಎಣಿಕೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗೊಳಿಸಬಹುದು.

	ಅಂಡಮಾನ್ ಮತ್ತು ನಿಕೋಬರ್ ದ್ವೀಪಗಳು	ಅಸ್ಸಾಂ	ಗುಜರಾತ್	ಮಿಝೋರಾಂ	ಉತ್ತರಪ್ರದೇಶ	ಪಶ್ಚಿಮಬಂಗಾಳ
2016	16	6	16.5	20	16.15	9.47
2017	12	12	14.75	20	16.97	11.65
2018	12	12	14.75	22	16.18	11.63
2019	12	12	14.75	22	18.24	11.43
2020	13.88	12	13	20	18.96	11.11
2021	18.22	15	14.45	22	20.63	12.79
2022	18.73	14	14.28	25	21.3	16.14
2023	20.63	12.02	14.54	27.65	25.39	18.43
2024	19.73	13.72	14.8	29.03	26.9	21.66
2025	20.99	12.35	19.2	29.8	24.81	23.99

(i) ನಿಮಗೆ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವೆನಿಸುವ ಯಾವುದೇ 3 ರಾಜ್ಯಗಳಿಂದ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಸೂಕ್ತವಾದ ಮಾಪಕವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ರೇಖಾ ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಿ.

(ii) ಈ ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ ನಿಮಗೆ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವೆನಿಸುವದು ಏನು? ನಿಮ್ಮ ಅವಲೋಕನಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ.

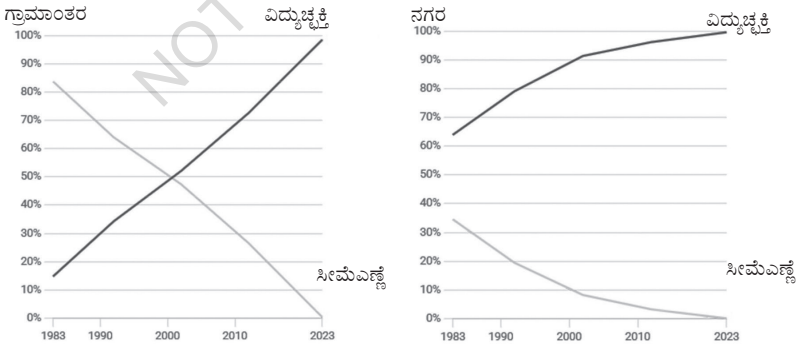
(iii) ಗುಜರಾತ್ ಮತ್ತು ಉತ್ತರ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿನ ಬೆಲೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿ.

(iv) 2016 ರಿಂದ 2025 ರವರೆಗೆ ಯಾವ ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಬೆಲೆ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ?

(v) ನೀವು ಏನನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಅನ್ವೇಷಿಸಲು ಕುತೂಹಲ ಹೊಂದಿದ್ದೀರಿ?

10. ಕೆಳಗಿನ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸಿ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಮಾನ್ಯವಾಗಿವೆ? ಏಕೆ?

ಕಾಲಾನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಗೃಹೋಪಯೋಗಿ ಬೆಳಕಿನ ಮೂಲವಾಗಿ ಬಳಸುವ ಶಕ್ತಿ.



ಆಕರ: ಹೌಸ್‌ಹೋಲ್ಡ್ ಕನ್ಸ್ಯೂಮರ್ ಎಕ್ಸ್‌ಪೆಂಡಿಚರ್ ಸರ್ವೆ (HCEC) ವೇರಿಯಸ್ ಇಯರ್ಸ್ ಬೈ ನ್ಯಾಷನಲ್ ಸ್ಯಾಂಪಲ್ ಸರ್ವೆ ಆಫೀಸ್ (NSSO)

(i) 1983 ರಲ್ಲಿ, ಗ್ರಾಮೀಣ ಪ್ರದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ಜನರು ಸೀಮೆಎಣ್ಣೆಯನ್ನು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಬೆಳಕಿನ ಮೂಲವಾಗಿ ಬಳಸಿದರೆ, ನಗರ ಪ್ರದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿನವರು ವಿದ್ಯುಚ್ಛಕ್ತಿ ಬಳಸಿದರು.

NOT TO BE REPUBLISHED © KSTBS

(ii) ಗ್ರಾಮೀಣ ಮತ್ತು ನಗರ ಪ್ರದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಬೆಳಕಿನ ಮೂಲವಾಗಿ ಸೀಮೆಎಣ್ಣೆಯ ಬಳಕೆ ಕಾಲಾನಂತರದಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ.

(iii) 2000ನೇ ಇಸವಿಯಲ್ಲಿ, ನಗರ ಪ್ರದೇಶಗಳಲ್ಲಿ 10% ರಷ್ಟು ಮನೆಗಳು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಬೆಳಕಿನ ಮೂಲವಾಗಿ ವಿದ್ಯುಚ್ಛಕ್ತಿ ಅನ್ನು ಬಳಸಿದವು.

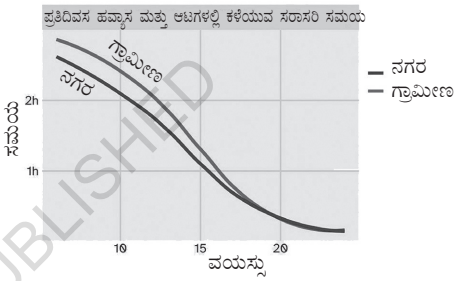
(iv) 2023 ರಲ್ಲಿ, ಯಾವುದೇ ವಿದ್ಯುಚ್ಛಕ್ತಿ ಕಡಿತವಿರಲಿಲ್ಲ.

11. ರೇಖಾ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(i) ನಗರ ಪ್ರದೇಶಗಳಲ್ಲಿ 10 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಿನ ಮಕ್ಕಳು ಪ್ರತಿದಿನ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಹವ್ಯಾಸಗಳು ಮತ್ತು ಆಟಗಳಲ್ಲಿ ಕಳೆಯುತ್ತಾರೆ?

(ii) ಗ್ರಾಮೀಣ ಮಕ್ಕಳು ಯಾವ ವಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಹವ್ಯಾಸಗಳು ಮತ್ತು ಆಟಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿದಿನ ಸರಾಸರಿ 1.5 ಗಂಟೆಗಳ ಕಾಲ ಕಳೆಯುತ್ತಾರೆ?

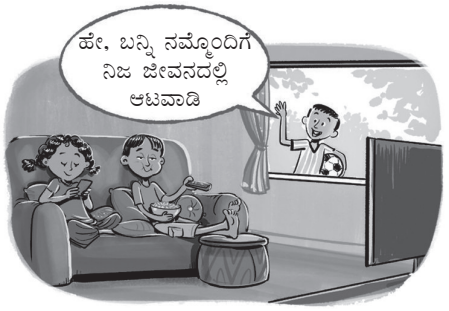
(ಎ) 8 ವರ್ಷಗಳು
(ಬಿ) 10 ವರ್ಷಗಳು
(ಸಿ) 12 ವರ್ಷಗಳು
(ಡಿ) 14 ವರ್ಷಗಳು
(ಇ) 18 ವರ್ಷಗಳು



(iii) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯಾಗಿವೆಯೇ?

(ಎ) 15 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಿನ ಮಕ್ಕಳು ಹವ್ಯಾಸಗಳು ಮತ್ತು ಆಟಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿದಿನ ಕಳೆಯುವ ಸರಾಸರಿ ಸಮಯ 10 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಿನ ಮಕ್ಕಳಿಗಿಂತ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚು.

(ಬಿ) 15 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಿನ ಎಲ್ಲಾ ಗ್ರಾಮೀಣ ಮಕ್ಕಳು ಪ್ರತಿದಿನ ಕನಿಷ್ಠ 1 ಗಂಟೆ ಹವ್ಯಾಸಗಳು ಮತ್ತು ಆಟಗಳಲ್ಲಿ ಕಳೆಯುತ್ತಾರೆ?

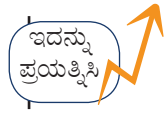


12. ವೈಯಕ್ತಿಕ ಯೋಜನೆ: ವಾರದ ವಿವಿಧ ದಿನಗಳಿಗಾಗಿ ನಿಮ್ಮ ಸ್ವಂತ ಚಟುವಟಿಕೆ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಮಾಡಿ.

(i) ನೀವು ಪ್ರತಿದಿನ ನಿಯಮಿತ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಊಟ ಮಾಡುತ್ತೀರಾ ಮತ್ತು ಮಲಗುತ್ತೀರಾ? ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ನೀವು ಹೊರಾಂಗಣದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಕಳೆಯುತ್ತೀರಿ?

(ii) ಪ್ರತಿ ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬಳಸುವ ಸರಾಸರಿ ಸಮಯವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ. ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈ ಸರಾಸರಿ ದಿನವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

(iii) ಅದೇ ರೀತಿ, ಮನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದೇ ವಯಸ್ಕರ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಟ್ರ್ಯಾಕ್ ಮಾಡಿ. ನಿಮ್ಮ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಅವರ ದತ್ತಾಂಶದೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿ.



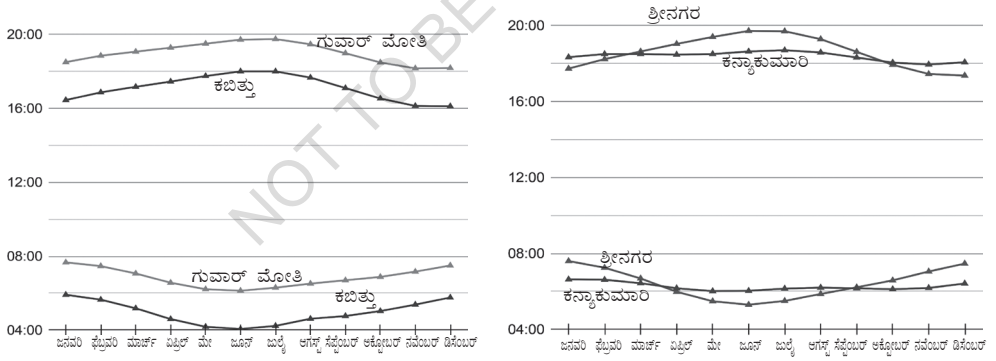
©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

13. ಸಣ್ಣ ಗುಂಪು ಯೋಜನೆ: 3–4 ಸದಸ್ಯರ ಗುಂಪನ್ನು ಮಾಡಿ. ಕನಿಷ್ಠ ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಮಾಡಿ:

(i) ಒಂದು ವಾರದವರೆಗೆ ನಿಮ್ಮ ಕುಟುಂಬದ ಎಲ್ಲಾ ಸದಸ್ಯರ ದೈನಂದಿನ ನಿದ್ರೆಯ ಸಮಯವನ್ನು ಟ್ರ್ಯಾಕ್ ಮಾಡಿ. ದೈನಂದಿನ ನಿದ್ರೆಯ ಸಮಯವು ರಾತ್ರಿ ನಿದ್ರೆ, ಸಣ್ಣ ನಿದ್ರೆ ಮತ್ತು ಹಗಲಿನಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಯಾವುದೇ ನಿದ್ರೆಯನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ.
   (ಎ) ಇದನ್ನು ಪಟ್ಟಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.
   (ಬಿ) ನಿಮ್ಮ ಎಲ್ಲಾ ಗುಂಪಿನ ಸದಸ್ಯರ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ. ಮಕ್ಕಳು, ವಯಸ್ಕರು, ವೃದ್ಧರ ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಸರಾಸರಿ ನಿದ್ರೆಯ ಸಮಯವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ.
   (ಸಿ) ನಿಮ್ಮ ಸಂಶೋಧನೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವಲೋಕನಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ.

(ii) ಶಾಲೆಗಳು ಯಾವಾಗ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ? ವಾರದ ದಿನದಂದು, ಮನೋಜ್ ಅವರ ಶಾಲೆಯು ಬೆಳಿಗ್ಗೆ 9:30ಕ್ಕೆ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಂಜೆ 4:30ಕ್ಕೆ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ, ತರಗತಿ ಸಮಯ ಮತ್ತು ವಿರಾಮಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ 7 ಗಂಟೆಗಳು. ತರಗತಿ ಸಮಯ ಮತ್ತು ವಿರಾಮದ ಸಮಯ ಸೇರಿದಂತೆ 8 ನೇ ತರಗತಿಯ ವಿವಿಧ ಶಾಲೆಗಳ ದೈನಂದಿನ ಸಮಯದ ಬಗ್ಗೆ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ (ಶಾಲೆಗಳು ದೇಶದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಿಯಾದರೂ ಇರಬಹುದು. ನೀವು ನಿಮ್ಮ ನೆರೆಹೊರೆಯವರು, ಸಂಬಂಧಿಕರು, ಪೋಷಕರು ಮತ್ತು ಸ್ನೇಹಿತರನ್ನು ಕೇಳಬಹುದು). ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ ಮತ್ತು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಿ.

14. ಈ ಕೆಳಗಿನ ನಕ್ಷೆಗಳು ಭಾರತದ 4 ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ ವರ್ಷವಿಡೀ ಸೂರ್ಯೋದಯ ಮತ್ತು ಸೂರ್ಯಾಸ್ತದ ಸಮಯವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತವೆ. ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಆಯೋಜಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಯಾವ ರೇಖೆಗಳು ಸೂರ್ಯೋದಯವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಯಾವ ರೇಖೆಗಳು ಸೂರ್ಯಾಸ್ತವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗುರುತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?



ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(i) ಜನವರಿಯಲ್ಲಿ ಸೂರ್ಯ ಯಾವ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಬೇಗನೆ ಉದಯಿಸುತ್ತಾನೆ? ಜನವರಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಹಗಲಿನ ಅಂದಾಜು ಸಮಯ ಎಷ್ಟು?

(ii) ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಹಗಲಿನ ಸಮಯವಿದೆ?

(iii) ನಿಮ್ಮ ಅವಲೋಕನಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ – ನಿಮಗೆ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವೆನಿಸಿದ್ದು ಏನು? ನೀವು ಏನನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಕುತೂಹಲ ಹೊಂದಿದ್ದೀರಾ?

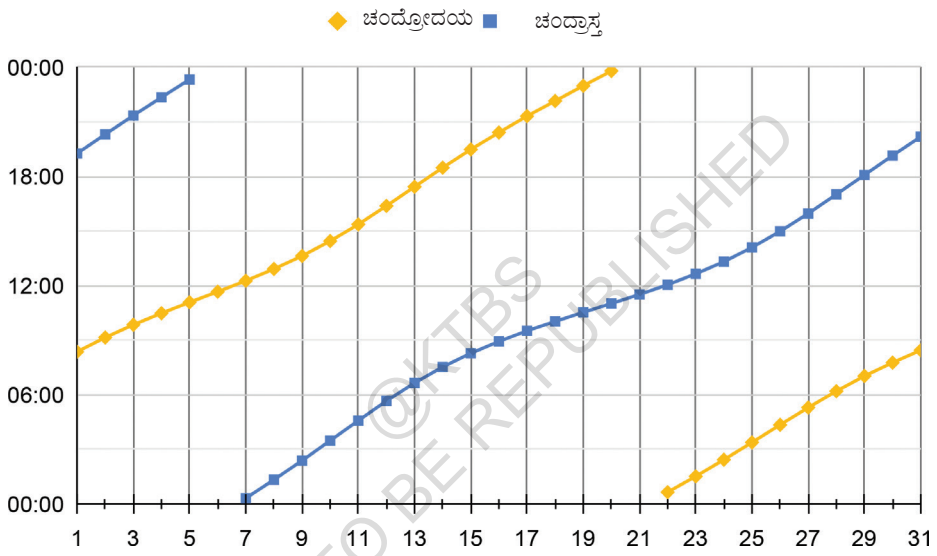
© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

15. ನಮಗೆಲ್ಲರಿಗೂ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸೂರ್ಯೋದಯ ಮತ್ತು ಸೂರ್ಯಾಸ್ತದ ಸಮಯ ತಿಳಿದಿದೆ. ಚಂದ್ರನು ಯಾವಾಗ ಉದಯಿಸುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ಮುಳುಗುತ್ತಾನೆಂದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆಯೇ? ಅದು ಸೂರ್ಯನಂತೆ ನಿಯಮಿತ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತದೆಯೇ? ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಗ್ರಾಫ್ ಒಂದು ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಚಂದ್ರೋದಯ ಮತ್ತು ಚಂದ್ರಾಸ್ತದ ಸಮಯವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ:

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

(i) ಈ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಅಮಾವಾಸ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪೌರ್ಣಿಮೆ (ಹುಣ್ಣಿಮೆ) ಯಾವ ದಿನಾಂಕಗಳಲ್ಲಿದ್ದವು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ii) ನೀವು ಏನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ? ನೀವು ಏನು ಆಶ್ಚರ್ಯ ಪಡುತ್ತೀರಿ?



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಾರಾಂಶ

- ಕಳೆದ ವರ್ಷ ನಾವು ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯಾಗಿ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಇಲ್ಲಿ, ಅದರ ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲಕ್ಕೆ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಅಂತರಗಳ ಮೊತ್ತವು ಹೇಗೆ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.
- ಸರಾಸರಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ, ಸರಾಸರಿ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಸರಾಸರಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ, ಸರಾಸರಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಮಧ್ಯಾಂಕದೊಂದಿಗೆ ಇದೇ ರೀತಿಯ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.
- ಕಾಲಾನಂತರದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಲು ರೇಖಾ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.
- ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಹೊಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಮತ್ತು ಮತ್ತಷ್ಟು ತನಿಖೆ ಮಾಡಲು ನಿರ್ದೇಶನಗಳಿಗೆ ಕಾರಣವಾಗಬಹುದು ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.



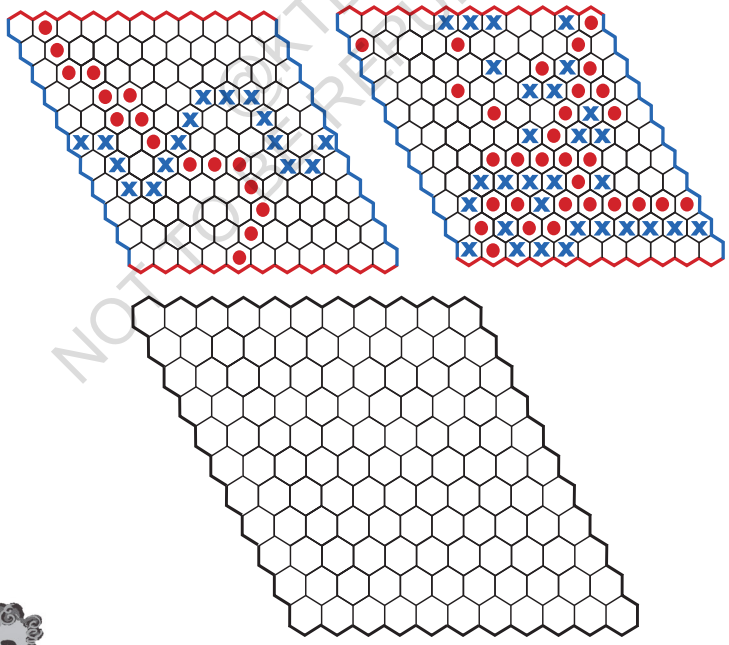
ಈಗ ಒಗಟಿನ ಸಮಯ!

ಹೆಕ್ಸ್‌ಆಟ

ಹೆಕ್ಸ್ ಎನ್ನುವುದು ಎರಡು ಆಟಗಾರರ ತಂತ್ರದ ಆಟವಾಗಿದ್ದು, ಇದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 11×11 ಗಾತ್ರದ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯ ಕೋಶಗಳಿಂದ ಮಾಡಲಾದ ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಆಕಾರದ ಬೋರ್ಡ್‌ನಲ್ಲಿ ಆಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ಆಟಗಾರನಿಗೆ ಒಂದು ಗುರುತು ಮತ್ತು ಬೋರ್ಡ್‌ನ ಎರಡು ವಿರುದ್ಧ ಬದಿಗಳನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಆಟಗಾರರು ತಮ್ಮ ಗುರುತನ್ನು ಯಾವುದೇ ಖಾಲಿ ಕೋಶದ ಮೇಲೆ ಸರದಿಯಲ್ಲಿ ಇರಿಸುತ್ತಾರೆ. ಒಮ್ಮೆ ಇರಿಸಿದ ನಂತರ, ಗುರುತುಗಳನ್ನು ಸರಿಸಲು ಅಥವಾ ತೆಗೆದುಹಾಕಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಎರಡು ನಿಯೋಜಿಸಲಾದ ಬದಿಗಳನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸುವ ಒಬ್ಬರ ತಮ್ಮ ಗುರುತುಗಳ ಮುರಿಯದ ಸರಪಣಿಯನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಇದರ ಉದ್ದೇಶವಾಗಿದೆ. ಅಂತಹ ಸಂಪರ್ಕವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ಮೊದಲ ಆಟಗಾರನು ಆಟವನ್ನು ಗೆಲ್ಲುತ್ತಾನೆ.

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳು ಎರಡು ಸಂಭಾವ್ಯ ಆಟದ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತವೆ, ಅಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯದರಲ್ಲಿ **x** ಗುರುತು ಗೆಲ್ಲುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಬೋರ್ಡ್‌ನಲ್ಲಿ ● ಗುರುತು ಗೆಲ್ಲುತ್ತದೆ.

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಖಾಲಿ ಬೋರ್ಡ್ ಇದೆ. ನೀವು ಪ್ರತಿ ಸುತ್ತನ್ನು ಆಡಲು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಹೊಸ ಸುತ್ತನ್ನು ಆಡಲು ಗುರುತುಗಳನ್ನು ಅಳಿಸಬಹುದು.



NOT TO BE REPUBLISHED



13 ಬೀಜಗಣಿತ ಆಟ

Y9T8X9

13.1 ಬೀಜಗಣಿತ ಆಟ

ಕಳೆದ ಎರಡು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ, ನಾವು ವಿಭಿನ್ನ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಮಾದರಿಗೊಳಿಸಲು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದೇವೆ. ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಪರಿಹರಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅವ್ಯಕ್ತ ಅಕ್ಷರ–ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ ಬೀಜಗಣಿತದೊಂದಿಗೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಆನಂದಿಸೋಣ. ನಾವು ತಂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಒಗಟುಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಣೆ ಮಾಡುತ್ತಾ ಇವು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಹೇಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸೋಣ. ಇತರರನ್ನು ರಂಜಿಸಲು ಹೊಸ ತಂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಒಗಟುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಸಹ ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

13.2 'ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ' ತಂತ್ರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸುವುದು.

7ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ, ನಾವು 'ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ' ತಂತ್ರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ.

1. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ.
2. ಅದನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಿ.
3. ನಾಲ್ಕು ಸೇರಿಸಿ.
4. ಎರಡರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.
5. ನೀವು ಯೋಚಿಸಿದ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.

? ನೀವು 2ನ್ನು ಹೇಗೆ ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ ಎಂದು ನಾನು ಊಹಿಸುತ್ತೇನೆ. ನಾನು ಸರಿಯೇ? ವಿಭಿನ್ನ ಆರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನೀವು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದೇ ಬೆಲೆ 2 ರೊಂದಿಗೆ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತೀರಾ? ಏಕೆ?

ಬೀಜಗಣಿತದ ಮೂಲಕ ನಾವು ಅಂತಹ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು ಎಂದು ಅರಿತಿದ್ದೇವೆ.

1. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ: x
2. ಅದನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಿ: $2x$
3. ಅದಕ್ಕೆ ನಾಲ್ಕು ಸೇರಿಸಿ: $2x+4$
4. ಅದನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ: $x+2$
5. ನೀವು ಯೋಚಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ: $x+2-x=2$

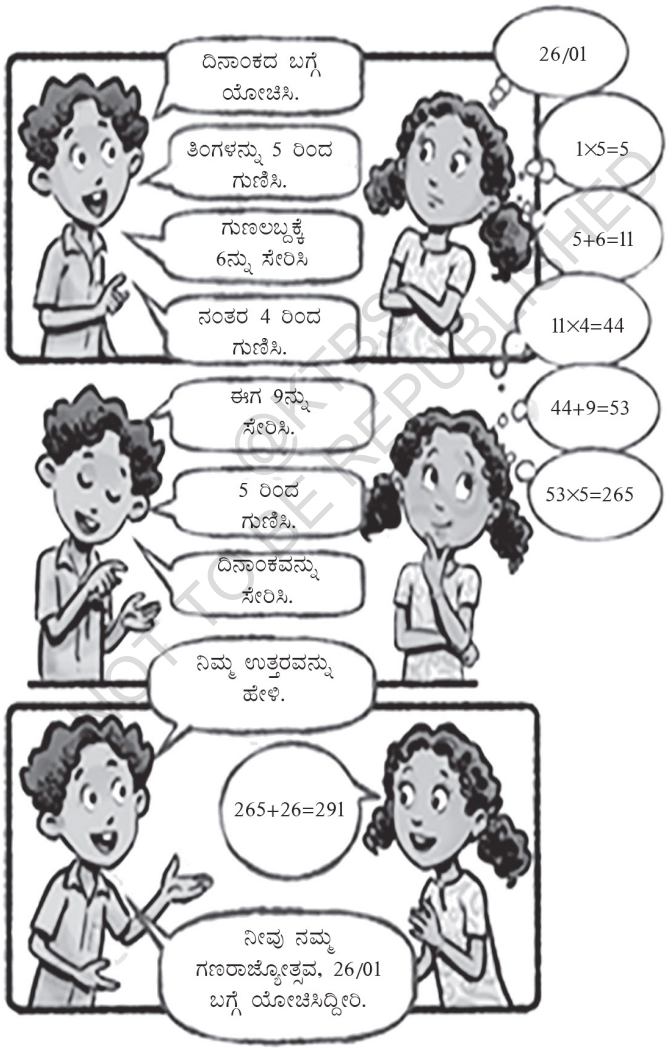
ಆದುದರಿಂದ, ಆರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಏನೇ ಇರಲಿ, ಅಂತಿಮ ಫಲಿತಾಂಶವು ಯಾವಾಗಲೂ 2 ಆಗಿರುತ್ತದೆ !

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ನೀವು ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರ 3 ಪಡೆಯಲು ಈ ಆಟವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಯಿಸುತ್ತೀರಿ? ಅಲ್ಲದೆ 5ನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು ಹೇಗೆ?

? ನೀವು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದೇ ಅಂತಿಮ ಬೆಲೆಗೆ ಕಾರಣವಾಗುವ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಕೀರ್ಣವಾದ ಹಂತಗಳನ್ನು ಯೋಚಿಸಬಹುದೇ?

ಈಗ ನಾವು ಈ ರೀತಿಯ ವಿಭಿನ್ನ ತಂತ್ರವನ್ನು ನೋಡೋಣ.



? ಮುಕ್ತಳು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದ ದಿನಾಂಕವನ್ನು ಶುಭಮ್ ಹೇಗೆ ಕಂಡುಕೊಂಡನು?

- ತಿಂಗಳು M ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ದಿನ D ಆಗಿರಲಿ.

- M ಅನ್ನು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ: 5M
- 6ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ: 5M + 6
- 4 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ: 20M + 24
- 9 ಅನ್ನು ಸೇರಿಸಿ: 20M + 33
- 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ: 100M + 165
- ದಿನಾಂಕವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ: 100M + 165 + D

ಮುಕ್ತಳ ಉತ್ತರ 291 ಆಗಿತ್ತು.

- 291 = 100M + 165 + D
- 291 – 165 = 100M + D
- 126 = 100M + D

Dಯು ಒಂದು ತಿಂಗಳೊಳಗೆ ಒಂದು ದಿನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅದು ಬಹುತೇಕ 31 ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇದಕ್ಕೆ ಕೇವಲ 2 ಅಂಕಿಗಳ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಕೊನೆಯ 2 ಅಂಕಿಗಳು D ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಮೊದಲು ಬರುವುದು M. ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, M ಯು 1 ಮತ್ತು Dಯು 26, ಅಂದರೆ, ಜನವರಿ 26.

? ಮುಕ್ತಳು ಮತ್ತೊಂದು ದಿನಾಂಕವನ್ನು ಯೋಚಿಸುತ್ತಾಳೆ, ಇದೇ ಹಂತಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತಾಳೆ ಮತ್ತು ತನ್ನ ಉತ್ತರವನ್ನು 1390 ಎಂದು ತಿಳಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಈ ಬಾರಿ ಮುಕ್ತಳು ಯಾವ ದಿನಾಂಕದಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದಳು?

- 1390 ರಿಂದ 165 ಅನ್ನು ಕಳೆಯುವುದರಿಂದ ನಮಗೆ 1225 ಸಿಗುತ್ತದೆ.
- ಇದರರ್ಥ ಅವಳು ಯೋಚಿಸಿದ ದಿನಾಂಕ ಡಿಸೆಂಬರ್ 25 ಎಂದು ಅರ್ಥ.

? ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿದ್ದರೆ ದಿನಾಂಕಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಿ.

(i) 1269

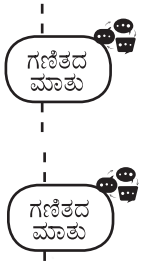
(ii) 394

(iii) 296

ನೀವು ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರೊಂದಿಗೆ ಈ ತಂತ್ರವನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು. ಅವರ ಜನ್ಮದಿನದ ಪ್ರಾರಂಭದ ದಿನಾಂಕವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಲು ಅವರನ್ನು ಕೇಳಿ.

? ಈ ತಂತ್ರದಲ್ಲಿನ ಹಂತಗಳನ್ನು ನೀವು ಬದಲಾಯಿಸಬಹುದೇ ಮತ್ತು ಇದರಿಂದ ಮೂಲ ದಿನಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದೇ? ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರದಿಂದ 165 ಅನ್ನು ಕಳೆಯುವ ಬದಲು, ನೀವು ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕಾಗಬಹುದು.

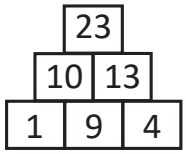
? ನಿಮ್ಮದೇ ಆದ 'ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ' ತಂತ್ರವನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.



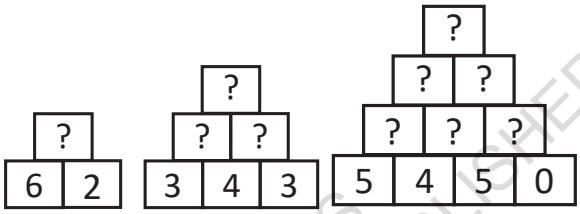
©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

13.3 ಸಂಖ್ಯಾ ಪಿರಮಿಡ್‌ಗಳು

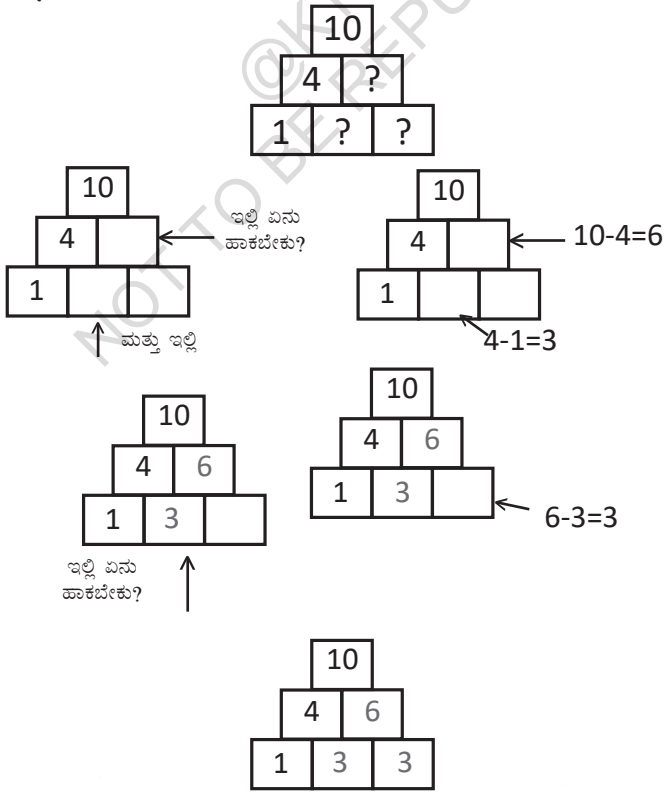
ಒಂದು ಸಂಖ್ಯಾ ಪಿರಮಿಡ್‌ನಲ್ಲಿ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅದರ ಕೆಳಗೆ ನೇರವಾಗಿ ಇರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ (ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿ).



? ಈ ಪಿರಮಿಡ್‌ಗಳನ್ನು ತುಂಬಲು ಮೇಲಿನ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಿ.

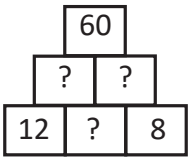


? ಈ ಪಿರಮಿಡ್ ಅನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ತುಂಬುತ್ತೇವೆ?

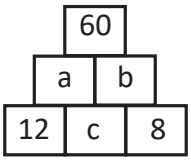


©KABS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಈ ಪಿರಮಿಡ್‌ನಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಭರ್ತಿ ಮಾಡಬೇಕು? ನಾವು ಎಲ್ಲಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಬೇಕು?



ಖಾಲಿ ಜಾಗದಲ್ಲಿ ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ತುಂಬೋಣ



ಪಿರಮಿಡ್‌ಗಳನ್ನು ತುಂಬುವ ನಿಯಮಗಳಿಂದ, ನಾವು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ:

- a + b = 60
- 12 + c = a
- c + 8 = b

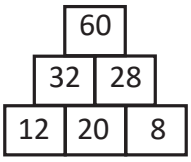
ಇದರಿಂದ ನಮಗೆ ತಿಳಿಯುವುದೇನೆಂದರೆ,

- (12+c) + (c+8) = a+b=60

ಆದುದರಿಂದ,

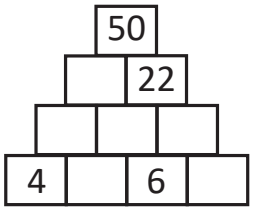
- 20+2c = 60
- 2c = 60 - 20 = 40
- c = 20

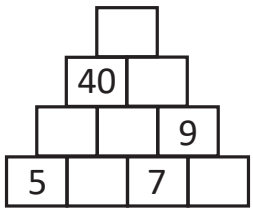
ನಮಗೆ 'c'ನ ಬೆಲೆ ತಿಳಿದ ನಂತರ, a ಮತ್ತು bಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು, ಆ ನಂತರ ಪಿರಮಿಡ್‌ನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಬಹುದು.

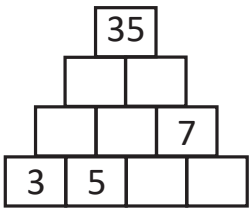


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

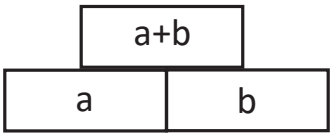
? ಕೆಳಗಿನ ಪಿರಮಿಡ್‌ಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ:



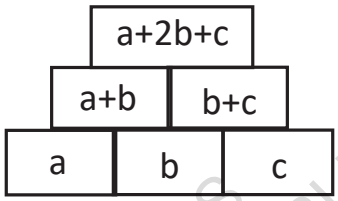




? ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅದರ ಮೇಲಿನ (ಬಾಕ್ಸ್) ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು? ಈಗ ಸರಳವಾದ ಪಿರಮಿಡ್‌ನಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸೋಣ.



? ಮೂರು ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪಿರಮಿಡ್ ಹೇಗಿರುತ್ತದೆ?
ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿಗೆ ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ನಾವು ಮೇಲಿನ ಸಾಲಿಗೆ ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು.



? **ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

1. ಸಂಪೂರ್ಣ ಪಿರಮಿಡ್ ಅನ್ನು ರಚಿಸದೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4	13	8

7	11	3

10	14	25

2. ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಬೆಲೆಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ 4 ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪಿರಮಿಡ್‌ನ ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲಿನ ಸಾಲಿಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಬರೆಯಿರಿ.

3. ಸಂಪೂರ್ಣ ಪಿರಮಿಡ್ ಅನ್ನು ರಚಿಸದೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8	19	21	13

7	18	19	6

9	7	5	11

ವಿರಹಾಂಕಾ–ಫಿಬೊನಾಚಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿನ್ಯಾಸ 1, 2, 3, 5, ... ಅನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ, ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ.

4. ಮೊದಲ ಮೂರು ವಿರಹಾಂಕಾ–ಫಿಬೊನಾಚಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮೂರು ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪಿರಮಿಡ್‌ನ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾಗಿದ್ದರೆ, ಉಳಿದ ಪಿರಮಿಡ್ ಅನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ. ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ? ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು? ಅವೆಲ್ಲವೂ ವಿರಹಾಂಕಾ–ಫಿಬೊನಾಚಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ?

5. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಪಿರಮಿಡ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?
   (i) ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ವಿರಹಾಂಕಾ–ಫಿಬೊನಾಚಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 4 ಸಾಲು ಪಿರಮಿಡ್‌ನ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ.

© KSEEB NOT TO BE REPUBLISHED

(ii) ಮೊದಲ 29 ವಿರಹಾಂಕಾ–ಫಿಬೊನಾಚಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 29 ಸಾಲು ಪಿರಮಿಡ್‌ನ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ.

6. n ಸಾಲು ಪಿರಮಿಡ್‌ನ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮೊದಲ n ವಿರಹಾಂಕ–ಫಿಬೊನಾಚಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿದ್ದರೆ, ಪಿರಮಿಡ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು? ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

13.4 ಗ್ರಿಡ್‌ಗಳೊಂದಿಗೆ ಮೋಜು

ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್ ಮ್ಯಾಜಿಕ್

ಒಂದು ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್‌ನ ಒಂದು ಪುಟವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತ ಈ ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್‌ನಿಂದ 2×2 ಗ್ರಿಡ್ ಅನ್ನು ಆರಿಸುತ್ತಾನೆ, ಈ ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿರುವ 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ಮೊತ್ತವನ್ನು ನಿಮಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾನೆ.

ಆಗಸ್ಟ್ 2025

ಭಾನು	ಸೋಮ	ಮಂಗಳ	ಬುಧ	ಗುರು	ಶುಕ್ರ	ಶನಿ
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

6	7
13	14

$6 + 7 + 13 + 14 = 40$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಈ ಮೊತ್ತವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿರುವ 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ? ನಾವು ಈಗ ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸೋಣ. 2×2 ಗ್ರಿಡ್‌ಅನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. aಯು ಮೇಲಿನ ಎಡಭಾಗದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಿ. ಅವ್ಯಕ್ತ ಪದ a ಇರುವಂತೆ ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದೇ?

a	a+1
a+7	a+8

ಎಲ್ಲಾ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ, ಮೊತ್ತವು $a + (a + 1) + (a + 7) + (a + 8) = 4a + 16$.

? ನಿಮಗೆ ಹೇಳಲಾದ ಮೊತ್ತವು 36 ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿರುವ 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

- $4a + 16 = 36$
- $4a = 20$ (ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಂದ 16 ಅನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು)
- $a = 5$ (ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು)

ಈಗ ನಾವು a ಯನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ, ಇತರ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು a+1, a+7 ಮತ್ತು a+8 ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ, ಗ್ರಿಡ್ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರಬೇಕು:

5	6
12	13

? ನಿಮ್ಮ ಸ್ವಂತ ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್ ತಂತ್ರ (ಟ್ರಿಕ್) ಅನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ವಿಭಿನ್ನ ಗಾತ್ರ ಮತ್ತು ಆಕಾರದ ಗ್ರಿಡ್ ಅನ್ನು ಆರಿಸಿ.



ಆಗಸ್ಟ್ 2025

ಭಾನು	ಸೋಮ	ಮಂಗಳ	ಬುಧ	ಗುರು	ಶುಕ್ರ	ಶನಿ
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

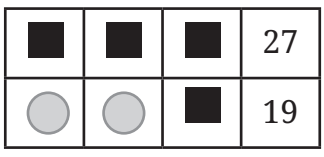


2	3	4	5	6	7	8	9	10
12	13	14	15	16	17	18	19	20
22	23	24	25	26	27	28	29	30
32	33	34	35	36	37	38	39	40
42	43	44	45	46	47	48	49	50

© KSEEB NOT TO BE REPUBLISHED

ಬೀಜಗಣಿತದ ಗ್ರಿಡ್‌ಗಳು (Grids)

ಕೆಳಗಿನ ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿ, ಆಕಾರಗಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ, ಕೊನೆಯ ಕಂಬಸಾಲು (ಕಾಲಮ್) ಅದರ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ. ಆಕಾರಗಳ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ?



■ + ■ + ■ = 27

ಅಂದರೆ, ■ = 9

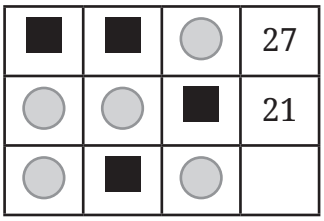
ಈಗ, ● + ● + ■ = 19

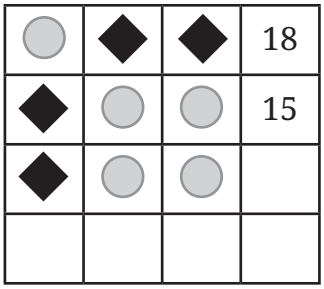
● + ● + 9 = 19

2 × ● + 9 = 19

● = 5

? ಕೆಳಗಿನ ಗ್ರಿಡ್‌ಗಳಲ್ಲಿ, ವಿವಿಧ ಆಕಾರಗಳ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಖಾಲಿ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ.





13.5 ಗರಿಷ್ಠ ಗುಣಲಬ್ಧ

? □□ × □ ನಲ್ಲಿ 2, 3, ಮತ್ತು 5 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ, ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಒಮ್ಮೆ ಬಳಸಿ. ಇದರಿಂದ ಪಡೆಯಬಹುದಾದ ಗರಿಷ್ಠ ಗುಣಲಬ್ಧ ಎಷ್ಟು?

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವ್ಯವಸ್ಥಿತವಾಗಿ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ತುಂಬಲು ಆರು ಮಾರ್ಗಗಳಿವೆ:

- ನಾವು ಮೊದಲ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು 2, 3 ಅಥವಾ 5 ನೊಂದಿಗೆ ತುಂಬಬಹುದು.
- ಈ ಆಯ್ಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ, ಉಳಿದ 2 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ತುಂಬಲು ನಮಗೆ 2 ಮಾರ್ಗಗಳಿವೆ.
- ಆರು ಆಯ್ಕೆಗಳು 23×5, 25×3, 32×5, 35×2, 52×3, 53×2.

? ಈ ಆರು ಆಯ್ಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು?

ಗುಣಕವು ಒಂದೇ ಆಗಿರುವ ಹಾಗೆ ನಾವು ಅವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಯಾಗಿ ಗುಂಪು ಮಾಡಬಹುದು.

- 35×2 ಮತ್ತು 53×2
- 25×3 ಮತ್ತು 52×3
- 23×5 ಮತ್ತು 32×5

ಪ್ರತಿ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿ, ದೊಡ್ಡ ಗುಣ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು ಆದುದರಿಂದ ನಾವು ಈ ಮೂರು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಹೋಲಿಕೆಯನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಬಹುದು.

- 53×2
- 52×3
- 32×5
- 52×3 ಯು 53×2 ಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿದೆ, ಆದುದರಿಂದ ನಾವು 52×3 ಮತ್ತು 32×5 ಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೋಲಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈಗ ಇವುಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸೋಣ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

- $32 \times 5 = (3 \times 10 \times 5) + (2 \times 5)$
- $52 \times 3 = (5 \times 10 \times 3) + (2 \times 3)$

ಎರಡೂ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿನ ಮೊದಲ ಪದಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ. ಎರಡನೇ ಪದ 32×5 ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ನಾವು 2, 3 ಮತ್ತು 5 ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ರಚಿಸಬಹುದಾದ ಆರು ಸಂಭಾವ್ಯ ಗುಣಲಬ್ದಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ.

(?) ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, ನಾವು ಗುಣಕವಾಗಿ ದೊಡ್ಡ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದೇವೆ. ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಇತರ ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ ಹಾಗೆಯೇ ಆಗುತ್ತದೆಯೇ? ಈಗ ನಾವು ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

p, q, ಮತ್ತು r ಗಳು ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳಾಗಿದ್ದರೆ $p < q < r$ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ.

ಮೊದಲಿನಂತೆ, ನಮಗೆ ಆರು ಸಂಭಾವ್ಯ ಗುಣಲಬ್ದಗಳು ಲಭ್ಯವಿದ್ದು, ಅವುಗಳನ್ನು ಗುಣಕದಿಂದ ಗುಂಪು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ:

- $qr \times p$, $rq \times p$
- $pr \times q$, $rp \times q$
- $pq \times r$, $qp \times r$

ಪ್ರತಿ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿ, ಗರಿಷ್ಠ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಗುಣ್ಯವು ಗರಿಷ್ಠ ಗುಣಲಬ್ದವನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ನಾವು ಹೋಲಿಸಲು ಈಗ ಮೂರು ಗುಣಲಬ್ದಗಳು ಮಾತ್ರ ಇವೆ:

- $rq \times p$
- $rp \times q$
- $qp \times r$

$q > p$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, $rp \times q$ ಯು $rq \times p$ ಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಾಣಬಹುದು. ನಮಗೆ ಇದು $qp \times r$ ಮತ್ತು $rp \times q$ ನಡುವಿನ ಹೋಲಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದರೆ,

- $qp \times r = (10 \times q \times r) + (p \times r)$
- $rp \times q = (10 \times r \times q) + (p \times q)$ ನಮಗೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ, ಮೊದಲ ಪದವು ಎರಡೂ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. $r > q$ ಆದುದರಿಂದ ಮೊದಲ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಎರಡನೇ ಪದವು ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಗರಿಷ್ಠ ಗುಣಲಬ್ದ $qp \times r$ ಆಗಿದೆ. ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕಿ ಗುಣಕವಾಗಿರಬೇಕು ಮತ್ತು ಇತರ ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸುವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬೇಕು ಎಂಬ ನಮ್ಮ ಹಿಂದಿನ ವೀಕ್ಷಣೆಗೆ ಇದು ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಗರಿಷ್ಠ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತೆ ☐☐ × ☐ ಈ ಬಾಕ್ಸ್‌ಗಳಲ್ಲಿ 1, 3 ಮತ್ತು 7 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ.
2. ಗರಿಷ್ಠ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತೆ ☐☐ × ☐ ಈ ಬಾಕ್ಸ್‌ಗಳಲ್ಲಿ 3, 5 ಮತ್ತು 9 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ.

13.6 ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಡಿಕೋಡಿಂಗ್ ತಂತ್ರ (Decoding Divisibility Tricks)

ಈಗ ಮುಕ್ತಳು ಶುಭಂಗೆ ಗಣಿತದ ಟ್ರಿಕ್ಕನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಸರದಿ.



? ನಾವು ಬೇರೆ 2–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ ಮತ್ತು ಸೂಚಿಸಿದ ಹಂತಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿದರೆ, ಯಾವಾಗಲೂ ಯಾವುದೇ ಶೇಷ ಉಳಿಯುವುದಿಲ್ಲವೇ?

ಮುಕ್ತಳ ತಂತ್ರ ಹೇಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

ಎರಡು–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ ab ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಅದನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ, ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆ ba ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

© ITBS NOT TO BE REPUBLISHED

- $b > a$ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ $ba > ab$. ಆದುದರಿಂದ, ವ್ಯತ್ಯಾಸವು

$(10b + a) - (10a + b)$

$= 10b - b - 10a + a$

$= 9b - 9a = 9 (b - a)$.

ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

(?) $a > b$ ಆಗಿದ್ದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೀವು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಬಲ್ಲಿರಾ?

? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಮೇಲೆ ನೀಡಲಾದ ತಂತ್ರದಲ್ಲಿ, ನೀವು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಏನಾಗಿರುತ್ತದೆ? ಈಗ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಉಂಟಾದ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ನಡುವೆ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವೇನು?

2. ಮೇಲೆ ನೀಡಲಾದ ತಂತ್ರದಲ್ಲಿ, ಎರಡು 2–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಬದಲು, ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಆಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಉದಾಹರಣೆಗೆ:

   - ನಾವು ಮೊದಲು 2 ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 31ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸಿದ (ಅಂಕಿಯ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲುಗೊಳಿಸಿ) ನಂತರ ನಮಗೆ 13 ಸಿಗುತ್ತದೆ. 31 ಮತ್ತು 13ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ, ಆಗ ನಮಗೆ 44 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

   - ನಾವು 2 ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 28ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸಿ (ಅದಲುಬದಲು)ದ ನಂತರ ನಮಗೆ 82 ಸಿಗುತ್ತದೆ. 28 ಮತ್ತು 82ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ, ನಮಗೆ 110 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

   - ನಾವು 2 ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 12ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ನಮಗೆ 21 ಬರುತ್ತದೆ. 12 ಮತ್ತು 21ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ, ಆಗ ನಮಗೆ 33 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

   ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ ನಿಜವಾಗಿರುತ್ತದೆಯೇ? ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಾವು ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಬಹುದೇ?

3. ಯಾವುದೇ 3–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, ಅದು abc $(100a + 10b + c)$ ಆಗಿರಲಿ. ಈ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಚಕ್ರಿಯವಾಗಿ ಇರುವಂತೆ ಉಳಿದ 3–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದಾಗ ಅವು bca ಮತ್ತು cab ಯಾಗುತ್ತವೆ. ಈಗ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ. ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ 37 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸಿ. ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆಯೇ?

   [ಸುಳಿಹು: 37 ರ ಕೆಲವು ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.]



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4. ಯಾವುದೇ 3–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, abc ಎಂದು ಹೇಳಿ. ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸುವ ಮೂಲಕ ಅದನ್ನು 6–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ, ಅದು abcabc. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 7 ರಿಂದ, ನಂತರ 11 ರಿಂದ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯದಾಗಿ 13 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ. ಆಗ ನಿಮಗೆ ಏನು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ? ಇದನ್ನು ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಇದು ಹೇಗೆ ಉಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ. [ಸುಳಿಹು: 7, 11 ಮತ್ತು 13 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ.]

5. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ದೇವಾಲಯದ ಸಂಕೀರ್ಣದ ಮುಂಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮಾಂತ್ರಿಕ ಕೊಳ ಇರುವ ಹಾಗೆ ಮೂರು ದೇವಾಲಯಗಳಿವೆ. ಯಾರಾದರೂ ಈ ಮಾಂತ್ರಿಕ ಕೊಳಗಳಲ್ಲಿ ಹೂವುಗಳನ್ನು ಅದ್ದಿದರೆ, ಹೂವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ಬಳಿ ಕೆಲವು ಹೂವುಗಳಿವೆ. ಅವನು ಅವೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಮೊದಲನೆ ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಅದ್ದಿ, ನಂತರ ಕೆಲವು ಹೂವುಗಳನ್ನು ದೇವಾಲಯ 1 ರಲ್ಲಿ ಇಡುತ್ತಾನೆ. ಮುಂದೆ, ಅವನು ಉಳಿದ ಹೂವುಗಳನ್ನು ಎರಡನೇ ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಅದ್ದಿ, ನಂತರ ಕೆಲವು ಹೂವುಗಳನ್ನು ದೇವಾಲಯ 2ರಲ್ಲಿ ಇರಿಸುತ್ತಾನೆ. ಕೊನೆಯದಾಗಿ ಉಳಿದ ಹೂವುಗಳನ್ನು ಮೂರನೇ ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಅದ್ದಿ ನಂತರ ಅವೆಲ್ಲವನ್ನೂ ದೇವಾಲಯ 3ರಲ್ಲಿ ಇರಿಸುತ್ತಾನೆ. ಪ್ರತಿ ದೇವಾಲಯದಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹೂವುಗಳನ್ನು ಇಟ್ಟರೆ, ಅವನು ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ ಹೊಂದಿರುವ ಹೂವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ? ಪ್ರತಿ ದೇವಾಲಯದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಹೂವುಗಳನ್ನು ಇರಿಸುತ್ತಾನೆ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

6. ಒಂದು ತೋಟದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಕುದುರೆಗಳು ಮತ್ತು ಕೋಳಿಗಳಿವೆ. ಈ ಪ್ರಾಣಿಗಳ ಒಟ್ಟು ತಲೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 55 ಮತ್ತು ಒಟ್ಟು ಕಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 150. ಹಾಗೆಯೇ ತೋಟದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕುದುರೆಗಳು ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಕೋಳಿಗಳಿವೆ? ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಲ್ಲದೆ ನೀವು ಇದನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಬಹುದೇ?

[ಸುಳಿಹು: ಎಲ್ಲಾ 55 ಪ್ರಾಣಿಗಳು ಕೋಳಿಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಎಷ್ಟು ಕಾಲುಗಳು ಇರುತ್ತವೆ? ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು 150 ರ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ನೀವು ಕುದುರೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?]



7. ಒಬ್ಬ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು ತನ್ನ ಮಗಳ ವಯಸ್ಸಿನ 5 ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. 6 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ, ತಾಯಿಯು ತನ್ನ ಮಗಳ ವಯಸ್ಸಿನ 3 ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾದರೆ, ಆಗ ಮಗಳ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟು?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

8. ಗೋಪಾಲಕರಾದ ಗೌರಿ ಮತ್ತು ನೈನಾ ಇಬ್ಬರು ಸ್ನೇಹಿತರು. ಒಂದು ದಿನ, ಅವರು ತಮ್ಮ ಹಸುಗಳೊಂದಿಗೆ ರಸ್ತೆಯಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತಾರೆ. ಗೌರಿ ನೈನಾಗೆ, "ನಿನ್ನ ಬಳಿ ನನ್ನ ಹಸುಗಳಿಗಿಂತ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಹಸುಗಳಿವೆ" ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ. ನೈನಾ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ, "ಅದು ನಿಜ, ಆದರೆ ನಾನು ನಿನಗೆ ನನ್ನ ಮೂರು ಹಸುಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ, ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹಸುಗಳು ಇರುತ್ತವೆ". ಹಾಗಾದರೆ ಗೌರಿ ಮತ್ತು ನೈನಾ ಅವರು ಹೊಂದಿರುವ ಹಸುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

9. ನಾನು ಒಂದು ಸಣ್ಣ ದೋಸೆ ಬಂಡಿ(ಗಾಡಿ)ಯನ್ನು ನಡೆಸುತ್ತೇನೆ ಮತ್ತು ನನ್ನ ವೆಚ್ಚಗಳು ಹೀಗಿವೆ:

- ದೋಸೆ ಬಂಡಿಯ ಬಾಡಿಗೆ ದಿನಕ್ಕೆ ₹5000.
- ಒಂದು ದೋಸೆಯನ್ನು (ಎಲ್ಲಾ ಪದಾರ್ಥಗಳು ಮತ್ತು ಇಂಧನವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ) ತಯಾರಿಸಲು ₹10 ವೆಚ್ಚ.

(i) ನಾನು ದಿನಕ್ಕೆ 100 ದೋಸೆಗಳನ್ನು ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿ ₹2000 ಲಾಭ ಗಳಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಒಂದು ದೋಸೆಯ ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟಿರಬೇಕು?

(ii) ನನ್ನ ಗ್ರಾಹಕರು ಒಂದು ದೋಸೆಗೆ ₹50 ಮಾತ್ರ ಪಾವತಿಸಲು ಸಿದ್ಧರಿದ್ದರೆ, ₹2000 ಲಾಭ ಗಳಿಸಲು ನಾನು ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೋಸೆಗಳನ್ನು ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವ ಗುರಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು?

10. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ವಿನ್ಯಾಸಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ.

$$\frac{1}{3}, \frac{(1+3)}{(5+7)}, \frac{(1+3+5)}{(7+9+11)}$$

ನೀವು ಏನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ? ಇದು ಏಕೆ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ವಿವರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?
[ಸುಳಿಹು: ಮೊದಲ n ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಬಗ್ಗೆ ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.]

11. **ಕರೀಮ್ ಮತ್ತು ಜಿನಿ**



ಕರೀಮ್ ಒಂದು ಮರದ ಕೆಳಗೆ ನಿದ್ದೆ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದ. ಅವನಿಗೆ ಒಂದು **ಮಾಂತ್ರಿಕ ದೀಪ** ಮತ್ತು ಜಿನಿ ಬಗ್ಗೆ ಕನಸು ಬಿತ್ತು. ಅವನಿಗೆ "ಓ ಗುರುವೇ, ನಾನು ನಿನ್ನ ಸೇವೆ ಮಾಡಲು ಬಂದಿದ್ದೇನೆ" ಎಂಬ ಧ್ವನಿ ಕೇಳಿಸಿತು. ಅವನಿಗೆ ಎಚ್ಚರವಾಗಿ ಆಶ್ಚರ್ಯವಾಯಿತು, ಅದು ಜಿನಿಯಾಗಿತ್ತು.

"ನೀವು ಹಣ ಸಂಪಾದಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತೀರಾ?" ಎಂದು ಜಿನಿ ಕೇಳಿತು.

ಕರೀಮ್ ದಿಗ್ಭ್ರಮೆಯಿಂದ ಮೂಕನಾಗಿ ತಲೆಯಾಡಿಸಿದ. ಜಿನಿ ಮುಂದುವರೆದನು, "ನೀವು ಅಲ್ಲಿರುವ ಆಲದ ಮರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ನೀವು ಮಾಡಬೇಕಾಗಿರುವುದು ಏನೆಂದರೆ ಅದರ ಸುತ್ತಲೂ ಒಮ್ಮೆ ಸುತ್ತುವುದು. ನಿಮ್ಮ ಜೇಬಿನಲ್ಲಿರುವ ಹಣ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ".

ಕರೀಮ್ ತಕ್ಷಣ ಮರದ ಕಡೆಗೆ ಹೋದನು, ಆದರೆ ಜಿನಿ ಅವನನ್ನು ನಿಲ್ಲಿಸಿದನು. "ಒಂದು ಕ್ಷಣ!", ಜಿನಿ ಹೇಳಿದನು."ನಾನು ನಿಮಗೆ ಅಪಾರ ಸಂಪತ್ತನ್ನು ತರುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ, ನೀವು

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ನಿಮ್ಮ ಗಳಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ನನ್ನೊಂದಿಗೆ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ನೀವು ಮರದ ಸುತ್ತಲೂ ಪ್ರತಿ ಬಾರಿ ಸುತ್ತಿದಾಗ ನನಗೆ 8 ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ನೀಡಬೇಕು."

ಅದು ಅಲ್ಪ ಮೊತ್ತ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ, ಕರೀಮ್ ತಕ್ಷಣ ಒಪ್ಪಿಕೊಂಡರು.

ಅವನು ಒಮ್ಮೆ ಮರದ ಸುತ್ತಲೂ ಹೋದನು. ಜಿನಿ ಹೇಳಿದಂತೆಯೇ, ಅವನ ಜೇಬಿನಲ್ಲಿದ್ದ ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ದ್ವಿಗುಣಗೊಂಡಿತು! ಅವನು ಜಿನಿಗೆ 8 ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟನು. ಅವನು ಇನ್ನೊಂದು ಸುತ್ತು ಸುತ್ತಿದನು. ಮತ್ತೆ ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ದ್ವಿಗುಣಗೊಂಡಿತು. ಅವನು ಜಿನಿಗೆ 8 ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟನು. ಅವನು ಮೂರನೇ ಬಾರಿಗೆ ಮರದ ಸುತ್ತಲೂ ಹೋದನು. ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತೆ ದ್ವಿಗುಣಗೊಂಡಿತು, ಆದರೆ ಅವನ ಬಳಿ ಜಿನಿಗೆ ನೀಡಬೇಕಾದ ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮನಾದ 8 ನಾಣ್ಯಗಳು ಮಾತ್ರ ಉಳಿದಿದ್ದರಿಂದ ಅವನು ಭಯಭೀತನಾದ. ಜಿನಿಯು ತನ್ನನ್ನು ಹೇಗೆ ಮೋಸಗೊಳಿಸಿತು ಎಂದು ಕರೀಮ್ ಯೋಚಿಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದಾಗ, ಜಿನಿ ಜೋರಾಗಿ ನಕ್ಕಿತು ಮತ್ತು ಕಣ್ಮರೆಯಾಯಿತು.

(i) ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಕರೀಮ್ ಎಷ್ಟು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದನು?

(ii) ಕರೀಮ್ ತನ್ನಲ್ಲಿರುವ ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಲು ಬಯಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿ ಸುತ್ತಿಗೆ ಎಷ್ಟು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ನೀಡಲು ಒಪ್ಪಂದಕ್ಕೆ ಒಪ್ಪಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

(iii) ತನ್ನ ಮಾಂತ್ರಿಕ ಶಕ್ತಿಗಳ ಮೂಲಕ, ಜಿನಿಯು ಕರೀಮ್ ಹೊಂದಿರುವ ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತಿಳಿದಿದ್ದನು. ಜಿನಿಯು ಕರೀಮ್‌ನ ಎಲ್ಲಾ ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಪ್ರತಿ ಸುತ್ತಿನಿಂದ ಅವನು ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ನಿಗದಿಪಡಿಸಬೇಕು?

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಾರಾಂಶ

- ಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಮತ್ತು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಬೀಜಗಣಿತವು ತುಂಬಾ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ. ಈ ಕಾರಣದಿಂದಾಗಿ, ಇದು ಗಣಿತ, ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಅದರಾಚೆಗಿನ ಬಹುತೇಕ ಎಲ್ಲಾ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ.
- ಬೀಜಗಣಿತವು ಗಣಿತದ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುವಲ್ಲಿ ಅನಿವಾರ್ಯ ಸಾಧನವಾಗಿದೆ.
- 'ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ' ತಂತ್ರಗಳು, ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪಿರಮಿಡ್‌ಗಳು, ಗ್ರಿಡ್‌ಗಳು, ಕೆಲವು ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಗರಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಲು ನೀಡಲಾದ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳು, ಭಾಗಾಕಾರದ ತಂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ವಿವಿಧ ಇತರ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಲು ನಾವು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದ್ದೇವೆ.

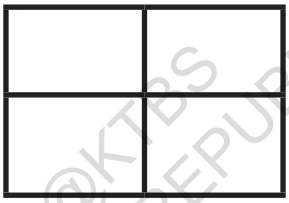
14 ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

B6F3M5

14.1 ಅಯತ ಮತ್ತು ಚೌಕಗಳು

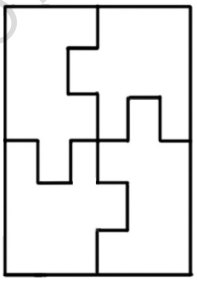
? ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ನೀವು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿರುವ 4 ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಎಷ್ಟು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು?

ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಅಂತಹ ಹಲವು ಮಾರ್ಗಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಬಹುದು! ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿಭಾಗವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ –



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ.



ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಒಂದು ಅಂಚಿನಲ್ಲಿ ಸಂಕುಚಿತಗೊಳಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಅಂಚಿನಲ್ಲಿ ಹಿಗ್ಗಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಸಂಕುಚಿತಗೊಳಿಸಿ ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗಲೂ ಸಹ 4 ಭಾಗಗಳು ಒಂದೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ!

? ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ 4 ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲು ವಿವಿಧ ಸೃಜನಶೀಲ ಮಾರ್ಗಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

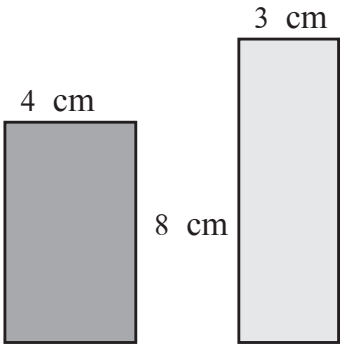


ನೀವು ರಂಗೋಲಿ ಕಲೆಯನ್ನು ನೋಡಿರಬಹುದು, ಇದರಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಆಕಾರಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಿಗೆ ರಂಗೋಲಿ ಪುಡಿಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಸುಂದರವಾಗಿ ಬಿಡಿಸಿರುತ್ತಾರೆ.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಸಮನಾಗಿ ಬಣ್ಣ ತುಂಬಿದರೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಆಯತಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚು ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಲು ರಂಗೋಲಿ ಪುಡಿ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?



ಇದನ್ನು ನಾವು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ವ್ಯಾಪಿಸದ ಏಕಮಾನ ಚೌಕಗಳನ್ನು (ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ 1 cm ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕಗಳು) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಯತಕ್ಕೆ ಪ್ಯಾಕ್ ಮಾಡಿ ಎಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ಉತ್ತರಿಸಬಹುದು.

ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ, 7 cm ಮತ್ತು 4 cm ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಆಯತವು $7 \times 4 = 28$ ಚದರ cm ಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು 8 cm ಮತ್ತು 3 cm ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಆಯತವು $8 \times 3 = 24$ ಚದರ cmಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, 7 cm ಮತ್ತು 4 cm ಬಾಹು–ಉದ್ದವಿರುವ ಆಯತಕ್ಕೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಲು ಹೆಚ್ಚಿನ ಪುಡಿ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

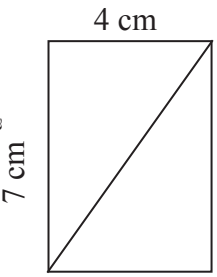
ನೀಡಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ ಏಕಮಾನ ಚೌಕಗಳನ್ನು (ಇದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೂ ಆಗಿರಬಹುದು) ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಅಳೆಯುತ್ತೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಒಂದು ಆಯತದಲ್ಲಿರುವ ಏಕಮಾನ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದಿಂದ ನೀಡಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.

ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಉದ್ದ × ಅಗಲ

ಹಿಂದಿನ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವಂತೆ ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 28 ಚದರ cm ಮತ್ತು 24 ಚದರ cm, ಅಥವಾ $28 cm^2$ ಮತ್ತು $24 cm^2$ ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ಈ ಆಯತದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?



ಒಂದು ಆಯತದ ಕರ್ಣವು ಅದನ್ನು ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಅಂದರೆ, ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಆಯತದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾಗಿದೆ.

ಏಕಮಾನ ಚೌಕಗಳ ಪರಿಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ, ಅರ್ಧದಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಏಕಮಾನ ಚೌಕಗಳ ಅರ್ಧದಷ್ಟರಿಂದ ತುಂಬುತ್ತದೆ.

ಆದುದರಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $\frac{1}{2} \times 7 \times 4 = 14 cm^2$ ಆಗಿದೆ.

ಸುತ್ತಳತೆಯು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅಳತೆಯಾಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವೇ?

? ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸಲು ನಾವು ಏಕಮಾನ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಏಕೆ ಎಣಿಸುತ್ತೇವೆ? ಒಂದು ಮೇಲ್ಮೈಯ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು, ಅಂದರೆ ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅಳತೆಯಾಗಿ ಬಳಸಬಹುದಲ್ಲವೇ?

? ಎರಡು ಮೇಲ್ಮೈಗಳು ಒಂದೇ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅವು ಒಂದೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ತೀರ್ಮಾನಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವೇ? ಅಥವಾ, ಒಂದು ಮೇಲ್ಮೈಯು ಮತ್ತೊಂದು ಮೇಲ್ಮೈಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅದು ಹೆಚ್ಚು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ತೀರ್ಮಾನಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವೇ?

ಒಂದು ಮೇಲ್ಮೈಯ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಕಾರಣವೆಂದರೆ ಮೇಲ್ಮೈಗಳು ಒಂದೇ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು ವಿಭಿನ್ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು ಮತ್ತು ಒಂದೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು ವಿಭಿನ್ನ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು. (ಪ್ರತಿಯಾಗಿ)

ನಾವು ಮೇಲ್ಮೈ 1 ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಮೈ 2 ಎಂಬ ಎರಡು ಮೇಲ್ಮೈಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೀತಿಯಂತೆ ಕಾಣಬಹುದು, ಅಂದರೆ

ಮೇಲ್ಮೈ 1ರ ಸುತ್ತಳತೆ > ಮೇಲ್ಮೈ 2ರ ಸುತ್ತಳತೆ, ಆದರೆ,
ಮೇಲ್ಮೈ 1ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ < ಮೇಲ್ಮೈ 2ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

? ಅಂತಹ ಮೇಲ್ಮೈಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳಾಗಿರುವ ಎರಡು ಆಯತಗಳನ್ನು ಹುಡುಕೋಣ. ಅಗತ್ಯವಿದ್ದರೆ, ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಗ್ರಿಡ್ ಪೇಪರ್ (ಪುಸ್ತಕದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ) ಬಳಸೋಣ.

? ಹೆಚ್ಚು ಸುತ್ತಳತೆ ಆದರೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಆಕಾರವಿರುವ ಮೇಲ್ಮೈಗಳು! ಈ ಗುಣ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಗೋಚರಿಸುವಂತೆ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ ಕೊಡಿ.

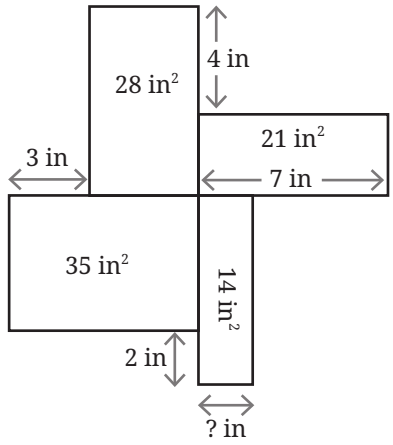


© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

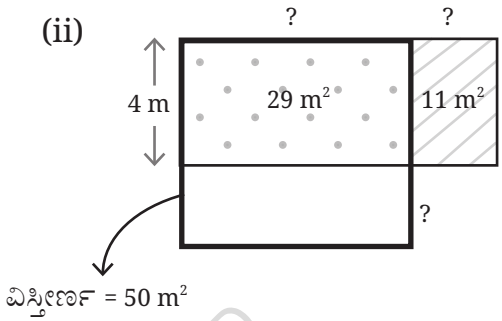
? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಅಳತೆ ನೀಡದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

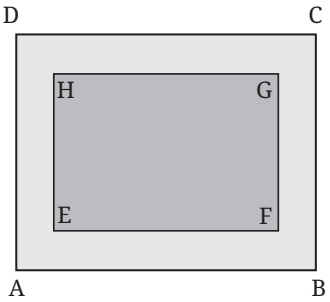
(i)



(ii)



2. ಚಿತ್ರವು EFGH ಎಂಬ ಆಯತಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವನದ ಸುತ್ತಲೂ ಹಾಕಲಾದ ಪಥವನ್ನು (ಮಬ್ಬಾದ ಭಾಗ) ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.



(i) ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಿಮಗೆ ಯಾವ ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ? ಅಳತೆ ಮಾಡಬೇಕಾದ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ನೀವು ಗುರುತಿಸಿದ ನಂತರ, ಈ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ನಿಮ್ಮ ಆಯ್ಕೆಯ ಸಂಭವನೀಯ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸಿ ಮತ್ತು ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನು ನೀಡಿ.

ಒಂದು ಸೂತ್ರದ ಉದಾಹರಣೆ – ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಉದ್ದ × ಅಗಲ.

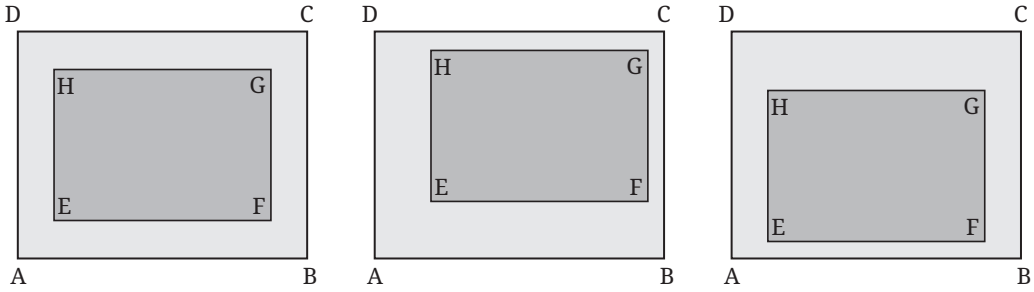
[**ಸುಳಿಹು:** EFGH, ಪಥ, ಮತ್ತು ABCD ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ನಡುವೆ ಸಂಬಂಧವಿದೆ.]

(ii) ಪ್ರತಿ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದಕ್ಕೂ (ಬದಿಯ) ಪಥದ ಅಗಲವನ್ನು ನೀಡಿದರೆ, ನೀವು ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ? ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ನಿಮಗೆ ಬೇರೆ ಯಾವ ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕು? ಈ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ನಿಮ್ಮ ಆಯ್ಕೆಯ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸಿ ಮತ್ತು ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಈ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನು ನೀಡಿ.

[**ಸುಳಿಹು:** ಪಥವನ್ನು ಆಯತಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿ.]

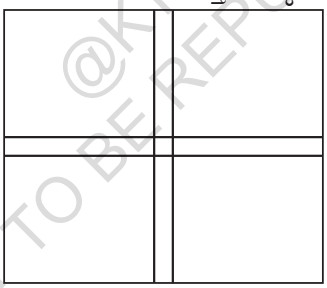
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(iii) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಒಳಗಿನ ಆಯತಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವನ EFGH ಅನ್ನು ಅದರೊಳಗೆ ಇರಿಸಿ ಹೊರಗಿನ ಆಯತವನ್ನು ಸರಿಸಿದಾಗ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆಯೇ?



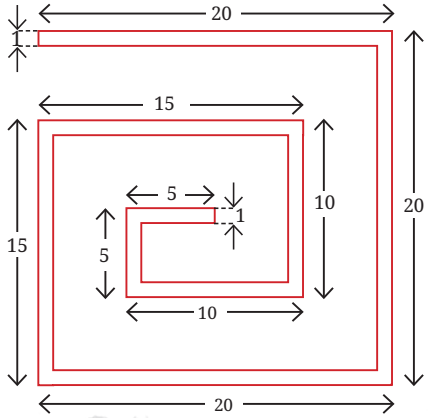
3. ಚಿತ್ರವು 14m ಮತ್ತು 12m ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಅಲ್ಲದೆ ಅಡ್ಡಪಥವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಅಡ್ಡಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಿಮಗೆ ಬೇರೆ ಯಾವ ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ? ಅಳತೆ ಮಾಡಬೇಕಾದ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ನೀವು ಗುರುತಿಸಿದ ನಂತರ, ನಿಮ್ಮ ಆಯ್ಕೆಯ ಕೆಲವು ಸಂಭಾವ್ಯ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸಿ ಮತ್ತು ಅಡ್ಡ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನೀವು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದ ಅಳತೆಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸೂತ್ರವನ್ನು ನೀಡಿ.



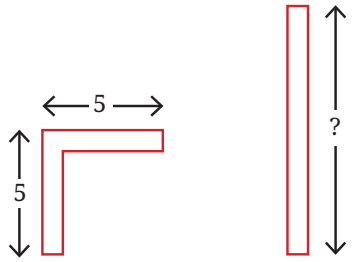


@KSEEB NOT TO BE REPUBLISHED

4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಸುರುಳಿಯಾಕಾರದ ಕೊಳವೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಕೊಳವೆಯ ಅಗಲವು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

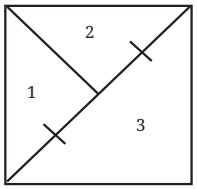


[**ಸುಳಿಹು:** ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ವಿಭಿನ್ನ ಮಾರ್ಗಗಳಿವೆ. ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿಧಾನವಿದೆ.]



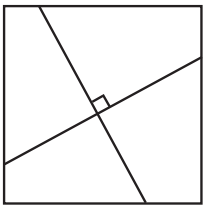
ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಗಿದ ಕೊಳವೆಯಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಬೇಕಾದರೆ ನೇರ ಕೊಳವೆಯ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟಿರಬೇಕು?

5. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಚೌಕದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಉದ್ದವು ದ್ವಿಗುಣಗೊಂಡರೆ, ಆಗ 1, 2 ಮತ್ತು 3ರ ಮೇಲ್ಮೈಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಹೆಚ್ಚಳ ಎಷ್ಟು? ಕಾರಣಗಳನ್ನು ನೀಡಿ.



6. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಚೌಕದೊಳಗೆ ಪರಸ್ಪರ ಎರಡು ಲಂಬವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವ ಮೂಲಕ 4 ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ.

ಒಳಗೆ ಒಂದು ರಂಧ್ರವಿರುವ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಈ ತುಣುಕುಗಳನ್ನು ಮರುಹೊಂದಿಸಿ.



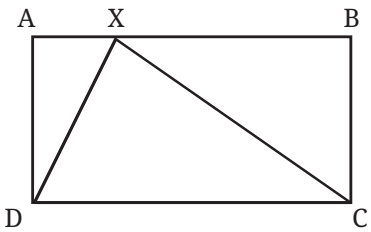
ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್, ದಪ್ಪ ಚಾರ್ಟ್ ಪೇಪರ್ ಅಥವಾ ಅಂತಹುದೇ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮೂಲಕ ನೀವು ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಲು ಯತ್ನಿಸಿ.

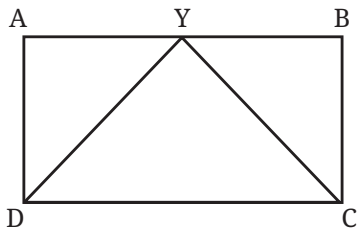


©KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

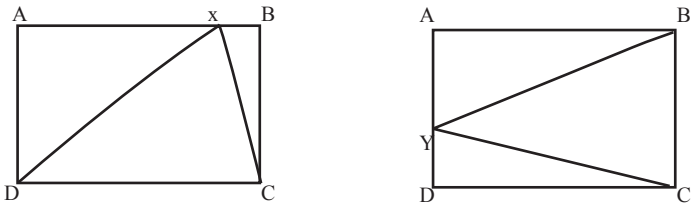
ತ್ರಿಭುಜಗಳು

? ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಎರಡೂ ಆಯತಗಳು ಸರ್ವಸಮಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ ΔXDC ಅಥವಾ ΔYDCಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ತ್ರಿಭುಜವು ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ?



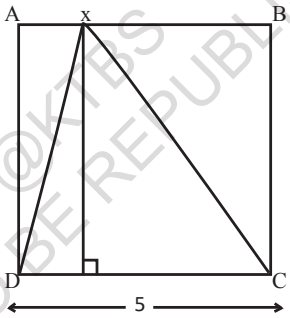


? ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ಆಯತಗಳು ಸರ್ವಸಮಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ΔXDC ಅಥವಾ ΔYBC ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ತ್ರಿಭುಜವು ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ?



ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, X ಮತ್ತು Y ಗಳಿಂದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಎಳೆಯುವುದರ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವು ABCD ಆಯತದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ.

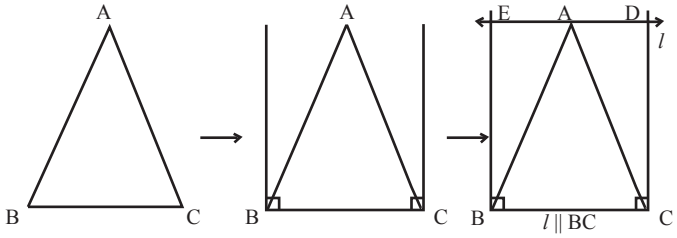
? ΔXDC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 14.1

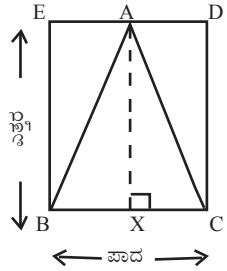
? ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಮಗೆ ಯಾವ ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?
ಚಿತ್ರ 14.1ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ ನಮಗೆ ಹೊರಗಿನ ಆಯತದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ.

? ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದಿಂದ ಹೊರಗಿನ ಆಯತವನ್ನು ಹೇಗೆ ಪಡೆಯುವುದು?



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

BCDE ಯು ಒಂದು ಆಯತ (ಹೇಗೆ?). ಅದರ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಪಾದ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

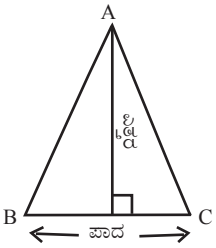


ಆಗ,

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \times$ ಪಾದ $\times$ ಎತ್ತರ

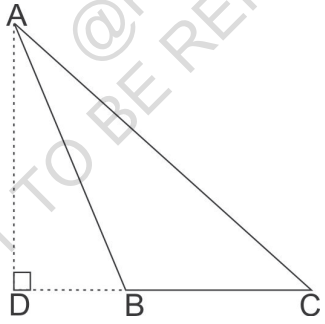
BXAE ಯು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ (ಹೇಗೆ?), ಆಯತದ ಎತ್ತರವು ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರದಷ್ಟೇ ಇರುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಪಾದಗಳು ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ, ನಾವು ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.



ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times$ ಪಾದ $\times$ಎತ್ತರ

? BCಯನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ನಾವು ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಧಕ್ಕೆ ಈ ಸೂತ್ರವು ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆಯೇ?



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ಅದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಒಂದು ವಿಧ ಇಲ್ಲಿದೆ. ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ΔADC ಮತ್ತು ΔADBಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ, ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಚಿತ್ರ 14.1ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಆಯತದಲ್ಲಿ ಅಡಕವಾಗಬಹುದು.

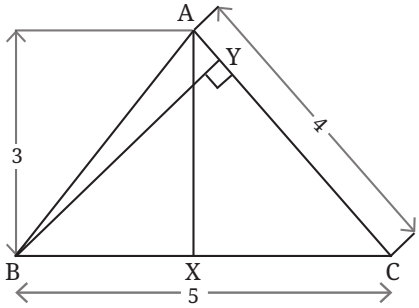
ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \times h \times DC - \frac{1}{2} \times h \times DB$

$= \frac{1}{2} \times h\,(DC - DB)$

$= \frac{1}{2} \times h \times BC$

ಹೀಗಾಗಿ, ಎಲ್ಲಾ ರೀತಿಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಗೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸೂತ್ರವು ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ.

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸೂತ್ರದ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು



? BY ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು BY ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \times AX \times BC = \frac{15}{2}$ ಚದರ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು.

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೀಗೂ ಬರೆಯಬಹುದು

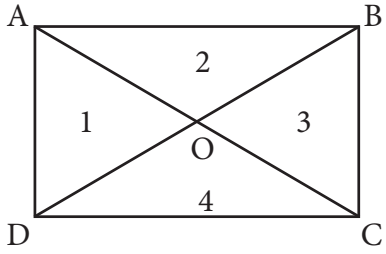
ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \times BY \times AC = \frac{1}{2} \times 4 \times BY = 2\,BY$

ಹಾಗಾಗಿ,

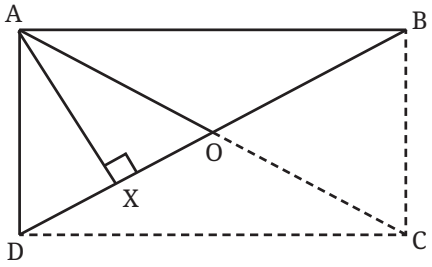
$$2\,BY = \frac{15}{2}$$

ಆದುದರಿಂದ, $BY = \frac{15}{4} = 3.75$ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು

? ಒಂದು ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವುದರಿಂದ ಪಡೆದ 4 ತ್ರಿಭುಜಗಳು (ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 1–4 ಮೇಲ್ಮೈಗಳು) ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆಯೇ?



ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ, 1–4 ತ್ರಿಭುಜಗಳು ನಾಲ್ಕು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲ. ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು, ನಾವು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾದ 1 ಮತ್ತು 2 ಪರಿಗಣಿಸೋಣ,



ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದರ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಪಾದವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುವುದರಿಂದ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತವಾದ ಎತ್ತರ–ಪಾದ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. OD ಮತ್ತು OBಗಳನ್ನು ಪಾದಗಳಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಎತ್ತರವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

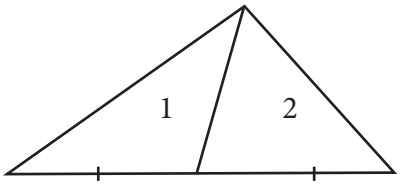
ಒಂದು ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುವುದರಿಂದ ನಮಗೆ $OB = OD$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ, 1 ಮತ್ತು 2 ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈ ರೀತಿ ಚರ್ಚಿಸುತ್ತಾ, ಎಲ್ಲಾ ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ತೋರಿಸಬಹುದು.

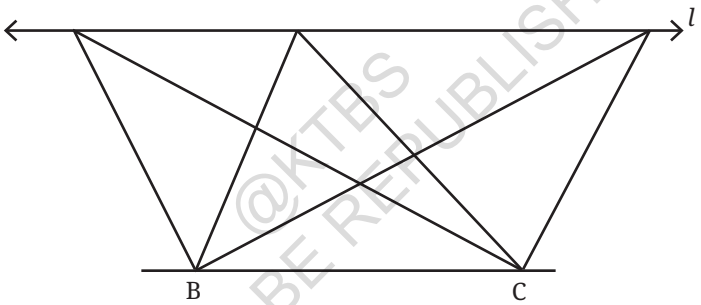
ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯಿಂದ, ನಾವು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಮಾನ್ಯ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡಬಹುದು.

ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಶೃಂಗದಿಂದ ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವಿನ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿಗೆ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ.



ತ್ರಿಭುಜ 1 ಮತ್ತು 2 ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಏಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಪಾದದ ಅಳತೆಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯ ಪಾದ ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳು



? ರೇಖೆ ℓ || BC ಆಗಿದೆ. BCಯನ್ನು ತಮ್ಮ ಪಾದವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮೂರನೇ ಶೃಂಗವು ℓನ ಮೇಲೆ ಎಲ್ಲಿಯಾದರೂ ಇರುವ ವಿಭಿನ್ನ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

(i) ಈ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಗರಿಷ್ಠ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಮತ್ತು ಯಾವುದು ಕನಿಷ್ಠ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ?

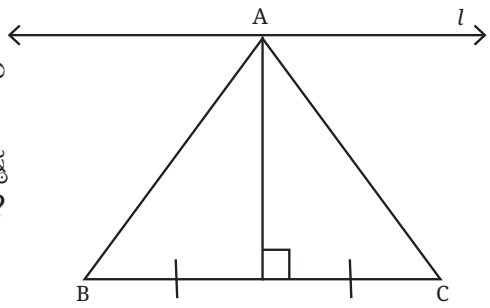
(ii) ಈ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಗರಿಷ್ಠ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಮತ್ತು ಯಾವುದು ಕನಿಷ್ಠ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ?

ಇಲ್ಲಿ, ಕನಿಷ್ಠ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಮಾತ್ರ ನಾವು ತೋರಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಇತರ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

BCಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮೂಲಕ ಕನಿಷ್ಠ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು ಎಂದು ಸೂಚಿಸಬಹುದು.

ಆದರೆ ಈ ತ್ರಿಭುಜವು ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಗಿಂತ ಕನಿಷ್ಠ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಗೆ ಸಮರ್ಥಿಸುತ್ತೇವೆ?

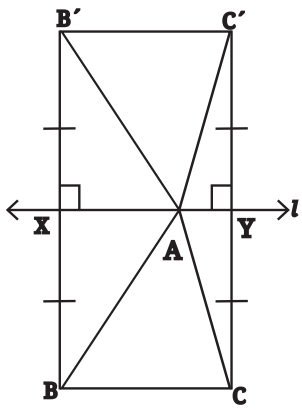


ಮೊದಲನೆಯದಾಗಿ, ಈ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ, BCಯು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಆದುದರಿಂದ, ಇತರ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

ℓ ರೇಖೆಯನ್ನು ದರ್ಪಣವಾಗಿ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ. ನಂತರ ನಾವು ಅದರ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ರೇಖೆಗಳ ಪ್ರತಿಬಿಂಬವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಸಮತಲ ದರ್ಪಣದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುವಾಗ, ನಾವು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾಗಿ ದರ್ಪಣದ ಹಿಂದಿನ ಚಿತ್ರದ ಅಂತರವು ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸುವ ವಸ್ತುವಿನ ಅಂತರಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ. ℓ ರೇಖೆಯ ಕೆಳಗೆ ಇರುವ ಬಿಂದುಗಳ ಪ್ರತಿಫಲನಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಲು ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

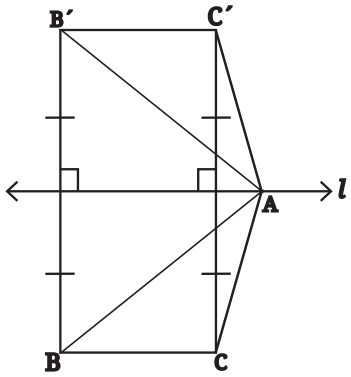
? AB ಮತ್ತು ಅದರ ಪ್ರತಿಬಿಂಬ AB′ ನ ಉದ್ದಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?



$\Delta AXB \cong \Delta AXB'$ ಆದುದರಿಂದ, $AB = AB'$.

ಅದೇ ರೀತಿ, $AC = AC'$.

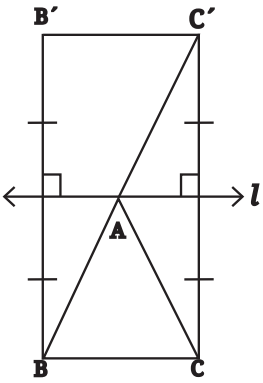
ಆದುದರಿಂದ, $B \rightarrow A \rightarrow C$ ದಲ್ಲಿನ ಪಥದ ಉದ್ದವು $B \rightarrow A \rightarrow C'$ ಪಥದ ಉದ್ದಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ.



A ಬಿಂದುವು ℓ ನ ಮೇಲೆ ಎಲ್ಲಿದ್ದರೂ ಸಹ ಇದು ನಿಜವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ಆದುದರಿಂದ, ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಪಥ B→A→C ನೀಡುವ ಬಿಂದು A ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು, ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಪಥ B→A→C′ ನೀಡುವ ಬಿಂದು A ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ.



ಆದರೆ ನಂತರದ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿದೆ. BC′ ನೇರ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ A ಅನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿ (ಗುರುತಿಸಿ). ಏಕೆಂದರೆ BC′ಯು B ಯಿಂದ C′ಗೆ ಇರುವ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರವಾಗಿದೆ.

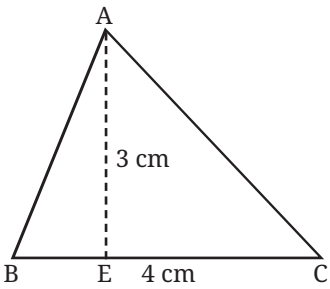
ಆದುದರಿಂದ, ΔABCಯು ಕನಿಷ್ಠ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

? Aಯು ಲಂಬಾರ್ಧಕ BC ಮೇಲೆ ಇದೆಯೇ ಎಂದು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ.

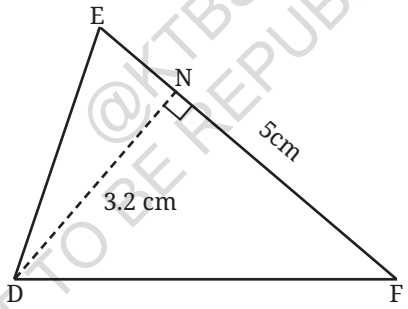


? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

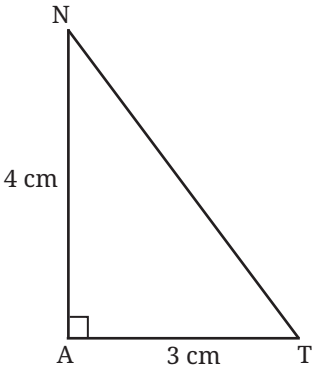
1. ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



(i)

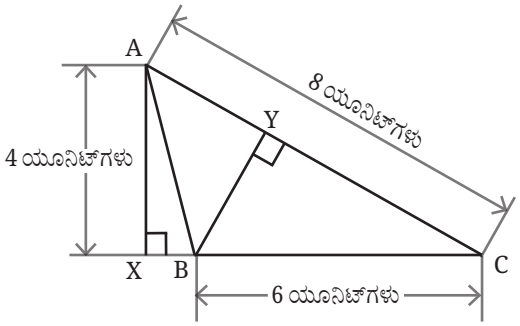


(ii)



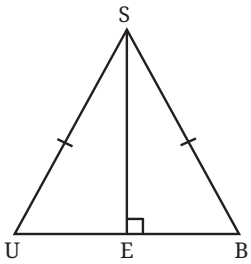
(iii)

2. BYನ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3. SUBಯು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ. SEಯು UBಗೆ ಲಂಬವಾಗಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು ΔSEBನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 24 ಚದರ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ΔSUBಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಯಜ್ಞವೇದಿಕೆ (ಬಲಿಪೀಠ)ಗಳ ನಿರ್ಮಾಣಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತೀಯ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪಠ್ಯಗಳಾದ ಶುಲ್ಬ–ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ವಿಷಯದ ಕುರಿತು ನಾವು ಅನೇಕ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಶುಲ್ಬ–ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿದಾಗ, ಅವು ನಿಖರವಾದ ನಿಗದಿತ ಆಕಾರ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು. ಇದು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಆಕಾರವನ್ನು ಅದೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಮತ್ತೊಂದು ಆಕಾರಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕಾದ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಕಾರಣವಾಗುತ್ತದೆ. ಶುಲ್ಬ–ಸೂತ್ರಗಳು ಅಂತಹ ಅನೇಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ.

ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಎಲಿಮೆಂಟ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿಯೂ ಸಹ ಅಂತಹ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮುಂದಿಡಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಪರಿಹರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ.

4. [ಶುಲ್ಬ–ಸೂತ್ರಗಳು] ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀಡಿ.

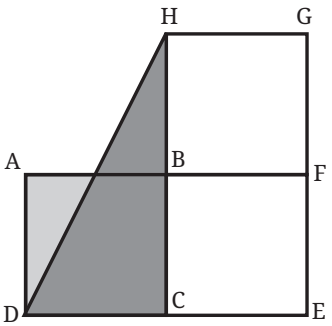
5. [ಶುಲ್ಬ–ಸೂತ್ರಗಳು] ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಆಯತವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀಡಿ.

6. ABCD, BCEF, ಮತ್ತು BFGH ಒಂದೇ ಅಳತೆಯ ಚೌಕಗಳಾಗಿವೆ.

   (i) ಕಡು ಬೂದುಬಣ್ಣ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 49 ಚದರ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ತಿಳಿ ಬೂದುಬಣ್ಣ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

   (ii) ಈ ಚಿತ್ರದ ಇನ್ನೊಂದು ರೂಪಾಂತರದಲ್ಲಿ ತಿಳಿ ಬೂದುಬಣ್ಣ ಮತ್ತು ಕಡು ಬೂದುಬಣ್ಣ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಿಂದ ಸುತ್ತುವರಿದ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 180 ಚದರ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಪ್ರತಿ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

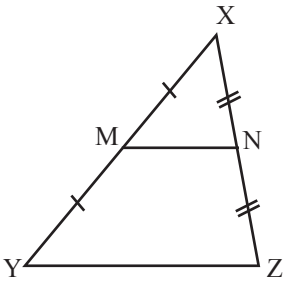




NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

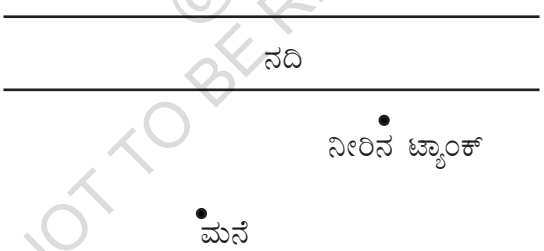
7. M ಮತ್ತು N ಗಳು XY ಮತ್ತು XZಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ΔXYZನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವು (ಭಿನ್ನರಾಶಿ) ΔXMNನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾಗಿದೆ?
[ಸುಳಿಹು: NY ಸೇರಿಸಿ].

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ



8. ಗೋಪಾಲ್ ನದಿಯಿಂದ ತನ್ನ ನೀರಿನ ಟ್ಯಾಂಕ್‌ಗೆ ನೀರನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹೋಗಬೇಕು. ಅವನು ತನ್ನ ಮನೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅವನು ತನ್ನ ಮನೆಯಿಂದ ನದಿಗೆ ಮತ್ತು ನಂತರ ನೀರಿನ ಟ್ಯಾಂಕ್‌ಗೆ ಹೋಗಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಕಡಿಮೆ ದೂರ ಯಾವುದು? ನಿಮ್ಮ ನೋಟ್‌ಬುಕ್‌ನಲ್ಲಿ ಸ್ಥೂಲವಾಗಿ ಕಚ್ಚಾ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಪುನಃ ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಕಡಿಮೆ ದೂರವನ್ನು ಪತ್ತೆ ಹಚ್ಚಿ.

ಗಣಿತದ ಮಾತು

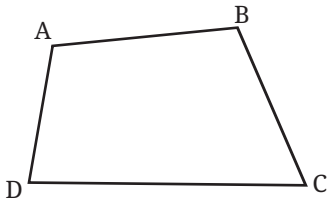


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

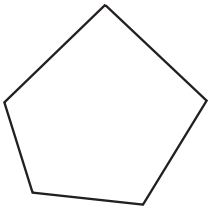
ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

? ಈ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

ಇದಕ್ಕೆ ನಮಗೆ ಯಾವ ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?
ನಾವು BD ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ, ಆಗ ಚತುರ್ಭುಜ ABCDಯು ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಜನೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಮೂಲಕ, ನಾವು ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.



? ನಾವು ಈ ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು?

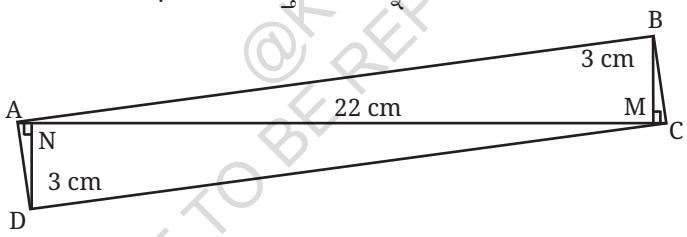


? ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದೇ?

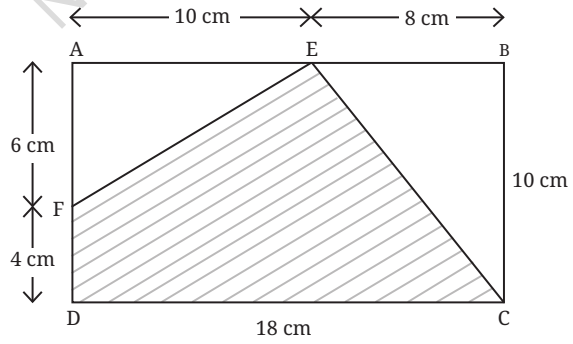
ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕೆಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವ ಮೂಲಕ, ನಾವು ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. AC = 22 cm, BM = 3 cm, DN = 3 cm, BMಯು ACಗೆ ಲಂಬವಾಗಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು DNಯು ACಗೆ ಲಂಬವಾಗಿದ್ದರೆ, ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



2. ABCD ಒಂದು ಆಯತವಾದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ (shaded) ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

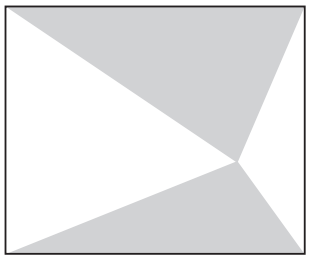


3. ನಿಯಮಿತ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಿಮಗೆ ಯಾವ ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

ಗಣಿತದ ಮಾತು

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4. ಆಯತದ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎಷ್ಟು (ಭಿನ್ನರಾಶಿ) ಭಾಗವು ಬೂದು ಬಣ್ಣದ ಭಾಗಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ?



ಗಣಿತದ ಮಾತು

5. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅರ್ಧ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಗಣಿತದ ಮಾತು

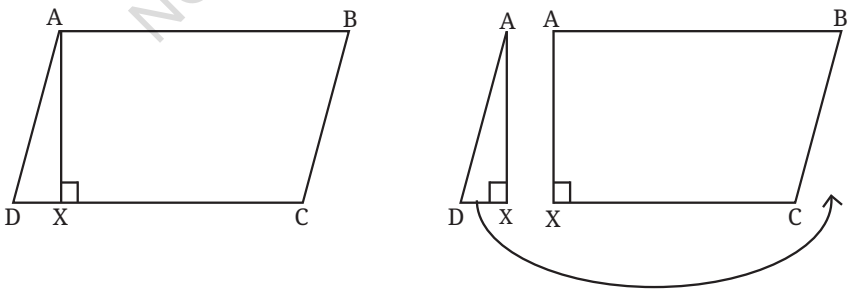
ಈಗ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಇವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ವಿಶೇಷ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸೋಣ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ

ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಆಯತವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ವಿಶೇಷ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

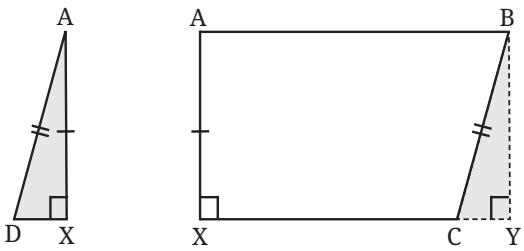
? ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಆಯತವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀಡಿ. ನೀವು ಇದನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕಟ್–ಪೇಟ್ ಬಳಸಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು.

CDಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ AX ಅನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಇದನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ $AX \perp CD$ ಎಂದು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ನಾವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ **ಎತ್ತರ** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ΔAXD ಮತ್ತು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABCX ಆಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿ.



? ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ΔAXD ಮತ್ತು ABCX ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ ಆಯತವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಇದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಒಂದು ಸರಳ ಮಾರ್ಗವೆಂದರೆ ABCX ಅನ್ನು ಒಂದು ಆಯತಕ್ಕೆ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಬಹುದಾದ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಮತ್ತು ನಂತರ ಈ ತ್ರಿಭುಜವು ΔAXDಗೆ ಸರ್ವಸಮವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



AB||XC ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle X = 90°$, $\angle A = 90°$ ಆಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನಮಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ಲಂಬಕೋನ ಬೇಕು (ನಾಲ್ಕನೇ ಕೋನ ಹೇಗೆ?) ಮೂರನೇ ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಪಡೆಯಲು, XC ಅನ್ನು ಬಲಕ್ಕೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಮತ್ತು ನಂತರ B ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ XC ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈಗ ΔBYC ಯು ABCX ಅನ್ನು ಒಂದು ಆಯತಕ್ಕೆ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ. ΔAXDಯು ΔBYCಗೆ ಸರ್ವಸಮವಾಗಿದೆಯೇ?

BY = AX (ABYX ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ)

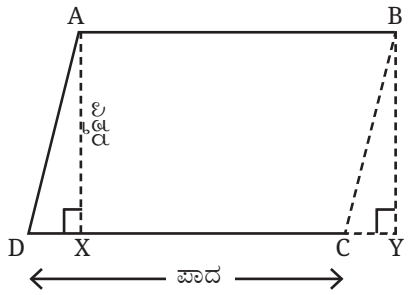
$\angle BYC = \angle AXD = 90°$

BC = AD (ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದರಿಂದ)

ಆದುದರಿಂದ, RHS ಸರ್ವಸಮಾನತೆಯ ನಿಬಂಧನೆಯ ಪ್ರಕಾರ, ΔBYC ≅ ΔAXD. ಹೀಗಾಗಿ, ΔAXDಯು ΔBYC ಆಕ್ರಮಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಮೇಲೆ ನಿಖರವಾಗಿ ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಆಯತವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಆಕೃತಿಯನ್ನು ತುಂಡುಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿ, ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ವಿಭಿನ್ನ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅವುಗಳನ್ನು ಮರುಜೋಡಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು **ಛೇದನ ವಿಧಾನ** (Dissection) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ?



ನಮಗೆ

ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=ABYX ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ.

ABYX ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = AX×XY

AX ಎಂಬುದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರ.

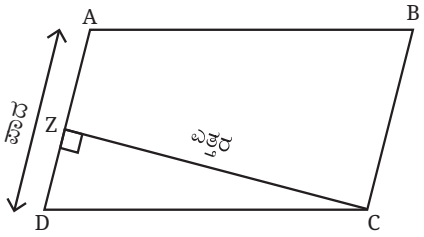
? XY ಮತ್ತು DC ನಡುವೆ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

DX=CY ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಸಾಮಾನ್ಯ ಭಾಗ XC ಯನ್ನು DX ಮತ್ತು CYಗೆ ಸೇರಿಸುವ ಮೂಲಕ ನಾವು DC=XY ಅನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಆದುದರಿಂದ DCಯು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾದವಾಗಿದೆ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಪಾದ × ಎತ್ತರ

? ಇನ್ನೊಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ಪಾದವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದಕ್ಕೆ ಅನುರೂಪವಾದ ಎತ್ತರದಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು, ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದೇ?

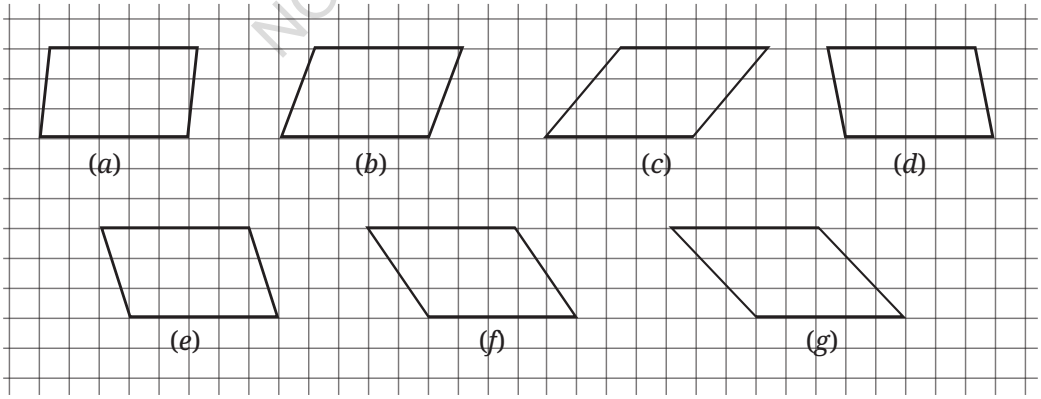


? ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ CZ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದ ನಂತರ ಅದನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಮರುಹೊಂದಿಸುವ ಮೂಲಕ ಅದನ್ನು ಆಯತವಾಗಿ ರೂಪಿಸಬಹುದೇ?

ಇದು ನಿಜಕ್ಕೂ ಸಾಧ್ಯ ಎಂದು ಕಾಣಬಹುದು, ಆದುದರಿಂದ ಯಾವುದೇ ಬಾಹು ಮತ್ತು ಆ ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

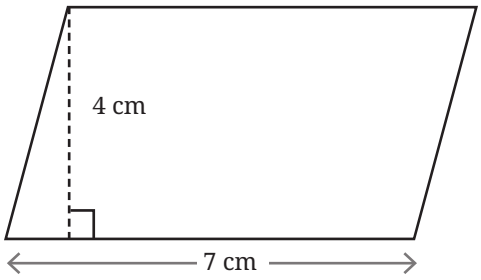
? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.
   (i) ನಾವು ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?
   (ii) ಅವುಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು? ಯಾವ ಆಕೃತಿಯು ಗರಿಷ್ಠ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಯಾವುದು ಕನಿಷ್ಠ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ?

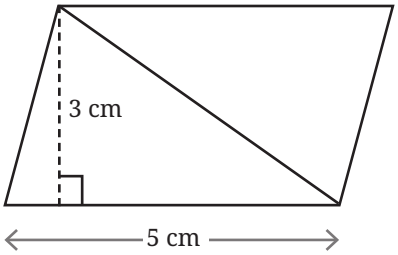


© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

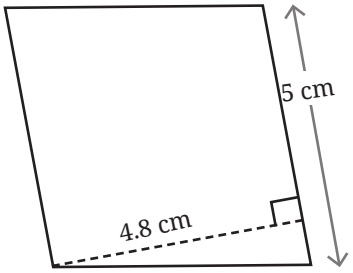
2. ಕೆಳಗಿನ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



(i)



(ii)



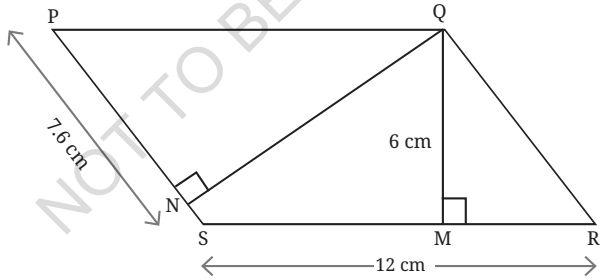
(iii)



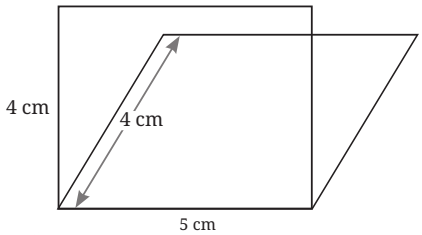
(iv)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3. QN ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



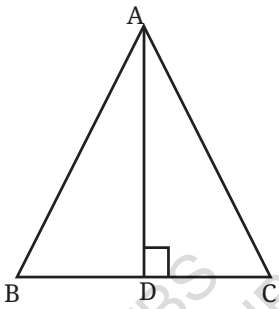
4. 5cm ಮತ್ತು 4cm ಸಮನಾದ ಬಾಹು ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಆಯತ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ: ಈಗ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಹೆಚ್ಚು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ?
[ಸುಳಿಹು: ಅವುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿದೆ ಎಂದು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.]



5. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ಪಡೆಯುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ. ನೀವು ಯೋಚಿಸಬಹುದಾದ ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳು ಯಾವುವು?

6. [ಶುಲ್ಬ–ಸೂತ್ರಗಳು] ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದಂತೆಯೇ ಅದೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಆಯತವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಒಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ರೂಪಿಸಿ.

7. [ಶುಲ್ಬ–ಸೂತ್ರಗಳು] ಸರಳ ರೀತಿ ಛೇದನದ ಮೂಲಕ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಆಯತವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು. ಅದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?



[**ಸುಳಿಹು:** ΔADB ಮತ್ತು ΔADC ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಆಯತದ ಅರ್ಧಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. ಆಯತವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಜೋಡಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ. [ಅಗತ್ಯವಿದ್ದರೆ ಕಟ್–ಔಟ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ.]

8. [ಶುಲ್ಬ–ಸೂತ್ರಗಳು] ಛೇದನದ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ಒಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀಡಿ.

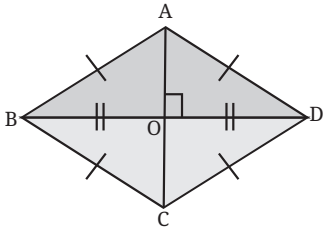
9. ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಅಥವಾ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಯ ಉದ್ದದ ಬಾಹುವಿರುವ ಚೌಕ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿದೆ? ಒಟ್ಟಾಗಿರುವ ಎರಡು ಅನುರೂಪ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಅಥವಾ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಯ ಉದ್ದದ ಚೌಕ – ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿದೆ? ಕಾರಣಗಳನ್ನು ನೀಡಿ.

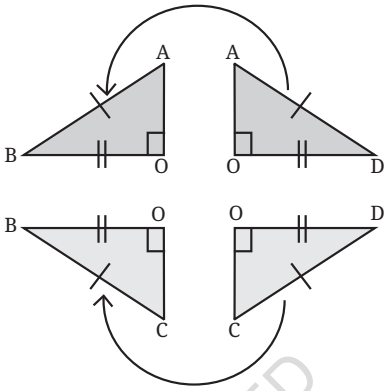
ವಜ್ರಾಕೃತಿ

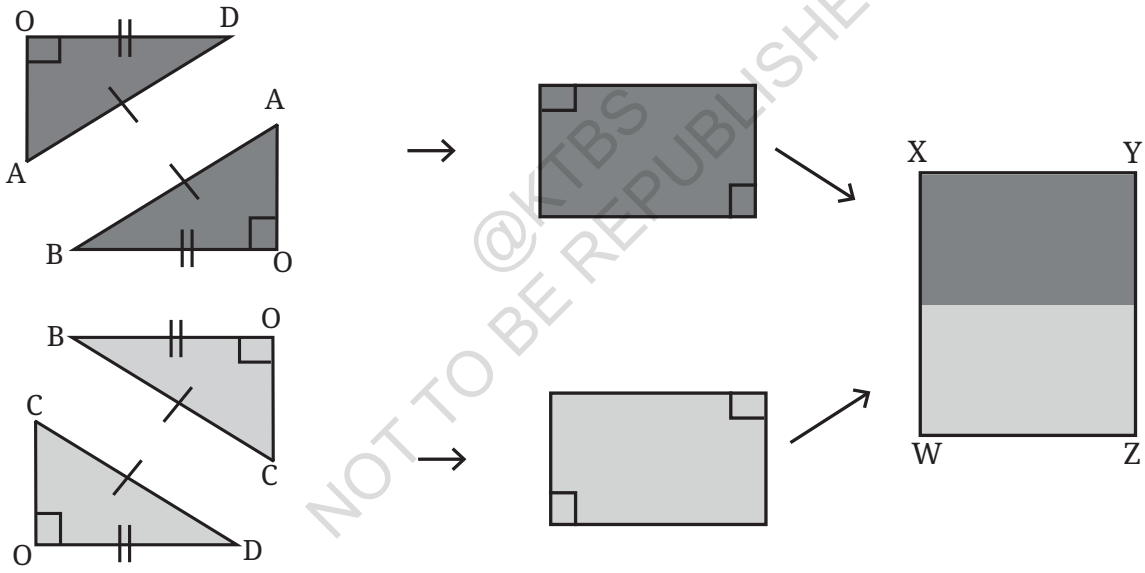
ವಜ್ರಾಕೃತಿಯು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸೂತ್ರವು ವಜ್ರಾಕೃತಿಗೂ ಸಹ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಆಕೃತಿಯ ಛೇದನದ ಮೂಲಕ ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಆಯತವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು ನಮಗೆ ಮತ್ತೊಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ. ಈ ವಿಧಾನವು ಶುಲ್ಬ–ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಇದನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.







@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ABCDಯು ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾದ ಉದ್ದ ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ, ΔABD ಮತ್ತು ΔCBD ಗಳು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಆಯತವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ನಂತರ ಎರಡು ಆಯತಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಒಂದೇ ಆಯತವನ್ನು ರೂಪಿಸಬಹುದು. ಈಗ ಆಯತ WXYZಯು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ABCDಯಷ್ಟೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

? WXYZ ಆಯತದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು ಯಾವುವು?

ಇವುಗಳನ್ನು ಛೇದನದಿಂದ ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

XW = ಕರ್ಣ ACಯ ಉದ್ದ, ಮತ್ತು

WZ = ಇನ್ನೊಂದು ಕರ್ಣ BDಯ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಉದ್ದವಿದೆ.

ಹಾಗಾಗಿ,

$$\text{ವಜ್ರಾಕೃತಿ ABCDಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \text{ಆಯತ WXYZನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$
$$= XW \times WZ$$
$$= AC \times \frac{BD}{2}$$
$$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$$

ಆದುದರಿಂದ,

$$\text{ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \times \text{ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ.}$$

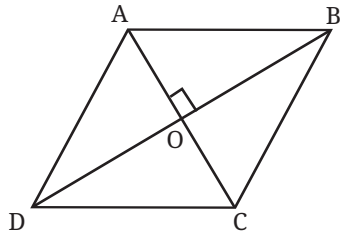
? ΔADB ಮತ್ತು ΔCDBಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಮೂಲಕವೂ ವಜ್ರಾಕೃತಿ ABCDಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಬಹುದು. ಇದು ನಮಗೆ ಯಾವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ?

ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವುದರಿಂದ,

ನಮಗೆ ಈಗ

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $(\Delta ADB) = \frac{1}{2} \times AO \times BD$, ಮತ್ತು

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $(\Delta CDB) = \frac{1}{2} \times CO \times BD$, ಮತ್ತು



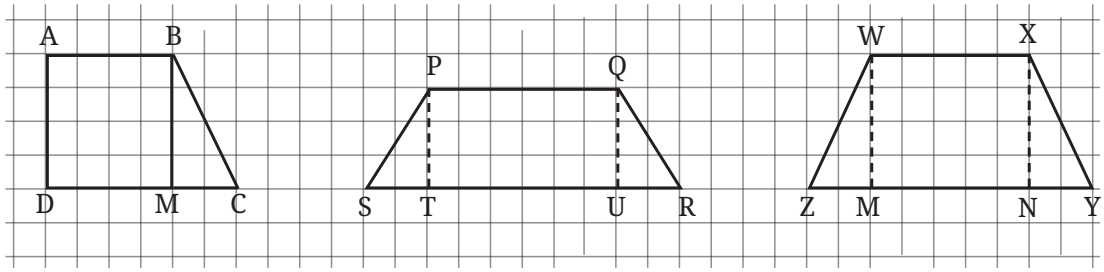
ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ABCD = ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ΔADB) + ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ΔCDB).

? ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಿ ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಅದರ ಕರ್ಣಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ನಾವು ಒಂದೇ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ

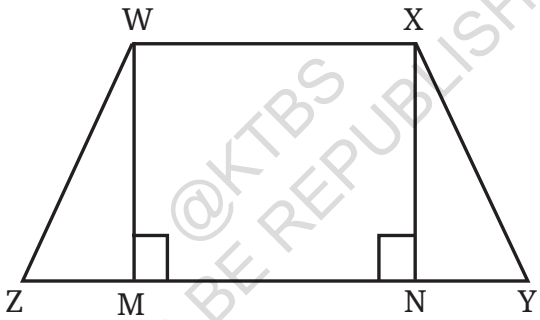
? ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ವಿವಿಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಮೂಲಕ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಒಂದು ಕ್ರಮವೆಂದರೆ ಅದನ್ನು ಆಯತ ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು.

? WX||ZY ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ WXYZ ಅನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$WM \perp ZY$ ಮತ್ತು $XN \perp ZY$ (ZY ಬಾಹುವಿಗೆ WM ಮತ್ತು XNಗಳನ್ನು ಲಂಬವಾಗಿ) ಎಳೆಯಿರಿ.

? WXNM ಒಂದು ಆಯತವೇ?

$\angle MWX = \angle NXW = 90°$, ಏಕೆಂದರೆ $WX \parallel ZY$ ಮತ್ತು ಛೇದಕ ರೇಖೆಯ (WM ಮತ್ತು XN) ಒಂದೇ ಬದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಒಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $180°$ ಆಗುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ, WXNM ಒಂದು ಆಯತ.

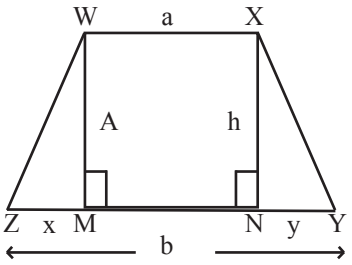
ನಮಗೆ ಈಗ

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ WXYZ = ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ΔWMZ) + ವಿಸ್ತೀರ್ಣ WXNM + ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ΔXNY)

$$= \frac{1}{2} \times MZ \times WM + WX \times WM + \frac{1}{2} \times NY \times XN$$

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಮಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಉದ್ದಗಳಿಗೆ ಆಯಾಮ ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸೋಣ. $MZ = x$, $WM = XN = h$, $WX = a$, $NY = y$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

ಆದುದರಿಂದ,



$$\text{WXYZನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2}\,hx + ha + \frac{1}{2}\,hy$$

$$= h\left(\frac{1}{2}x + a + \frac{1}{2}y\right)$$

$$= h\left(\frac{x+y+2a}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\,h(x + y + 2a) \text{ ಎಂದು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.}$$

ನಾವು ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಉದ್ದವನ್ನು a ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. b ಎಂಬುದು ಇನ್ನೊಂದು ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವಾಗಿರಲಿ.

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು a, b ಮತ್ತು h ಗಳ ಪರಿಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದೇ?

ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ $x + y$ ಯನ್ನು a ಮತ್ತು b ಯೊಂದಿಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ, ಅದು $b = x + y + a$ ಆಗುವದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ a ಅನ್ನು ಕಳೆಯುವುದರಿಂದ, ನಮಗೆ $x + y = b - a$ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಇದನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

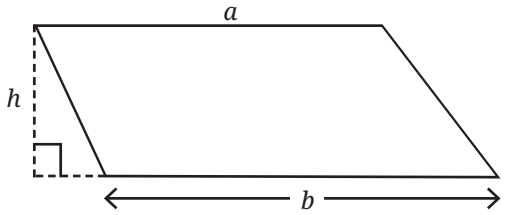
$$\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ WXYZ} = \frac{1}{2}\,h(b - a + 2a)$$

$$= \frac{1}{2}\,h(a + b) \text{ ನಮಗೆ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.}$$

ಆದುದರಿಂದ,

$$\text{ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \times \text{ಎತ್ತರ} \times \text{ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ.}$$

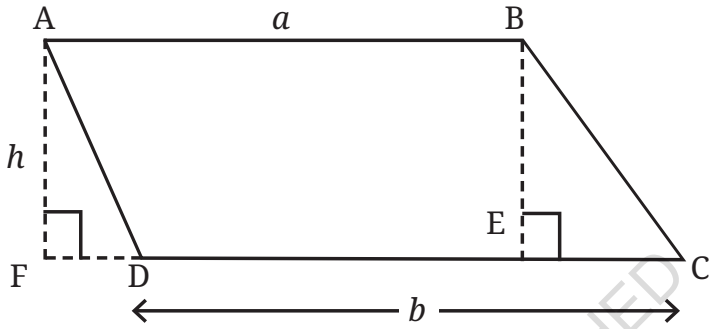
? ಈ ಮುಂದೆ ಕಾಣುವ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಕ್ಕೂ ಸಹ ಈ ಸೂತ್ರ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆಯೇ?



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸ್ಕೆಚ್ (ಚಿತ್ರಿಸಲಾದ) ಮಾಡಲಾದ ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಸಾಧಿಸಬಹುದು. ಚರ್ಚೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

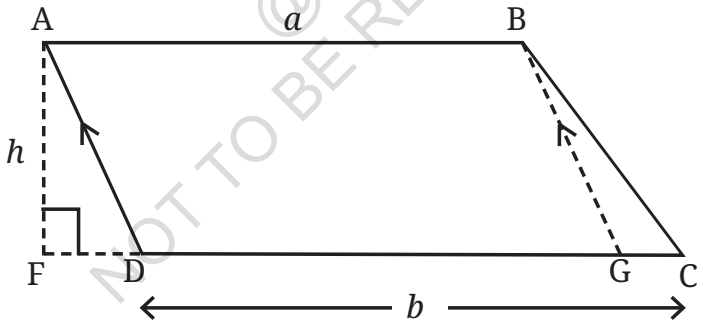
ವಿಧಾನ 1: ಆಯತ ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಗಳು



ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ABCD = ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ABED + ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ΔBEC

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ABED = ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ABEF – ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ΔAFD

ವಿಧಾನ 2: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜ



BG ∥ AD ಎಳೆಯಿರಿ.

? ಈ ಎರಡನೇ ವಿಧಾನವು ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಪಡೆಯಲು ಸೂಕ್ತವಾಗಿದೆಯೇ?

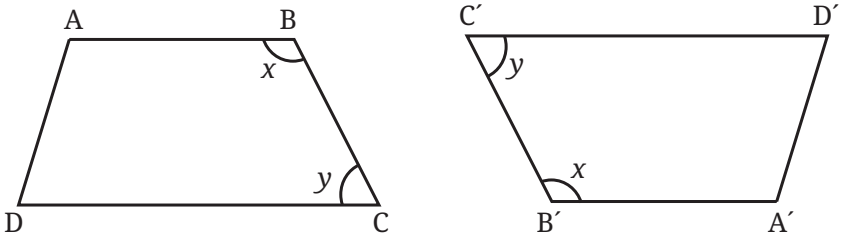
ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಎರಡು ಪ್ರತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಮತ್ತೊಂದು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ವಿಧಾನವಿದೆ.



AB∥CD ಆಗಿರುವ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಪ್ರತಿಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಎರಡನೇ ಪ್ರತಿಯನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ.

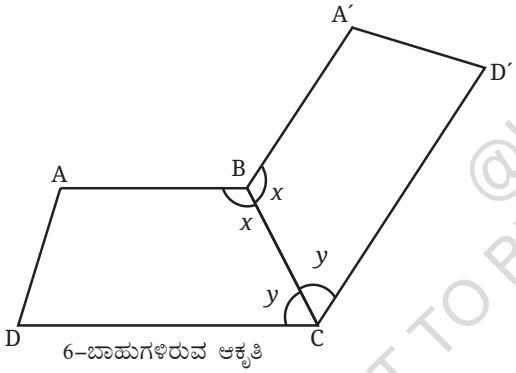
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



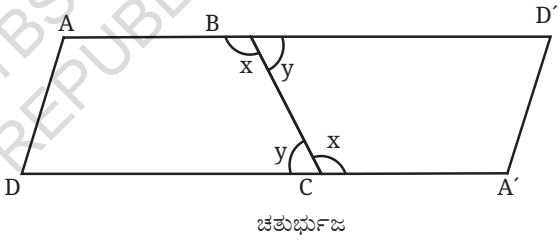
? ಎರಡು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳನ್ನು BC ಯ ಮೂಲಕ ಸೇರಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ ಯಾವ ಆಕೃತಿ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ?

6–ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಆಕೃತಿ ಅಥವಾ 4–ಬಾಹುಗಳಿರುವ (ಚತುರ್ಭುಜ) ಆಕೃತಿಯಾಗುವ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳಿವೆ.

ಸಾಧ್ಯತೆಗಳು



6–ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಆಕೃತಿ



ಚತುರ್ಭುಜ

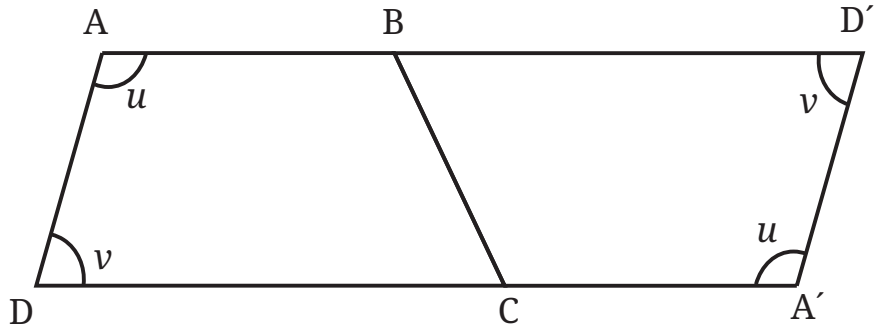
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

x ಮತ್ತು y ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ಮೊದಲ ಸಾಧ್ಯತೆಯನ್ನು ತಳ್ಳಿಹಾಕಬಹುದು.

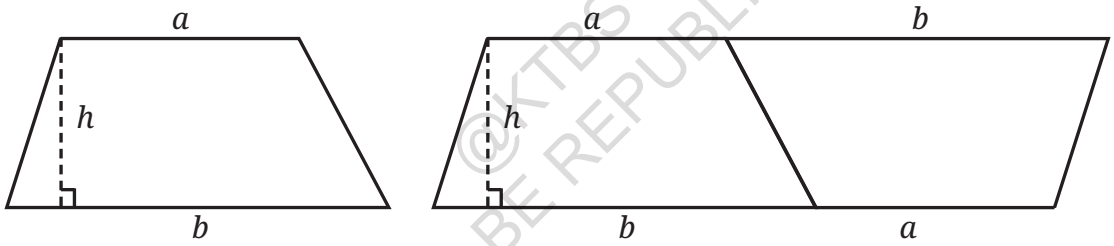
AB||CD ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, $x + y = 180°$ ಆಗುತ್ತದೆ, ಏಕೆಂದರೆ ಅವು ಛೇದಕದ (BC) ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುವಿನಲ್ಲಿ (ಬದಿಯಲ್ಲಿ) ಉಂಟಾದ ಒಳಕೋನಗಳಾಗಿವೆ. ಆದುದರಿಂದ ABD' ಮತ್ತು A 'CD ಸರಳ ರೇಖೆಗಳಾಗಿವೆ. ಇದರಿಂದ ರಚಿಸಲಾದ ಆಕೃತಿಯು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.

? ಇದು ಯಾವ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ ?

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಇತರ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ.



$u + v = 180°$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ಛೇದಕ A'Dಯ ಬಾಹುವಿನ ಒಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು $180°$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ AD||D'A' ಆಗುತ್ತದೆ. ಈಗಾಗಲೇ AD́||A´D ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಚತುರ್ಭುಜ AD́A´D ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

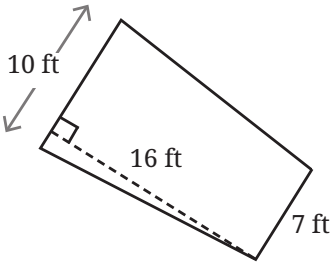
ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times$ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \frac{1}{2} h(a + b).$

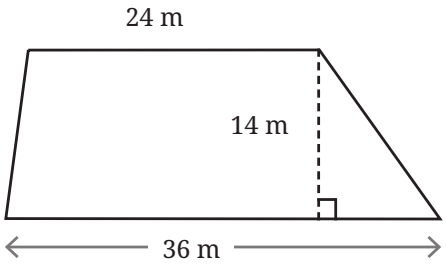
? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. 20 cm ಮತ್ತು 15 cm ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಛೇದನ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಆಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

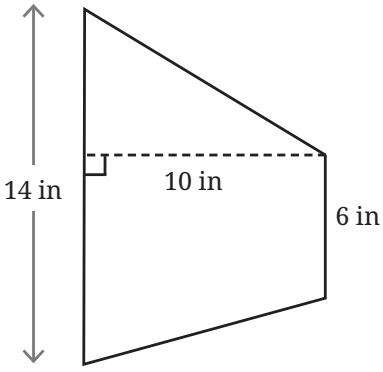
3. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:



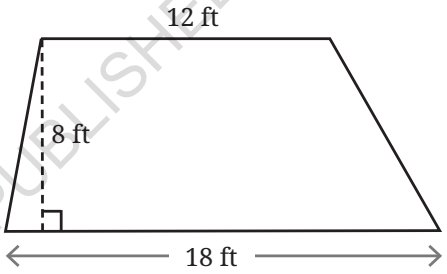
(i)



(ii)



(iii)

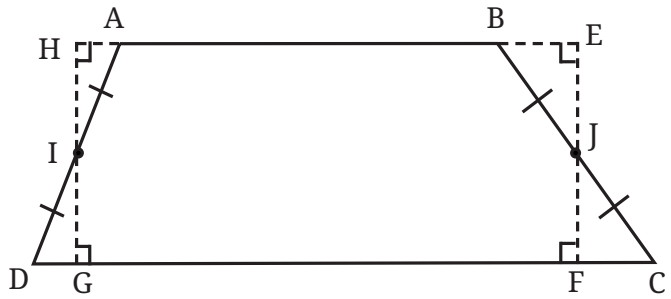


(iv)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4. [ಶುಲ್ಬ–ಸೂತ್ರಗಳು] ಛೇದನ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಆಯತಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

5. ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಆಯತ EFGH ಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ಒಂದು ವಿಧಾನ ಇಲ್ಲಿದೆ.



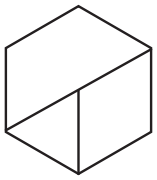
ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABCD ಕೊಟ್ಟಾಗ, ಆಯತ EFGHನ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ?

[**ಸುಳಿಹು:** $\Delta AHI \cong \Delta DGI$ ಮತ್ತು $\Delta BEJ \cong \Delta CFJ$ ಆಗಿದ್ದರೆ, ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ಆಯತಗಳು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.]

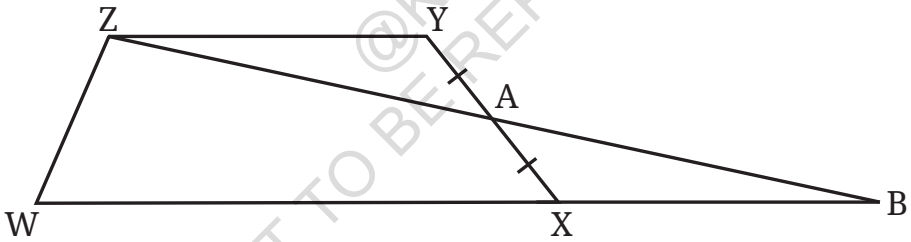
ಗಣಿತದ ಮಾತು

6. ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಅದರಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಆಯತವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯಾಗಿ (ಆಯತವನ್ನು ಅದರಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು) ಅದಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ, 144 cm^2 ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

7. ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ, ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಆಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈಗ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



8. ZYXW ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ ZY||WX ಆಗಿದೆ. Aಯು ಎಂಬುದು XYನ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿದೆ. ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ZYXW ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ΔZWB ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

? A4 ಹಾಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು ಎಂದು ನೀವು ಯೋಚಿಸುತ್ತೀರಿ?

ಇದರ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದಗಳು 21 cm ಮತ್ತು 29.7 cm ಈಗ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? ನೀವು ಶಾಲೆ ಅಥವಾ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಬಳಸುವ ಮೇಜಿನ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು ಎಂದು ನೀವು ಭಾವಿಸುತ್ತೀರಿ? ನಿಮ್ಮ ಮೇಜಿನ ಮೇಲೆ ಎಷ್ಟು A4 ಹಾಳೆಗಳು ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಮೇಜು ಮತ್ತು ಕುರ್ಚಿಗಳಂತಹ ಪೀಠೋಪಕರಣಗಳ ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಇಂಚುಗಳು (in) ಮತ್ತು ಅಡಿಗಳಲ್ಲಿ (ft) ಅಳೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

1 ಇಂಚು = 2.54 cm

1 ಅಡಿ = 12 in

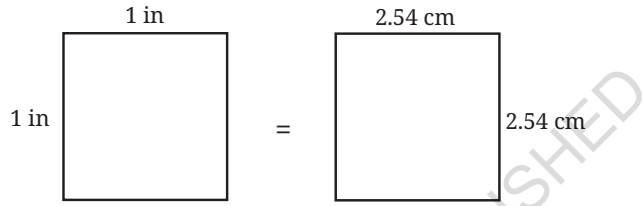
? ಕೆಳಗಿನ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್(cm)ಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ:

(i) 5 in (ii) 7.4 in

? ಕೆಳಗಿನ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಇಂಚು(in) ಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ:

(i) 5.08 cm (ii) 11.43 cm

? 1 in^2 ಎಂದರೆ ಎಷ್ಟು cm^2 ?



ಆದುದರಿಂದ, 1 $in^2 = 2.54^2$ $cm^2 = 6.4516$ cm^2.

? 10 in^2 ಎಂದರೆ ಎಷ್ಟು cm^2 ?

10 in^2 = 10×6.4516 $cm^2 = 64.516$ cm^2.

? 161.29 cm^2 ಅನ್ನು in^2 ಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.

ಪ್ರತಿ 6.4516 cm^2 ಅಂದರೆ 1 in^2 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಆದುದರಿಂದ,

$$161.29 \text{ cm}^2 = \frac{161.29}{6.4516} \text{ in}^2.$$

? ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಭಾಗಿಸಿ)

? ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು ಎಂದು ನೀವು ಭಾವಿಸಿರುವಿರಿ?

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ತರಗತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಮನೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ft^2 ಅಥವಾ m^2ನಲ್ಲಿ ಅಳೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? 1 ft^2 ಎಂದರೆ ಎಷ್ಟು in^2?

? ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು ಎಂದು ನೀವು ಭಾವಿಸುತ್ತೀರಿ? ಅಂದಾಜು ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಮೂಲ (ಅಳತೆ) ಬೆಲೆಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ಭೂಮಿಯ ಜಾಗದ ದೊಡ್ಡ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಕರೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಅಳೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

1 ಎಕರೆ = 43,560 ft^2.

ಈ ಏಕಮಾನಗಳಲ್ಲದೆ, ಭಾರತದ ವಿವಿಧ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಬಿಘಾ, ಗಜ್, ಕಥಾ, ಧುರ್, ಸೆಂಟ್, ಅಂಕಣಂ, ಇತ್ಯಾದಿಗಳಂತಹ ವಿಭಿನ್ನ ಸ್ಥಳೀಯ ಏಕಮಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ನಿಮ್ಮ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಬಳಸುವ ಮೂಲಮಾನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಿ.

? ನಿಮ್ಮ ಗ್ರಾಮ/ಪಟ್ಟಣ/ನಗರದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು ಎಂದು ನೀವು ಭಾವಿಸುತ್ತೀರಿ? ಅಂದಾಜು ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಮೂಲ ಬೆಲೆ(ಡೇಟಾ)ಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿ.

ದೊಡ್ಡ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು km^2ನಲ್ಲಿ ಅಳೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ಒಂದು km^2 ಅಂದರೆ ಎಷ್ಟು m^2ಆಗಿದೆ?

? ನಿಮ್ಮ ಗ್ರಾಮ/ಪಟ್ಟಣ/ನಗರವು ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಗಿಂತ ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟು ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ?

? (i) ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು (ii) ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ನಗರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? (ii) ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು (ii) ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ನಗರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಸಾರಾಂಶ

- ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ × ಪಾದ × ಎತ್ತರ.
- ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅದನ್ನು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಮೂಲಕ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.
- ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಪಾದ × ಎತ್ತರ.
- ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ × ಅದರ ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ.
- ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ × ಎತ್ತರ × ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ

ಕಲಿಕೆಗೆ ಅವಶ್ಯಕವಿರುವ ಪುಟಗಳು

@KSBS
NOT TO BE REPUBLISHED

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

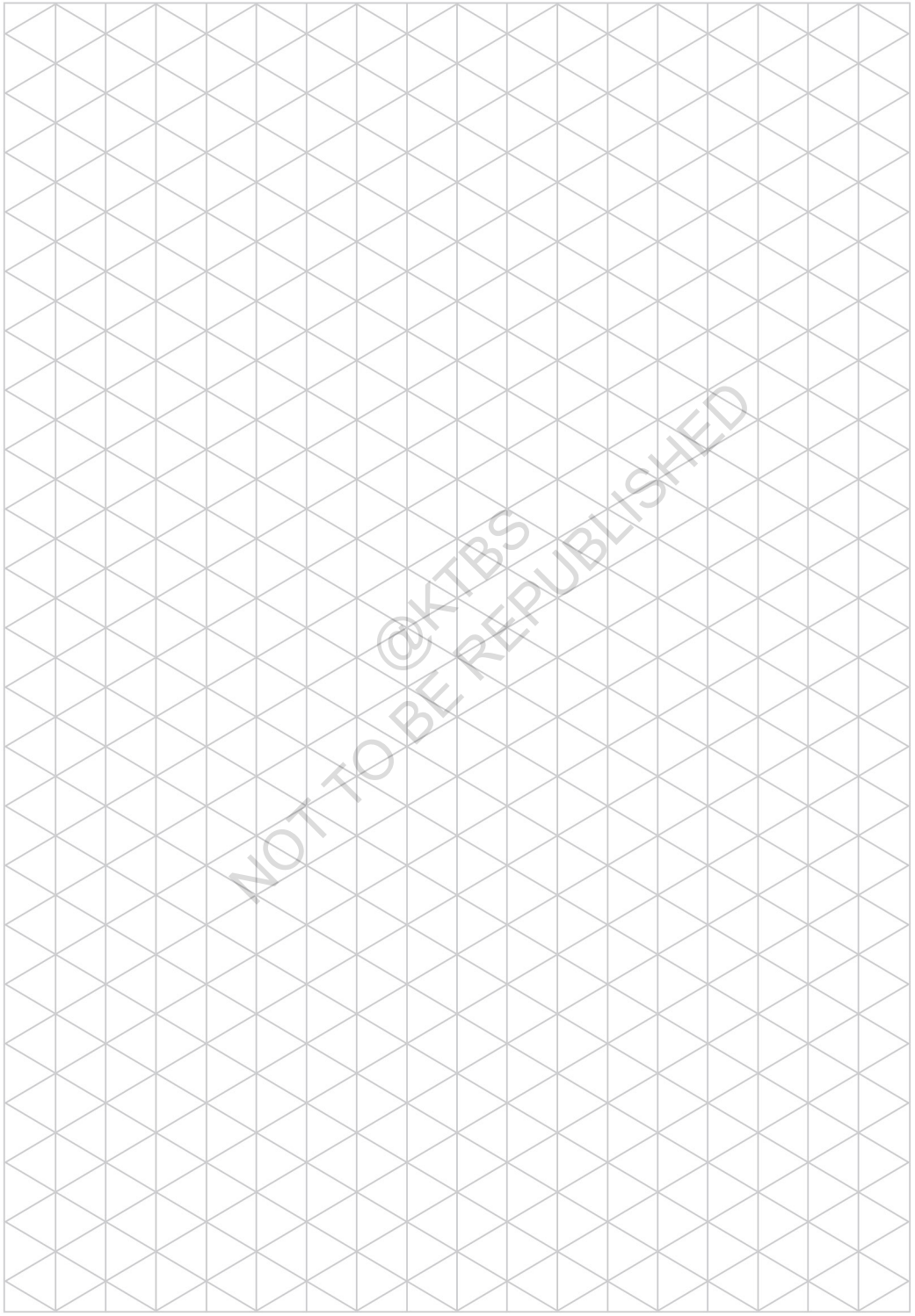
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

ಐಸೋಮೆಟ್ರಿಕ್ (ಸಮಾನ ಅಳತೆಯ) ಗ್ರಿಡ್

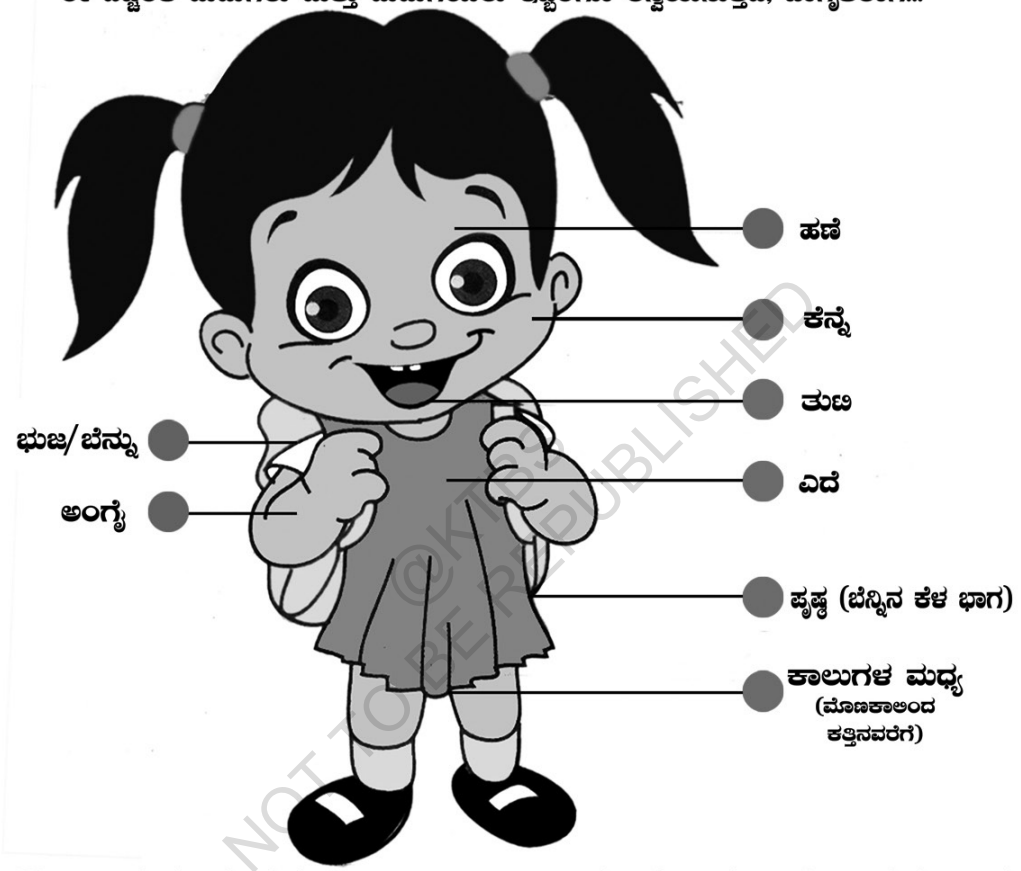


ಮಕ್ಕಳೇ ಜಾಗೃತರಾಗಿ !!! ಎಚ್ಚೆತ್ತುಕೊಳ್ಳಿ...

ನಿಮ್ಮ ದೇಹ ಕೇವಲ ನಿಮಗೆ ಮಾತ್ರ ಸೇರಿದ್ದು, ಸದಾಕಾಲ ಸುರಕ್ಷಿತವಾಗಿರುವ ಹಕ್ಕು ನಿಮಗಿದೆ. ನಿಮ್ಮ ದೇಹದ ಮೇಲಿನ ಸುರಕ್ಷಿತ ಮತ್ತು ಅಸುರಕ್ಷಿತ ಸ್ಪರ್ಶಗಳು:

ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ ಅರಿತುಕೊಳ್ಳಿ

ಈ ಎಚ್ಚರಿಕೆ ಹುಡುಗರು ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರು ಇಬ್ಬರಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ, ಜಾಗೃತರಾಗಿ...



NOT TO BE REPUBLISHED ©KTDO

ಅಸುರಕ್ಷಿತ ಸ್ಪರ್ಶ(UNSAFE TOUCH)–ಯಾರೂ ಮುಟ್ಟಲೇಬಾರದ ಭಾಗ

(ಆರೋಗ್ಯ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಅಮ್ಮ, ಅಪ್ಪ ಮತ್ತು ಅವರ ಸಮ್ಮುಖದಲ್ಲಿ ವೈದ್ಯರು ಮಾತ್ರ ಮುಟ್ಟಬಹುದು)

ಸುರಕ್ಷಿತ ಸ್ಪರ್ಶ(SAFE TOUCH) –ಅಗತ್ಯ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಮುಟ್ಟಬಹುದಾದ ಭಾಗ

ಅಸುರಕ್ಷಿತ ಸ್ಪರ್ಶ ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಕಿರುಕುಳದ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಜೋರಾಗಿ ಕಿರುಚಾಡಿ, ಬೇಡ... ಇಲ್ಲಾ... ನೋ... ಎಂದು ದೂರತಳ್ಳಿ ಸುರಕ್ಷಿತ ಜಾಗಕ್ಕೆ ಬನ್ನಿ, ತಕ್ಷಣ ಅಮ್ಮ, ಅಪ್ಪನಲ್ಲಿ ಧೈರ್ಯವಾಗಿ ತಪ್ಪದೆ ಹೇಳಿಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ದೂರು ಕೊಡಿ

ಪ್ರಕಟಣೆ : ಜಿಲ್ಲಾಪಂಚಾಯತ್–08532–229011, ಜಿಲ್ಲಾಪರಿಷಾಲಯತ್–228448, ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ : 08532–226162, ಪೊಲೀಸ್ ಇಲಾಖೆ–235635/ 235001 / 235100 / 100 /1091 ಜಿಲ್ಲಾ ಮಕ್ಕಳ ರಕ್ಷಣಾ ಘಟಕ–280670, ಮಹಿಳಾ ಮತ್ತು ಮಕ್ಕಳ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಇಲಾಖೆ–226292, ಯುನಿಸೆಫ್ ಮಕ್ಕಳ ಸಂರಕ್ಷಣಾ ಯೋಜನೆ–230610. ರಾಯಚೂರು ಜಿಲ್ಲೆ.

ಚಿತ್ರ ಕೃಪೆ : ಪ್ರಜಾವಾಣಿ, ಭೂಮಿಕಾ 26-07-2014