ಕರ್ನಾಟಕ ಪ್ರಭುತ್ವಂ

గణిత ప్రకాశ్

ఏడవ తరగతి పాఠ్యపుస్తకం

తెలుగు మాధ్యమం

7

భాగం– 2

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿ ಸಂಸ್ಥೆ
ಶ್ರೀ ಅರಬಿಂದೋ ಮಾರ್ಗ ನವದೆಹಲಿ 110016

ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ.)
6ನೇ ಅಡ್ಡರಸ್ತೆ, ಮಲ್ಲೇಶ್ವರಂ, ಬೆಂಗಳೂರು – 560 003

విషయ సూచిక

భాగం – 1



అధ్యాయం 1
రేఖాగణిత కపలలు **01-25**

అధ్యాయం 2
పూర్ణసంఖ్యలలో కార్యకలాపాలు **26-49**

అధ్యాయం 3
సాధారణ భూమిని కనుగొనండి **50-70**

అధ్యాయం 4
బిందువును దాటి మరొక గమనిక **71-101**

అధ్యాయం 5
చుక్కలను కలపడం **102-140**

అధ్యాయం 6
నిర్మాణాలు మరియు టైలింగ్స్ **141-169**

అధ్యాయం 7
తెలియని వాటిని కనుగొడం **170-197**

అభ్యాసనా సామాగ్రి కాగితాలు **198-206**

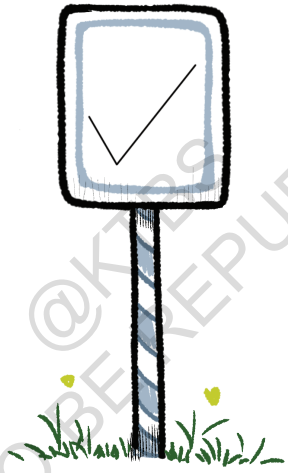
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1 రేఖాగణిత కవలలు (GEOMETRIC TWINS)

K8W4S6

1.1 రేఖంగణిత (జ్యామితీయ) కవలలు

కింది సూచనా ఫలకలోగల చిహ్నాన్ని మరొక ఫలక మీడ పునఃసృష్టించాల్సి ఉంది.



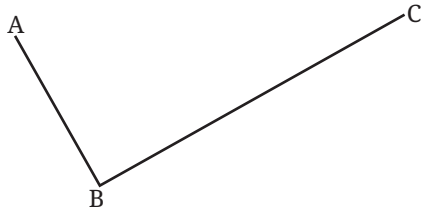
@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

? మనం దానిని ఎలా చేయగలం?

ఆకృతిని పునఃసృష్టించడానికి ఆ చిహ్నం యొక్క బాహ్య సరిహద్దును (రూపు రేఖలు) ట్రేసింగ్ కాగితం మీద ట్రేస్ చేయడం ఒక మార్గం. అయితే, అది పెద్ద చిహ్నాలకు కష్టం. మనం ఇంకేమి చేయవచ్చు?

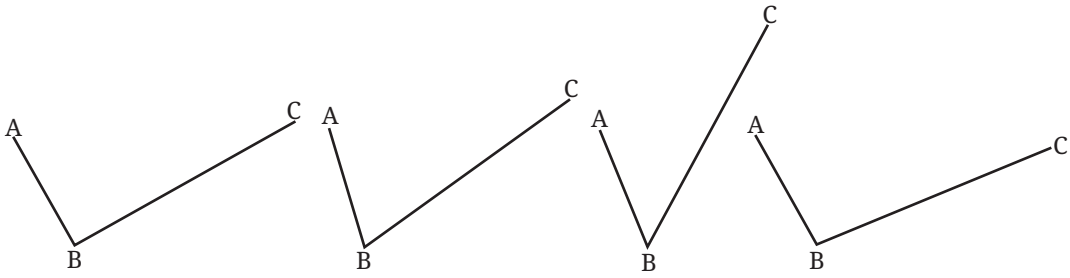
? ఆ ఆకృతిని సరిగ్గా పునఃసృష్టించడానికి అనుకూలించెడి కొన్ని కొలతలను మనం తీసుకోవచ్చు? ఔను అనేటట్లయితే, మనం ఏ కొలతలు తీసుకోవచ్చు?

ఈ చిహ్నం యొక్క మూల బిందువులను చిత్రంలో చూపినట్లు పేర్కొందాం.



? ఈ ఆకృతిని సరిగ్గా (ఖచ్చితంగా) పునఃసృష్టించడానికి AB మరియు BC పొడవులు సరిపోతాయా?

ఈ పొడవులు AB = 4 cm, BC = 8 cm అని అనుకుందాం. అవే పొడవులతో అలాంటి అనేక చిహ్నాలను మనం నిర్మించ వచ్చునని గమనించగలం.

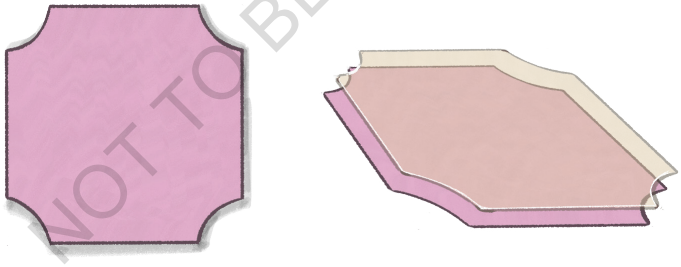


? ఖచ్చితమైన ప్రతిరూపం పొందడానికి, వేరే ఏదైనా కొలత తీసుకోవడం సహాయపడుతుందా?

∠ABC కొలత మరియు .AB అలాగే BC చేతి పొడవులు ఈ ఆకృతి యొక్క ఆకారం మరియు పరిమాణాన్ని నిర్ధారిస్తుంది.

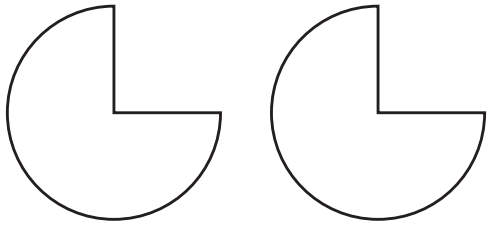
? AB = 4 cm, BC = 8 cm, మరియు ∠ABC = 80° అని తెలిస్తే మీరు చిహ్నం నిర్మించవచ్చా?

ఈ మూడు కొలతలు సూచనా ఫలకలోగల చిహ్నం యొక్క సరైన ప్రతిరూపాన్ని నిర్మించడానికి మనకు సహాయపడవచ్చు. పరస్పరం ఖచ్చితమైన నకళ్ళు అయిన లేదా ఒకే ఆకారం మరియు పరిమాణం కల్గియున్న ఆకృతులను **సర్వసమానం** అని పిలువబడుతాయి. సర్వసమాన ఆకృతులను ఖచ్చితంగా ఐక్యమగునట్లు ఒకదాని మీద మరొకదానిని అమర్చవచ్చు.

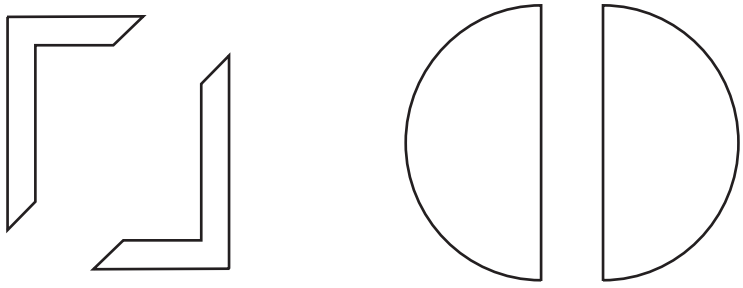


@KSRS NOT TO BE REPUBLISHED

రెండు సర్వసమాన ఆకృతులను క్రింద చూపడమైంది. మీరు ట్రేసింగ్ కాగితం ఉపయోగించి మొదటి ఆకృతిని ట్రేస్ చేసి. రెండవ ఆకృతి మీద పెట్టండి. అవి ఒకదాని మీద మరొకటి ఖచ్చితంగా పొందుకోవడాన్ని (ఐక్యం కావడం) మీరు గమనించవచ్చు.



సర్వసమానత్వాన్ని పరిశీలించేటప్పుడు, ఒక ఆకృతిని మరొక ఆకృతి మీద ఉంచడానికి ముందు త్రిప్పవచ్చు అనేదానిని గమనించండి. అందువలన ఈ క్రింది జతలు పరస్పరం సర్వసమానంగా ఉన్నాయి.



మనం సుజనా ఫలకలో చూసిన చిహ్నానికి తిరిగివద్దాం. అలాంటి రెండు చిహ్నాలు ఒకేవిధంగా కనబడుతాయి. అవి నిజంగా సర్వసమానంగా ఉన్నాయని నిర్ధారించుకోవాలని అనుకుందాం. వాటిని పరిశీలించడానికి మనం వాటి కొలతలను ఉపయోగించవచ్చా?

? రెండు చిహ్నాల భుజాలు ఒకే పొడవులు కల్గియున్నాయని తెలిసిచో, రెండు చిహ్నాలు సర్వసమానంగా ఉన్నాయని నిర్ధారించవచ్చా?

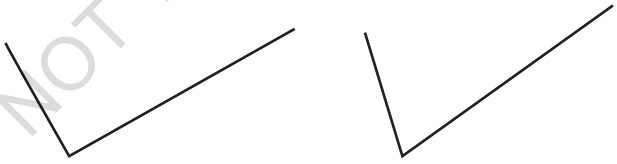
ఇచ్చిన భుజాల పొడవుల మధ్య విభిన్న కోణాలు కలిగియున్న అలాంటి చాలా సర్వసమానం కాని ఆకృతులు ఉండవచ్చునని మనం కనుగొన్నాం. కోణాలు నిర్దిష్టపరచినందున అవి ఆకృతియొక్క ఆకారం మరియు పరిమాణాన్ని నిర్ధారిస్తుంది.

అందువలన, రెండు చిహ్నాలు ఒకే భుజపు పొడవు మరియు సమాన కోణం పొందియున్నచో ఆకృతులు సర్వసమానంగా ఉన్నాయని మనం ఖచ్చితంగా చెప్పవచ్చు.

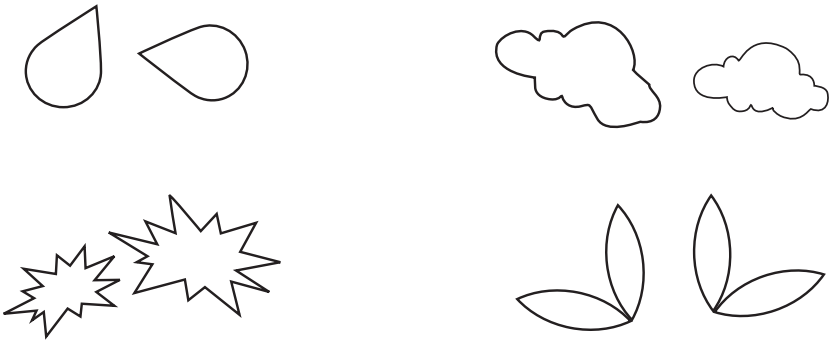
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? **వీటిని కనుగొనండి.**

1. రెండు ఆకృతులు సర్వ సమానమా అని పరిశీలించండి.



2. సర్వసమాన జతలుగా కనబడేవాటికి వృత్తం గీయండి.



3. కింద ఇవ్వబడిన ఆకృతులకు సర్వసమాన ఆకృతిని గీయడానికి మీరు ఏ కొలతలు తీసుకుంటారు.

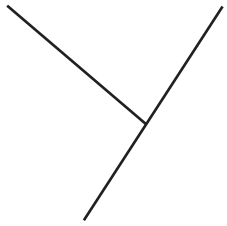
(a) వృత్తం (b) దీర్ఘ చతురస్రం

వీటిని ఉపయోగించి, రెండు —

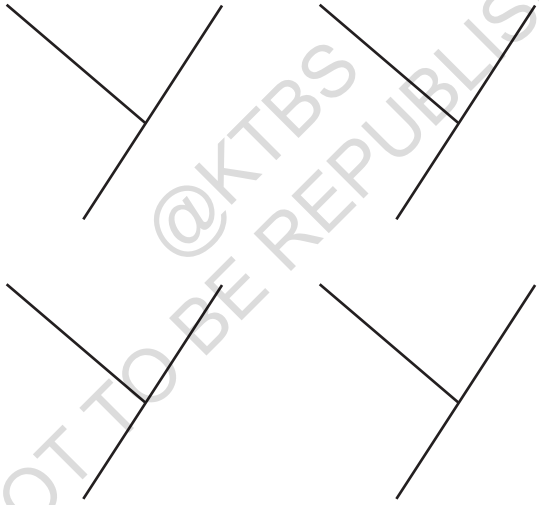
(a) వృత్తాలు సర్వసమానమా ?

(b) దీర్ఘచతురస్రాలు సర్వసమానమా? అనేదానిని మీరెలా పరిశీలిస్తారో తెల్పండి.

4. కింది విధంగానున్న రెండు ఆకృతులు సర్వసమానమా అని మనమెలా పరిశీలిస్తాం.



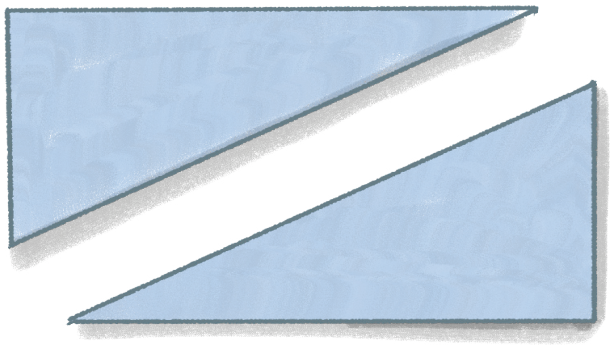
కింది ప్రతి జత సర్వసమానమా అని గుర్తించడానికి దీనిని ఉపయోగించండి.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1.2 త్రిభుజాల సర్వసమానత్వం

మీరా మరియు రబియాగార్లకు పాఠశాలలో వినియోగిస్తున్న త్రిభుజాకార చట్రం లాగా ఉన్న కార్డ్‌బోర్డు కటౌట్ చేయమని చెప్పబడింది. చట్రం చాలా పెద్దదిగా ఉంది, కాగితం మీద ట్రేస్ చేసి నకలు చేయడానికిసాధ్యం కాదని కనుగొన్నారు.



? వారు ఏమి చేయడానికి సాధ్యం అని మీరు ఆలోచిస్తున్నారు?

భుజాల పొడవులు కొలవడం

వాటి కొరకు త్రిభుజం యొక్క కొన్ని కొలతలు ఉపయోగించవచ్చా? బాలికలు కొలత టేపు ఉపయోగించి, త్రిభుజపు భుజాలను 40 cm, 60 cm మరియు 80 cm అని కొలుస్తారు.

తరువాత రబియా కోణాలు కొలవడానికి తన కోణమానిని బయటకు తీస్తుంది. మీరా ఆమెను ఆపుతుంది

మీరా : త్రిభుజపు కోణాలు అవసరం లేదు ! మనం కొలిచిన భుజాల పొడవుతో, దానికి సర్వసమానమైన త్రిభుజం గీయవచ్చు.

? మీరు మీరా మాటను ఒప్పుకుంటారా?

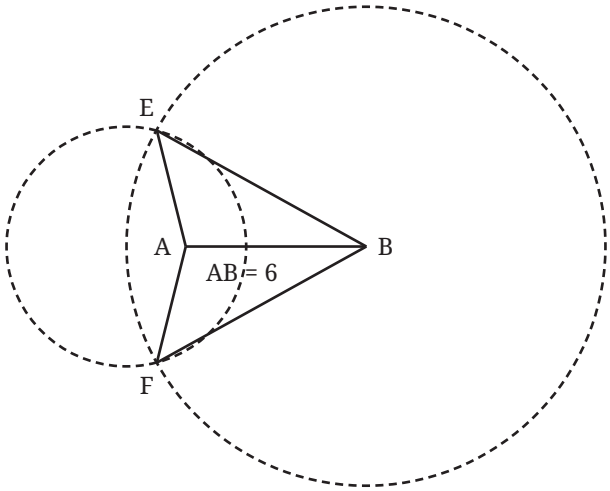
? 40 cm, 60 cm మరియు 80 cm పొడవులకు బదులు భుజాల పొడవు 40 cm, 60 cm, 80 cm అయివున్నచో (ఆ త్రిభుజం మన పుటకు సముచితంగా ఉండేది.)

? ఈ దత్తాంశం ఒకే పరిమాణం మరియు ఆకారంలోగల త్రిభుజపు ప్రతిరూపాన్ని నిర్మించడానికి సరిపోతుందా? ఔను అనేటట్లయితే, మీరు అలాగే చేయవచ్చా?

రబియా : నేను ఆ త్రిభుజాన్ని నిర్మించాలంటే ముందుగా ఇచ్చిన పొడవులలోఒక పొడవు 6 cm తీసుకుని రేఖా ఖండం గీస్తాను. తరువాత రేఖాఖండం యొక్క అంత్య బిందువులో 4 cm మరియు 8 cm వ్యాసార్ధంగల వృత్తాలు గీస్తాం. అయితే, వృత్తాలు రెండు బిందువులలో ఖండించండి, రెండు ప్రభుజాలను ఏర్పరుస్తాయి !

ΔABE and ΔABF

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



రబియా : ఈ రెండు త్రిభుజాలు ఒకే ఆకారం మరియు పరిమాణం కల్గియున్నాయా ? లేనట్లయితే, త్రిభుజపు ప్రతిరూపం నిర్మించడానికి ప్రయత్నిస్తున్న అసలు త్రిభుజానికి నిజంగా వాటిలో ఏది సర్వసమానం అని మనకు ఖచ్చితంగా తెలియదు.

? ΔABE మరియు ΔABF సర్వసమానమా అని పరీక్షించండి.

దానికొరకు మీరు ఈ కింది ఒకటి లేదాఎక్కువ విధానాలు ఉపయోగించవచ్చు. ట్రేసింగ్ మరియు పోలిక, కటౌట్ తీసుకుని ఒకదాని మీద మరొకదానిని పెట్టడం లేదా AB రేఖ పైన మరియు కింద నిర్మాణ క్రియనుండి సమానత్వం గల కారణం కొరకు AB అనునది సమ రూప రేఖగా ఉంటుందని గమనించడం.

ΔABE మరియు ΔABFలు సర్వసమానమని మనం గమనిస్తాం. ఈ సామాన్య నిర్మాణం నుండి భుజాల పొడవు ఒకటే అయిన త్రిభుజాలన్నీ సర్వసమానమని మనం గమనిస్తాం. అందువలన సర్వసమాన త్రిభుజం నిర్మించడానికి భుజాల పొడవు సరిపోతుందని మీరా చెప్పింది నిజమే.

అందువలన, మనం ఈ కింది ఫలితం పొందుతాం.

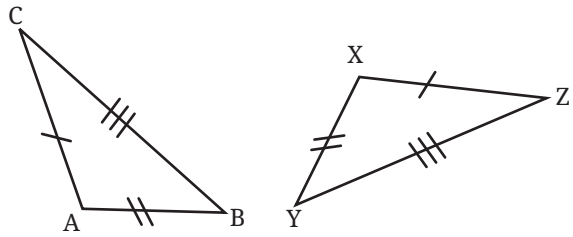
రెండు త్రిభుజాల భుజాల పొడవు ఒకటే అయినచో అవి సర్వసమానంగా ఉంటాయి. వాటిని మనం సర్వసమానత్వానికి **భుభుభు (భుజం భుజం భుజం)** నిబంధన అని అంటాం.

సర్వసమానత్వాన్ని వ్యక్త పరచే సంప్రదాయాలు

కింద ఇచ్చిన రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానంగా ఉన్నాయి. ఈ రెండు త్రిభుజాలను ఒకదాని మీద మరొకదానిని ఎలా పెట్టవచ్చు? ΔXYZ మరియు ΔABC యొక్క ఏ శీర్షాలను మనం అతి వ్యాప్తి (overlap) చేయాలి?

? సమాన భుజాలు అతివ్యాప్తి అగునట్లు వీటిని చేయాలి. ఎలాగో కనుగొనండి.

© SCERT NOT TO BE REPUBLISHED



A శీర్షాన్ని X శీర్షం మీద, B శీర్షాన్ని Y శీర్షం మీద మరియు C శీర్షాన్ని Z శీర్షం మీద అతి వ్యాప్తి చెందుతాయని నిర్ధారిస్తుంది. దానివలన త్రిభుజాలు చెందుతాయని నిర్ధారిస్తుంది. దానివలన త్రిభుజాలు ఒకదాని మీద మరొకటి ఖచ్చితంగా సరిగ్గా పొందుతుంటాయి.

? త్రిభుజాలు ఒకదానిమీద మరొకటి సరిగ్గా పొందుకొనునట్లు శీర్షాలను అతివ్యాప్తి చేయడానికి వేరే మార్గాలున్నాయా?

ఈ త్రిభుజాలు సర్వసమానం అనే అంశం, వాటి క్రమానుగత, కోణాలు సమానంగా ఉన్నాయుని చూపుతున్నది

$$\angle A = \angle X, \angle B = \angle Y \text{ and } \angle C = \angle Z$$

అందువలన, రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానంగా ఉన్నప్పుడు మరియు ఆ త్రిభుజాలను అతివ్యాప్తి చేసిన ప్పుడు పరస్పరం సరిగ్గా పొందుకొనెడి అనురూప శీర్షాలు, భుజాలు మరియు కోణాలు ఉంటాయి. ఈ ప్రకరణలో అవి కింది విధంగా ఉంటాయి.

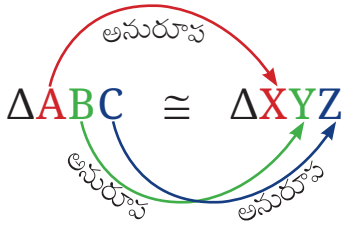
(a) అనురూప శీర్షాలు : A మరియు X, B మరియు Y, C మరియు Z

(b) అనురూప భుజాలు : AB మరియు, XY, BC మరియు XZ

(c) అనురూప కోణాలు : $\angle A$ మరియు $\angle X$, $\angle B$ మరియు $\angle Y$, $\angle C$ మరియు $\angle Z$

రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానంగా ఉన్నప్పుడు గల ఈ సంబంధం తెలుసుకోవడానికి, వాటి సర్వసమానత్వాన్ని కిందివిధంగా రాయడమైంది.

$$\Delta ABC \cong \Delta XYZ$$



వాటిని రాయడం వలన, మనం అనురూప అర్థం చేసుకోవాలి.

- ΔABC యొక్క మొదటి శీర్షం ΔXYZ యొక్క రెండవ శీర్షానికి అనురూపంగా ఉంది.
- ΔABC యొక్క రెండవ శీర్షం ΔXYZ యొక్క రెండవ శీర్షానికి అనురూపంగా ఉంది.

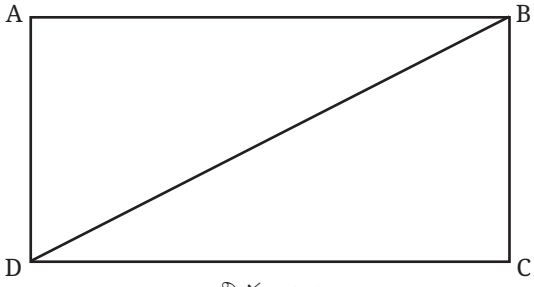
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

- అదే అదేవిధంగా ΔABC మరియు ΔXYZ యొక్క మూడవ శీర్షాలు అనురూపంగా ఉన్నాయి.

ఈ సంప్రదాయం ప్రకారం, ఈ రెండు త్రిభుజాలను $\Delta ACB \cong \Delta XYZ$ అని రాయడం తప్పు అవుతుంది. అదేవిధంగా వాటిని చెప్పే మరొక సరైన విధానం.

$$\Delta ACB \cong \Delta XZY.$$

? కింది చిత్రంలో సర్వసమాన త్రిభుజాలు జతను. మీరు గుర్తించగలరా? అవి ఎందుకు సర్వసమానంగా ఉన్నాయి?



చిత్రం 1.1

ΔABD మరియు ΔCDBలను పరిగణించండి ABCD ఒక దీర్ఘ చతురస్రం అయినందువలన

$$AB = CD$$

$$AD = CB$$

ΔABD మరియు ΔCDB యొక్క మిగిలిన భుజాలు ఒకే పొడవును కలిగియున్నచో భుభుభు నిబంధన అనుసరించబడి, రెండు త్రిభుజాల సర్వసమానత్వాన్ని నిర్ధారిస్తుంది. అది నిజమా?

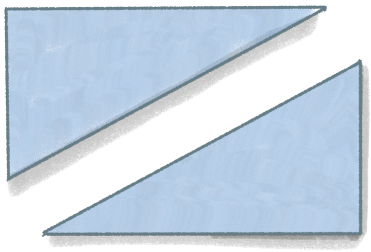
మిగిలిన భుజం BD సాధారణ / సామాన్య భుజం అందువలన భుభుభు నిబంధన సరిపోతుంది. అందువలన త్రిభుజాలు. సర్వసమానం

రెండు త్రిభుజాలు అనురూప భుజాలు మనకు తెలిశాయి. మనం అనురూప శీర్షాలను గుర్తించాలి అవి కింది విధంగా ఉండవచ్చా?

ΔABD	ΔCDB
A	C
B	B
D	D

? ABCD దీర్ఘ చతురస్రం నుండి పొందిన త్రిభుజాల కాగితపు కటౌట్‌లను ఒకదాని మీద మరొక దానిని పెట్టడం ద్వారా వాటిని పరిశీలించండి. (చిత్రం 1.1)

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



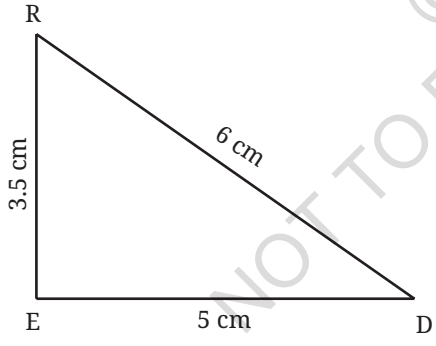
ఈ అనురూపత ΔABD లోని AB భుజం ΔCDB లోని CB భుజాన్ని అతివ్యాప్తి చేస్తుంది. అని మనం గమనిస్తా. అయితే, ఈ భుజాలు సమానంగా ఉండనవసరం లేదు. అందువలన ఈ విధమైన ఒకదాని మీద మరొకదానిని పెట్టడం సర్వసమానత్వాన్ని నిర్ధారించదు.

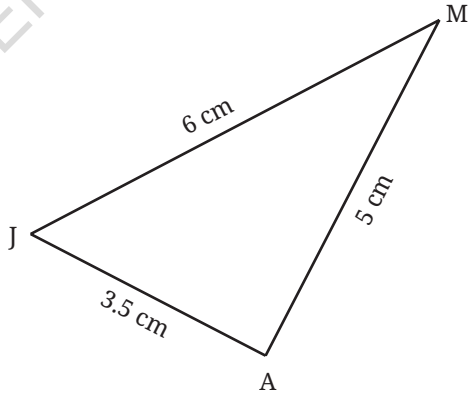
? రెండు త్రిభుజాల శీర్షాల సరైన అనురూపతను గుర్తించండి మరియు వాటి మధ్యగల సర్వసమానత్వాన్ని వ్యక్తపరచండి.

? వీటిని కనుగొనండి

1. ΔHEN ఇది ΔBIG కి సర్వసమానం అని అనుకుందాం. ఈ సర్వసమానత్వాన్ని వ్యక్తపరచే ఇతర అన్ని సరైన విధానాలను పట్టీ చేయండి.

2. త్రిభుజాలు సర్వసమానమా అని నిర్ధారించండి. ఔను అనేటట్లయితే, సర్వసమానత్వాన్ని వ్యక్తపరచండి



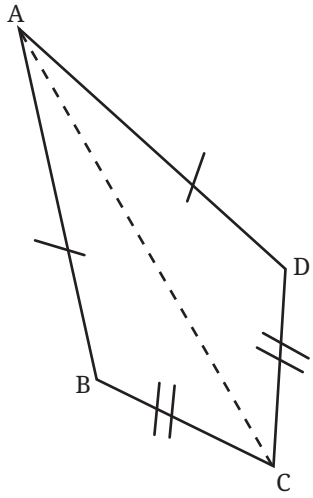


3. కింది చిత్రంలో $AB = AD, CB = CD$

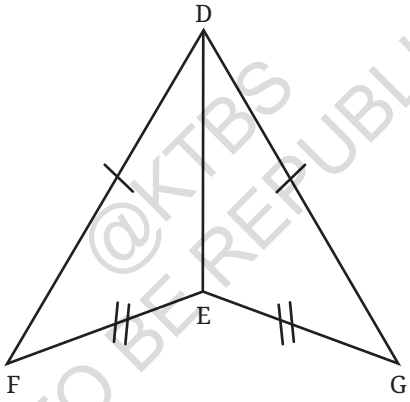
మీరు ఏదైనా సర్వసమాన త్రిభుజాల జతను గుర్తించగలరా? ఔను అనేటట్లయితే, అవి ఎందుకు సర్వసమాన మో వివరించండి.

AC అనునది $\angle BAD$ మరియు $\angle BCD$ లను రెండు సమాన భాగాలుగా విభజిస్తుందా? కారణాలివ్వండి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



4. కింది చిత్రంలో ΔDFE మరియు ΔGED పరస్పరం సర్వసమానమా? $DF = DG$ మరియు $FE = GE$ అని ఇవ్వబడినవి.



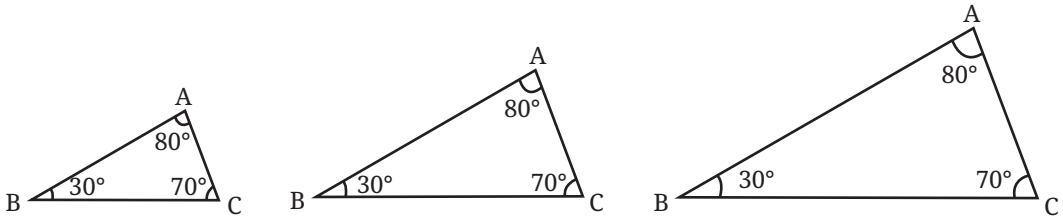
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

కోణాలను కొలవడం

త్రిభుజాకార ఫ్రేమ్‌కు (చౌకట్టు) మూడు వైపుల పొడవులను కొలవడానికి బదులు మీరా మరియు రబియా మూడు కోణాలను కొలిచినచో, వారు త్రిభుజాన్ని సరిగ్గా పునఃసృష్టించడానికి సాధ్యమా?

? కోణాలు 30^0, 70^0 మరియు 80^0 అని అనుకుందాం. వాటినుండి మనం ఫ్రేమ్ యొక్క సరైన (ఖచ్చితమైన) ప్రతిని గీయవచ్చు?

ఈ కొలతలతో మనం సర్వసమానం కాని త్రిభుజాలు గీయవచ్చునని గమనిస్తాం.



పై త్రిభుజాలు ఒకే ఆకారం పొందియుండునట్లు కనబడుతాయి. అయితే ఒకే పరిమాణంలో కాదు. అందువలన ఒకే కోణాలు కలిగియున్న రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానంగా ఉండనవసరం లేదు.

రెండు భుజాలు మరియు వాటితో కూడిన కోణాలు కొలవడం

? $AB = XY = 6$ cm, $AC = XZ = 5$ cm, మరియు $\angle A = \angle X = 30°$ ఉండునట్లు, ΔABC మరియు ΔXYZ రెండు త్రిభుజాలయ్యాయి.

మరియు

అవి సర్వసమానమా?

వీటిని పరిశీలించడానికి ఇచ్చిన కొలతలలో సర్వసమానం కాని త్రిభుజాలు ఉండవచ్చానని మనం కనుగొవాల్సి ఉంది.

ఈ కొలతలు రెండు భుజాలు మరియు వాటితో కూడిన కోణానికి అనుగుణంగా ఉంటాయి. ఈ కొలతలు ఇచ్చినప్పుడు త్రిభుజాలు ఎలా గీయవచ్చో మనకు తెలిసింది.

? పై కొలతలు కల్గియున్న త్రిభుజం నిర్మించండి.

మీ సహపాఠకులు నిర్మించిన త్రిభుజాలతో దానిని పోల్చండి. త్రిభుజాలన్నియు సర్వసమానమా? ఈ కొలతలు కల్గియున్న అలాంటి త్రిభుజాలన్ని ఎందుకు సర్వసమానమో వివరించండి.

అందువలన, రెండు త్రిభుజాలు రెండు భుజాలు మరియు వాటితో కూడిన కోణం సమానంగా ఉన్నప్పుడు, ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానంగా ఉంటాయి.

వాటిని సర్వసమానత్వానికి భుకోభు (**భుజం కోణం భుజం**) నిబంధన అంటారు.

రెండు భుజాలు మరియు వాటితోకూడిన కోణాన్ని కొలవడం?

రెండు భుజాలు మరియు వాటితో కూడిన కోణం సమానంగానున్నచో ఏమవుతుంది?

? ΔABC మరియు రెండు త్రిభుజాలు. అవి ఈ విధంగా ఉన్నాయి.

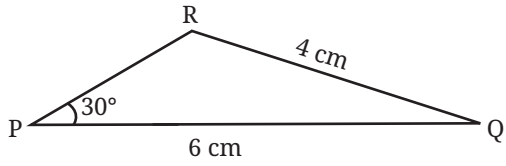
$AB = XY = 6$ cm, $AC = XZ = 4$ cm మరియు $\angle B = \angle Y = 30°$ ఉండునట్లు ΔABC మరియు ΔXYZ రెండు త్రిభుజాలు అయ్యాయి.

అవి సర్వసమానమా?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఈ కొలతలు కల్గియున్న సర్వసమానం కాని త్రిభుజాలు ఉండవచ్చా? నిర్మించండి, కనుగొనండి.

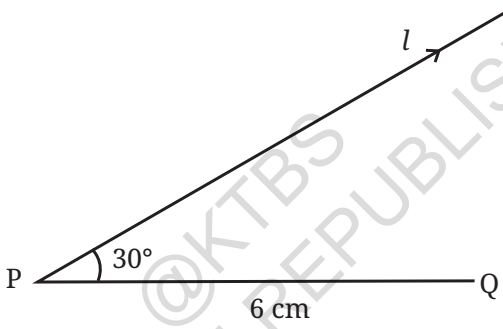
చిత్తు రేఖాచిత్రం గమనించడం వలన, నిర్మాణాన్ని నిర్వహించడానికి సహాయపడుతుంది.



ఈ కొలతలు కల్గియున్న త్రిభుజాన్ని ఎలా నిర్మించవచ్చు?

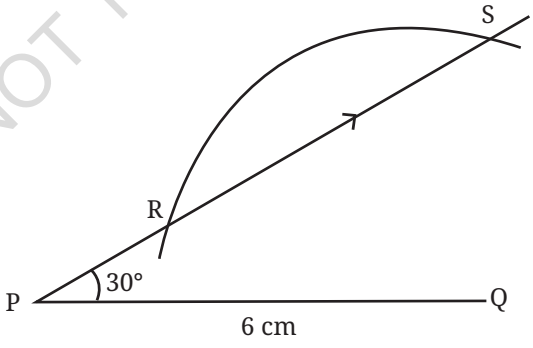
1వ దశ : 6 cm పొడవుగల పాదం 6 cm గీయండి.

2వ దశ : P నుండి PQ తో 30° కోణాన్ని ఏర్పరచు రేఖ l గీయండి.



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

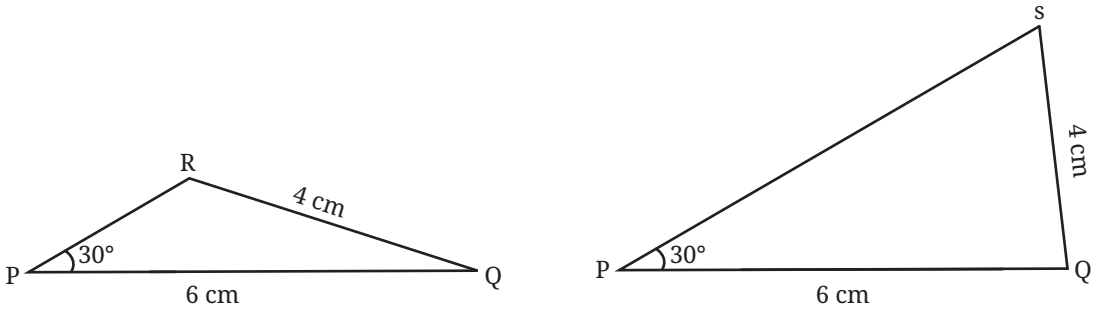
3వ దశ : రేఖను కత్తరించడానికి Q నుండి 4 cm వ్యాసార్ధంగల తగిన పొడవుగల చాపం గీయండి.



ఈ ఆకృతి నుండి మనకు కావలసిన త్రిభుజం పొందడం ఎలా?

చాపం మరియు రేఖ l ఖండించెడి బిందువు కావలసిన త్రిభుజం యొక్క మూడవ బిందువును ఇస్తుంది అయితే, చాపం రేఖ l ను R మరియు S అను రెండు విభిన్న బిందువులలో ఖండించడాన్ని మనం గమనిస్తాం.

ΔPQR మరియు ΔPQS ఈ రెండూ ఇచ్చిన కొలతలకు సరిపోతాయి.



అందువలన, ఇచ్చిన కొలతల నుండి మనం సర్వసమానం కాని (త్రిభుజాలు గీయవచ్చు.

దానిని **భుభుకో (భుజం భుజం కోణం)** నిబంధన అంటారు. భుభుకో నిబంధన సర్వసమానత్వాన్ని నిర్ధారించదు అని గమనిస్తాం.

రెండు భుజాలు మరియు ఒక కోణాన్ని ఉపయోగించుకుని మనం సర్వసమానత్వాన్ని నిర్ధారించెడి ప్రకరణను పరిశీలించాం. మనం రెండు కోణాలు మరియు ఒక భుజం ఉపయోగించవచ్చా?
ముందుగా రెండు కోణాలు మరియు వాటితో కూడిన భుజం యొక్క ప్రకరణను తీసుకుందాం.

రెండు కోణాలు మరియు వాటితోకూడిన భుజం

? $BC = YZ = 5$ cm, $\angle B = \angle Y = 50°$ అనునవి రెండు త్రిభుజాలు, వీటికి మరియు $\angle C = \angle Z = 30°$ ఉండునట్లు ΔABC మరియు ΔXYZ రెండు త్రిభుజాలయ్యాయి.

మరియు

అవి సర్వసమానమా?

? ఈ కొలతలు కల్గియున్న సర్వసమానంకాని త్రిభుజాలు ఉండవచ్చా? నిర్మించండి, కనుగొనండి.

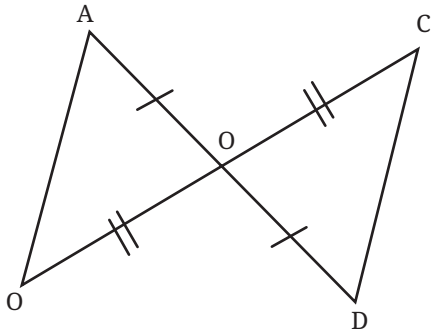
రెండు కోణాలు మరియు వాటితోకూడిన భుజం ఇచ్చినప్పుడు త్రిభుజం నిర్మించడం ఎలాగో మనకు తెలిసింది.

ఈ కొలతలు కల్గియున్న త్రిభుజాలన్నీ పరస్పరం సర్వసమానంగా ఉండాలనేది ఈ నిర్మాణం స్పష్టపరచాలి. అందువలన $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$.

ఈ నిబంధనను సర్వసమానత్వానికి **కోభుకో (కోణం భుజం కోణం)** నిబంధన అంటారు.

? చిత్రంలో O బిందువు AD మరియు BC ల మధ్య బిందువు AB మరియు CDల పొడవు గురించి ఏమి చెప్ప వచ్చు?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



మనదగ్గర ఉన్నది

$AO = OD$ (O మధ్య బిందువు AD)

$BO = OC$ (O మధ్య బిందువు BC)

? వేరే ఏదైనా సమాన భుజాలు లేదా కోణాలు ఉన్నాయా?

మన దగ్గర కూడా ఉంది,

$\angle AOB = \angle DOC$ ఎందుకనగా అవి శీర్షాభిముఖ కోణాలు

భుకోభు నిబంధన (రెండు భుజాలు మరియు వాటితో కూడిన కోణం) అనుసరిస్తుందని గమనిస్తాం. అందువ లన త్రిభుజాలు సర్వసమానమని మనం నిర్ధారించవచ్చు.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

అనురూప శీర్షాలు ఏవి?

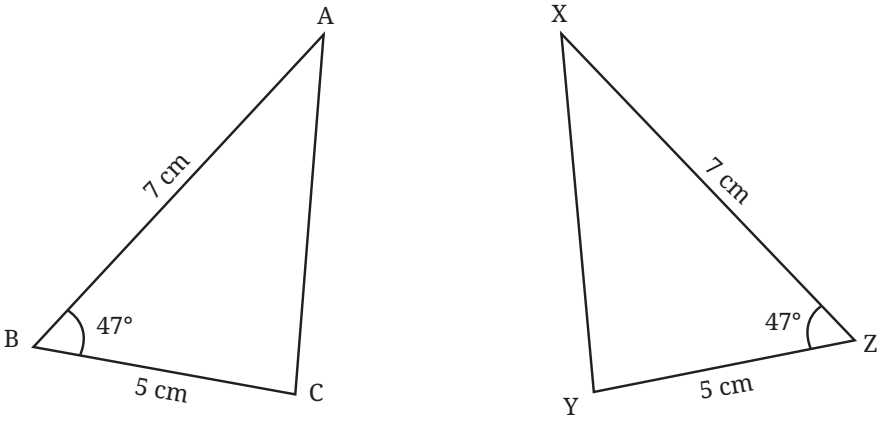
త్రిభుజాలు ఒకదాని మీద మరొకటి సరిగ్గా పొందుకోవడానికి, మనకు AO మరియు OD అలాగే BO మరియు CO లను అతివ్యాప్తి చేయవలసినందున, ΔAOB మరియు ΔDOC లలో అనురూప శీర్షాలు A మరియు D, O మరియు O (రెండు త్రిభుజాలకు సామాన్య శీర్షం) అలాగే B మరియు C అయివుంటాయి. అందువలన

$$\Delta AOB \cong \Delta DOC.$$

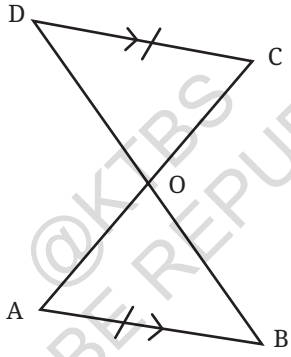
త్రిభుజాలను ఒక దానిమీద మరొకటి పెట్టినప్పుడు AB మరియు DC అతివ్యాప్తి అనురూప భుజాలు అవుతాయి. అందువలన వాటి పొడవు సమానం.

? వీటిని కనుగొనండి

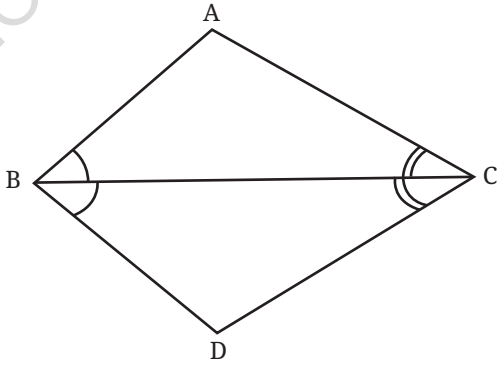
1. కింది త్రిభుజాలు సర్వసమానమని గుర్తించండి వాటి సర్వసమానత్వాన్ని నిర్ధారించడానికి మీరు ఏ నిబంధనలు ఉపయోగించారు! సర్వసమానత్వాన్ని వ్యక్తపరచండి.



2. CD మరియు AB సమాంతరంగావుండి, AB = CD ఈ చిత్రంలో ఇతర సమాన భాగాలు ఏవి? (**క్లూ :** రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నప్పుడు పర్యాయ కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి. ఏర్పడిన రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానమా? అలాగయితే, సర్వసమానత్వాన్ని వ్యక్తపరిచండి)

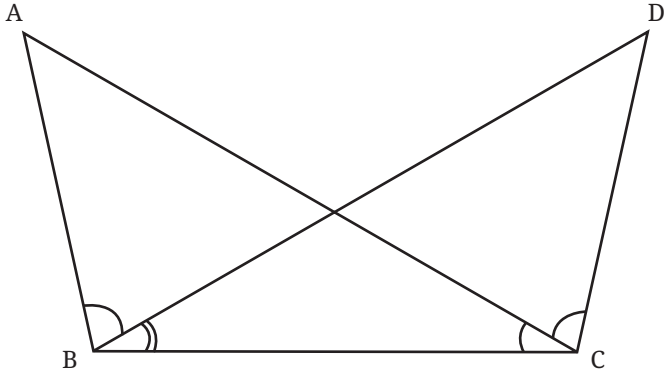


3. ∠ABC = ∠DBC మరియు ∠ACB = ∠DCB, ∠BAC = ∠BDC అని చూపండి. రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానమా?



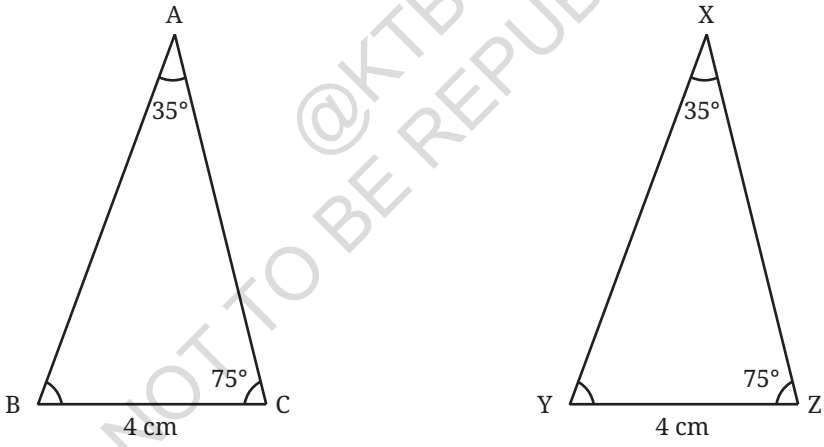
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4. కింది చిత్రంలో $\angle ABD = \angle DCA$ మరియు $\angle ACB = \angle DBC$ అయినప్పుడు, సమాన భాగాలను గుర్తించండి.



రెండు కోణాలు మరియు వాటితోకూడిన భుజాన్ని కొలవడం.

? కింది చిత్రంలో ΔABC మరియు ΔXYZ లలో $\angle A = \angle X = 35°$, $\angle C = \angle Z = 75°$, మరియు $BC = YZ = 4$ cm త్రిభుజాలు సర్వసమానమా? కారణాలివ్వండి.



చిత్రం 1.2

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఈ సమస్యను పరిష్కరించడం ఎలా? ఇక్కడ ఒక పద్ధతి ఉంది.

? $\angle B$ మరియు $\angle Y$ కొలతలు ఏవి?

ఒక త్రిభుజంలోని కోణాలన్నింటి మొత్తం 180^0 అని మనకు తెలిసింది.

అందువలన $\angle B + 35° + 75° = 180°$,

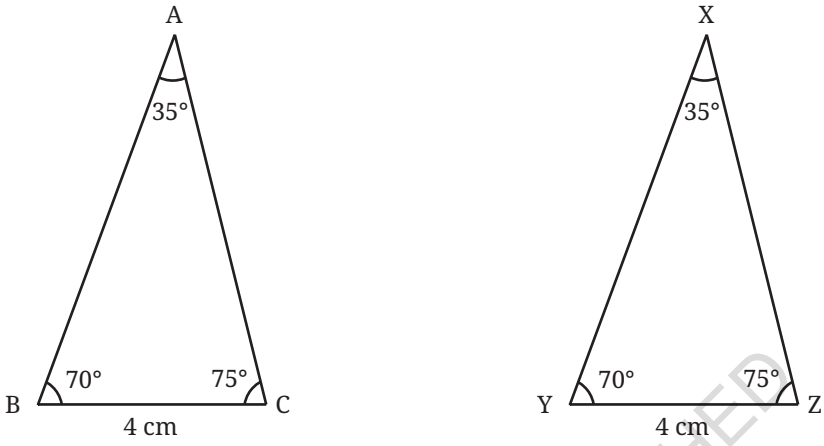
లేదా $\angle B + 110° = 180°$

అందువలన $\angle B = 70°$.

అదే విధంగా, $\angle Y$ కూడా $70°$.

అందువలన $\angle B = \angle Y$.

? అది ΔABC మరియు ΔXYZ సర్వసమానమని చూపడానికి సహాయపడుతుందా?



ఈ రెండు త్రిభుజాలు ఇప్పుడు కోభుకో నిబంధనను పాటిస్తాయి.

$\angle B = \angle Y$

$BC = YZ$

$\angle C = \angle Z$

అందువలన, $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$.

చిత్రం 1.2లో సమానత్వాలు రెండు త్రిభుజాల రెండు కోణాలు మరియు వాటితో కూడియుండని భుజం మధ్య ఉంటాయి. ఈ నిబంధనను **కోకోభు (కోణం కోణం భుజం)** నిబంధన అంటారు.

మనం గమనించినట్లుగా కోకోభు నిబంధన సర్వసమానత్వాన్ని నిర్ధారిస్తుంది.

భుభుకో నిబంధన ఎల్లప్పుడూ సర్వసమానత్వాన్ని నిర్ధారించదు అని మనం గమనించాం. అదేవిధంగా, భుభుకో సర్వసమానత్వాన్ని నిర్ధారించినప్పుడు కొన్ని విశేష ప్రకరణలు ఉన్నాయి. అలాంటి ఒక ప్రముఖ ప్రకరణ ఇక్కడ ఉంది.

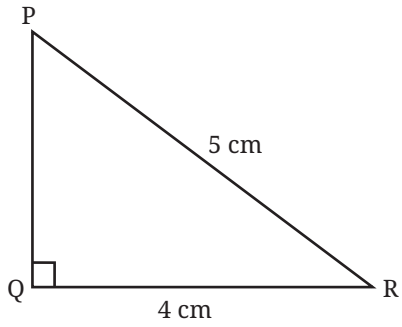
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

లంబకోణ త్రిభుజంతో రెండు భుజాలను కొలవడం.

? ΔABC మరియు ΔXYZ లు లంబకోణ త్రిభుజాలైయుండి, $BC = YZ = 4$ cm, $\angle B = \angle Y = 90°$ మరియు $AC = XZ = 5$cm త్రిభుజాలు సర్వసమానమా?

? ఈ కొలతలు కల్గియున్న సర్వసమానంకాని త్రిభుజాలు ఉండవచ్చా? నిర్మించండి, కనుగొనండి.

చిత్తు రేఖా చిత్రం గమనించాలి. నిర్మాణాన్ని నిర్వహించడానికి సహాయపడుతుంది.

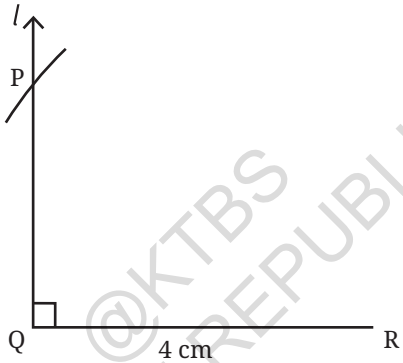


1వ దశ : పాదం QR యొక్క పొడవు 4 cm గీయండి.

2వ దశ : l నుండి QR కు లంబంగా Q రేఖ గీయండి.

3వ దశ : R నుండి, l రేఖమీద 5 cm వ్యాసార్ధంగల ఒక చాపం గీయండి.

4వ దశ : చాపం P రేఖను ఖండించెడి బిందువు P అయివుండాలి. PR కలపండి.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

కావలసిన త్రిభుజం ΔPQR

? QR కింద l రేఖ యొక్క కింది ముఖం విస్తరణను పరిగణించండి. R తో నిర్మించిన చాపం ఈ రేఖను కిందిముఖంగా ఖండన చేస్తున్నదా? (భుజాల పొడవు ఇచ్చినప్పుడు త్రిభుజ నిర్మాణపు సందర్భంలో) అలాగయితే, అది ΔPQR కంటే పరిమాణం మరియు ఆకారం భిన్నంగానున్న మరియు ఇంకా ఇచ్చిన కొలతలు కలిగియున్న త్రిభుజానికి కారణమవుతుందా?

మనకు తరువాత లభించెడి మరొక త్రిభుజం ΔPQR కు సర్వసహనం అయిందని కనబడవచ్చు, ఎందుకు? అందువలన, ఈ కొలతలు కల్గియున్న త్రిభుజాలన్నీ పరస్పరం సర్వసమానంగా ఉంటాయి.

అందువలన, మనం $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$ అని నిర్ధారిస్తాం.

మనం పరిగణించిన సందర్భంలో మరొక త్రిభుజంలో వాటి అనురూప భాగాలకు సమానంగానున్న భాగాలు

(a) లంబకోణం

(b) ఇతర రెండు భుజాలు, వాటిలో ఒక భుజం లంబకోణానికి అభిముఖంగా ఉంటుంది. ఈ భుజాన్ని కర్ణం అంటారు.

దానిని **లంక భ (లంబకోణ కర్ణ భుజం)** నిబంధన అంటారు మరియు అది సర్వసమానత్వానికి మరొక నిబంధన అవుతుంది.

సర్వసమానత్వాన్ని నిర్ధారించుకోవడానికి తగినన్ని నిబంధనలు

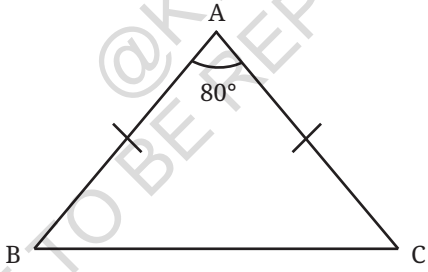
ఇప్పటివరకు చర్చించిన వాటి నుండి రెండు త్రిభుజాలు ఈ కింది ఏదైనా నిబంధనలను పాటించినచో అవి సర్వసమానమని మనం చెప్పవచ్చు.

(a) భుభుభు (SSS) నిబంధన
(b) భుకోభు (SAS) నిబంధన
(c) కోభుకో (ASA) నిబంధన
(d) కోకోభు (AAS) నిబంధన
(e) లంకభు (RHS) నిబంధన

1.3 సమద్విబాహు మరియు సమబాహు త్రిభుజాల కోణాలు

రేఖాగణిత ఆకృతుల లక్షణాలను అధ్యయనం చేయడానికి సర్వసమానత్వం అత్యంత శక్తివంతమైన సాధన. సమద్విబాహు త్రిభుజాల ప్రముఖ లక్షణం కనుగొనడానికి వీటిని ఉపయోగిద్దాం.

? సమద్విబాహు త్రిభుజమైయుండి, AB = AC, మరియు ∠A = 80 మరియు ∠B మరియు ∠C గురించి మనం ఏమి చెప్పవచ్చు?

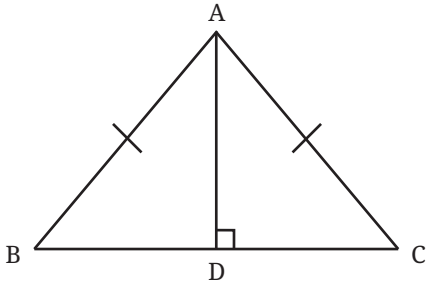


A నుండి BC కి ఎత్తును నిర్మించండి.

AB = AC (దత్తాంశం)

∠ADB = ∠ADC = 90° (నిర్మాణం నుండి)

ΔADB మరియు ΔADC ఈ రెండు త్రిభుజాల సామాన్య భుజం AD



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

అందువలన త్రిభుజాలు లంకభు నిబంధనను పాటిస్తాయి. అందువలన $\Delta ADB \cong \Delta ADC$.

అది $\angle B = \angle C$. అని చూపుతున్నది. ఎందుకనగా అవి సర్వసమాన త్రిభుజాల అనురూప భాగాలయ్యాయి.

అందువలన సమాన భుజాలకు అభిముఖంగానున్న కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి.

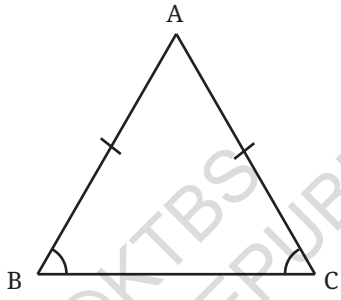
? $\angle B$ మరియు $\angle C$ కనుగొనడానికి, మీరు ఈ వాస్తవాన్ని ఉపయోగించవచ్చా?

సమబాహు త్రిభుజంలో కోణాలు

అన్ని భుజాలు సమానంగానున్న త్రిభుజాలను సమబాహు త్రిభుజాలు అంటారు.

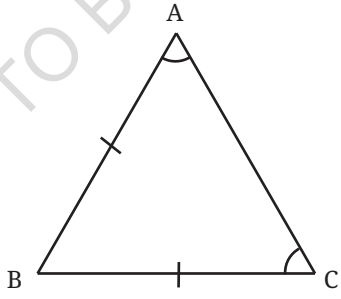
? వాటి కోణాల గురించి మనం ఏమి చెప్పవచ్చు?

ఇటీవల కనుగొన్న అంశం – సమానభుజాలకు అభిముఖంగానున్న కోణాలు సమానంగా ఉంటాయని మనం చెప్పవచ్చు.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

AB మరియు AC భుజాలు సమానంగా ఉన్నాయి. అందువలన $\angle B = \angle C$



అదేవిధంగా, AB మరియు BCభుజాలు సమానంగా ఉంటాయి. అందువలన $\angle A = \angle C$

అందువలన సమబాహు త్రిభుజంలోని అన్ని మూడు కోణాలు మూడు వాటి భుజాలు లాగా సమానంగా ఉంటాయి.

? వాటి కొలతలు ఏమైయుండవచ్చు?

మూడు కోణాల మొత్తం 180^o కావాలంటే.

$3 \times$ సమబాహు త్రిభుజంలో ఒక కోణం $= 180^o$

అందువలన ప్రతి కోణం 60^o.

? నిర్మాణం ద్వారా వాటిని పరిశీలించండి.

అందువలన సర్వసమానత్వం యొక్క కల్పనను ఉపయోగించుకుని, మనం సమబాహు త్రిభుజంలోని అన్ని కోణాలు 60^0 అని నిర్ణయించాం.

నిజ జీవితంలో సర్వసమాన త్రిభుజాలు : పురాతన కాలం నుండి ఆధునిక కాలం వరకు వివధ రకాల నిర్మాణాలు మరియు విన్యాసాలలో సర్వసమాన త్రిభుజాలు చూడవచ్చు. కింద కొన్ని ఉదాహరణలు ఉన్నాయి.



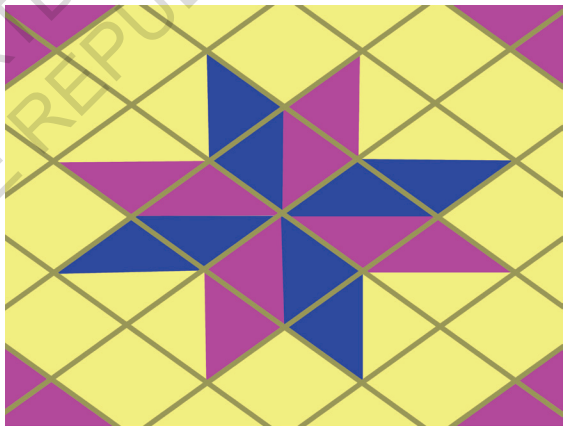
ప్యారిస్‌లోగల ప్రపంచ ప్రసిద్ధ లేవ్రె మూజియం



ప్రపంచ ప్రసిద్ధ ఈజిప్టు యొక్క గిజా పిరమిడ్



గుమ్మట విన్యాసం



ముగ్గు (రంగోలి) విన్యాసం



రవీంద్ర సేతువు లేదా హిరా బ్రిడ్జి

© @KTBS TO BE REPUBLISHED

మీరు ప్రతి చిత్రంలో చూసెడి సర్వసమాన త్రిభుజాలను వివరించండి.

వీటిని కనుగొనండి

1. $\Delta AIR \cong \Delta FLY$ అనురూప శీర్షాలు, భుజాలు మరియు కోణాలను గుర్తించండి.

2. కింది ప్రతి ప్రకరణలో రెండు త్రిభుజాల నుండి తీసుకున్న కొన్ని కొలతలు ఉన్నాయి. త్రిభుజాలు పరస్పరం సర్వసమానంగానున్న జతలను కారణాలతో గుర్తించండి. అవి సర్వసమానం అయినచో సర్వసమానత్వాన్ని వ్యక్తపరచండి.

   (a) $AB = DE$, $BC = EF$, $CA = DF$

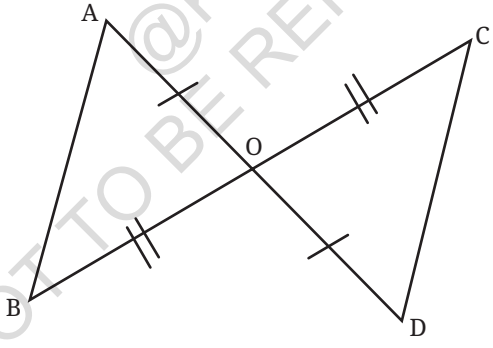
   (b) $AB = EF$, $\angle A = \angle E$, $AC = ED$

   (c) $AB = DF$, $\angle B = \angle D = 90°$, $AC = FE$

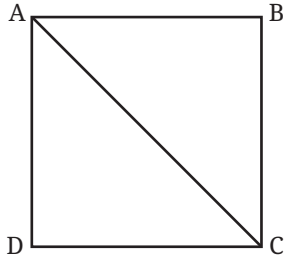
   (d) $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $AC = DF$

   (e) $AB = DF$, $\angle B = \angle F$, $AC = DE$

3. కింది చిత్రంలో $OB = OC$ మరియు $OA = OD$ అనునది AB కి సమాంతరంగా ఉన్నదని చూపండి. (**క్లూ :** ఈ రెండు రేఖలకు AD ఖండన రేఖ ఏవైనా ప్రత్యామ్నాయ కోణాలున్నాయా?



4. $ABCD$ ఒక చతురస్రం $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ అని చూపండి. ΔCDA కూడా ΔABC కి సర్వసమానమా?

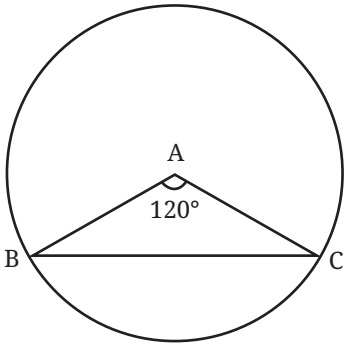


పై సందర్భాన్ని బట్టి రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజం మరొక త్రిభుజానికి రెండు విభిన్నరీతులలో సర్వసమానంగా ఉండటానికి ఎక్కువ ఉదాహరణలివ్వండి.

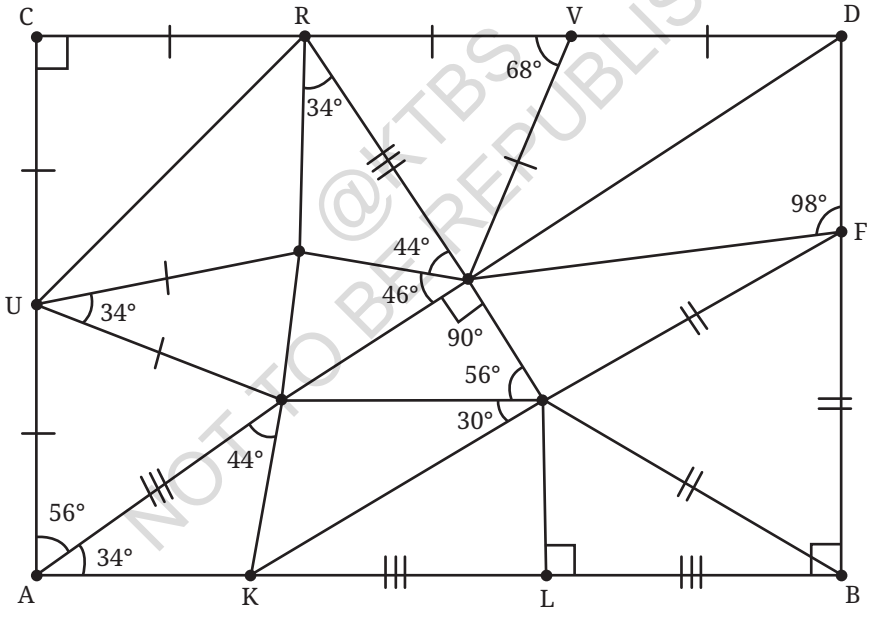
@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

ఒక త్రిభుజం మరొక త్రిభుజానికి ఆరు విభిన్న రీతులలో సర్వసమానంగాగల రెండు త్రిభుజాలను ఉదాహరణగా ఇవ్వండి?

5. $\angle B$ వృత్త కేంద్రంగా ఉన్నప్పుడు $\angle C$ మరియు A కనుగొనండి.



6. ఏదిలివేయబడిన (కనిపించని) కోణాలను కనుగొనండి మనం అనుసరిస్తున్న సంప్రదాయం ప్రకారం. '|' నుండి గుర్తించబడిన రేఖలన్నీ పరస్పరం సమానంగా ఉంటాయి. మరియు '|' నుండి గుర్తించబడినవి పరస్పరం సమానంగా ఉంటాయి, మొదలగునవి.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సారాంశం

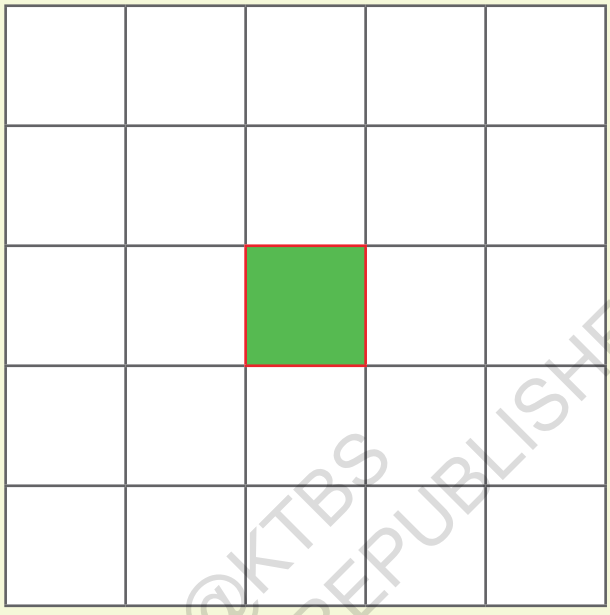
- ఒకే ఆకారం మరియు పరిమాణం కలిగియున్న ఆకృతులను **సర్వసమానం** అంటారు. ఆ ఆకృతులు ఒకదాని మీద మరొకటి సరిగ్గా / ఖచ్చితంగా పొందుకొనునట్లు ఒకదానిమీద మరొక దానిని పెట్టవచ్చు.
- సర్వసమానత్వాన్ని పరిశీలించేటప్పుడు, ఒక ఆకృతిని మరొక ఆకృతి మీద పెట్టేటప్పుడు, ఆకృతిని త్రిప్పవచ్చు. దానివలన ఒక ఆకృతి మరొక ఆకృతి మీద సరిగ్గా పొందుకుంటుంది.
- రెండు త్రిభుజాల భుజాలు ఒకే పొడవుకు కల్గియున్నప్పుడు **భుభుభు (భుజం భుజం భుజం)** నిబంధన ను పాటిస్తుందని / అనుసరిస్తుందని మనం చెప్పుతాం. భుభుభు నిబంధన సర్వసమానత్వాన్ని నిర్ధారిస్తుంది.
- ఒక త్రిభుజపు రెండు భుజాలు మరియు వాటితో కూడిన కోణం మరొక త్రిభుజపు రెండు భుజాలు మరియు వాటితో కూడిన కోణానికి సమానంగానున్నచో, భుకోభు (భుజం కోణం భు) నిబంధనను పాటిస్తుందని మనం చెప్పుతాం భుకోభు నిబంధన కూడా సర్వసమానత్వాన్ని నిర్ధారిస్తుంది.
- ఒక త్రిభుజపు రెండు కోణాలు మరియు వాటితో కూడిన భుజం మరొక త్రిభుజపు రెండు కోణాలు మరియు పాటితో కూడిన భుజానికి సమానంగానున్నచో, **కోభుకో (కోణం భుజం కోణం)** నిబంధనను పాటిస్తుందని మనం చెప్పుతాం. కోభుకో నిబంధన సర్వసమానత్వాన్ని నిర్ధారిస్తుంది కోణాల మధ్య భుజం భుజం ప్రమేయం లేకపోయినా (కూడియుండనప్పటికీ) సర్వసమానత్వం పాటిస్తుంది **కోకోభు (కోణం కోణం భుజం)** నిబంధన.
- లంబకోణ త్రిభుజంలో లంబకోణానికి అభిముఖంగానున్న భుజాన్ని కర్ణం అంటారు.
- ఒక లంబకోణ త్రిభుజపు ఒక భుజం మరియు కర్ణం మరొక లంబకోణ త్రిభుజపు ఒక భుజం మరియు కర్ణానికి సమానంగానున్నచో, **లంకభు (లంబకోణం కర్ణం భుజం)** నిబంధనను పాటిస్తుందని మనం చెప్పుతాం. లంకభు నిబంధనను కూడా సర్వసమానత్వాన్ని నిర్ధారిస్తుంది.
- రెండు భుజాలు మరియు వాటితో కూడియుండని కోణం సమానంగానున్నచో, ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానంగా ఉండాల్సిన అవసరం లేదు.
- ఒక త్రిభుజంలో సమాన భుజాలకు అభిముఖంగానున్న కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి.
- ఒక సమబాహు త్రిభుజంలో కోణాలన్నీ 60° అయివుంటాయి.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

పజిల్ సమయం

వ్యక్తీకరణ ఇంజనీర్

రేఖలు గీచి తెలుపు చెదరాలతో కూడిన ప్రదేశాలను/భాగాలను 6 చిన్న సర్వసమాన ప్రదేశాలుగా/భాగాలుగా విభజించండి.





@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2 పూర్ణ సంఖ్యలతో కార్యకలాపాలు
(OPERATIONS WITH INTEGERS)

I3R3H9

2.1 పూర్ణ సంఖ్యల యొక్క సంక్షిప్త పునశ్చరణ (సమీక్ష)

రాకేష్ పజిల్ : ఒక సంఖ్యా ఆట

? రాకేష్ మీకు ఒక సవాలు ఇస్తున్నాడు.

''నేను రెండు సంఖ్యలు ఆలోచించాను'' అతడు చెప్పాడు.

వాటి **మొత్తం 25** మరియు వీటి వ్యత్యాసం **11**

? మీరు ఆ రెండు సంఖ్యలను చెప్పగలరా ?

మీరు ఎటువంటి సూత్రాలు ఉపయోగించాల్సిన అవసరం లేదు. వేర్వేరు జతల సంఖ్యలతో ప్రయత్నించండి, తరువాత పరిశీలించండి:

1. రెండు సంఖ్యల మొత్తం 25 అవుతుందా?
2. వాటి వ్యత్యాసం 11 అయిందా?

(గుర్తుంచుకోండి : వ్యత్యాసం అనగా మొదటి సంఖ్య–రెండవ సంఖ్య)

మీ ఊహలను ఈ కింది విధంగా రాయండి

మొదటి సంఖ్య	రెండవ సంఖ్య	మొత్తం	వ్యత్యాసం
10	15	25	–5
20	5	25	15
19	6	25	13
18	7	**25**	**11**

? సరైన జతను కనుగొన్నారా?

? మీరు ఇప్పుడు సరైన జతను కనుగొన్నారు రాకేష్ మీకు రెండవ సవాలు ఇచ్చాడు.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మొత్తం 25, అయితే **వ్యత్యాసం–11** అయివుండునట్లు రెండు సంఖ్యలను ఆలోచించండి.

అదే పద్ధతిని ఉపయోగించండి. వివిధ జత సంఖ్యలతో ప్రయత్నించండి మరియు పట్టికను నింపండి. మొదటి పజిల్ నుండి సంఖ్యలను వినిమయం చేసినచో, రాకేష్ యొక్క రెండవ పజిల్ జవాబును పొందుతారని మీరు గమనించగలరు. అనగా, మొదటి సంఖ్య 7 మరియు రెండవ సంఖ్య 181.

? వీటిని కనుగొనండి

మొత్తం మరియు వ్యత్యాసాల నుండి ఇంకా కొన్ని అధిక జత సంఖ్యలు కనుగొనడానికి ప్రయత్నిద్దాం.

(a) మొత్తం = 27, వ్యత్యాసం = 9

(b) మొత్తం = 4, వ్యత్యాసం = 12

(c) మొత్తం = 0, వ్యత్యాసం = 10

(d) మొత్తం = 0, వ్యత్యాసం = –10

(e) మొత్తం = –7, వ్యత్యాసం = –1

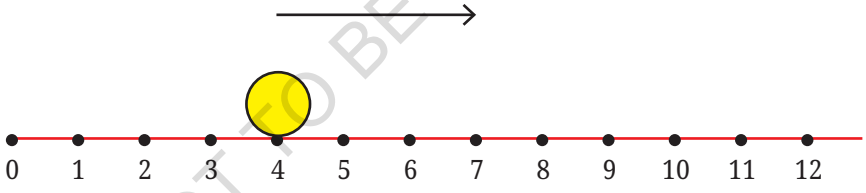
(f) మొత్తం = –7, వ్యత్యాసం = –13

ఒక సహచరున్ని ఎంచుకొని, సరళిలో ఈ ఆట ఆడండి. ప్రతి సరళిలో మీలో ఒకరు రెండు పూర్ణసంఖ్యలను ఆలోచించండి. వాటి మొత్తం మరియు వ్యత్యాసాలు తెలపాలి. మరొకరు ఆ పూర్ణ సంఖ్యలను కనుగొనాలి. కొన్ని ప్రయత్నాల తరువాత, మీరు ఈ మ్యాజిక్ ట్రిక్‌ను మీ కుటుంబ సభ్యులతో చేసి వారిని ఆశ్చర్యం చేయవచ్చు!

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

క్యారమ్ నాణెం పూర్ణ సంఖ్యలు

ఒక క్యారమ్ నాణెమును కుడివైపుకు చలించునట్లు కొట్టడమైంది. ప్రతి కొట్టుడు, ప్రయోగించిన కుడివైపుకు అనుగుణంగా నాణెమును కొన్ని నిర్దిష్ట ప్రమాణాలంత దూరం చలించునట్లు చేస్తుంది

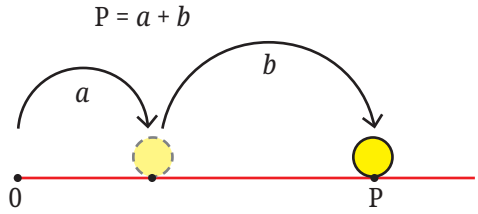


? ప్రారంభంలో నాణెం 0 బిందువులో ఉంది. నాణెమును రెండు సార్లు కొట్టినచో, మొదటి కొట్టుడు నుండి అది 4 ప్రమాణాలంత (యూనిట్లు) చలించినచో. మరియు రెండవ కొట్టుడు నుండి 3 ప్రమాణాలంత చలించినచో, నాణెం యొక్క అంతిమ స్థానం ఏదైయుంటుంది?

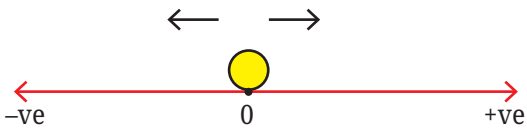
నాణెం 0 నుండి 4 + 3 = 7 ప్రమాణాలంత దూరంలో ఉంటుందని స్పష్టమవుతుంది.

? నాణెమును రెండు సార్లు కొట్టినచో మరియు రెండు చలనాలు తెలిసినచో, మీరు నాణెపు అంతిమ స్థానానికి ఒక సూత్రం ఇవ్వగలరా?

మొదటి కొట్టుడు నాణెమును **'a'** ప్రమాణాలంత కుడివైపుకు మరియు రెండవ కొట్టుడు నాణెమును **'b'** ప్రమాణాలంత కుడివైపుకు చలించునట్లు చేసినచో, అప్పుడు అంతిమ స్థానం $P = a + b$ అయివుంటుంది ఇక్కడ P ప్రారంభ బిందువు 0 నుండి నాణెమునకు గల దూరం.



ఇప్పుడు నాణెం రెండు వైపులా – ఎడమవైపు లేదా కుడివైపుకు చలించునట్లు కొట్టినచో.



? నాణెం 0 లో ఉంది. దానిని రెండుసార్లు కొట్టినచో, (రెండు కొట్టుళ్ళ దిక్కులు ఒకటే లేదా వేర్వేరు అయివుండవచ్చు), మీరు నాణెపు అంతిమ స్థానానికి ఒక సూత్రం ఇవ్వగలరా?

దీనిని చేసే ఒక విధానం, కొట్టుళ్ళ దిక్కుల వేర్వేరు సందర్భాలను పరిగణించబడుతుంది.

- రెండూ కుడివైపుకు
- రెండూ ఎడమ వైపుకు
- మొదటి కొట్టుడు కుడివైపుకు మరియు రెండవ కొట్టుడు ఎడమ వైపుకు మరియు
- మొదటి కొట్టుడు ఎడమ వైపుకు మరియు రెండవ కొటుడు కుడివైపుకు.

ఈ సందర్భాలను పరిణామక్రమంగా సూచించెడి ఒక విధానం అనగా, ధన మరియు ఋణ పూర్ణ సంఖ్యలు ఉపయోగించడం. ముందుగా, నాణెం సంఖ్యారేఖలాగా చలించునట్లు ఒక రేఖ సృష్టిద్దాం.



కుడి భాగపు చలనాన్ని ధనాత్మకంగా మరియు ఎడమ భాగపు చలనాన్ని ఋణాత్మకంగా పరిగణిద్దాం.

మొదటి కొట్టుడులో నాణెం 0 నుండి 5 ప్రమాణాలంత కుడివైపుకు మరియు రెండు కొట్టుళ్ళలో ఎడమ వైపుకు 7 ప్రమాణాలంత చలించినచో, మనం మొదటి చలనం = 5 ప్రమాణాలు

రెండవ చలనం = 7 ప్రమాణాలుగా తీసుకుంటాం..

? నాణెపు అంతిమ స్థానం ఏది?

రెండు చలనాలను కూడటం వలన దానిని సరళంగా కనుగొనవచ్చు : $5 + (-7) = -2$

అందువలన, నాణెం –2 లో ఒక ప్రమాణాలంత ఉంటుంది. లేదా అది 0 కు ఎడమవైపు 2 ప్రమాణాలంత ఉంటుంది.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సాధారణంగా, మొదటి కొట్టుడు నాణెమును **'a'** ప్రమాణా లంత (కొట్టుడు కుడివైపు అయినచో అది ధనాత్మకం మరియు కొట్టుడు ఎడవైపు అయినచో, అది ఋణాత్మకం) మరియు రెండవ కొట్టుడు **'b'** ప్రమాణాలంత అయినచో, (కొట్టుడు కుడివైపుకు అయినచో అది ధనాత్మకం మరియు కొట్టుడు ఎడమవైపుకు అయినచో అది ఋణాత్మకం). రెండు కొట్టుళ్ళ తరువాతి అంతిమ స్థానం 'P' అది పునః $P = a + b$.

ఈ క్రొత్త నమూనా (నిర్మాణం) ఆధారంగా కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

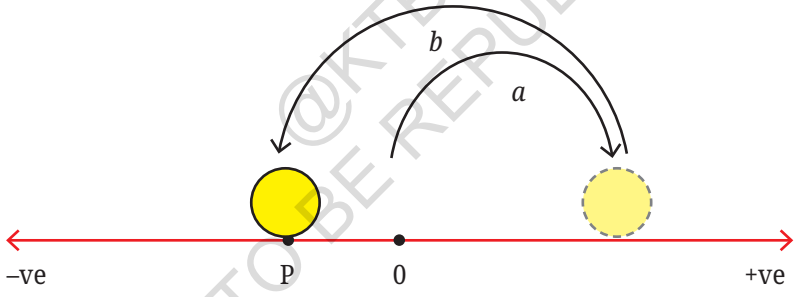
1. మొదటి చలనం – 4 మరియు అంతిమ స్థానం 5 అయినచో, రెండవ చలనం ఎంత?
2. కొట్టుళ్ళు ఎక్కువగావుండి, అవి వరుసగా $1, -2, 3, -4, ..., -10$ చలనాలు ఏర్పరచినచో నాణెం యొక్క అంతిమ స్థానం ఏది?

చలనాలను ధనాత్మకం మరియు ఋణాత్మక సంఖ్యలుగా సృష్టించడం వలన, మనం రెండు అంశాల సమాచారం పొందవచ్చు – దూరం (పరిమాణం) మరియు దిక్కు (కుడి లేదా ఎడమ) ఉదాహరణపు మనం చలనాన్ని – 4 అని చెప్పినచో, దాని పరిమాణం 4 మరియు దిక్కు ఎడవు.

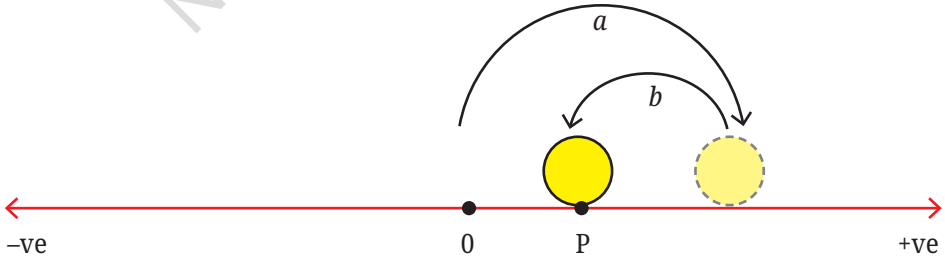
కింద ఇచ్చిన చిత్రాలనుండి, పరిమాణం a మరియు b ల పరస్పరం పోలికల గురించి ఏ నిర్ధారణలు మీరు చేయగలరు మరియు వాటి దిక్కులు ఏవి? 0 నుండి ప్రారంభించడం గురించి గుర్తుంచుకోండి.

దీనిని ప్రయత్నించండి.

1.

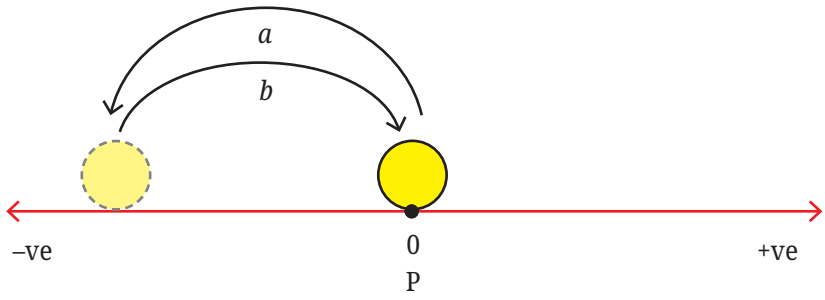


2.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3.



సంఖ్యరేఖతో పూర్ణ సంఖ్యలను అర్థం చేసుకోవడానికి టోకన్ల నమూనాను ఉపయోగించాం. ఈ నమూనాను 6వ తరగతిలో సంకలనం మరియు వ్యవకలనాలు చేయడానికి ఉపయోగించాం. త్వరగా గుర్తుంచుకుందాం: ఆకుపచ్చ టోకన్ (⊕) ను ధనాత్మకం 1 మరియు ఎరుపు టోకన్ (⊖) ను ఋణాత్మకం అనగా–1 ను చూపడానికి ఉపయోగించాం. ఒకటిగా అవి పరస్పరం రద్దు అయి సున్నా అవుతుంది.

? (+7) – (+18) కనుగొనండి.

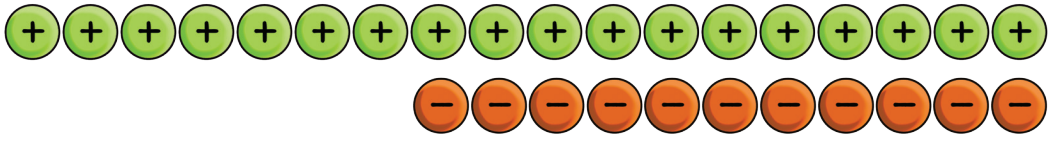
18ను 7 నుండి తీసివేయడానికి అనగా (+7) – (+18), మనం 18 ధనాత్మకాలను 7 ధనాత్మకాలనుండి తొలగించాలి.



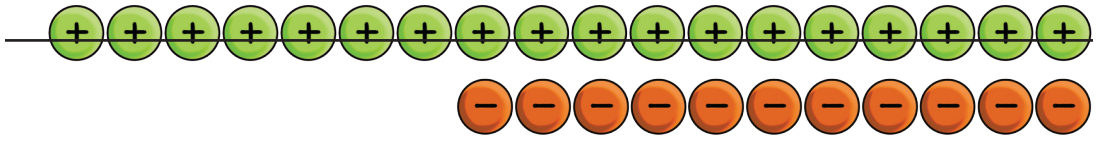
అనగా 18 ధనాత్మకాలను తొలగించడానికి అక్కడ తగిన టోకన్లు లేవు !
మనం తగిన సున్నా జతలు వేయడం వలన, 18 ధనాత్మకాలు తొలగించవచ్చు.

? ఎంత?

మనలో 7 ధనాత్మకాలు ఉన్నాయి మరియు మనకు ఇంకా 11 అవసరం ఉంది. అందుదలన, మనం 11 సున్నా జతలు వేయాల్సి ఉంది.



మనమిప్పుడు 18 ధనాత్మకాలు తొలగించవచ్చు



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఏమి మిగిలింది? అక్కడ 11 ఋణాత్మకాలున్నాయి. దాని అర్థం −11

కాబట్టి, $7 - 18 = -11$.

ఒక సంఖ్యను తీసివేయడం, అనగా దాని సంకలన విలోమాన్ని కూడటం అని అర్థం అనునది మనం తెలుసుకున్నాం.

? టోకన్లు ఉపయోగించి, కింది వ్యాఖ్యానాల గురించి చర్చించండి.

గణితపు మాట

(a) $7 - 18 = 7 + (-18)$ (18 యొక్క సంకలన విలోమం −18)

(b) $4 - (-12) = 4 + 12$ (−12 యొక్క సంకలన విలోమం 12)

ఉపాధ్యాయులకు సూచన : దృష్టిదోషం కల్గియున్న విద్యార్థులకు ధన మరియు ఋణ సంఖ్యలకు వేర్వేరు ఆకారాల టోకన్లు ఉపయోగించవచ్చు.

ఒక పూర్ణ సంఖ్య a యొక్క సంకలన విలోమాన్ని $-a$ అని సూచించబడుతుంది. కాబట్టి 18 యుక్క సంకలన విలోమాన్ని −(18) అని సూచించబడుతుంది మరియు −18 యొక్క సంకలన విలోమాన్ని −(−18)= 18 అని సూచించబడుతుంది.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

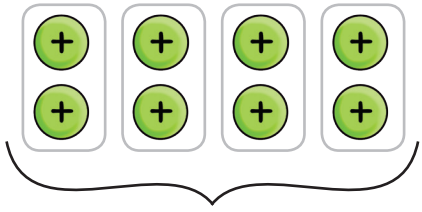
2.2 పూర్ణసంఖ్యల గుణకారం

పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనం మరియు వ్యవకలనాలను చూపడానికి టోకన్ నమూనాలు ఉపయోగించాం. ఇప్పుడు మనం టోకన్లు ఉపయోగించి, గుణకార నమూనా (మాదరి)ను అన్వేషిద్దాం.

చిత్రంలో చూపినట్లుగా, మనం కొన్ని ధన టోకన్ల ఒక ఖాళి సంచిలో వేసినచో.

? **ఇప్పుడు సంచిలో ఎన్ని ధనాత్మకాలు ఉన్నాయి?**

సంచిలో 8 ధనాత్మకాలున్నాయి. మనం వాటిని 2 ధనాత్మకాలను సంచులను 2 సార్లు, కూడాలి అని గురునించవచ్చు. అందువలన క్రియ, $4 \times 2 = 8$ అవుతుంది



4 సార్లు 2 ఆకు పచ్చ టోకన్లు = 8

$4 \times 2 = 8$

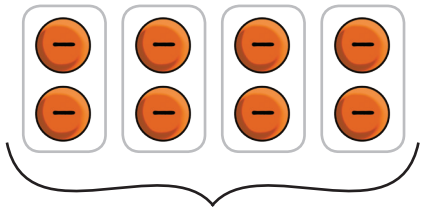
ధన పూర్ణసంఖ్యల ఈవిధమైన గుణాకారాన్ని మనం ముందుగానే తెలుసు కున్నాం. $4 \times (-2)$ లాంటి గుణకారాలను వివరించడానికి మనం టోకన్లు ఉపయోగించవచ్చా? ఎలాగో చూద్దాం.

ప్రతి క్రొత్త క్రియను మనం ఒక ఖాళి సంచితో ప్రారంభిస్తాం.

$4 \times (-2)$ ను 2 ఋణాత్మకాలను ఒక ఖాళి సంచిలో 4 సార్లు వేయడం అని వివరించవచ్చు. ఋణాత్మకాలకు మనం ఎరుపు టోకన్లు ఉపయోగిస్తాం కాబట్టి మనం 2 ఋణాత్మకాలను ఖాళీ సంచిలో 4 సార్లు వేస్తాం.

ఇప్పుడు సంచిలో 8 ఎరుపు టోకన్లు లేదా 8 ఋణాత్మకాలున్నాయి.

$4 \times (-2) = (-8)$.



4 సార్లు 2 ఎరుపు టోకన్లు = –8

4 × (–2) = –8



? అదేవిధంగా $4 \times (-6)$ మరియు $9 \times (-7)$ యొక్క విలువలు కనుగొనండి. $(-4) \times 2$ను ఎలా వివరించవచ్చు?

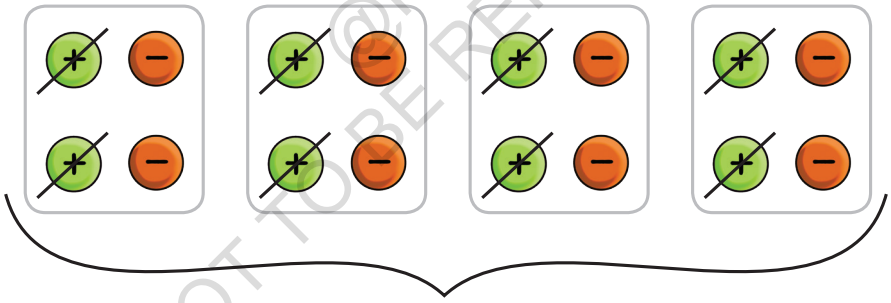
గుణకం ధనాత్మకం అయినబో మనం టోకన్లను సంచిలో వేస్తాం. గుణకం ఋణాత్మకం అయినచో మనం టోకన్లను సంచిలో నుండి తొలిగిస్తాం.

అందువలన, $(-4) \times 2$ మనం రెండు ధనాత్మకాలు లేదా 2 ఆకుపచ్చ టోకన్లను సంచిలోనుండి 4 సార్లు తొలగించాల్సి ఉంటుంది.

? మనం ఆకుపచ్చ టోకన్లు తొలగించడానికి ప్రయత్నిస్తున్నామే తప్ప ఎరుపు టోకన్లు కాదు. ఎందుకు?



అయితే, సంచిలో ఏ టోకన్లు లేవు.ఎందుకనగా మనం ఖాళి సంచితో ప్రారంభిస్తాం. వ్యవకనపు సందర్భం ఉన్నట్లుగా, 2 ధనాత్మకాలను ఒక ఖాళి సంచి నుండి తొలగించడానికి, ముందుగా మనం 2 సున్నా జతలను సంచిలో వేసి, తరువాత 2 ధనాత్మకాలను తొలగించాలి. వాటిని మనం 4 సార్లు చేయాలి.



సున్నా జతల నుండి 2 ఆకుపచ్చ టోకన్లు 4 సార్లు తొలగించండి.

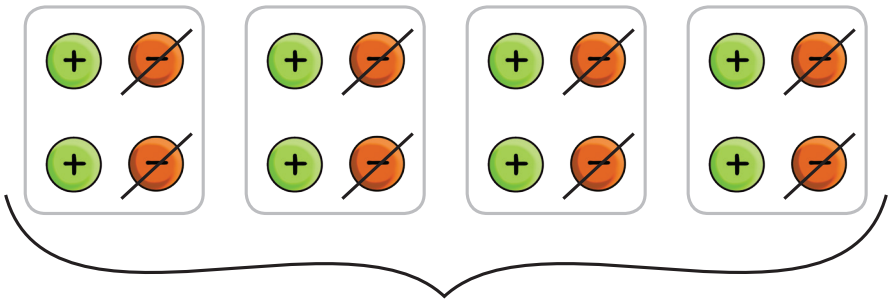
$(-4) \times 2 = -8$

© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

ధనాత్మకాలను తొలగించిన తరువాత, సంచిలో 8 ఋణాత్మకాలు మిగిలాయి. అది – 8. $(-4) \times 2 = -8$ అనునది సూచిస్తుంది.

? గుణకారంలో రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు ఋణాత్మకాలైనచో ఏమవుతుంది? టోకన్లతో పాటు $(-4) \times (-2)$ ను ఎలా సృష్టించవచ్చు?

$(-4) \times (-2)$ కొరకు, మనం 2 ఋణాత్మకాలను సంచిలో నుండి 4 సార్లు తొలగించాలి. సంచిలో ఎటువంటి ఎరుపు టోకన్లు లేనందున, మనం 2 సున్నా జతలను సంచిలో వేసి, తరువాత 2 ఋణాత్మకాలను తొలగించాలి. దానిని మనం 4 సార్లు చేయాలి.



సున్న జతల నుంది. 2 ఎరుపు టోకన్లను 4 సార్లు తొలగించండి.

$(-4) \times (-2) = 8$

సంచిలో 8 ధనాత్మకాలు మిగిలాయి అది +8

కాబట్టి,

$$-4 \times -2 = +8.$$

మనం ఇదివరకు టోకన్లు ఉపయోగించి, కింది ఫలితాలు సాధించాం.

$4 \times 2 = 8,$

$4 \times (-2) = -8,$

$(-4) \times 2 = -8,$ మరియు

$(-4) \times (-2) = 8.$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

కనుగొనండి

1. టోకన్ల వివరించడాన్ని ఉపయోగించుకుని, కిందివాటి విలువలు కనుగొనండి.

   (a) $3 \times (-2)$ (b) $(-5) \times (-2)$

   (c) $(-4) \times (-1)$ (d) $(-7) \times 3$

2. $123 \times 456 = 56088$ అయినచో, లెక్కించకుండానే విలువలు కనుగొనండి.

   (a) $(-123) \times 456$ (b) $(-123) \times (-456)$

   (c) $(123) \times (-456)$

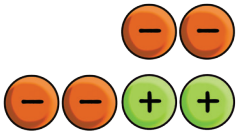
3. రెండు పూర్ణసంఖ్యలను గుణించడానికి ఒక సులభ నియమాన్ని సృష్టించడానికి ప్రయత్నించండి.

   గణితపు మాట

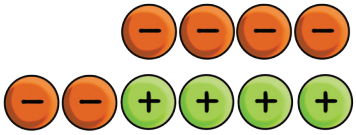
   కింది టోకన్ల ద్వారా ప్రాతినిధ్యం వహించెడి సంఖ్యలను పరిగణించండి

   (a) 

(b)



(c)



అవన్నీ సంఖ్య (−2)ను ప్రాతినిధ్యం వహిస్తాయని మనం గమనించవచ్చు. ఇప్పుడు ఈ ప్రతి టోకన్ సెట్లను 4 సార్లు తీసుకోండి. అనగా, ప్రతి సెట్‌ను ఖాళీ సంచిలో 4 సార్లు వేయండి.

? ప్రతి సందర్భంలో కూడా ఏ పూర్ణ సంఖ్యను అంతిమ జవాబుగా పొందుతాం? సెట్‌లు వేర్వేరుగా కన బడటం వలన, వేర్వేరు పొందుతాయా లేదా ఒకే జవాబును పొందుతాయా? ఎందుకనగా అవి అన్ని −2లను ప్రాతినిధ్యం వహిస్తాయి.

గణితపు మాట

? 4కు సంబంధించి వేర్వేరు టోకన్ సెట్‌లను తీసుకుని, వాటిని 5×4 పరిశీలించండి.

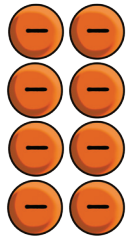
ఖాళీ సంచినుండి 2 ధన టోకన్లను 4 సార్లు తొలగించడం వలన పొందిన సంఖ్య -4×2 అని మనం చూశాం.

ఒక సంఖ్యను తొలగించడం లేదా వ్యవకలనం చేయడం మరియు దాని విలోమాన్ని కూడటం ఒకటేనని మనం తెలుసుకున్నాం.

వాటిని ఉపయోగించుకుని, టోకన్లు తొలగించడానికి బదులుగా, వాటిని కూడే ప్రక్రియ ద్వారా -4×2ను నిరూపించవచ్చా?

గణితపు మాట

2 ధన టోకన్లు తొలగించడం, 2 ఋణ టోకన్లు కూడటం ఒకటే అయినందున -4×2 ను 2 ఋణ టోకన్లను ఖాళీ సంచిలో 4 సార్లు వేయడం ద్వారా కూడా పొందవచ్చు.



$(-4) \times 2$

పూర్ణసంఖ్యల గుణకారంలో విన్యాసాలు

పూర్ణసంఖ్యల గుణలబ్ధాన్ని వివిధ సందర్భాలలో అనగా, గుణకం ధనాత్మకంగా ఉన్నప్పుడు, ఋణాత్మకం మరియు ఋణాత్మకంగా ఉన్నప్పుడు, గుణ్యం ధనాత్మకం మరియు ఋణాత్మకంగా ఉన్నపుడు, అన్వేషించాం. ఈ జ్ఞానాన్ని ఉపయోగించుకుని, మనం గుణాకారపు ఒక క్రమాన్ని సృష్టించి, విన్యాసాలను వీక్షిద్దాం.

@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

ఈ విన్యాసంలో ఏమేమి గమనించారు? వాటిని వివరించగలరా?

గుణకం ధనాత్మకంగా ఉన్నప్పుడు, గుణ్యంలోని ప్రతి ప్రమాణం **తగ్గుదలకు** గుణలబ్ధం గుణ్యం నుండి **తగ్గుదల** అవుతుంది.

$4 \times 3 = 12$ -3
$3 \times 3 = 9$ -3
$2 \times 3 = 6$ -3
$1 \times 3 = 3$ -3
$0 \times 3 = 0$

గుణ్యం సున్నాకంటే తక్కువైనప్పుడు మరియు అది ఒక ఋణసంఖ్య అయినప్పుడు ఈ విన్యాసం కొనసాగుతుందా?

ఔను! ఇదే విన్యాసం, గుణ్యం ఋణ సంఖ్య అయినప్పుడు కూడా కొన సాగుతుంది.

$4 \times 3 = 12$ -3
$3 \times 3 = 9$ -3
$2 \times 3 = 6$ -3
$1 \times 3 = 3$ -3
$0 \times 3 = 0$ -3
$-1 \times 3 = -3$ -3
$-2 \times 3 = -6$ -3
$-3 \times 3 = -9$

గుణ్యం ఒక ఋణ పూర్ణాంకమైనప్పుడు విన్యాసం ఏమై ఉంటుంది?

$4 \times (-3) = -12$ $+3$
$3 \times (-3) = -9$ $+3$
$2 \times (-3) = -6$ $+3$
$1 \times (-3) = -3$ $+3$
$0 \times (-3) = 0$

అది వెనుకటి విన్యాసానికి విలోమంగా ఉంది. గుణ్యం ఋణాత్మకంగా ఉన్నప్పుడు, గుణకంలో ప్రతి ప్రమాణం **తగ్గుదలకు,** గుణలబ్ధం గుణకం నుండి **పెరుగుతుంది**.

గుణ్యం సున్నా కంటే తక్కువైనప్పుడు మరియు అది ఒక ఋణ సంఖ్య అయిననూ ఈ విన్యాసం కొనసాగుతుందా?

ఔను?

గుణకం ఋణాత్మకం అయినప్పుడు కూడా అదే విన్యాసాన్ని గమనిస్తాం. గుణ్యం ఋణాత్మకం అయినప్పుడు, గుణకంలోగల ప్రతి ప్రమాణం **తగ్గుదలకు**, గుణలబ్ధం గుణ్యం నుండి **పెరుగుతుంది**.

ఈ విన్యాసాల నుండి పూర్ణసంఖ్యలు ధనాత్మకంగా ఉన్నప్పుడు గుణకారానికి ఏది సత్యమో, పూర్ణసంఖ్యలు ఋణాత్మకం అయినప్పుడు కూడా అదే సత్యమైయుంటుందని గమనించవచ్చు .

$4 \times (-3) = -12$ $+3$
$3 \times (-3) = -9$ $+3$
$2 \times (-3) = -6$ $+3$
$1 \times (-3) = -3$ $+3$
$0 \times (-3) = 0$ $+3$
$(-1) \times (-3) = 3$ $+3$
$(-2) \times (-3) = 6$ $+3$
$(-3) \times (-3) = 9$

పూర్ణ సంఖ్యల గుణకారం యొక్క ఈ జ్ఞానం నుండి 3 వ ఎక్కంలో గుణకాలు మరియు గుణ్యాలు ధనాత్మకం మరియు ఋణాత్మకం అయినప్పుడు గుణలబ్ధం ఎలా ఉంటుందో చూద్దాం.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$1 \times 3 = 3$	$-1 \times 3 = -3$	$1 \times -3 = -3$	$-1 \times -3 = 3$
$2 \times 3 = 6$	$-2 \times 3 = -6$	$2 \times -3 = -6$	$-2 \times -3 = 6$
$3 \times 3 = 9$	$-3 \times 3 = -9$	$3 \times -3 = -9$	$-3 \times -3 = 9$
$4 \times 3 = 12$	$-4 \times 3 = -12$	$4 \times -3 = -12$	$-4 \times -3 = 12$
$5 \times 3 = 15$	$-5 \times 3 = -15$	$5 \times -3 = -15$	$-5 \times -3 = 15$
$6 \times 3 = 18$	$-6 \times 3 = -18$	$6 \times -3 = -18$	$-6 \times -3 = 18$
$7 \times 3 = 21$	$-7 \times 3 = -21$	$7 \times -3 = -21$	$-7 \times -3 = 21$
$8 \times 3 = 24$	$-8 \times 3 = -24$	$8 \times -3 = -24$	$-8 \times -3 = 24$
$9 \times 3 = 27$	$-9 \times 3 = -27$	$9 \times -3 = -27$	$-9 \times -3 = 27$
$10 \times 3 = 30$	$-10 \times 3 = -30$	$10 \times -3 = -30$	$-10 \times -3 = 30$

మనం కిందివాటిని గమనిస్తాం.

- గుణ్యం మరియు గుణకాల సంకేతాలు మారేకొద్దీ, గుణలబ్ధపు పరిమాణం మారదు.
- గుణ్యం మరియు గుణకాలు రెండూ **ధనాత్మకం** అయినప్పుడు గుణలబ్ధం **ధనాత్మకంగా** ఉంటుంది.
- గుణ్యం మరియు గుణకాలు రెండూ **ఋణాత్మకం** అగా అయినప్పుడు, గుణలబ్ధం **ధనాత్మకంగా** ఉంటుంది.
- గుణ్యం లేదా గుణలబ్ధం **ధనాత్మకంగా** ఉండి, మరొకటి ఋణాత్మకం అయినప్పుతు వాటి గుణలబ్ధం **ఋణాత్మకంగా** ఉంటుంది.

? వీటిని కనుగొనండి

కింది గుణలబ్ధాలను కనుగొనండి

(a) $4 \times (-3)$ (b) $(-6) \times (-3)$

(c) $(-5) \times (-1)$ (d) $(-8) \times 4$

(e) $(-9) \times 10$ (f) $10 \times (-17)$

$1 \times a$ సమాసాన్ని (బీజోక్తి) పరిగణించండి ధన పూర్ణ సంఖ్యలన్నింటికీ సమాసం విలువ 'a' అయివుంటుందని మనకు తెలిసింది.

? ఋణ పూర్ణసంఖ్యలన్నింటికీ అది సత్యమా?

టోకన్ సమూనాను ఉపయోగించుకుని, మనం 'a' ఋణాత్మకాలను సంచిలోపల ఒకేసారి వేస్తాం. దాని తరువాత, సంచిలో 'a' ఋణాత్మకాలుంటాయి. ఉదాహరణకు 'a' -5 అయినచో (5 ఋణాత్మకాలు) సంచిలో 5 ఋణాత్మకాలుంటాయి. అనగా -5. అందువలన

$$1 \times a = a \quad (a \text{ యొక్క అన్ని ధన మరియు పూర్ణసంఖ్యలకు})$$

$-1 \times a$ సమాసం (బీజోక్తి) విలువ ఎంత?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

'a' ధనాత్మకంగా ఉన్నప్పుడు, పూర్ణసంఖ్యల మీరగల గుణలబ్ధాల మన వీక్షణనుండి గుణలబ్ధం 'a' యొక్క పరిణామానికి సమానంగా ఉంటుంది. అయితే, ఋణాత్మకంగా ఉంటుంది.

'a' ఋణాత్మకంగా ఉన్నప్పుడు, గుణలబ్ధం 'a' అంత పరిమాణం కల్గియుంటుంది. అయితే, ధనాత్మకంగా ఉంటుంది.

ప్రతి సందర్భంలో కూడా గుణలబ్ధం, గుణ్యం 'a' యొక్క సంకలనపు విలోమం అని గమనిస్తుంటాం.

$-1 \times a = -a$ (పూర్ణ సంఖ్యలన్నింటికీ a).

? పూర్ణసంఖ్యల సందర్భంలో గుణ్యం మరియు గుణకాలను వినిమయం చేసినప్పుడు కూడా గుణలబ్ధం ఒకటే అయివుంటుందా? కొన్ని సంఖ్యలకు దానిని ప్రయత్నించండి.

కింది గుణలబ్ధాల జతలను గమనించండి. (అవసరమున్నచో ఖాళీ స్థలాలను పూరించండి)

$3 \times -4 = -12$	$-4 \times 3 = -12$
$-30 \times 12 =$ _____	$12 \times -30 =$ _____
$-15 \times -8 = 120$	$-8 \times -15 = 120$
$14 \times -5 = -70$	$-5 \times$ ____ $= -70$

? గుణకారం మీదగల వ్యాఖ్యానాలలో ఏమేమి గమనించారు?

మనం గుణ్యం మరియు గుణకాలను వినిమయం చేసినప్పుడు కూడా గుణలబ్ధం ఒకటే అయివుంటుంది. ఇంతకు ముందే, సంకలనానికి సంబంధించిన ఇలాంటి నియమాన్ని గమనించాం.

? అది ఎల్లప్పుడూ ఇలాగే ఉంటుందా ?

గుణ్యం మరియు గుణకాలను వినిమయం చేసినప్పుడు కూడా గుణలబ్ధపు పరిమాణం మారదు. దానికి కారణం, గుణలబ్ధాల పరిమాణాలను మాత్రమే ఆధారపడియుంటుంది. రెండు ధన పూర్ణసంఖ్యల గుణలబ్ధం గుణించెడి సంఖ్యలను వినిమయం చేసినప్పుడు కూడా మారదు అని మనకు తెలిసింది.

? గుణ్యం మరియు గుణలబ్ధాలను తారుమారు చేసినప్పుడు గుణలబ్ధపు సంకేతం మారుతుందా?

రెండు ధనాత్మకం లేదా రెండు ఋణాత్మకం అయినప్పుడు తారుమారు చేయడానికి ముందు మరియు తరువాత గుణలబ్ధం ధనాత్మకంగా ఉంటుంది. అందువలన ఈ సందర్భంలో సంకేతం మారదు.

ఒకటి ధనాత్మకంగా ఉంది, మరొకటి ఋణాత్మకంగా ఉన్నప్పుడు తరువాత చేయడానికి ముందు మరియు తరువాత గుణలబ్ధం ఋణాత్మకంగా ఉంటుంది. అందువలన ఈ సందర్భంలో కూడా సంకేతం మారదు.

కాబట్టి, గుణకం మరియు గుణ్యాలను తారుమారు చేసినప్పుడు కూడా సంకేతాలు దేనికైనా గణలబ్ధం మారదు.

అందువలన, గుణలబ్ధం పూర్ణ సంఖ్యలకు **పరివర్తనీయం** అయింది.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సాధారణంగా, రెండు పూర్ణసంఖ్యలు a మరియు b లకు ఈ విధంగా చెప్పవచ్చు.

$$a \times b = b \times a.$$

ధన మరియు ఋణ పూర్ణ సంఖ్యలు గుణకారం మరియు భాగహారలకు బ్రహ్మగుప్తుని నియమాలు

పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం లాగా బ్రహ్మగుప్తుడు తన పుస్తకం బ్రహ్మస్ఫుటి సిద్ధాంతంలో (628 CE), పూర్ణ సంఖ్య గుణకారం మరియు భాగహారాలకు కూడా స్పష్టమైన నియమాలు రూపించారు. వారు ధనాత్మక విలువలకు అదృష్టం/భాగ్యం (ధన) మరియు ఋణాత్మక విలువలకు అప్పు (ఋణం) కల్పనలను ఉపయోగించాడు. తన బ్రహ్మస్ఫుట సిద్ధాంతం (18. 30–32) లో కింది విధంగా రాశాడు.

రెండు అదృష్టాల గుణలబ్ధం లేదా భాగలబ్ధం ఒక అదృష్టంగా ఉంటుంది.

రెండు అప్పుల గుణలబ్ధం లేదా భాగలబ్ధం ఒక అదృష్టంగా ఉంటుంది.

ఒక అప్పు మరియు ఒక అదృష్టపు గుణకం లేదా శేషం ఒక అప్పుగా ఉంటుంది.

ఒక అదృష్టం మరియు ఒక అప్పు గుణలబ్ధం లేదా భాగలబ్ధం ఒక అప్పుగా ఉంటుంది.

అది ధన మరియు ఋణ సంఖ్యల గుణకారం మరియు భాగహారానికి సంబంధించి మొదటిసారి నియమాలను ప్రాతినిధ్యం వహించి అంకగణితం మరియ బీజగణితం అభివృద్ధిలో బాలా ముఖ్యమైన ఒక దశగా పరిగణించబడింది!

ఉదాహరణ 1: ఒక పరీక్షలో 50 బహుళైచ్ఛి ప్రశ్నలు ఉన్నాయి. ప్రతిసారి జవాబుకు 5 మార్కులు మరియు ప్రతి తప్పు జవాబుకు 2 ఋణ మార్కులు ఇవ్వబడుతాయి. మాలా 30 సరైన జవాబులు మరియు 20 తప్పు జవాబులిచ్చినచో. ఆమె మొత్తం మార్కులు ఎన్ని?

సాధన : మనం ధన మరియు ఋణ పూర్ణ సంఖ్యలను ఉపయోగిస్తాం. ప్రతి సరైన జవాబుకు మార్కు, ఒక ధన పూర్ణసంఖ్య 5 మరియు ప్రతి తప్పు జవాబుకు ఒక ఋణ పూర్ణ సంఖ్య −2.

30 సరైన జవాబులకు మార్కులు = 30×5.

20 తప్పు జవాబులును మార్కులు = $20 \times (-2)$.

అందువలన, 30 సరైన జవాబులు మరియు 30 తప్పు జవాబులకు అంకగణిత సమాసం:

$$30 \times 5 + 20 \times (-2)$$
$$= 150 + (-40)$$
$$= 110.$$

మాలా పరీక్షలో 110 మార్కులు పొందింది.

పరీక్షలో పొందడానికి సాధ్యమగు గరిష్ట మార్కులు ఎన్ని? సాధ్యమగు కనిష్ట మార్కులు ఎన్ని?

ఉదాహరణ 2 : గని సొరంగంలో భూమికి పైన మరియు కింద చలించెడి లిఫ్ట్ ఉంది. భూమికి పైన లిఫ్ట్ స్థానాలను ధన పూర్ణసంఖ్యల నుండి మరియు భూమికి కింద స్థానాలను ఋణ పూర్ణసంఖ్యలలో సూచించబడింది.

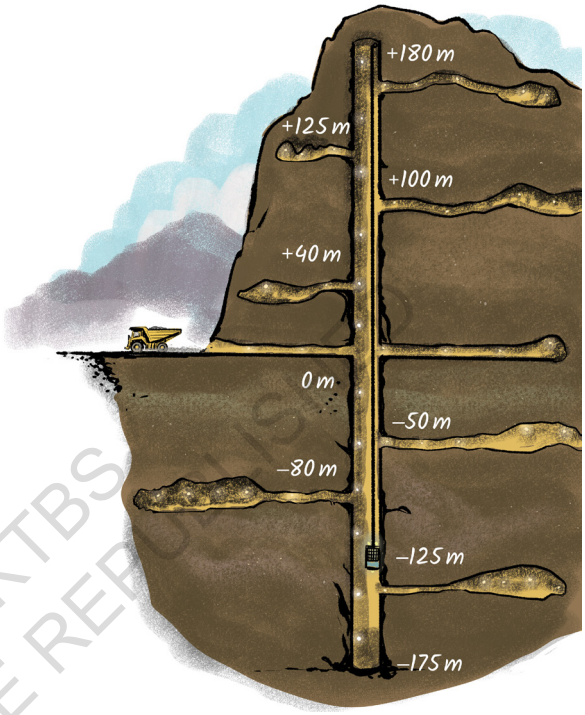
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(a) లిఫ్ట్ నిమిషానికి 3 మీటర్లు చలిస్తుంది. అది భూమట్టం నుండి (0) సొరంగంలోపల కిందికిదిగతే, ఒక గంట తరువాత దాని స్థానం ఏమిటి?

(b) అది భూమి మీద 15 మీటర్ల నుండి దిగడం. ప్రారంభించినచో, 45 నిమిషాల తరువాత దీనిస్థానం ఏమిటి?

సాధన :

ప్రశ్న (a) భాగానికి సాధన.



పద్ధతి 1 :

సంకలనం ఉపయోగించుకుని దానిని సృష్టించువచ్చు.

లిఫ్ట్ నిమిషానికి 3 మీటర్లు చలిస్తుంది. అందువ లన ఒక గంటలో, 180 మీటర్లు (60 × 3) చలిస్తుంది. అది భూమట్టం నుండి (0 మీటర్లు) ప్రారంభించినచో మరియు కిందికి దిగినచో, మనం 0 నుండి 180 తీసివేయాలి.

$$0 - 180 = (-180).$$

కాబట్టి, అది (–180) మీటర్ల స్థానాన్ని చేరుతుంది. అది భూమికి 180 మీటర్ల కింద ఉంది.

పద్ధతి 2 :

లిఫ్ట్ వేగం మరియు దిక్కును ఒక పూర్ణసంఖ్య నుండి ప్రాతినిధ్యం వహించిందని అనుకుందాం. (నిమిషానికి ఒక మీటర్) అది పైన చలించినప్పుడు +3 మరియు కింద చలించినప్పుడు (–3) అయివుంటుంది

లిఫ్ట్ కింద చలిస్తున్నందున, వేగం నిమిషానికి (–3) మీటర్లు. అది 60 నిమిషాలు చలిస్తుంది. అందువలన, అది

$60 \times (-3) = (-180)$ చలిస్తుంది.

60 నిమిషాల తరువాత లిఫ్ట్ 180 మీటర్లు భుమట్టం కంటే కింద ఉంటుంది..

? భాగం (b) కి పైన వివరించిన పద్ధతి 1ని ఉపయోగించి, సాధనను కనుగొనండి. పద్ధతి 2ను ఉపయోగించి,

భాగం (b) కి సాధన :

ప్రారంభ స్థానం = 15

చలించిన దూరం = లిఫ్ట్ ప్రతినిమిషానికి 3 మీటర్లు చొప్పున 45 నిమిషాలు చలిస్తుంది. అనగా, $(45 \times (-3))$,

NOT TO BE REPUBLISHED © KTBS

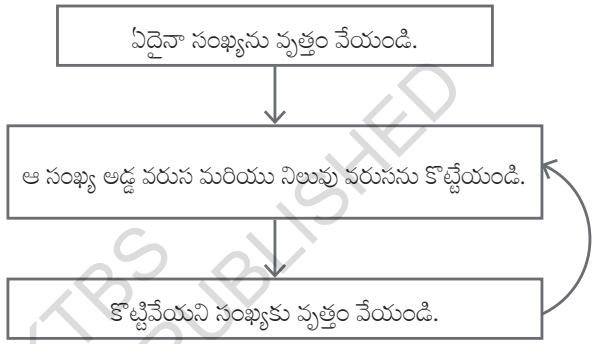
అందువలన, అంతిమ స్థానం = 15 + (45 × (–3))
= 15 + (–(45×3))
= 15 + (–135)çÜ
= (–120).

లిఫ్ట్ 120 మీటర్లు భూమికి కింద ఉంటుంది.

పూర్ణ సంఖ్యల మాయా గ్రిడ్

? కొన్ని సంఖ్యలు కలిగియున్న గ్రిడ్ కింద ఇవ్వబడింది. సూచించిన దశలు అనుసరించి ఏదైనా సంఖ్య మిగలకుండా ఉండేవరకు కొనసాగించండి.

8	–4	12	–6
–28	14	–42	21
12	–6	18	–9
20	–10	30	–15



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

కొట్టివేసిన ఏ సంఖ్యలు లేనిచో, అక్కడితో ఆపండి. వృత్తం వేసిన సంఖ్యలను గుణించండి.
ఒక ఉదాహరణను కింద చూపబడింది.

రౌండ్ 1

8	–4	12	–6
–28	14	–42	21
12	–6	18	–9
20	–10	30	–15

రౌండ్ 2

8	–4	12	–6
–28	14	–42	21
12	–6	18	–9
20	–10	30	–15

రౌండ్ 3

8	–4	12	–6
–28	14	–42	21
12	–6	18	–9
20	–10	30	–15

రౌండ్ 4

8	–4	12	–6
–28	14	–42	21
12	–6	18	–9
20	–10	30	–15

పునఃప్రయత్నించండి, ఇప్పుడు వేర్వేరు సంఖ్యలను ఎంచుకోండి. ఏ గుణలబ్ధ, పొందారు? మొదటిసారి కంటే అది భిన్నంగా ఉందా? వేర్వేరు సంఖ్యలతో ఇంకా కొన్ని సార్లు ప్రయత్నించండి.
కింద ఇచ్చిన గ్రిడ్‌లో అదే ఆట ఆడించండి . ఏ జవాబు పొందారు? ఈ గ్రిడ్‌ల గురించి ప్రత్యేకత ఏమిటి?

8	–4	12	–6
–28	14	–42	21
12	–6	18	–9
20	–10	30	–15

సంఖ్యలలో మ్యాజిక్ ఉందా లేదా వాటిని నిర్వహించడంలో మ్యాజిక్ ఉందా లేదా రెండింటిలోనూ ఉందా? మీరు అలాంటి ఇంకా ఎక్కువ గ్రిడ్‌లను మీరు చేయగలరా?



పూర్ణసంఖ్యల భాగహారం.

ఇంత ముందు మనం భాగహారాన్ని గుణకారానికి ఎలా మార్చవచ్చో చూశాం. ఉదాహరణకు, $(-100) \div 25$ దీనిని 25ను దేనినుండి గుణించి (–100) పొందవచ్చు దానిని ఇలాగే పునరావర్తనం చేయవచ్చు. అనగా

$$25 \times ? = (-100).$$

మనకు తెలిసినట్లుగా,

$$25 \times (-4) = (-100).$$

అందువలన

$$(-100) \div 25 = (-4).$$

అదే విధంగా, $(-100) \div (-4)$ దానిని కిందివిధంగా పునరావర్తనం చేయవచ్చు. (–100)ను పొందడానికి (–4)ను ఏ సంఖ్యతో గుణించాలి? దానిని కింది విధంగా పునరావర్తనం చేయవచ్చు.

$$(-4) \times ? = (-100).$$

మనకు తెలిసినట్లుగా,

$$(-4) \times 25 = (-100).$$

అందువలన,

$$(-100) \div (-4) = 25.$$

అదేవిధంగా, మనకు తెలిసినట్లుగా,

$$(-25) \times (-2) = 50.$$

అందువలన

$$50 \div (-25) = (-2).$$

? పై విన్యాసాలను గమనించి పూర్ణ సంఖ్యల భాగహారానికి నియమాలు సారాంశీకరించగలరా?

సాధారణంగా ఏదైనా రెండు ధన పూర్ణసంఖ్యలు a మరియు b ఇక్కడ $b \neq 0$.

$a \div -b = -(a \div b)$,

$-a \div b = -(a \div b)$, మరియు

$-a \div -b = a \div b$ అని చెప్పవచ్చు.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

వీటిని కనుగొనండి.

1. కిందివాటి విలువలు కనుగొనండి.

(a) $14 \times (-15)$ (b) $-16 \times (-5)$

(c) $36 \div (-18)$ (d) $(-46) \div (-23)$

2. ఒక ఘనీభవనం చెందెడి ప్రక్రియ, గది ఉష్ణోగ్రతను $32°C$ నుండి ప్రతి గంటకు $5°C$ చొప్పున తగ్గించాలను కుంటుంది. ప్రక్రియ ప్రారంభపు, 10 గంటల తరువాత గది ఉష్ణోగ్రత ఎంత ఉంటుంది.

3. ఒక సిమెంట్ కంపెని అది అమ్మిన ఒక సంచి తెలుపు సిమెంట్‌కు ₹8 లాభం పొందుతుంది. బూడిదరంగు సిమెంట్ ప్రతి సంచికి ₹ 25 నష్టం అనుభవిస్తుంది. (లాభం/నష్టాన్ని పూర్ణ సంఖ్యలుగా చూపండి)

(a) కంపెని ఒక నెలలో 3,000 సంచులు తెలుపు సిమెంట్ మరియు 5,000 సంచుల బూడిద రంగు సిమెంట్ అమ్ముతుంది. దాని లాభం లేదా నష్టం ఎంత?

(b) అమ్మిన బూడిద రంగు సిమెంట్ సంచులు 6,400 అయినచో, కంపెనికి లాభం లేదా నష్టం కాకుండా ఉండటానికి ఎన్ని తెలుపు సంచుల సిమెంట్ అమ్మాలి?

4. వ్యాఖ్యానం నిజం అన్నట్లుగా, ఖాళీస్థలాన్ని ఒక పూర్ణాంకంతో మార్చండి.

(a) $(-3) \times \_\_\_\_ = 27$ (b) $5 \times \_\_\_\_ = (-35)$

(c) $\_\_\_\_ \times (-8) = (-56)$ (d) $\_\_\_\_ \times (-12) = 132$

(e) $\_\_\_\_ \div (-8) = 7$ (f) $\_\_\_\_ \div 12 = -11$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

పూర్ణసంఖ్యలను ఉపయోగించిన బీజీయ సమాసాలు (బీజోక్తులు)

బీజీయ సమాసం $5 \times -3 \times 4$ విలువ ఎంత? 5×-3 ను గుణించడం తరువాత గుణలబ్ధాన్ని 5 చే గుణించడం లేదా ముందుగా -3×4 ను గుణించడం మరియు తరువాత గుణలబ్ధాన్ని 5 చే గుణించడం వలన ఏమైనా మారుతుందా?

$(5 \times -3) \times 4$
$= -15 \times 4$
$= -60.$

$5 \times (-3 \times 4)$
$= 5 \times -12$
$= -60.$

3 పూర్ణ సంఖ్యల ఇంకా కొన్ని ఉదాహరణలు తీసుకుని, ఈ లక్షణాలను పరీక్షించండి. మీరేమి గమనించారు?

గుణలబ్ధాలను ఈ రెండు విధాలలో గుంపు చేసినప్పుడు కూడా గుణలబ్ధం ఒకటే అయిపుంటాయి. అని గమనిస్తాం. కాబట్టి పూర్ణసంఖ్యల గుణకారం పూర్ణసంఖ్యల సంకలనంలాగనే సహవర్తనీయం అయింది.

సాధారణంగా ఏవైనా మూడు పూర్ణసంఖ్యలు a, b, మరియు c లకు.

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c.$$

బీజీయ సమాసం $5 \times -3 \times 4$ లో ముందుగా 5 మరియు 4ను గుణించడానికి ప్రయత్నించండి. తరువాత గుణలబ్ధాన్ని -3 చే గుణించండి : $(5 \times 4) \times -3$

$$5 \times 4 = 20, \text{ and } 20 \times -3 = -60.$$

ఇది కూడా గుణలబ్ధానిస్తుంది.

? $5 \times -3 \times 4$ ను గుణించెడి ఏదైనా నిర్దిష్ట విధానాలున్నాయ? అన్ని సందర్భాలలో కూడా గుణలబ్ధం ఒకటే అయివుంటుందా?

? బీజీయ సమాసం $25 \times -6 \times 12$ ను వేర్వేరు విధానాలలో గుణించండి మరియం గుణలబ్ధం అన్ని సందర్భాలలో ఒకటే అయివుంటుందా అని పరిశీలించండి.

3 లేదా ఎక్కువ సంఖ్యలను ఏ విధానంలో గురించినప్పటికీ, గుణలబ్ధం ఒకటే అయివుంటుంది.

గుణలబ్ధాల కింది శ్రేఢులను గమనించండి :

$$-1 \times -1 = 1$$
$$-1 \times -1 \times -1 = -1$$
$$-1 \times -1 \times -1 \times -1 = 1$$
$$-1 \times -1 \times -1 \times -1 \times -1 = 1$$

-1ను 2 లేదా 4 సార్లు గుణించినప్పుడు, గుణలబ్ధం ధనాత్మకంగా ఉంటుంది. దానిని 3 లేదా 5 సార్లు గుణించినప్పుడు గుణలబ్ధం ఋణాత్మకగా ఉంటుంది. ఈ వ్యాఖ్యానాలను ఇంకా కొన సాగించి, సామాన్యీకరించగలరా?



? చాలా పూర్ణ సంఖ్యల గుణకార అవగాహనను ఉపయోగించుకుని, చాలా పూర్ణసంఖ్యల గుణలబ్ధం యొక్క సంకేతానికి ఒక సులభ నియమం ఇవ్వగలరా?

? ఇప్పుడు సమాసం (వ్యక్తీకరణ) $5 \times (4 + (-2))$ను పరిగణించండి ధన పూర్ణ సంఖ్యలులాగా, ఈ వ్యక్తీకరణ $5 \times 4 + 5 \times (-2)$ కు సమానమా?

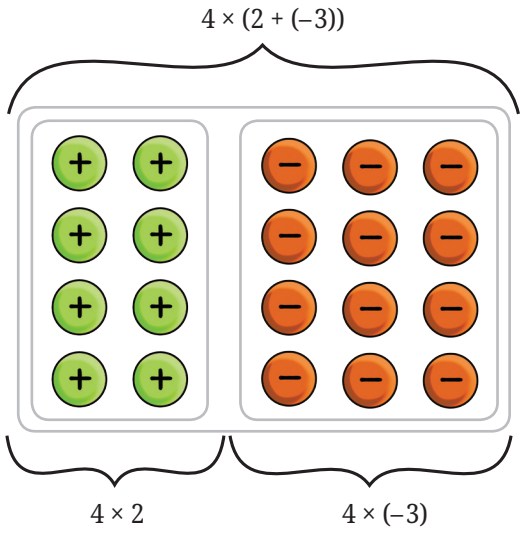
సమానం అనేదానిని గమనిస్తాం. దానిని విభాజక గుణం అని అంటారని గుర్తుంచుకోండి.

? $(-2) \times (4 + (-3))$ విభాజక నియమాన్ని పాటిస్తున్నదా పరిశీలించండి. (అనగా, ఈ వ్యక్తీకరణ $(-2) \times 4 + (-2) \times (-3)$) కు సమానమా మీ ఎంపిక అలాంటి కొన్ని వ్యక్తీకరణలకు విభాజక నియమం పాటించ బడుతున్నదా పరీక్షించండి.

మీరు ఏమేమి గమనించారు? విభాజక నియమం పూర్ణసంఖ్యలన్నింటికీ చాలామటుకు అన్వయిస్తుందని గమనిస్తాం. అది ఎల్లప్పుడూ సాధ్యమా?

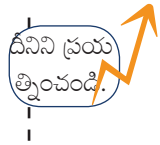
@KVBS NOT TO BE REPUBLISHED

ధన పూర్ణసంఖ్యల సందర్భంలో విభాజక నియమం ఎందుకు సరిపోతుందో దీర్ఘ చతురస్రాకరపు ఒక అమరికను ఉపయోగించి దృశ్యమానం చేయబడింది. పూర్ణసంఖ్యలకు సంబంధించి కూడా ఇదే అమరికను ఆకుపచ్చ టోకన్లు ధన సంఖ్యలకు మరియు ఎరుపు టోకన్లను ఋణ సంఖ్యలకు ఉపయోగించవచ్చు. ఉదాహరణకు, ప్రక్కనున్న దీర్ఘ చతురస్రాకార టోకన్ల అమరికను పరిగణించండి.



మొత్తానికి అమరిక $4 \times (2 + (-3))$ ను ప్రతినిధిస్తుందని చూస్తాం. అది 4×2 మరియు $4 \times (-3)$ యొక్క మొత్తానికి సమానం అని స్పష్టమవుతుంది.

? $-4 \times (2 + (-3))$ లాంటి వ్యక్తీకరణకు విభాజక నియమాన్ని దృశ్యమానం చేసి చూపవచ్చా? (**క్లూ :** ఒక సంఖ్యను -4 చే గుణించడం అనగా సంఖ్య 4 యొక్క సంకలన విలోమాన్ని 4 సార్లు కూడుటం అను సత్యాన్ని ఉపయోగించండి.



కాబట్టి, ఏదైనా మూడు పూర్ణ సంఖ్యలు a, b మరియు c లకు

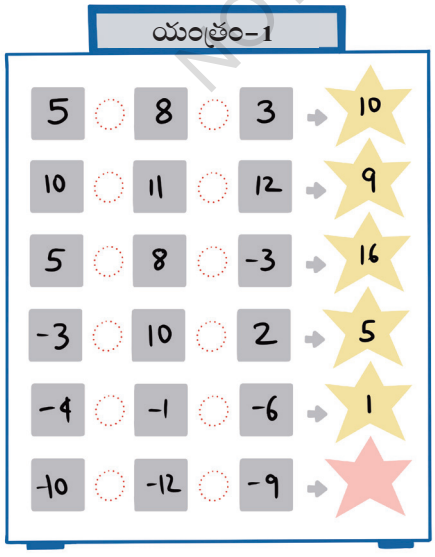
$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c).$$

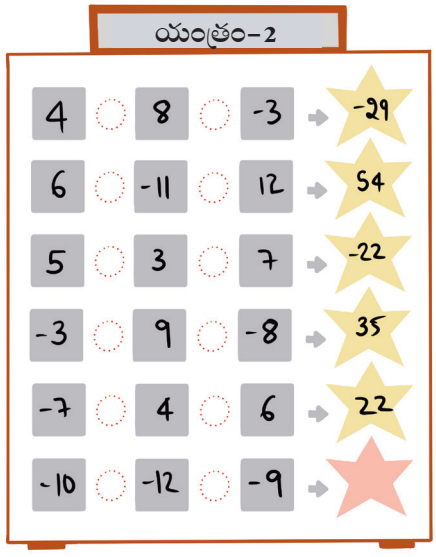
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

విన్యాసాన్ని ఎంచుకోండి.

కిచద రెండు విన్యాస యంత్రాలు ఇవ్వబడినవి. ప్రతి యంత్రం 3 సంఖ్యలు తీసుకుంటుంది. కొన్ని క్రియలు చేస్తాం మరియు ఫలితాలు ఇస్తాం.

? యంత్రం 1 తో చేయబడిన క్రియలను కనుగొనండి.





యంత్రం 1 చేసిన క్రియ

(మొదటి సంఖ్య) + (రెండవ సంఖ్య) – (మూడవ సంఖ్య)

దానిని ఒక వ్యక్తీకరణగా రాసినప్పుడు, $a + b - c$ అవుతుంది. ఇక్కడ a మొదటి సంఖ్య b రెండవ సంఖ్య మరియు c మూడవ సంఖ్య.

ఉదాహరణకు $5 + 8 - 3 = 10$ $(-4) + (-1) - (-6) = 1$

అందువలన, చివరి గుంపు ఫలితం $(-10) + (-12) - (-9) =$ _____ అవుతుంది.

? యంత్రం 2 తో చేయబడిన క్రియలను కనుగొని, ఖాళీ స్థలాలను పూరించండి.



మీదే అయిన యంత్రం చేయండి. మీ సహపాఠకులతో దాని క్రియలను కనుగొనునట్లు సవాలు విసరండి.

? వీటిని కనుగొనండి

1. కింది వ్యక్తీకరణల (సమాసాలు) విలువలు కనుగొనండి.
   (a) $(-5) \times (18 + (-3))$ (b) $(-7) \times 4 \times (-1)$
   (c) $(-2) \times (-1) \times (-5) \times (-3)$

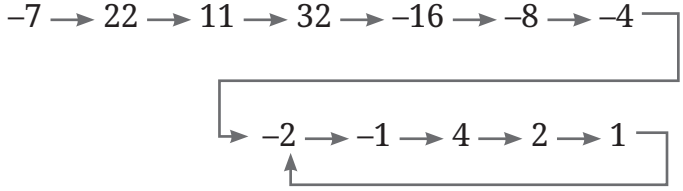
2. కింది వ్యక్తీకరణల (సమాసాలు) విలువలు కనుగొనండి.
   (a) $(-27) \div 9$ (b) $84 \div (-4)$
   (c) $(-56) \div (-2)$

3. (-1)తో గుణలబ్ధం కింద ఇచ్చిన సంఖ్యలయ్యే పూర్ణసంఖ్యలను కనుగొనండి.
   (a) 27 (b) -31
   (c) -1 (d) 1
   (e) 0

4. $47 - 56 + 14 - 8 + 2 - 8 + 5 = -4$ అయినచో, $-47 + 56 - 14 + 8 - 2 + 8 - 5$ తెక్కించకుండా కనుగొనండి.

5. గత సంవత్సరం కొల్లాట్జ్ ఊహ గుర్తుందా? పూర్ణ సంఖ్యలతో దాని సవరించిన వృత్తిని కనుగొనండి. నియమం – ఏదైనా పూర్ణ సంఖ్యతో ప్రారంభించండి; సంఖ్య సరిసంఖ్య అయినచో, దానిని – 3 చే గుణించండి. మరియు 1ని కూడండి; దానిని పునరావర్తనం చేయండి. ఒక ఉదాహరణ శ్రేణిని కింద చూపబడింది.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



వాటిని వేర్వేరు ప్రారంభ సంఖ్యలకు ప్రయత్నించండి: (–2), (–6) మొదలగునవి.
మీరు గమనించిన విన్యాసాలను వివరించండి.

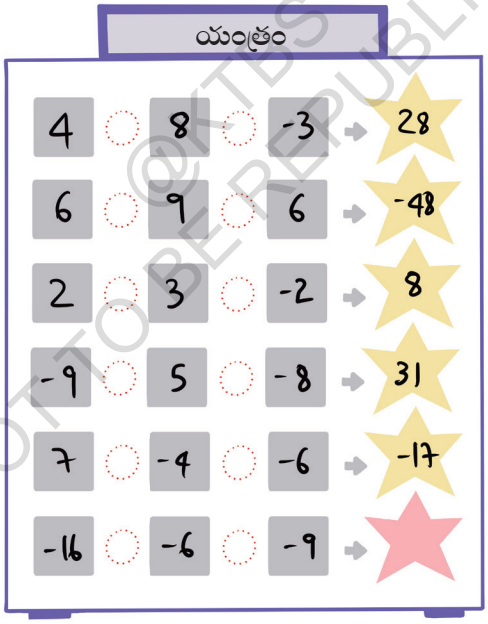
గణితపు మాట

6. ఒక పరీక్షలో ప్రతి సరైన జవాబులకు (+4) మార్పులు 3 మరియు ప్రతి తప్పు జవాబుకు (–2) మార్కులు ఇవ్వబడినవి.

(a) అనిత పరీక్షలో ప్రశ్నలన్నింటికీ సమాధానమిచ్చింది. 15 జవాబులు సరిగ్గా ఉన్నప్పటికీ ఆమె 40 మార్కులు పొందింది. ఆమె ఎన్ని జవాబులు తప్పుగా చేసింది? పరీక్షలో ఎన్ని ప్రశ్నలున్నాయి?

(b) అనిల్ 5 సరైన జవాబులున్నప్పటికీ (–10) మార్కులు పొందాడు. అతని ఎన్ని జవాబూలు తప్పుగా ఉండేవి? అతడు ఏదైనా ప్రశ్నలు జవాబివ్వకుండా వదిలేశాడా?

7. విన్యాసాన్ని ఎంచుకోండి – కింద చూపిన యంత్రం చేసిన క్రియలను కనుగొనండి.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

8. ప్రతి గంటకు 5°C అంత ఉష్ణోగ్రత తగ్గుచున్న ఒక ప్రదేశంలో మీరు ఉన్నారనుకోండి. ప్రస్తుతం ఉష్ణోగ్రత 8°C ఉన్నచో, 4 గంటల తరువాత ఉష్ణోగ్రతను సూచించెడి వ్యక్తీకరణ (సమాసం) రాయండి.

9. (a) –6, (b) 120 ఋణలబ్ధం అయ్యేటట్లు 3 వరుసక్రమ / క్రమానుగత సంఖ్యలను కనుగొనండి.

10. ఒక అన్యలోక సమాజం 'ఫిబ్స్' అనెడి విచిత్ర కరెన్సీని ఉపయోగిస్తోంది. అందులో కేవలం రెండు ముఖవిలువలుగల నాణెములు ఉన్నాయి. a+13 ఫిబ్స్ మరియు a –9 ఫిబ్స్ మీలో ఇలాంటి చాలా నాణెములున్నాయి. +85 ఫిబ్స్ విలువైన ఒక వస్తువును కొనడానికి సాధ్యమా?

ఔను, మొత్తం +85 కావడానికి, మనం +13 పిబ్స్ యొక్క 10 నాణెములు మరియు −9 పిబ్స్ యొక్క 5 నాణెములను ఉపయోగించవచ్చు. ఈ రెండు ముఖ విలువలను ఉపయోగించుకొని, కింది మొత్తాలను పొందడానికి ప్రయత్నించండి.

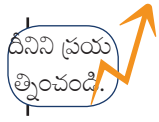
(a) +20 (b) +40

(c) −50 (d) +8

(e) +10 (f) −2

(g) +1

(**కూ :** 13 మరియు 9 యొక్క కొన్ని గుణకాలను రాయడం ఉపయోగపడవచ్చు).



11. కింది వాటి విలువలు కనుగొనండి.

(a) $(32 \times (-18)) \div ((-36))$ (b) $(32\ ) \div ((-36) \times (-18))$

(c) $(25 \times (-12)) \div ((45) \times (-27))$ (d) $(280 \times (-7)) \div ((-8) \times (-35))$

12. కింద ఇచ్చిన సమాసాలను ఆరోహణా క్రమంగా రాయండి.

(a) $(-348) + (-1064)$ (b) $(-348) - (-1064)$

(c) $348 - (-1064)$ (d) $(-348) \times (-1064)$

(e) $348 \times (-1064)$ (f) 348×964

13. సమాసం / వ్యక్తీకరణ $(-548) \times 972 = -532656$ ఇబ్బంది. కిందివాటి విలువలు రాయండి.

(a) $(-547) \times 972$ (b) $(-548) \times 971$

(c) $(-547) \times 971$

14. వ్యక్తీకరణ $207 \times (-33 + 7) = -5382$ ఇచ్చింది. $-207 \times (33 - 7) =$ _____. యొక్క విలువను కనుగొనండి.

15. 3, −2, 5, −6 ఈ సంఖ్యలను ఒకసారి మాత్రమే ఉపయోగించండి మరియు క్రియ '+', '−', మరియు '×' లను ఒకసారి మాత్రమే ఉపయోగించండి. ఆవరణాలన అవసరమున్నన్ని సార్లు ఉపయోగించండి. కింది విధంగా ఒక సమాసం/వ్యక్తీకరణ రాయండి–

(a) సాధ్యమగు గరిష్ట ఫలితం

(b) సాధ్యమగు కనిష్ట ఫలితం

16. పూర్ణ సంఖ్యలతో కనీసం 5 వేర్వేరు ఖాళీ స్థలాలను పూరించండి.

(a) $\square + \square \times \square = -36$ (b) $(\square - \square) \times \square = 12$

(c) $(\square - (\square - \square)) = -1$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

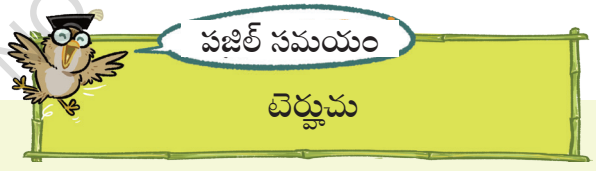
సారాంశం

- రెండు పూర్ణ సంఖ్యలను గుణించినప్పుడు గుణ్యం మరియు గుణకాలు రెండూ ధనాత్మకంగా ఉన్నప్పుడు, గుణలబ్ధం ధనాత్మకంగా ఉంటుంది. వాటిలో ఒకటి ధనాత్మకం మరొక ఋణాత్మకంగా ఉన్నప్పుడు గుణలబ్ధం ఋణాత్మకంగా ఉంటుంది.

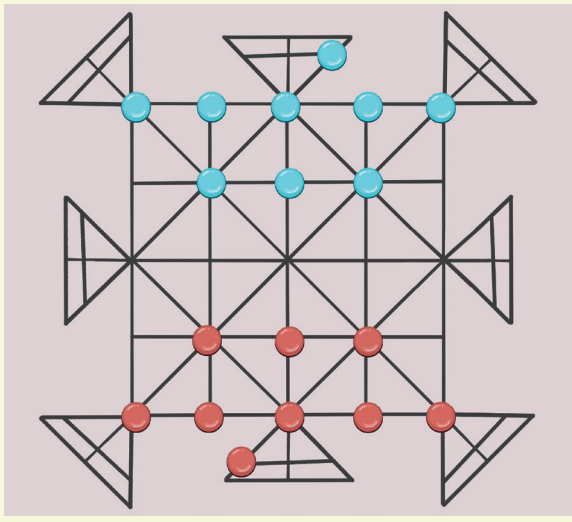
−9	−6	−3	3	3	6	9
−6	−4	−2	2	2	4	6
−3	−2	−1	1	1	2	3
−3	−2	−1	×	1	2	3
3	2	1	1	−1	−2	−3
6	4	2	2	−2	−4	−6
9	6	3	3	−3	−6	−9

- రెండు పూర్ణసంఖ్యలను భాగించినప్పుడు విభాజ్యం మరియు విభాజకాలు రెండూ ధనాత్మకం లేదా ఋణాత్మకంగా ఉన్నప్పుడు భాగలబ్ధం ధనాత్మకంగా ఉంటుంది. వాటిలో ఒకటి ధనాత్మకం మరొకటి ఋణాత్మకంగా ఉన్నప్పుడు భాగలబ్ధం ఋణాత్మకంగా ఉంటుంది.
- పూర్ణసంఖ్యల గుణకారం పరివర్తనీయమైంది. అనగా, ఏదైనా రెండు పూర్ణసంఖ్య a మరియు b లకు
$$a \times b = b \times a.$$
- పూర్ణసంఖ్యల గుణలబ్ధం సహవర్తనీయమైంది. అనగా, ఏవైనా మూడు పూర్ణసంఖ్యలు a, b, మరియు c లకు
$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c.$$
- సంకలనం మీద గుణకారం విభాజకమైంది అనగా, ఏవైనా మూడు పూర్ణసంఖ్యలు a, b, మరియు c లకు

© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED



టెర్ష్టుచు అనునది అస్సాం మరియు నాగాల్యాండ్‌లలో ఆడే ఒక ఆట. బోర్డులో 16 చతురస్రాలుండి, కర్ణములను కింద చూపిన చిత్రంలో ఉన్నట్లుగా గుర్తించబడియుంటుంది. వాటిని సామాన్యంగా ఒక పెద్ద రాతి ముక్క మీద గరుకుగా గీచబడియుంటుంది. లేదా బురద మీద రాయబడుతుంది. అందులో 2 ఆటగాళ్ళు ఉంటారు. ప్రతి ఆటగాడి దగ్గర చిత్రంలో ఉంచినట్లుగా 9 నాణెముల ఒక సెట్ ఉంటుంది. ఒక సెట్‌లోగల నాణెములు మరొక సెట్‌లో ఉన్నవాటి కంటే భిన్నంగా ఉంటాయి.



ఉద్దేశం

ప్రత్యర్థి నాణెములన్నింటిని వశపరచుకోవడం ఆట యొక్క గురి. ఇలా చేసే ఆటగాడే విజేత. ఒక ఆటగాడు తన ప్రత్యర్థి చలనాన్ని న్యాయబద్ధంగా బ్లాక్ చేయడం ద్వారా కూడా గెలవవచ్చు. ఆట డ్రా కావడాన్ని తప్పించడానికి సాధ్యంకానిచో, ఎక్కువ నాణెములు కలిగియున్న ఆటగాడు విజేత అవుతాడు.

ఆట

- ఆట ప్రారంభ స్థానం మీద చూపబడింది.
- ఆటగాళ్ళు సరళిలో ఆడుతారు. ప్రతి సరళిలో ఒక గీత పొడవునా ఏదైనా దిక్కులో ప్రక్కన ఖాళీగానున్న కూడలికి నాణెమును చలించజేయవచ్చు. లేదా ప్రక్క కదమేమేరీ ప్రత్యర్థి నాణెమున్నచో మరియు దాని వెనుక ఒక ఖాళీ కూడలి ఉన్నచో, వారు ప్రత్యర్థి నాణెం మీద ఎగిరి, ఖాళీగానున్న కూడలిలో పెట్టవచ్చు.
- ఒక ఆటగాడు ప్రత్యర్థి నాణెం మీద ఎగిరినచో దానిని వశపడిచుకోవడమైనదిగా పరిగణించబడి, బోర్డు నుండి తొలగించబడింది. ఒకే చలనంలో ఎన్ని సార్లైనా వశపరచుకోవచ్చు మరియు ప్రతిసారి ఎగిరిన తరువాత దిక్కును మార్చవచ్చు.
- ప్రధాన చదరానికి (చతురస్రం) వెలుపలగల త్రిభుజాకార మూలలలో నాణెం కూడలిని తప్పించి, తరువాతిదానికి నెరుగా చలించవచ్చు. అనగా, అది ఖాళీ కూడలి మీద ఎగిరి, దాని వెనుకకు ఒక చదరం వెళ్ళవచ్చు.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

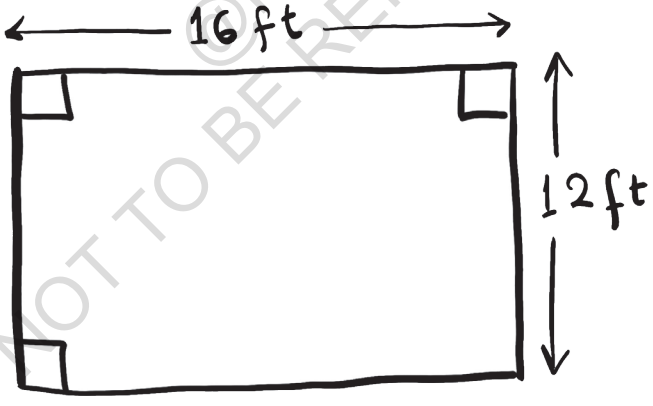
3 సాధారణ భూమిని కనుగొనండి (FINDING COMMON GROUND)

N6H1N9

అన్నింటిలోనూ గొప్ప..

? సమీక్ష తన కొత్త ఇంటిని నిర్మిస్తోంది. ఇంటి ప్రధాన గది 12 అడుగులు 16 అడుగులు. నెలను అదే పరిమాణంలో చతురస్ర ఆకారపు టైల్స్ తో కప్పితే, గది బాగుంటుందని ఆమె భావిస్తుంది. వీలైనంత తక్కువటైల్స్ ని ఉపయోగించాలని మరియు టైల్స్ పొడవు మొత్తం అడుగులసంఖ్య ఉండాలని కూడాఆమె కోరుకుంటుంది. ఆమె ఏ సైజుటైల్స్కొనాలి?

ఉపయోగించగల అతి పెద్ద చతురస్ర ఆకారపు టైల్ ను ఎలాకనుగొనాలోఅన్వేషిద్దాం. గది వెడల్పు 12 అడుగులు మరియు పొడవు 16 అడుగులు.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

గది వెడల్పుకు టైల్స్సరిగ్గా సరిపోవాలంటే టైల్స్ భుజం 12 గుణిజంగా ఉండాలి. అదేవిధంగా గది పొడవుకు టైల్స్ సరిగ్గా సరిపోవాలంటే భుజము 16 గుణిజంగా ఉండాలి కాబట్టి టైల్స్ భుజము 12 మరియు 16 రెండింటికి గుణిజంగా ఉండాలి. 12 మరియు 16 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు ఏమిటి?

12 యొక్క కారణాంకాలు 1,2,3,4,5, 6, 12 మరియు 16 యొక్క కారణాంకాలు 1,2,4,8,16 సామాన్య కారణాంకాలు

1, 4 కాబట్టి చతురస్రపు టైల్స్ ఒక అడుగు రెండు అడుగులు మరియు నాలుగు అడుగులు భుజంగా ఉండవచ్చు.

వీటిలోఆమె అతి పెద్ద సైజుగల చతురస్రపు టైల్స్ ఉపయోగించాలి. ఎందుకో, వివరించగలరా?

కాబట్టి ఆమెకు 4 అడుగుల సైజు టైల్స్ అవసరం.

ఈ సైజులోఆమె ఎన్ని టైల్స్కొనాలి?

సమీక్ష టైల్స్ పొడవు పూర్తి అడుగుల సంఖ్యగా ఉండాలని పట్టు పట్టకపోతే మరియు పొడవు పాక్షికఅడుగులసంఖ్యగా ఉంటే ఏం జరుగుతుంది ?సమాధానం మారుతుందా?

దీనిని ప్రయత్నించండి.

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ అంకెలు గల సంఖ్యల యొక్క గరిష్ట సామాన్య కారణాంకం (HCF). వాటిసాధారణ కారణాంకాలలో గరిష్ఠలేదా పెద్దది. దీని గరిష్ట సామాన్య విభాజకం (GCD) అని కూడా పిలుస్తారు.

ముసుపటి సమస్యలో నాలుగు అనేది 12 మరియు 16 యొక్క HCF.



ఇచ్చిన దృశ్యాన్ని దృశ్యమానం చేయడానికి మనం ముసుపటి పేజీలో చూపిన విధంగా కఠినమైన రేఖా చిత్రాలను గీయవచ్చు. ఇది అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు పరిష్కరించడానికి సహాయపడుతుంది.

? లేఖన రెండు పొలాల నుండి బియ్యాన్ని కొని మార్కెట్లోఅమ్ముతుంది. ఆమె ఒక పొలం నుండి 84 కిలోల బియ్యం మరియు మరొక పొలం నుండి 108 కిలోలు కొనుగోలు చేసింది. ఆమె బియ్యాన్ని సంచులలో ప్యాక్ చేయాలని కోరుకుంటుంది కాబట్టి, ప్రతి సంచిలో ఒక పొలం నుండి మాత్రమే బియ్యం ఉంటాయి. మరియు అన్ని సంచులు ఒకే బరువు కలిగి ఉంటాయి. అంటే మొత్తం కిలోల సంఖ్య ఆమె వీలైనంత తక్కువ సంచులను ఉపయోగించాలనుకుంటే ప్రతి సంచి బరువు ఎంత ఉండాలి?

84 కిలోల బియ్యాన్ని సమాన బరువుగాగల సంచులుగా విభజించడానికి మనకు 84 యొక్క కారణాంకాలు అవసరం. అదే విధంగా మనకు 108 యొక్క కారణాంకాలు అవసరం.

84 యొక్క కారణాంకాలు — 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, మరియు 84.

108 కారణాంకాలు — 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54, మరియు 108.

లేఖనా రెండు పొలాలు నుండి వచ్చిన బియ్యాన్ని ఒకే బరువు గలసంచులను ఉపయోగించాలి అనుకుంటున్న అందువలన ఆ సంచి బరువు ఒకసాధారణ కారణాంకంగా ఉండాలి. 84 మరియు 108 యొక్కసాధారణ కారణాంకాలు.

1, 2, 3, 4, 6, మరియు 12.

రెండు పొలాల నుండి బియ్యాన్ని సమాన బరువు గలసందులలో ప్యాక్ చేయడానికి ఈ బరువులలో దేనినైనా ఉపయోగించవచ్చు కానీ ఆమె సంచుల సంఖ్యను తగ్గించాలను కోరుకుంటుంది సంచల సంఖ్యను తగ్గించడానికి ఆమె ఏ బరువును ఎంచుకోవాలి?

? 6వ తరగతి నుండి జంపింగ్ జాక్పాట్ ఆట (ప్రధాన సమయం అనే అధ్యాయం)చూడండి మీకు గుర్తుందా? గ్రంపి ఒక నెంబరుపై నిధని ఉంచుతాడు మరియు గ్రంపి ఒక జంప్ సైజును ఎంచుకొని నిధిని సేకరించడానికి ప్రయత్నిస్తాడు. క్రింద ఉన్న ప్రతి సందర్భంలోనూ నిధిని ఉంచి రెండు సంఖ్యలు ఇవ్వబడ్డాయి. జంపింగ్ నిధి కలిగి ఉన్న రెండు సంఖ్యలపై ల్యాండ్ చేయగల పొడవైన జంప్ సైజు(0 నుండి ప్రారంభించి) కనుగొనండి..

(a) 14 మరియు 30 (b) 7 మరియు 11

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(c) 30 మరియు 50 (d) 28 మరియు 42

? సంఖ్యలకు పొడవైన జంప్ పరిమాణం వాటి HCF కి సమానం అది ఎందుకు అలా ఉందో వివరించండి.

ఇప్పటివరకు మనం HCFను కనుగొనడానికి అన్ని అంశాలను జాబితా చేస్తున్నాము. మీరు 30 మరియు 50, 28 మరియు 42 సంఖ్యల కోసం గమనించినట్లుగాఅనేక కారణాంకాలు ఉన్న సంఖ్యలకు ఇది గజిబిజిగా మారవచ్చు కొన్నిసార్లు లోపాలకు దారి తీసి కొన్ని అంశాలు కూడామనం కోల్పోవచ్చు.

? ఈ ప్రక్రియ సులభతరం చేయవచ్చా? దీన్ని మరింత నెమ్మది. చేయవచ్చా?

ప్రధాన కారణాంకాలను ఉపయోగించడం వల్ల ప్రక్రియ సులభతరం అవుతుందని తెలింది. మనం ప్రధాన సంఖ్యలను మరియు ప్రధాన కారణాంకాలను తిరిగి సందర్శించడం ప్రారంభిద్దాం.

ప్రధాన సంఖ్యలు

ఒకటికంటే పెద్ద సంఖ్య ప్రధాన సంఖ్య అని గుర్తుంచుకోండి. దానికి ఒకటి మాత్రమే ఉంటుంది మరియు ఆ సంఖ్య మాత్రమే దాని కారణాంకాలుగాకలిగి ఉంటుంది. గతసంవత్సరం 1 నుండి 100 మధ్య ప్రధాన కారణాంకాల నమూనాలను కనుగొనడానికిమనం ప్రయత్నించాము. అన్ని ప్రధాన కారణాంకాలను జాబితా చేయడానికిఒక పద్ధతి అయిన ఎర్త్ స్టన్స్‌జల్లడను కూడా మనం చూసాము.

ప్రధాన కారణాంకాలు

ఏ సంఖ్యనైనా ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధంగా రాయవచ్చు. ప్రధాన సంఖ్యలు మాత్రమే మిగిలిపోయే వరకు మిశ్రమ కారణాంకాలను తిరిగి రాస్తూ ఉండండి.

దీనిని మనం ఇచ్చిన సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకం అని పిలుస్తాము. గుర్తుంచుకోండిఉదాహరణ 90 కి ప్రధాన కారణాంకం, ఈ క్రింది విధంగాకనుగొనవచ్చు.

$$90 = 3 \times 3 \times 2 \times 5.$$

90 సంఖ్యను 3×30 లేదా 2×45 లేదా మరికొన్ని ఇతరమార్గాలలో కూడా కారణాంకం చేసి ఉండవచ్చు. ఇవన్నీ ఒకే ప్రధాన కారణాంకాలకు దారితీస్తాయా?

గమనించదగ్గవిషయం ఏమిటంటే, ఫలిత ప్రధాన కారణాంకాలు ఎల్లప్పుడూ ఒకే విధంగా ఉంటాయి. మరి బహుశావాటి క్రమంలో మాత్రమే మార్పు ఉంటుంది. ఉదాహరణకు మనము 3×30 ని మరింత కారణాంకంగా చేయడానికి పరిగణలోకి తీసుకుంటే, మనకు

$$90 = 3 \times 30 = 3 \times 2 \times 15 = 3 \times 2 \times 3 \times 5.$$

మరియు మనం అదే ప్రధాన కారణాంకాలను చేరుకున్నాం. కేవలం వేరే క్రమంలో.

ప్రధాన కారణాంకం అనేది ప్రధాన సంఖ్య అని గమనించండి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధం విధానం

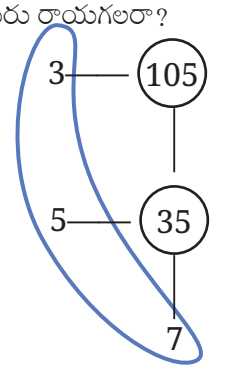
క్రింద ఏం జరుగుతోందో మీరు చూడగలరా?



వృత్తంలో ఉన్న ప్రతి సంఖ్యా దాని ఎడమ వైపున మరియు కింద ఉన్న సంఖ్యల లబ్ధం. ఉదాహరణకు $30 = 2 \times 15$, $15 = 3 \times 5$ ప్రతిసారి ఒక మిశ్రమ సంఖ్యను కారణాంకాలుగా చేస్తారు. తద్వారా కనీసం ఒక కారణాంకం ప్రధాన సంఖ్య ఆవుతుంది. మనం ఒక ప్రధాన సంఖ్యను చేరుకున్నప్పుడు ఆగిపోతాము.

ఈ రెండు సంఖ్యలను ఉపయోగించి 105 మరియు 30 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను మీరు రాయగలరా?

ఎడమవైపున ఉన్న ప్రధాన కారణాంకాలను సేకరిస్తాము. తర్వాత చిత్రంలో చూపిన విధంగా ప్రధాన కారణాంకాలను నిర్మిస్తాము.



$105 = 3 \times 5 \times 7$

కారణాంకాలు చేస్తున్నప్పుడు సాధారణ వృత్తాలు వదిలివేయబడతాయి మరియు దశలు ఈ కింది విధంగా నిర్వహించబడతాయి.



ఈ పద్ధతిని విభజన పద్ధతి అని పిలుస్తాము.

పైన చెప్పిన పద్ధతి ఉపయోగించి 1200 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి మనం మునుపటి పద్ధతిని ఉపయోగించి ఉంటే మనకు ఈ క్రింది విధంగా ఉండేది.

$$1200 = 40 \times 30 = 5 \times 8 \times 5 \times 6 = \ldots$$

ఏ గనన చేయడం సులభం?

@KSRS NOT TO BE REPUBLISHED

ప్రధాన కారణాంకాలను ఉపయోగించి సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలు

ఒక సంఖ్య యొక్క అన్ని ప్రధాన కారణాంకాలను మనం నిర్మించవచ్చు. రెండు సంఖ్యల HCF ను కనుగొనే విధానం సులభతరం చేయడానికి దీన్ని ఉపయోగించవచ్చు.

840 సంఖ్యను మరియు దాని ప్రధాన కారణాంకాలను $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$ ను పరిగణించండి.

? $2 \times 2 \times 7 = 28$ అనేది 840 యొక్క కారణాంకం కాదా?

? అవును అయితే 840 రాయడానికి దాన్ని, దేనితో గుణించాలి.

ఈ ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వడానికి మనం 840 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను ఈ క్రింది విధంగా తిరిగి క్రమం చేయవచ్చు (కారణాంకాల క్రమాన్ని మార్చడం వల్ల లబ్ధం మారదని గుర్తుంచుకోండి).

$$840 = (2 \times 2 \times 7) \times (2 \times 3 \times 5).$$

కాబట్టి,

$$840 = 28 \times 30$$

కాబట్టి $(2 \times 2 \times 7) = 28$ అనేది 840 యొక్క కారణాంకం మరియు దానిని 30 $(2 \times 3 \times 5)$ తో గుణిస్తే 840 వస్తుంది.

? అదే విధంగా $2 \times 7 = 14$ అనేది 840 యొక్క కారణాంకం కాదా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు?

$2 \times 2 \times 2$ అనేది 840 యొక్క కారణాంకం కాదా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు?

$3 \times 3 \times 3$ అనేది 840 యొక్క కారణాంకం కాదా? ఎందుకు లేదు ఎందుకు కాదు?

ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను మాత్రమే ఉపయోగించి, దాని యొక్క అన్ని సాధ్యమైనా కారణాంకాలను చేయడానికి మనం ఈ ఆలోచన ఉపయోంగించవచ్చా?

? ప్రధాన కారణాంకాలను ఉపయోగించి 225 యొక్క కారణాంకాలను కనుగొనండి?

225ను దాని ప్రధాన కారణాంకాలను లెక్కిస్తే మనకు
$225 = 5 \times 5 \times 3 \times 3.$

5	225
5	45
3	9
3	3
	1

ఈ కారణాంకాల యొక్కఏదైనా ఉపవిభాగం మనకు ఒక కారణాంకం ఇస్తుందని, చూసాము. ఈ ఉప విభాగాలను క్రమ పద్ధతిలో ఏర్పరుద్దాం.

ప్రధాన కారణాంకాలు 3, 5

రెండు ప్రధాన కారణాంకాల కలయిక : $3 \times 3 = 9, 5 \times 5 = 25, 3 \times 5 = 15.$

మూడు ప్రధాన కారణాంకాల కలయిక : $3 \times 3 \times 5 = 45, 3 \times 5 \times 5 = 75.$

నాలుగు ప్రధాన కారణాంకాల కలయిక : $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 225.$ 225 యొక్క కారణాంకాలు 1,3,5,9, 15, 25 అని చూస్తాము. ?

? ఈ జాబితాలో 225 యొక్క అన్ని కారణాంకాలు ఉన్నాయో లేదో తనిఖీ చేయండి.

? దీనిని గుర్తించండి

సంఖ్యల యొక్క అన్ని కారణాంకాలను జాబితా చేయండి.

(a) 90 (b) 105

(c) 132 (d) 360 (ఈ సంఖ్యకు 24 కారణాంకాలు ఉన్నాయి)

(e) 840 ఈ సంఖ్యకు 32 కారణాంకాలు ఉన్నాయి..

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

కొన్ని ప్రధాన కారణాంకాలను గమనించిన తర్వాత అన్ను ఒకసంఖ్య పెద్దదిగా ఉంటే దాని ప్రధాన కారణాంకం అంటే పొడుగ్గా ఉంటుంది అని పేర్కొన్నాడు.

అన్ను వాదన గురించి మీరు ఏమనుకుంటున్నారు?

అది నిజం కాదని మనం చూడవచ్చు. ఉదాహరణకు 96 మరియు 121 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను చూడండి.

$$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$121 = 11 \times 11.$$



గణితంలో రుజువు లేదా ధ్రువీకరణలేకుండా చేసిన ప్రకటనలు లేదావాదనలను ఊహా గానాలు అంటారు. అన్నువాదన ఒక ఊహా, మనం ప్రతి ఉదాహరణను కనుగొనడం ద్వారా ఈ ఊహను తోసిపుచ్చాము. అంటే ఊహా తప్పు అనేదానికి ఒక ఉదాహరణ.

ప్రధాన కారణంగా ఉపయోగించి సంఖ్యల HCF ను కనుగొనడం.

ఉమ్మడి కారణాంకాలు మరియు అత్యధికఉమ్మడి కారణాంకాలను HCF కనుగొనడానికి ఇప్పటిపరకు చేసిన పరిశీలనను ఎలా ఉపయోగించాలో ఇప్పుడు మనం చూస్తాం.

ఉదాహరణ 1: 45 మరియు 75 యొక్కసాధారణ కారణాంకాలు మరియు గ సా భను కనుగొనండి.

రెండు సంఖ్యల ప్రధాన కారణాంకాలను లెక్కించండి.

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$75 = 3 \times 5 \times 5.$$

కాబట్టి :

45 యొక్క కారణాంకాలు $3 \times 3 \times 5$ లో సంభవించే కారణాంకాల ఉపవిభాగాలు మరియు 75 యొక్క కారణాంకాలు $3 \times 3 \times 5$ లో సంభవించే కారణాంకాల ఉపవిభాగాలు.

కాబట్టి, సాధారణ కారణాంకాలు రెండు కారణాంకాల విభాగాలను ఉపవిభాగాలు ఉండాలిమీరు వాటిని రాయగలరా?



సమస్యలను అన్వేషించేటప్పుడు లేదా పరిష్కరించేటప్పుడు మీకు కొన్ని ఊహాగానాలను కూడా రాయవచ్చుమీరు వాటిని ధ్రువీకరించడానికి ప్రయత్నించవచ్చుమరియు తరగతిలోకూడా పంచుకోవచ్చు.

$$\begin{aligned} &(3) \times 3 \times 5 \\ &(3) \times 5 \times 5 \end{aligned} \qquad 3$$

$$\begin{aligned} &3 \times 3 \times (5) \\ &3 \times 5 \times (5) \end{aligned} \qquad 5$$

© TBS NOT TO BE REPUBLISHED

$3 \times 3 \times 5$ $\quad$ 3×5

$3 \times 5 \times 5$

3, 5, $3 \times 5 = 15$ అనేవి రెండింటికి ఉపవిభాగాలు అందువల్ల అవి ఒకటి తో పాటు సాధారణ కారణాంకాలు వాటిలో అత్యధికం 15 కాబట్టి వాటి HCF = 15

ఉదాహరణ 2 : 112 మరియు 84 యొక్క సాధారణ కారణాంకాలు మరియు HCF ను కనుగొనండి?

ప్రధాన కారణాంకాలను లెక్కిస్తే....

$112 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7$ మరియు

$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ లభిస్తాయి

సాధారణ ఉపవిభాగాలను కనుగొంటే మనకు లభిస్తుంది

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7$

$2 \times 2 \times 3 \times 7$ $\quad$ 2

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7$

$2 \times 2 \times 3 \times 7$ $\quad$ 7

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7$

$2 \times 2 \times 3 \times 7$ $\quad$ 2×2

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7$

$2 \times 2 \times 3 \times 7$ $\quad$ 2×7

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7$

$2 \times 2 \times 3 \times 7$ $\quad$ $2 \times 2 \times 7$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

కారణాంకాల లో గరిష్ట కారణాంకం HCF $2 \times 2 \times 7 = 28$

ఉదాహరణ 3 : 96 మరియు 275 యొక్క సాధారణ కారణాంకాలను మరియు HCF ను కనుగొనండి?

మనకు

$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$275 = 5 \times 5 \times 11.$

ఈ రెండు కారణాంకాలలో ఉమ్మడిగా ఉండే ఉపవిభాగం ఏదీ లేదు కాబట్టి ఒకటి మాత్రమే సాధారణ కారణాంకం ఇది వాటి HCF కూడా అవుతుంది.

దీనిని గుర్తించండి

కింది సంఖ్యల ఉమ్మడి కారణాంకాలు మరియు HCF ను కనుగొనండి?

(a) 50, 60 (b) 140, 275

(c) 77, 725 (d) 370, 592

(e) 81, 243

అన్ని అంశాలను జాబితా చేయకుండా మనం నేరుగా HCF ఎలా కనుకొనగలం?

ఉదాహరణ 4 : 30 మరియు 72 యొక్క HCF కనుక్కోండి?

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

అతి పెద్ద సాధారణ ఉప విభాగం అవసరం. స్పష్టంగా ఇది రెండు కారణాంకాల లో సంభవించే ప్రధాన సంఖ్యలను మాత్రమే కలిగి ఉంటుంది. ఈ సందర్భంలో 2 మరియు 3.

ఇందులో ఎన్ని 2లు ఉన్నాయి?

30లో ప్రధాన కారణాంకం ఒకే ఒక 2 ఉంటుంది. కాబట్టి అతి పెద్ద సాధారణ కారణాంకం ఒకే ఒక 2 ఉండాలి.

ఇందులో ఎన్ని 3 ఉంటాయి.

ఇందులో ఎన్ని 3లు ఉన్నాయి?

30 ప్రధాన కారణంలో ఒక 3 మాత్రమే ఉంటుంది. కాబట్టి అతి పెద్ద సాధారణ కారణాంకం ఒక 3 మాత్రమే ఉండాలి. ఇది కింద నిర్వహించబడింది.

This has been carried out below.

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$HCF = 2 \times 3 = 6$$

అందువల్ల HCF ను కనుగొనడానికి మనం సాధారణంగా ప్రధాన కారణాంకాలను గుర్తించి, ఇచ్చిన సంఖ్యల కారణాంకాలలో వాటి ప్రతి ఒక్కటి కనీసం సంఖ్యలో ఎన్ని సార్లు కనిపిస్తాయో కనుగొంటాము.

ఉదాహరణ 5 : 225 మరియు 750 యొక్క HCF ను కనుగొనండి?

$$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$750 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$

సామాన్య ప్రధాన సంఖ్యలు 3 మరియు 5 అతిపెద్ద సామాన్య కారణాంకం కనుగొందాం. ఇందులో ఎన్ని 3 ఉన్నాయి?

750 లో 3 ఒకటి మాత్రమే ఉంది. ఇది రెండు సంఖ్యలలో కనీస సంఖ్య 3 కాబట్టి అతి పెద్ద సాధారణ కారణాంకం 3 ఒకటి మాత్రమే ఉండాలి?అది ఎన్ని 5లను కలిగి ఉంటుంది?

225 లో కనీసం రెండుసార్లు వచ్చే 5 ల సంఖ్య రెండు సార్లు ఉంటుంది కాబట్టి అతి పెద్ద సాధారణ సామాన్య కారణాంకం 5 రెండు సార్లు ఉండాలి. అంటే 5×5

$$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$750 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$HCF = 3 \times 5 \times 5 = 75$$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఎందుకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల HCF ను కనుగొనడానికి సాధారణ సామాన్య కారణాంకాలలో అతిపెద్ద సాధారణ కారణాంకం కనుగొని ఇదే పద్ధతిని అనుసరించవచ్చు.

? దీనిని గుర్తించండి

1. కింది సంఖ్యలHCFను కనుగొనండి.

   (a) 24, 180 (b) 42, 75, 24

   (c) 240, 378 (d) 400, 2500

   (e) 300, 800

2. 72 మరియు 144 సంఖ్యలను పరిగణించండి వాటిని $72 = 6 \times 12$ మరియు $144 = 8 \times 18$ మిశ్రమ సంఖ్యలుగా కారణాంకాలు గా విభజించారని అనుకుందాం? దీనిని చూసినప్పుడు ఈ రెండు సంఖ్యలకు ఒకటి తప్ప వేరే సాధారణ కారణాంకం లేదని చెప్పగలరా? ఎందుకు కాదు?

3.2 తక్కువ కానీ, చివరిది కాదు.

? అన్ను మరియు గుణా బట్టలు పట్టిలతో ఒక తోరణాన్ని తయారు చేశారు. తోరణాన్ని తయారు చేయడానికి చాలా బట్టలు పట్టిలను ఒకదాని పక్కన ఒకటి ఉంచుతారు. అన్ను 6cm పొడవు గల పట్టీలను మరియు గుణ 8cm పొడవు గల పట్టీలను ఉపయోగిస్తారు. ఇద్దరూ ఒకే పొడవు గల తోరణాన్ని తయారు చేయాల్సి వస్తే, తోరణాలు తయారు చేయగల అతి చిన్న పొడవు ఎంత? వాళ్ళిద్దరూ చేయగలిగే అతి చిన్న తోరణం పొడవు ఎంత?

అన్ను 6cm పొడవు గల బట్టల పట్టీలను ఉపయోగిస్తుంది. తను తయారుచేసిన ఏదైనా తోరణం 6 యొక్క గునిజంగా ఉంటుంది. కాబట్టి తోరణం పొడవు 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42,48, 54cm మొదలైనవి కావచ్చు



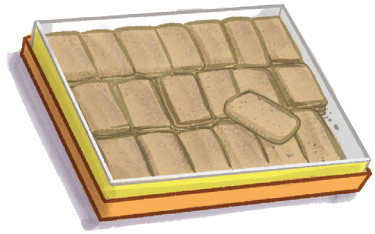
అదేవిధంగా గుణా తయారు చేసే ఏదైనా తోరణం 8 గుణిజంగా ఉండాలి కాబట్టి, తాను తయారు చేసే విధానం పొడవు 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72cm మొదలైనవి కావచ్చు.

రెండు తోరణాలు ఒకే పొడవు చేయవలసి వస్తే, తోరణం యొక్క పొడవుల సంఖ్య 6 మరియు 8 ల సాధారణగుణిజం గా ఉండాలి.

రెండు జాబితాల నుండి 24 మరియు 48 లో 6 మరియు 8 ల యొక్క రెండు సామాన్యగుణిజాలు అని మనం చూడవచ్చు. కాబట్టి 24cm మరియు 48 cm అనేవి అన్ను మరియు గుణ ఇద్దరు కుట్టగల తోరణాల పొడవులు..

వాటిలో 24 అతి చిన్నది కాబట్టి అతి కుట్టగల ఇద్దరు అతి చిన్న తోరణం పొడవు 24 సెంటీమీటర్లు 6 మరియు 8 యొక్క అన్ని సామాన్య గుణిజాలలో 24 అది తక్కువసంఖ్య.

అతిపెద్ద సాధారణ గుణకం గురించి ఏమిటి? అలాంటి సంఖ్య ఉందా?



గజక్ ఒకరకమైన స్వీటు దీనిని నువ్వులు బెల్లం మరియు నెయ్యితో తయారు చేస్తారు.

© KITES NOT TO BE REPUBLISHED

ఒక స్వీట్ షాప్ సోమవారాల్లో పాఠశాల పిల్లలకు ఉచిత గజక్ ఇస్తుంది. ఈరోజు సోమవారం మరియు కబామై గజక్ తినడం ఆనందించింది కానీ, ఆమె ప్రతి పది రోజులకు ఒకసారి స్వీట్ షాప్ ను సందర్శిస్తుంది. తదుపరి ఆషాప్ నుండి ఉచిత గజక్ ఎప్పుడు పొందగలదో రోజుల సంఖ్యలలో సమాధానం ఇవ్వండి?



మనం ఇంతకు ముందు చూసినట్లుగా దృశ్యాన్ని ఊహించుకోవడం లేదా దృశ్యమానం చేయడం వల్ల పాడవు యొక్క గుణిజాలను ఉపయోగించి దీనిని పరిష్కరించవచ్చునని చూడటానికి మాకు సహాయపడింది.

ఆ దుకాణం ప్రతి సోమవారం ఉచితంగా స్వీట్లు ఇస్తుంది కాబట్టి

7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, ... రోజుల తర్వాత మళ్లీ ఉచితంగా స్వీట్లు ఇస్తుంది.

ఇవి 7 యొక్క గుణిజాలు.

కటమై మళ్ళీ స్వీట్ షాప్ కి వస్తుంది

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, ... రోజులు.

ఇవి పది యొక్క గుణిజాలు.

కబామై మళ్లీ ఎప్పుడు ఉచితంగా స్వీట్స్ తింటుంది ? పైన పేర్కొన్న గుణిజాలు శ్రేణులకు సాధారణమైన రోజులలో ఇది జరుగుతుంది. ఇది మొదట 70 రోజుల తర్వాతజరుగుతుందని చూడవచ్చు.

ఇక్కడ కూడా, 7 మరియు 10 యొక్క అన్ని సామాన్య గుణిజాలలో 70 అతి చిన్నది అని గమనించండి..

ఈ రెండు సమస్యలకు పరిష్కారం అతి చిన్న సాధారణ గుణిజం.

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ ఇచ్చిన సంఖ్యల కనిష్ట సామాన్య గుణిజం (LCM) అనేది వాటి సాధారణ గుణిజాలలో అతి చిన్నది (అతి చిన్న ది లేదా కనిష్టం).

6వ తరగతి ఇడ్లీ-వడ ఆట మీకు గుర్తుందా? (ప్రధాన సమయం అనే అధ్యాయం చూడండి)? రెండు సంఖ్యలను ఎంపిక చేస్తారు మరియు ఆటగాళ్లు వారి గుణిజాల వద్దకు వచ్చినప్పుడు ఆ సంఖ్య ఎవరి గుణిజాలో దానినిబట్టి ఇడ్లీ లేదా వడ అని పిలవాలి సంఖ్య సాధారణ గుణిజం అయితేఇడ్లీ వడ అని పిలవాలి క్రింద ఉన్న ప్రతి సమస్యలు ఇడ్లీ మరియు వడలకు సంబంధించిన రెండు సంఖ్యలు ఇవ్వబడ్డాయి ఇచ్చిన సంఖ్యను కనుగొనండి ఇడ్లి-వడ అని పిలవబడే మొదటి సంఖ్య.

(a) 4 మరియు 6 (b) 7 మరియు 11

(c) 14 మరియు 30 (d) 15 మరియు 55

సమాధానం ఎల్లప్పుడూ రెండు సంఖ్యల LCM అవుతుందా? వివరించండి.

HCF విషయంలో లాగానే గుణిజాలను జాబితా చేయడం ద్వారా LCMను కనుగొనే ప్రక్రియ పెద్ద సంఖ్యలకు శ్రమతో కూడుకున్నదిగా అనిపించవచ్చు, పైన (c) మరియు (d) ప్రశ్నలకు మీరు చూసినట్లుగా, ప్రధాన కారణంగా LCM కనుగొనే ప్రక్రియను కూడా సులభతరం చేస్తుంది.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

? రెండు సంఖ్యల ప్రధాన కారణంగా ఉపయోగించి వాటి LCM ఎలా కనుగొనగలం?

ప్రధాన కారణాంకం ద్వారా LCM ను కనుగొనడం.

ఒక సంఖ్యలోని ప్రతి కారణాంకం దాని ప్రధాన కారణంగా ఒక దానిని తీసుకోవడం ద్వారా ఏర్పడుతుందని మనం చూసాము. ఈ వాస్తవాన్ని ఉపయోగించి రెండు సంఖ్యల HCF కనుగొనడానికి ఒక పద్ధతిని రూపొందించాము.

అదేవిధంగా LCM కనుగొనడానికి కూడా ఒక పద్ధతిని రూపొందించవచ్చు. ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను మరియు ఆ సంఖ్య యొక్క గుణిజాలను పోల్చడం ద్వారా మనం ప్రారంభిస్తాము. ఉదాహరణకు 36 మరియు దాని గుణిజాలు 648 (=36 × 18) తీసుకుందాం.

మనకు,

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3,$$
$$648 = 36 \times 18 = (2 \times 2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 3 \times 3).$$

మీరు ఏమి గమనించారు? గుణిజం యొక్క ప్రధాన కారణాంక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలతో పాటు మరికొన్ని ప్రధాన కారణాంకం కలిగి ఉన్నాయని మనం చూడవచ్చు ప్రతి గుణిజంతో ఇది జరుగుతుందా?

LCM కనుగొనడానికి దీనిని ఉపయోగించవచ్చా?

? **ఉదాహరణ 6 :** 14 మరియు 35 యొక్క LCMను కనుగొనండి

మన దగ్గర,

$$14 = 2 \times 7$$
$$35 = 5 \times 7.$$

సాధారణ గుణిజాలు ప్రతి ప్రధాన కారణాంకానికి ఉపవిభాగంగా కలిగి ఉండాలి 2×7 ఉపవిభాగంగా మరియు 5×7 ఉపవిభాగంగా,

ఉదాహరణకు,

$2 \times 7 \times 5 \times 7 \times 3$ అనేది 14 మరియు 35 యొక్క సామాన్య గుణకం

$2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7 \times 11$ అనేది మరొక సాధారణ సామాన్య గుణకం

? Is $2 \times 3 \times 5 \times 7$ కూడా ఒక సామాన్య గుణిజమా?

? 14 మరియు 35 ల యొక్క అన్ని సామాన్య గుణిజాల లో అతి చిన్నది ఏది ?

ఇది $2 \times 5 \times 7 = 70$ ఎందు కంటే $2 \times 5 \times 7$ లో $14 = 2 \times 7$ అలాగే $35 = 5 \times 7$ ఉంటాయి మరియు $2 \times 5 \times 7$ నుండి ఏదైనా సంఖ్యను తీసివేస్తే 14 మరియు 35 యొక్క సామాన్య గుణకం కానీ సంఖ్య వస్తుంది.

? **ఉదాహరణ 7 :** 96 మరియు 360 యొక్క LCM ను కనుక్కోండి?

మన దగ్గర,

$$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$
$$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5.$$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

పతి సాధారణ గుణకంలో 96 రెండింటి యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు ఉండాలి. మరియు 360. LCM కి, మనకు అలాంటి అతి చిన్న సంఖ్య అవసరం ప్రతి ప్రధాన కారణాంకాన్ని పరిశీలిస్తూ LCM నిర్మిస్తాం.

రెండు సంఖ్యల లో కనిపించే ప్రధాన కారణాంకాలు 2, 3 మరియు 5.

ఇప్పుడు, ప్రతి కారణాం ప్రధాన కారణాంకాన్ని ఎన్ని సంఘటనలు ఉన్నాయో మనం కనుగొంటాము.

? LCM ఎన్ని 2లను కలిగి ఉండాలి?

96 యొక్క కారణాంకాలలో $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ (ఐదు సార్లు 2లు) ఉంటాయి మరియు 360 యొక్క కారణాంకాలలో (మూడు సార్లు 2లు) ఉంటాయి. LCM లో భాగంగా 2లు యొక్క ఐదు సార్లు ఎంచుకోవడం వలన ఈ రెండు ఉపకారణాంకాలు ఉంటాయి.

2లు ఐదు కంటే ఎక్కువ సందర్భాలను ఎంచుకోవడం వలన ఒకసామాన్య గుణిజం వస్తుంది. కానీ అది అత్యల్పంగా ఉండదు. ఎందుకో మీరు చూడగలరా?

? LCM ఎన్ని 3లను కలిగి ఉండాలి?

96 యొక్క కారణాంకం 3 (3 యొక్క ఒక సంఘటన) ను కలిగి ఉంటుంది మరియు 360 యొక్క కారణాంకం 3×3 (3 యొక్క రెండు సంఘటనలను) కలిగి ఉంటుంది. LCMలో భాగంగా 3లు యొక్క రెండు సంఘటనలో ఎంచుకోవడం వలన ఈ రెండు భాగాలు ఉంటాయి.

? LCM ఎన్ని 5 లను కలిగి ఉండాలి?

96 యొక్క కారణాంకాలలో 5 లు ఉండవు మరియు 360 యొక్క కారణాంకాల లో 5 యొక్క ఒక సంఘటన ఉంటుంది. కాబట్టి LCM లో భాగంగా ఉండటానికి మనం 5 యొక్క ఒక సంఘటన ఎంచుకుంటాము.

అందువలన 96 మరియు 360 యొక్క LCM $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 1440$ అవుతుంది.

రెండు సంఖ్యల LCM నిర్మించడానికి మనం అన్ని ప్రధాన కారణాంకాలను గుర్తించవచ్చు మరియు వాటిలో ప్రతి ఒక్క కారణాంకాలలో గరిష్టంగా ఎన్ని సార్లు సంభవిస్తాయో కనుగొనవచ్చు. రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల LCM ను కనుగొనడానికి ఈ ప్రక్రియను విస్తరించవచ్చు.

? **దీనిని గుర్తించండి.**

ఈ క్రింది సంఖ్యల LCMను కనుగొనండి.

(a) 30, 72 (b) 36, 54

(c) 105, 195, 65 (d) 222, 370

3.3 నమూనాలు లక్షణాలు మరియు అందమైన విధానం!

6 మరియు 18 యొక్క HCF ఒకటిగా ఉన్న మరికొన్ని సంఖ్యల జతలను కనుగొనండి? అటువంటి సంఖ్యల జతలను మనం ఎలా వర్ణించగలం?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? HCF రెండు సంఖ్యలలో ఒకటిగా ఉండేలాంటి మరికొన్ని సంఖ్యల జతలను కనుక్కోండి అలాంటి సంఖ్యల జతలను ఎలా వర్ణించగలం

ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యకు కారణాంకం అయినప్పుడు ఇది జరుగుతుందని మనం చూడవచ్చు . దీని అర్థం మరొక సంఖ్య మొదటి సంఖ్య యొక్క గుణకం అవుతుంది. సాధ్యమయ్యే అన్ని సందర్భాలలో వర్ణించే ని మూనా లేదా లక్షణాన్ని వివరించే అటువంటి ప్రకటనను సాధారణ ప్రకటన అంటారు.



ఈ ప్రక్రియను సాధారణీకరణం అంటారు. అటువంటి సాధారణీకరణను బీజగణితాన్ని ఉపయోగించి కూడా ఎలా వర్ణించవచ్చో చూద్దాం.

n ఒకసంఖ్య అయితే n యొక్క ఏదైనా గుణకాన్ని ధన పూర్ణాంకంగా వ్రాయవచ్చు. ఉదాహరణకు మనం n మరియు $5n$ ($5 \times n$ కు సంక్షిప్తంగా తీసుకుంటే $5n$) అనేది n యొక్క గుణకం మరియు n అనేది 5 యొక్క కారణాంకం మరియు $5n$ యొక్క HCF n

? ఈ లక్షణాన్ని సంతృప్తిపరిచే సంఖ్య జతలకు(అంటేసంఖ్యలలో ఒకటి HCF)

(a) m ఒక సంఖ్య అయితే మరొక సంఖ్య ఏమిటి?

(b) $7k$ ఒకసంఖ్య అయితేమరొకసంఖ్య ఏమిటి?

? దీనిని గుర్తించండి

1. ఒక జత సంఖ్యలకు HCF గురించి ఒక సాధారణ ప్రకటన చేయండి. సాధారణ ప్రకటనలతో ముందుకు వచ్చే ముందు మీరు ఉదాహరణలను పరిగణించవచ్చు. అవి కలిగి ఉన్న సాధ్యమైనా వివరణలను కోసం చూడండి.

గణితపు మాట

(a) వరుసగా రెండు సరిసంఖ్యలు

(b) వరుసగా రెండు బేసిసంఖ్యలు

(c) రెండు సరి సంఖ్యలు

(d) రెండు వరుస సంఖ్యలు

(e) రెండు సహప్రధాన సంఖ్యలు.

మీ పరిశీలనలను తరగతితో పంచుకోండి.

2. 3 మరియు 24 యొక్క LCM 24 (ఇది ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యలలో ఒకటి)

(a) రెండు సంఖ్యలలో LCM ఒకటి అయినా మరికొన్ని సంఖ్యల జతలను కనుక్కోండి.

(b) అటువంటి సంఖ్యల గురించి ఒక సాధారణ సామాన్య ప్రకటన చేయండి బీజగణితాన్ని ఉపయోగించి అటువంటి సంఖ్యల జతలను వివరించండి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3. కింది జతల సంఖ్యలకు LCM గురించి ఒకసామాన్య ప్రకటన చేయండి. ఈ సామాన్య ప్రకటనలతో ముందుకు వచ్చే ముందు మీరు ఉదాహరణలను పరిగణించవచ్చు. అవి ఎందుకు ఉన్నాయో వివరించడానికి సాధ్యమైన వివరణల కోసం చూడండి.

(a) 3 యొక్క రెండు గుణిజాలు

(b) రెండు వరుస సరి సంఖ్యలు

(c) రెండు వరుస సంఖ్యలు

(d) రెండు సహా ప్రధాన సంఖ్యలు.

? రెండు సంఖ్యలు రెట్టింపు అయితే ఆ రెండు సంఖ్యల HCF ఏమవుతుంది? కొన్ని జతలసంఖ్యలను తీసుకొని అస్వపించండి. HCF కూడా ఎందుకు రెట్టింపు అవుతుందో మీరు చూడగలరా?

రెండు సంఖ్యలు రెట్టింపు అయితే రెండు సంఖ్యలు వాటి ప్రధాన కారణంగా రెండు అదనపు కారణాంకాన్ని పొందుతుంది. ఈ రెండు అతిపెద్ద సాధారణ ఉప విభాగంలో ఒక కారణాంకంగా చేర్చబడుతుంది. మరియు HCF రెట్టింపు అవుతుంది. ఉదాహరణకు 270 మరియు 50 సంఖ్యలను పరిగణించండి.

$$270 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$$
$$50 = 2 \times 5 \times 5$$
$$HCF = 2 \times 5 = 10$$

540 మరియు 100 పొందడానికి ఈ సంఖ్యలను రెట్టింపు చేద్దాం. 540 100

$$540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$$
$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$
$$HCF = 2 \times 2 \times 5 = 20.$$

? 14 — 14 × 6, యొక్క క్రింది రెండు గుణిజాలను పరిగణించండి 14 × 9 వాటి HCF ఎంత?

స్పష్టంగా 14 అనేది ఒక సారి సామాన్య కారణాంకం. ఇది కూడా అత్యంత సామాన్య కారణాంకం కాదా? దానిని చూడటానికి మనం ప్రధాన కారణాంకాలను గుణిద్దాం.

$$14 \times 6 = \underbrace{2 \times 7}_{14} \times 2 \times 3$$
$$14 \times 9 = \underbrace{2 \times 7}_{14} \times 3 \times 3$$
$$HCF = 14 \times 3 = 42.$$

NOT TO BE REPUBLISHED @KVS

? రెండు సంఖ్యలు ఒకే సంఖ్య యొక్క గుణిజాలుగా ఉన్న మరికొన్ని సంఖ్యలు ఇక్కడ ఉన్నాయి. వాటి HCF కనుగొనండి?

(a) $18 \times 10, 18 \times 15$ (b) $10 \times 38, 10 \times 21$

(c) $5 \times 13, 5 \times 20$ (d) $12 \times 16, 12 \times 20$

? ఈ సందర్భాలలో ఏ సందర్భంలో HCF సాధారణ గుణకం వలె ఉంటుంది సమస్య (b) లాగా ఇక్కడ HCF పది అవుతుంది. ఇది ఎప్పుడు జరుగుతుందో అర్థం చేసుకోవడానికి ఈ రకమైన మరికొన్ని ఉదాహరణలను అన్వేషించండి.

HCF మరియు LCM కోసం సమర్థవంతమైన విధానాలు

కుడి వైపున ఉన్న విధానాన్ని చూడండి ఇది ఎలా నిర్వహించబడిందో మీరు వివరించగలరా?

ఇది ప్రధాన కారణాంకం చేసే విధానాన్ని పోలి ఉంటుంది ప్రతి దశలో రెండు సంఖ్యలను ఒక సాధారణ ప్రధాన కారణాంకం ద్వారా భాగిస్తారు మరియు రెండు గుణకాల తదుపరి వరుసలో వ్రాయబడతాయి. సాధారణ ప్రధాన కారణాంకాలు లేని రెండు సంఖ్యలను పొందే వరకు ఇది కొనసాగుతుంది.

2	84, 180
2	42, 90
3	21, 45
	7, 15

? 84 మరియు 180 HCF కనుగొనడానికి మనం దీన్ని ఎలా ఉపయోగించాలి? అన్వేషించండి.

(**సూచన :** $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$, మరియు $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 15$ ప్రధాన కారణాంకాల లాగానే ఉన్నాయని గమనించండి)

? క్రింది సందర్భాలలో HCF కనుగొనండి.

2	300, 150
5	150, 75
5	30, 15
3	6, 3
	2, 1

$HCF = 2 \times 5 \times 5 \times 3$

2	630, 770
5	315, 385
7	63, 77
	9, 11

$HCF = 2 \times 5 \times 7$

ఈ విధానంలో HCF మాత్రమే కాకుండా LCM కూడాకనుగొనవచ్చు. ఎలాగో చూడగలరా?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2	300, 150
5	150, 75
5	30, 15
3	6, 3
	2, 1

LCM = 2 × 5 × 5 × 3 × 2 × 1

2	630, 770
5	315, 385
7	63, 77
3	9, 11
	3, 11

LCM = 2 × 5 × 7 × 3 × 3 × 11

? ఈ LCM ఎందుకు?

(**సూచన :** 300 మరియు 150 యొక్క LCMలు గాగుర్తించబడిన కారణాంకాల లబ్ధాలలో 300 మరియు 150 రెండింటి యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు ఉంటాయా? ఇది అలాంటి అతి చిన్న సంఖ్య?



గుణ ఇలా అన్నాడు HCF / LCM కనుగొనడానికి నేను ఫ్యాక్టరైజేషన్ చేయడానికి మంచి మార్గాన్ని కనుగొన్నాను.

ఇది తరగతిలో బోధించిన దానికంటే వేగంగా ఉంటుంది 300 మరియు 15 సంఖ్యల కోసం నేను మొదటిరెండు సంఖ్యలను నేరుగా 50 ద్వారా భాగించగలను.

50	300, 150
3	6, 3
	2, 1

HCF 50 × 3 అవుతుంది. ఉంటుంది

The LCM will be 50 × 3 × 2 × 1".

అన్ను పెద్ద సామాన్య అంశాలను తొలగించడానికి కూడా ప్రయత్నించాడు.



630 మరియు 770 లకు నేను మొదట రెండు సంఖ్యలను 10 తో భాగిస్తాను. ఇప్పుడు నేను వాటిని 7 ద్వారా భాగించగలను,

10	630, 770
7	63, 77
	9, 11

HCF 10 × 7 = 70 అవుతుంది.

LCM 10 × 7 × 9 × 11 = 6930". అవుతుంది.

ఇది ఎలా పని చేస్తుందో మీరు చూడగలరా?

మనం ఒకసారి ఒక కారణాంకాన్ని మాత్రమే విభజించడానికి పరిమితం కానవసరం లేదు రెండు సంఖ్యలను మనం గుర్తించగలిగే ఏ సాధారణ కారణాంకంతోనైనా విభజించవచ్చు.

? ఈ సంఖ్యల జతలకు మీరు ఈ పద్ధతిని ప్రయత్నించవచ్చు.

(a) 90 మరియు 150 (b) 84 మరియు 132



HCF మరియు LCM రెండింటిని కలిగి ఉన్నవి.

? ఏది పెద్దది –రెండు సంఖ్యల LCM లేదా వాటి సంఖ్యల లబ్ధం.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? మీరు పైన పేర్కొన్న వ్యాక్యానాలను ఉదాహరణలు ఉపయోగించి విశ్లేపించవచ్చు. ఆపై LCM సంఖ్యల లబ్ధం కంటే ఎప్పుడు ఎందుకు, పెద్దది కాదని చర్చించండి లేదా నిరూపించడానికి ప్రయత్నించండి. (**సూచన :** లబ్ధం కూడారెండు సంఖ్యల యొక్కసాధారణ కారాణాంకమా?)

రెండు సంఖ్యల లబ్ధానికి వాటి HCF, LCMల మధ్య ఆసక్తికరమైన సంబంధం ఉంది.

? 105 మరియు 95 సంఖ్యలను పరిగణించండి. వాటి LCMను కనుగొనండి.

వాటి ప్రధాన వాటిని ప్రధాన కారణాంకాలుగా విభజించండి.

$$105 = 3 \times 5 \times 7$$

$$95 = 5 \times 19$$

LCM = $3 \times 5 \times 7 \times 19$.

గుణకార రూపంలోకి పరివర్తిద్దాం..

$$105 \times 95 = 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 19$$

లబ్ధం యొక్క LCM ఒక కారణాంకమా? అవును అయితే, లబ్ధం పొందడానికి దానిని దేనితో గుణించాలి? అని చూడవచ్చు.

$$105 \times 95 = \text{LCM} \times 5.$$

? కింది సందర్భాలలో LCM అనేది లబ్ధానికి కారణాంకమా కాదా అని అన్వేపించండి. అవును అయితే లబ్ధాన్ని పొందడానికి LCMను ఏ సంఖ్యతో గుణించాలో గుర్తించండి. మీకు ఏదైనా నమూనా కనిపిస్తుందా ఈ సంఖ్యలను ఉపయోగించండి.

(a) 45, 105 (b) 275, 352 (c) 222, 370

? ప్రతి సందర్భంలోనూ, లబ్ధాన్ని పొందడానికి LCM ని గుణించే సంఖ్య వాస్తవానికి HCF అని మీరు చూశారా?

అందువల్ల, మా పరిశీలనలు ఈ క్రింది వాటిని సూచిస్తున్నట్లు అనిపిస్తుంది :

రెండు సంఖ్యల HCF మరియు LCM లబ్ధం.

? ఇలా ఎందుకు జరుగుతుంది? మీరు వివరణ లేదా రుజువు ఇవ్వగలరా?

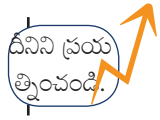
దీనిని ప్రయత్నించండి.

(**సూచన :** ఇచ్చిన సంఖ్యల ప్రదాన కారణాంకాలను పరిగణించండి. వాటి ప్రధాన కారణాంకాలలో, కొన్ని రెండు కారణాంకాలు సాధారణం, మరియు మిగిలిన వాటిలో ఒకదానిలో మాత్రమే సంభవిస్తాయి. HCF

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మరియు LCM మధ్య, సాధారణ మరియు సాధారణం కాని ప్రధాన కారణాంకాలు ఎలా పంపిణీ చేయబడతాయో చూడండి. లబ్ధంలో, ఈ రెండు రకాల ప్రధాన కారణాంకాలు ఎలా సంభవిస్తాయో గమనించండి. వాటిని పోల్చండి.

? 3 సంఖ్యలను పరిగణనలోకి తీసుకున్నప్పుడు ఈ ధర్మం? వర్తిస్తుందో లేదో అన్వేషించండి. ప్రయత్నించండి.



? దీనిని గుర్తించండి

1. క్రింద ఉన్న రెండు వరుసలలో, చూపిన విధంగా రంగులు పునరావృతమవుతాయి. నీలి నక్షత్రాలు తదుపరి ఎప్పుడు కలుస్తాయి?



2. (a) $5 \times 7 \times 11 \times 11$ అనేది $5 \times 7 \times 7 \times 11 \times 2$ యొక్క గుణిజమా?
   (b) $5 \times 7 \times 11 \times 11$ అనేది $5 \times 7 \times 7 \times 11 \times 2$ యొక్క కారణాంకమా కాదా?

3. కింది వాటిలో HCF మరియు LCMలను కనుగొనండి (మీ సమాధానాలను ప్రధాన కారణాంకాల రూపంలో పేర్కొనండి):
   (a) $3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7$ మరియు $12 \times 7 \times 11$
   (b) 45 మరియు 36

4. HCF 1 మరియు LCM 66గా ఉన్న రెండు సంఖ్యలను కనుగొనండి.

5. ఒక గోపకుడు తన ఆవులన్నింటినీ పొలాల్లో మేపడానికి తీసుకెళ్లాడు. ఆవులు 3 ద్వారాలు ఉన్న ఒక కూడలికి వచ్చాయి. ప్రతి ద్వారం గుండా సమాన సంఖ్యలో ఆవులు వెళ్ళాయి. తరువాత 5 ద్వారాలు ఉన్న మరొక కూడలి వద్ద మళ్ళీ ప్రతి ద్వారం గుండా సమాన సంఖ్యలో ఆవులు వెళ్ళాయి. 7 ద్వారాలు ఉన్న మూడవ కూడలి వద్ద కూడా అదే జరిగింది. గోపప్పకు 200 కంటే తక్కువ ఆవులు ఉంటే, అతనికి ఎన్ని ఆవులు ఉన్నాయి? (కర్ణాటక జానపద గణితం ఆధారంగా)

6. ఒక పెట్టి పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తు వరుసగా 12cm., 18cm మరియు 36cm. కింది వాటిలో ఏ పరిమాణంలో ఉన్న ఘనాలను ఈ పెట్టెలో ఖాళీలు వదలకుండా ప్యాక్ చేయవచ్చు?
   (a) 9 cm (b) 6 cm
   (c) 4 cm (d) 3 cm
   (e) 2 cm

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

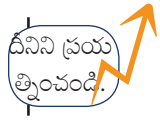
7. క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో, 306 మరియు 36 రెండింటినీ సంపూర్ణంగా విభజించే అతిపెద్ద సంఖ్య ఏది? దీన్ని ప్రయత్నించండి

(a) 36 (b) 612

(c) 18 (d) 3

(e) 2 (f) 360

8. 3, 4, 5 మరియు 7 లచే భాగించబడే అతి చిన్న సంఖ్యను కనుగొనండి, కానీ 11 తో భాగించినప్పుడు 10 శేషం మిగిలి ఉంటుంది.



9. పిల్లలు పైర్ ఇన్ ది మౌంటైన్ ఆడుతున్నారు. 6వ నంబర్ పిలిచినప్పుడు ఎవరూ బయటకు రాలేదు. 9వ నంబర్ పిలిచినప్పుడు ఎవరూ బయటకు రాలేదు. కానీ 10వ నంబర్ పిలిచినప్పుడు, కొంతమంది బయటకు వచ్చారు. ప్రారంభంలో ఎంత మంది పిల్లలు ఆడుతూ ఉండవచ్చు?

(a) 72 (b) 90

(c) 45 (d) 3

(e) 36 (f) వీటిలో ఏదీ లేదు

10. సరైన ప్రకటన(లు) ను ఎంచుకోండి. రెండు వేర్వేరు ప్రధాన సంఖ్యల (m, n) యొక్క LCM ఇలా ఉండవచ్చు:

(a) రెండు సంఖ్యల కంటే తక్కువ

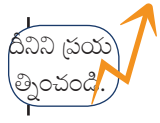
(b) రెండు సంఖ్యల మధ్య

(c) రెండు సంఖ్యల కంటేఎక్కువ

(d) $m \times n$ కంటే తక్కువ

(e) $m \times n$ కంటే ఎక్కువ

11. ఒక కుక్క 150 అడుగుల ఎత్తు ఉన్న కుందేలును వెంబడిస్తోంది. కుందేలు 7 అడుగులు దూకిన ప్రతిసారీ అది 9 అడుగులు దూకుతుంది. కుక్క ఎన్ని దూకులతో కుందేలును చేరుకుంటుంది?



12. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 ల గుణిజంగా ఉండే అతి చిన్న సంఖ్య ఏది? 6వ తరగతి, 5వ అధ్యాయం నుండి మీకు సమాధానం గుర్తుందా?

13. ప్రాచీన భారతీయ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు మహావీరాచార్య (క్రీ.శ. 850) లేవనెత్తిన సమస్య ఇక్కడ ఉంది. అన్ని కలిపిన $\frac{8}{15}, \frac{1}{20}, \frac{7}{36}, \frac{11}{63}$ మరియు $\frac{1}{21}$ మీకు ఏమి లభిస్తుంది? ఈ మొత్తాన్ని మనం ఎలా సమర్థవంతంగా కనుగొనగలం.

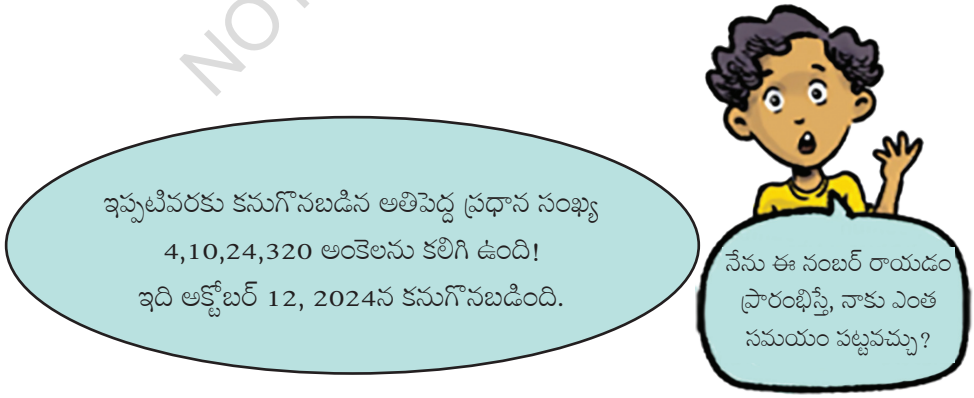


NOT TO BE REPUBLISHED @KIBS

సారాంశం

- గత సంవత్సరం, మనం సాధారణ గుణిజాలను మరియు సాధారణ కారణాంకాలను పరిశీలించాము మరియు ప్రధానాంకాల యొక్క అద్భుతమైన ప్రపంచానికి కూడా పరిచయం చేయబడ్డాము!
- ఈ అధ్యాయంలో, ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాన్ని కనుగొనే పద్ధతిని మనం నేర్చుకున్నాము.
- ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాల నుండి దాని అన్ని కారణాంకాలను కనుగొనడం చాలా సులభం, కానీ మనం ప్రతి ఉపభాగాన్ని జాబితా చేయడం చాలా శ్రమతో కూడుకున్నది!
- ఒక సంఖ్యల సమూహం యొక్క అన్ని సాధారణ కారణాంకాలలో అత్యధిక గరిష్ట సాధారణ కారణాంకం (HCF).
  - ప్రతి సాధారణ కారణాంకం సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలో ఉంటుంది.
  - HCF ను కనుగొనడానికి, అన్ని సంఖ్యల ప్రధాన కారణాంకాలలో ప్రతి ప్రధాన సంఖ్య యొక్క కనీస సంభవాల సంఖ్యను చేర్చుతాము.
- ఒక సంఖ్యల సమూహం యొక్క అన్ని సాధారణ గుణిజాల కనిష్ట సాధారణ గుణిజం (LCM).
  - ప్రతి సాధారణ గుణకం సంఖ్యల యొక్క ప్రధాన కారణాంకీకరణను కలిగి ఉంటుంది.
  - LCMను కనుగొనడానికి, అన్ని సంఖ్యల ప్రధాన కారణాంకాలలో ప్రతి ప్రధాన సంఖ్య యొక్క అత్యధిక సంఖ్యలో సంఘటనలను చేర్చుతాము.
- మేము HCF మరియు LCM గురించి మరింత అన్వేషించాము, సంఖ్యలు వరుసగా, సరి, సహ-ప్రధానంగా ఉన్నప్పుడు సంబంధిత లక్షణాలు మరియు నమూనాలను మేము కనుగొన్నాము.
- మేము HCF మరియు LCM రెండింటినీ ఒకేసారి పొందే విధానాన్ని నేర్చుకున్నాము! దీన్ని ఇంకా త్వరగాఎలా చేయాలో కూడా చూశాము!
- గణితాన్ని చర్చించేటప్పుడు ఉపయోగించే ఊహ మరియు సాధారణీకరణ వంటి కొన్ని పదాలను మనం నేర్చుకున్నాము..

© KTES NOT TO BE REPUBLISHED

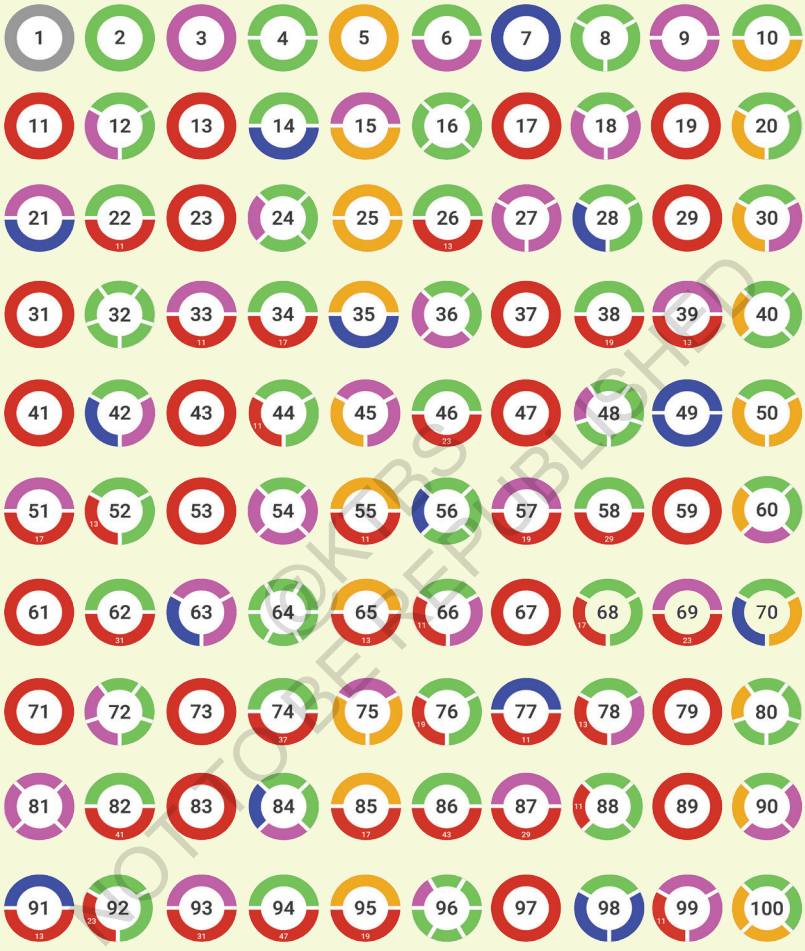


పజిల్ సమయం

రహస్యరంగులు!

ప్రతి పేజీలోని పేజీ సంఖ్యల చుట్టూ ఈ విభిన్న వృత్తాకార డిజైన్లను మీరు గమనించి, వాటి గురించి ఆశ్చర్యపోయి ఉండవచ్చు!

క్రింద ఉన్న చిత్రం 1 నుండి 100 వరకు ఉన్న సంఖ్యల కోసం అన్ని డిజైన్లను చూపిస్తుంది.



© KSBS NOT TO BE REPUBLISHED

ప్రతి సంఖ్యకు రంగు పథకాన్ని డీకోడ్ చేయడానికి ప్రయత్నించండి.

ఇక్కడ అనేక ఆసక్తికరమైన నమూనాలు ఉన్నాయి.

మీ పరిశీలనలను మీ క్లాస్‌మేట్స్‌తో పంచుకోండి.

ఈ పథకాన్ని విస్తరించి, పేజీ సంఖ్యలను 101–110 వరకు రంగు వేయండి.



4

4. బిందువును దాటి మరొక గమనిక

4.1 దశాంశాల త్వరిత పునశ్చరణ

దశాంశాలు భారతీయ స్థాన విలువ యొక్క సహజ విస్తరణ అని గుర్తుంచుకోండి. దశాంశ చిన్నాలను సూచించే వ్యవస్థ ($\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$, మొదలైనవి) వాటి మొత్తాలు

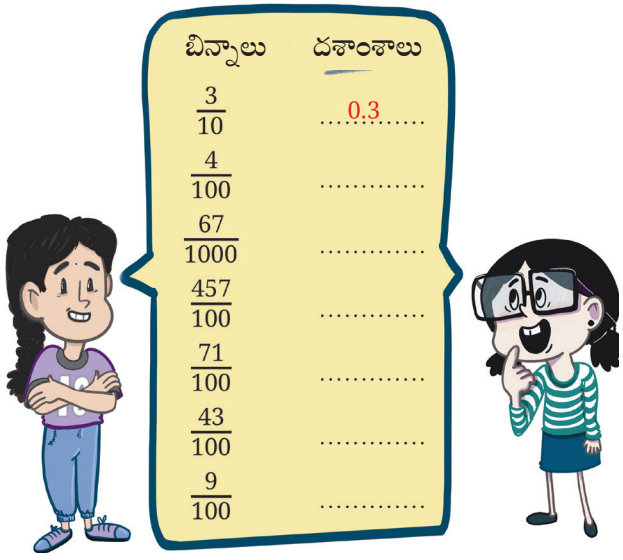
ఉదాహరణకు, 27.53 అనేది కింది ఉన్న పరిమాణాన్ని సూచిస్తుంది:

- 2 పదల
- 7 యూనిట్లు (ఒక్కట్లు)
- 5 పదవ వంతు
- 3 వందవ వంతులు

సంఖ్యలు భిన్నాలను ఎలా గుణించాలి మరియు భాగించాలి అని మనం ఇప్పటికే నేర్చుకున్నాము. ఈ అధ్యాయంలో దశాంశాలతో ఈ పరిక్రియలు ఎలా చేయాలో మనం నేర్చుకుంటాము. దశాంశాలను గుణించడం మరియు భాగించడం అనే విధానాలు అనేవి గణన యొక్క విధానాల యొక్క సహజ పొడిగింపులు అని మీరు చూస్తారు.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? జోనాలి మరియు పల్లబి ఒక ఆట ఆడతారు. జోనాలి ఒక భిన్నం అని చెబుతుంది మరియు పల్లబి సమానమైన దశాంశాన్ని ఇస్తుంది. ఖాళీ స్థలాలలో పల్లబి సమాధానాన్ని వ్రాయండి.



జోవాలి సుగంధ ద్రవ్యాలు కొనడానికి మార్కెటుకు వెళ్తుంది. ఆమె 50 g దాల్చిన చెక్క, 100 g జీలకర్ర, 25 g ఏలకులు మరియు 250 g మిరియాలు కొంటుంది ప్రతి పరిమాణాన్ని కిలోగ్రాములలో భిన్నాలు మరియు దశాంశాల పరంగా వ్రాయడం ద్వారా వ్యక్తపరచండి.

జోనాలి, పల్లిబికి ఇచ్చిన భిన్నాలకు 10,100, 1000, మొదలైన హారాలు ఉన్నాయి.
కింది భిన్నాలను భిన్నాల మొత్తంగా మరియు దశాంశాలుగా కూడా వ్రాయండి:

భిన్నం	లవాన్ని విస్తరిస్తోంది	పదవ వంతు, వందవ వంతు, వెయ్యి వంతుల మొత్తం	దశాంశాలు
$\frac{254}{1000}$	$\frac{200}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{4}{1000}$ $= \frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000}$	0.2 + 0.05 + 0.004	0.254
$\frac{847}{10000}$			
$\frac{173}{100}$			
$\frac{23}{1000}$			

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఏదైనా సంఖ్యను 1 తర్వాత సున్నాలు– 10,100, 1000, మొదలైన వాటితో భాగించడానికి మీరు ఒక సాధారణ నియమాన్ని ఇవ్వగలరా? ఉదాహరణకు, $\frac{123}{10}$, $\frac{24}{100}$ లేదా $\frac{678}{1000}$ మునుపటి సమస్యలలో ఒక నమూనా కోసం చూడండి.

గణితపు మాట

ఇక్కడ అలాంటి ఒక నియమం ఉంది. 123 ÷ 10 ఉదాహరణను పరిశీలిద్దాం.

దశ 1: బాజ్యం (లవాన్ని) అలాగే వ్రాసి చివర దశాంశ బిందువును ఉంచండి.

123.

దశ 2: భాజకంలో (హారం) సున్నాల సంఖ్యను లెక్కించండి.

10 → 1 zero

దశ 3: దశ 1 నుండి దశాంశ బిందువును దశ 2 నుండి లెక్కించినంత చోట్ల ఎడమవైపుకు తరలించండి. అవసరమైతే ముందు సున్నాలను జోడించండి.

12.3

ఉదాహరణలు :

$24 \div 100 = 0.24$ 	$678 \div 1000 = 0.678$ 
$12 \div 1000 = 0.012$ 	$12345 \div 1000 = 12.345$ 

4.2 దశాంశ గుణకారం

ఉదాహరణ 1 : అర్షద్ ఒక స్టేషనరీ దుకాణానికి వెళ్లి 5 పెన్నులు కొంటాడు. ఒక పెన్ను ధర ₹ 9.5 (9 రూపాయలు మరియు 50 పైసలు) అయితే, అతను దుకాణదారునికి ఎంత చెల్లించాలి?

ఇక్కడ మనం ఏ ప్రక్రియ ఉపయోగించాలి?

మనం 9.5 ని 5 తో గుణించాలి, అంటే 9.5 ని 5 సార్లు కలిపితే సమానం.

అంటే $9.5 \times 5 = 9.5 + 9.5 + 9.5 + 9.5 + 9.5 = 47.5.$

మనం సంఖ్యలను భిన్నాలుగా మార్చడం ద్వారా నేరుగా గుణించవచ్చు.

9.5 అంటే $\frac{95}{10}$ మరియు 5 అంటే $\frac{5}{1}$ భిన్నం

5 పెన్నుల ధర. $= \frac{5}{1} \times \frac{95}{10}$

గుర్తుంచుకోండి. రెండు భిన్నాల లబ్ధాన్ని కనుగొనడానికి, మనం లవాలను గుణించి, హారంలను గుణిస్తాము.

$$\frac{5}{1} \times \frac{95}{10} = \frac{5 \times 95}{1 \times 10}$$

$$= \frac{475}{10}$$

$$= 47.5.$$

5 పన్నుల ధర ₹ 47.5

ఉదాహరణ 2: ఒక కారు లీటరు పెట్రోల్‌కు 12.5km ప్రయాణిస్తుంది. 75 లీటర్ల పెట్రోల్ తో ఎంత దూరం ప్రయాణించవచ్చు?

మనం 12.5 ను 7.5 తో గుణించాలి.

ప్రయాణించిన దూరం $= 12.5 \times 7.5$

$$= \frac{125}{10} \times \frac{75}{10} = \frac{125 \times 75}{10 \times 10} = \frac{9375}{100} = 93.75$$

ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం 93.75 km

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? రెండు దశాంశాల లబ్ధం సహజ సంఖ్య కాగలదా?

? దశాంశం మరియు సహజ సంఖ్య యొక్క లబ్ధం సహజ సంఖ్య కాగలదా?

గణితపు మాట

ఉదాహరణ 3: అజయ్ స్కూల్ మరియు అతని ఇంటి మధ్య దూరం 827 m. అతను ఉదయం స్కూల్ కి నడిచి వెళ్తాడు మరియు సాయంత్రం ఇంటికి తిరిగి వెళ్తాడు, వారానికి 6 రోజులు, స్కూలుకు వెళ్తే అతను వారానికి ఎంత నడుస్తాడు? కిలోమీటర్లలో సమాధానం చెప్పండి.

పాఠశాల మరియు ఇంటి మధ్య ఒకవైపు, అజయ్ 827 m. అంటే 0.827 km. నడిచాడు.

కాబట్టి, అతను ఒక రోజులో నడిచిన దూరం

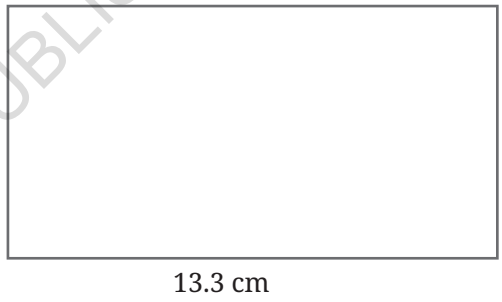
$$0.827 \times 2 = \frac{827}{1000} \times 2 = \frac{827 \times 2}{1000} = \frac{1654}{1000} = 1.654$$

అతను వారానికి 6 రోజులు పాఠశాలకు వెళ్తాడు. కాబట్టి, ఒక వారంలో, అతను

$$1.654 \times 6 = \frac{1654}{1000} \times 6 = \frac{1654 \times 6}{1000} = \frac{9924}{1000} = 9.924$$

అజయ్ వారానికి 9.924 కి.మీ. నడిచి వెళ్తాడు.

? **ఉదాహరణ 4:** ఇచ్చిన దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.



దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం =

$$5.7 \times 13.3 = \frac{57}{10} \times \frac{133}{10} = \frac{7581}{100} = 75.81$$

ఈ వైశాల్యం 75.81 చదరపు సెం.మీ.

? గుణకంలో దశాంశ బిందువు తర్వాత ఉన్న అంకెల సంఖ్య, గుణకారం మరియు లబ్ధాన్ని గమనించండి. హారంలో సున్నాల సంఖ్యను కూడా గమనించండి.

ఉదాహరణలు	దశాంశ బిందువు తర్వాత అంకెల సంఖ్య:		
	గుణకం	గుణకారం	లబ్ధం
$9.5 \times 5 = \frac{95 \times 5}{10} = \frac{475}{10} = 47.5$	**1**	**0**	**1**
$12.5 \times 7.5 = \frac{125}{10} \times \frac{75}{10} = \frac{9375}{100} = 93.75$	**1**	**1**	**2**

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1.64×6 $= \frac{164}{100} \times 6 = \frac{984}{100} = 9.84$	**2**	**0**	**2**
5.7×13.35 $= \frac{57}{10} \times \frac{1335}{100}$ $= \frac{57 \times 1335}{10 \times 100} = \frac{76095}{1000}$ $=76.095$	**1**	**2**	**3**

? $596 \times 248 = 147808$ అని మనకు తెలిస్తే, మీరు వెంటనే 5.96×24.8 యొక్క లబ్ధాన్ని వ్రాయగలరా?

గణితపు మాట

? పై ఉదాహరణలను పరిశీలించడం ద్వారా, రెండు దశాంశాలను గుణించడానికి మీరు ఒక నియమాన్ని రూపొందించగలరా?

దశాంశాల గుణకారం వాటి సంబంధిత భిన్నాల గుణకారానికి సమానం. భిన్నాలను గుణించేటప్పుడు, మనం వరుసగా లవంలు మరియు హారంలను గుణిస్తాము.

లవముల లబ్ధము = దశాంశ బిందువులు తీసివేయబడిన సంఖ్యల లబ్ధము.

రెండు హారంలు 1, 10, 100, 1000 రూపంలో ఉంటాయి కాబట్టి. ఆ హారంల లబ్ధం కూడా 1 తర్వాత సున్నాలు కలిగి ఉంటుంది. లబ్ధంలోని సున్నాల సంఖ్య ప్రతి హారంలోని సున్నాల సంఖ్య యొక్క మొత్తం.

లబ్ధంలో, హారంలోని మొత్తం సున్నాల సంఖ్య ఆధారంగా దశాంశ బిందువు ఉంచబడుతుంది.

కాబట్టి, రెండు దశాంశాలను గుణించడానికి, దశాంశ బిందువును తీసివేయడం ద్వారా పొందిన రెండు సంఖ్యలను గుణించవచ్చు, ఆపై క్రింద చూపిన విధంగా దశాంశ బిందువును సముచితంగా ఉంచవచ్చు..

సాధించడానికి : 5.96×24.8:

$$596 \times 248 = 147808$$

$$\underbrace{5.96}_{\text{2 దశాంశ స్థానాలు}} \times \underbrace{24.8}_{\text{1 దశాంశ స్థానం}} = \underbrace{147.808}_{\text{3 దశాంశ స్థానాలు}}$$

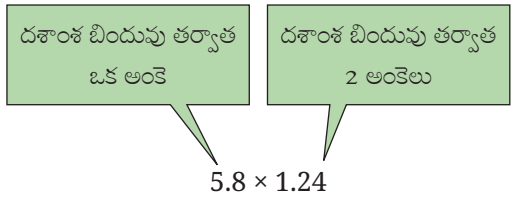
$2 + 1 = 3$ దశాంశ స్థానాలు

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

ఉదాహరణ 5: 5.8 మరియు 1.24 ల లబ్దాన్ని కనుగొనడానికి పై నియమాన్ని ఉపయోగిద్దాం. ముందుగా 58 మరియు 124 లను గుణిద్దాం.

లబ్దం 7192.

గుణకం మరియు గుణకారంలో దశాంశ బిందువు తర్వాత అంకెల సంఖ్య మొత్తం 3. కాబట్టి, లబ్దం 7.192 గుణకం మరియు గుణకారాన్ని భిన్నాలుగా మార్చడం ద్వారా దీనిని ధృవీకరించండి.



గుణించిన సంఖ్యల కంటే లబ్దం ఎల్లప్పుడూ ఎక్కువగా ఉంటుందా?

రెండు భిన్నాల గుణకారాన్ని గుర్తుచేసుకోండి. సంఖ్యలను లెక్కించే విధంగా కాకుండా, రెండు భిన్నాలను గుణించినప్పుడు లబ్దం ఎల్లప్పుడూ రెండు సంఖ్యల కంటే ఎక్కువగా లేదా సమానంగా ఉండదు. రెండు దశాంశాల లబ్దం పరిశీలిద్దాం.

$2.25 \times 8 = 18.$

పై గుణకారంలో, లబ్దం (18) 2.25 మరియు 8 కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది.
కానీ, $0.25 \times 8 = 2$ లో, లబ్దం (2) 0.25 కంటి ఎక్కువ కానీ 8 కంటే తక్కువ.

$0.25 \times 0.8 = 0.2$ విషయంలో, లబ్దం (0.2) 0.25 మరియు 0.8 రెండింటి కంటే తక్కువగా ఉంటుంది.

రెండు దశాంశాల లబ్దం రెండు సంఖ్యల కంటే ఎప్పుడు ఎక్కువ అవుతుంది? రెండు సంఖ్యల కంటే అది ఎప్పుడు తక్కువ?

దశాంశాలు కేవలం భిన్నాలకు ప్రాతినిధ్యం వహిస్తాయి కాబట్టి, గుణించిన సంఖ్యలు మరియు లబ్దల మధ్య సంబంధం భిన్నాల మాదిరిగానే ఉంటుంది.

పరిస్థితి	గుణకారం	సంబంధం
పరిస్థితి 1	రెండు సంఖ్యలు 1 కంటె పెద్దవి (ఉదా 3.4×6.5)	లబ్దం (22.1) రెండు సంఖ్యల కంటే ఎక్కువ.
పరిస్థితి 2	రెండు సంఖ్యలు 0 మరియు 1 మధ్య (ఉదా : 0.75×0.4)	లబ్దం (0.3) రెండు సంఖ్యల కంటి తక్కువ.
పరిస్థితి 3	మరియు 1 మరియు ఒక సంఖ్య కంటే పెద్దది (ఉదా., 0.75×5) ఒక సంఖ్య 0 మధ్య ఉంటుంది..	లబ్ధం (3.75) 1 కంటే పెద్ద సంఖ్య కంటే తక్కువ మరియు 1 మధ్య ఉన్న సంఖ్య కంటే పెద్దది.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

దీనిని గుర్తించండి

1. పదవ వంతు 0.1, వందవ వంతు 0.01, మొదలైన వాటిని గుర్తుంచుకోండి. పదవ వంతు, వందవ వంతు మొదలైన వాటిలో ఈ క్రింది లబ్ధాలను కనుగొనండి:
   (a) 6×4 పదులు = 24 పదులు
   (b) 7×0.3
   (c) 9×5 వందల వంతు

2. లబ్ధాలను కనుగొనండి:
   (a) 27.34×6
   (b) 4.23×3.7
   (c) 0.432×0.23

3. తేజస్‌కు ఒక చొక్కాకు 1.65 m వస్త్రం అవసరం. 3 చొక్కాలకు ఎన్ని మీటర్ల వస్త్రం అవసరం?

4. మీను 4 నోట్‌బుక్‌లు మరియు 3 రబ్బర్లు కొన్నది. ప్రతి పుస్తకం ధర ₹ 15.50 మరియు ప్రతి రబ్బరు ధర ₹ 2.75 అయిన ఆమె మొత్తం ఎంత ఖర్చు చేసింది?

5. ఒక రూపాయి నాణెం మందం 1.45 mm 36 రూపాయల నాణేలను ఒకదానిపై ఒకటి ఉంచడం ద్వారా ఏర్పడిన సిలెండర్ మొత్తం ఎత్తు ఎంత? సమాధానాన్ని సెంటీమీటర్లలో రాయండి.

6. 1 kg ధర ₹ 56,50 అయిన 2.250 కిలోల నారింజ ధర ఎంత? 56.50 ని 56.5 గా మరియు 2:250 2.25 గా వ్రాసి గణించవచ్చా? మనకు అదే లబ్ధం వస్తుందా? ఎందుకు?

   గణితపు మాట

7. ద్వారకానాథ్ నోటుబుక్కులను ఒక్కోదానిని ₹ 23.6 హోల్‌సేల్ ధరకు కొనుగోలు చేసి, ఒక్కో నోట్‌బుక్‌ను ₹ 30/– కి అమ్ముతాడు. అతను ఒక వారంలో 50 పుస్తకాలు అమ్మితే ఎంత లాభం పొందుతాడు?

8. $18 \times 12 = 216$ కనుక, లబ్ధాలను కనుగొనండి:
   (a) 18×1.2 (b) 18×0.12
   (c) 1.8×1.2 (d) 0.18×0.12
   (e) 0.018×0.012 (f) 1.8×12

   పైన పేర్కొన్న ఏ సందర్భాలలో లబ్ధం 1 కంటె తక్కువగా ఉంటుంది?

9. కింది వాటిలో ఏ గుణకారంలో లబ్ధం 1 కంటే తక్కువగా ఉంటుంది? గుణకారాలు చేయకుండానే మీరు సమాధానం కనుగొనగలరా?
   (a) 7×0.6 (b) 0.7×0.6
   (c) 0.7×6 (d) 0.07×0.06

© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

10. పట్టికను పూర్తి చేయడానికి క్రింది సంఖ్యలను 10, 100 మరియు 1000 తో గుణించండి.

	× 10	× 100	× 1000
5.7			
23.02			
0.92			
0.306			
24.67			

4.3 దశాంశల బాగాహారం.

ఉదాహరణ 6: అనుజ దగ్గర 3.9 m పొడవు గల రిబ్బన్ ఉంది మరియు ఆమె దానిని 10 సమాన ముక్కలుగా కత్తిరించాలనుకుంటుంది. దశాంశంలో ప్రతి ముక్క పొడవు ఎంత?



10 ముక్కలు ఉన్నాయి కాబట్టి, 3.9 ను 10 తో భాగించడం ద్వారా మనం ప్రతి ముక్క పొడవును కనుగొనవచ్చు. కాబట్టి $3.9 \div 10$?

అంటే ఏమిటి? 3.9ను భిన్నం $3.9 = \frac{39}{10}$ గా మారుద్దాం కాబట్టి, $\frac{39}{10}$ అనేది 39 ను భాగించినట్లే 10 గుర్తుంచుకోండి.

ఒక భిన్నాన్ని భాజకంతో భాగించడం అంటే భిన్నాన్ని భాజకం యొక్క విలోమంతో గుణించడం లాంటిదే. 10 యొక్క విలోమం $\frac{1}{10}$. కాబట్టి,

కాబట్టి, $\frac{39}{10} \div 10 = \frac{39}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{39}{100} = 0.39$.

ప్రతి రిబ్బన్ ముక్క పొడవు 0.39 m.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

రిబ్బన్ను 100 సమాన ముక్కలుగా కట్ చేస్తే ప్రతి ముక్క పొడవు ఎంత?

$3.9 \div 100 = \frac{39}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{39}{1000} = 0.039.$

రెబ్బన్‌ను 100 సమాన ముక్కలుగా కత్తిరించినప్పుడు, ప్రతి ముక్క పొడవు 0.039 m.

సెంటీమీటర్లు మరియు మిల్లీమీటర్లలో 0.039m అంటే ఏమిటి?

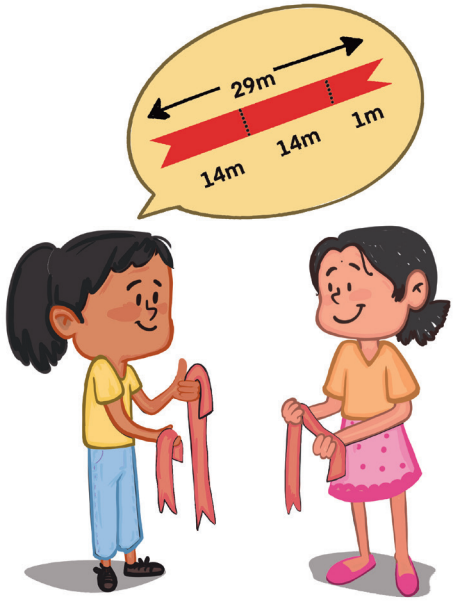
ఈ విభజనలను పరిశీలించడం ద్వారా, దశాంశాలను 1, 10, 100, 1000 మొదలైన వాటితో భాగించడానికి ఒక సాధారణ నియమాన్ని మనం రూపొందించవచ్చు.

మనం ఒక దశాంశాన్ని 1, 10, 100,1000 మొదలైన వాటితో భాగించినప్పుడు, భాగహారంలో ఎన్ని సున్నాలు ఉంటే అన్ని చోట్ల దశాంశ బిందువును ఎడమ వైపుకు తరలించవచ్చు!

దశాంశం	÷ 10	÷ 100	÷ 1000	÷ 10000
18.7	1.87	0.187	0.0187	0.00187
21.1				
0.13				
		2.146		
				0.0058

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఉదాహరణ 7 : నీను దగ్గర 29 మీటర్ల ఎర్ర రిబ్బన్ ఉంది మరియు దానిని అనుతో సమానంగా పంచుకోవాలనుకుంటోంది దాని పొడవు ఎంత?



రిబ్బన్‌ను రెండు సమాన భాగాలు గా విభజించాలి. ప్రతి అమ్మాయికి $29 \div 2$ మీటర్లు. ఒక ముక్క లభిస్తుంది.

వాటిలో ప్రతి ఒక్కరికి 14 మీ. పొందితే, 1 మీ. మిగిలి ఉంటుంది. మనం 1 మీ. ని రెండుగా విభజిస్తే, ప్రతిదానికి మరొక $\frac{1}{2}$ m వస్తుంది.

$\frac{1}{2}$ ని మనం దశాంశంలోకి ఎలా మారుస్తాము?

హారం 1, 10, 100, 1000, ముదలైనవి అయితే భిన్నాన్ని దశాంశంగా వ్యక్తీకరించడం సులభం. కాబట్టి $\frac{1}{2}$ వంటి హారం ఉన్న దానికి సమానమైన భిన్నాన్ని మనం కనుగొనగలమా?

$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$ (లవము మరియు హారంను 5 తో గుణించడం).

భిన్నం $\frac{5}{10}$ ని దశాంశ 0.5 గా సూచించవచ్చని మనకు తెలుసు.

కాబట్టి, ప్రతి అమ్మాయికి 14 m మరియు అదనంగా 0.5 m రిబ్బన్ లభిస్తుంది.

కాబట్టి, ప్రతి ఒక్కరికి లభించే రిబ్బన్ పొడవు 14 + 0.5 = 14.5 m.

? ఇప్పుడు, రిబ్బన్‌ను ఇద్దరు కాకుండా నలుగురు స్నేహితులు పంచుకుంటే ఎలా ఉంటుంది?

కాబట్టి, ప్రతి ఒక్కరికి 29 ÷ 4 m వస్తుంది. అంటే $\frac{29}{4}$ మీ.

ఇప్పుడు, భిన్నం యొక్క హారం 4. ఒక భిన్నాన్ని దశాంశంగా మార్చడానికి, హారం 1, 10, 100, 1000 మొదలైన రూపంలో ఉంటే అది సహాయపడుతుంది. అటువంటి హారం ఉన్న $\frac{29}{4}$ కి సమానమైన భిన్నాన్ని మనం కనుగొనగలమా?

4 అనేది 10కి కారణాంకమా కాదా? లేదు. ఇది 100కి కారణాంకమా కాదా? అవును. 4 × 25 = 100, కాబట్టి మనం 25 హారం గాగల $\frac{29}{4}$ యొక్క సమానమైన భిన్నాన్ని పొందవచ్చు.

$$\frac{29 \times 25}{4 \times 25} = \frac{725}{100} = 7.25$$

కాబట్టి నలుగురు స్నేహితులలో ప్రతి ఒక్కరికి 7.25 m రిబ్బన్ లభిస్తుంది.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

స్థాన విలువను ఉపయోగించి భాగాహారం.

రెండు లెక్కింపు సంఖ్యలను దశాంశ గుణకం పొందడానికి ఎలా విభజించాలో మనం చూశాము. మొదట భాగహారాన్ని భిన్నం వలె సూచించాము. తరువాత హారము 1, 10, 100, 1000 మొదలైన రూపంలో ఉండే సమానమైన భిన్నాన్ని కనుగొన్నాము. అప్పుడు ఈ సమానమైన భిన్నాన్ని దశాంశంగా సూచించడం సులభం.

ఇప్పుడు, దశాంశ గుణకాన్ని లెక్కించడానికి స్థాన విలువ విధానాన్ని ఉపయోగించి భాగహారాన్ని చూద్దాం.

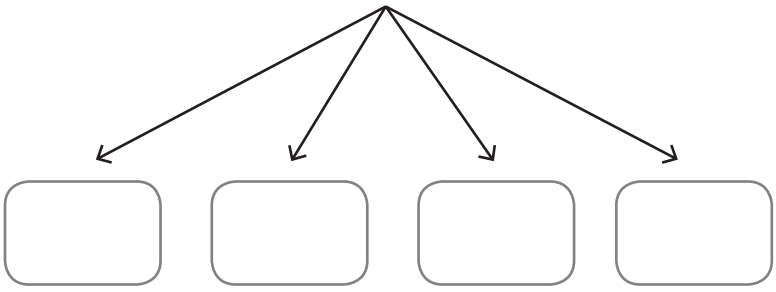
? మనం $\frac{10}{3}$ యొక్క భాగా ఫలాన్ని దశాంశంగా వ్రాయాలనుకుంటున్నాము అనుకుందాం. ఈ భిన్నాన్ని 1.10. 100, 1000 మొదలైన హారం కలిగిన సమానమైన భిన్నంగా మార్చగలమా?

అది సాధ్యం కాదు. కాబట్టి, ఏవైనా రెండు లెక్కింపు సంఖ్యలను విభజించడానికి మనకు మరింత సాధారణ పద్ధతి అవసరం, దీని కోసం స్థాన విలువను ఉపయోగించి భాగహారాన్ని ఎలా ఉపయోగించవచ్చో చూద్దాం.
స్థాన విలువను ఉపయోగించి భాగహారం యొక్క శీఘ్ర పునశ్చరణతో ప్రారంభిద్దాం.

ఉదాహరణ 8 : 1324 ÷ 4 విలువను కనుగొనండి.

1324 ÷ 4 ను 4 ⟶ సమాన భాగాలుగా విభజించండి.

1 వెయ్యి + 3 వందలు + 2 పదులు + 4 ఒక్కట్లు

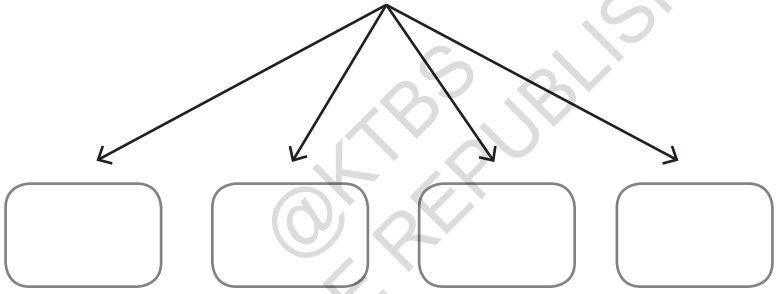


1 వెయ్యి ÷ 4 ⟶ పునఃసమూహం లేకుండా సాధ్యం కాదు.

1 వెయ్యిని 10 వందలుగా తిరిగి సమూహపరచండి.

10 వందలు + 3 వందలు = 13 వందలు.

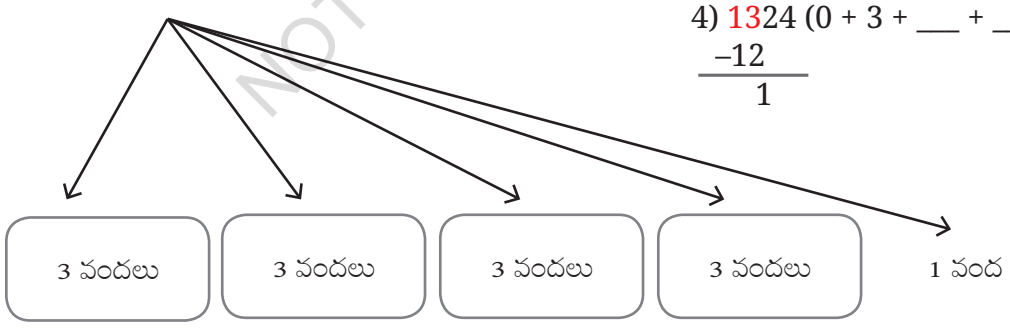
13 వందలు + 2 పదులు – 4 ఒక్కట్లు



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

13 వందలు ÷ 4 ⟶ ప్రతి భాగానికి 3 వందలు వస్తాయి, మరియు 1 వంద మిగిలి ఉంటుంది.

13 వందలు + 2 పదులు + 4 ఒక్కట్లు



వే వ ప ఒ

4) 1324 (0 + 3 + ___ + ___

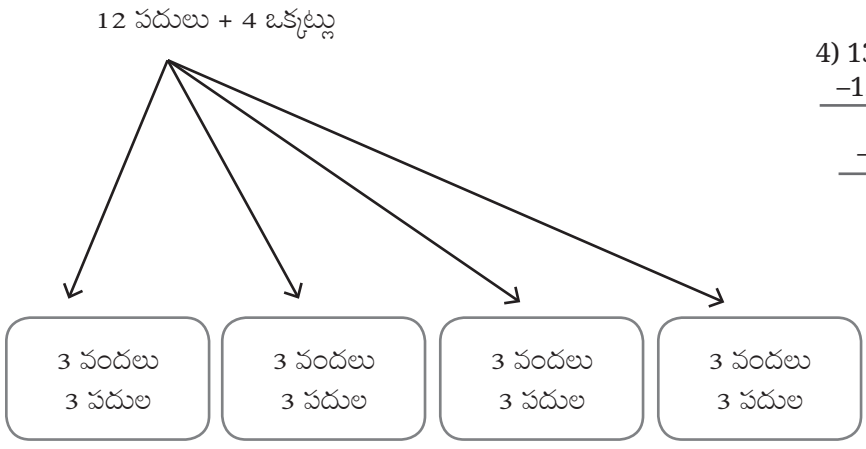
–12

1

1 వందను 10 పదులుగా తిరిగి సమూహపరచండి.

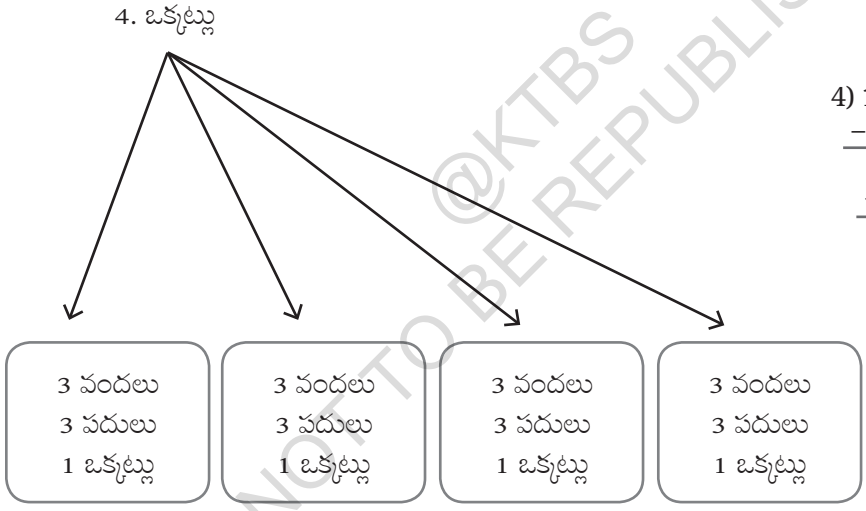
10 పదులు + 2 పదులు = 12 పదులు.

12 పదులు ÷ 4 ⟶ ప్రతి భాగానికి 3 పదులు వస్తాయి.



వే వ ప ఒ
4) 1324 (0 + 3 + 3 + ___
–12
12
–12
0

4. ఒక్కట్లు ÷ 4 ⟶ ప్రతి భాగానికి 1 ఒకటి వస్తుంది.



వే వ ప ఒ
4) 1324 (0 + 3 + 3 + 1
–12
12
–12
04
–4
0

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

కాబట్టి, 1324 ÷ 4 = 0 వేల + 3 వందలు + 3 పదులు + 1 ఒక్కట్లు = 331.

స్థాన విలువలను ఉపయోగించి ఈ విభజనను మనం **పొడవు భాగాహారం** అని కూడా పిలుస్తాము.

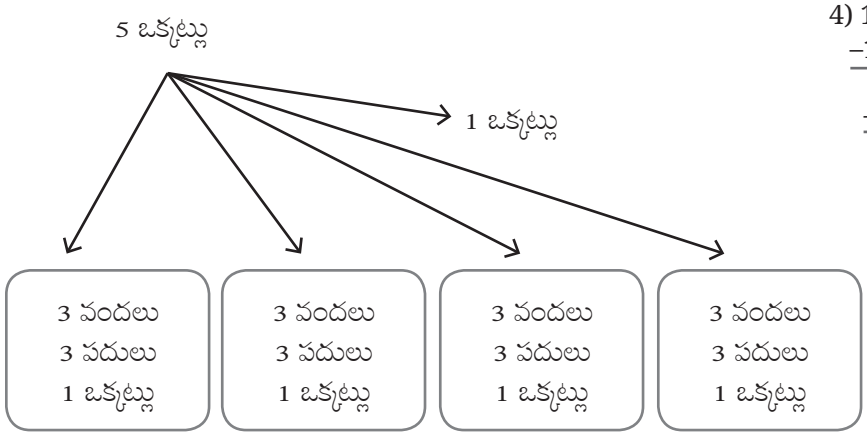
దశాంశ భాగఫలంతో భాగహారం

ఇప్పుడు, 1325 ÷ 4 విలువను కనుగొనడానికి పొడవు భాగహారం యొక్క ఈ అవగాహనను ఉపయోగించుకుందాం..

1325 ÷ 4 ⟶ 1325 ను 4 సమాన భాగాలుగా విభజించండి.

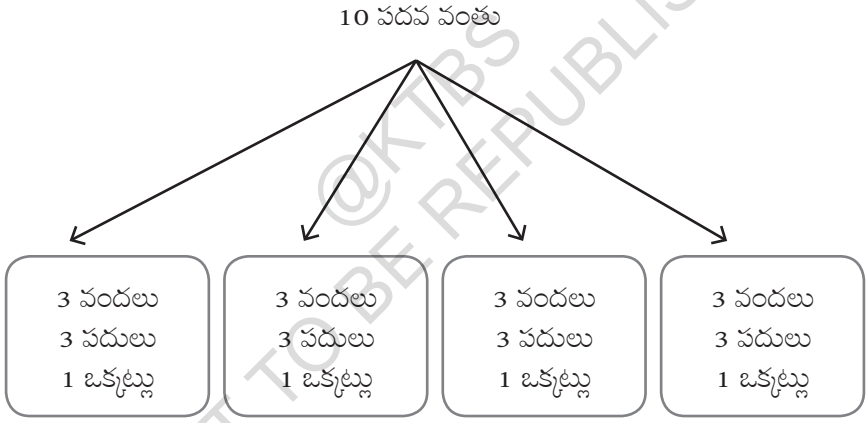
మనం మునుపటి సమస్యలోని దశలను అనుసరించవచ్చు.

వే ప ప ఒ
4) 1325 (0 + 3 + 3 + 1
–12
12
–12
05
–4
1



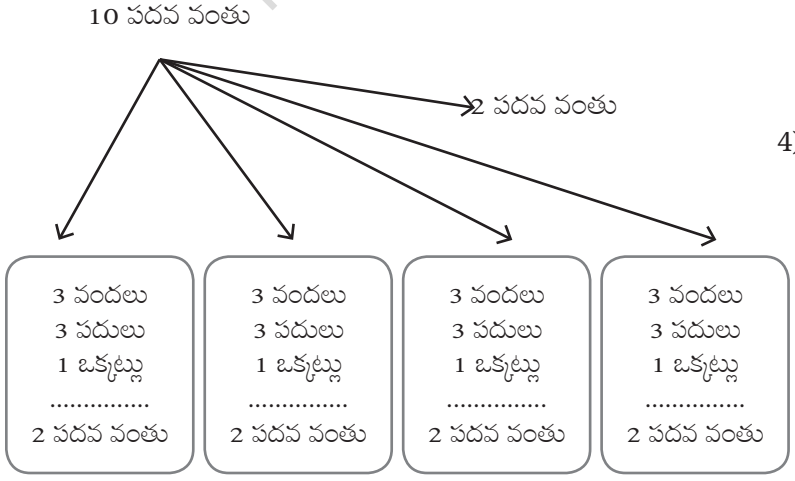
మనకు 1 ఒక్కట్లు మిగిలి ఉంది.

1 ఒక్కట్లు 4 సమాన భాగాలుగా ఎలా విభజించాలో స్పష్టంగా లేదు. దీన్ని 10 పదవ వంతులుగా తిరిగి సమూహపరచండి.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

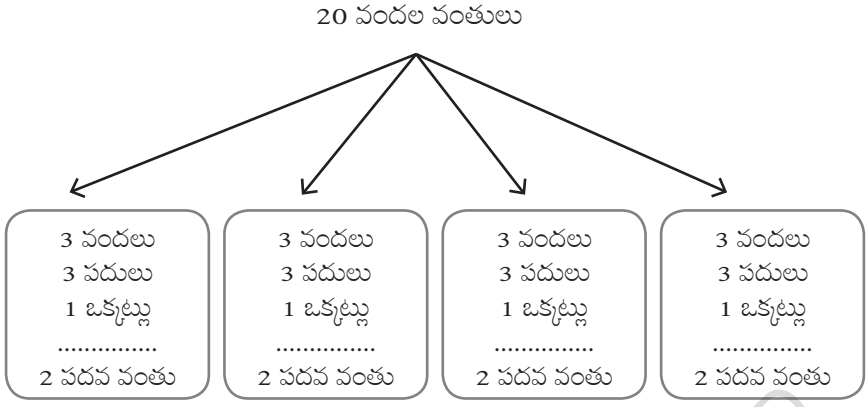
10 పదవ వంతు ÷ 4 ప్రతి భాగానికి 2 పదవ వంతులు వస్తాయి మరియు 2 పదవ వంతులు మిగిలి ఉంటాయి.



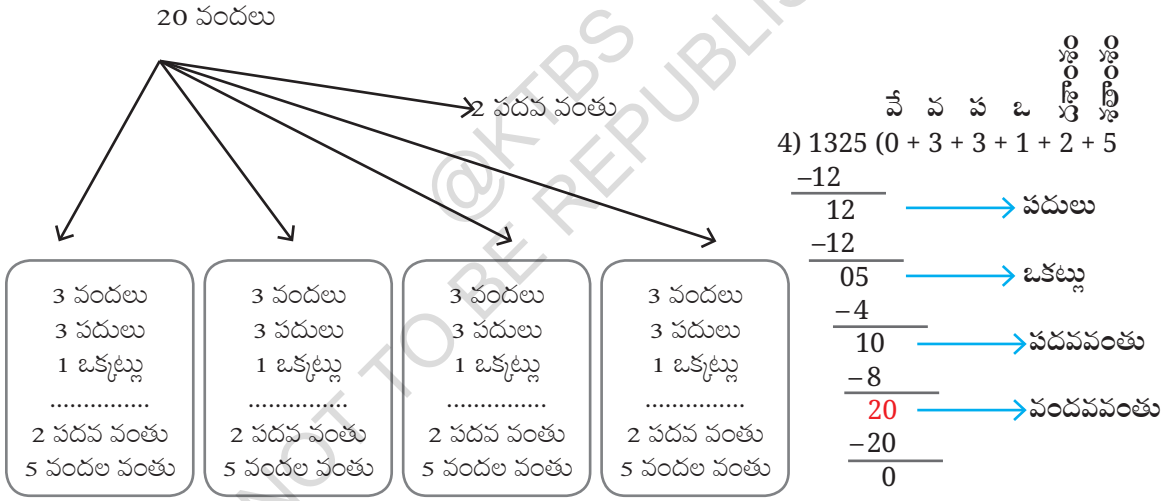
వే ప ప ఒ పదవవంతులు
4) 1325 (0 + 3 + 3 + 1 + 2
–12
12 → పదులు
–12
05 → ఒకట్లు
–4
10 → పదవవంతులు
–8
2

మనకు 2 పదవ వంతులు మిగిలి ఉన్నాయి.

2 పదవ వంతులను 4 సమాన భాగాలుగా విభజించడానికి, మనం వాటిని 20 వందల వంతులుగా తిరిగి సమూహపరచాలి.



20 వందల వంతు ÷ 4 ⟶ ప్రతి భాగానికి 5 వందల వంతు వస్తుంది.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

కాబట్టి, 1325 ÷ 4 = 0 వేలు + 3 వందలు + 3 పదులు + 1 ఒక్కట్లు + 2 పదవ వంతులు 5 వందలవంతులు. ఇది మనకు తెలిసినది 331.25, అందువలన,

$$1325 \div 4 = 331.25.$$

$\frac{1325}{4}$ కు సమానమైన భిన్నాన్ని కనుగొనడం ద్వారా మనం దీనిని ధృవీకరించగలమా?

హారం 1, 10, 100, 1000 రూపంలో ఉండేలా సమానమైన చిన్నాన్ని పొందడానికి, మనం లవం మరియు హారంను 25తో గుణించవచ్చు..

$$\frac{1325 \times 25}{4 \times 25} = \frac{33125}{100} = 331.25.$$

అందువల్ల, స్థాన విలువను ఉపయోగించి భాగహార విధానాన్ని దశాంశ విలువలతో గుణకాలను కనుగొనడానికి విస్తరించవచ్చు. ఒక్కట్లను పదవ వంతుగా తిరిగి సమూహపరచవచ్చు. పదవ వంతును వందవ వంతుగా తిరిగి సమూహపరచవచ్చు మరియు ఇలాగే చేయవచ్చు.

ఉదాహరణ 9: 237 ÷ 8 విలువను కనుగొనండి.

237 ÷ 8 ⟶ 2 వందలు + 3 పదులు + 7 ఒక్కట్లు 8 సమాన భాగాలుగా విభజించండి..

2 వందలను ÷ 8 సమాన భాగాలుగా విభజించడానికి మనం వాటిని 20 పదులుగా తిరిగి సమూహపరచాలి.

20 పదులు + 3 పదులు = 23 పదులు:

23 బదులు 8⟶2 పదులు, మరియు 7 పదులు మిగిలి ఉన్నాయి.

```
   వ  ప  ఒ
8) 237 (0  2
  –16
   7
```
⟶ పదులు

7 పదులను 70 ఒక్కట్లుగా తిరిగి సమూహపరచవచ్చు.

70 ఒక్కట్లు + 7 ఒక్కట్లు = 77 ఒక్కట్లు

77 ఒక్కట్లు ÷ 8⟶ 9 ఒక్కట్లు, మరియు 5 ఒక్కట్లు మిగిలి ఉన్నాయి.

```
   వ  ప  ఒ
8) 237 (0  2  9
  –16
   77
  –72
    5
```
⟶ పదులు

⟶ ఒక్కట్లు

5 ఒక్కట్లులను 8 సమాన భాగాలుగా విభజించడానికి మనం వాటిని 50 పదవ వంతులుగా తిరిగి సమూహపరచాలి.

మనం ఒకటిని పదవ వంతుగా తిరిగి సమూహపరిచినప్పుడు, భాగాంశంలో దశాంశ బిందువును ఉంచుతాము.

50 పదవ వంతు ÷ 8 ⟶ 6 పదవ వంతు, మరియు 2 పదవ వంతు మిగిలి ఉన్నాయి.

```
                 భాగాంశం
   వ  ప  ఒ  .
8) 237 (0  2  9 . 6
  16
   77
   72
    50
    48
     2
```
⟶ పదులు

⟶ ఒక్కట్లు

⟶ పదవ వంతు

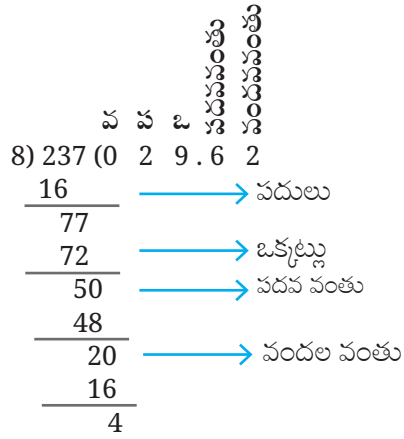


గుర్తుంచుకోండి, మనం ఒక్కట్లను పదులుగా తిరిగి సమూహపరిచేటప్పుడు, భాగాంశంలో దశాంశ బిందువును ఉంచాలి.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

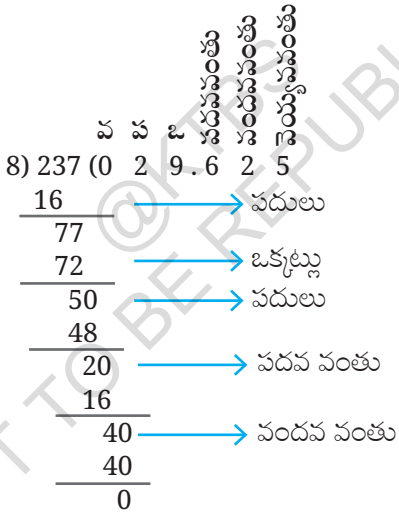
2 పదవ వంతును 8 సమాన భాగాలుగా విభజించలేము. కాబట్టి మనం వాటిని 20 వందల వంతులుగా తిరిగి సమూహపరచాలి..

20 వందల వంతు ÷ 8 ⟶ 2 వందల వంతు, మరియు 4 వందల వంతు మిగిలి ఉన్నాయి.



4 వందల వంతులను 8 సమాన భాగాలుగా విభజించడానికి మనం వాటిని 40 వేల వంతులుగా తిరిగి సమూహపరచాలి.

40 వేల వంతులు ÷ 8 ⟶ 5 వేలు వంతులు



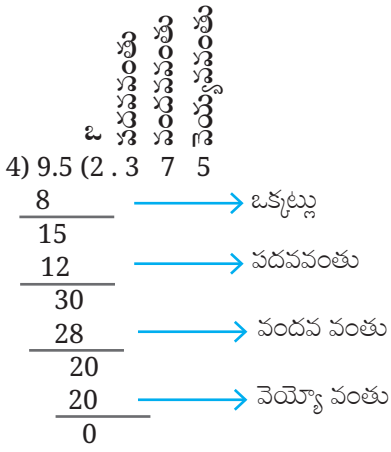
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

అందువలన, 237 ÷ 8 = 29.625.

దశాంశ సంఖ్యలతో భాగాహారం.

ఉదాహరణ 10 : ఒక దుకాణదారుడి దగ్గర 9.5 kg చక్కెర ఉంది మరియు అతను దానిని 4 సంచులలో సమానంగా ప్యాక్ చేయాలనుకుంటున్నాడు. ప్రతి చక్కెర సంచి బరువు ఎంత?

ప్రతి సంచి బరువును కనుగొనడానికి మనం 9.5 ను 4 తో భాగించాలి.



మళ్ళీ, మనం పదవ వంతును విభజించే ముందు భాగహారంలో దశాంశ బిందువును ఉంచుతాము. ప్రతి చక్కెర సంచి 2.375 కిలోల బరువు ఉంటుంది.

ఉదాహరణ 11: 0.06 ÷ 5 విలువ ఎంత?

0.06 ⟶ 0 ఒక్కట్లు + 0 పదులు + 6 వందల వంతు

0 ఒక్కట్లు ÷ 5 ⟶ 0 ఒక్కట్లు.

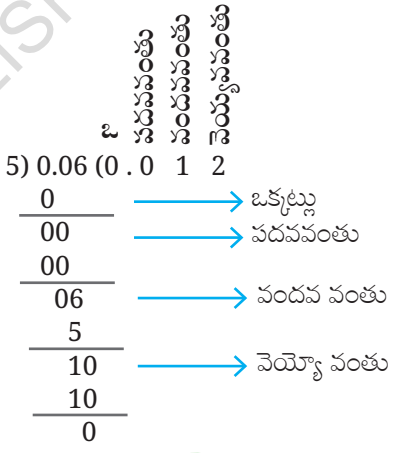
మనం ఒకటి నుండి పదవ భాగానికి వెళ్ళినప్పుడు, భాగాంశంలో దశాంశ బిందువును ఉండాలి.

0 పదులు ÷ 5 ⟶ 0 పదులు.

6 వందవ వంతు ÷ 5 ⟶ 1 వందవ వంతు, మరియు 1 వందవ వంతు మిగిలి ఉంది. మనం 1 వందవ వంతును 10 వేల వంతులుగా తిరిగి సమూహపరచాలి.

10 వేల ÷ 5 ⟶ 2 వేల వంతు.

కాబట్టి, భాగఫలం 0.012.



@KIBS NOT TO BE REPUBLISHED

దీనిని గుర్తించండి

1. హారంను 1, 10, 100 మరియు 1000 గా మార్చడం ద్వారా గుణకాన్ని కనుగొనండి మరియు దీర్ఘ భాగహార పద్ధతి (స్థాన విలువ ద్వారా భాగహారం) ద్వారా పరిష్కారాన్ని ధృవీకరించండి.

(a) $\frac{18}{5}$ (b) $\frac{415}{4}$

(c) $\frac{1217}{2}$ (d) $\frac{4827}{8}$



2. సరైన సమాధానం ఎంచుకోండి:

(a) $\frac{1526}{4}$ =

(i) 38.15 (ii) 380.15

(iii) 381.5 (iv) 381.05

(b) $\frac{3567}{8}$ =

(i) 4458.75 (ii) 44.5875

(iii) 445.875 (iv) 4458.75

3. భాగఫలం ఎంత?

(a) 132 ÷ 4 = (b) 13.2 ÷ 4 =

(c) 1.32 ÷ 4 = (d) 0.132 ÷ 4 =

4. భాగఫలం ఎంత?

(a) 126 ÷ 8 = (b) 12.6 ÷ 8 =

(c) 1.26 ÷ 8 = (d) 0.126 ÷ 8 = 8

(e) 0.0126 ÷ 8 =

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

దశాంశ విభాజకంతో భాగహారం

ఉదాహరణ 12: రవి పూణే నుండి మాథెరాన్ కు స్కూటర్ లో 2.5 గంటల్లో వెళ్ళాడు. దూరం 126 km. అతని సగటు వేగం ఎంత?

దూరాన్ని తీసుకున్న సమయంతో భాగించడం ద్వారా సగటు వేగాన్ని మనం పొందవచ్చు.

126 ÷ 2.5.

భాజకం దశాంశం అయినప్పుడు, మనం భాజకాన్ని భిన్నంలోకి మారుస్తాము.

$126 \div \frac{25}{10} = 126 \times \frac{10}{25} = \frac{1260}{25}$.

దీర్ఘ భాగహార విధానంతో మనం భాగహారం 50.4 అని కనుగొంటాము.

కాబట్టి, రవి ప్రయాణించిన సగటు వేగం గంటకు 50.4 km

ఉదాహరణ 13 : 4.68 ÷ 1.3 ను కనుగోనండి.

మళ్ళీ భాజకాన్ని భిన్నంలోకి మారిస్తే మనకు

$4.68 \div \frac{13}{10} = 4.68 \times \frac{10}{13} = \frac{46.8}{13}$.

వస్తుంది. ఇప్పుడు, 4.68 ÷ 0.13 అంటే ఏమిటి?

$$4.68 \div 0.13 = 4.68 \div \frac{13}{100} = 4.68 \times \frac{100}{13} = \frac{468}{13}.$$

? సందర్భాలలో మీరు ఏమి గమనించారు?

భాజకం దశాంశం అయినప్పుడు, దానిని 10, 100, 1000 మొదలైన వాటితో సముచితంగా గుణించడం ద్వారా మనం దానిని లెక్కింపు సంఖ్యగా మార్చవచ్చు. మనం విభాజ్యము అదే సంఖ్యతో గుణించాలి. అందువలన,

$$\frac{4.68}{0.13} = \frac{4.68 \times 100}{0.13 \times 100} = \frac{468}{13}.$$

ఒకసారి మనం భాజకాన్ని లెక్కింపు సంఖ్యగా మార్చిన తర్వాత, గుణకాన్ని కనుగొనడానికి స్థాన విలువ విధానాన్ని ఉపయోగించి భాగహారాన్ని అనుసరించవచ్చు.

ఇది ఎప్పటికైనా ముగుస్తుందా?

? మీరు 10 ÷ 3 ను లెక్కించగలరా? దీర్ఘ భాగహారం ఉపయోగించి భాగించడానికి ప్రయత్నించండి.

10 ⟶ 1 పదులు + 0 ఒక్కట్లు.

దశ 1: 1 పదులను 10 ఒక్కట్లుగా తిరిగి సమూహపరచండి. 10 ఒక్కట్లు ÷ 3 ⟶ 3 ఒక్కట్లు, మరియు 1 ఒక్కట్లు మిగిలి ఉంది.

దశ 2: 1 ఒక్కట్లులను 10 పదవ వంతులుగా తిరిగి సమూహపరచండి. 10 పదవ వంతులు ÷ 3 ⟶ 3పదవ వంతులు, మరియు 1 పదవ వంతుమిగిలి ఉన్నాయి.

దశ 3: 1 పదవ వంతును 10 వందవ వంతుగా తిరిగి సమూహపంచండి. 10 వందిన వంతు ÷ 3 ⟶ 3 వందవ వంతు మరియు 1 వందవ వంతు మిగిలి ఉన్నాయి.

దశ 4 : 1 వందవ వంతును 10 వేల వంతులుగా తిరిగి సమూహపరచండి. 10 వేల వంతును ÷ 3 ⟶ 3 వేల వంతులు. మరియు 1 వేల వంతు మిగిలి ఉన్నాయి. 1 వేల వంతును 10 పది వేల వంతులుగా తిరిగి సమూహపరచండి

```
3) 10 ( 3.333 ...
   9
  10
   9
  10
   9
  10
   9
   ...
```

ఇది ఎప్పటికీ ముగిసేలా లేదు! మనం 3తో భాగించే ప్రతిసారీ 1 శేషం వస్తుంది. ఈ ప్రక్రియ ముగుస్తుందా?

దీర్ఘ భాగహారంలో, ప్రతి దశలో మనకు 1 శేషం లభిస్తుందని మనం చూస్తాము. కాబట్టి, ఈ ప్రక్రియ ఎప్పటికీ ముగియదు! కాబట్టి, దశాంశ రూపంలో పరిమిత సంఖ్యలో అంకెలను ఉపయోగించి 10 ÷ 3 ను వ్యక్తీకరించలేము.

$$10 \div 3 = 3.333\ldots$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

దశాంశ విభజనలు ఉన్నాయి. ఇక్కడ గుణకం తరువాతి తరగతిలో అలాంటి సంఖ్యలను ఎక్కువ వివరంగా అన్వేషిస్తాము..

? మీరు 10 ÷ 9, మరియు 100÷11 ల సంఖ్యలను కనుగొనగలరా?

ఇప్పుడు 1ని 7తో భాగించండి (1÷7),

ఇది ముగుస్తుందా?

మనకు లభించే అన్ని శేషాలను గమనించండి. ఇది 1 తో ప్రారంభమవుతుంది, తరువాత 3, తరువాత 2, తరువాత 6. మరియు ఇలా కొనసాగుతుంది. దీనిని ఒక గొలుసుగా సూచిస్తాము.

$1 \to 3 \to 2 \to 6 \to 4 \to 5$

$5 \leftarrow 4 \leftarrow 6 \leftarrow 2 \leftarrow 3 \leftarrow 1$

$1 \to 3 \ldots$

మీరు ఏమి గమనించారు? ఈ విభజన ఎప్పుడూ ఎందుకు ముగియదో మీరు వివరించగలరా? శేషాలు ఒక చక్రంలో పునరావృతమవడమే కాకుండా.

భాగహారం యొక్క అంకెలు కూడా ఒక చక్రంలో పునరావృతమవుతాయి!

0.142857 142857 14...

7) 1 (0.142857142857...
0
10
7
30
28
20
14
60
56
40
35
50
49
10
7
30
28
20
14
60
56
40
35
50
49
1

@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

మ్యాజిక్ నంబర్: 142857

1ని 7తో భాగించినప్పుడు వచ్చిన 142857 సంఖ్యను పరిశీలిద్దాం. 142857ని 1 నుండి 6 వరకు ఉన్న సంఖ్యలతో గుణించండి..

? లబ్ధం లు ఏమిటి? మీరు ఏమి గమనించారు?

మీకు అదే సంఖ్య తిరిగి వస్తుంది, కానీ అంకెలు చక్రం తిప్పితే! 142857 ను 7 తో గుణించండి. మీరు ఏమి గమనిస్తారు?

అలాంటి సంఖ్యలు ఇంకా ఉన్నాయా? అవును!

? అటువంటి సంఖ్యను కనుగొనడానికి, మీరు దశాంశంలో 1 ÷ 17 ను కనుగొని, పునరావృతమయ్యే అంకెల బ్లాక్ ను ఉపయోగించవచ్చు.

దీనిని ప్రయత్నించండి.

ఇలాంటి చక్రీయ సంఖ్యలు అనంతంగా ఉన్నాయా? అంటే, మనం మరిన్ని చక్రీయ సంఖ్యలను కనుగొనడం కొనసాగించగలమా లేదా అవి చివరికి ఆగిపోతాయా? 1927లో, ఆస్ట్రియన్ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు ఎమిల్ ఆర్టిన్ అలాంటి సంఖ్యలు అనంతంగా ఉంటాయని ఊహించాడు. అయితే, నేటికీ, దాదాపు ఒక శతాబ్దం తర్వాత

కూడా, ఈ ఊహ పరిష్కారం కాలేదు– చాలా మంది గణిత శాస్త్రవేత్తలు ఈ ప్రశ్నపై చాలా పరిశోధనలు చేసినప్పటికీ!

విభాజ్యము, విభాజకం మరియు భాగఫలం

రెండు లెక్కింపు సంఖ్యలను భాగిస్తే, గుణకం ఎల్లప్పుడూ విభాజ్యముకంటే తక్కువగా ఉంటుంది. ఉదాహరణకు, $128 \div 4 = 32$, మరియు 32 (భాగఫలం) $<$ 128 (విభాజ్యము).

కానీ మనం 128ని 0.4తో భాగిస్తే ఏమి జరుగుతుంది?

$$128 \div 0.4 = 320.$$

భాగఫలం విభాజ్యముకంటే ఎక్కువ.

? భాగఫలం దశాంశం అయినప్పుడు విభాజ్యము ఎల్లప్పుడూ ఎక్కువగా ఉంటుందా? భాజకం యొక్క విభిన్న విలువలతో దీన్ని ప్రయత్నించండి.



విభాజ్యము. విభాజకం మరియు భాగఫలం మధ్య సంబంధాన్ని వివరించండి. గుణకారం కోసం మనం చేసినట్లుగా, వివిధ పరిస్థితులలో ఈ సంబందాన్ని సంగ్రహించడానికి ఒక పట్టికను సృష్టించండి.

? దీనిని గుర్తించండి

1. కింది భిన్నాలను దశాంశ రూపంలో వ్యక్తపరచండి.

   (a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{13}{4}$

   (c) $\frac{4}{50}$ (d) $\frac{5}{8}$

2. భాగఫలం కనుగొనండి:

   (a) $24.86 \div 1.2$

   (b) $5.728 \div 1.52$

3. $156 \times 12 = 1872$ సమాచారాన్ని ఉపయోగించి కింది వాటిని మూల్యాంకనం చేయండి.

   (a) $15.6 \times 1.2 =$ _____ (b) $187.2 \div 1.2 =$ _____

   (c) $18.72 \div 15.6 =$ _____ (d) $0.156 \times 0.12 =$ _____

4. కింది వాటిని మూల్యాంకనం చేయండి:

   (a) $25 \div$ _____ $= 0.025$ (b) $25 \div$ _____ $= 250$

   (c) $25 \div$ _____ $= 2.5$ (d) $25 \div 10 = 25 \times$ _____

   (e) $25 \div 0.10 = 25 \times$ _____ (f) $25 \div 0.01 = 25 \times$ _____

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5. భాగఫలం కనుగొనండి:

   (a) $2.46 \div 1.5 =$ (b) $2.46 \div 0.15 =$

   (c) $2.46 \div 0.015 =$

   $24.6 \div 1.5$ లో పొందినభాగఫలం $2.46 \div 0.15$ లో పొందినభాగఫలం లాంటిదేనా?.

6. 4 మీటర్ల పొడవున్న చెక్క దిమ్మెను సమాన పొడవు గల 5 ముక్కలుగా కట్ చేయాలి. ప్రతి ముక్క పొడవు ఎంత?

7. 12 భుజాలు కలిగిన సాధారణ బహుభుజి చుట్టుకొలత 208.8 సెం.మీ అయితే, దాని వైపు పొడవు ఎంత?

8. 3 లీటర్ల పుచ్చకాయ రసాన్ని 8 మంది స్నేహితులు సమానంగా పంచుకుంటారు. ఒక్కొక్కరికి ఎంత పుచ్చకాయ రసం లభిస్తుంది? రసం పరిమాణాన్ని మిల్లీలీటర్లలో చెప్పండి.

9. ఒక కారు 12.6 లీటర్ల పెట్రోల్ ఉపయోగించి 234.45 కి. మీ. ప్రయాణించింది. లీటరుకు ప్రయాణించిన దూరం ఎంత?

10. 13.5 kgల పిండి (ఆటా) 15 మంది విద్యార్థులకు సమానంగా పంపిణీ చేయబడింది. ప్రతి విద్యార్థికి ఎంత పిండి వచ్చింది?

$\frac{1}{2} = 0.5$	$\frac{1}{5} = 0.2$
$\frac{1}{2 \times 2} = 0.25$	$\frac{1}{5 \times 5} = 0.04$
$\frac{1}{2 \times 2 \times 2} = 0.125$	$\frac{1}{5 \times 5 \times 5} = 0.008$
$\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 0.0625$	$\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = 0.0016$
$\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = ?$	$\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = ?$

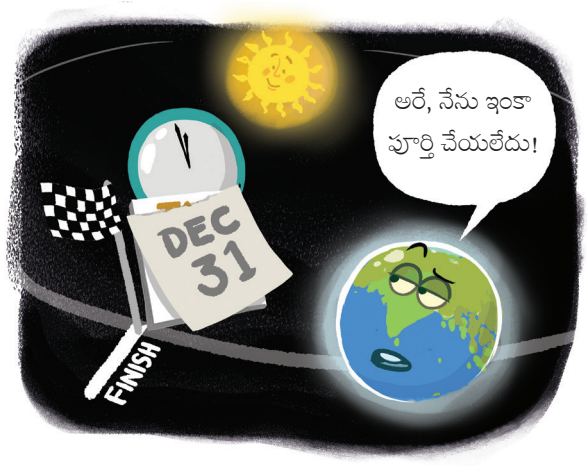
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? మీరు ఏ నమూనాను గమనించారు? 2 మరియు 5 ఈ విధంగా ఎందుకు సంబంధం కలిగి ఉన్నాయి?

గణితపు మాట

4.4 దూకే ముందు చూసుకోండి!

భూమి సూర్యుని చుట్టూ తిరగడానికి 365 రోజులు కాదు, 365.2422 రోజులు పడుతుందని మీకు తెలుసా? మన సౌలభ్యం కోసం, ఒక క్యాలెండర్లో 365 రోజులను ఒక సంవత్సరంగా పరిగణిస్తాము. మనం గ్రెగోరియన్ క్యాలెండర్ గురించి మాట్లాడుతున్నాము.



దీని అర్థం, ఒక క్యాలెండర్ సంవత్సరం లేదా 365 రోజుల తర్వాత, భూమి సూర్యుని చుట్టూ ఒక పూర్తి పరిభ్రమణం పూర్తి చేయడానికి ఇంకా 0.2422 రోజులు అవసరం. ఇది పెద్ద విషయంగా అనిపించదు. కానీ అలాంటి 100 క్యాలెండర్ సంవత్సరాల తర్వాత ఏమి జరుగుతుంది?

దశాంశ గుణకారంపై మన అవగాహనను ఉపయోగించి,

$$0.2422 \times 100 = 24.22 \text{ రోజులు.}$$

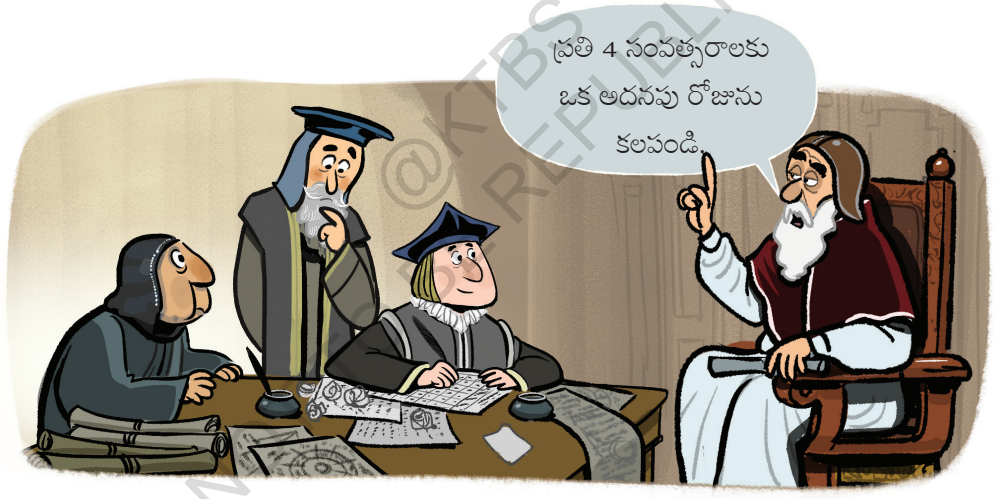
100 క్యాలెండర్ సంవత్సరాల తర్వాత, భూమి సూర్యుని చుట్టూ 100వ పరిభ్రమణాన్ని పూర్తి చేయడానికి మరో 24.22 రోజులు పడుతుంది.

మీ సైన్స్ తరగతుల్లో, భూమి యొక్క అక్షం వంగి ఉండటం మరియు సూర్యుని చుట్టూ దాని పరిభ్రమణం కారణంగా మనకు రుతువులు అనుభవిస్తాయని మీరు నేర్చుకున్నాడు. మన క్యాలెండర్ సూర్యుని చుట్టూ భూమి యొక్క స్థానాన్ని ఖచ్చితంగా సూచించకపోతే, మన రుతువులు మరియు మన వార్షిక క్యాలెండర్ సరిపోలవు!

ఈ సమస్యను సరిదిద్దడాని, లీపు సంవత్సరం అనే ఆలోచన ప్రవేశపెట్టబడింది. ప్రతి నాల్గవ సంవత్సరానికి, క్యాలెండర్ సంవత్సరానికి ఒక అదనపు రోజు కోడించబడుతుంది.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సర్దుబాటు సర్దుబాటు చేయడం



సంవత్సరాన్ని 4 ద్వారా భాగించవచ్చా?

అవును → సంవత్సరం 366 రోజులు ఉంటుంది.

కాదు → సంవత్సరం 365 రోజులు ఉంటుంది.

? ఈ అదనపు రోజు ఏ నెలలో ఉందో మీకు తెలుసా?

ఈ పరిష్కారం ఎలా పనిచేస్తుందో చూద్దాం.

1 వసంత్సరం	2 వసంత్సరం	3 వసంత్సరం	4 వసంత్సరం	5 వసంత్సరం	6 వసంత్సరం	7 వసంత్సరం	8 వసంత్సరం	...
365	365	365	366	365	365	365	366	...

పై క్రమాన్ని పరిశీలిస్తే, 4 క్యాలెండర్ సంవత్సరాల తర్వాత రోజుల సంఖ్య

$$4 \times 365 + 1 = 1461 \text{ రోజులు}$$

భూమి సూర్యుని చుట్టూ 4 పూర్తి పరిభ్రమణాలు చేయడానికి ఎన్ని రోజులు పడుతుంది?

$$4 \times 365.2422 = 1460.9688 \text{ రోజులు}$$

? ప్రతి 4వ సంవత్సరానికి ఒక అదనపు రోజును జోడించే ఈ కొత్త పథకంతో, 100 క్యాలెండర్ సంవత్సరాలలో ఎన్ని రోజులు ఉంటాయి? ఆ సంఖ్యను లెక్కించడానికి మీరు ఒక వ్యక్తీకరణ రాయగలరా?

గణితపు మాట

వ్యక్తీకరణను రూపొందించడానికి ఇక్కడ ఒక మార్గం ఉంది. ప్రతి క్యాలెండర్ సంవత్సరంలో 365 రోజులు ఉంటాయి. 100 క్యాలెండర్ సంవత్సరాల్లో, రోజుల సంఖ్య 100×365. కానీ 4 ద్వారా భాగించబడే సంవత్సరాలకు ఒక అదనపు రోజు ఉంటుంది.

? 100 సంవత్సరాలలో ఎన్ని సంవత్సరాలు 4 తో భాగించబడతాయి?

కాబట్టి, 100 క్యాలెండర్ సంవత్సరాల్లో రోజుల సంఖ్య,

$$\left(100 \times 365 + \frac{100}{4} \times 1\right) = 36{,}525 \text{ రోజులు.}$$

? ఒకే ప్రశ్నకు మీరు వేర్వేరు వ్యక్తీకరణలను రూపొందించగలరా?

గణితపు మాట

భూమి సూర్యుని చుట్టూ 100 సార్లు తిరగడానికి పట్టే అసలు రోజుల సంఖ్య,

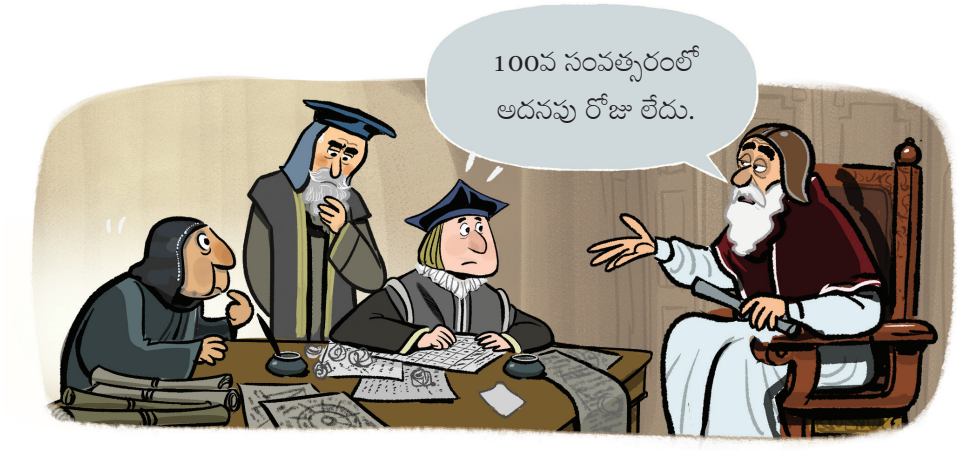
$$100 \times 365.2422 = 36{,}524.22 \text{ రోజులు.}$$

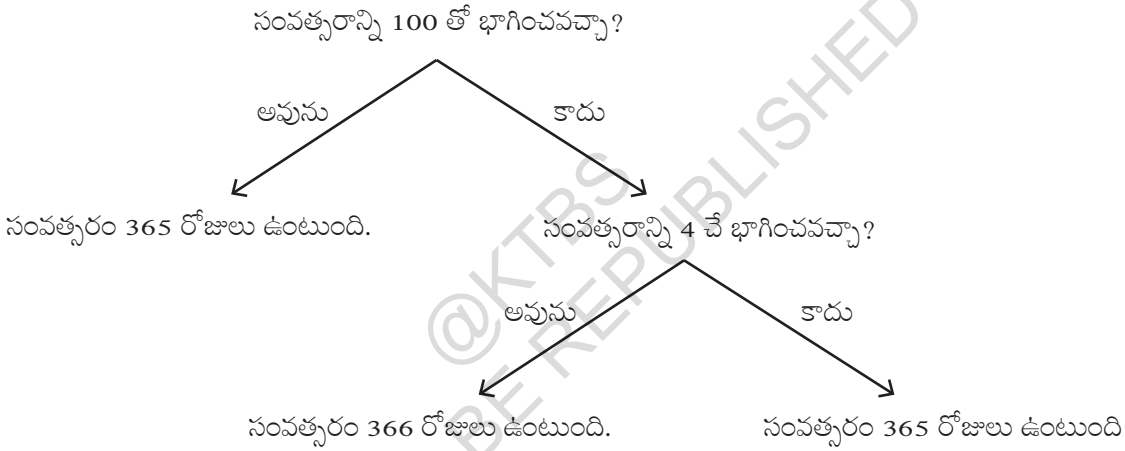
ఈ విధంగా, 100 సంవత్సరాల తర్వాత, ప్రతి నాల్గవ సంవత్సరానికి ఒక రోజును చేర్చడం ద్వారా, క్యాలెండర్ రోజులు భూమి సూర్యుని చుట్టూ తిరగడానికి పట్టే వాస్తవ రోజుల సంఖ్య కంటే ఎక్కువగా ఉంటాయి. మనం అధిక పరిహారం పొందాము.

కాబట్టి, క్యాలెండర్లను రూపొందించిన మంచి వ్యక్తులు ప్రతి వందవ సంవత్సరానికి 1 అదనపు రోజును చేర్చకూడదని నిర్ణయించుకున్నారు!

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మరొక సర్దుబాటు చేయడం





@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఈ కొత్త సర్దుబాటుతో 100 క్యాలెండర్ సంవత్సరాల్లో ఎన్ని రోజులు ఉంటాయో చెప్పడానికి మీరు ఒక వ్యక్తీకరణ రాయగలరా?

గణితపు మాట

100 సంవత్సరాలలో 4 తో భాగించబడే 25 సంవత్సరాలు ఉన్నాయని మనం చూశాము. 100 కూడా 4 తో భాగించబడుతుంది, కానీ మనం దానిని మినహాయించాలి. కాబట్టి 24 సంవత్సరాలలో మాత్రమే 366 రోజులు ఉంటాయి మరియు మిగిలినవి (76 సంవత్సరాలు) 365 రోజులు ఉంటాయి. కాబట్టి వ్యక్తీకరణను ఇలా వ్రాయవచ్చు.

$$\left(\frac{100}{4}-\frac{100}{100}\right)\times 366+(100-\left(\frac{100}{4}-\frac{100}{100}\right)\times 365$$

$$=(24\times 366)+(76\times 365)=36{,}524 \text{ రోజులు.}$$

ఇది 36524.22 రోజులకు దగ్గరగా ఉంది కానీ అది తగినంత దగ్గరగా ఉందా? ఈ సర్దుబాటుతో 1000 సంవత్సరాల తర్వాత ఏమి జరుగుతుంది?

100వ సంవత్సరంలో కాకుండా, ప్రతి నాలుగు సంవత్సరాలకు 1 రోజును చేర్చేఈ కొత్త పథకాన్ని మనం అనుసరిస్తే. 1000 సంవత్సరాలలో క్యాలెండర్ రోజుల సంఖ్య

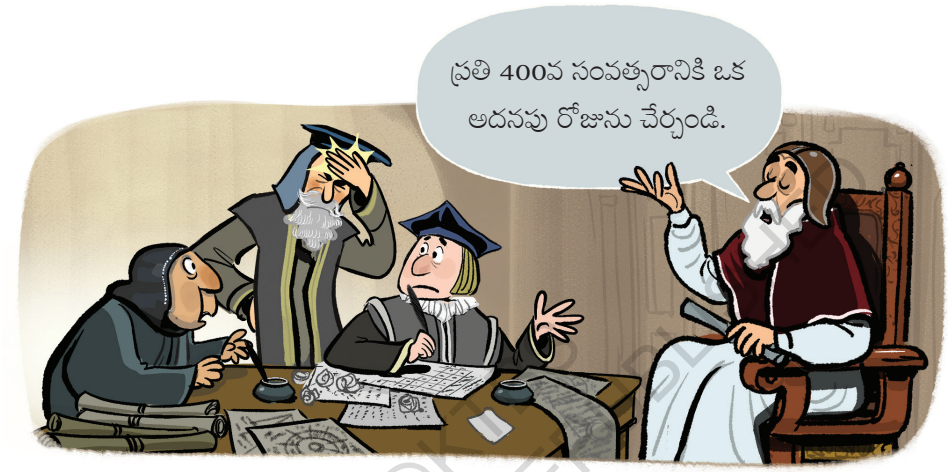
$$36524 \times 10 = 3,65,240 \text{ రోజులు.}$$

భూమి సూర్యుని చుట్టూ 1000 సార్లు తిరగడానికి పట్టే రోజుల సంఖ్య

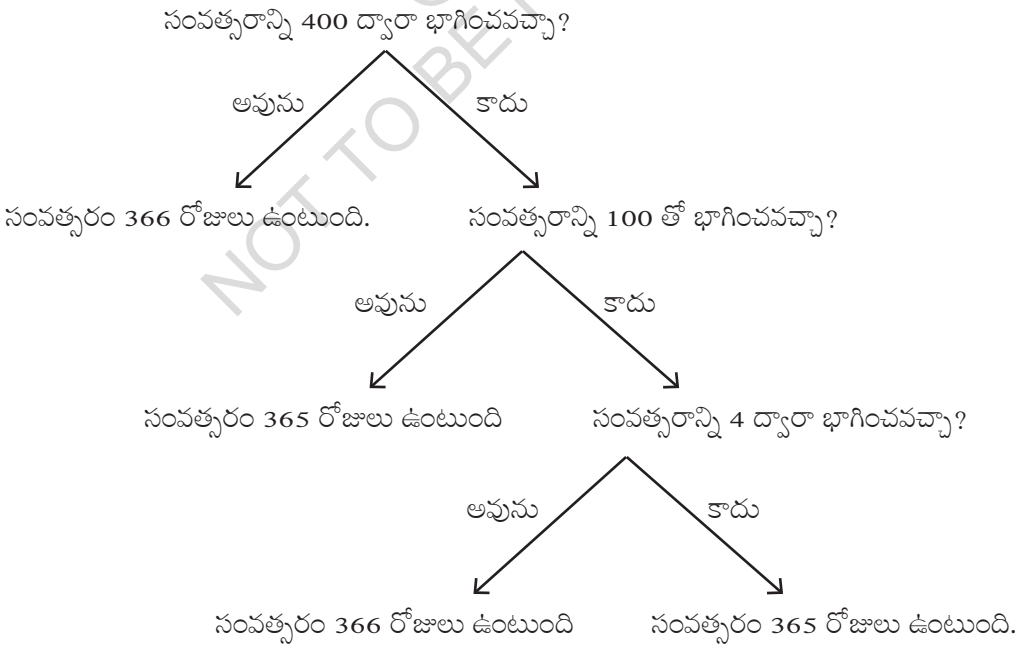
$$1000 \times 365.2422 = 3,65,242.2 \text{ రోజులు.}$$

కాబట్టి, 2.2 రోజుల తేడా ఉంది.

ఈ అంతరాన్ని పూడ్చడానికి, ప్రతి 400వ సంవత్సరాన్ని లీపు సంవత్సరంగా నిర్వహించాలని నిర్ణయించారు!



© NOT TO BE REPUBLISHED



ఈ పథకంతో, 1000 క్యాలెండర్ సంవత్సరాల్లో రోజుల సంఖ్యను లెక్కిద్దాం,
1000 క్యాలెండర్ సంవత్సరాల్లో, ఎన్ని సంవత్సరాలు 400 తో భాగించబడతాయి?

1000 క్యాలెండర్ సంవత్సరాల్లో, ఎన్ని సంవత్సరాలు 100 ద్వారా భాగించబడతాయి కానీ 400 ద్వారా భాగించబడవు? $10 - 2 = 8$.

1000 క్యాలెండర్ సంవత్సరాల్లో, ఎన్ని సంవత్సరాలు 4 ద్వారా భాగించబడతాయి కానీ 100 మరియు 400 ద్వారా భాగించబడవు?

$250 - 10 = 240$.

మిగిలిన సంవత్సరాలు $1000-(2 + 8 + 240) = 750$

కాబట్టి, 1000 క్యాలెండర్ సంవత్సరాల్లో మొత్తం రోజుల సంఖ్య

$(750 \times 365) + (240 \times 366) + (8 \times 365) + (2 \times 366) = 3,65,242$ రోజులు.

భూమి సూర్యుని చుట్టూ 1000 సార్లు తిరగడానికి 3.65.242.2 రోజులు పడుతుంది. అందువల్ల, 1000 సంవత్సరాలలో, క్యాలెండర్ సంవత్సరం భూమి సూర్యుని చుట్టూ తిరగడానికి పట్టే రోజుల సంఖ్య కంటే కొంచెం తక్కువగా ఉంటుంది (0.2 రోజులు),

క్యాలెండర్ తయారీదారులు 1000 సంవత్సరాలలో జరిగే చిన్న తేడా గురించి పట్టించుకోకూడదనుకున్నారు. కాబట్టి, వారు లీపు సంవత్సరాల పథకాన్ని... లీపు సంవత్సరంగా వదిలివేసారు.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మరో సర్దుబాటు చేయడం





ఈ లీపు సంవత్సరాల తుది పథకంతో మీరు 10,000 సంవత్సరాలలో క్యాలెండర్ రోజుల సంఖ్యను మరియు సూర్యుని చుట్టూ 10,000 పరిభ్రమణాలు చేయడానికి భూమికి పట్టే వాస్తవ రోజుల సంఖ్యను లెక్కించగలరా? తేడా ఏమిటి? పెద్ద తేడా ఉంటే, ఈ సమస్యను పరిష్కరించడానికి మీరు ఒక మార్గాన్ని సూచించగలరా?









? భూమి సూర్యుని చుట్టూ ఒక చుట్టు సరిగ్గా 364,2422 రోజుల్లో పూర్తి చేస్తుందని ప్రజలు ఎలా కనుగొన్నారో మీకు ఆశ్చర్యంగా ఉందా?

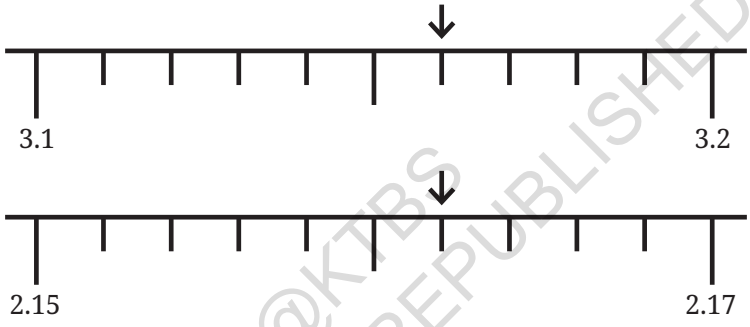
? భారతదేశంలోని సాంప్రదాయ క్యాలెండర్లు క్యాలెండర్‌లోని రోజులను భూమి సూర్యుని చుట్టూ తిరగడం లేదా ఆకాశంలో నక్షత్రాల స్థానాలు వంటి ఖగోళ సంఘటనలతో ఎలా స్థిరంగా సమలేఖనం చేయగలిగాయో పరిశోధించండి

గణితపు మాట

? దీనిని గుర్తించండి

1. 210 గ్రాముల వేరుశనగ చిక్కి ప్యాకెట్ ధర ₹ 70.5, అయిత 110 గ్రాముల బంగాళాదుంప చిప్స్ ప్యాకెట్ ధర ₹ 33.25 ఏది: చౌకైనది?

2. బాణం గుర్తు వద్ద దశాంశ సంఖ్యను వ్రాయండి:



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3. శ్యామల kg కి 30/- చొప్పున 3 kgల అరటిపండ్లు కొన్నది. ఆమె మొత్తం 35 అరటిపండ్లు లెక్కించింది. ఆమె ఒక్కో అరటిపండును ₹5/-కి అమ్ముతుంది. అన్ని అరటిపండ్లను అమ్మిన ఆమెకు ఎంత లాభం వస్తుంది?



4. ఒక ఉపాధ్యాయుడు 2.5 cm మందం ఉన్న పాఠ్యపుస్తకాలను ఒక పుస్తకాల అరలో ఉంచాడు. ఉపాధ్యాయుడు ఆ అరపై 80 పాఠ్యపుస్తకాలను ఉంచాలనుకున్నాడు. ఆ పుస్తకాల అర 160 సెం.మీ పొడవు ఉంటుంది. ఆ అరపై ఎన్ని పుస్తకాలు ఉంచవచ్చు? స్థలం మిగిలి ఉందా? అవును అయితే, ఎంత?

5. కింది ఖాళీలను సరైన వాటితో పూరించండి:

1 cm = 10 mm 1 m = 100 cm 1 km = 1000 m	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg	1 l = 1000 ml

5.5 km = _____ m	35 cm = _____ m	14.5 cm = _____ mm
68 g = _____ kg	9.02 m = _____ mm	125.5 ml = _____ l

6. శ్రీధరాచార్య తన పుస్తకంలోని ప్రతి సమస్య లో ఈ క్రింది సమస్యను లేవనెత్తారు. "$6\frac{1}{4}$ ను $2\frac{1}{2}$, చే భాగిస్తే, మరియు $60\frac{1}{4}$ ను $3\frac{1}{2}$ చే భాగిస్తే వస్తుంది. గుణకాలను విడిగా చెప్పండి." 4 భిన్నాలను దశాంశాలుగా మార్చడం ద్వారా మీరు దాన్ని పరిష్కరించడానికి ప్రయత్నించగలరా?



7. పెట్టను కనీసం 2 రకాలుగా పూరించండి:

(a) $\square \times \square = 2.4$ (b) $\square \times \square = 14.5$

8. $756 \div 36 = 21$ అయిన కింది గుణకాలను కనుగొనండి:

(a) $75.6 \div 3.6$ (b) $7.56 \div 0.36$

(c) $756 \div 0.36$ (d) $75.6 \div 360$

(e) $7560 \div 3.6$ (f) $7.56 \div 0.36$

9. ప్రతిపెట్టి $a \div b$ని సూచిస్తే తప్పిపోయిన పెట్టెలను కనుగొనండి:

b ↓ a →	1517	151.7	15.17	1.517	15170
37	41				
3.7			4.1		
0.37					
0.037		4100			
370					

10. 2, 4, 5, 8, మరియు 0 అంకెలను ఉపయోగించి పెట్టెలను పూరించండి: $\square\square.\square \times \square.\square$

(a) గరిష్ట లబ్ధం (b) కనిష్ట శబ్ధం

(c) 150 కంటే ఎక్కువ లబ్ధం (d) 100 కి దగ్గరగా ఉన్న లబ్ధం

(e) 5 కి దగ్గరగా ఉన్న లబ్ధం

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

11. కింది వ్యక్తీకరణలను ఆరోహణ క్రమంలో క్రమబద్ధీకరించండి:

(a) 245.05 × 0.942368 (b) 245.05 × 7.9682

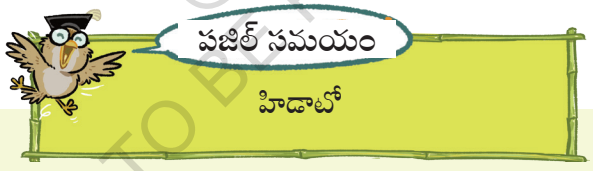
(c) 245.05 ÷ 7.9682 (d) 245.05 ÷ 0.942368

(e) 245.05 (f) 7.9682

సారాంశం

- ఈ అధ్యాయంలో, దశాంశ గుణకారం మరియు భాగహారం చేసే విధానాలను మనం నేర్చుకున్నాము.
- దశాంశ గుణకారం కోసం, మనం ముందుగా గుణకం మరియు గుణకారాన్ని గణన సంఖ్యలుగా గుణిస్తాము. లబ్ధంలోని దశాంశ అంకెల సంఖ్య గుణకం మరియు గుణకారంలోని మొత్తం దశాంశ అంకెల సంఖ్య.
- దశాంశాల విభజన కూడా అదే విధానాన్ని ఉపయోగిస్తుంది. అంటే, సంఖ్యలను లెక్కించేటప్పుడు స్థాన విలువను ఉపయోగించి భాగహారం (దీర్ఘ భాగహారం), ఒక స్థానం నుండి పదవ, వందవ, వేలన మొదలైన వాటికి తిరిగి సమూహపరచడం కొనసాగుతుంది. ఒక స్థానాన్ని పదవంతుకు తిరిగి సమూహపరిచినప్పుడు, భాగాంశంలో దశాంశ బిందువు ఉంచబడుతుంది.
- ప్రతి పునఃసమూహం మరియు విభజన తర్వాత ఎల్లప్పుడూ ఒక శేషం ఉంటుంది!

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



చిక్కుముడి

	33	35				
		24	22			
			21			
	26		13	40	11	
27				9		1
				18		
					7	
						5

జవాబు

32	33	35	36	37		
31	34	24	22	38		
30	25	23	21	12	39	
39	26	20	13	40	11	
27	28	14	19	9	10	1
		15	16	18	8	2
				17	7	16	3
						5	4

హెడాటోలో, గ్రిడ్ ఇవ్వబడింది. ఇది సాధారణంగా సుడోకు లేదా కాకురో లాగా చదరపు ఆకారంలో ఉంటుంది. కానీ ఇది షడ్భుజాలు లేదా టెస్సెలేషను ఏర్పరిచే ఏదైనా ఆకారాన్ని కూడా కలిగి ఉంటుంది. దీనికి లోపలి రంధ్రాలు (డిస్క్ లాగా) ఉండవచ్చు, కానీ ఇది ఒకే ముక్కతో తయారు చేయబడింది.

సాధారణంగా, ప్రతి హెడాటో పజిల్‌లో అత్యల్ప మరియు అత్యధిక సంఖ్యలు గ్రిడ్‌లో ఇవ్వబడతాయి.

మీ పని ఏమిటంటే, అత్యల్ప సంఖ్య నుండి అత్యధిక సంఖ్య వరకు వరుస సంఖ్యల నిరంతర మార్గం ఉండేలా గ్రిడ్‌ను నింపడం. తదుపరి సంఖ్య వికర్ణంగా ప్రక్కనే ఉన్న పెట్టెలతో సహా ప్రక్కనే ఉన్న సెల్‌లలో ఏదైనా ఒకదానిలో ఉండాలి.

ఈ పజిల్స్ ఒకే పరిష్కారాన్ని కలిగి ఉండేలా చూసుకోవడానికి గ్రిడ్ కొన్ని సంఖ్యలతో (చిన్న మరియు అత్యధిక మధ్య విలువలతో) ముందే నింపబడి ఉంటుంది.

కింది హెడాటో పజిల్స్ పరిష్కరించడానికి ప్రయత్నించండి.

25		1		
	20			4
	14		8	
		15		9

	36	1	2		
			4	6	13
		34			12
39			30		
		31			
					17
	26		23	21	

			9					
			7	10				
	5			1	17	15		
	44		49			28		
	54	42		50		29	26	
56					35	34	25	23
				39				

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



5 చుక్కలను కలపడం (CONNECTING THE DOTS)

H8Y9G9

5.1 ప్రశ్నలు మరియు వ్యాఖ్యానాల గురించి

నేటి సాయంత్రం అందరూ తమ ఇద్దరు బాల్య మిత్రులను కలుస్తున్నట్లుగా మీ ఉపాధ్యాయుడు చెబుతారు. ఒకరు 5 అడుగులు మరొకరు 6 అడుగులు ఎత్తు ఉన్నారు. ఈ వివరాలాధారంగా ప్రతి మిత్రుని లింగం గురించి మీ ఊహ ఏమిటి?

5 అడుగుల ఎత్తుగల వ్యక్తి మహిళ మరియు 6-అడుగులుగల వ్యక్తి పురుషుడు అని మీరు ఊహించియుండవచ్చు. మీ ఊహ తప్పుగానున్న ఊహ కూడా అవకాశం ఉంది. అయితే మన అనుభవం 5 అడుగులు ఎత్తు గల పురుషుడు మరియు 6-అడుగులు ఎత్తుగల మహిళల అపురూపం అని తెలియ జేస్తుంది. చాలామటుకు పురుషులు మహిళల కంటే ఎక్కువ ఎత్తుగా ఉంటారు అని మనం చూశాం.

పైది సంఖ్యాశాస్త్రం పరంగా ఆలోచనయుక్క సరళ ఉదాహరణ. మనం నిత్యం ఇలాంటి వ్యాఖ్యానాలు గమనిస్తుంటాం. —

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED



మనం వాటిని గణాంకపరమైన (సంఖ్యాశాస్త్రం) అని పిలుస్తాం. సరళంగా చెప్పాలంటే ఒక గణాంఖ వ్యాఖ్యానం కొన్ని దృగ్విషయాల ప్రతిపాదన లేదా సారాంశమైయుండి, సంఖ్యాపరంగా విలువలు, నిష్పత్తులు, సంభావ్యతలు, లేదా అంచనాల పరంగా వ్యక్తపరచబడుతుంది.

ఒక సంఖ్యశాస్త్రం యొక్క ప్రశ్న దత్తాంశాలను సేకరించడం ద్వారా జనాబివ్వదగు ప్రశ్న ఉదాహరణకు, మన పాఠశాలలో 7వ తరగతి విద్యార్థులు ఎంత ఎత్తుఉన్నారు? ఇది సంఖ్యశాస్త్రం యొక్క ప్రశ్న 7వ తరగతి విద్యార్థులందరూ ఒకే ఎత్తు ఉండరు అని నిరీక్షిస్తాం. అయితే మనం దత్తాంశాలను సేకరించవచ్చు. వాటిని విశ్లేషించవచ్చు మరియు ఉన్న ఎత్తుల గురించి నిర్ణయాలు తీసుకోవచ్చు, సాధారణంగా యహాపూర్ లేదా వ హాపూర్‌లో ఉల్లిపాయలు ఎక్కువ ఖరీదు అవుతాయా? అను ప్రశ్న కూడా సంఖ్యాశాస్రం యొక్క ప్రశ్న అయింది. కాలక్రమేణా ధరలు మారవచ్చు. అందువలన ఈ ప్రశ్నకు జవాబివ్వడానికి మనం దత్తాంశాలను గమనించి, వాటిని విశ్లేషించి, సరైన గణాంకాలు వ్యాఖ్యానాలిచ్చే నిర్ధారణకు వచ్చెడి అవసరం ఉంది.

గణితపు మాట

? కింది వాటిలో సంఖ్యాశాస్త్రం యొక్క ప్రశ్న ఏది?

(a) భారతదేశంలో ఒక టెన్నిస్ బాల్ ధర ఎంత?

(b) ఈ రోడ్డులో నివసిస్తున్న కుక్కల వయస్సు ఎంత?

(c) మీ తరగతిలోని ఎంతమంది విద్యార్థులు కొండ ఎక్కడానికి ఇష్టపడుతారు?

(d) మీరు చదవడాన్ని ఇష్టపడుతారా?

(e) ఈ గోడలో అందాజుగా ఎన్ని ఇటుకలు ఉన్నాయి?

(f) నిన్నటి పోటీలో అత్యుత్తమ బౌలర్ ఎవరు ?

(g) గత సంవత్సరం బార్మర్‌లో వర్షపాత స్వరూపం ఎలా ఉండేది?

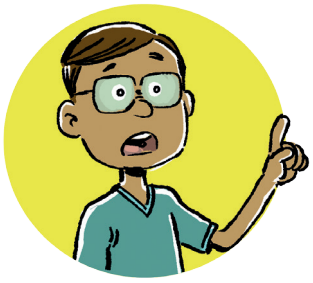
'సంఖ్యాశాస్త్రం' పదం దత్తాంశాలను సేకరించడం నిర్వహించడం, వివరించడం మరియు నివేదించెడి అధ్యయనాన్ని సూచిస్తున్నది. ఈ అధ్యాయంలో మనం కొన్ని సంఖ్యాశాస్త్ర ప్రశ్నలు పొంది / ఎదుర్కొని, వాటికి జవాబివ్వడానికి దత్తాంశాలు మరియు ఎలా గ్రాఫ్‌లను విశ్లేషించడం ఎలా సహాయపడుతాయో నేర్చుకుందాం.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

5.2 ప్రాతినిధ్య విలువలు

? కింది పట్టికలో ఒక మ్యాచ్‌లో శుభ్‌మన్ మరియు యశస్వి పొందిన రన్‌లు ఇవ్వబడ్డాయి. ఎవరి నిర్వహరణ ఉత్తమంగా ఉందని మీరు అనుమంటున్నారు?

	మ్యాచ్–1	మ్యాచ్–2	మ్యాచ్–3	మ్యాచ్–4
శుభ్‌మన్	0	17	21	90
యశస్వి	67	55	18	35



మ్యాచ్ యశస్వి మొదటి మరియు రెండ మ్యాచ్‌లలో ఎక్కువ రన్‌లు పొందారు. శుభ్‌మన్ మూడు మరియు నాలుగవ మ్యాచ్‌లలో ఎక్కువ రన్‌లు పొందినందున ఇద్దరి నిర్వహణలు సమానంగా ఉన్నాయని శ్రేయాస్ చెప్పాడు.

శుభ్‌మన్ నిర్వహణ ఉత్తమంగా ఉందని నేను అనుకుంటున్నాను. ఎందుకనగా అతడు ఒక మ్యాచ్‌లో చాలా ఎక్కువ రన్‌లు – 90 పొందాడు అని వైష్ణవి చెప్పింది.



లేదు! యశస్వి పొందిన రన్‌లు 175 అయినందున అతని బ్యాటింగ్ ఉత్తమంగా ఉంది. అయితే, శుభ్‌మన్ కేవలం 128 రన్‌లు పొందాడు అని శ్రేయాస్ చెప్పాడు.

వైష్ణవి చెప్పిండి ఓహ్ ! యశస్వి బ్యాటింగ్ ఎక్కువ స్థిరంగా ఉంది! – అతని గరిష్ట స్కోరు మరియు కనిష్ట స్కోరు వ్యత్యాసం తక్కువ.

కింది పట్టిక మరొక సరళిలోవారిద్దరు పొందిన రన్‌లు చూపుతోంది. ఈ సరళిలో నిర్వహణ ఉత్తమంగా ఉందని మీరు భావిస్తున్నారా?

	మ్యాచ్ –1	మ్యాచ్ –2	మ్యాచ్ –3	మ్యాచ్ –4	మ్యాచ్ – 5
శుభ్‌మన్	23	07	10	52	18
యశస్వి	26	53	02	-	15

వైష్ణవి చెప్పుతున్నది, ఇక్కడ శుభ్‌మన్ నిర్వహణ ఉత్తమంగా ఉంది. ఎందుకనగా అతని మొత్తం రన్‌లు 110 అయితే, యశస్వి మొత్తం రన్‌లు 96.

? వైష్ణవి వ్యాఖ్యానం గురించి మీ అభిప్రాయం ఏమిటి?

శ్రేయాస్ చెబుతున్నాడు, అయితే, యశస్వి 4 మ్యాచ్‌లలో 96 రన్‌లు మరియు శుభ్‌మన్ 5 మ్యాచ్‌లలో 110 రన్‌లు పొందాడు.

అందువలన, ఎవరి నిర్వహణ ఉత్తమంగా ఉందని మనమెలా చెప్పడం? సాధారణంగా రెండు గుంపుల సంఖ్యలను పోల్చండి. ఒకటి మరొక దానికంటే ఉత్తమం అని స్పష్టంగా చెప్పడం సులభం కాదు.

? ఒక సంఖ్య, ఒక సంఖ్యా గుంపు యొక్క ప్రాతినిధ్యంగా ఉండవచ్చా? ఈ సరళిలో మనం శుభ్‌మన్ యశస్వి‌ల బ్యాటింగ్‌ను ఒక సంఖ్యతో చూపవచ్చా? చర్చించండి.

గణితపు మాట

మనం ఒక విధానాన్ని ఇదివరకే చూశాం. గుంపులోగల విలువల మొత్తం ! అయితే గుంపుల పరిమాణం విభిన్నంగానున్నచో, మొత్తం పోల్చడానికి సరైన కొలతగా ఉండదు.

కొన్ని మ్యాచ్‌లలో ఒక ఆటగాడు ఎక్కువ స్కోరు చేయవచ్చు, మరికొన్ని మ్యాచ్‌లలో తక్కువ స్కోరు చేయవచ్చు. ఈ ఎక్కువ మరియు తక్కువలను సరిచేసి గుంపుకు ఒక ప్రాతినిధ్యవిలువను కనుగొనవచ్చు. ఉదాహరణకు మనం ఈ విలువను **దత్తాంశాల** సరాసరి లేదా **అంక గణిత సరాసరి** అని అంటాం.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఇక్కడ, ఒక మ్యాచ్‌లో ఆటగాడు. పొందిన రన్‌లు = (మ్యాచ్‌లన్నింటిలో, ఆటగాడు పొందిన రన్‌లు) ÷ (ఆడిన మ్యాచ్‌లు)

ఒక మ్యాచ్‌లో శుభ్‌మన్ పొందిన సరాసరి రన్‌లు = 110 ÷ 5 = 21 రన్‌లు

ఒక మ్యాచ్‌లో యశస్వి పొందిన సరాసరి రన్‌లు = 96 ÷ 4 = 24 రన్‌లు

ఈ సరళి (సిరీస్) లో యశస్వి సరాసరి రన్‌లు శుభ్‌మన్ సరాసరి రన్‌ల కంటే ఎక్కువ.

సరాసరి లేదా **అంకగణిత సరాసరి** లేదా సరళంగా **సగటును** కిదివిధంగా లెక్కించబడుతాయి.

$$\text{సరాసరి} = \frac{\text{దత్తాంశాల విలువలన్నింటి మొత్తం}}{\text{దత్తాంశాలలోని విలువలు}}.$$

న్యాయమైన పంపిణీగా సరాసరి (సరాసరి అనేది సరసమైన వాటా)

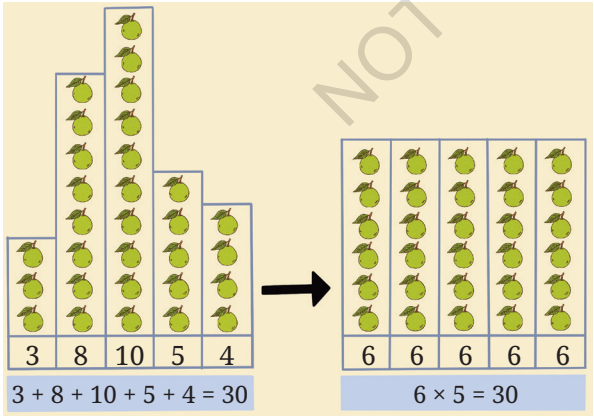
? న్యాయమైన పంపిణి లేదా సమాన వాటా అని కూడా అర్థం చేసుకోవచ్చు. శ్రేయాస్ మరియు అతని 4 మంది మిత్రులు 3,8,10,15 మరియు 4 జామపండ్లు సేకరించారు. పరాగ్ మరియు అతని 5 మంది మిత్రులు 5, 4, 6, 3, 4 మరియు 8 జామ పండ్లు సేకరించారు. ప్రతి గుంపు జామపండ్లను తమలోనే సమానంగా పంచుకుంటుంది ఏ గుంపులోని ప్రతి సభ్యుడు జామపండ్ల ఎక్కువ వాటా పొందుతారు?

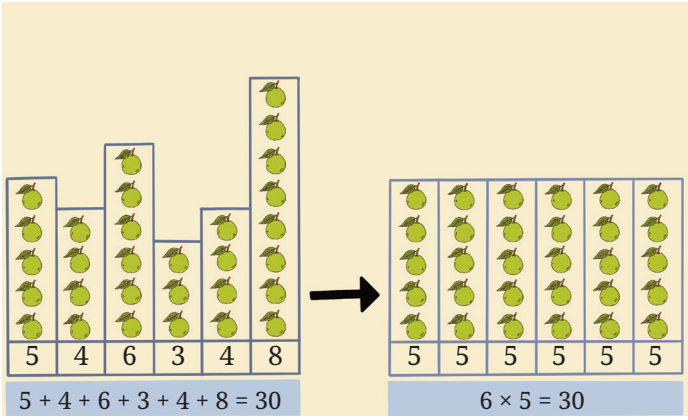
దీనిన్ని కనుగొనడానికి ప్రతి గుంపు ఎన్ని జామ పండ్లు సేకరించిందో మనం మొదట కనుగొంటాం తరువాత ప్రతి సభ్యుడివాటాను పొందడానికి ఈ మొత్తాన్ని గుంపులోగల సభ్యుల సంఖ్యతో భాగిస్తాం.

శ్రేయాస్ గుంపు 3+8+10+5+4= 30 జామపండ్లు సేకరించింది. శ్రేయాస్ గుంపులోని ప్రతి సభ్యుడు 30 ÷ 6 = 5 జామపండ్లు పొందుతారు.

పరాగ్ గుంపు 5 + 4 + 6 + 3 + 4 + 8 = 30 జామపండ్లు సేకరించింది పరాగ్ గుంపులోని ప్రతి సభ్యుడు 30 ÷ 6 = 5 జామపండ్లు పొందుతారు.

అందువలన శ్రేయాస్ గుంపులోని సభ్యులు, పరాగ్ గుంపులోని సభ్యుల కంటే తలా 1 ఎక్కువ పండ్లు పొందుతారు.





@KTES NOT TO BE REPUBLISHED

? వైష్ణవి తన తోటలో పుష్పిస్తున్న మందారం పూలను ప్రతిరోజు ట్రాక్ చేస్తుంది. గత కొన్ని రోజుల దత్తాంశాలు 2, 7, 9, 4, 3. వైష్ణవి తోటలో ప్రతిరోజు పుష్పించే మందారం పూల సరాసరి ఎంత?

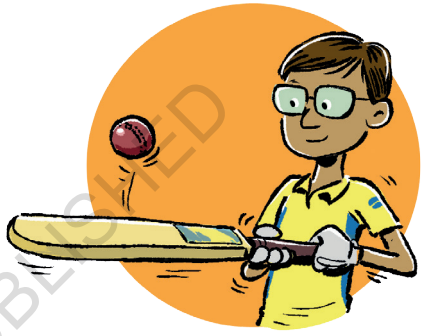


సరాసరి = (పుంప్పించిన మందారం పూలు) ÷ (రోజులు = (2 + 7 + 9 + 4 + 3) ÷ 5= 5.

ప్రతిరోజు సరాసరి 5 మందారం పూలు పుష్పిస్తున్నాయి.

ఈ సందర్భంలో సమాన సంఖ్యలో పూలు ప్రతిరోజు పుష్పించినచో ప్రతిరోజు పుష్పించే పూల సరాసరి మనకు తెలుస్తుంది.

ప్రాచీన భారతదేశంలో అంకగణితపు సరాసరికి ఉపయోగించెడి పదాలలో ఒక పద సమరూపత (సరాసరి కొలత) : సమం అనగా సమానం అని అర్థం. అంకగణితపు సరాసరికి ఉపయోగించెడి కొన్ని పదాలు – బ్రహ్మగుప్త (సా.శ. 868) రాసిన సమరజ్జు (రేఖాఖండం యొక్క సరాసరి కొలత) మహావీర (సా.శ. 850) రాసిన సమీకరణ (సమతోలనం, సమానం చేయడం), శ్రీపతి (సా.శ. 1039) గారి నుండి సమ్య (సమానత్వం, నిష్పక్షపాతం, సమానత్వం (సా. శ. 1150) మరియు గణేశ (సా.శ. 1545) గార్ల నుండి సమితి (సరాసరి కొలత) ప్రాచీన భారతీయ విద్వాంసులు అంకగణితపు అర్థాన్ని సామాన్యం లేదా సమానపరిచెడి విలువ అని గ్రహించారని పరిభాష చూపుతోంది. అది విలువల సేకరణయొక్క ప్రాతినిధ్య కొలత.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? కనుగొనండి

1. శ్రేయాస్ బ్యాట్ మరియు బంతితో ఆడుచున్నాడు. అయితే క్రికెట్ కాదు. బంతి నేల మీద పడటానికి ముందు బ్యాట్ మీద అది ఎన్నిసార్లు బౌన్స్ కావచ్చు అని అతడు లెక్కిస్తాడు. 8 ప్రయత్నాల దత్తాంశాలు 6, 2, 9, 5, 4, 6, 3, 5. శ్రేయాస్ తన బ్యాట్‌తో చేయడానికి సాధ్యపడు బంతి యొక్క సరాసరి బౌన్స్‌లను లెక్కించండి.

2. మీ కార్యాచరణాన్ని మీరే ప్రయత్నంచండి. 7 లేదా ఎక్కువ ప్రయత్నాలకు దత్తాంశాలు సేకరించండి మరియు సరాసరి కనుగొనండి.



3. మీ చుట్టు ప్రక్కలగల పుష్పించే మొక్కలను గుర్తించండి అవి పుష్పించే కాలపు ఒక వారం వరకు ప్రతిరోజు పుష్పించే పూలను గమనిస్తుంటారు. ప్రతిరోజు పుష్పించే పూల సరాసరి ఎంత?

4. ఇద్దరు స్నేహితులు 100m పరుగుకు శిక్షణ పొందుతున్నారు. వెనుకటి వారపు వారి పరుస సమయాన్ని సెకెనులలో ఇవ్వబడినవి – నిఖిల్: 17, 18, 17, 16, 19, 17, 18; సునీల్ : 20, 18, 18, 17, 16, 16, 17, సరాసరిగా ఎవరు వేగంగా పరుగెత్తారు?

5. వరుసగా ఆరు సంవత్సరాలలో ఒక పాఠశాలలోని ప్రవేశం ఈ విధంగా ఉంది : 1555, 1750, 2013, 2040, 2126. ఈ అవధిలోని పాఠశాల యొక్క సరాసరి ప్రవేశాన్ని కనుగొనండి.

మీ ఉల్లిపాయులను తెలుసుకోండి!

రెండు నగరాలలో ప్రతి కిలోగ్రాం ఉల్లిపాయల యొక్క నెల వెలువను రూపాయలలో పట్టికలో చూపబడినవి. మీ ప్రకారం, ఏ నగరంలో ఉల్లిపాయలు ఎక్కువ ఖరీదైనవి?

గణితపు మాట

నెల	యహాపూర్
జనవరి	25
ఫిబ్రవరి	24
మార్చి	26
ఏప్రిల్	28
మే	30
జూన్	35
జులై	39
ఆగస్టు	43
సెప్టెంబర్	49
అక్టోబర్	56
నవంబర్	59
డిశంబర్	44

నెల	యహాపూర్
జనవరి	19
ఫిబ్రవరి	17
మార్చి	23
ఏప్రిల్	30
మే	38
జూన్	35
జులై	42
ఆగస్టు	39
సెప్టెంబర్	53
అక్టోబర్	60
నవంబర్	52
డిశంబర్	42

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఖుస్బూ : యహాపూర్‌లో ఎక్కువ ఖరీదైనవి అని నేను అనుకుంటున్నాను. ఎందుకనగా అక్కడ చాలా ఎక్కువ వెల ₹60 ఉంది.

నఫీసా : నేను ప్రతిస్థలంలోని అన్ని నెలల వెలలను కూడాను. – యహాపూర్ యొక్క మొత్తం 458 కాగా, యహాపూర్ మొత్తం 450.

విశాల్ : యహాపూర్ ఎక్కువ ఖరీదు అయ్యాయి . ఎందు కనగా, అక్కడ 50లలో 3 సంఖ్యలున్నాయి.

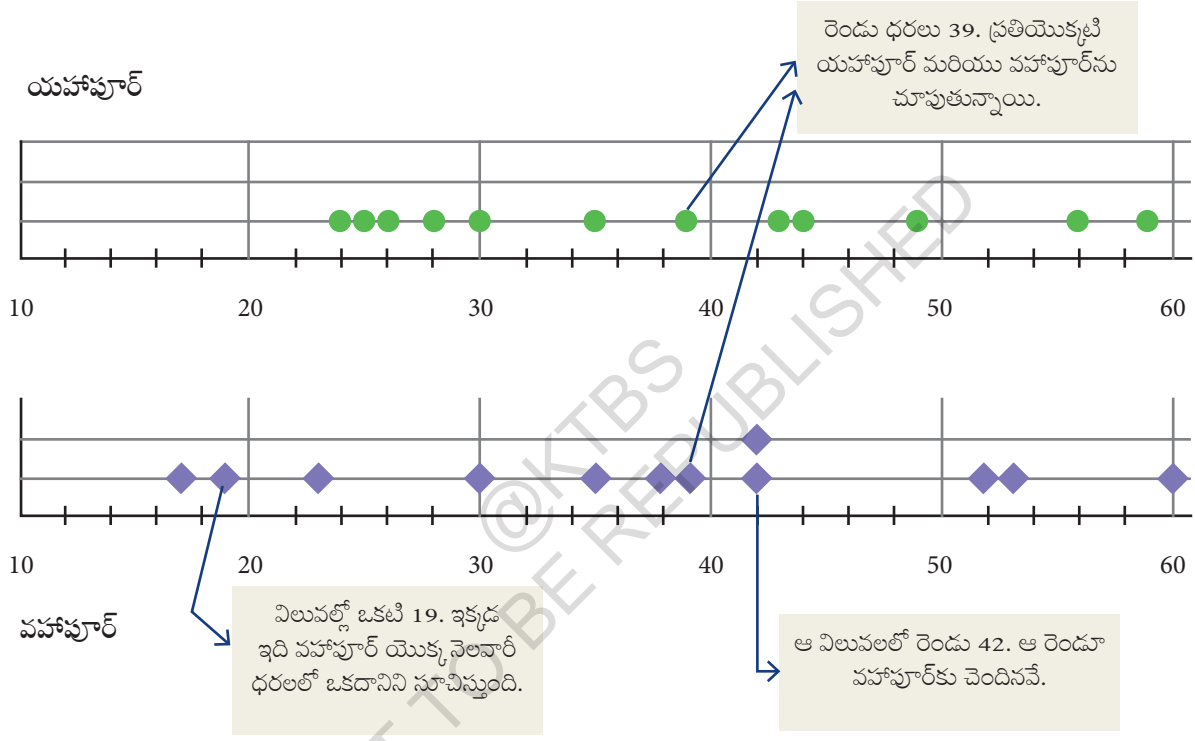
సంపత్ : నేను రెండు స్థలాలలో ప్రతినెల వెలలను పోల్చాను. యహాపూర్‌లో 6 నెలలకు వెలలు ఎక్కువ ఉన్నాయి, యహాపూర్‌లో వెలలు 5 నెలలు ఎక్కువ ఉన్నాయి మరియు 1 నెల వెలలు సమానంగా ఉన్నందున యహాపూర్ ఎక్కువ ఖరీదు అని నేను భావిస్తున్నాను.

జితిన్ : యహాపూర్‌లో చాలాఎక్కువ మరియు చాలా తక్కువ వెలల మధ్యగల వ్యత్యాసం 59–24=35 మరియు యహాపూర్‌లో 60–17=43. అని నేను గమనించాను.

దత్తాంశాలను, వాటి **కనిష్ట** విలువ **గరిష్ట** విలువ సరాసరి విలువ, మొత్తం విలువల **మొత్తం** మరియు గరిష్ట మరియు కనిష్ట వెలల మధ్యగల వ్యత్యాసాన్ని సూచన ద్వారా వివరించవచ్చు మరియు పోల్చవచ్చు.

? దత్తాంశాలను పోల్చడానికి వేరె ఏదైనా విధానాలను మీరు ఆలోచించగలరా?

దత్తాంశాలను అభ్యసించడానికి మనం వాటిని చాలా రకాలలో దృశ్యీకరించవచ్చు. ఒక విధానాన్ని కింద చూపబడింది. దానిని **చుక్కల పటం** (dot plot) అంటారు. చుక్కలపటం దత్తాంశాలను రేఖలమీద బిందువులుగా చూపుతుంది. అది దత్తాంశాలలోగల భిన్నత్వం మరియు విన్యాసాలను దృశ్యీకరించడానికి మనకు సహాయపడుతుంది. కింది చిత్రంలో ప్రతి బిందువు/ చుక్క ఉల్లిపాయల నెలలు లోగల విలువను చూపుతున్నది.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

యహాపూర్‌లోని ధరలు ఆకుపచ్చ మరియు వహాపూర్‌లోని ధరలు ఊదారంగులో ఉన్నాయి. అడ్డగీతలు 10 నుండి 60 ధరలు చూపుతున్నాయి (0 నుండి) ప్రారం భించడానికి బదులు, 0–10 లేదా 60 కంటే ఎక్కువ ధరలు లేనందున) నిలువు వరుసలోని చుక్కలు దత్తాంశవిలువ యొక్క సంఖ్యలను సూచిస్తున్నాయి. అడ్డ వరుస మరియు నిలువు వరుసల పొడవునా భాగాల మధ్య సమాన దూరం ఉండుటను గమనించండి.

? ఈ దృశ్యీకరణం వెనుకటి పట్టికలో వ్యక్తపరచిన దత్తాంశాలన్నింటినీ కూడియుందా?

? దీనిని గమనించండి. జనవరి నెలలో యహాపూర్‌లో ఉల్లిపాయల ధరను మనం చెప్పవచ్చా?

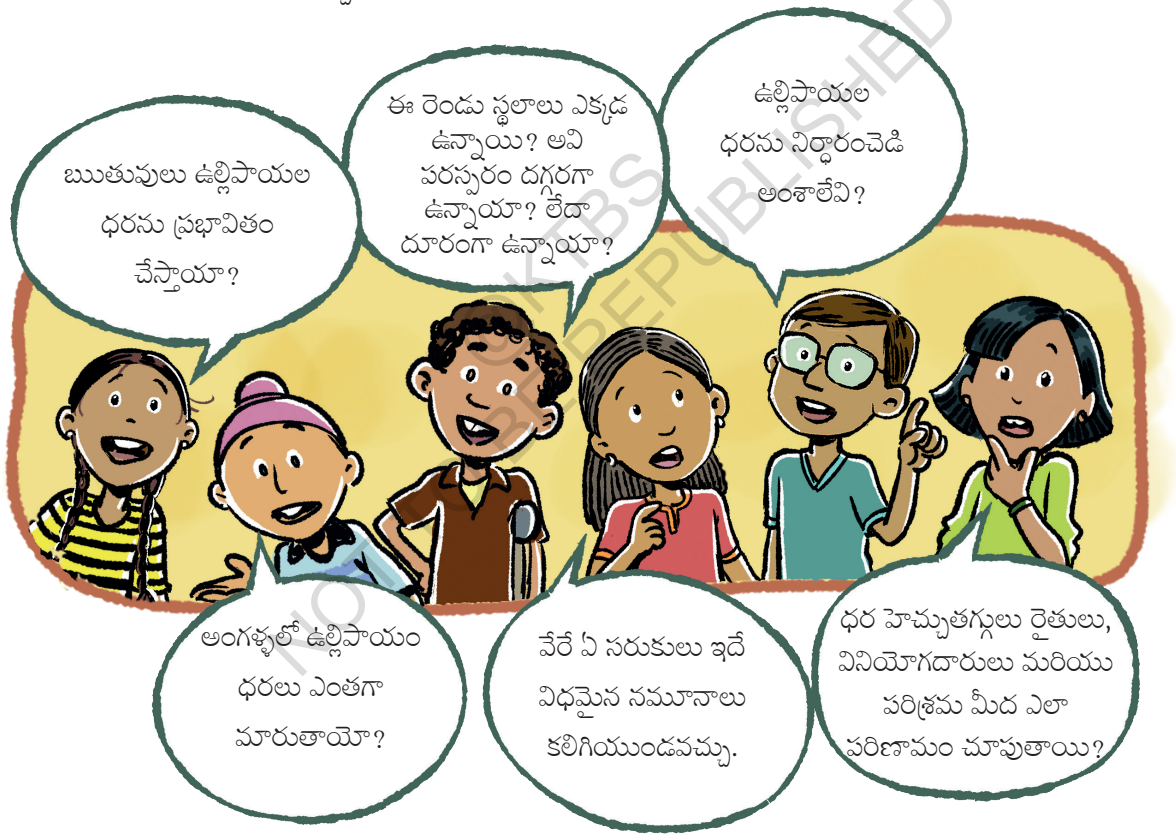
సూచించడానికి ఈ విధానం దత్తాంశాలను క్రమ బద్ధం చేస్తుంది లేదా విభజిస్తుంది. అయితే అది మూల వరుసక్రమాన్ని (నెలలవారిగా) పోగొట్టు కుంటుంది అయినప్పటికీ, అది దత్తాంశాలను మనకు కోరుకున్న రీతిలో

అనగా. విశాల్ చేసినట్టుగా గుంపు చేయడానికి అవకాశమిస్తుంది. ఉదాహరణకు వహాపూర్ 11–20 కు 2 దత్తాలో విలువలున్నచో, యహాపూర్‌కు అది లేదు. ఈ విధంగా సూచించడాన్ని దత్తాంశాలలోని వ్యత్యాసాలను ఎక్కడ మరియు ఎలా దత్తాంశాలు కలిశాయి లేదా వ్యాపించాయో గమనించడానికి సులభతరం చేస్తుంది. వహాపూర్‌లో ధరలు యహాపూర్ కంటే ఎక్కువగా వ్యాపించాయని మనం సులభంగా గమనించవచ్చు. చాలాఎక్కువ మరియు తక్కువ ధరలను గుర్తించడం కూడా సులభం.

ఈ రెండు స్థలాలలోగల ధరలను పోల్చడానికి సరాసరిని ఒక విధానంగా మనం ఉపయోగించవచ్చు.

? మహాపూర్ మరియు వహాపూర్‌లో ఉల్లిపాయల సరాసరితి వెలను కనుగొనండి.

ఉల్లిపాయల ధర ప్రతి కిలోగ్రాంకు ₹ 35 ఇలాంటి వ్యాఖ్యానం ఎటువంటి అధిక ప్రశ్నలు కల్గించవచ్చు. అయితే, ఒక సంవత్సరంలో యహాఫర్ మరియు వహాపూర్‌లో ఉల్లిపాయల ధరలాగా, దత్తాంశాలలోగల వ్యత్యాసాలను గమనించినప్పుడు కుతూహలం కల్గించవచ్చు. ఉదాహరణకు ఈ రెండు స్థలాల గురించి మరింత తెలుసుకోవ డానికి కుతూహలం కలుగవచ్చు.



? వేరె దేని గురించి మీకు ఆశ్చర్యమవుతుంది?

గణితపు మాట

మీకు కుతూహలంగల ప్రశ్నలను మీ సహపాఠకులు, ఉపాధ్యాయులు లేదా కుటుంబ సభ్యులతో చర్చించి జవాబులు కనుగొనండి



దత్తాంశాలకు గమనించడం మరియు అర్థం చేసుకోవడానికి ప్రయత్నించడం ఆసక్తికర అంశాలను బహిరంగ పరచవచ్చు అది మన కుతూహలాన్ని వివిధ దిక్కులలో ప్రేరేపించవచ్చు.

మన చుట్టు ప్రక్కల సరాసరులు

అంకగణిత సరాసరిని గణాంకాలు, గణితం, ప్రయోగాత్మక విజ్ఞానాలు, అర్థశాస్త్రం, సమాజశాస్త్రం, క్రీడలు, జీవశాస్త్రం మరియు వైవిధ్యమయ విషయాలలో తరచుగా దత్తాంశాల ప్రాతినిధ్యంగా వినియోగించబడుగుంది. అంకగణితపు సరాసరి యొక్క వ్యాఖ్యానం సరళ మరియు అర్థం చేసుకోవడానికి సులభంగా ఉండుటవలన అది పాక్షికంగా ప్రజాదరణ పొందింది. వివిధ రకాల సన్నివేశాలలో సరాసరులతో కూడిన కొన్ని వ్యాఖ్యానాలు కింద చూపబడినవి.



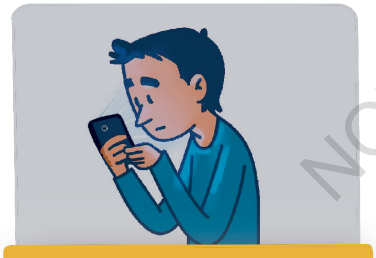
జూలైనెలలో జార్ఖండ్‌లో రోజుకు సరాసరి 37.2 cm వర్షం కురుస్తుంది.



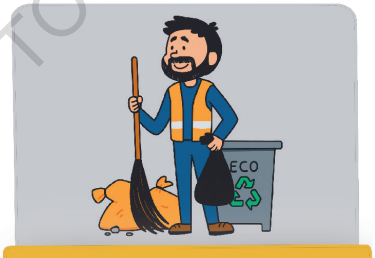
ఈ సంవత్సరం నా స్కూటియొక్క సరాసరి మైలేజ్ ప్రతి లీటర్‌కు సుమారుగా 45 కిలోమీటర్లు



గోధుమ దిగుబడి పంజాబ్‌లో ప్రతి హెక్టార్‌కు సరాసరి 4.7 టన్నులు మరియు బిహార్ లో 2.9 టన్నులు



స్మార్ట్ ఫోన్ వినియోగదారుల సరాసరి 58 సార్లు తమ ఫోన్‌ను పరిశీలిస్తారు.



భారతీయ పౌరులు ప్రతిరోజు సరాసరి 0.45kg వ్యర్థ పదార్థాలు ఉత్పత్తి చేస్తున్నారు.



2017–2024 మధ్య భారతీయ పెద్ద చిత్రాలు సరాసరి 3126 ఏడాదికి విడుదల అయ్యాయి.

© TSBSE NOT TO BE REPUBLISHED

అసహజ విలువలు మరియు మధ్యాంకాలు (మధ్యస్థాలు)

సరాసరి ఎల్లప్పుడూ సేకరణలోని విలువల సమంజసమైన సారాంశాన్ని ఇస్తుందా? లేనట్లయితే, ప్రత్యామ్నాయం ఏమిటి? మనం కనుగొందాం.

ఒక కుటుంబపు ఎత్తు

యాంగ్బా మరియు పూవిజి గారి కుటుంబ సభ్యుల ఎత్తులు కించివిధంగా ఉన్నాయి.

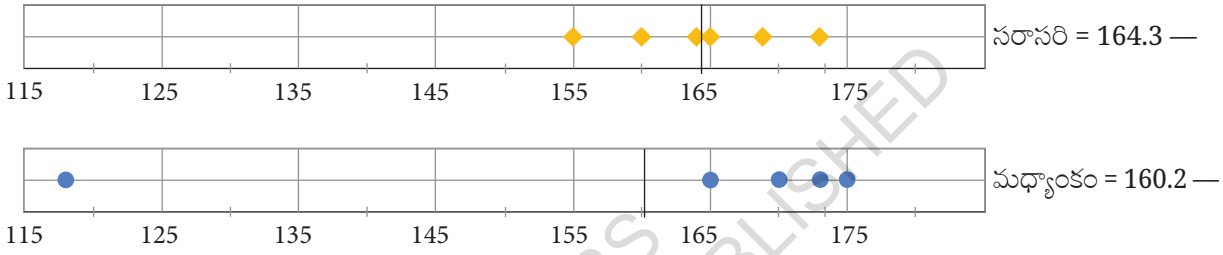
యాంగ్వా కుటుంబం : 169 cm, 173 cm, 155 cm, 165 cm, 160 cm, 164 cm.

పూవిజి కుటుంబం : 170 cm, 173 cm, 165 cm, 118 cm, 175 cm.

? ప్రతి కుటుంబం యొక్క సరాసరి ఎత్తు కనుగొనండి. యాంగ్బా కుటుంబం పూవిజి కుటుంబం కంటే ఎత్తుగా ఉందని మనం చెప్పవచ్చా?

గణితపు మాట

పూవి కుటుంబపు సరాసరి ఎత్తు (160.2 cm) అనునది యాంగ్బా కుటుంబపు ఎత్తు (164.3) కంటే తక్కువ. ఎందుకనగా ఒక బాలుడి ఎత్తు చాలా చిన్నదిగా ఉంది. కుటుంబంలోని మిగిలినవారి అంత ఎత్తు లేదు. వారి సరాసరి ఎత్తు 160.2cm, 5 మంది సభ్యులలో 4 మంది సభ్యుల ఎత్తు కంటే తక్కువ.



? దత్తాంశాలను ఉత్తమంగా చూపదగు ఏరెపదైవైనాసంఖ్యల గురించి మీరు ఆలోచించగలరా?

మధ్వాంకాలను విభజించి, మధ్యభాగపు సంఖ్యను ఎంచుకోవడం ఒక పద్ధతి. దీనిని **మధ్యాంకం (మధ్యస్థం)** అంటారు.

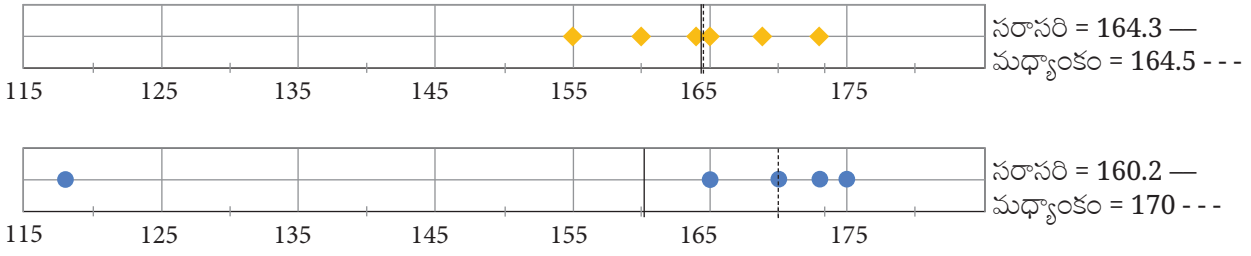
పూవిజి కుటుంబపు ఎత్తుయొక్క మధ్యాంకం కనుగొనడానికి మనం ముందుగా ఎత్తులను విభజిస్తాం.

118, 165, 170, 173, 175.

ఈ విభజించబడిన దత్తాంశాల మధ్యసంఖ్య 170. అందువలన మధ్యాంకం ఎత్తు 170 cm. యాంగ్బా కుటుంబపు ఎత్తు మధ్యాంకం కనుగొందాం

ఎత్తులను విభజించడం వలన, మనం 155, 160, 164, 165, 169, 173 పొందుతాం.

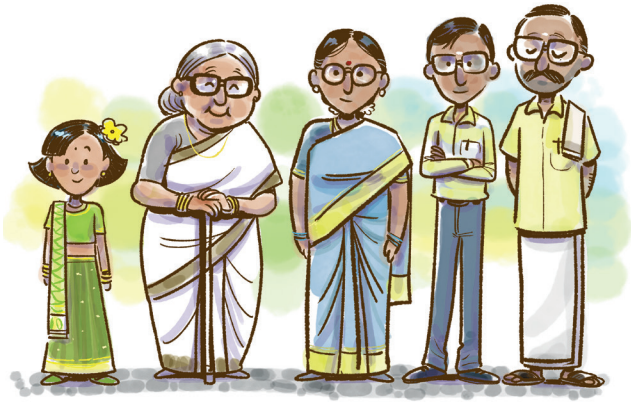
మధ్యాంకం మధ్యలోగల సంఖ్య అయినందువలన దానికంటే తక్కువ మరియు ఎక్కువ సమాన సంఖ్య యొక్క విలువలను అది కల్గియుంటుంది. ఈ దత్తాంశం ఒకే మధ్యసంఖ్యను కలిగియుండదు, ఎందుకనగా, అది సరిసంఖ్య విలువ కల్గియుంది (6). అలాంటి సందర్భాలలో మనం విభజించిన దత్తాంశంలో రెండు మధ్య సంఖ్యల సరాసరిని తీసుకొంటాం అందువలన, యాంగ్బా కుటుంబపు ఎత్తుయొక్క మధ్యాంకం (164 + 165) ÷ 2 = 164.5 cm



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఈ సందర్భంలో మధ్యాంకం సరాసరి కంటే ఉత్తమమైన కుటుంబాల ఎత్తును చూపుతున్నదా?

పూవిజి కుటుంబంలో చాలా చిన్న పిల్లవాడి ఎత్తు కుటుంబంలోని మిగిలిన వారికంటే తగినంత భిన్నంగా ఉంది. అలాంటి విలువను మనం **అసహజ / అసాధారణ** విలువలు అని అంటాం. **అసహజ విలువలు** దత్తాంశాలలోనిమిగిలిన విలువల నుండి గణనీయంగా విచలనం చెందే విలువలు.



ఏవైనా అసహజ విలువలు/విచలనాలు లేనప్పుడు యాంగ్బా దత్తాంశంలో సరాసరి మరియు మధ్యాంకాలు ఎలా పరస్పరం దగ్గరిగా ఉన్నాయో గమనించండి.

పూవిజి దత్తాంశంలో విచలనం వలన సరాసరి మధ్యాంకం కంటే చాలా తక్కువ.

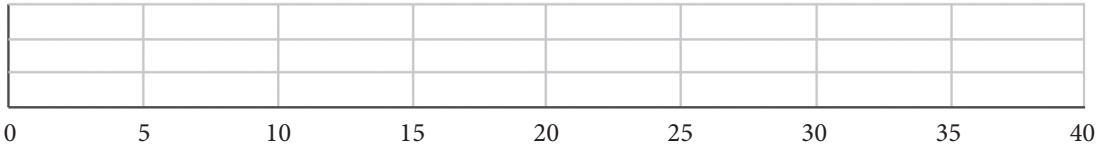
? పూవిజి దత్తాంశంలో విచలన విలువ 118 లేకుండా సరాసరి మరియు మధ్యాంకాన్ని కనుగొనండి. మీరు ఏ మార్పును గమనించగలరు).

? **మీరు పుస్తక పురుగా?**

వేసవి నెలవుల తరువాత ఒక తరగతి ఉపాధ్యాయుడు తమ తరగతిలో ఎన్ని చిన్న కథలు చదివారని అడిగాడు. ప్రతి విద్యార్థి కింద చూపిన విధంగా ఒక కాగితం మీద చదివిన కథలను తెలిపారు. చదివిన కథల సరాసరి మరియు మధ్యాం కాలను కనుగొనండి. వాటిని లెక్కించడానికి ముందుగా సరాసరి మధ్యాంకం కంటే తక్కువగా లేదా ఎక్కువగా ఉందోనని మీరు ఊహించగలరా?



దత్తాంశం, సరాసరి మరియు మధ్యాంకాన్ని కింద ఇచ్చిర బిందువు/ చుక్కల పటం మీద గుర్తించండి.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మధ్యాంకం విలువ 6 అనగా తరగతిలోని అర్ధమంత సభ్యులు 6 లేదా అంతకంటే ఎక్కువ కథలు చదివారని అర్థం.

? మీ ఏ విలువలను అసహజ విలువ / విచలనంగా పరిగణిస్తారు?

? విచలనం లేనప్పుడు సరాసరి మరియు మధ్యాంకాన్ని కనుగొనండి. ఏ మార్పును మీరు గమనించగలరు?

విచలనం కలిగియున్న దత్తాంశాలకు సరాసరి ఎల్లప్పుడూ సరైన ప్రాతినిధ్యంగా ఉండదు. చాలా ఎక్కువ మరియు తక్కువ విచలనం మొత్తం మీద గమనించదగు పరిణామం చూపించడం వలన సరాసరి మీద పరిణామం చూపుతుంది మరియు 40 చిన్న కథలను చదవడం అత్యంత ఉన్నతమైన ఒక విచలనం / అసహజ విలువ. ఈ సన్నివేశాలలో మధ్యాంకం మీద విచలనం ఎక్కువ పరిణామం చూపలేదని మనం చూశాం.

మనం అదే పుటలో ఉన్నామా?



? మీరు వార్తా పత్రికలు చదివారా? ఒక వార్తా పత్రికలో వారంలోని వివిధ రోజులలో ఎన్ని పుటలున్నాయో మీరు గమనించారా – పుటలు ఒకే విధంగా ఉన్నాయా లేదా విభిన్నంగా ఉన్నాయా?

కింది పట్టిక సోమవారం నుండి ఆదివారం వరకు ఒక నిర్దిష్ట వార్తా పత్రికలోని పుటలను చూపుతుంది దత్తాంశం, సరాసరి మరియు మధ్యాంకాలను కింది బిందువు పటం మీద గుర్తించండి. 16, 18, 20, 22, 26, 16, 10.



? మనం పరిగణించిన మూడు ఉదాహరణలలో ఎత్తులు, చిన్న కథలు మరియు వార్తా పత్రికల పుటలు వీటి దత్తాంశాలలోని మార్పును గమనించండి.

గణితపు మాట

(a) సరాసరి మరియు మధ్యాంకాలు పరస్పరం దగ్గరగా ఉన్నప్పుడు.

(b) సరాసరి < మధ్యాంకం అయినప్పుడు సరాసరి మరియు మధ్యాంకాలు తులనాత్మకంగా దూరంగా ఉన్నప్పుడు

(c) సరాసరి > మధ్యాంకం అయినప్పుడు, సరాసరి మరియు మధ్యాంకాలు తులనాత్మకంగా దూరంగా ఉన్నప్పుడు.

దత్తాంశాలు ఎక్కువ సమతోలనంగా ఉన్నప్పుడు లేదా సమానంగా వ్యాపించిన సరాసరి మరియు మధ్యాంకం

©KSTBS NOT TO BE REPUBLISHED

దగ్గరగా ఉన్నట్లు చూపుతుంది విచలనం, దిగువ చివరిలో ఉన్నచో సరాసరి ఆ దిక్కులో మారునట్లు చూపుతుంది. అనగా, సరాసరి < మధ్యాంకం అవుతుంది. విచలనం ఉన్నత (పై) చివరిలో ఉన్నచో, సరాసరి ఆ దిక్కులో మారునట్లు చూపుతుంది. అనగా, సరాసరి > మధ్యాంకం అయింది.

? విచలనాలు రెండువైపులా ఉన్నప్పుడు సరాసరి మరియు మధ్యాంకం పై ప్రభావాన్ని చర్చించండి అది పరీక్షించడానికి మరియు వివరించడానికి కొన్ని ఉదాహరణకు తీసుకోవచ్చు..

గణితపు మాట

సరాసరి మరియు మధ్యాంకాలను కేంద్ర ప్రవృత్తి (ధోరణి) కొలతలు అంటారు. అనగా ఒక నిర్దిష్ట విలువ చుట్టు విలువలు కేంద్రీకరించబడు ప్రవృత్తి వేరేవిధంగా చెప్పాలంటే అవి దత్తాంశాల కేంద్రాన్ని చూపుతుంది

ఉద్దేశాలు మరియు సారాంశం

మనమిప్పుడు చూసినట్లుగా సరాసరి మరియు మధ్యాంకాలు దత్తాంశాల విభిన్న దృక్పథాలు ఇవ్వవచ్చు దత్తాంశాలను విశ్లేషించెడి భాగంగా ఇచ్చిన దత్తాంశాల వ్యత్యాసం / వైవిధ్యాన్ని చూసేదానిలో కూడా అది విలువ యుత/ ఉపయోగకరమైనది (కనిష్ట మరియు గరిష్ట విలువలు)

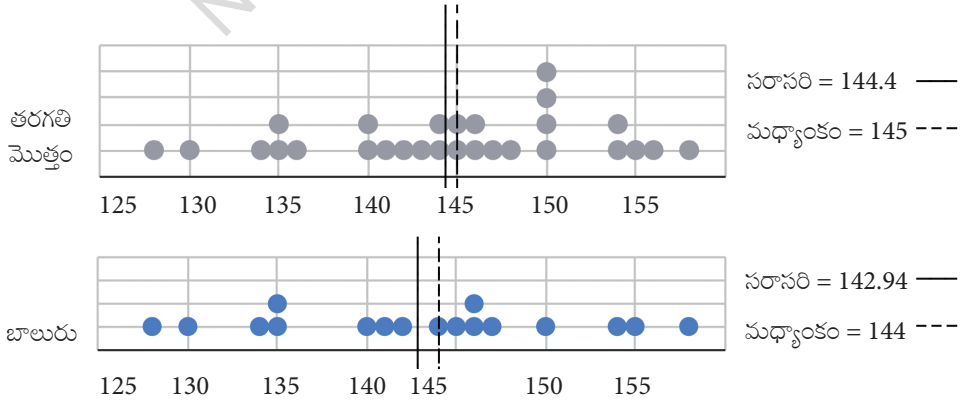
మీ తరగతి ఎంత ఎత్తుగా ఉంది?

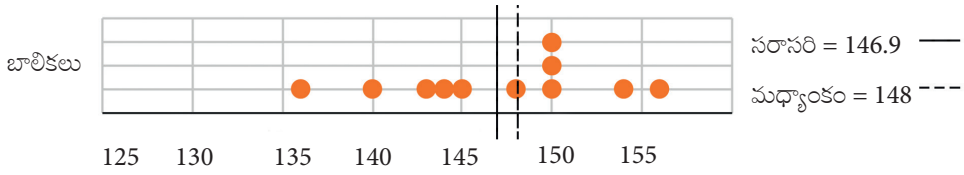
''మీ తరగతి ఎంత ఎత్తుగా ఉంది? అను ప్రశ్నను మిమ్మల్ని అడగడమైంది అని భావిద్దాం. మీరు ఏమి చెప్పుతారు? కింది పట్టిక 5వ తరగతి విద్యార్థుల ఎత్తులను సెంటీమీటర్లలో చూపుతున్నది.''

బాలురు	147, 135, 130, 154, 128, 135, 134, 158, 155, 146, 146, 142, 140, 141, 144, 145, 150
బాలికలు	143, 136, 150, 144, 154, 140, 145, 148, 156, 150, 150

© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

మనం బిందువు పటాన్ని ఉపయోగించి, దత్తంశాలను దృశ్యమానం చేయవచ్చు. తుదులను (చివరలు) మరియు విన్యాసాలను గుర్తించండి. తీడాలను గమనించండి. మనం కేంద్రీయ ప్రవృత్తి కొలతను కూడా కనుగొనవచ్చు తరగతి మొత్తం బిందువు పటంతో వరుసగా బాలురు మరియు బాలికల బిందువు –పటాలను చూపడమైనది. ప్రతి సేకరణకు సరాసరి మరియు మధ్యాంకాలను చూపడమైనది.





? బిందువు పటం మరియు కేంద్రీయ ప్రవృత్తి (ధోరణి) కొలతల నుండి మనం ఏమేమి నిర్ధారించవచ్చు?

తరగతి ఎంత ఎత్తుగా ఉంది అను ప్రశ్నకు జవాబివ్వడానికి కింది అంశాలు సహాయపడగలవు.

- బాలుర ఎత్తులు 128 మరియు 158 ల మధ్య ఎక్కువగా వ్యాపించాయి. బాలికల ఎత్తులు 136 మరియు 156ల మధ్య ఉన్నాయి. చాలా ఎత్తు మరియు చాలా పొట్టి రెండూ బాలుర గుంపులో ఉన్నాయి
- అయినప్పటికీ, బాలుర సరాసరి ఎత్తు మొత్తం తరగతిలోని సరాసరి కంటే తక్కువగా వుండి, బాలికల సరాసరి ఎత్తుకంటే తక్కువ. ఈ తరగతిలో బాలికలు బాలుర కంటే ఎత్తుగా ఉన్నారని చెప్పవచ్చు. సహజంగా ప్రతి బాలిక కూడా ప్రతి బాలుడికంటే ఎత్తుగా ఉందని అర్థం కాదు.
- బాలుర ఎత్తులకు, కింది తుదులలో కొద్దిగా ప్రభావం ఉందని సరాసరి < మధ్యాంకం (142.94 < 144) చూపుతున్నది. బాలికల ఎత్తులకు కూడా కిందితుదులలో కొద్దిగా ప్రభావం ఉందని సరాసరి < మధ్యాంకం చూపుతున్నది.

? ఎంతమంది విద్యార్థులు తరగతిలోని ఎత్తు కంటే ఎక్కువ ఎత్తుగా ఉన్నారు ?

? ఎంత మంది బాలురు తరగతిలోని సరాసరి కంటే ఎక్కువ ఎత్తుగా ఉన్నారు?.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

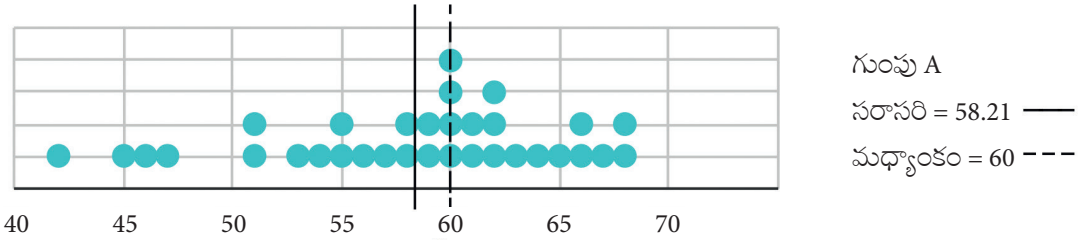
ఒక నిమిషం అనగా ఎంత?

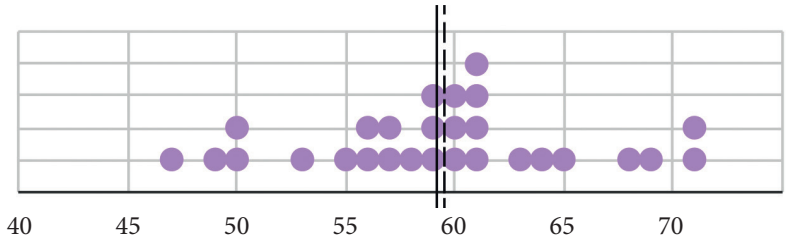


రెండు గుంపుల విద్యార్థులను 1 నిమిషం అవధిని అందాజు చేయమని చెప్పబడింది. వారు తమ కన్నులు మూసి 1 నిమిష 6 అయిందని భావించినప్పుడు తెరవడం ప్రారంభించారు. సహజంగా కన్నులు మూసినప్పుడు వారు లెక్కించకూడదు. ఎన్ని సెకెనుల తరువాత పిల్లలు కన్నులను తెరిచారో కింది బిందువు – పటాలు చూపుతున్నాయి.

? రెండు గుంపులు ఈ కార్యాచరణాన్ని ఎలా నిర్వహించాయో చర్చించండి. దత్తాంశాలలోని విచలనం/ వ్యత్యాసాలను మరియు కేంద్రీయ ప్రవృత్తిని వివరించండి మరియు పోల్చండి.

గణితపు మాట

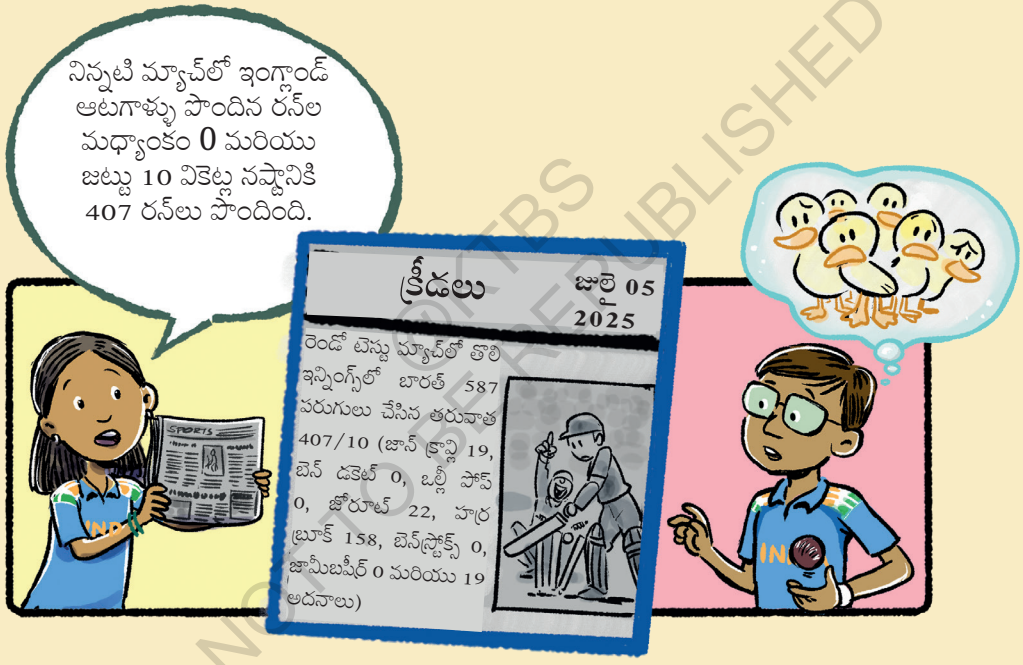




గుంపు B
సరాసరి = 59.28
మధ్యాంకం = 59.5

పొందిన రన్‌ల మధ్యాంక శూన్యం !

ఒక క్రికెట్ మ్యాచ్‌లో జట్టులోని ఒక ఆటగాడు పొందిన రన్‌ల మధ్యాంకం 0. జట్టులోని మొత్తం స్కోరు $\frac{407}{10}$ అయివుండవచ్చా?



© SCERT TS NOT TO BE REPUBLISHED

అధిక రన్‌లను లెక్కించినచో, ఈ ఇన్నింగ్‌లలో ఒక ఆటగాడి నుండి పొందిన సరాసరి రన్‌లు $(407 - 19) \div 11 = 35.27$.

సున్నా VS శూన్య విలువ

ఒక ఆటగాడు ఒక సరళి (సిరీస్) 57, 13, 0, 84, —, 51, 27 స్కోరు పొందుతాడని భావిద్దాం. ఒక ఆటగాడు 3వ మ్యాచ్‌లో ఆడి 0 రన్‌లు పొందాడు మరియు ఆ ఆటగాడు 5వ మ్యాచ్ ఆడలేదు, అందువలన మొత్తం ఆడిన మ్యాచ్‌లు 7 కాదు. 6 అని మనం పరిగణిస్తాం మరియు వారు ప్రతి మ్యాచ్‌లో పొందిన పరాసరి రన్‌లను $(57 + 13 + 0 + 84 + 51 + 27) \div 6$ అని లెక్కిస్తాం

సీతా పెరట్లో ఒక మామిడి చెట్టు ఉంది. గీత సంవత్సరం జనవరి నుండి డిశంబర్ వరకు ప్రతి నెల చెట్టు ఇచ్చిన మామిడి పండ్లు వరుసగా **0, 0, 8, 24, 41, 16, 5, 0, 0, 0, 0, 0** ప్రతి నెలకు మామిడి పండ్ల సరాసరి లేదా మధ్యాంకం కనుగొనాలంటే, మనం మామిడి పండే (వేసవి) నెలలను మాత్రమే పరిగణించడం మంచిది.

ఒక సరాసరి పాదం

1500 దశాబ్దపు ప్రారభంలో యూరప్‌లో 16 అడుగులు పొడవుగల రాడ్‌ను భూమాపనం (జ్యామితి) యొక్క మూల అంశంగా ఉపయోగించేవారు. ఆ కాలంలో ఒక పాదం అనగా, ఒక వ్యక్తియొక్క పాదం అని అర్థం! అయితే, పాదపు పరిమాణాలు మారడం వలన ఎవరి పాదాన్ని వారే కొలవవచ్చు? దానిని పరిష్కరించడానికి 16 సంవత్సరాల వయస్సుగల పురుషులను కాలివ్రేళ్ళ నుండి మిడిమవరకు వరుసలో నిలబడమని చెప్పడమైనది. ఆ వరుసలోని పొడవును 16 అడుగుల రాడ్‌గా పరిగణించబడింది. రాడ్‌ను నిర్దిష్టపరచిన తరువాత, దానిని సమానంగా ప్రతి భాగం కూడా ఒక పాదపు కొలతను ప్రాతినిధ్యంగా 16 భాగాలుగా విభజించబడింది మూలతః సరాసరి అను పదాన్ని అది పాదాన్ని ఎక్కడా ప్రస్తావించబడలేదు. అది పాదాల అంకగణిత సరాసరిగా ఉండేది.

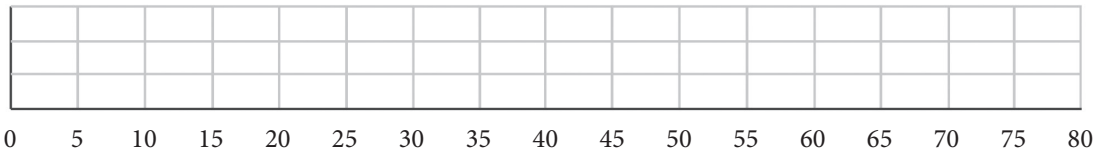


జాకోబ్ కోబెల్ గారి 1 అడుగును నిర్ధారించే విధానపు చిత్రం

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? వీటిని కనుగొనండి.

1. యహాపూర్ మరియు వహాపూర్‌లో ఉల్లిపాయల ధరలు మధ్యాంకాన్ని కనుగొనండి.
2. ప్రతియొక్కరి ఇంట్లోగల పెంపుడు జంతువుల సంఖ్య ఎంత అని సంస్కృతి తన తరగతిలో అడిగింది. కొంతమంది విద్యార్థులు గైరుహాజరయ్యారు. దత్తాంశ విలువలు **0, 1, 0, 4, 8, 0, 0, 2, 1, 1, 5, 3, 4, 0, 0, —, 10, 25, 2, —, 2, 4.** సరాసరి మరియు మధ్యాంకం కనుగొనండి. ఈ దత్తాంశాలను ఎలా కనుగొనగలరు?
3. రింటు హబ్రాలో ఒక కర్జూరపు చెట్ల తోట చూసుకుంటున్నాడు. అతని తోటలో చెట్ల ఎత్తులు (అడుగులలో) కింద విధంగా ఉన్నాయి : **50, 45, 43, 52, 61, 63, 46, 55, 60, 55, 59, 56, 56, 49, 54, 65, 66, 51, 44, 58, 60, 54, 52, 57, 61, 62, 60, 60, 67** చుక్కల పటాన్ని నింపి సరాసరి మరియు మధ్యాంకాన్ని గుర్తించండి. ఈ కర్జూరం చెట్ల ఎత్తులను ఎలా వివరించగలరు?, సరాసరిని కనుగొనెడి త్వరితగతి విధానాల గురించి మీరు ఆలోచించగలరా? సరాసరి ఎత్తుకంటే ఎన్ని చెట్లు పొట్టిగా ఉన్నాయి.



4. ఒక కుళాయి నీటి నిత్య వినియోగాన్ని కొలవబడింది. మొదట కొన్ని రోజుల వినియోగం లీటర్లలో : 5.6, 8, 3.09, 12.9, 6.5, 12.1, 11.3, 20.5, 7.4.

   (a) నీటి నిత్య వినియోగపు సరాసరి లేదా మధ్యాంకం 25 మరియు 30 ల మధ్య ఉండవచ్చా? సరాసరి లేదా మధ్యాంకం యొక్క అర్థాన్ని ఉపయోగించి మీ వ్యాఖ్యానాన్ని సమర్థించండి.

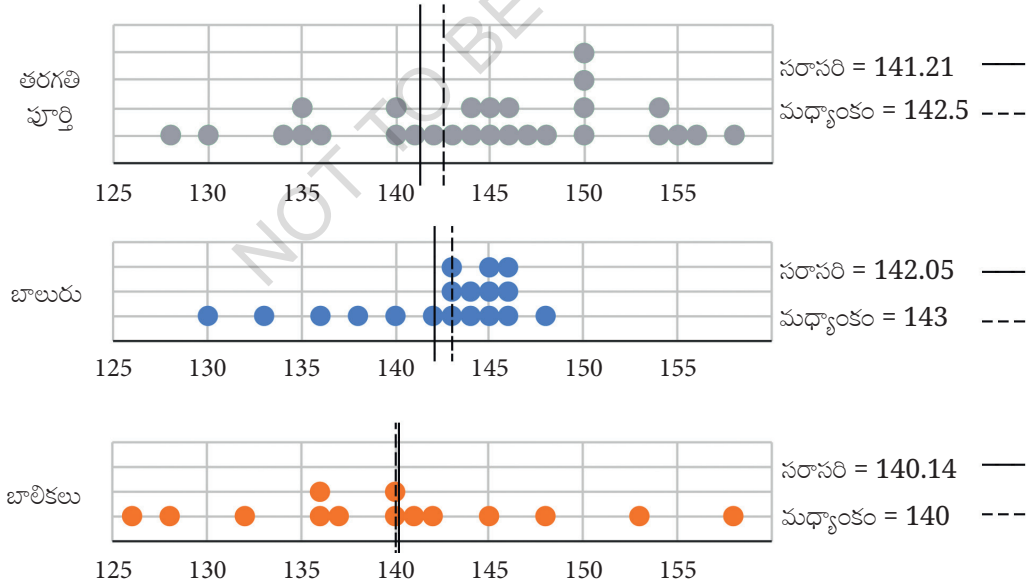
   (b) ఒక దత్తాంశంలో సరాసరి లేదా మధ్యాంకం కనిష్ట విలువ కంటే తక్కువ లేదా గరిష్ట విలువ కంటే ఎక్కువ ఉండవచ్చా?

5. కొంతమంది నవజాత శిశువుల బరువులను కిలోగ్రాం లలో ఇవ్వబడినవి ఈ దత్తాంశాలను విశ్లేషించండి మరియు పోల్చండి.

బాలురు	3.5	4.1	2.6	3.2	3.4	3.8
బాలికలు	4.0	3.1	3.4	3.7	2.5	3.4



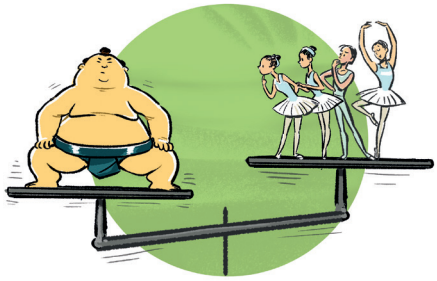
6. 5వ తరగతిలోని మరొక విభాగంలోని విద్యార్థుల ఎత్తుల చుక్కల పటాలను కింద చూపబడినవి. మీ అవలో కనలను పంచుకోగలరా? చుక్కల పటాల నుండి మనం ఏమేమి నిర్ధారించవచ్చు?



? రెండు విభాగాల ఎత్తులను పోల్చి, మీ పరిశీలనలను పంచుకోండి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7. కొంతమంది సుమో మల్లయోధులు మరియు బ్యాలెట్ నృత్యకారుల బరువులు : సుమో మల్లయోధులు : 295.2 kg, 250.7 kg, 234.1 kg, 221.0 kg, 200.9 kg. Ballet dancers: 40.3 kg, 37.6 kg, 38.8 kg, 45.5 kg, 44.1 kg, 48.2 kg. బ్యాలెట్ నృత్యకారులతో పోల్చిన చో సుమో మల్లయోధులు సుమారుగా ఎన్ని రెట్లు బరువుఉన్నారు?



గణితపు మాట

5.3 దత్తాంశాలను దృశ్యమానం చేయడం

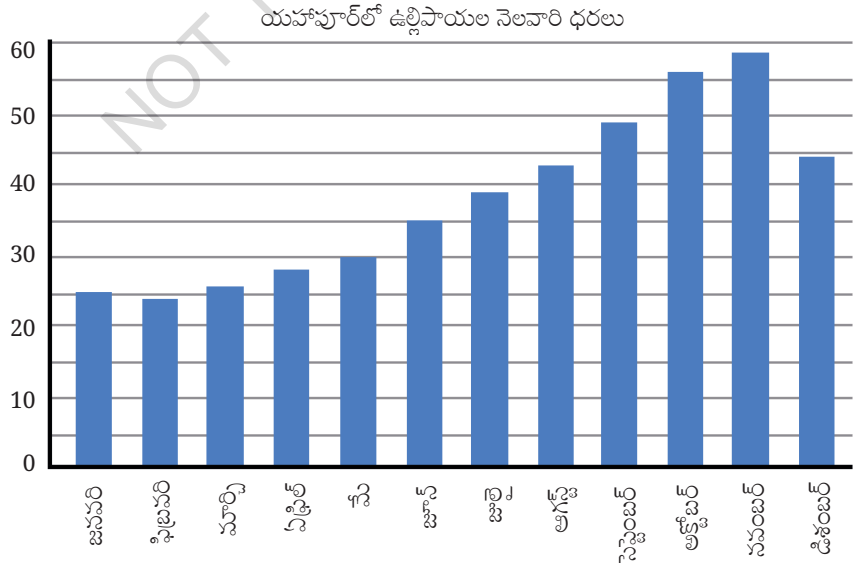
దత్తాంశాలను చిత్రాల ద్వారా చూపినచో, వాటిని ఎక్కువ ఇష్టంగా అర్థం చేసుకోవచ్చు, వాటిని **దత్తాంశాల దృశ్యమానం (దృశ్యీకరణం)** అంటారు. గత సంవత్సరం గ్రాఫ్‌ల ద్వారా దత్తాంశాలను ఎలా దృశ్యమానం చేయవ చ్చో మనం చూశాం. దృశ్యమానాన్ని మరింతగా అన్వేషిద్దాం.

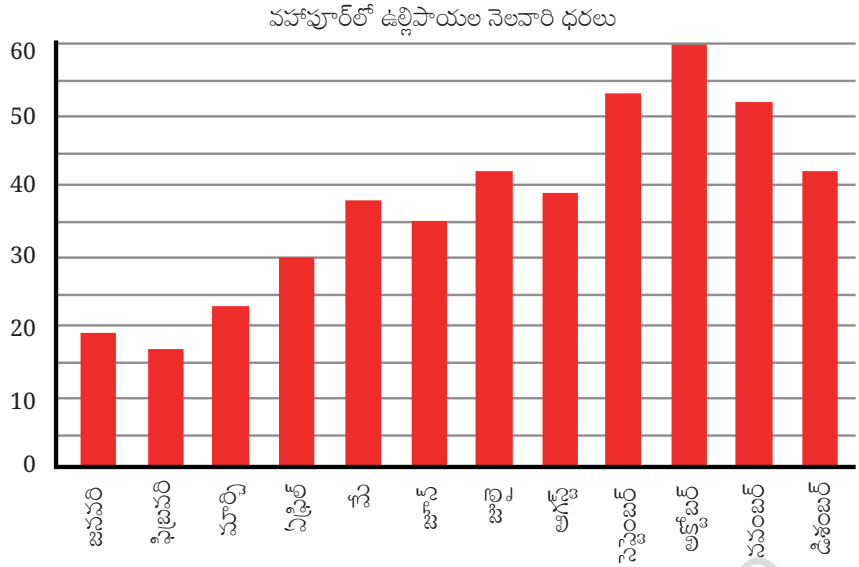
నిలువు వరుసలను కలపడం

ఇంతకు ముందుగానే యహాపూర్ మరియు వహాపూర్‌లో ఉల్లిపాయల నెలవారి ధరలను చూశాం.

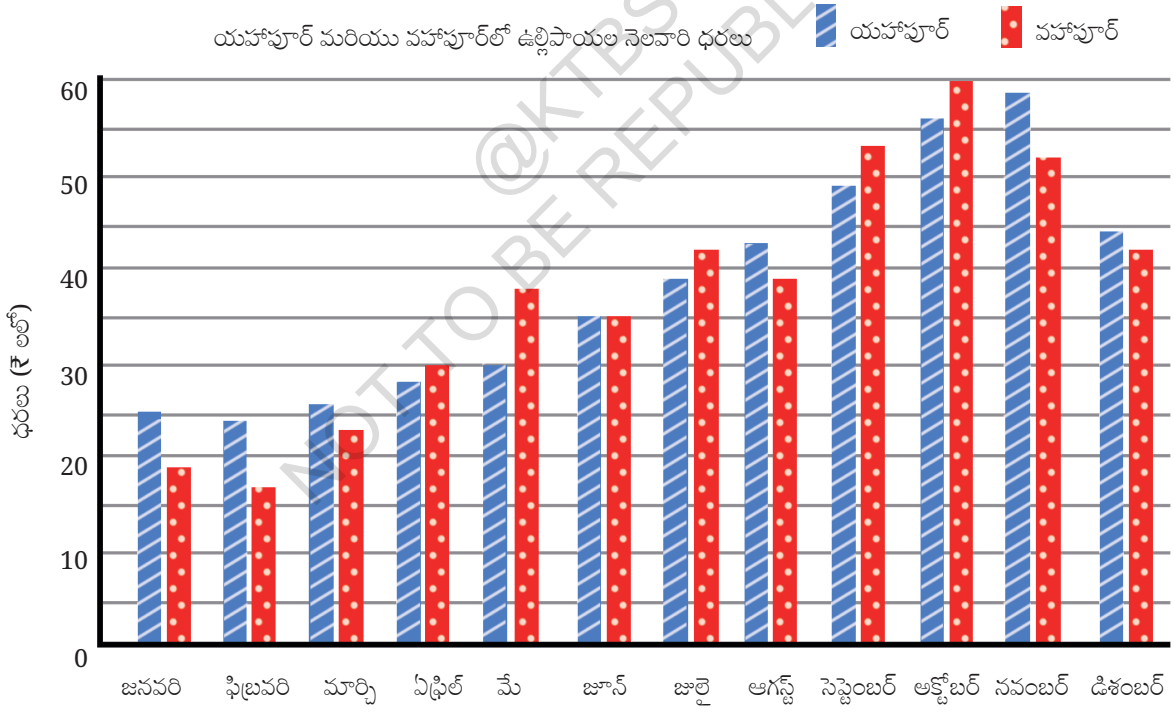
	జనవరి	ఫిబ్రవరి	మార్చి	ఏప్రిల్	మే	జూన్	జులై	ఆగస్ట్	సెప్టెంబర్	అక్టోబర్	నవంబర్	డిశంబర్
యహాపూర్	25	24	26	28	30	35	39	43	49	56	59	44
వహాపూర్	19	17	23	30	38	35	42	39	53	60	52	42

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED





రెండు గ్రాఫ్‌లను ఒకే గ్రాఫ్‌గా కలపవచ్చు. మనం స్తంభాలను ఒకదాని ప్రక్కన మరొకటి గీస్తాం. పట్టికలోగల దత్తాంశాలు గ్రాఫ్‌కు పొందిక అవుతున్నాయా అని పరిశీలించండి.



@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

రెండు స్థలాల దత్తాంశాలను స్పష్టంగా వేరు చేయడానికి మనం వేర్వేరు రంగులు ఉపయోగిస్తాం. వాటిని మనం వేర్వేరు రంగులు ఉపయోగిస్తాం. వాటిని **సమూహ కాలమ్ గ్రాఫ్** అంటారు. ప్రతి గుంపులో అవి 2 స్తంభాలను కల్గియుండటం వలన **డబుల్ (జత) కాలమ్** గ్రాఫ్ అంటారు.

? ఏ ప్రమాణాన్ని గ్రాఫ్‌లో ఉపయోగించబడింది ? స్తంభాల సాపేక్ష ఎత్తులు ప్రతి నెల ఉల్లిపాయలు ఎక్కడ ఖరీదు అని తెలుపుతున్నది. మనం నిలుపు రేఖ పొడవునా వేసిన గుర్తులను నివేదించినందున పరిశీలననుండి వ్యత్యాసాలను విశ్లేషించవచ్చు.

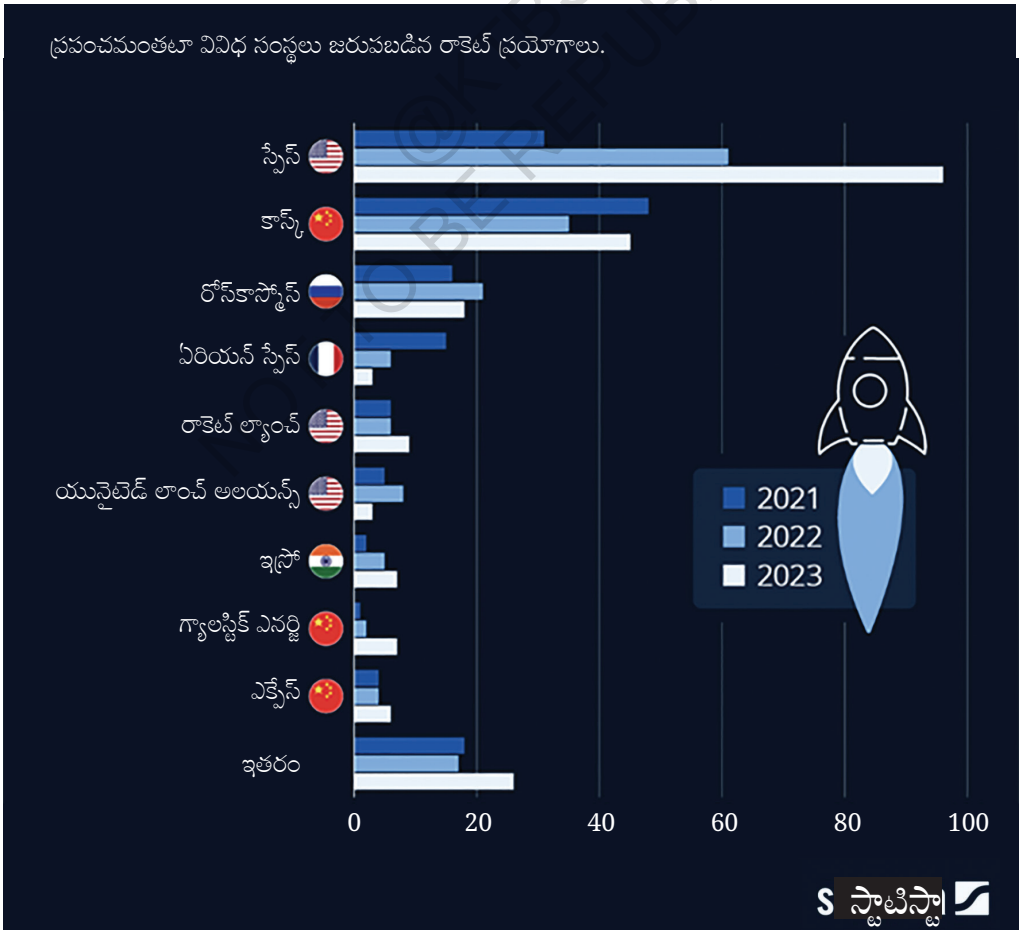
? రెండు స్థలాలలో నెలవారి ధరలు పోల్చడం ఇప్పుడు సులభమా?

స్తంభానికి లోపలి చుక్కలు మరియు ఏటవాలు గీతలు రంగులను వేరుచేయడానికి కష్టపడు ప్రజలకు సహాయపడుతాయి, వస్తువులను గ్రేస్కెల్ కాగితం మీద ముద్రించినప్పటికీ అది ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది.

10...9...8...7...6...5...4...3...2...1...టేకాఫ్!

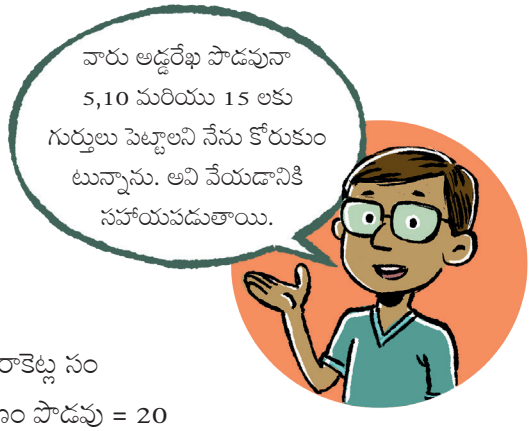
మీరు శాస్త్రీయ పరిశోధనల గురించి (2023లో ఇస్రో నుండి ప్రయోగించిన చంద్రయాన్-3 లేదా 1977లో నాసా నుండి ప్రయోగించిన వొయాగర్-1) పరిశీలనా ఉపగ్రహాలు (1975లో ఇస్రో నుండి ప్రయోగించిన ఆర్యభట్ట లేదా 1957లో సోవియట్ అంతరిక్ష కార్యక్రమం నుండి ప్రయోగించిన స్పుట్నిక్) లేదా అంతర్జాతీయ అంతరిక్ష కేంద్రానికి మానవుడు అంతరిక్షంలో వెళ్ళిన (ఎగిరిన) దాని గురించి వినియుంటారు. అంతరిక్షంలో ప్రయోగించిన అన్ని రాకెట్ ప్రయోగాల సంఖ్యను చూపడానికి ముందుగా ఇచ్చిన గ్రాఫ్‌ను గమనించండి.

? మీ అభిప్రాయాలను పంచుకోండి. (సంస్థలు చెందిన దేశాలను గుర్తించడానికి మీరు ఉపాధ్యాయుల సహాయం తీసుకోవచ్చు).



© KSCERT NOT TO BE REPUBLISHED

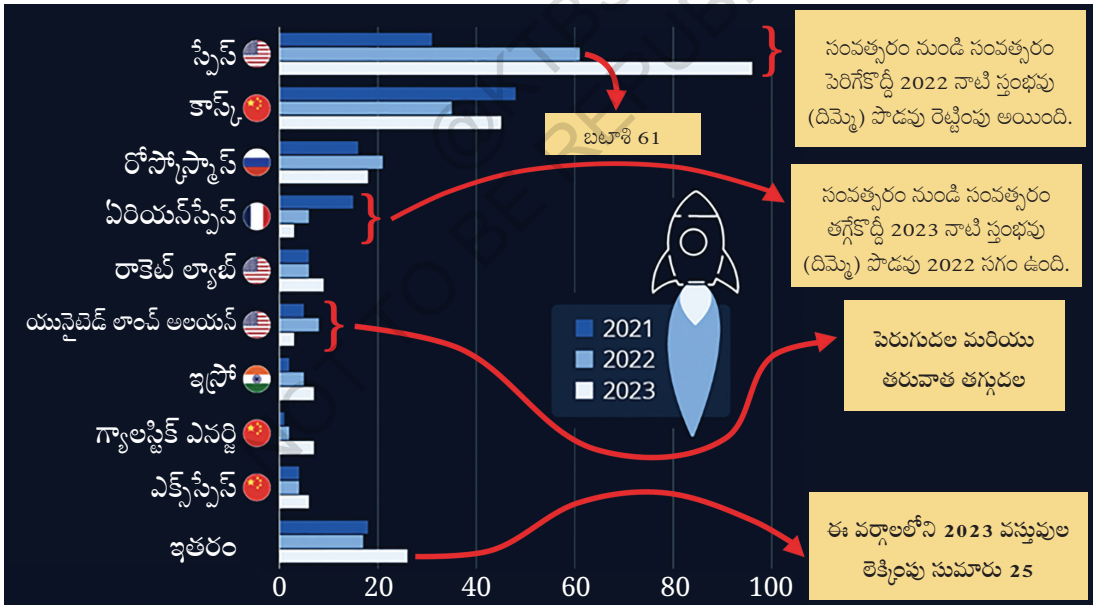
చాలాసార్లు గ్రాఫ్‌లలో చాలా సమాచారాలు/వివరాలు ఉంటాయి. వాటిని అర్థం చేసుకోవడం కష్టంకావచ్చు మనం గ్రాఫ్‌లోని దత్తాంశాలను అర్థం చేసుకోవడానికి సులభం చేయడానికి 2 దశల ప్రక్రియను అనుసరించవచ్చు.



1వ దశ. ఏమేమి ఇవ్వబడిందో గుర్తించండి.

గ్రాఫ్ ఎలా నిర్వహించబడింది. ఏ ప్రమాణాలను వినియోగించబడింది మరియు దత్తాంశాలు ఏ విన్యాసాలను చూపుతున్నదో గమనించండి.

- ప్రతి సంస్థ 2021, 2022 మరియు 2023వ సంవత్సరాలలో రాకెట్ల సంఖ్యలను ప్రక్కనున్న మూడు స్తంభాలలో చూపబడింది. 1 ప్రమాణం పొడవు = 20 రాకెట్లు కింది భాగంలోగల సంఖ్యలను గమనించండి.
- గ్రాఫ్‌ను చిన్నదిగా చూపడానికి ప్రపంచమంతటా అనేక సంస్థలను ఒకటిగా 'ఇతర' విభాగం సూచిస్తున్నది.
- ఉల్లిపాయల ధరల జత దిమ్మ(స్తంభ) చిత్రంలో కాలక్రమేణ మార్పులను వీక్షించడానికి నెలలను జనవరి నుండి డిశంబర్ వరకు వరుసగా చూపించగా, ఆ సందర్భంలో సంస్థల వరుసలోగల మార్పుల అర్థం మీద ఎటువంటి పరిణామం చూపదని గమనించండి.



2వ దశ : ఇచ్చిన వాటిని నిర్ణయించండి.

మీ ప్రతి పరిశీలనలను విశ్లేషించండి మరియు వివరించండి

- నిర్దిష్ట కాలవ్యవధిలో యుఎస్.ఎ (USA), చైనా మరియు రష్యా దేశాలు రాకెట్ ప్రయోగంలో ముందువరుసలోనున్న ప్రముఖ దేశాలు అని మనం చెప్పవచ్చు.

© SCERT NOT TO BE REPUBLISHED

- 2021 తో పోల్చినచో, 2022 లో స్పేస్ X సుమారు రెండు రెట్లు రాకెట్‌లను ప్రయోగించింది. 2022తో పోల్చినచో 2023లో 35 కంటే ఎక్కువ రాకెట్‌లు ప్రయోగించింది.
- ఏరియన్ స్పేస్ నుండి ప్రయోగించబడిన రాకెట్ల సంఖ్య ప్రతి సంవత్సరం తగ్గుచున్నది.
- యునైటెడ్ లాంచ్ అలయన్స్ 2022 లో 2021 కంటే ఎక్కువ రాకెట్‌లు ప్రయోగించింది. వారు 2022 మరియు 2021 రెండు సంవత్సరాల కంటే 2023 తక్కువ రాకెట్లు ప్రయోగించారు.
- ఇతర సంస్థలు 2023లో సుమారుగా 25 రాకెట్లు ప్రయోగించాయి.

? ఈ దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించి, కింది వాక్యాలలో దేనిని సమర్థించవచ్చో గుర్తించండి.

(a) సంస్థలన్నీ వెనుకటి సంవత్సరాల కంటే ఎక్కువ రాకెట్‌లు ప్రయోగించాయి.

(b) యు.ఎస్.ఎ (USA) కు చెందిన ఒక సంస్థ మాత్రమే ఒకే సంవత్సరంలో 50కి పైగా ఎక్కువ రాకెట్‌లు ప్రయోగించింది.

(c) 3 సంవత్యరాలలో ఫ్రాన్స్ ప్రయోగించిన మొత్తం రాకెట్‌ల సంఖ్య 40 కంటే తక్కువ.

(d) ఈ 3 సంవత్సరాలలో CASC నుండి ప్రయోగించబడిన రాకెట్‌ల సరాసరి సుమారు 40.

(e) ఈ 3 సంవత్సరాలలో ఇస్రో, గ్వాలస్టిక్ ఎనర్జి కంటే ఎక్కువ రాకెట్‌లు ప్రయోగించింది.

(f) ఈ 3 సంవత్సరాలలో 60 కంటే ఎక్కువ రాకెట్‌లు రష్యా ప్రయోగించింది.

? ప్రతి సంవత్సరం నిరంతరంగా ఎక్కువ రాకెట్‌లు ప్రయోగించిన సంస్థలను పట్టీ చేయండి.

? 2023లో ప్రపంచమంతటా ప్రయోగించిన రాకెట్‌లను అంచనా వేయండి.

(a) 200 కంటే తక్కువ
(b) 200 నుండి 400
(c) 400 నుండి 600
(d) 600 కంటే ఎక్కువ

గ్రాఫ్ చూసిన తరువాత మనకు చాలారకాల ప్రశ్నలు రావచ్చు. యు.ఎస్.ఎ. ఇతర దేశాల కంటే ఎక్కువ రాకెట్లు ఎందుకు ప్రయోగించిందో మనకు ఆశ్చర్యం కలగవచ్చు. లేదా వెనుకటి మరియు తరువాతి సంవత్సరాల దత్తాంశాలను గమనించడానికి కుతుహలం. కలగవచ్చు. ఈ గ్రాఫ్ ను గమనించాకమీరు దేని గురించి తెలుసుకునే కుతూహలం ఉంది.

ఏక కాలంలో వేసని కాలం మరియు చలికాలం

వేర్వేరు దేశాల రెండు నగరాల వాతావరణానికి సంబంధించిన దత్తాంశాలను కింది పట్టిక చూపుతున్నది సంఖ్యలను గంటలలో ఇవ్వబడింది. ఈ దత్తాంశం దేనికి సంబంధించిందో మీరు ఊహించగలరా?

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

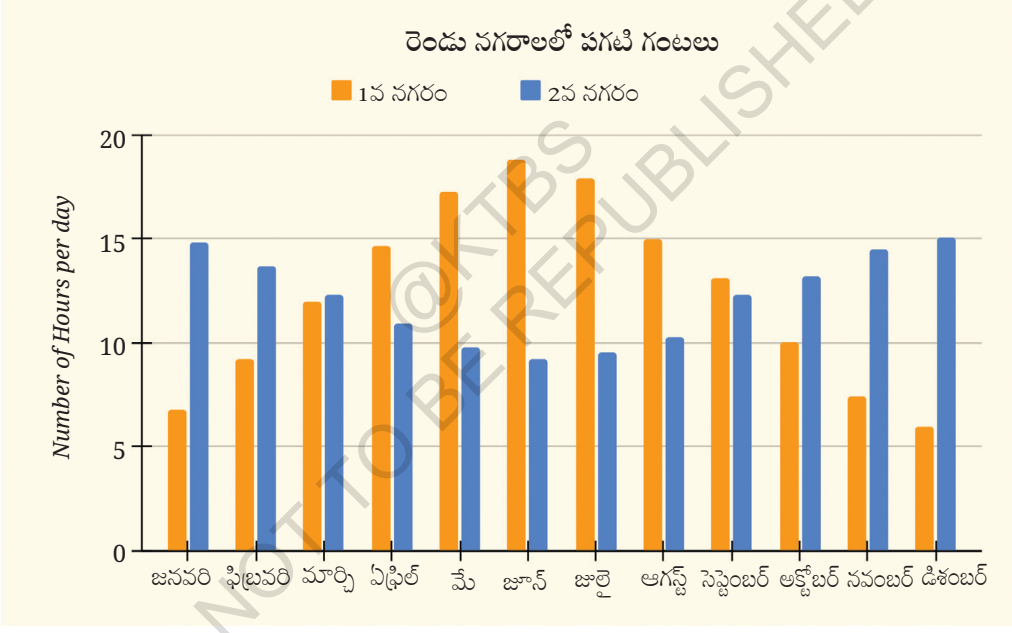
1వ నగరం

జనవరి	ఫిబ్రవరి	మార్చి	ఏప్రిల్	మే	జూన్	జులై	ఆగస్ట్	సెప్టెంబర్	అక్టోబర్	నవంబర్	డిశంబర్
210	257	372	441	536	564	555	465	394	310	222	186

2వ నగరం

జనవరి	ఫిబ్రవరి	మార్చి	ఏప్రిల్	మే	జూన్	జులై	ఆగస్ట్	సెప్టెంబర్	అక్టోబర్	నవంబర్	డిశంబర్
459	384	381	327	304	276	295	318	369	409	435	468

ఈ దత్తాంశం నెలవారి పగటి గంటలను (అనగా, సూర్యుడు కనీసం క్షితిజానికి పాక్షికంగా పైన) రెండు నగరాల సంవత్సర పగటిపూటను చూపుచున్నది. దత్తాంశాల ఆధారంగా ప్రతినెల రోజువారి సరాసరి గంటలను నెలలోగల రోజులతో భాగించి, ఈ సరాసరి పొందబడింది.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సమర్పించిన సమాచారాన్ని గుర్తించడానికి మరియు వ్యాఖ్యానించడానికి మనం 2 దశల ప్రక్రియను అనుసరిద్దాం

1వ దశ : ఏమేమి ఇవ్వబడిందో గుర్తించడం.

? గ్రాఫ్ ఎలా నిర్వహించబడింది, ఏ ప్రమాణం ఉపయోగించబడింది మరియు దత్తాంశాలు ఏ నమూనాలను చూపుతున్నాయో గమనించండి.

- అడ్డరేఖ సంవత్సరంలోని నెలలను చూపుతున్నది. 1యూనిట్ = 5 గంటలు అను ప్రమాణాన్ని ఉపయోగించండి. నిలువు వరుస రోజుకు పగటి సమయపు సరాసరి గంటలను చూపుతున్నది. జూన్ నెల 1వ నగరానికి గరిష్ట మరియు 2వ నగరానికి కనిష్ట విలువ కలిగియుంది.

2వ దశ : ఇచ్చిన అంశాలు నుండి నిర్ధారించండి.

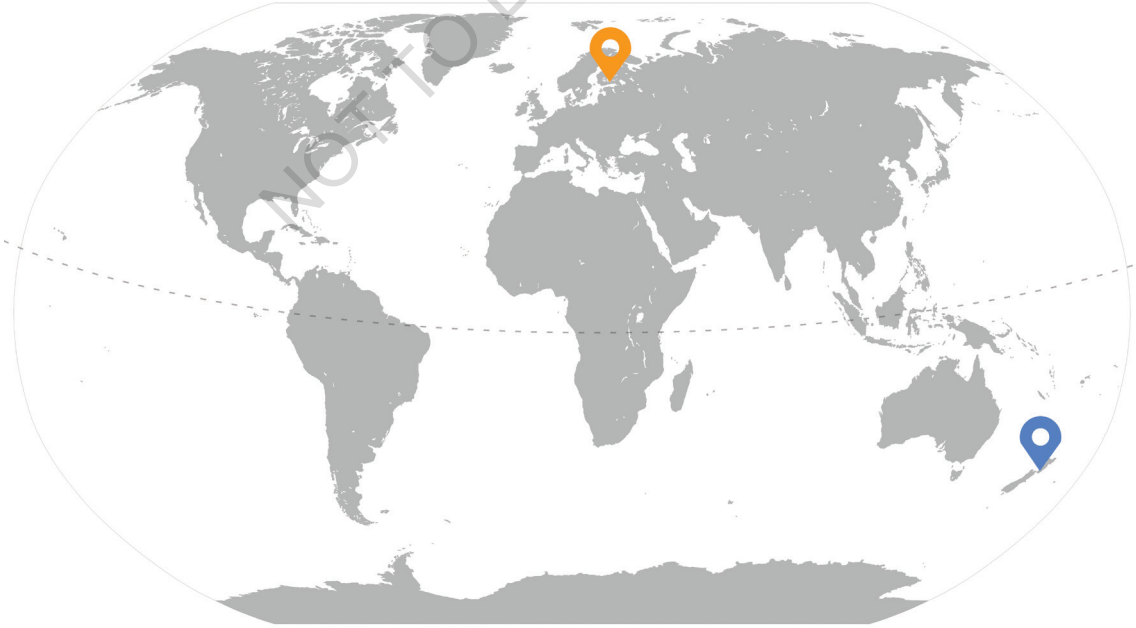
మీ ప్రతి పరిశీలనలను విశ్లేషించండి మరియు వ్యాఖ్యానించండి. సరైన సారాంశాలు మరియు నిర్ణయాల వ్యాఖ్యానాలు పంచుకోండి.

- 1వ నగరంలో పగటి సమయపు గంటలను సరాసరి జనవరి నుండి పెరుగుతూ జూన్‌లో గరిష్టం సుమారుగా 17–18 గంటలకు చేరుతున్నది. అది తరువాత తగ్గుతూ, డిశంబర్‌లో కనిష్టం 6 గంటలకు చేరు తున్నది.
- 2వ నగరంలో రోజులోని పగటి సమయం జనవరి నుండి తగ్గుచున్నది జూన్‌లో కనిష్టం 9 గంటలపు చేరుతున్నది. అది డిశంబర్ నాటికి పెరుగుతూ గరిష్టంగా 15 గంటలకు చేరుతున్నది.
- 1వ నగరంలో గరిష్ట మరియు కనిష్ట విలువలు 2వ నగరం కంటే చాలా ఎక్కువ విలువ కలిగియుంది అనగా, 1వ నగరం రోజుకు పగటి సమయం గంటల గరిష్ట సంఖ్య 2వ నగరం కంటే ఎక్కువ ఉంది. 1వ నగరం రోజుకు పగటి సమయపు గంటలు 2వ నగరాని కంటే తక్కువ
- జూన్‌లో పూర్తిరోజు (24 గంటలు) $\frac{3}{4}$ అంత సమయం పగటిపూట కాంతిని 1వ నగరం అనుభవించగా డిశంబర్ నుండి – జనవరి వరకు పూర్తి రోజు కేవలం సుమారు $\frac{1}{4}$ అంత సమయం పగటిపూట కాంతిని చూస్తున్నది.

ఆ రెండు నగరాలు ఎక్కడున్నాయో అని కల్పనను అది ఇస్తున్నదా?

1వ నగరం మరియు 2వ నగరం వరుసగా ఉత్తరార్ధ గోళం మరియు దక్షిణార్ధ గోళాలలో భూమధ్య రేఖకు దూరంగా ఉన్నాయి. ఫిన్లాండ్ చెందిన హెల్సింకి 1వ నగరం మరియు న్యూజిల్యాండ్‌కు చెందిన 2వ నగరం వెల్లింగ్టన్. వాటిని గ్రాఫ్‌లో చూపబడ్డాయి. జూన్‌లో ఉత్తరార్ధగోళం సూర్యునివైపు వాలడంవలన పగలు దీర్ఘంగా ఉంటుంది. అక్కడ వేసవి కాలంగా ఉంటుంది అదేవిధంగా దక్షిణార్ధగోళం సూర్యునికి దూరంగా ఏటవాలుగా (వాలి) ఉండటం వలన పగలు తక్కువగా ఉటుంది, చలికాలంగా ఉంటుంది తలక్రిందులైన ఋతువుల పగలు నమూనా నగరాలు వ్యతిరేక అర్ధగోళాలు ఉన్నట్లుంటాయి. విలువలోగల పెద్ద వ్యాత్యాసానికి కారణం – అవి భూమధ్యరేఖకు దూరంగా ఉండటం.

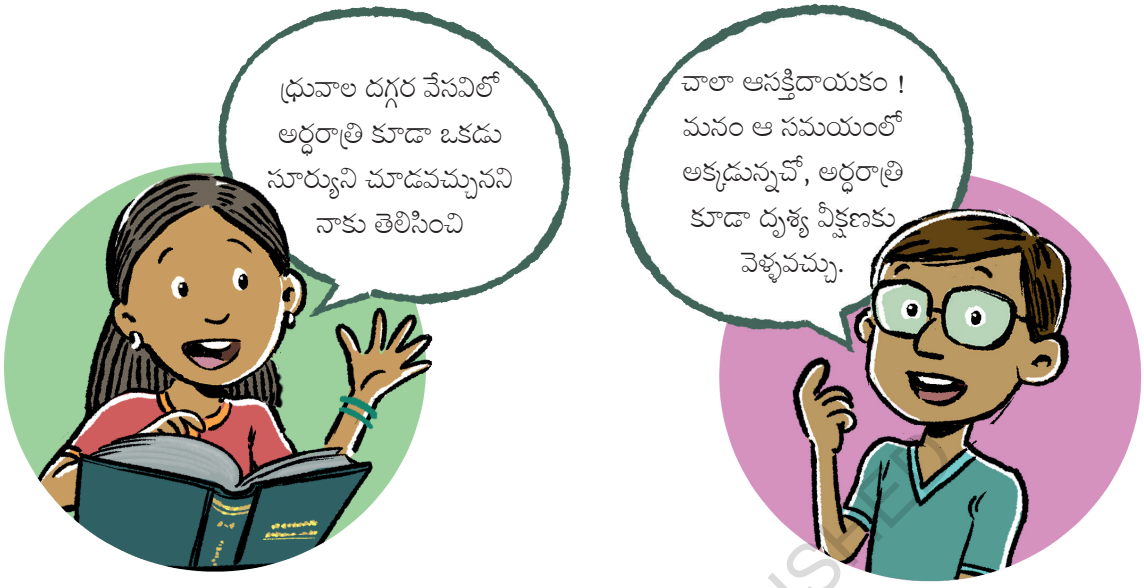
©KTRS NOT TO BE REPUBLISHED



? మీరు ఇంకా ఏమైనా ఎక్కువగా అన్వేషించాలనుకుంటున్నారా?

? మీరు విశ్లేషించాలనుకునే ఇంకా ఏమైనా అంశాలున్నాయా?

గణితపు మాట



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

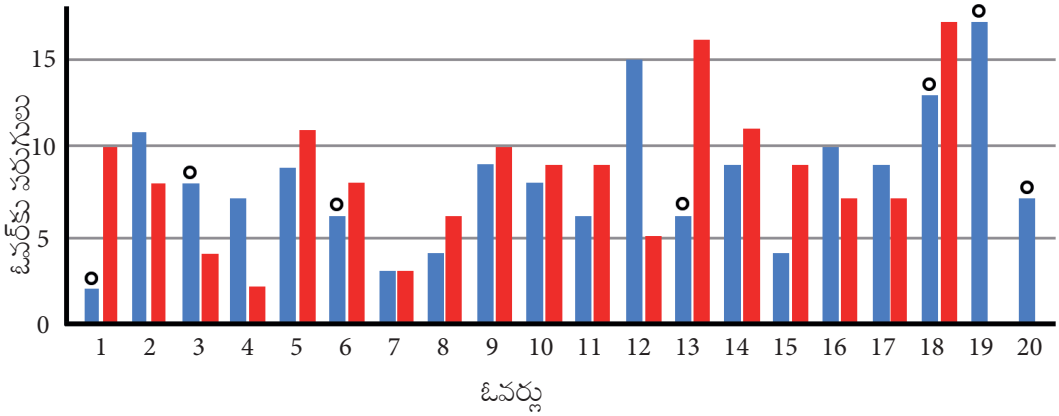


©timeanddate.com/Brendan Goodenough

నార్వేలోని అందోయాలో అర్ధ (మధ్య) రాత్రి

అదొక నిమిషమంత తీసుకుంటుంది

మీరు ఎప్పుడైనా క్రికెట్ మ్యాచ్ చూడటం తప్పించుకున్నారా ? మీరు గ్రాఫ్ చూడటం వలన దానిని ఒక నిమిషంలో కనుగొనవచ్చు.



అడ్డ వరుస పట్టిక ఓవర్లు 1 నుండి ప్రారంభించడం చూపున్నది. నిలువు వరుస పొందిన రన్‌లను సూచిస్తున్నది. ఈ గ్రాఫ్, ప్రతి ఓవర్‌లో పొందిన రన్‌ను జత దిమ్మె (స్తంభ) గ్రాఫ్‌గా చూపుతున్నది. అందులో ప్రతి స్తంభం (దిమ్మె) ఒక జట్టుకు సంబంధించియుంటుంది. మనం వాటిని నీలం జట్టు (నీలం రంగుతో సూచించ బడింది) మరియు ఎరుపు జట్టు (ఎరుపు రంగతో సూచించబడింది) అని పిలుద్దాం. రన్‌లకు ఉపయోగించిన ప్రమాణం 1 యూనిట్ = 5 రన్‌లు స్తంభాల మీద చూపిన వృత్తాలు పోగొట్టుకున్న వికెట్లను సూచిస్తాయి.

? గ్రాఫ్ ఆధారంగా కిందివాటికి సమాధానమివ్వండి.

1. ఎవరు ముందుగా బ్యాటింగ్ చేశారో చెప్పవచ్చా? ఎవరు మ్యాచ్ గెలిచారు?
2. నీలం జట్టు 12వ ఓవర్లలో ఎన్ని రన్‌లు పొందింది?
3. ఏ ఓవర్‌లో ఎరుపు జట్టు కనిష్ట రన్‌లు పొందింది?
4. ముందుగా బ్యాటింగ్ చేసిన జట్టు నిర్దిష్టపరచిన లక్ష్యాన్ని చెప్పవచ్చా?

? వీటిని కనుకొనండి

1. కింది ఇన్ఫోగ్రాఫిక్ గాలిలో, నేలమీద మరియు నీటిలో కొన్ని జంతువుల వేగాన్ని చూపుతున్నది. ఈ గ్రాఫ్‌ను బార్‌గ్రాఫ్ అని పిలుచవచ్చా?

   (a) ఈ గ్రాఫ్‌లో ఏ స్కేలు ఉపయోగించాం?

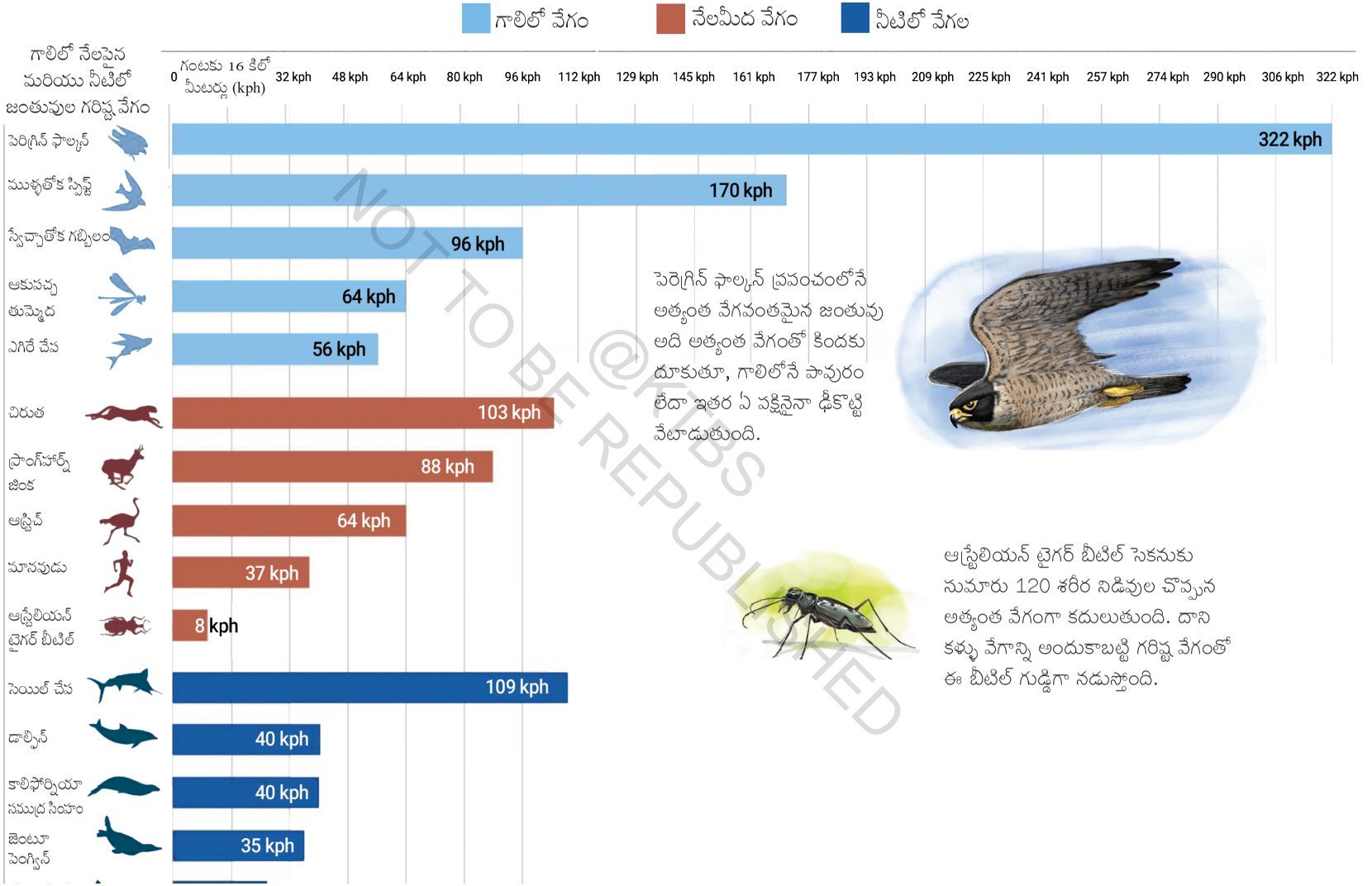
   (b) మీరు ఇన్ఫోగ్రాఫిక్‌లో ఏమి ఆసక్తిదాయకాన్ని చూడగలరు? మీరు తిరిగి ఏమేమి అన్వేషించాలనుకున్నారు?

   (c) ఒక జంతువు యొక్క వేగం మరొక దాని కంటే రెండు రెట్లుగల ఒక జత జంతువులను గుర్తించండి.

   (d) సెయిల్ చేప హంప్‌బ్యాక్ తిమింగలం కంటే 4 రెట్లు వేగంగా ఉంటుందని మనం చెప్పవచ్చా? సెయిల్ చేప ప్రపంచంలోని చాలా వేగపు జలచర జంతువుగా మనం చెప్పవచ్చా?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఎంత వేగం



పెరెగ్రిన్ ఫాల్కన్ ప్రపంచంలోనే అత్యంత వేగవంతమైన జంతువు అది అత్యంత వేగంతో కిందకు దూకుతూ, గాలిలోనే పావురం లేదా ఇతర ఏ పక్షినైనా ఢీకొట్టి వేటాడుతుంది.

ఆస్ట్రేలియన్ టైగర్ బీటిల్ సెకనుకు సుమారు 120 శరీర నిడివుల చొప్పున అత్యంత వేగంగా కదులుతుంది. దాని కళ్ళు వేగాన్ని అందుకాబట్టి గరిష్ట వేగంతో ఈ బీటిల్ గుడ్డిగా నడుస్తోంది.

NOT TO BE REPUBLISHED @TSBSE

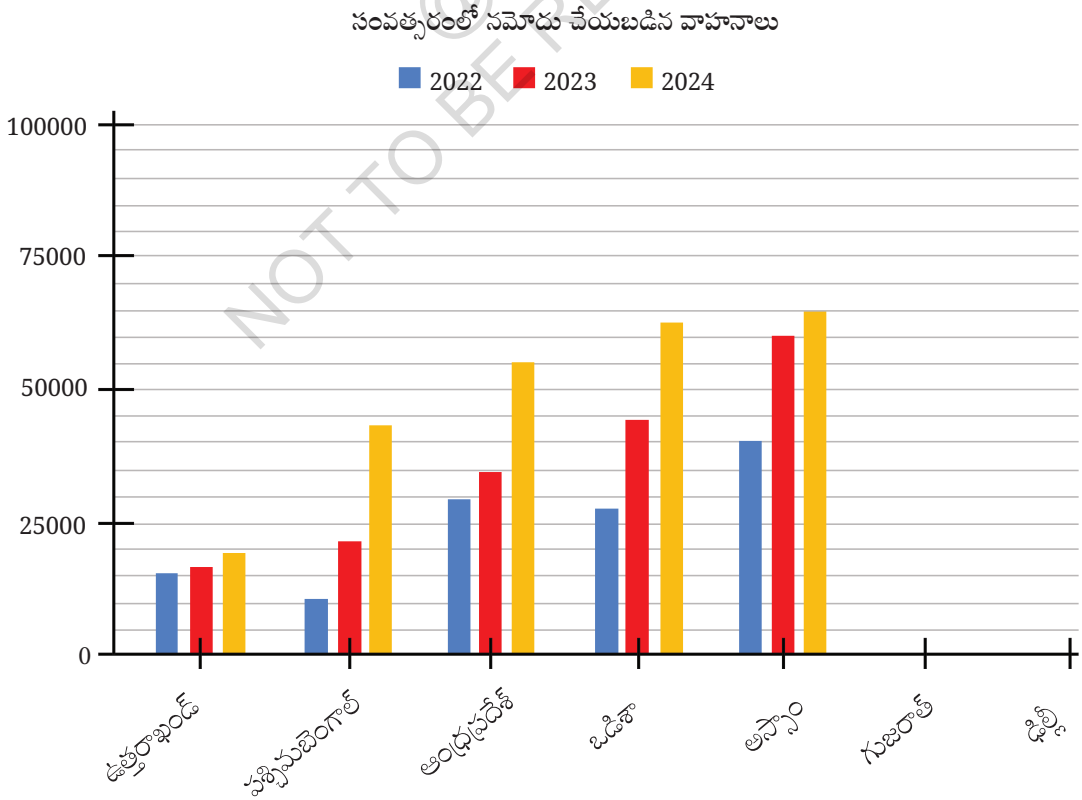
2. మీరు జలచరాలు (జల వాసులు / నీటి ద్వారా) వాయుచరాలు (గాలి ద్వారా) లేదా అంతరిక్ష వాసులు అయ్యే అతీతమైన శక్తి పొందినచో దేనిని ఎంచుకుంటారు? రెండు తరగతుల ప్రతి ఎంపికను ఎలా ఎంచుకున్నాయో పోల్చెడి ఒక జత దిమ్మ చిత్రం గీయండి. అనేదానిని ప్రేయషి తన తరగతి విద్యార్థులను అడిగింది. ప్రతిక్రియలు కింద చూపబడ్డాయి. కొంతమంది ఏది కాదు / వద్దు అనేదానిని ఎంచుకున్నారు, ఒక సరైన ప్రమాణాన్ని ఎంచుకోండి.

తరగతి 5	w, a, a, a, w, n, s, a, n, w, a, a, a, a, a, w, w, s, a, a, n, w, a, a, n
తరగతి 9	n, w, s, a, s, w, s, s, a, a, w, s, s, a, s, a, n, w, s, s, a, w, a, w, a

3. వేర్వేరు నెలల రెండు రోజులలో జోధ్‌పూర్ మరియు రాజస్థాన్‌లలోగల ఉష్ణోగ్రతలలోని మార్పులను కింద ఇవ్వబడినవి దిమ్మ చిత్రం గీయండి.ప్రమాణం 1 యూనిట్ = 4°C ఉపయోగించండి. ఏ రెండు నెలలకు చేరియుండవచ్చో ఊహించగలరా?

	12 am	3 am	6 am	9 am	12 pm	3 pm	6 pm	9 pm
1వ రోజు	20°C	18°C	16°C	20°C	26°C	34°C	30°C	24°C
2వ రోజు	37°C	34°C	30°C	33°C	37°C	43°C	42°C	39°C

4. కింది సమూహ దిమ్మ చిత్రం (clustered-bar) 2022 నుండి 2024 వరకు ప్రతి సంవత్సరం కొన్ని రాష్ట్రాలలో నమోదైన విద్యుత్ వాహనాలను చూపుతున్నది.



©KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

(a) గుజరాత్ మరియు ఢిల్లీ రాష్ట్రాల దత్తాంశాలను (వేలకు అంచనా వేయబడింది) కింది పట్టికలో ఇవ్వబడినవి. గ్రాఫ్‌లో అనురూపమైన దిమ్మ (బార్) లను గుర్తించండి. (మీరు రెండు సరైన లంబ మార్గసూచకాల మధ్య దిమ్మల (స్తంభాలు) పైభాగాన్ని ఉంచినచో చాలు!)

	2022	2023	2024
గుజరాత్	69000	89000	78000
డిల్లే	62000	74000	81000

(b) గ్రాఫ్‌ను ఎలా నిర్వహించబడింది. ఏ ప్రమాణం ఉపయోగించబడింది. మరియు ఏ దత్తాంశాలు ఏ విన్యాసాలను చూపుతున్నదో గమనించండి.

(c) 2022 మరియు 2024ల మధ్య వివిధ రాష్ట్రాలలోగల మార్పులను మీరెలా వివరించగలరు?

(d) 2022 తో పోల్చినచో 2023లో అస్సాంలో సుమారుగా ఎన్ని నమోదులు ఎక్కువగా ఉన్నాయి?

(e) 2022 నుండి 2024 వరకు పశ్చిమ బెంగాల్‌లో నమోదు (రిజిస్ట్రేషన్) ఎన్ని రెట్లు పెరిగింది?

(f) 2022 మరియు 2024లలో దిమ్మల ఎత్తులు పెరుగుదల కనిష్టంగా ఉన్నందున ఉత్తరాఖండ్‌లో చాలా తక్కువ కొత్త నమోదులున్నాయి – ఈ వ్యాఖ్యానం సరినా?

5.4 దత్తాంశ డిటెక్టివ్

ఒక అందమైన కథ రాయడానికి మనం ఉత్తమంగా రాయబడిన వాక్యాలను ఒకదాని తరువాత మరొకటి కలుపుతాము. అదేవిధంగా చక్కగా నిర్వహించబడిన మరియు ఉత్తమంగా నివేదించబడిన దత్తాంశాలు ఆసక్తికరమైన కథలను చెప్పవచ్చు మరియు నూతన అద్భుతాలను తెలుపవచ్చు లేదా అద్భుతాలను పరిష్కరించడానిక సహాయపడవచ్చు!

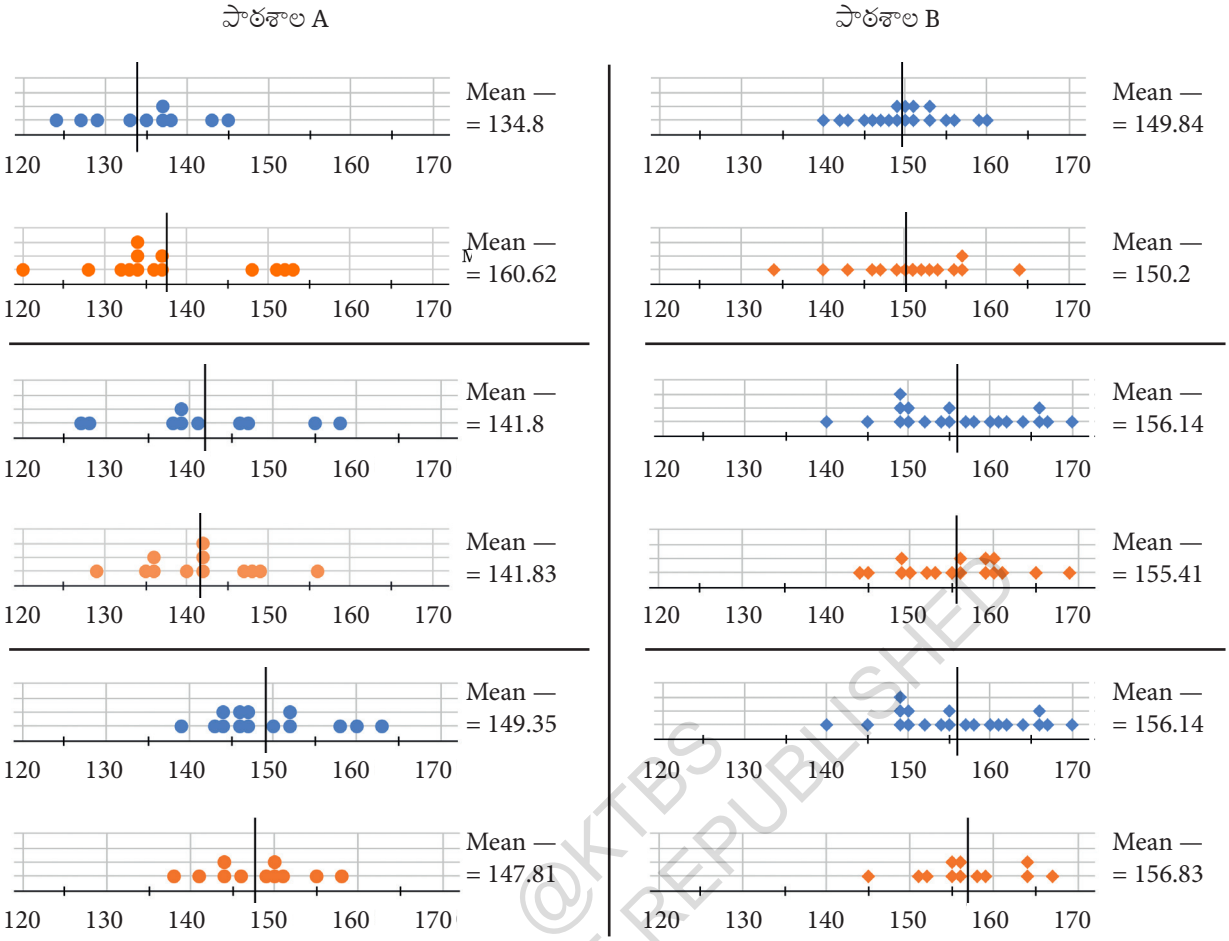
ఎత్తుల కథలు చెప్పడం.

ఇంతకు ముందే రెండు 5వ తరగతి గదులలో ప్రతి తరగతిలో బాల– బాలికల ఎత్తుల దత్తాంశాలను గమనించాం. అందులో ఒక తరగతిలో బాలికల సరాసరి ఎత్తు బాలురకంటే ఎక్కువగా ఉంది. దీనికి విరుద్ధంగా మరొక తరగతిలో బాలికల సరాసరి ఎత్తు బాలుర కంటే ఎక్కువగా ఉంది.

? రెండు వేర్వేరు పాఠశాలల 6, 7 మరియు 8వ తరగతుల బాలుర (నీలం రంగు) బాలికల (నారింజ రంగు) ఎత్తుల చుక్కల గ్రాఫ్‌లు కిందివిధంగా ఉన్నాయి – మీరు ఏమేమి గమనించగలరు? మీ అభిప్రాయాలను పంచుకోండి.

గణితపు మాట

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

పై దత్తాంశాలను గమనించండి. మీరు ఆశ్చర్యపడవచ్చు.

ఈ రెండు పాఠశాలల ఒకే తరగతుల ఎత్తులలో గణనీయమైన వ్యత్యాసం ఎందుకు ఉంది?

"ఈ పాఠశాలలు ఎక్కడున్నాయి?"

"మా పాఠశాలలోని 6 నుండి 8వ తరగతుల విద్యార్థులు ఎంత ఎత్తు ఉన్నారు?"

6వ తరగతిలోని బాల-బాలికలందరి సరాసరి ఎత్తులు ఎంత?

సాధారణంగా పురుషులు మహిళల కంటే ఎత్తుగా ఉంటారు. అయితే, బాలురు మరియు బాలికల ఎత్తుల గురించి ఏమేమి గమనించారు? బాలురు బాలికల కంటే ఎత్తుగా ఉన్నారా? సరి, ఒకటి లేదా రెండు పాఠశాలల దత్తాంశాలను చూడటం వలన మనదేశం లేదా ప్రపంచమంతటా పిల్లలందరినీ సాధారణీ కరించడానికి సాధ్యం కాదు.

భారతదేశంలో వివిధ వయస్సుల బాల- బాలికల ఎత్తుల కొన్ని దత్తాంశాలను (సమీక్ష ఆధారంగా) చూద్దాం. 1989, 1999, 1009 మరియు 2019 వ సంవత్సరాలలో 5 నుండి 19 సంవత్సరాల వయస్సు గల బాల-బాలికల సరాసరి ఎత్తులను (సెంటీమీటర్లలో) కింద ఇచ్చిన పట్టిక చూపుతున్నది. ప్రతి సంవత్సరం మొదటి నిలువు వరుస బాలుర ఎత్తులు మరియు రెండవ నిలువు వరుస బాలికల ఎత్తులు చూపుతున్నది

వయస్సు	1989		1999		2009		2019	
5	101.3	100	102.4	101.7	105.1	104	107.1	107.2
6	107.5	106	108.7	107.5	111	109.7	113.1	112.9
7	113	111.4	114.2	112.6	116.2	114.8	118.6	118
8	118.1	116.5	119.2	117.5	120.9	119.6	123.5	122.7
9	122.9	121.7	123.9	122.4	125.2	124.5	128.1	127.6
10	127.5	127.3	128.3	127.8	129.4	129.9	132.6	132.8
11	132.2	133.4	132.8	133.6	133.7	135.7	137	138.6
12	137.7	139	138	139.1	138.9	141.1	142.2	143.8
13	144.2	143.2	144.3	143.1	145.2	145.1	148.4	147.7
14	150.6	146.2	150.5	146.1	151.5	148	154.4	150.4
15	155.4	148.5	155.2	148.4	156.3	150.1	159	152.4
16	158.9	150.1	158.7	150.1	159.9	151.6	162.3	153.8
17	161.3	151.2	161.4	151.3	162.6	152.6	164.6	154.7
18	162.9	151.8	163.2	152.1	164.3	153	166	155.2
19	163.5	151.9	164.2	152.4	165.1	153	166.5	155.2

? పై పట్టికలో నివేదించిన దత్తాంశాలు గమనించడానికి తగిన సమయం తీసుకోండి. మీరు కనుగొన్నదానిని తరగతిలో పంచుకోండి.

గణితపు మాట

పరిశీలించడానికి మీకు కొన్ని సూచనలు. కింద ఇవ్వబడ్డాయి.

- 1989 నుండి 2019 వరకుగల ఒక నిర్దిష్ట వయస్సు గల బాల-బాలికల ఎత్తులలోగల మార్పులు.
- ఒక నిర్దిష్ట సంవత్సరంలో వివిధ వయస్సుల బాల-బాలికల ఎత్తులు.
- 2019లో బాల-బాలికలలోని వరుసక్రమ / సతత వయస్సుల మధ్య ఎత్తులలోని మార్పులు.

? దత్తాంశాలను ఉపయోగించి, కింది ఏ వ్యాఖ్యానాలను సమర్థించవచ్చు?

1. 1989 నుండి 2019 వరకు ప్రతి వయస్సులో బాల-బాలికల సరాసరి ఎత్తులు ఎక్కువగా ఉన్నాయి.
2. 1989లో 13-సంవత్సరాల వయస్సుగల బాలికల సరాసరి ఎత్తు 2009లో 14-సంవత్సరాల బాలికల సరాసరి ఎత్తుకంటే ఎక్కువగా ఉంది.
3. 2019లో 15 సంవత్సరాల వయస్సు బాలుర సరాసరి 1989లో 16 సంవత్సరాల వయస్సు బాలుర సరాసరి ఎత్తుకంటే ఎక్కువగా ఉంది.
4. 13 సంవత్సరాలు వయస్సు బాలికలందరూ 11 సంవత్సరాల బాలికలందరి కంటే ఎత్తుగా ఉన్నారు.
5. 5 నుండి 19 వరకుగల వయస్సు అవధికి బాలుర సరాసరి ఎత్తు బాలికల సరాసరి ఎత్తుకంటే ఎక్కువగా ఉంది.
6. బాలురు 19 సంవత్సరాల వయస్సు తరువాత కూడా పెరుగుతూనే ఉంటారు.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

2019లో 5 నుండి 19 సంవత్సరాలలో ఏ రెండు వరుసక్రమ వయుస్సుల బాలురు ఎక్కువ పెరిగారు?

గణితపు మాట

ఒక నవజాత శిశువు యొక్క ఎత్తు 50 cm అని అనుకుందాం. 1 నుండి 4 సంవత్సరాల వయస్సుగల చిన్న పిల్లల సరాసరి ఎత్తులను అంచనా వేయండి.

పట్టికలో కనబడిన ప్రవృత్తి ఆధారంగా 2029వ సంవత్సరంలో 5నుండి 195 సంవత్సరాల వయస్సుగల బాల-బాలికల మీ అందాజు ఎత్తులు రాయండి.



మీరు దత్తాంశాలు లేదా కొన్ని గ్రాఫ్‌లు చూసినప్పుడల్లా అవి తెలపాల్సిన కథలు తెలుసుకోవడానికి మరియు అందులో ఉండాల్సిన అద్భుతాలను తెలుసుకోవడానికి సరిగ్గా గమనించండి.

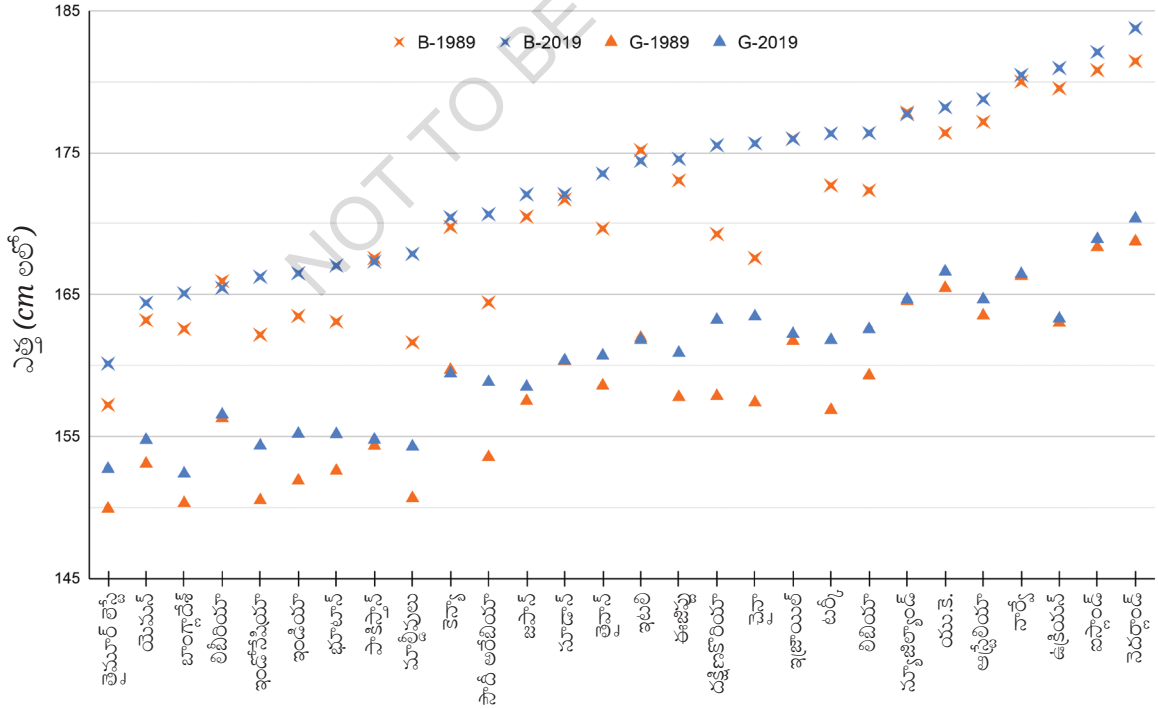
మీరు బరువుల దత్తాంశాలు చూడాలను కోవచ్చు. లేదా ఇతర దేశాలలో కూడా ఇలాంటి విన్యాసాలు ఉన్నాయని చూసెడి కుతూహలం మీకు ఉండవచ్చు. కొన్ని శతాబ్ధాల క్రిందట మానవులు చాలా మరు గుజ్జులుగా ఉన్నార నేది మీకు ఆశ్చర్యం కలుగవచ్చు! అంతేగాక, కొన్ని దేశాలు ప్రజలు ఇతర దేశాల ప్రజల కంటే ఎత్తుగా ఉన్నారా? కింది దృశ్యమానం 1989 నుండి 2019 వరకు గల వివిధ దేశాల 19-సంవత్సరాల వయస్సుగల బాల-బాలికల సరాసరి ఎత్తులోగల మార్పులను చూపుతోంది.

గ్రాఫ్‌ను ఎలా నిర్వహించబడింది? ఏ వివరాలు నివేదించబడినవి?

మీకు ఏది ఆసక్తికరం అనిపించింది?

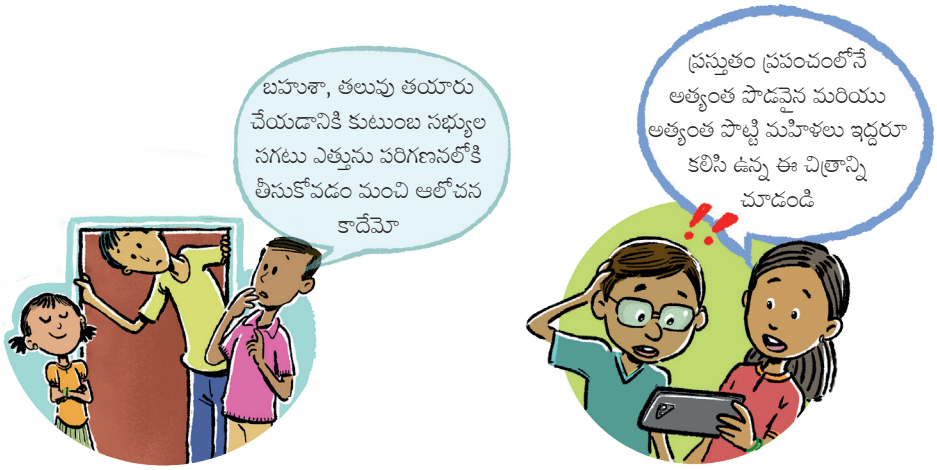
గణితపు మాట

లంబరేఖ 145cm నుండి ప్రారంభమవుతుందని గమనించండి. అది ఎత్తును దగ్గరగా చూసి ఇవ్వడానికి సహాయపడుతుంది.



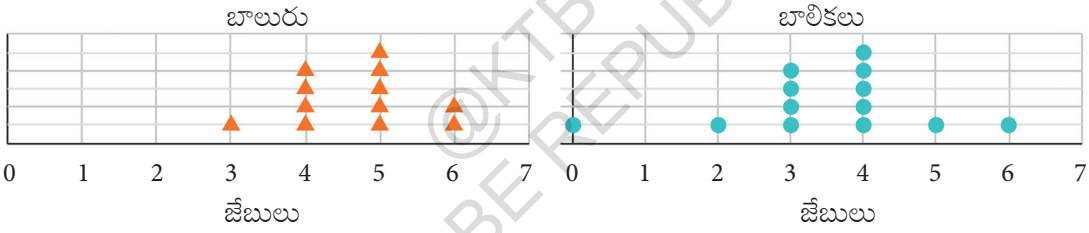
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఒక సరాసరి నిర్ణయం.



? వీటిని కనుగొనండి

1. కింది చుక్కల పటాలు (గ్రాఫ్‌లు) బాలుర గుంపు మరియు బాలికల గుంపుకు దుస్తుల మీద జేబుల వితరణను చూపుతున్నది.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

పై చుక్కల పటాల ఆధారంగా కింది ఏ వాక్యాలు సరైనవి?.

(a) దత్తాంశాలు బాలికలకంటే బాలురకు ఎక్కువ మారుతాయి.

(b) బాలుర జేబుల మధ్యాంకం బాలికల కంటే ఎక్కువ.

(c) బాలికల జేబుల సరాసరి బాలుర కంటే ఎక్కువ.

(d) బాలుర జేబుల గరిష్ఠ సంఖ్య బాలికల కంటే ఎక్కువ.

2. ప్రతి ఆటగాడు నాలుగు ఆటలలో పొందిన పాయింట్లను కింది పట్టిక చూపుతున్నది

ఆటగాడు	1వ ఆట	2వ ఆట	3వ ఆట	4వ ఆట
A	14	16	10	10
B	0	8	6	4
C	8	11	ఆట ఆడలేదు	13

ఇప్పుడు కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలివ్వండి :

(a) ప్రతి ఆటలో A పొందిన పాయింట్ల సరాసరిని కనుగొనండి.

(b) ప్రతి ఆటలో C పొందిన పాయింట్ల సరాసరిని కనుగొనడానికి మీరు మొత్తం పాయింట్లను 3 లేదా 4 భాగిస్తారా? ఎందుకు? B గురించి ఏమిటి?

(c) ఎవరు ఉత్తమ ప్రదర్శకులు ?

3. సామాన్య జ్ఞాన క్విజ్‌లో ఒక గుంపు విద్యార్థులు (100 కు) పొందిన మార్కులు 85, 76, 90, 85, 39, 48, 56, 95, 81 మరియు 75. అదే క్విజ్‌లో మరొక గుంపు పొందిన మార్కులు 68, 59, 73, 86, 47, 79, 90, 93 మరియు 86. సరాసరి మరియు మధ్యాంకం ఉపయోగించి గుంపుల నిర్వహణను పోల్చండి మరియు వివరించండి.

4. ఒక కాలనీలో సమీక్ష నుండి సేకరించబడిన దత్తాంశాలను పరిగణించండి.

ఇష్టమైన క్రీడ	క్రికెట్	బాస్కెట్ బాల్	ఈత	హాకి	అథ్లెటిక్స్
వీక్షిస్తున్నవారు	1240	470	510	430	250
పాల్గొన్నవారు	620	320	320	250	105

సరైన ప్రమాణం ఎంచుకోండి మరియు జత దిమ్మ (స్తంభ) చిత్రాలు గీయండి. మీ పరిశీలనలను రాయండి.

5. కింద ఇచ్చిన ఎత్తుల (cm లలో) 17 మంది విద్యార్థుల ఒక గుంపును పరిగణించండి : 106, 110, 123,125,117, 120, 112, 115, 110, 120, 115, 102, 115, 115, 109, 115, 101 వ్యాయామ విద్య ఉపాధ్యాయుడు తరగతిని ప్రతి గుంపులో సమాన సంఖ్యలో విద్యార్థులు ఉండునట్లు రెండు గుంపులు చేయాలనుకున్నారు: ఒక గుంపులోని విద్యార్థుల ఎత్తులు ఒక నిర్దిష్ట ఎత్తుకంటే తక్కువ గా ఉంటుంది. మరొక గుంపులోని విద్యార్థుల ఎత్తులు ఒక నిరిష్ట ఎత్తు కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది. దీనిని చేయడానికి ఒక విధానాన్ని సూచించండి. ఎత్తుల కథ చెప్పడం విభాగపు పట్టికలోని దత్తాంశాల ఆధారంగా ఈ విద్యార్థుల ఈ వయస్సులను మీరు ఊహించగలరా?

6. మీ తరగతిలోని ఎత్తుల సరాసరి మరియు మధ్యాంకాలను వివరించండి. ఒక చుక్కల పటంలో ఎత్తులను దృశ్యమానం చేయవచ్చు.

7. ఒక పాఠశాలలో 7వ తరగతిలో రెండు విభాగాలున్నాయి ప్రతి విభాగంలో 15 మంది బాలురు మరియు 15 మంది బాలికలు ఉన్నారు. ఒక విభాగంలో విద్యార్థుల ఎత్తుల సరాసరి ఎత్తు 154.2 cm, ఈ వివరాల నుండి మరొక విభాగపు విద్యార్థుల సరాసరి ఎత్తుల గురించి ఏది నిజమైయుండవచ్చు?

(a) మరొక విభాగపు విద్యార్థుల ఎత్తుల సరాసరి 154.2 cm కంటే తక్కువ.

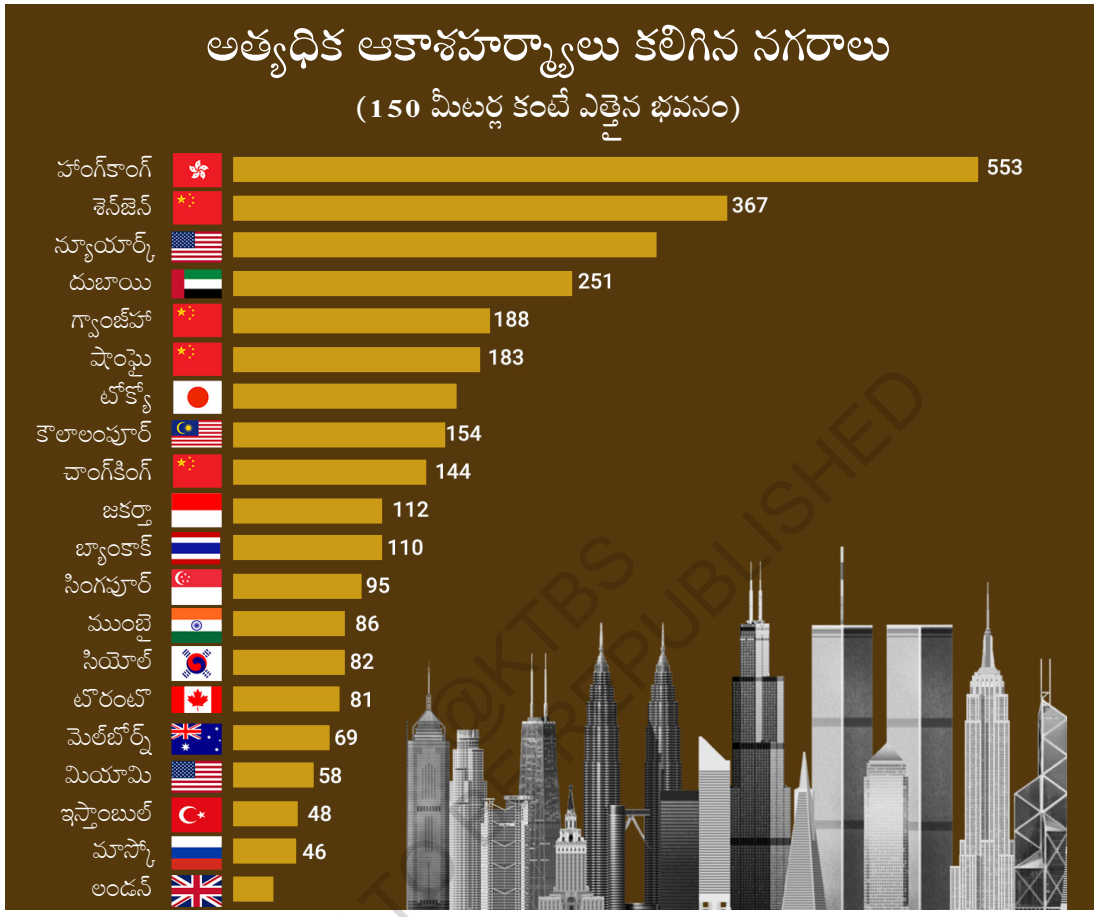
(b) మరోక విభాగపు విద్యార్థుల సరాసరి ఎత్తు 154.2 cm కంటే తక్కువ.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(c) మరొక విభాగపు విద్యార్థుల సరాసరి ఎత్తు 154.2 కంటే ఎక్కువ.

(d) మరొక విభాగపు విద్యార్థుల సరాసరి ఎత్తు నిర్ణయించబడదు.

8. తుఫానులో నిటారుగా నిలబడటం.



(a) న్యూయార్క్, టోక్యో మరియు లండన్‌లలోగల ఆకాశ హర్మ్య భవనాల అందాజు విలువ రాయండి.

(b) కింది వాక్యాలు సమంజసమైనవా?

(i) కేవలం 12 నగరాలలో ముంబై కంటే ఎక్కువ ఆకాశహర్మ్యం (Sky Scapers) భవనాలున్నాయి.

(ii) కేవలం 7 నగరాలలో ముంబై కంటే తక్కువ ఆకాశ హర్మ్యం భవనాలున్నాయి.

(iii) ప్రపంచంలోని అత్యంత ఎత్తైన భవనం హాంగ్‌కాంగ్‌లో ఉంది.

9. కింది పట్టికలో పట్టీ చేసిన వస్తువులను అంచనా వేయండి. తరువాత కొలవండి. ఈ దత్తాంశాల ఆధారంగా జత దిమ్మ చిత్రాలు గీయండి. మీ అంచనాలు ఎంత ఖచ్చితంగా ఉన్నాయి? అంచనా మరియు కొలత ఖచ్చితంగా ఉన్నాయి? అంచనా మరియు కొలత చేసిన విలువల సరాసరి వ్యత్యాసాలు కనుగొనండి.

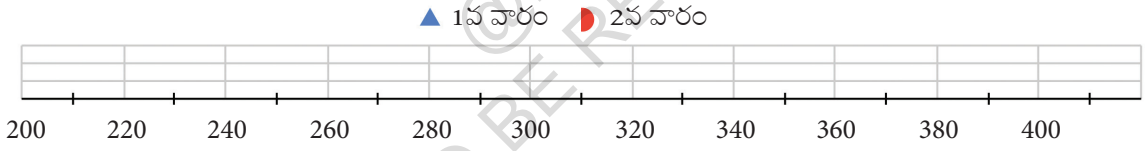
వస్తువు	అంచనా (cm లలో)	కొలత (cm లలో)	ధనాత్మక వ్యత్యాసం
పెన్ను పొడవు			
ఎరేజర్ పొడవు			
మీ అరబేతి పొడవు			
మీ జ్యామితి పెట్టె పొడవు			
మీ గణిత నోటుపుస్తకం పొడవు			

10. అదితి పజిల్స్ ఇష్టపడుతుంది. ఆమె ఇటీవల సులభ స్థాయి సుడోకు పజిల్స్ ప్రయత్నించడ ప్రారంభించింది. ఈ పజిల్స్ సాధించడానికి ఆమె తీసుకున్న సమయం (సెకన్లలో) **410, 400, 370, 340, 360, 400, 320, 330, 310, 320, 290, 380, 280, 270, 230, 220, 240.** మొదటి తొమ్మిది విలువలు 1వ వారం మరియు మిగిలినవి 2వ వారానికి సంబంధించినవి.

(a) రెండు వారాల దత్తాంశాలకు సంబంధించిన కింది చుక్కల చిత్రం గీయండి.

(b) దత్తాంశాల సరాసరి మధ్యాంకం మరియు మీరు దత్తాంశాల గురించి మీ పరిశీలనలను వివరించండి.





©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

11. **వ్యక్తిగత ప్రణాళిక (ప్రాజెక్ట్) :** కింది వాటి నుండి కనీసం ఒకదానిని ఎంచుకోండి.

(a) ఒక వాక్యం ఎంత పొడవు ఉంది? వేర్వేరు విషయాల ఏవైనా రెండు పాఠ్యపుస్తకాలను ఎంచుకోండి ప్రతి పుస్తకం నుండి తగినంత పాఠంగల ఏదైనా పుటను ఎంచుకోండి.

(i) ప్రతి పుటలోగల వాక్యాలలో ఎన్ని పదాలున్నాయో వివరించడానికి చుక్కల పటం ఉపయోగించండి.

(ii) సరాసరి మరియు మధ్యాంకాలు ఉపయోగించి రెండు పుటల దత్తాంశాలను పోల్చండి.

(b) పేరులో ఏముంది? మీ సహపాఠకులందరి పేర్లు రాయండి. ఈ దత్తాంశాలతో మీరు చేయదగిన కొన్ని ఆసక్తికరమైన విషయాలు కింద ఉన్నాయి.

(i) పేరు యొక్క పొడవు (పేరులోగల అక్షరాలు) సరాసరి మరియు మధ్యాంకాలను కనుగొనండి.

(ii) దత్తాంశాలను దృశ్యమానం చేయండి మరియు వాటి అస్థిరత /వ్యత్యాసం అలాగే కేంద్రీయ ప్రవృత్తులను వివరించండి

(iii) ఏ ప్రారంభ అక్షరాలు ఎక్కువ ప్రాచుర్యం పొందాయి? ఏమి తక్కువ ప్రాచుర్యం పొందాయి?

(iv) మధ్యాంకపు ప్రారంభ అక్షరం ఏది? A – M మరియు N – Z అక్షరాలతో ప్రారంభమయ్యే పేర్ల, సంఖ్య గురించి అది ఏమి చెప్పుతుంది?

(v) బాలుర పేర్లు మరియు బాలికల పేర్లను చూపెడి ఒక జత దిమ్మ చిత్రం కింద చూపిన విధంగా గీయండి.

i. అచ్చుల (vowels) నుండి ప్రారంభమై అచ్చులతో ముగియునట్లు.

ii. అచ్చుల నుండి ప్రారంభమై హల్లులతో (consonants) ముగియున్నట్లు

iii. హల్లులతో ప్రారంభమై, అచ్చులతో ముగియునట్లు

iv. హల్లులతో ప్రారంభమై, హల్లులతో ముగియునట్లు

12. వ్యక్తి గత ప్రణాళిక (దీర్ఘావధి) : దీనికి 2 వారాలు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ అవధిలో దత్తాంశాలు సేకరించా చాల్సిన అవసరం ఉంది.

లోపల మరియు వెలుపల ఒక రోజులో మీరు ఎన్నిసార్లు ఇంటినుండి వెలుపలికి వెళ్తారో గుర్తించండి. దానిని ఒక నెల చేయండి

(i) ఈ దత్తాంశాలు మార్పు/వైవిధ్యం మరియు కేంద్రీయ ప్రవృత్తులను వివరించండి. ఒక చుక్కల పటం చేయండి.

(ii) ఈ దత్తాంశాల గురించి మీరు ఏమైనా ఆసక్తికరమైనది కనుగొన్నారా? మీ పరిశీలనలను పంచుకోండి

(iii) వాటిని చేయడానికి నీ కుటుంబంలోని ఎవరైనా సభ్యుడు లేదా స్నేహితున్ని అడగవచ్చు.



13. చిన్న-గుంపు ప్రణాళిక (ప్రాజెక్ట్) : కింది వాటినుండి కనీసం ఒకదానిని ఎంచుకోండి. 8 నుండి 10 మంది ప్రజల గుంపులు నిర్మించండి. అవసరమున్న దత్తాంశాలను వ్యక్తిగతంగా అవసరమున్నట్లు సేకరించండి. ప్రతియొక్కరి దత్తాంశాలను ఒకటిగా కలిపి, సరిగ్గా విశ్లేషించండి మరియు దృశ్యమానం చేయండి.

(a) మన ఎత్తులు మరియు మన కుటుంబం ఎత్తులు. మీ కుటుంబ సభ్యులు ఎత్తులను సేకరించండి

(i) మీ కుటుంబ సభ్యులను మాత్రమే చూపెడి ఒక చుక్కల పటం నిర్మించండి. దాని వైవిధ్యం/మార్పు మరియు కేంద్రీయ ప్రవృత్తులను వివరించండి

(ii) ప్రతి విద్యార్థి యొక్క ఎత్తు మరియు వారి కుటుంబపు సరాసరి ఎత్తులకు ఒక జత దిమ్మ చిత్రం గీయండి.

(iii) ప్రతి యొక్కరి దత్తాంశాలను గమనించి, మీ అభిప్రాయాలను పంచుకోండి.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(b) సమయాన్ని అంచనా వేయడం: సమయాన్ని పరిశీలించండి మరియు మీ కన్నులు మూయండి. 1 నిమిషం గడిచింది అనిపించినప్పుడు (లెక్కించకుండా) కన్నులు తెరవండి మీరు ఎన్ని సెకెనుల తరువాత మీ కన్నులును తెరిచారో గమనించండి ఈ వివరాలను మీ మరియు కుటుంబ సభ్యుల నుండి సేకరించండి. 3 నిమిషాలను అంచనా వేయడానికి ఈ కార్యాచరణం పునరావర్తనం చేయండి.

(i) కేవలం మీ కుటుంబ సభ్యుల అంచనాలు చూపెడి రెండు చుక్కల పటాలను (1 నిమిషం మరియు 3 నిమిషాలకు) గీయండి.

(ii) వాటిని సంబంధించిన చుక్కల పట్టాలలో గుర్తించండి. వాటి మార్పు /వైవిధ్యం వివరించండి.

(iii) ప్రతి కుటుంబం యొక్క సరాసరి / నిమిషపు అంచనా మరియు సరాసరి 3 నిమిషాల అంచనాలను చూపెడి జత దిమ్మచిత్రాలు గీయండి.

(iv) ప్రతియొక్కరి దత్తాంశాలను గమనించి, మీ అభిప్రాయాలను పంచుకోండి.

సారాంశం

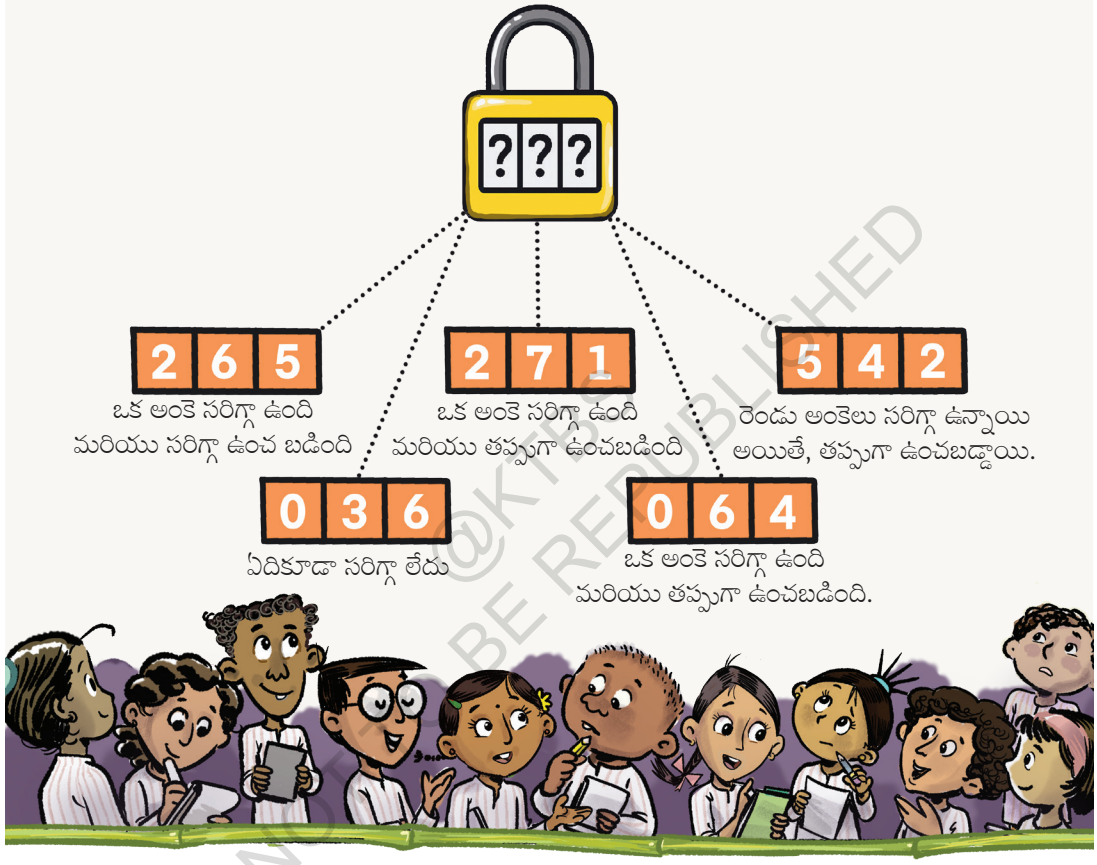
- చుక్కల పటాలు (Dot plots) దత్తాంశాలలోగల వైవిధ్యం – కనిష్టం, గరిష్టం, వ్యాప్తులు ఎలా సమూహం చెందాయి లేదా వ్యాపించాయి అనేదానిని గురించి ఒక త్వరిత వీక్షణ పొందడానికి మనకు సహాయపడుతాయి.
- అంకగణిత సరాసరి = $\frac{\text{దత్తాంశాలలోని అన్ని విలువల మొత్తం}}{\text{దత్తాంశాలలోని విలువలు}}$
- మధ్యాంకం ఏదైనా వర్గీకరించబడిన దత్తాంశాల మధ్యసంఖ్య. సరిసంఖ్యలున్నచో మధ్యాంకం మధ్య రెండు సంఖ్యల సరాసరి అవుతుంది.
- కనిష్టం, గరిష్టం, మొత్తం, వ్యాప్తి, అంకగణిత సరాసరి మరియు మధ్యాంకాలను నివేదించడం ద్వారా మనం దత్తాంశాలను చాలా రకాలుగా వివరించవచ్చు మరియు పోల్చవచ్చు.
- మనం గుంపు చేయబడిన దిమ్మచిత్రాలు ఎలా చదవాలో మరియు గీయాలో నేర్చుకున్నాం.
- దత్తాంశాలను పరిశీలించడం. కొత్త ప్రశ్నలు మరియు మరిన్ని పరిశోధనలకు దారి చూపవచ్చు.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

పజిల్ సమయం

చుక్కలు కలపండి

ఒక నంబర్ లాక్ (number lock 3 – అంకెల కోడ్ కలిగియుంది. కింద ఇవ్వబడిన సూచనలు (క్లూ) ఉపయోగించి, కోడ్‌ను కనుగొనండి.



NOT TO BE REPUBLISHED @KTR

6 నిర్మాణాలు మరియు టైలింగ్స్ (CONSTRUCTIONS AND TILINGS)

P2U5Z5

6.1 రేఖాగణిత నిర్మాణాలు

కళ్ళు

మనం 6వ తరగతిలో చేసిన 'కళ్ళు' నిర్మాణం మీకు గుర్తుందా?

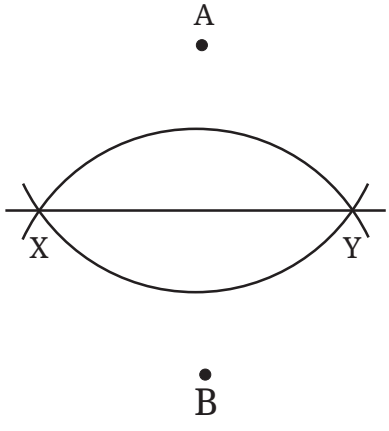




@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

అయితే, కళ్ళను స్వతంత్రంగా గీయవచ్చు, కానీ ప్రతి కంటి దిగువ చాపం మరియు ఎగువ చాపం (ఆర్క్) సాష్టంగా (సమరూపతగా) కనిపించేలా వాటిని నిర్మించాలనుకున్నాము.

A మరియు B అనే రెండు కేంద్రాలను నిర్ణయించడానికి మేము మా ప్రాంతీయ/స్థానిక అంచనాపై ఆధారపడ్డాము (చిత్రాన్ని చూడండి), దాని నుండి మేము వరుసగా దిగువ చాపం (ఆర్క్) మరియు ఎగువ చాపాన్ని గీసాము.



ఈ చాపాలు డ్రాయింగ్‌కు ఆధారం ఇచ్చే XY రేఖను నిర్వచిస్తాము, అయితే అది తుది చిత్రంలో భాగం కాదు. మనం ఈ సహాయక రేఖతో ప్రారంభించి A మరియు B కేంద్రాలను క్రమపద్ధతిలో కనుగొనవచ్చు.

కన్ను సాష్టంగా ఉండాలంటే, లేదా సహాయక రేఖ సమరూప రేఖగా ఉండాలంటే, ఎగువ మరియు దిగువ చాపాలు ఒకే వ్యాసార్ధాన్ని కలిగి ఉండాలి. మరో మాటలో చెప్పాలంటే, మనకు AX = BX ఉండాలి. AX

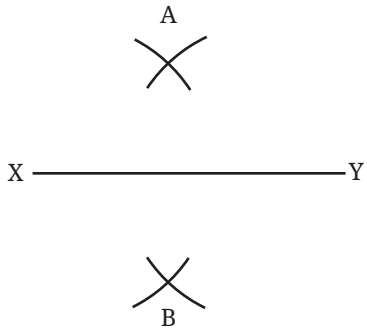
= AY మరియు BX = BY.

దీని అర్థం AX = AY = BX = BY

? అటువంటి A మరియు B లను మనం ఎలా కనుగొంటాము?

X మరియు Y నుండి, XY పైన మరియు క్రింద, ఒకే వ్యాసార్ధాలతో చాపాలను గీయండి.

XY పైన మరియు క్రింద చాపాలు కలిసే రెండు బిందువులు వరుసగా A మరియు B లను ఇస్తాయి.



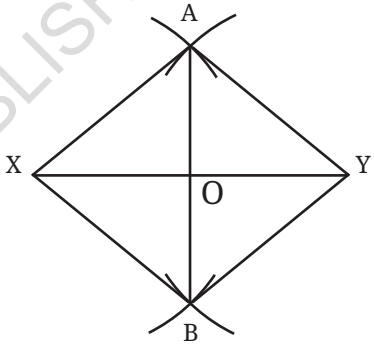
చిత్రం 6.1

దీన్ని ఉపయోగించి కన్ను నిర్మించండి.

? చిత్రం 6.1లో, A మరియు B లను ఒక రేఖతో కలపండి. AB, XY ని ఎక్కడ ఖండిస్తుంది మరియు వాటి మధ్య ఏర్పడే కోణం ఎంత?

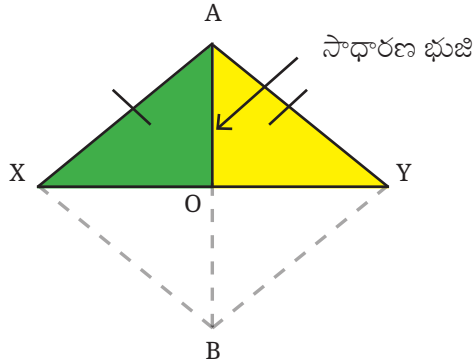
XY మధ్య బిందువు గుండా AB వెళుతుందని, దానికి లంబంగా కూడా ఉంటుందని మనం గమనించాము.

ఒక రేఖను లేదా ఏదైనా రేఖాగణిత వస్తువును రెండు సారూప్య భాగాలుగా విభజించడాన్ని ద్విభాగ విభజన (bisection) అంటారు. ఇచ్చిన రేఖను ఖండించి దానికి లంబంగా ఉండే రేఖను లంబభాగ విభజన అంటారు.



? XY పైన మరియు క్రింద ఉన్న చాపాలు కలిసే రెండు బిందువులన ు కలిపే రేఖ ఎల్లప్పుడూ XY యొక్క లంబ ద్విభాగిగా ఉం టుందా, అంటే, XYఏదైనా పొడవు కలిగి ఉన్నప్పుడు, మరియు చాపాలను ఏదైనా పొడవు యొక్క వ్యాసార్ధాన్ని ఉపయోగించి గీసినప్పుడు?

దీనికి సమాధానాన్ని సారూప్యత ద్వారా చెప్పవచ్చు. XY అనే రేఖాభాగాన్ని పరిశీలిద్దాం. A మరియు B పాయింట్లను AX = AY = BX = BY గా కనుగొనండి. AB, AX, AY, BX మరియు BY రేఖలను గీయండి. AB మరియు XY మధ్య ఖండన బిందువు O అనుకుందాం.



? AB అనేది XY యొక్క లంబ ద్విభాగము కావాలంటే (అంటే, O అనేది XY యొక్క మధ్య బిందువు మరియు AB అనేది XY కి లంబంగా ఉంటుంది) ఏ రెండు త్రిభుజాలు సమానంగా ఉండాలి?

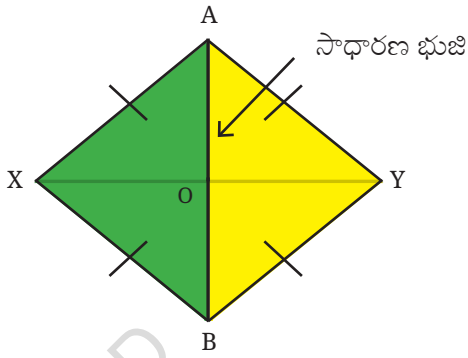
ΔAOX ≅ ΔAOY అని చూపిస్తే, OX = OY మరియు ∠AOX = ∠AOY ఎందుకంటే అవి సర్వసమాన త్రిభుజాల సంబంధిత భాగాలు ∠AOX వ

@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

ఎరియు $\angle AOY$ కలిసి సరల కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి కాబట్టి, మనకు $\angle AOX + \angle AOY = 180°$ ఉంటుంది. అందువలన, $\angle AOX = \angle AOY = 90°$ ఇది O అనేది XY యొక్క మధ్య బిందువు మరియు AB అనేది XY కి లంబంగా ఉంటుందని నిర్ధారిస్తుంది.

ΔAOX మరియు ΔAOYలలో, AX = AY, మరియు AO రెండు త్రిభుజాలకు ఉమ్మడిగా ఉంటాయని మనకు ఇప్పటికే తెలుసు.

$\angle XAO$ ని $\angle YAO$ సారూప్యత స్థితిని చూపించగలిగితే, త్రిభుజాలు సమానంగా ఉన్నాయని మనం నిర్ధారించవచ్చు. అప్పుడు $\angle XAO$ ద్వారా.



దీనిని చూపించడానికి, మనం $\Delta ABX \cong \Delta ABY$ అని గమనించాము. ఎందుకంటే AX = AY, BX = BY మరియు AB రెండు త్రిభుజాలకు ఉమ్మడిగా ఉంటాయి.

అందువల్ల, మనకు $\angle XAB = \angle YAB$ లేదా $\angle XAO = \angle YAO$ ఉన్నాయి ఎందుకంటే అవి సర్వసమాన త్రిభుజాల అనురూప భాగాలు
కాబట్టి, AB అనేది XY యొక్క లంబ ద్విభాగము.

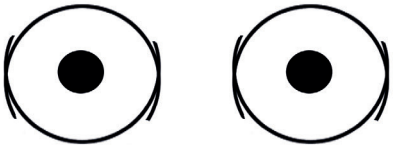
మనకు వివిధ ఆకారాల కళ్ళు ఉండవచ్చు.

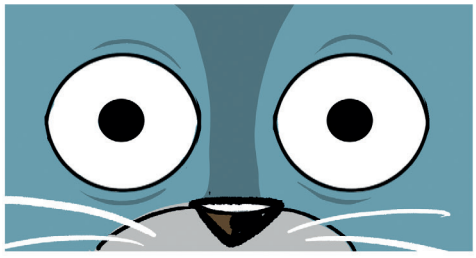








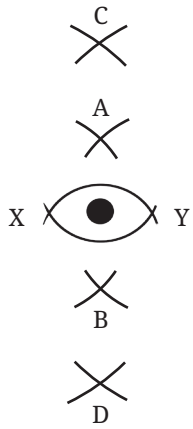




@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఈ విభిన్న ఆకారాలను మనం ఎలా పొందగలం? ప్రయత్నించండి!

CX = CY = DX = DY అయ్యేలా C మరియు D అనేమరోరెండు పాయింట్లను ఎంచుకోవడం ఒక మార్గం. ఈ పాయింట్లను ఉపయోగించి వేరే ఆకారంలో ఉన్న కన్ను గీయవచ్చు.



C మరియు D లు AB లంబ ద్విభాగముపై ఉంటాయా?

C మరియు D పాయింట్లు X మరియు Y రెండింటి నుండి ఒకే దూరంలో ఉన్నాయి. అలాంటి రెండు పాయింట్లను కలుపితే XY యొక్క లంబ ద్విభాగము లభిస్తుందని మనం ఇప్పుడే చూశాము. XY కి ఒకే ఒక లంబ ద్విభాగము ఉంటుంది, అది AB రేఖ కాబట్టి, C మరియు D పాయింట్లు AB రేఖపై ఉండాలి.

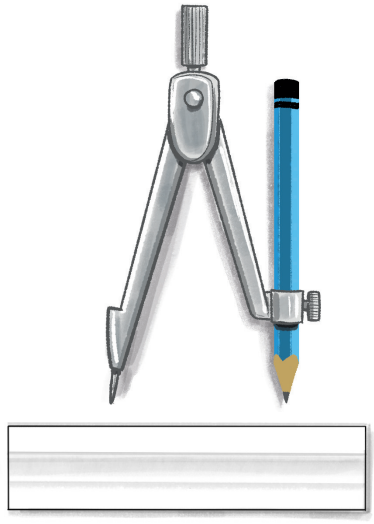
మనం స్థాపించిన వాస్తవాలను ఉపయోగించి కింది ప్రకటనను సమర్థించండి. X మరియు Y నుండి ఒకే దూరం ఉన్న ఏదైనా బిందువు XY యొక్క లంబ ద్విఖండంపై ఉంటుంది.

అందువల్ల, కళ్ళ ఎగువ మరియు దిగువ చాపాలను నిర్మించడానికి కేంద్రాలుగా అంబ ద్విభాగాలపై వేర్వేరు జతల బిందువులను సముచితంగా ఎంచుకోవడం ద్వారా వివిధ ఆకారాల కళ్ళను గీయవచ్చు.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

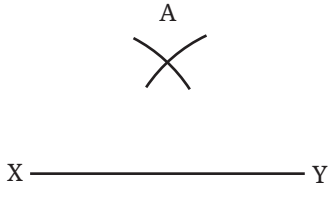
లంబ ద్విభాగ నిర్మాణం

ఒక రేఖాఖండం XY ఇచ్చినప్పుడు, గుర్తు లేని రూలర్‌మరియు వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి దాని లంబ ద్విభాగాన్ని ఎలాగీయాలి?

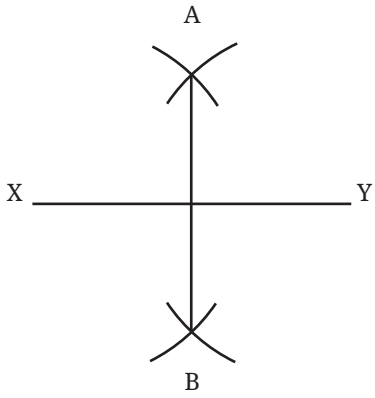


X మరియు Y ల నుండిసమాన దూరంలో ఉన్న XY పైన ఒకటి మరియు క్రింద ఉన్న రెండు పాయింట్లను కలుపుతూ, XY యొక్క లంబ ద్విభాగాన్ని పొందుతామని మనం చూశాము. ఇది లంబ ద్విభాగాన్ని నిర్మించడానికిఒక పద్ధతిని ఇస్తుంది.

1. X నుండి Y వరకు కొంత స్థిర వ్యాసార్ధాన్ని తీసుకొని, XY పైన తగినంత పొడవైన రెండు చాపాలను నిర్మించండి. చాపలు కలిసే బిందువును A అని పేరు పెట్టండి



2. X నుండి Y వరకు ఒకేవ్యాసార్ధాన్ని ఉపయోగించి, XY కింద తగినంత పొడవు గలరెండు చాపాలను నిర్మించండి. చాపలు కలిసి బిందువుకు B అని పేరు పెట్టండి.
3. AB అనేది అవసరమైన లంబ ద్విభాగరేఖ.



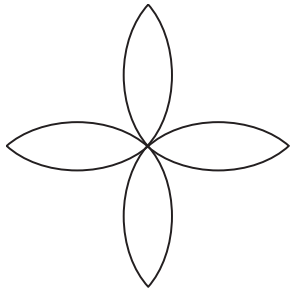
అందువల్ల, లంబ ద్విభాగాన్ని సరళమైన రేఖాగణిత సాధనాలు –గుర్తు లేని కొలబద్ద మరియు వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి నిర్మించవచ్చు. ప్రామాణిక యూనిట్లలో నిర్దిష్టపొడవు గల రేఖలను గీయవలసిన అవసరం లేకపోతే, ఈ అధ్యాయంలోని అన్ని ఇతర రేఖాగణిత నిర్మాణాలకు ఈ రెండు సాధనాలను మాత్రమే ఉపయోగిస్తాము.

? దీనిని గుర్తించండి

1. లంబ ద్విభాగాన్ని నిర్మించేటప్పుడు. XY పైన మరియు క్రింద ఉన్న చాపాలకు ఒకే వ్యాసార్ధం ఉండటం అవసరమా? నిర్మాణం ద్వారా దీనిని అన్వేషించండి, ఆపై మీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి.

   (**సూచన 1 :** X మరియు Y ల నుండి ఒకే దూరంలో ఉన్న ఏదైనా బిందువు లంబ ద్విఖండం పై ఉంటుంది.

   (**సూచన 2 :** దానిలోని ఏవైనా రెండు పాయింట్లు తెలిస్తే మనం మొత్తం గీతను గీయవచ్చు.)
2. XY పైన మరియు క్రింద ఉన్న, చాపాల (ఆర్క్ల) జతలను నిర్మించడం అవసరమా? బదులుగా, XY యొక్క ఒకే వైపు రెండు ఆర్క్ల జతలను నిర్మించవచ్చా? నిర్మాణం ద్వారా దీనిని అన్వేషించండి, ఆపై మీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి.
3. ఒక జత ఖండన చాపాలను నిర్మిస్తున్నప్పుడు, రెండింటికీ ఒకే వ్యాసార్ధాలను ఉపయోగించడం అవసరమా? నిర్మాణం ద్వారా దీనిని అన్వేషించండి, ఆపై మీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి.
4. కొలబద్ద (స్కేల్) మరియు వృత్తలేఖినిని మాత్రమే ఉపయోగించి ఈ డిజైన్‌ను పునఃసృష్టించండి–





పై డిజైన్‌ను పూర్తి చేసిన తర్వాత, మీరు దాని సరిహద్దును గుర్తించడానికి స్కేల్ లేదా వృత్తలేఖినితో కూడిన రంగు పెన్సిల్‌ను ఉపయోగించవచ్చు. ఇది డిజైన్‌ను సహాయక రేఖలు మరియు చాపాల నుండి ప్రత్యేకంగా నిలబెట్టేలా చేస్తుంది.

© KTES NOT TO BE REPUBLISHED

లంబ ద్విభాగాన్ని నిర్మించే ఈ పద్ధతి జ్యామితీయంగా ఖచ్చితమైనది మాత్రమే కాదు, దానిని ఖచ్చితంగా నిర్మించడానికి ఒక ప్రయోగాత్మక మార్గం కూడా.

ఒక రేఖాఖండం యొక్క మధ్య బిందువును కనుగొనే ఈ పద్ధతి, గుర్తించబడిన స్కేలును ఉపయోగించి పొడవును కొలవడం కంటే మరింత ఖచ్చితమైనది.

ఇచ్చిన బిందువు వద్ద 90^0 కోణాన్ని నిర్మించడం.

? ఒక రేఖపై ఏ బిందువు వద్దనైనా 90^0 కోణాన్ని నిర్మించడానికి లంబ ద్విభాగాన్ని నిర్మించే పద్ధతిని మనం విస్తరించవచ్చా? ఒక గీతను గీసి దానిపై ఒక బిందువు Oని గుర్తించండి. పాయింట్ O వద్ద 90^0 కోణాన్ని నిర్మించండి.



? ఈ రేఖలో O మధ్య బిందువుగా ఉన్న ఒక విభాగాన్ని కనుగొనండి.

O కి ఇరువైపులా రేఖను విస్తరించండి.

వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి, O నుండి సమాన దూరంలో రెండు చిందువులు (పాయింట్లు) X మరియు Y ని గుర్తించండి, తద్వారా O అనేది XY యొక్క మధ్య బిందువు.



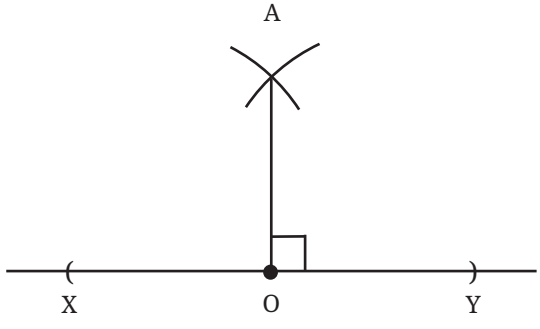
చిత్రం 6.2

XY యొక్క లంబ ద్విభాగము O గుండా వెళుతుంది మరియు ఇచ్చిన రేఖకు లంబంగా ఉంటుంది.

ఈ సందర్భంలో, XY యొక్క లంబ ద్విభాగాన్ని పొందడానికి మనం రెండు జతల ఖండన చాపాలను గీయాల్సిన అవసరం ఉందా?

లేదు, మనకు లేదు. ఇప్పటికే లంబ ద్విభాగం పై ఇప్పటికే O బిందువు వుంది.

ఒక రేఖపై ఇచ్చిన బిందువు వద్ద 90^0 కోణాన్ని నిర్మించడానికి దశలను 6.2 మరియు 6.3 చిత్రాలు వివరిస్తాయి.



చిత్రం 6.3

సుల్బ-సూత్రాలలో నిర్మాణ పద్ధతులు

భారతదేశంతో సహా వివిధ నాగరికతలకు చెందిన ప్రాచీన గణిత శాస్త్రజ్ఞులు లంబకోణాలు మరియు లంబ ద్విభాగాలను నిర్మించడానికి ఖచ్చితమైన విధానాలను తెలుసుకున్నారు.

భారతదేశంలో, ఈ పద్ధతులను కలిగి ఉన్న తొలి గ్రంథాలు సుల్బ-సూత్రాలు. ఇవి వేద కాలం నాటి రేఖాగణిత గ్రంథాలు, ఇవి ఆచారాల కోసం అగ్ని పీఠాల నిర్మాణంతో వ్యవహరిస్తాయి. **సుల్బ-సూత్రాలు** ఆరు వేదాంగాలలో ఒకదానిలో భాగం (వాచ్యంగా 'వేదాల అవయవాలు' అనే పదం దీని అర్థం). సుల్బలు లంబ మరియు లంబ

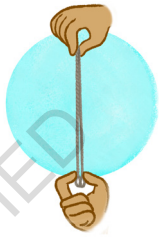
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ద్విభాగాన్ని నిర్మించడానికి మనం ఇంతకు ముందు అభివృద్ధి చేసిన పద్ధతులను కలిగి ఉన్నాయి. అన్ని నిర్మాణాలు సుల్బా-సత్రాలలోని పద్ధతులు మీరు తాడును ఉపయోగించిన దానికి భిన్నమైన వృత్తలేఖిని ఉపయోగిస్తాయి. వృత్తాలు లేదా చాపాలను గీయడానికి తాడును ఉపయోగించవచ్చు. సరళ రేఖను ఏర్పరచడానికి కూడా దీనిని సాగదీయవచ్చు.

అదనంగా, సుల్బా-సూత్రాలు లంబ రేఖలను నిర్మించడానికి ఇతర పద్ధతులను కూడా కలిగి ఉన్నాయి. తాడును ఉపయోగించి లంబ ద్విభాగ నిర్మాణం యొక్క ఆసక్తికరమైన నిర్మాణం ఇక్కడ ఉంది (కాట్యాయన-సుల్బాసూత్ర 1.2).

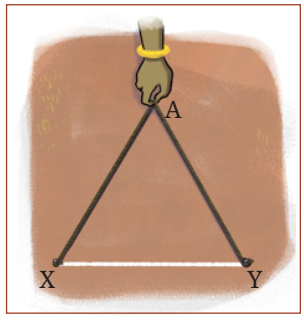
XY అనేది నేలపై గీసిన రేఖాఖండం అనుకుందాం, దీని కోసం మనం లంబ ద్విఖండాన్ని నిర్మించాలి. X మరియు Y పాయింట్ల వద్ద భూమిలోకి నిలువుగా ఒక చిన్న స్తంభం లేదా పెగ్‌ను బిగించండి.

తగినంత పొడవైన తాడు తీసుకోండి. దాని చివర్లలో రెండు ఉచ్చులు వేయండి. ఉచ్చులలోకి వెళ్ళిన తాడు భాగాలను పరిగణనలోకి కనుగొని గుర్తించండి. తీసుకోకుండా, తాడును సగానికి మడిచి దాని మధ్య బిందువును కనుగొని గుర్తించండి.



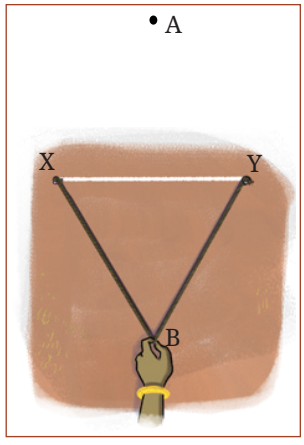
తాడు చివర్లలోని రెండు లూప్‌లను X మరియు Y వద్ద ఉన్న స్తంభాలకు బిగించండి.

చిత్రంలో చూపిన విధంగా, తాడు యొక్క మధ్య బిందువును XY పైన లాగండి, తద్వారా తాడు యొక్క రెండు భాగాలు రెండు వైపులా పూర్తిగా సాగుతాయి. ఈ మధ్య బిందువు స్థానాన్ని A గాగుర్తించండి.



ఇప్పుడు అదేవిధంగా XY క్రింద ఉన్న తాడు మధ్య బిందువును లాగండి, చిత్రంలో చూపిన విధంగా, తాడు యొక్క రెండు భాగాలు రెండు వైపులా పూర్తిగా సాగదీయబడతాయి. ఈ మధ్య బిందువు స్థానాన్ని B గా గుర్తించండి.

AB అనేది కావలసిన లంబ ద్విభాగము.



చిత్రం 6.4

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

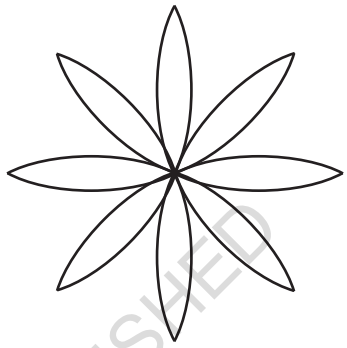
దాన్ని గుర్తించండి

1. చిత్రం 6.4 లో AB లంబ ద్విభాగమని ఎందుకు సమర్థించాలోవివరించండి.
2. తాడును ఉపయోగించి ఒక రేఖపై ఇచ్చిన బిందువు వద్ద 90^0 కోణాన్ని నిర్మించడానికి వివిధ పద్ధతుల గురించి మీరు ఆలోచించగలరా?

గణితపు మాట

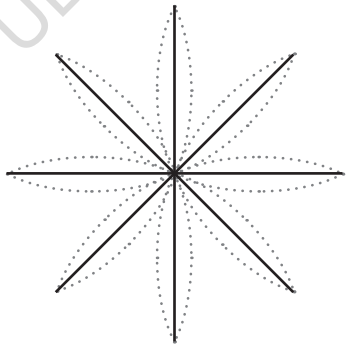
విన్యాసం కోసం కోణాన్ని ఖండించడం

ఈ చిత్రాన్ని మనం ఎలా నిర్మిస్తాము?



చిత్రం 6.5

ఈ చిత్రానికి ఆధార రేఖలు ఇలా ఉంటాయి.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

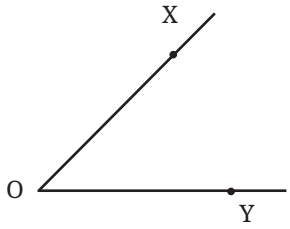
రెండు ప్రక్క ప్రక్కనే ఉన్న రేఖల మధ్య కోణం ఎంత?

ప్రతి జత ప్రక్కనే ఉన్న రేఖల మధ్య కోణం సమానంగా ఉండాలి. 360^0 8 భాగాలుగా సమానంగా విభజించబడింది కాబట్టి, ప్రతి కోణం 45^0 అవుతుంది.

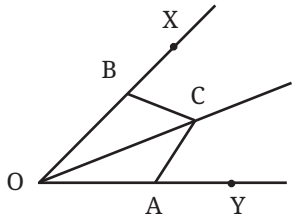
స్కేల్ మరియు వృత్తలేఖిని మాత్రమే ఉపయోగించి 45^0 కోణాన్ని ఎలా నిర్మిస్తాము?

మనకు 90^0 కోణాన్ని ఎలా నిర్మించాలో తెలుసు. మనం దానిని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించగలిగితే లేదా రెండుగా విభజించగలిగితే, మనకు 45^0 కోణం వస్తుంది.

ఇప్పుడు మనం ఏదైనా కోణాన్ని విభజించడానికి ఒక సాధారణ పద్ధతిని అభివృద్ధి చేస్తాము. ∠XOY కోణాన్ని పరిగణించండి.



చిత్రంలో చూపిన విధంగా ΔOBC మరియు ΔOAC అనేరెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలను గీయగలిగితే మనం దానిని రెండు భాగాలుగా విభజించవచ్చు. అప్పుడు ∠BOC = ∠AOC.

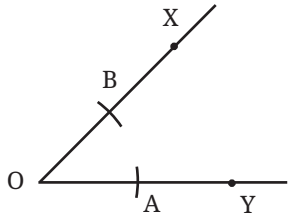


? కోణం ఇచ్చినప్పుడు, ఈ సర్వసమాన త్రిభుజాలను ఎలా నిర్మిస్తాము?

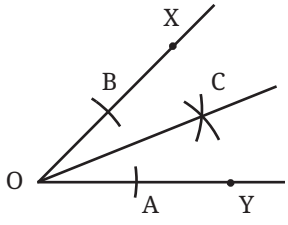
A మరియు B లను OA = OB గా గుర్తించినట్లయితే, మరియు C ను BC = AC గా ఎంచుకుంటే, SSS సారూప్యత స్థితి ద్వారా. ΔOBC ≅ ΔOAC. కాబట్టిమనం ఒక కోణాన్ని ఈ క్రింది విధంగా విభజించవచ్చు.

కోణ విభజన కోసం దశలు

1. A మరియు B బిందువులను OA = OB గా గుర్తించండి.



2. తగినంత పొడవైన వ్యాసార్ధాన్ని ఎంచుకుని, A మరియు B నుండి చాపాలను కత్తిరించండి, వ్యాసార్ధాన్ని అలాగే ఉంచండి. ఖండన బిందువును C గా గుర్తించండి.
3. OC, ∠AOBని ఖండిస్తుంది

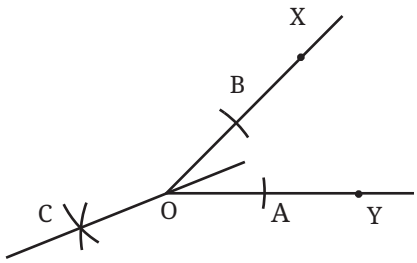


కాబట్టి, ముందుగా 90° కోణాన్ని నిర్మించి, ఆపై దానిని రెండుగా విభజించడం ద్వారా 45° కోణాన్ని నిర్మించవచ్చు.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

దాన్ని గుర్తించండి

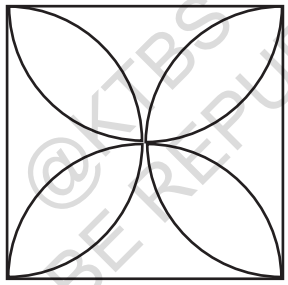
1. కనీసం 4 వేర్వేరు కోణాలను నిర్మించండి. వాటి ద్విభాగాలను గీయండి.
2. చిత్రం 6.5 లో చూపిన 8–రేకుల బొమ్మను నిర్మించండి.
3. కోణ ద్విభాగము యొక్క 2వ దశలో, చిత్రంలో చూపిన విధంగా, సమాన వ్యాసార్ధం కలిగిన చాపాలను మరొక వైపున గీస్తే, OC రేఖ ఇప్పటికీ కోణ ద్విభాగముగానే ఉంటుందా? నిర్మాణం ద్వారా దీనిని అన్వేషించండి, ఆపై మీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి.



4. కోణ ద్విభాగం ఉపయోగించి నిర్మించగల ఇతర కోణాలు ఏమిటి? మీరు 65.5^{0} కోణాన్ని నిర్మించగలరా?



5. తాడును ఉపయోగించి కోణ ద్విభాగాన్ని నిర్మించడానికి ఒక పద్ధతిని రూపొందించండి
6. కింది బొమ్మను నిర్మించండి.

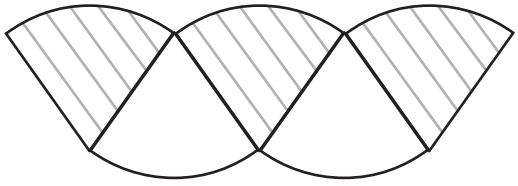


ఇచ్చిన చతురస్రంలో గరిష్ట పరిమాణంలో ఉండేలా రేకులను ఎలా నిర్మిస్తాము?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

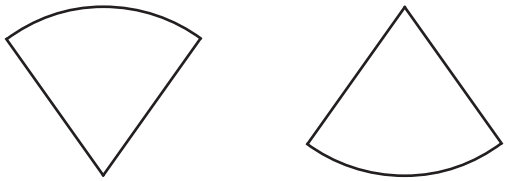
పునరావృత యూనిట్లు మరియు పునరావృత కోణాలు

కింది బొమ్మను నిర్మించండి.



చిత్రం 6.6

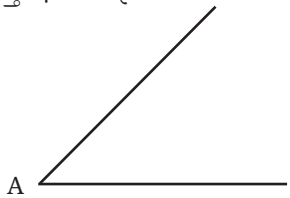
ఈ చిత్రంలో, ఒకే ఒక యూనిట్ పునరావృతమవుతుంది. ఈ బొమ్మను నిర్మించడానికి, మనం ఈ యూనిట్ యొక్క రెండు వేర్వేరు దిశలలోఖచ్చితమైన కాపీలను తయారు చేయాలి.



ఖచ్చితమైన కాపీలు చేయడానికి, అన్ని యూనిట్లు ఒకే భుజాల పొడవులు మరియు భుజాల మధ్య ఒకే కోణం కలిగి ఉండాలి. వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి మనం సమాన భుజాల పొడవులను నిర్ధారించుకోవచ్చు, కానీ సమాన కోణాలను ఎలా నిర్ధారించాలి?

ఇచ్చిన కోణం యొక్క ఖచ్చితమైన కాపీని సృష్టించడానికి ఒక పద్ధతిని అభివృద్ధి చేద్దాం.

? ఒక కోణాన్ని గీయండి. స్కేలు మరియు వృత్తలేఖిని మాత్రమే ఉపయోగించి ఈ కోణం యొక్క కాపీని సృష్టించండి.



మీరు మీ స్వంత పద్ధతిని అభివృద్ధి చేసుకుని ఉండవచ్చు. ఇక్కడ ఒక సులభమైన విధానం ఉంది.

గణితపు మాట

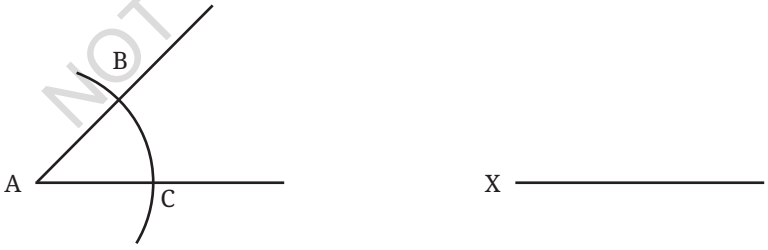
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

కోణాన్ని కాపీ చేయడానికి నిర్మాణ దశలు

1.



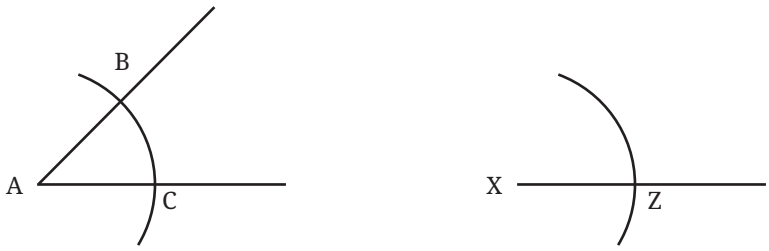
2.



A నుండి ఒక చాపం (ఆర్క్) గీయండి.

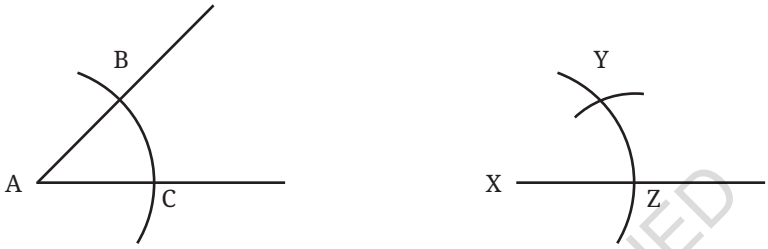
ఇది మనకు సమద్విబాహు త్రిభుజం ΔABC ను ఏర్పరిచే మూడు బిందువులను (పాయింట్లను) ఇస్తుంది.

3.



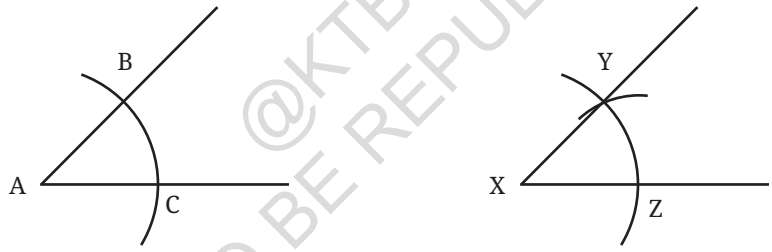
X నుండి అదే వ్యాసార్ధం కలిగిన ఒక చాపాన్ని గీయండి.

4.



వృత్త లేఖని (దిక్సూచిని) ఉపయోగించి BCని కొలవండి. YZ = BC పొందడానికి ఈ పొడవును 2 నుండి చాహం (ఆర్క్) బదిలీ చేయండి.

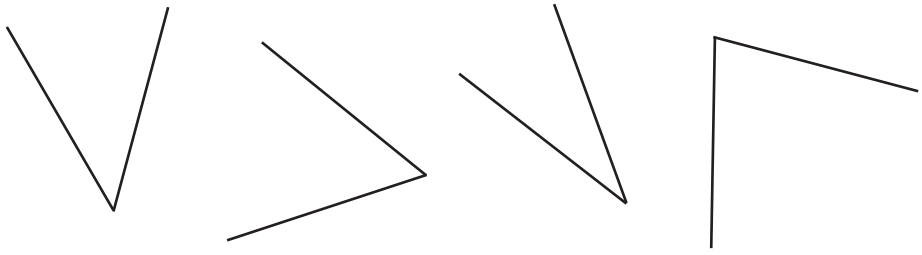
5.



SSS సారూప్యత స్థితి ప్రకారం, $\Delta ABC \cong XYZ$ కాబట్టి, $\angle A = \angle X$.

దీన్ని గుర్తించండి

1. ఎటువంటి కొలతలు తీసుకోకుండా కనీసం 4 వేర్వేరు కోణాలను వేర్వేరు దిశలలో నిర్మించండి. ఈ కోణాలన్నింటినీ కాపీ చేయండి.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

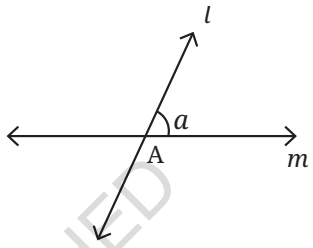
2. చిత్రం 6.6 ని నిర్మించండి.

ఒక కోణాన్ని కాపీ చేయడానికి ఈ విధానం ఒక స్కేలు మరియు వృత్తలేఖనిని (ద్రిక్సూచిని) మాత్రమే ఉపయోగించి సమాంతర రేఖలను నిర్మించడంలో ముఖ్యమైన అనువర్తనాన్ని కనుగొంటుంది.

ఇచ్చిన రేఖకు సమాంతరంగా ఒక రేఖ నిర్మాణం

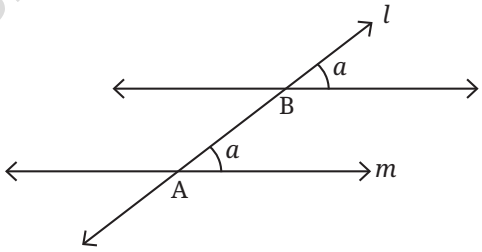
ఒక స్కేల్ మరియు సెట్ స్క్వేర్ ఉపయోగించి నిర్మాణంలో, సమాంతర రేఖలను పొందడానికి సమాన సంబంధిత కోణాలను నిర్మించామని గుర్తుంచుకోండి.

? స్కేల్ మరియు వృత్తలేఖనిని ఉపయోగించి ఈ ఆలోచనను ఎలా అమలు చేయాలి?



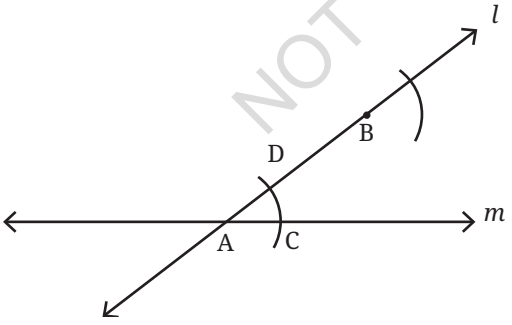
చిత్రం 6.7

మనకు అవసరమైన m లైన్ ఉందని అనుకుందాం సమాంతర రేఖను గీయడానికి, m ను ఖండించే l రేఖను మనం నిర్మిస్తాము. l రేఖ m రేఖకు మరియు మనం నిర్మించబోయే m కి సమాంతరంగా ఉన్న రేఖకు అడ్డంగా పనిచేస్తుంది.



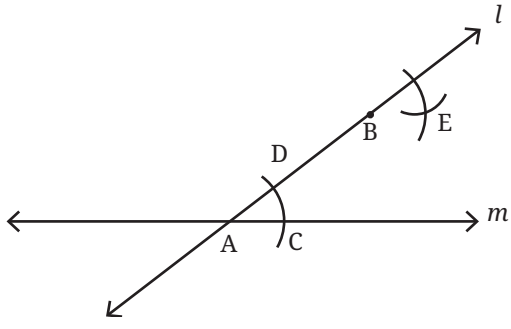
l పై ఒక బిందువు B ని ఎంచుకుందాం, దాని ద్వారా మనం సమాంతర రేఖను గీయబోతున్నాము. ఈ సమాంతర రేఖ చిత్రంలో చూపిన విధంగాఅదేసంబంధిత కోణాన్ని తయారు చేయాలి. m మరియు l మధ్య కోణాన్ని కాపీ చేయడం ద్వారా దీనిని చేయవచ్చు.
దీన్ని అమలు చేయడానికి దశలవారీ విధానం ఇక్కడ ఉంది.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



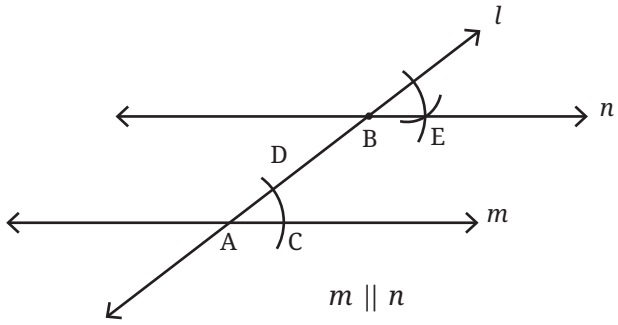
చిత్రం 6.7

A మరియు B లనుండి సమాన వ్యాసార్ధం కలిగిన చాపాలను నిర్మించండి.



చిత్రం 6.9

పొడవు CD ని F నుండి చాపానికి బదిలీ చేయండి.

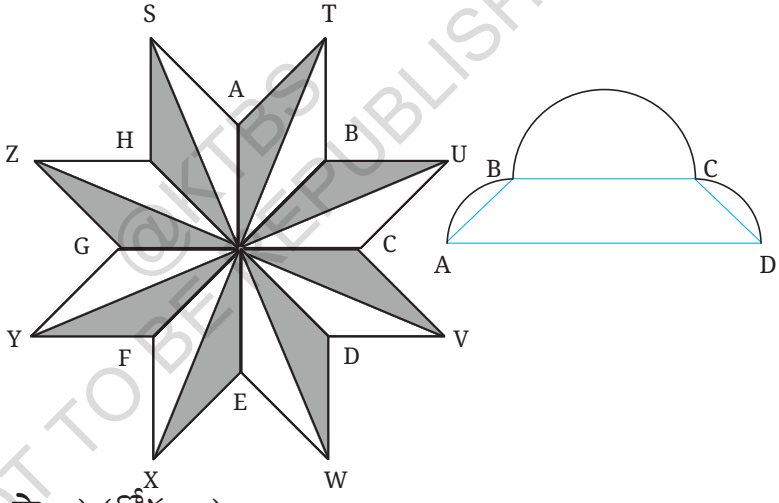


చిత్రం 6.10

ఇచ్చిన రేఖకు సమాంతరంగా ఒక రేఖను నిర్మించే పద్ధతిని చిత్రాలు 6.7–6.10 వివరిస్తాయి.

దాన్ని గుర్తించండి

1. వేర్వేరు దిశలలో 4 జతల సమాంతరరేఖలను నిర్మించండి.
2. కింది బొమ్మను నిర్మించండి.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఆర్చ్‌డిజైన్స్ (కమాను విన్యాసాలు) (తోరణం)

ట్రెఫాయిల్ ఆర్చ్

ఇలాంటి అందమైన కమాను(తోరణం) మీరు చూశారా?



https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=28374748

దివాన్-ఆమ్, ఎర్రకోట

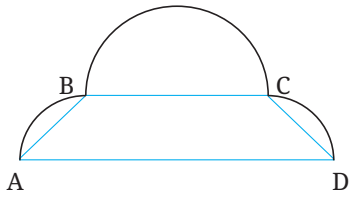


https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Central_Park_A.jpg

(ఫైల్: సెంట్రల్ పార్క్ A.jpg సెంట్రల్ పార్క్) న్యూయార్క్‌సిటీ

? వాళ్ళు ఈ కమానులను (తోరణాలను) ఎలా తయారు చేశారు?

మొదటి దశ వాటిని కాగితం లేదా రాయి వంటి సమతల ఉపరితలం పై గీయగలగడం.



? ఈ ఆర్చ్ ఆకారాన్ని కాగితంపై నిర్మించండి.

ఈ చిత్రానికి అవసరమైన ఆధార రేఖల గురించి ఆలోచిద్దాం.

సమరూపత కోసం, మనకు AB = CD, మరియు ∠BAD = ∠CDA ఉండాలి. మీరు ఈ ఆధార (మద్దతు) రేఖలను ఎలా నిర్మిస్తారు?





A మరియు D వద్ద సమాన కోణాలను నిర్మించండి.
AB = CD ఉండేలా B మరియు C లను గుర్తించండి.

? ఒక వంపును నిర్మించడానికి ఈ మద్దతు రేఖలను ఉపయోగించండి. అవసరమైతే, వంపు మరింత సౌందర్యంగా కనిపించేలా వంపుల (arcs) వ్యాసార్ధాలను సర్దుబాటు చేయండి.

ఒక పాయింటెడ్ ఆర్చ్ (ఒక చూపైన వంపు/కమాను)

కొన్ని కమానులు ఇలా కనిపిస్తాయి.



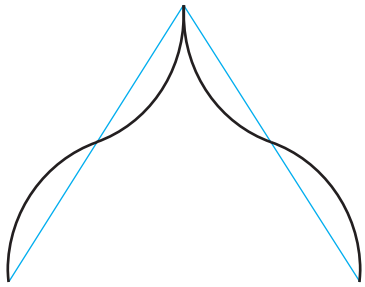
https://en.m.wikipedia.org/wiki/File:Diwan-i-Aam,_Red_Fort,_Delhi_-_2.jpg

దివాన్-ఇ-ఆమ్, ఎర్రకోట ఢిల్లీ

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఈ ఆకారాన్ని మనం ఎలా నిర్మిస్తాము?

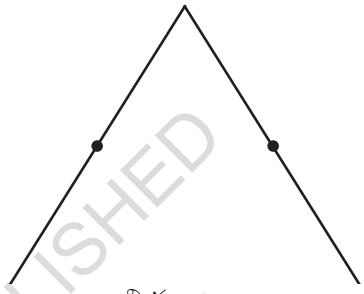
ఈ వంపును గీయడానికి మీరు ఏ సహాయక రేఖలను ఉపయోగిస్తారు?



6వ తరగతి పాఠ్యపుస్తకంలోని 'వేవీ వేవ్' గుర్తుందా?

ఆధార (సహాయక) రేఖలు సమాన పొడవు గలరెండు రేఖా విభాగాలు మాత్రమే.

? వాటి మధ్య బిందువులు గుర్తించబడితే, మీరు ఒక కోణాల వంపును నిర్మించగలరా?



చిత్రం 6.11

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? దీన్ని గుర్తించండి

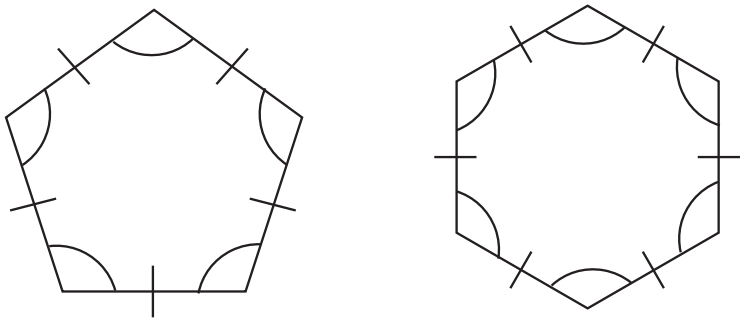
1. కోణాలవంపును నిర్మించడానికి చిత్రం 6.11 లోని మద్దతు రేఖలను ఉపయోగించండి. వంపుల వ్యాసార్ధాన్ని మార్చడం ద్వారా విభిన్న వంపులను తయారు చేయండి.
2. మీ స్వంత ఆర్చ్ డిజైన్లను తయారు చేసుకోండి.

సాధారణ షడ్భుజులు

ఒక సాధారణ బహుభుజి సమాన భుజాలు మరియు సమాన కోణాలను కలిగి ఉంటుందని గుర్తుంచుకోండి. 3 భుజాలు కలిగిన సాధారణ బహుభుజిఒక సమబాహు త్రిభుజం, మరియు 4 భుజాలు కలిగిన సాధారణ బహుభుజి ఒక చతురస్రం. ఈ బొమ్మలను మనం ఇంతకు ముందే నిర్మించాము.

? మనం ఒకసాధారణ పంచభుజి (5-వైపుల బొమ్మ) చిత్రం మరియు ఒక సాధారణ షడ్భుజి (6-వైపుల చిత్రం) ను ఎలా నిర్మిస్తాము? ముందుగా, సమాన భుజాల పొడవులతోఒక పంచభుజి మరియు షడ్భుజిని నిర్మించడానికి ప్రయత్నించండి.



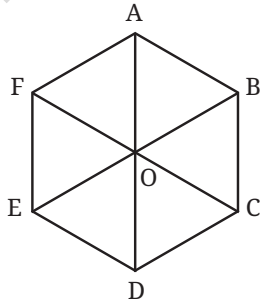


ఒక సాధారణ పంచభుజిని నిర్మించడానికి, మనం మొదట త్రిభుజాలు మరియు పంచభుజాల గురించి బాగా అర్థం చేసుకోవాలి. తరువాతి సంవత్సరాల్లో దీని గురించి చర్చిస్తాము. అయితే, ఒక సాధారణ షడ్భుజిని నిర్మించడం మనకు అందుబాటులో ఉంటుంది!

? ఒక సాధారణ షడ్భుజిని చిన్న ముక్కలుగా విరిచి నిర్మించగలమా?

సాధారణ (రెగ్యులర్) షడ్భుజి మరియు సమబాహు త్రిభుజాలు

మన రెగ్యులర్ షడ్భుజం యొక్క వ్యతిరేక బిందువులను కలిపినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది? రెగ్యులర్ షడ్భుజం సమాన భుజాలు మరియు కోణాలను కలిగి ఉంటుంది కాబట్టి, ఇలాంటి చిత్రం మనం ఆశించవచ్చా?



చిత్రం 6.12

చిత్రంలో ఉన్న అన్ని త్రిభుజాలు సమబాహు త్రిభుజాలు అవుతాయా?

ఈ ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వడానికి, మనం వెనుకటి విధానాన్ని అనుసరిస్తాం.

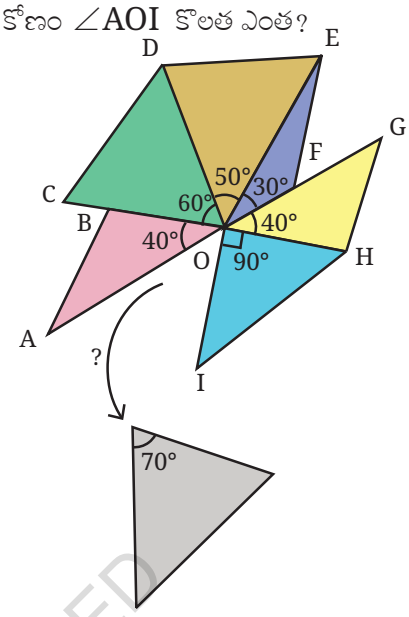
? చిత్రం 6.12 లో ఉన్నట్లుగా ఆరు సర్వసమాన సమబాహు త్రిభుజాలను కలిపి ఉంచవచ్చా? అవును అయితే, అది ఒక సాధారణ షడ్భుజానికి దారితీస్తుందా?

ఆరు సర్వసమాన సమబాహు త్రిభుజాలను నిజానికి చిత్రం 6.12లో చూపిన విధంగా ఉంచగలిగితే, ఫలితం షడ్భుజం యొక్క భుజాలు సమానంగా ఉంటాయి మరియు వాటి కోణాలు $60 + 60 = 120°$ (ఎలా?). కాబట్టి మనం నిజంగా పరిశీలించాల్సిన విషయం ఏమిటంటే, 6 సర్వసమాన సమబాహు త్రిభుజాలు అతివ్యాప్తి చెందకుండామరియు కేంద్రం చుట్టూ ఎటువంటి ఖాళీలను వదలకుండా ఈ విధంగా సరిపోతాయా లేదా అనేది.

ఒక బిందువు చుట్టూ ఉన్న మొత్తం కోణాన్ని 360°గా తీసుకోవడం ద్వారా మనం ఒక డిగ్రీని నిర్వచించాము. కాబట్టి కేంద్రం చుట్టూ ఉన్న అన్ని కోణాల మొత్తం 360° అవ్వాలి.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఈ చిత్రాన్ని పరిగణించండి. 70^0 కోణం అంతరంలోకి సరిపోతుందా? అంతర కోణం $\angle AOI$ కొలత ఎంత?



మనకు

$40° + 60° + 50° + 30° + 40° + 90° +$ అంతర కోణం $= 360^0$ ఉంది.

70^0 కోణం అంతరానికి సరిపోతుందో లేదో తెలుసుకోవడానికి దీన్ని ఉపయోగించండి.

అందువల్ల, 360^0 వరకు కోణాలు ఉంటే, వాటి శీర్షాలను ఒకే బిందువు వద్ద కలపవచ్చు, అంటే

(a) కోణాలు అతివ్యాప్తి చెందవు, మరియు

(b) అవి బిందువు చుట్టూ ఉన్న ప్రాంతాన్ని పూర్తిగాకవర్ చేస్తాయి (ఆవరిస్తుంది).

ఒక సమబాహు త్రిభుజంలో ప్రతి కోణం 60^0 కాబట్టి, అలాంటి ఆరు కోణాలు కలిపితే 360^0 అవుతుంది. కాబట్టి, ఆరు సర్వసమాన త్రిభుజాలను చిత్రం 6.12లో చూపిన విధంగా అమర్చవచ్చు.

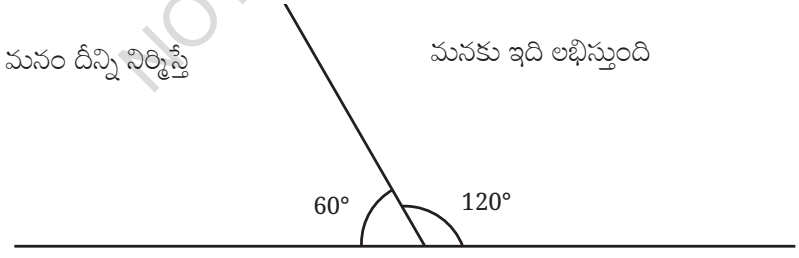
? చిత్రం 6.12లో AOD, BOE మరియు COF లు సరళ రేఖలు ఎందుకు అని మీరు వివరించగలరా?

? ఒక స్కేలు మరియు వృత్తలేఖనిని ఉపయోగించి 4 సెం.మీ. భుజం పొడవు కలిగిన సాధారణ షడ్భుజిని నిర్మించండి.

మనం ఒక స్కేలు మరియు వృత్తలేఖనిని ఉపయోగించి 120^0 కోణాన్ని నిర్మించగలిగితే, మనం ఒక సాధారణ షడ్భుజిని మరింత సులభంగా/నేరుగా నిర్మించవచ్చు.

? మనం దీన్ని ఎలా చేయవచ్చు?

మనం 60^0 కోణాన్ని నిర్మించగలిగితే దీనిని చేయవచ్చు.



60^0 కోణం నిర్మాణం

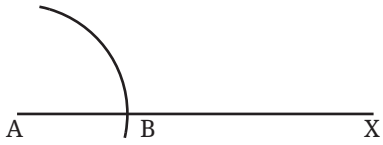
? మనం 60^0 కోణాన్ని ఎలా నిర్మిస్తాము?

మనం ఒక సమబాహు త్రిభుజాన్ని నిర్మిస్తే మనకు 60^0 కోణం వస్తుంది! దీని కోసం మనం ఈ క్రింది దశలను ఉపయోగించవచ్చు.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

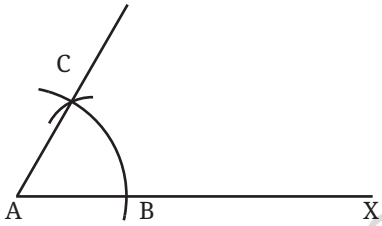
AX రేఖాఖండంపై A బిందువు వద్ద మనకు 60^0 కోణం అవసరమని అనుకుందాం.

దశ 1



A కేంద్రం మరియు ఏదైనా వ్యాసార్ధంతో ఒక చాపాన్ని నిర్మించండి.

దశ 2

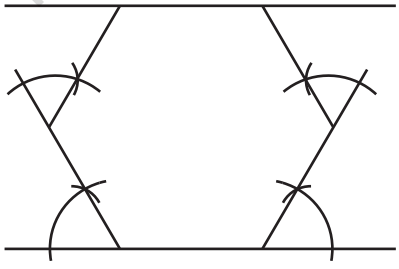


అదే వ్యాసార్ధంతో, మొదటి ఆర్క్‌ను కలిసే B నుండి మరొక ఆర్క్‌ను గీయండి. (కత్తిరించండి)
ఆర్క్‌లు కలిసే బిందువు C అని అనుకుందాం.

మనకు $\angle CAX = 60^0$ ఉంది.

? $\angle CAX = 60°$ ఎందుకు? ఇక్కడ సమబాహు త్రిభుజం ఉందా?

మనం ఈ ఆలోచనలను ఉపయోగించి ఒక సాధారణ షడ్భుజిని నిర్మించవచ్చు.



? 5 సెం.మీ. భుజం పొడవు గల సాధారణ షడ్భుజిని నిర్మించండి.

సంబంధిత నిర్మాణాలు

30^0 మరియు 15^0 కోణాల నిర్మాణం

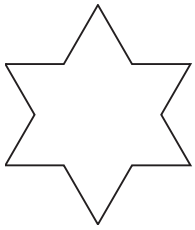
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మీరు 30^0 మరియు 15^0 కోణాలను ఎలా నిర్మిస్తారు?

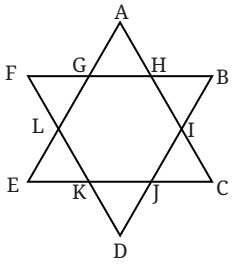
6- పాయింటెడ్ స్టార్ (6 బిందువుల నక్షత్రం)

గణితపు మాట

కింది 6-బిందువుల నక్షత్రాన్ని నిర్మించండి. దానికి భ్రమణ సమరూపత ఉందని గమనించండి.



సూచన:



మీకు ఇక్కడషడ్భుజం కనిపిస్తుందా?

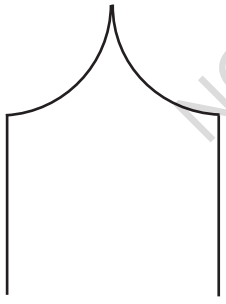
ఆరు త్రిభుజాలు నక్షత్రం యొక్క 6 బిందువులను ఏర్పరుస్తున్నాయా - ΔAGH, ΔBHI, ΔCIJ, ΔDJK, ΔELK, ΔFLG —సమబాహు? ఎందుకు?

(**సూచన :** కోణాలను కనుగొనండి.)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

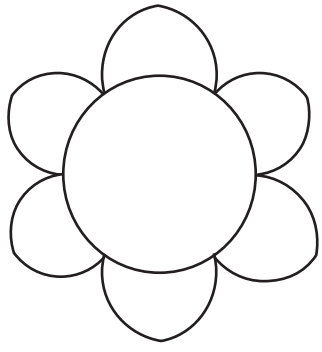
దాన్ని గుర్తించండి

1. కింది చిత్రాలను నిర్మించండి:



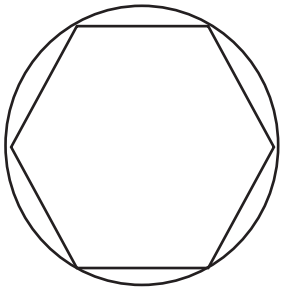
(a)

ఒక ఇన్స్క్రైబ్డ్ ఆర్క్

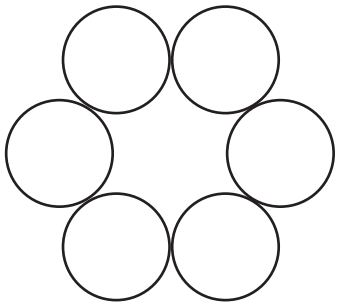


(b)

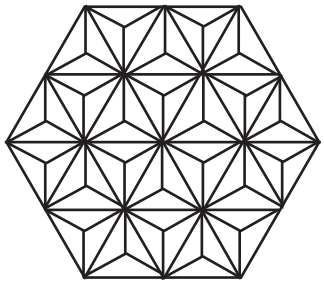
ఈ చిత్రం గురించి ఆసక్తికరమైన విషయం ఏమిటంటే దీనిని కేవలం ఒక వృత్త లేఖనిని ఉపయోగించి కూడా నిర్మించవచ్చు! మీరు దీన్ని చేయగలరా?



(c)

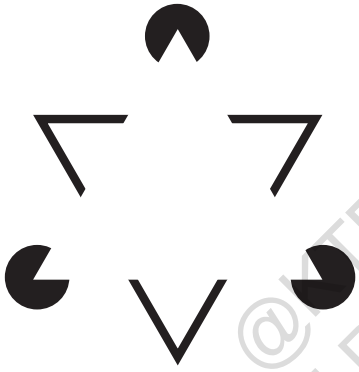


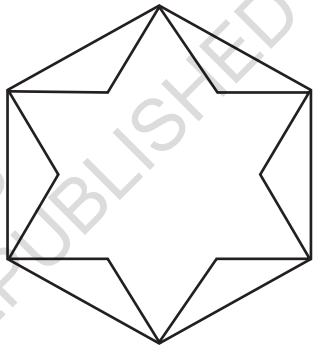
(d)



(e)

2. ఆప్టికల్ ఇల్యూజన్ (దృశ్యభ్రమ), ఈ క్రింది చిత్రంలో మీకు ఆసక్తికరమైన విషయం ఏదైనాగమనించారా? ఇది ఎలా జరుగుతుంది? దీన్ని మీ నోట్‌బుక్‌లో తిరిగి సృష్టించండి./ నిర్మించండి. 3 ఈ బొమ్మను నిర్మించండి.





@NIOS NOT TO BE REPUBLISHED

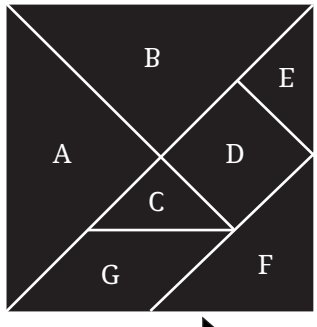
(**సూచన :** ఈ చిత్రంలో కోణాలను కనుగొనండి.)

3. l అనేరేఖను గీసి, రేఖ వెలుపల ఎక్కడైన్కా P బిందువును గుర్తించండి. ఇచ్చిన రేఖకు l నుండి P వరకు లంబంగా నిర్మించండి.

(**సూచన :** P గుండా వెళ్ళే లంబ ద్విభాగము గల l పై ఒక రేఖ విభాగాన్ని కనుగొనండి.



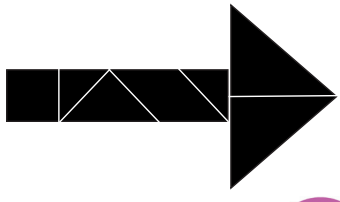
6.2 టైలింగ్



టాం గ్రామ్‌లు చైనాలో ఉద్భవించిన పజిల్స్. వారు చిత్రంలో చూపిన విధంగాఒక చతురస్రాన్ని విభజించడం ద్వారా పొందిన 7 ముక్కలను ఉపయోగిస్తారు.

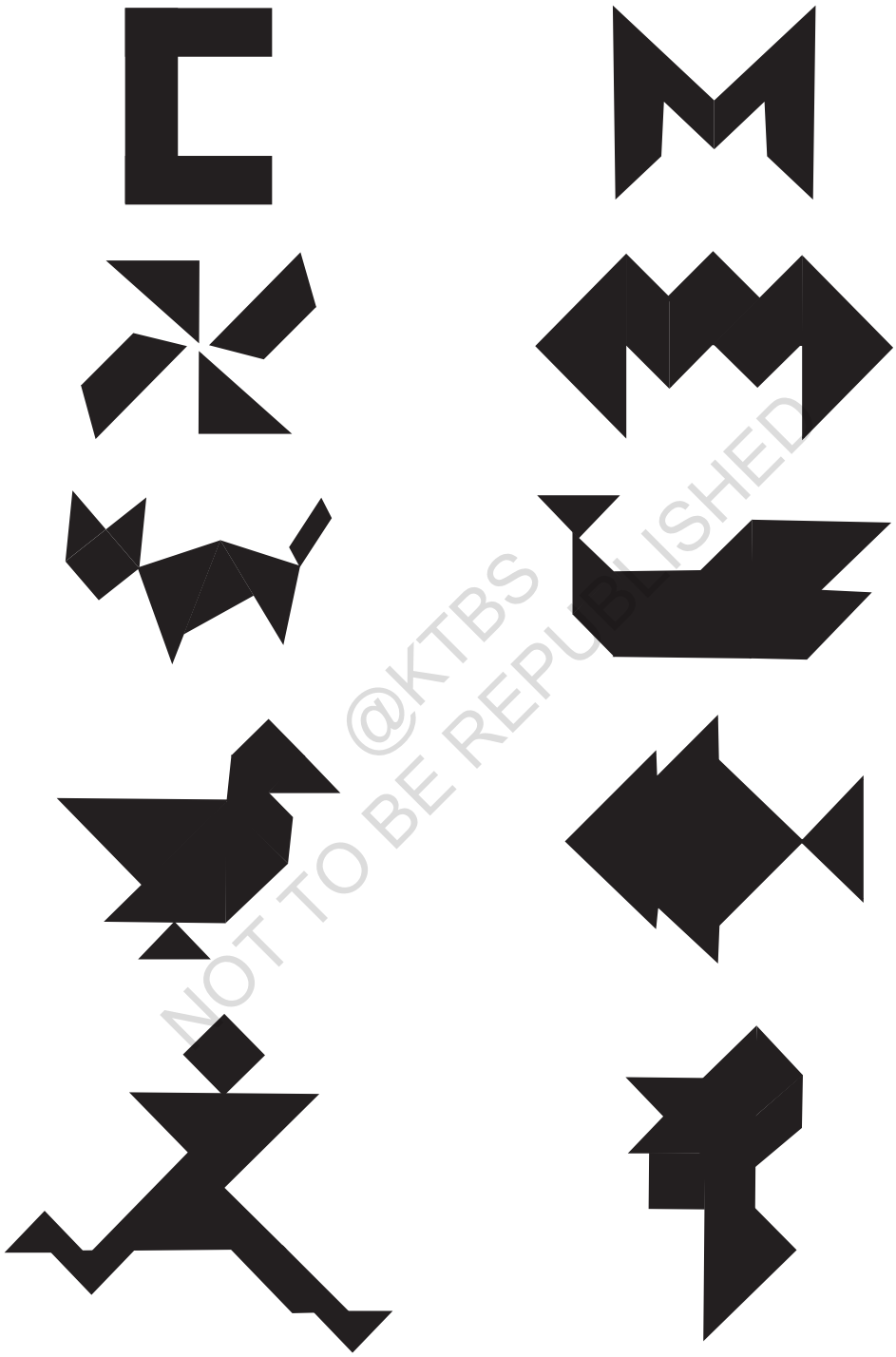
రాబోయే సమస్యలకు, మనకు ఈ 7 టాంగ్రామ్ ముక్కలు అవసరం. ఇవి పుస్తకం చివరలో అందించబడ్డాయి. లేదా, బొమ్మను చూడటం ద్వారా, మీరు ముక్కల కార్డ్‌బోర్డ్ కటౌట్‌లను తయారు చేయవచ్చు.

టంగ్రామ్ ముక్కలను తిరిగి అమర్చడం ద్వారా మనం ఆసక్తికరమైన ముక్కలను ఏర్పరచవచ్చు. ఇక్కడ ఒక బాణం ఉంది.



దీన్ని గుర్తించండి

కింది ప్రతి చిత్రాలను రూపొందించడానికి టాంగ్రామ్ ముక్కలను ఎలా తిరిగి అమర్చవచ్చు?

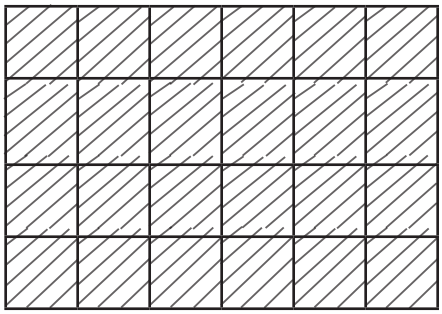


గణితపు మాట

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఖాళీలు లేదా అతివ్యాప్తులు లేకుండా, ఆకారాల సమితిని ఉపయోగించి ఒక ప్రాంతాన్ని కప్పడాన్ని (ఆవరించియున్న) టైలింగ్ అంటారు.

యూనిట్ చతురస్రాలతో తయారు చేయబడిన దీర్ఘచతురస్రాకార గ్రిడ్‌ను పరిగణించండి.

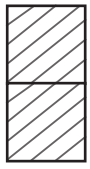


ఇది 4 అడ్డ వరుసలు మరియు 6 నిలువు వరుసలను కలిగి ఉంటుంది. కాబట్టి మనం దీనిని 4×6 గ్రిడ్ అని పిలుస్తాము.

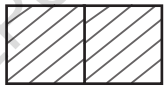


? 4×6 గ్రిడ్‌ను 2×1 టైల్స్ యొక్క బహుళ కాపీలను ఉపయోగించి టైల్ చేయవచ్చా?

మనం 2×1 టైల్‌ని తిప్పి ఉపయోగించుకోవచ్చు.

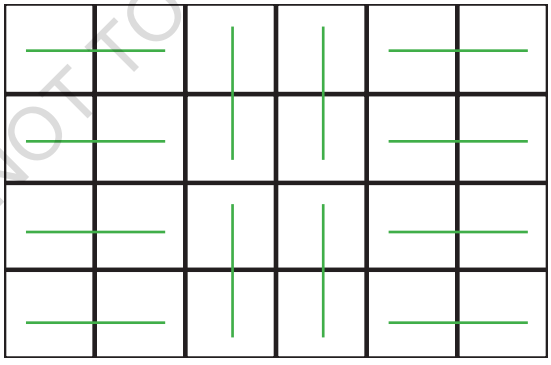


నిలువు టైల్



అడ్డు టైల్ (హారిజాంటల్ టైల్)

ఇక్కడ ఒక మార్గం ఉంది.



స్పష్టంగా, ఇది మాత్రమే సాధ్యమయ్యే టైలింగ్ కాదు.

? 4×7 గ్రిడ్‌లో 2×1 టైల్స్ ఉపయోగించి టైల్స్ వేయవచ్చా?

? 5×7 గ్రిడ్ గురించి ఏమిటి?

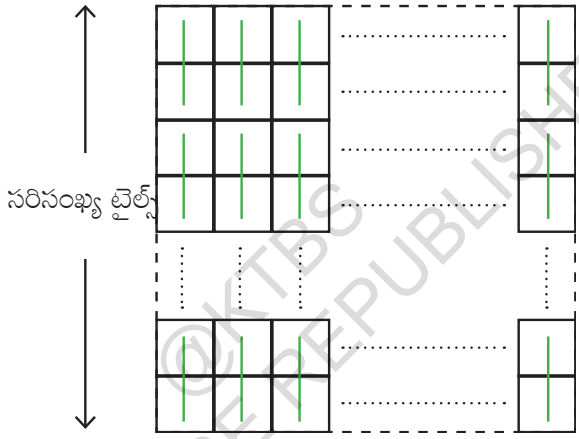
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5×7 గ్రిడ్‌లో 2×1 టైల్స్ ఉపయోగించి టైల్ వేయడానికి మార్గం లేదని చూడటానికి, ఈ గ్రిడ్‌లో 35 యూనిట్ చతురస్రాలు ఉన్నాయని గమనించండి. ప్రతి టైల్ ఖచ్చితంగా 2 యూనిట్ చతురస్రాలను కవర్ చేస్తుంది.

? సమర్థనను పూర్తి చేయండి.

? m మరియు n రెండూ సరి సంఖ్యలైతే, 2×1 టైల్స్‌తో $m \times n$ గ్రిడ్ టైల్ చేయగలదా? అవును అయితే, దానిని టైల్ చేయడానికి ఒక సాధారణ వ్యూహంతో ముందుకు రండి.

ఈ సందర్భంలో ఒక సాధారణ వ్యూహం ఏమిటంటే ప్రతి నిలువు వరుసను నిలువు పలకలతో కప్పడం. వరుసలసంఖ్య సరి సంఖ్యగా ఉండటం వల్ల ఇది సాధ్యమవుతుంది.



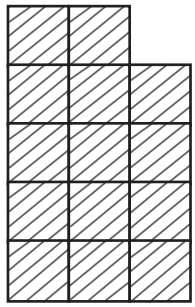
©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? m మరియు n లలో ఒకటి సరి సంఖ్యగా మరియు మరొకటి బేసి సంఖ్యగా ఉంటే, 2×1 టైల్స్‌తో $m \times n$ గ్రిడ్ టైల్ చేయవచ్చా? అవును అయితే, దానిని టైల్ చేయడానికి ఒక సాధారణ వ్యూహంతో ముందుకు రండి.

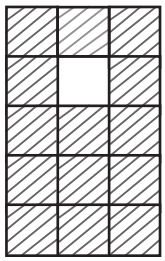
? m మరియు n రెండూ బేసి అయితే, 2×1 టైల్స్‌తో $m \times n$ గ్రిడ్ టైల్ చేయగలదా? కారణాలు ఇవ్వండి.



? ఇక్కడ ఒక యూనిట్ చతురస్రం తొలగించబడిన 5×3 గ్రిడ్ ఉంది. ఇప్పుడు, దీనికి సరి సంఖ్యలో యూనిట్ చతురస్రాలు ఉన్నాయి. 2×1 టైల్స్‌తో టైల్స్ వేయవచ్చా?

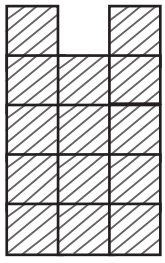


? కింది ప్రాంతం 2 × 1 టైల్స్ తో టైల్ వేయదగినదా?



గణితపు మాట

? దీని సంగతి ఏంటి?



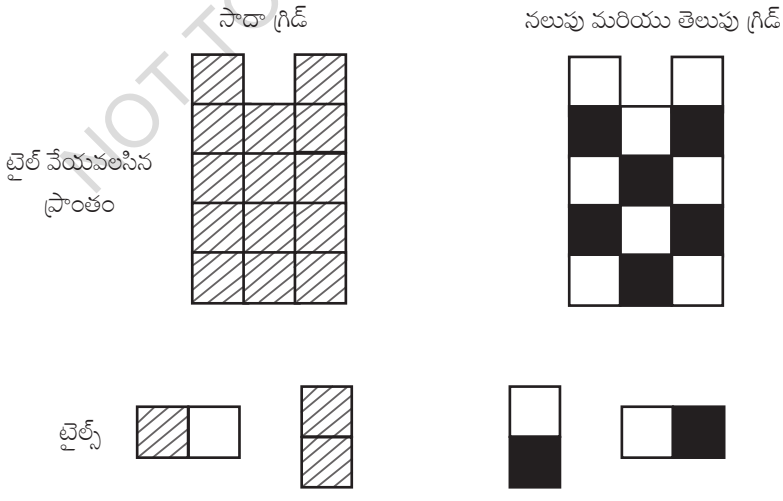
గణితపు మాట

Fig. 6.13

? మీరు దీన్ని టైల్ వేయగలిగారా? ఇది టైల్ వేయదగినది కాదని మనం ఎలా నిర్ధారించగలం? 5 × 3 గ్రిడ్ నుండి తీసివేసినప్పుడు, దానిని టైల్ వేయలేనిదిగా చేసే మరొక యూనిట్ స్క్వేర్‌ను మీరు కనుగొనగలరా?

ఈ ప్రశ్నలను పరిశీలించడానికి ఒక ఆసక్తికరమైన మార్గం ఉంది. ఈ రకమైన ఏదైనా టైలింగ్ సమస్యకు, నలుపు మరియు తెలుపు రంగులో ఉన్న యూనిట్ చతురస్రాలతో మనం ఇలాంటి సమస్యను సృష్టించవచ్చు, తద్వారా నల్ల చతురస్రాలకు తెల్లటి పొరుగువారు మాత్రమే ఉంటారు మరియు తెల్ల చతురస్రాలకు నల్లటి పొరుగువారు మాత్రమే ఉంటారు. చిత్రం 6.13 లోని టైలింగ్ సమస్యకు, మనకు ఈ క్రిందివి లభిస్తాయి.

© KSTBS NOT TO BE REPUBLISHED



చిత్రం 6.14

నలుపు-తెలుపు ప్రాంతంలో, సమస్య ఏమిటంటే, ఆ ప్రాంతాన్ని 2 × 1 నలుపు-తెలుపు పలకలతో టైల్ చేయడం, తద్వారా ప్రతి నల్ల చతురస్రం గ్రిడ్ యొక్క నల్ల చతురస్రంపై మరియు ప్రతి తెల్ల చతురస్రం తెల్ల చతురస్రంపై ఉంటుంది.

? ప్లేయిన్ గ్రిడ్ టైల్ వేయదగినది అయితే, నలుపు-తెలుపు-గ్రిడ్ టైల్ వేయదగినదా?

? నలుపు-తెలుపు గ్రిడ్ టైల్ వేయదగినది అయితే, ప్లేయిన్ గ్రిడ్ టైల్ వేయదగినదా?

రెండు ప్రశ్నలకు సమాధానం అవును అని చూడవచ్చు.

గణితపు మాట

? చిత్రం 6.14 లోని నలుపు-తెలుపు ప్రాంతం టైల్ చేయదగినదా?

నలుపు-తెలుపు-టైల్స్‌తో టైల్ చేయబడిన ఏ ప్రాంతంలోనైనా సమాన సంఖ్యలో నలుపు మరియు తెలుపు టైల్స్ ఉండాలి.

చిత్రం 6.14 లోని నలుపు-తెలుపు ప్రాంతంలో 8 తెల్ల చతురస్రాలు మరియు 6 నల్ల చతురస్రాలు ఉన్నాయి కాబట్టి, ఈ పలకలతో దానిని ఎప్పటికీ టైల్ చేయలేము!

? 5 × 3 గ్రిడ్ నుండి తీసివేసినప్పుడు, దానిని టైలబుల్ కానిదిగా చేసే మరొక యూనిట్ స్క్వేర్‌ను కనుగొనడానికి ఈ ఆలోచనను ఉపయోగించండి?

గణితపు మాట

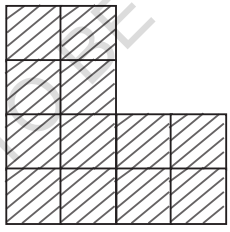
రంగులను ప్రవేశపెట్టడం ద్వారా మరియు సమస్యను మరింత క్లిష్టతరం చేయడం ద్వారా, దానిని పరిష్కరించడం ఎలా సులభం అవుతుందో ఆశ్చర్యంగా లేదా? సమస్యను చూచుటకు ఎంతస్సు జనాత్మక మార్గం!

? దీన్ని గుర్తించండి

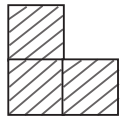
కింది టైలింగ్‌లు సాధ్యమేనా?

1.

టైల్ వేయవలసిన ప్రాంతం

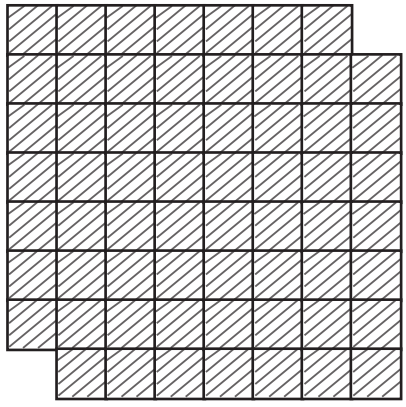


ప్రచురించబడింది

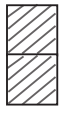


2.

టైల్ వేయవలసిన ప్రాంతం



ప్రచురించబడింది



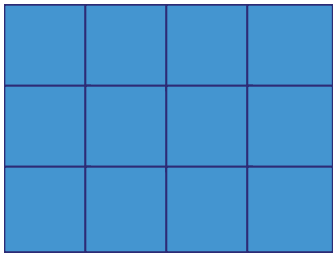
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

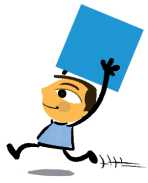
మొత్తం విమానం టైల్ వేయడం

ఇప్పటివరకు మనం ఇచ్చిన ప్రాంతాన్ని ఎలా టైల్ చేయాలో చూశాము. మొత్తం విమానం టైల్ వేయడం గురించి ఏమిటి?

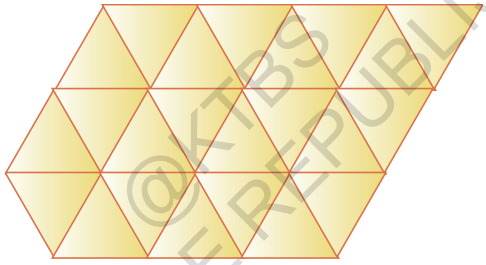
? మొత్తం విమానాన్ని టైల్ చేయగల కాపీల ఆకారం గురించి మీరు ఆలోచించగలరా?

స్పష్టంగా, చతురస్రాలు చేయగలవు.



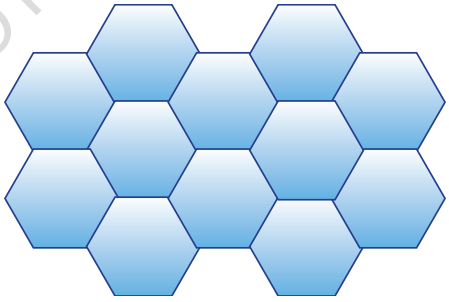


సమతలాన్ని టైల్ చేయగల ఇతర సాధారణ బహుభుజాలు ఉన్నాయా?
సమబాహు త్రిభుజాల సంగతేంటి?



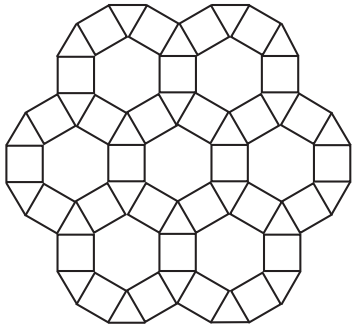
సమబాహు త్రిభుజాలతో టైలింగ్ చేయడం వల్ల మరొక సాధారణ బహుభుజితో టైలింగ్ చేసే అవకాశం కనిపిస్తుంది.

ఒక విమానంలో సాధారణ షడ్భుజాలను ఉపయోగించి టైల్స్ వేయవచ్చు. **నేను ఉన్నాను**

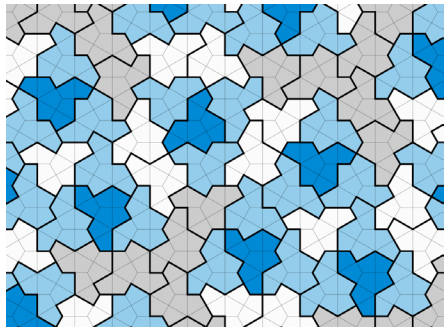


ఒకవిమానంలో ఒకటి కంటే ఎక్కువ ఆకారాలను ఉపయోగించి, మరియు సాధారణం కాని బహుభుజాలనుఉపయోగించికూడాటైల్‌వేయవచ్చు.గొప్పడచ్‌కళాకారుడుఎస్చర్(1898–1972)వంటివ్యక్తులు, టైలింగ్ వంటి గణిత ఇతి వృత్తాలను అన్వేషించారు –జంతువుల ఆకారాలతో విమానాన్ని టైల్ వేయడానికి సృజనాత్మక మార్గాలను కనుగొన్నారు! ఇక్కడ కొన్ని ఉదాహరణలు ఉన్నాయి.

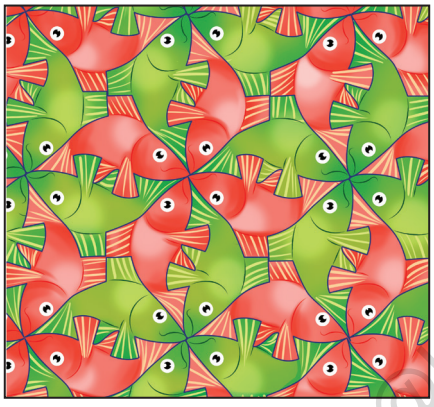
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



(a)



(b)



(c)



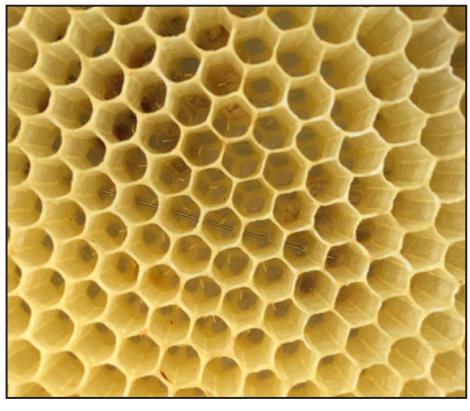
(d)

@KTR NOT TO BE RE

గణిత శాస్త్రవేత్తలు ఇప్పటికీ విమానంలో టైలింగ్ వేయడానికి వివిధ మార్గాలను అన్వేషిస్తున్నారు! టైలింగ్ (b) 2023 లోనే కనుగొనబడింది.

మీరు రోజువారీ జీవితంలో టైలింగ్‌లను చూశారా? వాటిని తరచుగా భవనాలలో మరియు డిజైన్లలో ఉపయోగిస్తారు. ప్రకృతిలో కూడా టైలింగ్‌లు కనిపిస్తాయి. తేనెటీగల దద్దుర్లు మరియు కొన్ని కందిరీగ గూళ్ల ముందు భాగం షట్కోణ కణాలను ఉపయోగించి టైలింగ్ చేయబడుతుంది!





ఈ కణాలను కీటకాలు తమ గుడ్లు, లార్వా మరియు ప్యూపాలను సురక్షితంగా ఉంచడానికి, అలాగే ఆహారాన్ని నిల్వ చేయడానికి ఉపయోగిస్తాయి. ఈ ప్రాంతం టైల్స్‌తో కప్పబడి ఉండటం వల్ల, స్థలం వృధా కాదు.

తేనెటీగలు మరియు కందిరీగలు షడ్భుజాకార కణాలను ఎలా తయారు చేయగలవని శాస్త్రవేత్తలు ఇప్పటికీ ఆశ్చర్యపోతున్నారు. తదుపరిసారి మీరు ఏదైనా టైలింగ్‌ను చూసినప్పుడు, దానిపై ఎక్కువ శ్రద్ధ వహించండి!

జ్యామితిలో టైలింగ్ ఇప్పటికీ అత్యంత ఉత్తేజకరమైన మరియు చురుకైన పరిశోధన రంగాలలో ఒకటి.

సారాంశం

- ఒక రేఖాఖండాన్ని లేదా ఏదైనా రేఖాగణిత పరిమాణాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించడాన్ని ద్విభాగం అంటారు.
- ఇచ్చిన రేఖాఖండం యొక్కరెండు ముగింపు బిందువుల నుండి సమాన దూరంలో ఉన్న ఏదైనా బిందువు దాని లంబ ద్విభాగంపై ఉంటుంది. ఈ లక్షణాన్ని పాలకుడు మరియు దిక్సూచిని ఉపయోగించి లంబ ద్విభాగాన్ని నిర్మించడానికి ఉపయోగించవచ్చు.
- లంబ ద్విభాగాన్ని నిర్మించే పద్ధతిని రూలర్ మరియు దిక్సూచిని మాత్రమే ఉపయోగించి రేఖపై ఏ బిందువు వద్దనైనా 90° కోణాన్ని గీయడానికి సవరించవచ్చు.
- త్రిభుజాల సారూప్యత లక్షణాలను ఉపయోగించి ఒక కోణాన్ని విభజించి కాపీ చేయవచ్చు.
- ఒక సమబాహు త్రిభుజాన్ని నిర్మించడం ద్వారా పాలకుడు మరియు దిక్సూచిని ఉపయోగించి 60° కోణాన్ని నిర్మించవచ్చు.
- ఖాళీలు లేదా అతివ్యాప్తులు లేకుండా, ఆకారాల సమితిని ఉపయోగించి ఒక ప్రాంతాన్ని కప్పడాన్ని టైలింగ్ అంటారు.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

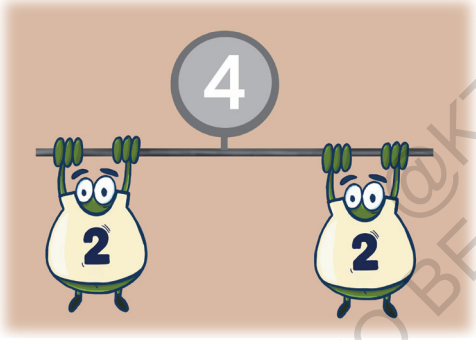
7 తెలియని వాటిని కనుగొనడం (FINDING THE UNKNOWN)

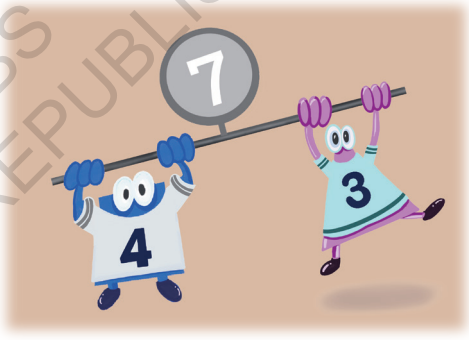
S2S1B2

7.1 తెలియని వాటిని కనుగొనడం

తెలియని బరువులు

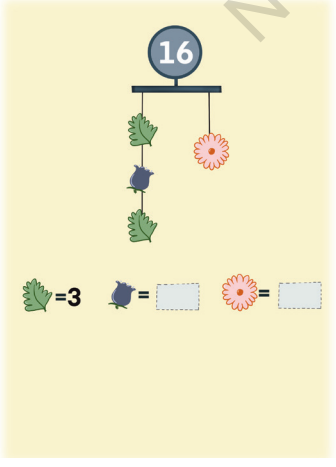
మన దగ్గర ఒక తూనిక స్కేల్ (యంత్రం) ఉంది, అది ఈ కింది విధంగా పనిచేస్తుంది. సంఖ్యలు బరువు యొక్క ఒకే యూనిట్లను సూచిస్తాయి:



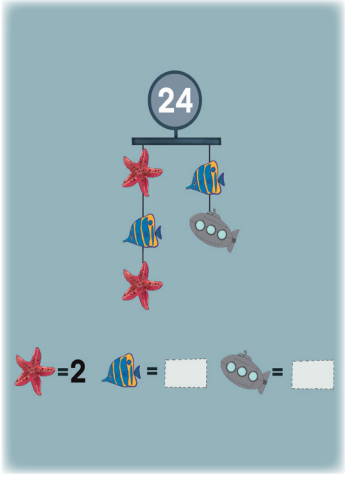


© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

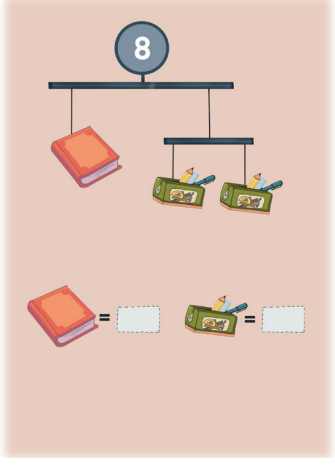
? ఈ కింది సందర్భాలలో తెలియని బరువులను కనుగొనండి:



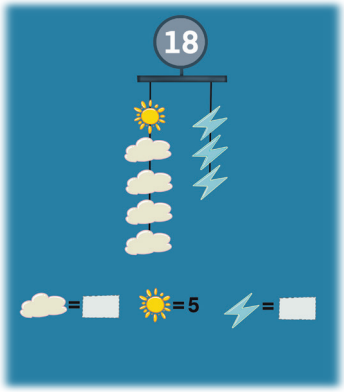
చిత్రం 7.1



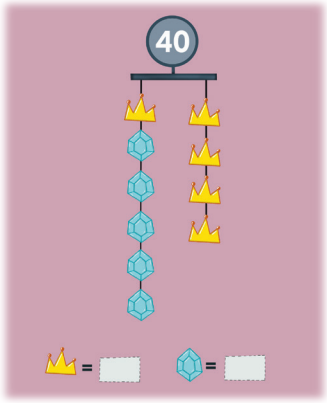
చిత్రం 7.2



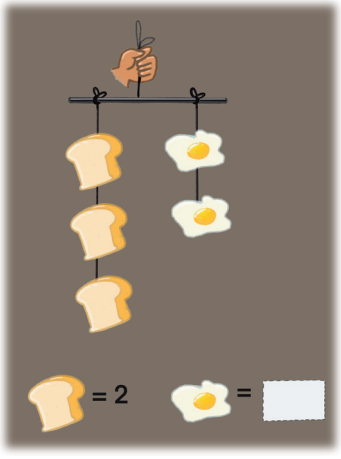
చిత్రం 7.3



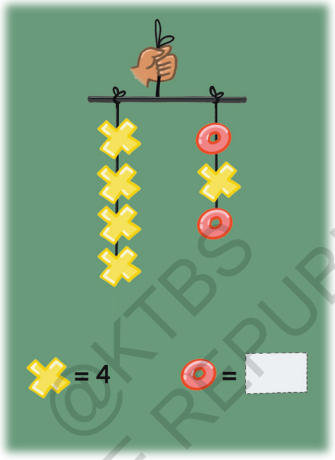
చిత్రం 7.4



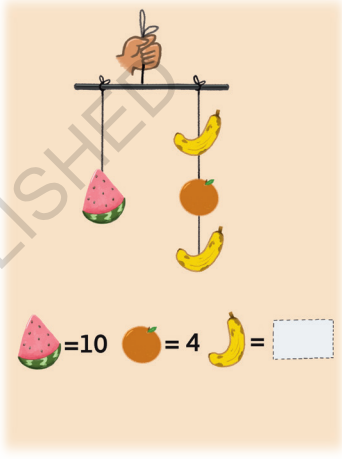
చిత్రం 7.5



చిత్రం 7.6



చిత్రం 7.7



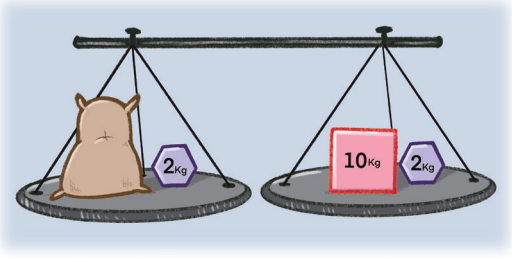
చిత్రం 7.8

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

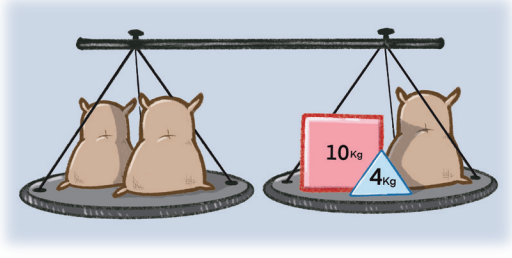
? మీ క్లాస్‌మేట్స్‌తో సమాధానాలను చర్చించండి. మీ సమాధానం సరైనదని మీరు ఎందుకు అనుకుంటున్నారో కారణాలను తెలియజేయండి.

గణితపు మాట

? కింది సందర్భాలలో తెలియని సంచి బరువును కనుగొనండి. చిత్రం 7.10లో, అన్ని సంచులు ఒకే బరువును కలిగి ఉంటాయి.

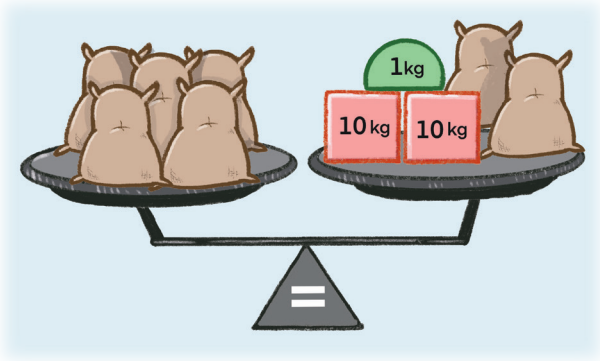


చిత్రం 7.9



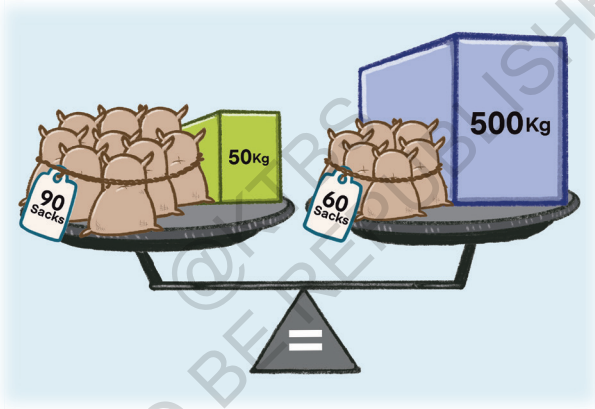
చిత్రం 7.10

(**సూచన :** రెండు ప్లేట్ల నుండి సమాన బరువులను తీసివేసినప్పటికీ, తూనిక స్కేల్ ఇంకా సమతుల్యంగా ఉంటుందా? చిత్రం 7.10 కోసం ప్రతి ప్లేట్ నుండి ఒక బస్తాను తీసివేయండి.



చిత్రం 7.11

(**సూచన :** బస్తాలు ఒకే ప్లేట్లో ఉండేలా వస్తువులను తీసివేయగలరా?)



చిత్రం 7.12

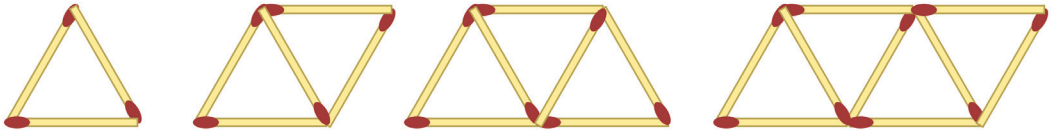
© KSTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఉపాధ్యాయులకు గమనిక : మీ విద్యార్థులను వివిధ వ్యూహాలు మరియు పద్ధతులను ఉపయోగించి ఈ సమస్యలకు పరిష్కారాలను కనుగొనమని ప్రోత్సహించండి మరియు పోల్చి చూడమని మరియు విభేదించమని వారిని అడగండి.

వివిధ సన్నివేశాలలో ఒక తెలియని విలువను కనుగొందాం.

అగ్గిపుల్ల సమూనా

ఈ అగ్గిపుల్లల అమరికల క్రమాన్ని పరిగణించండి.



1 2 3 4

ఈ క్రమాన్ని మనం ఇంతకు ముందు అధ్యాయంలో అధ్యయనం చేశామని గుర్తుకు తెచ్చుకోండి.

ఈ బొమ్మ మొదటి 4 అగ్గిపుల్లల అమరికలను వాటి స్థాన సంఖ్యలతో పాటు క్రమంలో చూపిస్తుంది.

? జాస్మిన్ ఈ క్రమంలో కనిపించే అగ్గిపుల్ల అమరికను తయారు చేయాలని నిర్ణయించుకుంది, సరిగ్గా 99 కర్రలను ఉపయోగించి, ఈ క్రమంలో ఈ అమరిక యొక్క స్థాన సంఖ్య ఎంత అవుతుంది?

ఈ ప్రశ్నకు సమాధానం ఇవ్వడానికి, ప్రతి స్థానంలో ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు ఉన్నాయో తెలుసుకోవడం ఉపయోగపడుతుంది.

1వ స్థానంలోని అమరికలో $2 \times (1) + 1 = 3$ అగ్గిపుల్లలు,

2వ స్థానంలోని అమరికలో $2 \times (2) + 1 = 5$ అగ్గిపుల్లలు,

3వ స్థానంలోని అమరికలో $2 \times (3) + 1 = 7$ అగ్గిపుల్లలు, ఉన్నాయని మనం గమనిస్తాం.

కాబట్టి, n^{th} స్థానంలో $2n+1$ అగ్గిపుల్లలు ఉంటాయి.

జాస్మిన్ ప్రశ్నకు సమాధానం ఇవ్వడానికి, $2n+1$ విలువ 99 లేదా $2n + 1 = 99$ ఉండేలామనం విలువను కనుగొనాలి.

$$2n + 1 = 99.$$

? n విలువను పొందడానికి మీరు మార్గాలను కనుగొనగలరా, అంటే $2n + 1 = 99$?

గణితపు మాట

? ఈ క్రమంలో కనిపించే అగ్గిపుల్లల అమరికను సరిగ్గా 200 కర్రలను ఉపయోగించి తయారు చేయడం సాధ్యమేనా?

రెండు బీజగణిత సమాసాల మధ్య సమానత్వం యొక్క ప్రకటనను **సమీకరణం** అంటారు. ఈ రోజుల్లో, చిహ్నాలను ఉపయోగిస్తున్నప్పుడు, మనం ఒక సమీకరణాన్ని రెండు బీజగణిత సమాసాలుగా వాటి మధ్య సమాన గుర్తుతో, '=' రాస్తాము.

సమీకరణాలకు మరికొన్ని ఉదాహరణలు ఇక్కడ ఇవ్వబడ్డాయి –

$$3x + 4 = 7,$$

$$20 = y - 3,$$

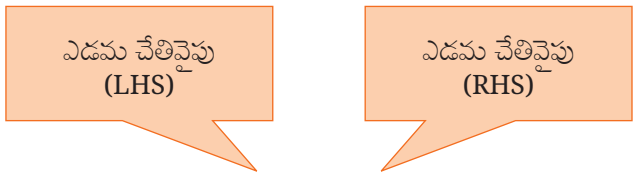
$$\frac{a}{3} = 50,$$

$$2z + 4 = 5z - 14 \text{ etc.}$$

సమానత్వం కలిగి ఉన్న లేదా సమీకరణం యొక్కఎడమ చేతి వైపు (LHS) విలువ సమీకరణం యొక్క కుడి చేతి వైపు (RHS)కి సమానంగా మారే అక్షరాల–సంఖ్యల విలువ(ల)ను కనుగొనే ప్రక్రియను సమీకరణాన్ని పరిష్కరించడం అంటారు.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మనంఅగ్గిపుల్లసమస్యలోచూసినట్లుగా, తెలియని పరిమాణాన్ని అక్షరసంఖ్యగా ఉపయోగించి సమీకరణాన్ని రూపొందించడం వల్ల దాని విలువను కనుగొనడంలో వనకు సహాయపడుతుంది.



? చిత్రం 7.6, 7.7, 7.8, 7.9, 7,10, మరియు 7.11 గణాంకాలలోని బరువు స్కేల్ సమస్యలకు, తెలియని బరువును సూచించడానికి అక్షరాల సంఖ్యలను ఉపయోగించి సమీకరణాలను రూపొందించండి.

చిత్రం 7.6 లోని సమస్యకు, ఒక ఉడికించిన గుడ్డు బరువును e గా నిరూపిద్దాం.

ప్రతి బ్రెడ్ ముక్క 2 కాబట్టి, మనకు ఒక వైపు $2 + 2 + 2 = 6$ మరియు మరొక వైపు $e + e$ ఉన్నాయి. అవి సమానంగా ఉండటం వలన, మనకు

$$6 = e + e, \text{ or}$$
$$2e = 6.$$

చిత్రం 7.7 లోని సమస్యకు, మరియు మనం ఒకదాని బరువును గా సూచించవచ్చు. కాబట్టి, మనకు ఒక వైపు 16, మరియు మరొక వైపు $4 + 2y$ ఉన్నాయి. అందువలన, మనకు సమీకరణం ఇలా ఉంది

$$4 + 2y = 16.$$

? మీరు రూపొందించే సమీకరణాలను పరిష్కరించండి మరియు తెలియని బరువుకు మీరు గతంలో పొందిన విలువ అదే విలువను పొందుతారో లేదో తనిఖీ చేయండి.

? 5 సమీకరణాలను రూపొందించండి. వాటిని పరిష్కరించడానికి పద్ధతులను / విధానాలను కనుగొనండి.



7.2 సమీకరణాలను క్రమపద్ధతిలో సాధించడం :

ముందుపటి విభాగంలో రూపొందించిన వివిధ సమీకరణాలను మీరు ఎలా సాధించడానికి ఒక మార్గం ఏమిటంటే, అక్షర సంఖ్య స్థానంలో వేర్వేరు విలువలను ప్రత్యామ్నాయం చేయడం మరియు ఏ విలువ LHS = RHS చేస్తుందో పరిశీలించడం. ఉదాహరణకు, $2n + 1 = 99$ అనే సమీకరణాన్ని పరిగణించండి.

మనం $n = 5$ ని ప్రత్యామ్నాయం చేస్తే, మనకు LHS = $2 \times (5) + 1 = 11$ వస్తుంది.

ఇది 99, RHS నుండి చాలా దూరంలో ఉంది. మనం $n = 10$ ని ప్రయత్నించవచ్చు.

LHS 21. ఇది ఇప్పటికీ 99 కి సమానం కాదు. మనం $n = 30$ ని ప్రయత్నించవచ్చా?

ఇప్పుడు 61, ఇప్పటికి 99 కంటే చాలా తక్కువ.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మనం $n = 40$ ని ప్రయత్నిద్దాం. LHS 81. మనం 99 కి దగ్గరవుతున్నాము.

$n = 50$ అయినప్పుడు. ఎడమవైపు 101 అవుతుంది ఇదికొంచెం తక్కువ.

$n = 50$ అయినపుడు, ఎడమవైపు = 99 కాబట్టి, $2n + 1 = 99$ సమీకరణానికి పరిష్కారం $n = 49$.

ఈ సమీకరణానికి వేరే ఏదైనా పరిష్కారం ఉందా?

ఈ పద్ధతిని ట్రయల్ అండ్ ఎర్రర్ పద్ధతి అంటారు.

ట్రయల్ అండ్ ఎర్రర్ పద్ధతి అసమర్థంగా ఉండవచ్చు.

(యత్న దోషపద్ధతిని (ట్రయల్ మరియు ఎర్రర్ పద్ధతిని) ఉపయోగించి $5x - 4 = 7$ సమీకరణాన్ని సాధించడానికి ప్రయత్నించండి.

బరువు కొలిచే స్కేల్ విషయంలో మనం ట్రయల్ అండ్ ఎర్రర్ పద్ధతిని ఉపయోగించలేదని గుర్తుచేసుకోండి! కొన్ని సమస్యలకు పరిష్కారాన్ని కనుగొనడం సూటిగా ఉంటుంది. మరికొన్నింటికి, సమతుల్య బరువు కొలిచే స్కేల్ యొక్క రెండు ప్లేట్ల నుండి సమాన బరువులను తీసివేసినప్పుడు, అది సమతుల్యంగా ఉంటుంది అనే వాస్తవాన్ని ఉపయోగించాము, సమీకరణాలకు ఇలాంటి లక్షణం ఉందా?

ఒక సమీకరణం $15 + 8 = 23$ ను పరిగణించండి. మనం ఒకే సంఖ్యను రెండు వైపులా కలిపినా, తీసివేసినా, గుణించినా లేదా భాగించినా, అది ఇప్పటికీ LHS మరియు RHS సమానత్వాన్ని కాపాడుతుందా?

ఉదాహరణకు, మీరు రెండు వైపులా 10ని కూడడం ద్వారా పరిశీలన చేయవచ్చు.

ఒక సమీకరణం యొక్క LHS మరియు RHS లు ఒకే విలువను కలిగి ఉంటాయి కాబట్టి, రెండు వైపులా ఒకే కార్యకలాపాన్ని చేయడం వల్ల వాటి సమానత్వం మారదు.

బరువు కొలిచే స్కేల్ సమస్యలలో, తెలియని బరువులన్నీ స్కేల్ యొక్క ఒకే ప్లేట్‌లో ఉండేలా సమాన బరువులను తీసివేసాము. దీని వలన సమస్య పరిష్కారం సులభం అయింది. సమీకరణాన్ని పరిష్కరించడానికి కూడా మనం ఇదే వ్యూహాన్ని ఉపయోగించవచ్చు! ముందుగా కొన్ని అంకగణిత సమస్యలను పరిష్కరిద్దాం.

ఉదాహరణ 1 : $14593 - 1459 + 145 - 14 + 88 = 13353$ అని తెలుసు. $14593 - 1459 + 145 - 14$ విలువ ఎంత?

విలువను కనుగొనడానికి, మనం $14593 - 1459 + 145 - 14$ ను మూల్యాంకనం చేయాలా? లేదా, 88 ని 13353 నుండి తీసివేయడం వలన పొందవచ్చు.

మనం దీన్ని ఎందుకు చేయాలి?

కూడిక మరియు తీసివేత అనేవి విలోమ క్రియలు కాబట్టి మనం దీన్ని చేయవచ్చు. కాబట్టి, రెండు వైపుల నుండి (LHS మరియు RHS) 88ని తీసివేయడం ద్వారా అవసరమైన సమాన విలువను కనుగొనవచ్చు, ఇది 88 అనే పదాన్ని తొలగిస్తుంది మరియు LHS మూల్యాంకనం చేయడానికి సమాసాన్ని మాత్రమే వదిలివేస్తుంది.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$$14593 - 1459 + 145 - 14 + 88 - 88 = 13353 - 88$$

ఉదాహరణ 2 : $23 \times 41 \times 11 \times 8 \times 7 = 5,80,888$. అనితెలుసు. $23 \times 41 \times 11 \times 8$ అనే సమాసం విలువ ఎంత?

గుణకారం మరియు భాగహారం అనేవి విలోమ క్రియలు అనే వాస్తవాన్ని ఉపయోగించి, మనం 5,80,888 ను 7 ద్వారా భాగించి సమాసం విలువను పొందవచ్చు.

? ఇది రెండు వైపులా 7తో భాగించడం లాంటిదేనా, ఇది కారకం 7ని తీసివేసి, LHSలో మూల్యాంకనం చేయవలసిన సమాసాన్ని మాత్రమే వదిలివేస్తుంది?



? **ఉదాహరణ 3 :** $12345 - 5432 + 135 - 24 - (-67) = 7091$ అనునది మనకు తెలుసు. $12345 - 5432 + 135 - 24$ యొక్క సమాసం విలువ ఎంత ?

కూడిక మరియు తీసివేత అనేవి విలోమ క్రియలు అనే వాస్తవాన్ని ఉపయోగించి ఈ సమస్యను కూడా పరిష్కరించవచ్చు. అయితే, మనం ఈ క్రింది పద్ధతిని ఉపయోగించవచ్చు, ఇది బహుశా దృశ్యమానం చేయడానికి సులభం.

LHSలో మూల్యాంకనం చేయవలసిన సమాసాన్ని మాత్రమే నిలుపుకోవడానికి, మనం $-(-67)$ అనే పదాన్ని తీసివేయాలి. సమీకరణం యొక్క రెండు వైపులా (-67) కూడడం ద్వారా మనం ఈ పదాన్ని తీసివేయవచ్చు.

$$12345 - 5432 + 132 - 24 - (-67) + (-67) = 7091 + (-67)$$
$$12345 - 5432 + 132 - 24 - (-67) + (-67) = 7091 + (-67)$$

అందువలన, $12345 - 5432 + 132 - 24 = 7024$.

? **ఉదాహరణ 4 :** మనకు తెలిసినట్లు $\left(\frac{35}{113}\right) \times 24 \times 14 \left(\frac{8}{9}\right) = \frac{94080}{1017}$. సమాసం $\left(\frac{35}{113}\right) \times 24 \times 147$ యొక్క విలువు ఎంత?

సాధన : పరిష్కారం చేయవలసిన సమాసంను మాత్రం ఎదరువైపు నిలువు కోవడానికి, మనం $\left(\frac{8}{9}\right)$ ను తీసివేయవ లెను. రెండూ వైపులను $\left(\frac{8}{9}\right)$ లే భాగించడంవలన దీనిని చేయవచ్చు.

$$\left[\left(\frac{35}{113}\right) \times 24 \times 14 \times \left(\frac{8}{9}\right)\right] \div \left(\frac{8}{9}\right) = \frac{94080}{1017} \div \left(\frac{8}{9}\right)$$

$$\left(\frac{35}{113}\right) \times 24 \times 14 \times \frac{\left(\frac{8}{9}\right)}{} \times \frac{\left(\frac{9}{8}\right)}{} = \frac{94080}{1017} \times \left(\frac{9}{8}\right)$$

ఇలా,

$$\left(\frac{35}{113}\right) \times 24 \times 14 = \frac{11760}{113}.$$

? $5x - 4 = 7$ అనే సమీకరణాన్ని పరిష్కరించడానికి ఈ ఆలోచనలను ఉపయోగిద్దాం.

© SCERT NOT TO BE REPUBLISHED

$5x$ ఒక వైపున ఉండి, LHS మరియు RHS మధ్యసమానత్వం అలాగే ఉండటానికి మనం ఏమి చేయగలం?

LHSలో $5x$ మాత్రమే నిలుపుకోవాలంటే, మనం -4 అనే పదాన్ని తీసివేయాలి. రెండు వైపులా 4ను కూడడం ద్వారా దీనిని చేయవచ్చు.

ఇలా, $5x - 4 + 4 = 7 + 4$.

కాబట్టి, $5x = 11$.

అందువలన x ను ఎడమవైపు (LHS) లో నిలుపు కోవడానికి, మనం 5 ను తీసివేయాలి. దీన్ని రెండు వైపులా 5 తో భాగించడం ద్వారా చేయవచ్చు.

ఇలా, $\frac{5x}{5} = \frac{11}{5}$.

కాబట్టి, $x = \frac{11}{5}$.

? సమీకరణానికి $x = \frac{11}{5}$ సరైన జవాబో లేదో మనం పరిశీలన చేయగలమా?

$5x - 4 = 7$ సమీకరణంలోని x యొక్క విలువను $\frac{11}{5}$ ను ప్రత్యామ్నాయం చేయడం ద్వారా మరియు LHS = RHS అని తనిఖీ చేయడం ద్వారా మనం దీనిని పరీక్షించవచ్చు.

LHS లో x ని $\frac{11}{5}$ ప్రతిక్షేపిస్తే, ఎడమవైపు

$$\text{LHS} = 5\left(\frac{11}{5}\right) - 4$$
$$= \cancel{5}\left(\frac{11}{\cancel{5}}\right) - 4$$
$$= 11 - 4$$
$$= 7 \text{ పొందుతాము}$$

కుడివైపుకు సమానంగా ఉంది. $\frac{11}{5}$ సమీకరణానికి సరైన సాధన.

? **ఉదాహరణ 5 :** $11y + (-5) = 61$ అనే సమీకరణాన్ని సాధించండి.

ఒక వైపు తెలియని పదం $11y$ మనం -5 అనే పదాన్ని తీసివేయాలి. రెండు వైపుల నుండి (-5) తీసివేయడం ద్వారా దీనిని చేయవచ్చు.

$$11y + (-5) - (-5) = 61 - (-5).$$

అంటే $11y = 66$.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$11 \times 6 = 66$ అని చూస్తే మనం y విలువను నేరుగా కనుగొనవచ్చు.

రెండు వైపులా 11 తో భాగించి y ని కనుగొనవచ్చు.

$$11y \div 11 = 66 \div 11.$$

కాబట్టి $y = 6$ అనేది $11y + (-5) = 61$ అనే సమీకరణానికి పరిష్కారం.

ఈ పరిష్కారం సరైనదేనా అని మీరు తనిఖీ చేయగలరా?

ఉదాహరణ 6 : $6y + 7 = 4y + 21$ ద్వారా సాధించండి.

ఈ సమీకరణంలో, తెలియని దానితో సమాసాలు రెండు వైపులా ఉంటాయి.

తెలియని పదం ఒక వైపు ఉన్నప్పుడు సమీకరణాలను ఎలా పరిష్కరించాలో మనం చూశాము. తెలియని పదాలను ఒకే వైపుకు తీసుకురావడానికి ఏమి చేయవచ్చు?

రెండు వైపులా $4y$ తీసివేస్తే, మనకు లభిస్తుంది.

$$6y + 7 - 4y = 4y + 21 - 4y.$$

కాబట్టి,

$$2y + 7 = 21.$$

రెండు వైపులా 7ను తీసివేస్తే, మనకు లభిస్తుంది.

$2y + 7 - 7 = 21 - 7$, పొందుతాము.

$$2y = 14.$$

$2 \times (7) = 14$ అని చూసిమనం y విలువను నేరుగా కనుగొనవచ్చు.

మనం రెండు వైపులా 2 తో భాగించి y ను కనుగొనవచ్చు.

$2y \div 2 = 14 \div 2$, ఇస్తుంది.

$$y = 7.$$



గుర్తుంచుకోండి, మీ పరిష్కారాన్ని పరీక్షించడం ఎల్లప్పుడూ మంచిది.

© KTPS NOT TO BE REPUBLISHED

దీన్ని గుర్తించండి

1. ఈ సమీకరణాలను సాధించండి మరియు పరిష్కారాలను పరీక్షించండి.

   (a) $3x - 10 = 35$

   (b) $5s = 3s$

   (c) $3u - 7 = 2u + 3$

   (d) $4(m + 6) - 8 = 2m - 4$

   (e) $\frac{u}{15} = 6$

గణితపు మాట

2. ఎలాంటి పరిష్కారం లేని సమీకరణాన్ని రూపొందించండి.

(**సూచన :** ఒకసంఖ్య కంటే 4 ఎక్కువ, మరియు ఒకసంఖ్య కంటే 5 ఎక్కువ ఇవి సమానంగా ఉండడం ఎప్పుడు సాధ్యం కాదు !!)

ఒక సమీకరణాన్ని క్రమపద్ధతిలో పరిష్కరించే విధానాన్ని మనం ఒక పరిశీలన చేస్తే సమర్థవంతంగా చేయవచ్చు.

$11y + (–5) = 61$ అనే సమీకరణాన్ని పరిగణించండి, దానిని మనం పరిష్కరించాము.

$$11y + (– 5) – (–5) = 61 – (– 5).$$

మొదటి దశగా, రెండు వైపుల నుండి–5ని తీసివేసి–5 అనే పదాన్ని తొలగించాము.

$$11y = 61 – (–5).$$

ఉదాహరణ 1లో వలె, కూడిక మరియు తీసివేతను విలోమ కార్యకలాపాలుగా చూడటం ద్వారా కూడా మనం ఈ దశకు చేరుకోవచ్చని గమనించండి.అదేవిధంగా, మనకు $11y = 66$ ఉన్నప్పుడు, LHS నుండి కారకం 11ని తొలగించడానికి రెండు వైపులా 11తో భాగించాము:

$$11y ÷ 11 = 66 ÷ 11.$$

ఈ చర్య LHS లోని కారకం 11 ను తొలగిస్తుంది కాబట్టి, మనం ఈ దశను ఇలా రాయవచ్చు

$$y = 66 ÷ 11.$$

మళ్ళీ, ఉదాహరణ 2 విషయంలో లాగా, గుణకారం మరియు భాగహారాన్ని విలోమ కార్యకలాపాలుగా చూడటం ద్వారా మనం దీనికి చేరుకోవచ్చు.

సమీకరణాన్ని పరిష్కరించడానికి ఈ రెండు మార్గాలను రాద్దాం.

$11y + (– 5) = 61$ $11y + (– 5) – (– 5) = 61 – (– 5).$ $11y = 66$ $11y ÷ 11 = 66 ÷ 11$ $y = 6$	$11y + (– 5) = 61$ $11y = 61 – (– 5)$ $11y = 66$ $y = 66 ÷ 11$ $y = 6$

ఈ వెనుక సాధించిన మరొక సమీకరణాన్ని పరిగణిద్దాం

$6y + 7 = 4y + 21$ $6y + 7 – 4y = 4y + 21 – 4y$ $2y + 7 = 21$ $2y + 7 – 7 = 21 – 7$ $2y = 14.$ $2y ÷ 2 = 14 ÷ 2$ $y = 7$	$6y + 7 = 4y + 21$ $6y + 7 – 4y = 21$ $2y + 7 = 21$ $2y = 21 – 7$ $2y = 14.$ $y = 14 ÷ 2$ $y = 7$

? $\frac{u}{15} = 6$ వంటి సందర్భాలలో ఏమి జరుగుతుంది?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

రెండు వైపులా 15 తో గుణిస్తే LHS లో మాత్రమే మిగులుతుంది

$$u = 6 \times 15$$
$$u = 90.$$

అందువల్ల, మనం ఈ క్రింది పరిశీలనలు చేయవచ్చు.

(a) ఒకసమీకరణంలో ఒక వైపున జోడించబడిన లేదా తీసివేయబడిన పదాన్ని ఆ వైపు నుండి తీసివేసిన ప్పుడు, సమానత్వం కొనసాగడానికి దాని సంకలిత విలోమం మరొక వైపున ఒక పదం వలె కనిపించాలి. ఉదాహరణకు, $2y + 7 = 21$, $2y = 21 - 7$ అవుతుంది.

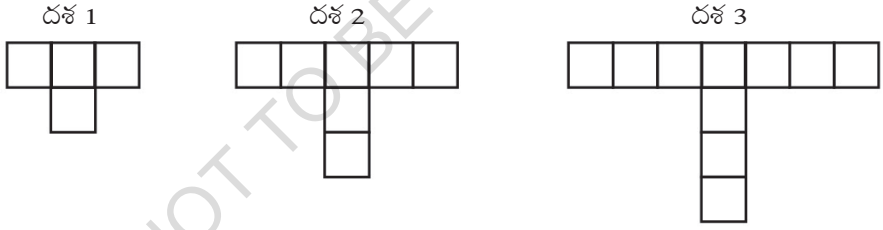
(b) ఒక సమీకరణం యొక్క ఒక వైపు రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యలు లేదా సమాసాల లబ్ధం అయితే, మనం కారణాంకాలలో ఒకదాన్ని తీసివేస్తే, సమానత్వం కొనసాగడానికి మరొక వైపును ఈ కారకంతో భాగించాలి. ఉదాహరణకు, $2y = 14$, $y = 14 \div 2$ అవుతుంది.

(c) ఒక సమీకరణం యొక్క ఒక వైపు రెండు సంఖ్యలు లేదా సమాసాల (వ్యక్తీకరణల) గుణకం అయితే, మనం భాజకాన్ని తీసివేస్తే, సమానత్వం కొనసాగాలంటే మరొక వైపును ఈ భాజకంతో గుణించాలి. ఉదాహరణకు, $\frac{u}{15} = 6$, $u = 6 \times 15$ అవుతుంది.

సమస్యలను పరిష్కరించడం

సమీకరణాలను రూపొందించడం మరియు పరిష్కరించడం వల్ల మన జీవితంలోని అనేక సమస్యలకు పరిష్కారాలను కనుగొనే సామర్థ్యం లభిస్తుంది. అలాంటి కొన్ని ఉదాహరణలను చూద్దాం.

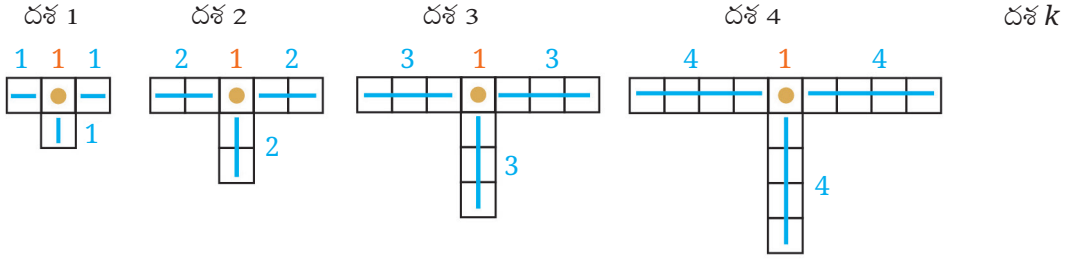
ఉదాహరణ 7 : క్రింద చూపిన విధంగా రంజనా చదరపు టైల్స్‌తో అమరికల క్రమాన్ని సృష్టిస్తుంది. ఆమె ఆ క్రమాన్ని పొడిగించి 100 టైల్స్ ఉపయోగించి అమరిక చేయగలదా? అవును అయితే, అది క్రమంలో ఏ దశ అవుతుంది?



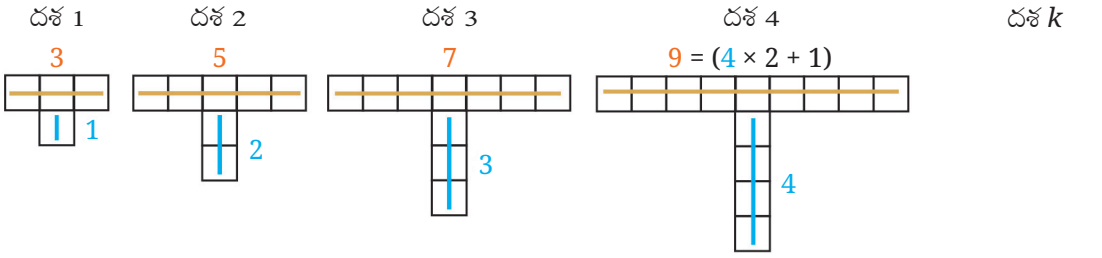
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఆమె ఆ సమూనాను వివిధ మార్గాల్లో చూడగలదు. అవి క్రింద చూపించబడ్డాయి.

1వ పద్ధతి



2వ పద్ధతి



$1 + 3 = 4$

$2 + 5 = 7$

$3 + 7 = 10$

$4 + 9 = 4 + (4 \times 2 + 1) = 13$

$k + (2k + 1) = 3k + 1$

మనకు $3k + 1$ అనే వ్యక్తీకరణ (సమాసం) ఉంది, ఇది దశ k లో అమరిక చేయడానికి అవసరమైన టైల్స్ సంఖ్యను ఇస్తుంది.

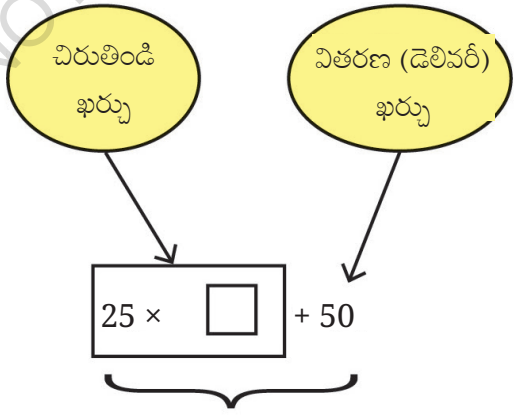
ఒక దశ k వద్ద 100 టైళ్ళను ఉపయోగించి అమరిక సాధ్యమేనా అని తనిఖీ చేయడానికి, మనం $3k + 1 = 100$ అనే సమీకరణాన్ని పరిష్కరించవచ్చు. k విలువను కనుగొనండి.

ఉదాహరణ 8 : మధుబంటి పార్టీ ఏర్పాటు చేయాలనుకుంటుంది. ఆమె పట్టణంలోని చాట్ దుకాణం నుండి పార్టీకి స్నాక్స్ కొనాలని నిర్ణయించుకుంటుంది. ప్రతి ప్లేట్ స్నాక్స్ ధర ₹ 25. మధుబంటి ఇంటికి స్నాక్స్ డెలివరీ చేయడానికి దుకాణం అదనంగా ₹ 50 స్థిర మొత్తాన్ని వసూలు చేస్తుంది.

మధుబంటి కుటుంబంలో ఆమెతో సహా 5 మంది సభ్యులు ఉన్నారు. ఆమె తల్లిదండ్రులు ఆమెతో ఈ పార్టీకి ₹ 500 ఖర్చు చేయవచ్చని చెప్పారు. ఆమె కుటుంబం మరియు స్నేహితులతో సహా ప్రతి వ్యక్తికి ఒక ప్లేట్ స్నాక్స్ ఇవ్వాలనుకుంటే ఆమె ఎంత మంది స్నేహితులను పార్టీకి ఆహ్వానించవచ్చు?

ఈ సమస్యను పరిష్కరించడానికి ఫాతిమా ఉపయోగించిన పద్ధతి క్రింద చూపబడింది.

ఆమె ఒక కఠినమైన రేఖాచిత్రాన్ని ఉపయోగించి పరిస్థితిని సూచించింది.



₹500 లో, మనం స్థిర డెలివరీ ఛార్జీని తీసివేస్తే, మధుబంటికి ₹ 450 మిగులుతుంది.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

కాబట్టి ప్రశ్న ఒక్కొక్కటి ₹ 25 ఖరీదు చేసే ఎన్ని ప్లేట్ల స్నాక్స్ ₹ 450 కి కొనవచ్చు? అని అవుతుంది.
దీనికి సమాధానం $450 \div 25 = 18$

18 ప్లేట్ల స్నాక్స్ ₹ 450 కికొనవచ్చు. ఆమె 5 గురు కుటుంబ సభ్యులను పరిగణనలోకి తీసుకుని, ఆమె 18–5=13 మంది స్నేహితులను తన పార్టీకి ఆహ్వానించవచ్చు.

మధువంతి మరియు ఆయె కుటుంబ సభ్యులతో సహా పార్టీకి హాజరు కాగల మొత్తం వ్యక్తుల సంఖ్యలో తెలియని సంఖ్యను మహేష్ p గా ప్రాతినిధ్యం వహించాడు. అయిన ఖర్చు = $25p + 50$ ఈ ఖర్చు ₹ 500 ఉండాలి కాబట్టి, మనం కింది సమీకరణం ఉంది. $25p + 50 = 500$ పొందగలము. రెండు వైపులా నుండి 50ను తీసివేయడం వలన $25p = 500 - 50$ లభిస్తుంది. $25p = 450$. రెండు వైపులా 25 తో భాగించడం వలన $p = 450 \div 25 = 18$. ఆయె పార్టీలో 18 మంది ఉండవచ్చు అందులో ఆయె కుటుంబ సభ్యులు 5 మంది ఉన్నారు. అంటే 13 మంది స్నేహితులను ఆహ్వానించవచ్చు.	మధువంతి ఆహ్వానించదగు మొత్తం స్నేహితుల సంఖ్యను ఎ తెలియని పరిమాణం f నుండి సూచించడానికి శ్రీకాంత్ ఇష్టపడ్డాడు. ఈ సందర్భంలో వెల ఎంత? అయిన ఖర్చు = $25\ (f + 5)$. వధువంతి దగ్గర ₹ 450 ఉండడంవల్ల సమీకరణం $25\ (f + 5) = 450$ అవుతుంది. రెండు వైపులను 25 నుండి భాగించినప్పుడు, $f + 5 = 18$ లభిస్తుంది. రెండు వైపుల నుండి 5 ను తీసివేసినపుడు, $f = 13$ లభిస్తుంది.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఉదాహరణ 9 : ఇద్దరు స్నేహితులు డబ్బు ఆదా చేయాలనుకుంటున్నారు. జాహ్నవి ప్రారంభంలో 4000 తో ప్రారంభిస్తుంది, అదనంగా, నెలకు ₹ 650 ఆదా చేస్తుంది. సునీత ₹ 5050 తో ప్రారంభించి నెలకు ₹ 500 ఆదా చేస్తుంది. ఎన్ని నెలల తర్వాత వారికి అదే మొత్తం డబ్బు ఉంటుంది?

వారి పొదుపులు ఎన్ని నెలల తర్వాత సమానంగా ఉన్నాయో m ని సూచిస్తాము.

జాహ్నవి పొదుపు = $4000 + 650\,m$

m నెలల తర్వాత జాహ్నవి పొదుపు చేసిన మొత్తం ఎంత?

Sunita's savings = $5050 + 500\,m$.

Jahnavi $4000 + 650 \times m$

Sunita $5050 + 500 \times m$

Equal

ఈ మొత్తాలు m నెలల తర్వాత సమానంగా ఉంటాయి కాబట్టి, మనకు క్రింది సమీకరణం లభిస్తుంది :

$$4000 + 650\,m = 5050 + 500\,m$$

$4000 + 650\,m - 500\,m = 5050$ (రెండు వైపుల నుండి 500 ను తీసివేస్తే)

$4000 + 150\,m = 5050$

$150\,m = 5050 - 4000$ (రెండు వైపుల నుండి 4000 ను తీసివేయడంవలన)

$150\,m = 1050$

$m = 1050 \div 150$ (రెండు వైపుల 150 తో భాగించడం)

$m = 7.$

కాబట్టి, 7 నెలల తర్వాత, ఇద్దరికీ ఒకే మొత్తంలో డబ్బు ఉంటుంది.

సమాధానాన్ని తనిఖీ చేయండి.

కొన్ని సమీకరణాలను పరిష్కరిద్దాం/ సాధిస్తాం :

ఉదాహరణ 10 : $28(x + 4) + 300 = 1000$ ను పరిష్కరించండి.

ఈ సమీకరణాన్ని పరిష్కరించడానికి ఇక్కడ కొన్ని మార్గాలు ఉన్నాయి.

300ను రెండు వైపులనుండి తీసివేయడం వలన $28(x + 4) = 1000 - 300$ $28(x + 4) = 700$ పొందగలము. 28 నుండి రెండు వైపులా భాగించడంవలన $x + 4 = 700 \div 28$ $x + 4 = 25$ పొందగలము. ఇలా, $x = 25 - 4$ $x = 21$ లభిస్తుంది.	$28(x + 4) + 300 = 1000$ 28, 300 మరియు 1000 అన్ని కుండా 4 లో భాగించబడుతుంది. కావున 4 లో రెండు వైపులనుండి భాగించడంవలన ఇంకా సరళమైన సమీకరణాన్ని పొదగలము $\frac{28(x + 4) + 300}{4} = \frac{1000}{4}$ భిన్నం కూడికల నియమాలను ఉపయోగించి $\frac{28(x + 4)}{4} + \frac{300}{4} = \frac{1000}{4}$ పొందుగలము. $7(x + 4) + 75 = 250$ 75ను రెండువైపుల నుండి తీసివేసినపుడు, $7(x + 4) = 175$ $7x + 28 = 175$ పొందగలము. 28ని రెండు వైపులనుండి తీసివేసినపుడు $7x = 147$ $x = \frac{147}{7} = 21$ పొందగలము	$28(x + 4) + 300 = 1000$ ఎడమవైపును సరళీకరించడంవలన $28x + 112 + 300 = 1000$ $28x + 412 = 1000$ 412ను రెండు వైపుల తీసివేయడం వలన $28x = 1000 - 412$ $28x = 588$ పొందగలము. రెండు వైపులను 28 నుండి భాగించడం వలన $x = 588 \div 28$ $x = 21$ పొందగలము.

NOT TO BE REPUBLISHED @KSBSE

ఉదాహరణ 11 : రియాజ్ ఒక గణిత ఉపాయాన్ని సృష్టించాడు, దానిని అతను తన స్నేహితుడు ఆకాష్ పై ప్రయత్నించాడు.

రియాజ్ ఆకాశ్‌ని తరువాతి దశల్లో మరియు మధ్యలో దేనికీ సమాధానం వెల్లడించకుండా కింది దశలను చేయమని అడిగాడు.



1. ఒక సంఖ్య గురించి ఆలోచించండి.
2. ఆ సంఖ్య నుండి 3ను తీసివేయండి.
3. ఫలితాన్ని 4తో గుణించండి.
4. గుణలబ్ధానికి 4ను కూడండి.
5. చివరి సమాధానాన్ని వెల్లడించండి.

ఆకాష్ వెల్లడించిన చివరి సమాధానం 24. దీన్ని ఉపయోగించి, రియాజ్ ఆకాష్ అనుకున్న ప్రారంభ సంఖ్యను సరిగ్గా కనుక్కున్నాడు. ఈ సంఖ్యను కనుగొనండి.

ప్రారంభ సంఖ్యగా వేర్వేరు సంఖ్యలను ఉపయోగించి దశలను ప్రయత్నించండి. ప్రారంభ సంఖ్య మరియు చివరి సమాధానానికి మధ్య మీకు ఏదైనా సంబంధం కనిపిస్తుందా?

ఈ సన్నివేశాన్ని బీజగణితంగా సమూనా చేయడం ద్వారా సమాధానాన్ని కనుగొనవచ్చు. మరో మాటలో చెప్పాలంటే, తెలియనిదాన్ని ఉపయోగించి మనం ఒక సమీకరణాన్ని ఏర్పరచవచ్చు. తెలియని ప్రారంభ సంఖ్య x అని అనుకుందాం.

ప్రతి దశ తర్వాత మనకు వచ్చే సమాసాలు ఏమిటి?

దశలు (Steps)	సమానం (Expression)
ఒక సంఖ్య గురించి ఆలోచించండి.	x
ఆ సంఖ్య నుండి 3 తీసివేయండి.	$x - 3$
ఫలితాన్ని 4 తో గుణించండి.	$4(x - 3) = 4x - 12$
గుణలబ్ధానికి 8 ని కూడండి.	$4x - 12 + 8 = 4x - 4$

ఆకాశ్ చివరి జవాబు 24 అయినందువల్ల, దాని సమీకరణం

$$4x - 4 = 24$$
$$4(x - 1) = 24$$
$x - 1 = 6$ (4 నుండి రెండు వైపుల భాగించడంవలన)

ఇలా, ఆకాష్ ఆలోచించిన సంఖ్య 7.

@KTES NOT TO BE REPUBLISHED

చివరి జవాబునుండి, ప్రారంభ సంఖ్యను పొందడానికి ఒక సరళ నియమాన్ని ఆలోచించగలరా?

ఉదాహరణ 12 : రమేష్ మరియు సురేష్ ల మధ్య 60 గోళీలు ఉన్నాయి. రమేష్ దగ్గర సురేష్ కంటే 30 గోళీలు ఎక్కువ ఉన్నాయి. ప్రతి అబ్బాయి దగ్గర ఎన్ని గోళీలు ఉన్నాయి?



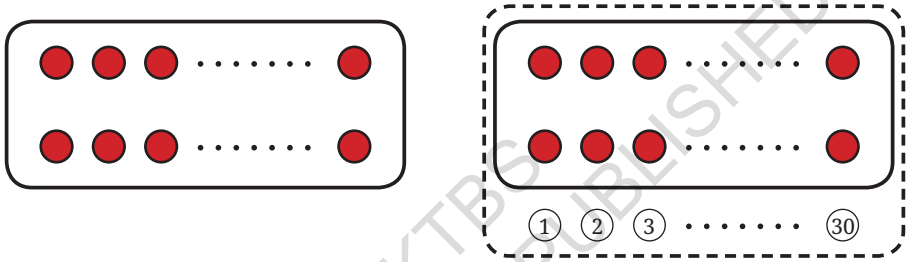
ఈ సమస్యలో, మనకు రెండు తెలియనివి ఉన్నాయి. రమేష్ x తో ఉన్న గోళీల సంఖ్యను మరియు సురేష్ y తో ఉన్న గోళీల సంఖ్యను సూచిస్తే, మనకు ఉన్న విభిన్న సమీకరణాలు ఏమిటి?

1. మొత్తం గోళీల సంఖ్య 60

$$x + y = 60.$$

2. రమేష్ దగ్గర సురేష్ కంటే 30 గోళీలు ఎక్కువ ఉన్నాయి.

$$x = y + 30.$$



సురేష్ రమేష్

ఈ సమీకరణాలను ఉపయోగించి తెలియని వాటిని ఎలా కనుగొంటాము? ఇప్పటివరకు, ఒక తెలియని దానితో సమీకరణాన్ని పరిష్కరించే వ్యూహాన్ని మాత్రమే మనం అభివృద్ధి చేసాము! అటువంటి సమీకరణాన్ని పొందడానికి, మనం ఈ క్రింది వాటిని చేయవచ్చు.

సురేష్ y తో ఉన్న గోళీల సంఖ్యను, రమేష్ $y + 30$ తో ఉన్న గోళీల సంఖ్యను సూచించండి.

మొత్తం గోళీలసంఖ్య 60 కాబట్టి, మనకు ఈ సమీకరణం వచ్చింది :

$$y + (y + 30) = 60$$

$$2y + 30 = 60.$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

రెండు తెలియని వాటిని కనుగొనడానికి దీన్ని ఉపయోగించండి.

సమీకరణాలను నిర్మించడం

ఇప్పటివరకు, అక్షర సంఖ్య యొక్క విలువను కనుగొనడానికి ఇచ్చిన సమీకరణాన్ని పరిష్కరించాము. అక్షర సంఖ్య యొక్క ఇచ్చిన విలువను ఉపయోగించి మనం రివర్స్-రైట్ (విలోమ) సమీకరణాలను చేయగలమా?

? $y = 5$ పరిష్కారం కలిగిన సమీకరణాలను రాయండి. మీరు చేసిన సమీకరణాలను ఒకరితో ఒకరు పంచుకోండి మరియు ఉపయోగించిన పద్ధతులను చర్చించండి.

గణితపు మాట

అలాంటి రెండు సమీకరణాలు $y + 1 = 6$ మరియు $3y = 15$.

కింది సమీకరణాల గొలుసులను పరిగణించండి, ఇక్కడ రెండు వైపులా ఒకే క్రియను చేయడం ద్వారా మునుపటి దాని నుండి ఒకటి పొందబడుతుంది.

$y + 1 = 6$	$3y = 15$
↓ 1–ద్వారా గుణించడం	↓ 6ను కూడడం ద్వారా
$-y - 1 = -6$	$3y + 6 = 21$
↓ y ను కూడడం	↓ 3ను భాగాచడం ద్వారా
$-1 = -6 + y$	$y + 2 = 7$
↓ 6 ను కూడడం	↓ 2ను తీసి వేయడం వలన
$5 = y$	$y = 5$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? కింది సమీకరణం నుండి పైకి వెళ్ళే గొలుసును మీరు ఏర్పరచగలరా? పై నుండి క్రిందికి మరియు కింది నుండి పైకి వెళ్ళేటప్పుడు ఉపయోగించే ఆపరేషన్లను పోల్చండి.

గణితపు మాట

? లెక్కించకుండానే, పైన ఉన్న గొలుసులలో ప్రతి సమీకరణంలో తెలియని దాని విలువను మీరు కనుగొన గలరా?

(**సూచన :** ఒక సమీకరణాన్ని సంతృప్తిపరిచే విలువ, అసలు సమీకరణం యొక్క రెండు వైపులా ఒకే ఆపరేషన్ చేయడం ద్వారా పొందిన కొత్త సమీకరణాన్ని కూడా సంతృప్తి పరుస్తుందని మనం చూశాము.

? **ఉదాహరణ 13 :** $100x + 75 = 250$ అనే సమీకరణంగా రూపొందించగల నిజ జీవిత పరిస్థితిని మీరు ఇవ్వగలరా?

పరిష్కారం : ఈ సంఖ్యలు డబ్బును సూచిస్తాయని మనం అనుకుంటే, మొత్తం డబ్బు 250 అని మనం చూడవచ్చు.

₹ 250 కి కూడవలసిన రెండు పదాలు గలపు LHS లో రెండవ పదం, ₹ 275, స్థిరంగా ఉంటుంది మరియు మారదు. మొదటి పదం యొక్క విలువ 'x' ఆధారంగామారుతుంది. కాబట్టి మనం 100 ను యూనిట్ల సంఖ్యగా మరియు 'x' ను యూనిట్ విలువగా భావించవచ్చు. ఉదాహరణకు, 'x' ఒక ప్లేట్ స్నాక్స్ ధరను సూచిస్తుంది మరియు 75 డెలివరీ ఛార్జీ కావచ్చు.

కనుగొనండి?

1. పరిష్కారం $x = -2$ అయినట్లు 5 సమీకరణాలను రాయండి.
2. తెలియని ప్రతి దాని విలువను కనుగొనండి:
   (a) $2y = 60$ (b) $-8 = 5x - 3$
   (c) $-53w = -15$ (d) $13 - z = 8$
   (e) $k + 8 = 12 - k$ (f) $7m = m - 3$
   (g) $3n = 10 + n$
3. నేను ఒక 3-అంకెల సంఖ్యను. నా వందవ అంకె నా పదవ అంకె కంటే 3 తక్కువ. నా పదవ అంకె నా యూనిట్ అంకె కంటే 3 తక్కువ. మూడు అంకెల మొత్తం 15. నేను ఎవరు?
4. ఒక ఇటుక బరువు దాని బరువులో సగం కంటే 1 కిలో ఎక్కువ. ఆ ఇటుక బరువు ఎంత?
5. ఒకసంఖ్యలో పావు వంతును 9 పెంచితే అదే సంఖ్య వస్తుంది. ఆ సంఖ్య ఎంత?
6. సమీకరణం $4k + 1 = 13$ ఇచ్చినప్పుడు, తరువాతి విలువలను కనుగొనండి

   a) $8k + 2$ b) $4k$ c) k d) $4k - 1$ e) $-k - 2$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7.3 తప్పును గమనించండి, తప్పును సరిదిద్దండి

అక్షర సంఖ్య విలువను కనుగొనడానికి వాటిని పరిష్కరించడానికి ఉపయోగించే దశలతో పాటు కొన్ని సమీకరణాలు క్రింద ఉన్నాయి. ప్రతి పరిష్కారాన్ని పరిశీలించి, దశలు సరైనవో కాదో నిర్ణయించుకోండి. ఏదైనా తప్పు ఉంటే, తప్పును వివరించండి, దాన్ని సరిదిద్దండి మరియు సమీకరణాన్ని సాధించండి.

1
$4x + 6 = 10$
$4x = 10 + 6$
$4x = 16$
$x = 4$

2
$7 - 8z = 5$
$8z = 7 - 5$
$8z = 2$
$z = 4$

3
$2v - 4 = 6$
$v - 4 = 6 - 2$
$v - 4 = 4$
$v = 8$

4
$5z + 2 = 3z - 4$
$5z + 3z = -4 + 2$
$8z = -2$
$z = -\frac{2}{8}$

5
$15w - 4w = 26$
$15w = 26 + 4w$
$15w = 30$
$w = 2$

6
$3x + 1 = -12$
$x + 1 = -\frac{12}{3}$
$x + 1 = -4$
$x = -5$

7
$4(4q + 2) = 50$
$4(4q) = 50 - 2$
$16q = 48$
$q = 3$

8
$-2(3 - 4x) = 14$
$-6v - 8x = 14$
$-8x = 14 + 6$
$-8x = 20$
$x = -\frac{20}{8}$

9
$3(7y + 4) = 9 + 5y$
$7y + 4 = \frac{9}{3} + 5y$
$7y + 4 = 3 + 5y$
$7y - 5y + 4 = 3$
$2y = 4 - 3$
$y = \frac{1}{2}$

7.4 చరిత్ర యొక్క భాగం :

పురాతన భారతదేశంలోని గణిత శాస్త్ర అన్వేషణలలో చిహ్నాలను ఉపయోగించి సమాసాలను రూపొందించడం మరియు అటువంటి సమాసాలతో సమీకరణాలను పరిష్కరించడం ఒక ముఖ్యమైన అంశం. ఈ గణిత శాస్త్ర విభాగాన్ని **బీజగణిత** అని పిలుస్తారు, దీనిని ఇప్పుడు బీజగణితం అని కూడా పిలుస్తారు. బీజ అనే పదానికి విత్తనం అని అర్థం. ఒక చెట్టు విత్తనం లోపల దాగి ఉన్నట్లే, సమస్యకు సమాధానం తెలియని సంఖ్య లోపల దాగి ఉంటుంది. సమస్యను పరిష్కరించడం అంటే చెట్టు పెరగడానికి సహాయం చేయడం లాంటిది – దశలవారీగా, దాగి ఉన్నదాన్ని మనం కనుగొంటాము.

పూర్ణాంకాలు మరియు భిన్నాలు వంటి గణిత శాస్త్రంలోని వివిధ రంగాలకు **బ్రహ్మగుప్తుడు** చేసిన కృషిని మనం చూశాము. ఆయన రాసిన బ్రహ్మస్ఫుటసిద్ధాంతం (628 CE) పుస్తకంలోని 18వ అధ్యాయంలో, అక్షరాలను ఉపయోగించి తెలియని సంఖ్యలను ఎలా జోడించాలి, తీసివేయాలి మరియు గుణించాలి అనే విషయాన్ని కూడా ఆయన వివరించాడు నేడు మనం x లేదా y లను ఎలా ఉపయోగిస్తామో అదే విధంగా. ఈ అధ్యాయం చరిత్రలో బీజగణితంలో ప్రారంభమైన రచనలలోఒకటి. ప్రఖ్యాత గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు మరియు ఫీల్డ్స్ మెడలిస్ట్ డేవిడ్ మమ్‌ఫోర్డ్ వ్యాఖ్యానించినట్లుగా, మనకు తెలిసిన బీజగణితాన్ని సృష్టించడంలో బ్రహ్మగుప్తుడు కీలక వ్యక్తి.

8వ శతాబ్దంలో, భారతీయ గణిత శాస్త్ర ఆలోచనలు అరబిక్‌లోకి అనువదించబడ్డాయి. అవి ప్రస్తుత ఇరాక్‌లో నివసించిన అల్-ఖ్వారిజ్మి (Al - Khwarizy) అనే ప్రసిద్ధ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడిని ప్రభావితం చేశాయి. 825 CE

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ప్రాంతంలో, అతను **హిసాబ్ అల్-జబర్ వాల్-ముకాబాలా** అనే పుస్తకాన్ని రాశాడు, దీని అర్థం పునరుద్ధరణ మరియు సమతుల్యత ద్వారాగణన". (restoring and balancing)

ఈ ఆలోచనలు మరింతగా వ్యాపించాయి. 12వ శతాబ్దం నాటికి, అల్-ఖ్వారిజ్మి పుస్తకం లాటిన్‌లోకి అనువదించబడి యూరప్‌కు తీసుకురాబడింది, అక్కడ అది బాగా ప్రాచుర్యం పొందింది. అతని పుస్తకంలోని అల్-జబర్ అనే పదం మనకు బీజగణితం అనే పదాన్ని ఇచ్చింది, దీనిని మనం నేటికీ ఉపయోగిస్తున్నాము.

నేడు మనం తెలియని వాటిని సూచించడానికి వర్ణమాలలోని అక్షరాలను ఎలా ఉపయోగిస్తామో, బ్రహ్మగుప్తుడి కాలం నాటి ప్రాచీన భారతీయ గణిత శాస్త్రజ్ఞులు వేర్వేరు తెలియని వాటికి యా, కా, ని, పై, లో (**yā, kā, nī, pī, lo**) మొదలైన విభిన్న చిహ్నాలను ఉపయోగించారు. యా (**yā**) అనే చిహ్నం **యావత్-తావత్** (అవసరమైనంత వరకు అని అర్థం) కు సంక్షిప్తం. కా మరియు నివంటి ఇతరులు రంగుల పేర్ల మొదటి అక్షరాలుగా సూచిస్తారు. కాలకా (నలుపు), నీలకా (నీలం) మొదలైన రంగుల పేర్లను సూచిస్తుంది. ఈ తెలియని వాటికి భిన్నంగా, ఒక వ్యక్తీకరణలో తెలిసిన పరిమాణాలు ఒక నిర్దిష్ట రూపాన్ని రూప (*rūpa*) కలిగి ఉంటాయి మరియు వీటిని రు(***rū***) తో సూచిస్తారు.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ప్రాచీన భారతీయ సంజ్ఞామానంలో (సంకేతం) ఆధునిక సంజ్ఞామానంలో బీజగణిత సమాసాలను ఎలా రాయాలో ఇక్కడ కొన్ని ఉదాహరణలు ఉన్నాయి:

ఆధునిక సంకేతం	ప్రాచీన భారతీయ సంకేతం
$2x + 1$	యా 2 రు 1 *(yā 2 rū 1)* (ప్రతి పదంలో తెలియని/తెలిసిన వాటి సూచన మొదట వచ్చింది)
$2x - 8$	యా 2 రు 8 *(yā 2 rū 8̇)* (ఒక సంఖ్యలో పైన ఉన్న చుక్క అది ఋణాత్మక మొదట వచ్చింది
$3x + 4 = 2x + 8$	యా 2 రు 4 *(yā 3 rū 4)* యా 2 రు 8 *(yā 2 rū 8)* (ఒక సమీకరణం యొక్క రెండు వైపులను ఒకటి కింద మరొకటిని రాయబడేది.)

ఉదాహరణ 16: భాస్కరాచార్య (1150 CE) రాసిన భట్టగణితం ఈ సమస్యను ప్రస్తావిస్తుంది.

ఒక వ్యక్తి దగ్గర ₹ 300 రూపాయలు, 6 గుర్రాలు ఉన్నాయి. మరొక వ్యక్తి దగ్గర 10 గుర్రాలు, ₹ 100 అప్పు ఉంది. వారిద్దరూ సమానంగా ధనవంతులు అయితే, ప్రతి గుర్రం ధర ఒకేలా ఉంటే, ఒక గుర్రం ధర ఎంత

సాధన :

ఒక గుర్రం వెల = ₹ x

సమస్యప్రకారం,

$$300 + 6x = 10x - 100$$

$$300 + 6x + (100) = 10x$$

$$400 + 6x = 10x$$

$$400 = 10x - 6x$$

$$400 = 4x$$

$$400 \div 4 = x$$

$$100 = x$$

కాబట్టి, ఒకగుర్రం వెల / ధర ₹ 100.

ప్రాచీన భారతదేశంలో ఇటువంటి సమస్యలు మరియు పరిష్కారాలు బాగా అర్థం చేసుకోబడ్డాయి. వాస్తవానికి, తెలియని వ్యక్తులతో సమస్యలను పరిష్కరించడానికి చాలా క్రమబద్ధమైన మార్గాన్ని మొదట ఆర్యభట్ట (499 CE) ప్రతిపాదించాడు మరియు బ్రహ్మగుప్తుడు తన బ్రహ్మస్ఫుటసిద్ధాంతం (628 CE)లో దీనిని వివరించాడు. అతని పద్ధతిని అర్థం చేసుకుందాం. ఈ క్రింది రూపంలోని కొన్ని సమీకరణాలను పరిశీలిద్దాం:

$5x + 4 = 3x + 8$, లేదా $3x - 6 = 2x + 4$.

? ఈ సమీకరణాలను పరిష్కరించడానికి మనం ఒక సూత్రాన్ని రూపొందించగలమా? అంటే, మొదటి సమీకరణానికి, 5, 4, 3, మరియు 8 ఉపయోగించి మనకు నేరుగా పరిష్కారం ఇచ్చే కొన్ని క్రియలను చేయగలమా? ఇదే విధమైన పద్ధతిని ఉపయోగించి, మీరు 3, –6, 2 మరియు 4 సంఖ్యలను ఉపయోగించి రెండవ సమీకరణాన్ని పరిష్కరించగలరా?

ఒకసూత్రాన్ని పొందడానికి, మనం ఈ రూపం యొక్కసమీకరణాలను A, B, C మరియు D అనే నాలుగు సంఖ్యలను తీసుకొని సాధారణీకరించవచ్చు.

$$Ax + B = Cx + D.$$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఈ రూపంలో గల సమీకరణాలకు బ్రహ్మగుప్తుడు కింది సూత్రాన్ని ఇచ్చారు.

$$x = \frac{D - B}{A - C}.$$

ఈ విధానాన్ని ఉపయోగించి, మనం సమీకరణానికి పరిష్కారాన్ని కనుగొనవచ్చు :

$$650m + 4000 = 500m + 5050$$

సరళంగా, లెక్కించుట ద్వారా,

$$m = \frac{5050 - 4000}{650 - 500}.$$

ఈ ఫార్ములా ఉపయోగించి $2x + 3 = 4x + 5$ అనే సమీకరణాన్ని సాధించగలరా?

సంక్లిష్టమైన గణిత శాస్త్ర ఆలోచనలను సరళమైన విధానాలుగా మార్చడంలో ప్రాచీన భారతీయ గణిత శాస్త్రజ్ఞులు అద్భుతంగా ఉండేవారు. తద్వారా ప్రతి ఒక్కరూ సమస్యలను పరిష్కరించడానికి ఈ విధానాలను ఉపయోగించగలరు!

బీజగణిత లేదా ఆల్జీబ్రా అనేది గణిత శాస్త్రంలోని ఒక విభాగం, ఇది గణిత సమస్యలను పరిష్కరించడానికి అక్షరాల చిహ్నాలను ఉపయోగిస్తుంది. మునుపటి పేజీలలో మనం కొన్ని ఉదాహరణలను చూశాము. బీజగణితాన్ని అధ్యయనం చేయడం ద్వారా, సంఖ్యలు, ఆకారాలు మరియు పరిస్థితులలో **నమూనాలను సాధారణీకరించడం** నేర్చుకుంటాము. బీజగణితం యొక్క భాషను ఉపయోగించి మేము ఈ సాధారణీకరణలను వ్యక్తపరుస్తాము, ఇది ఖచ్చితమైనది మరియు శక్తివంతమైనది.

గణిత శాస్త్ర వాదనలను (రెండు బేసి సంఖ్యల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ ఎందుకు సరి సంఖ్య అవుతుంది వంటివి) సమర్థించడానికి మరియు అనేక రకాల సమస్యలను పరిష్కరించడానికి బీజగణిత మనకు ఒక మార్గాన్ని కూడా అందిస్తుంది.

బీజగణితం యొక్క శక్తిని ప్రాచీన భారతీయ గణిత శాస్త్రజ్ఞులు బాగా గుర్తించారు. మీరు కూడా దానిని గుర్తిస్తారని మరియు దానిని ఉపయోగించడం ఆనందిస్తారని మేము ఆశిస్తున్నాము!

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

కనుగొనండి:

1. ఖాళీలను పూర్ణాంకాలతో పూరించండి.

   (a) $5 \times \_\_\_ - 8 = 37$ (b) $37 - (33 - \_\_\_\_) = 35$

   (c) $-3 \times (-11 + \_\_\_\_) = 45$

2. రంజు ఒక దినసరి కూలీ. ఆమె రోజుకు ₹ 750 సంపాదిస్తుంది. ఆమె యజమాని ఆమెకు 50 మరియు

100 రూపాయల నోట్లలో చెల్లిస్తాడు. రంజుకు సమాన సంఖ్యలో 50 మరియు 100 రూపాయల నోట్లు వస్తే, ఆమె దగ్గర ఎన్ని నోట్లు ఉన్నాయి?

3. ఇచ్చిన చిత్రంలో, ప్రతి నల్ల బొట్టు సమాన సంఖ్యలో నీలి చుక్కలను దాచిపెడుతుంది. మొత్తం 25 చుక్కలు ఉంటే, ఒక బొట్టు ఎన్ని చుక్కలను కప్పివేస్తుంది? ఈ సమస్యను వివరించడానికి ఒక సమీకరణాన్ని రాయండి.



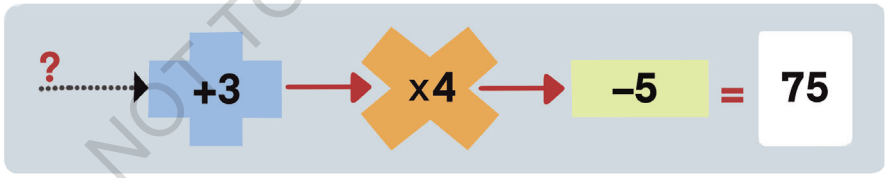
4. ఒక ఇన్‌పుట్‌ను తీసుకొని దానిపై ఒక క్రియను చేసి, ఫలితాన్ని అవుట్‌పుట్‌గా పంపేయంత్రాలు ఇక్కడ వున్నాయి.

(a)

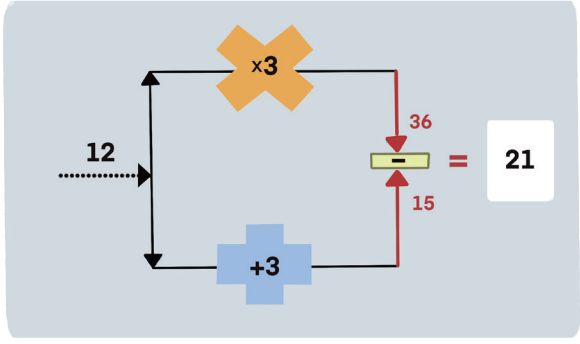


కింది సందర్భాలలో ఇన్‌పుట్స్‌ను కనుగొనండి.



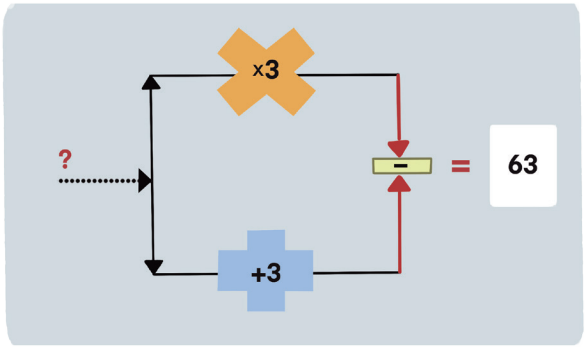


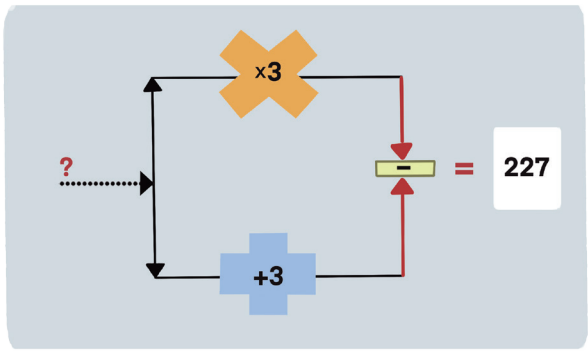
(b)



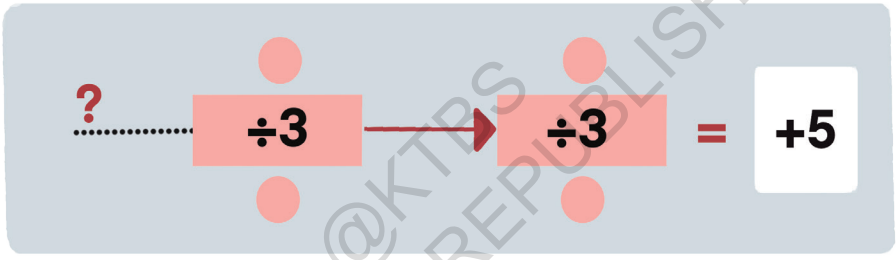
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

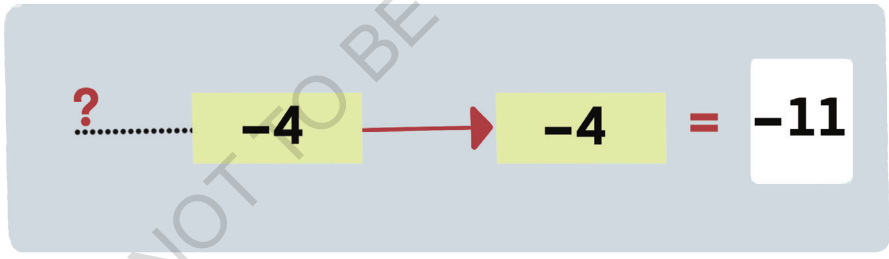
కింది సందర్భాలలో ఇన్‌పుట్స్‌ను కనుగొనండి.





5. ఈ యంత్రాలకు ఇన్‌పుట్‌లు ఏమిటి?



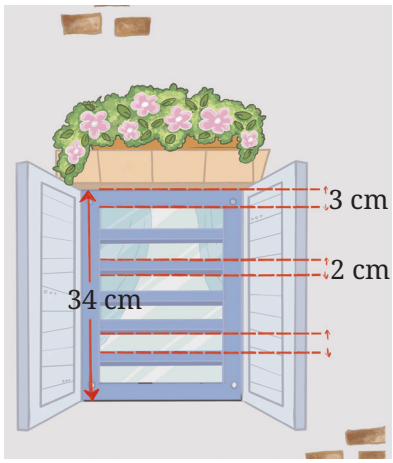


@KTRS
NOT TO BE REPUBLISHED

6. ఒక ట్యాక్సీ డ్రైవర్ ప్రతి రోజుకు నిర్ధిష్ట (స్థిర) మొత్తం ₹ 800 మరియు ప్రయాణించిన ప్రతి కిలోమీటర్‌కు ₹ 20 వసూలు చేస్తాడు. ఒక ట్యాక్సి ప్రయాణానికి మొత్తం ఖర్చు ₹ 2200 అయితే, ప్రయాణించిన కిలోమీటర్ల సంఖ్యను కనుగొనండి.

7. రెండు సంఖ్యల మొత్తం 76. ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యకు మూడు రెట్లు ఉంటే ఆ సంఖ్యలు ఏమిటి?

8. గ్రిల్ ఉన్న కిటికీ యొక్క రేఖాచిత్రాన్ని కింది చిత్రం చూపిస్తుంది. గ్రిల్‌లోని రెండు రాడ్‌ల మధ్య అంతరం ఎంత?



9. ఒక రెస్టారెంట్‌లో, ఒక పండ్ల రసం ధర చాక్లెట్ మిల్క్‌షేక్ కంటే 15 తక్కువ. 4 పండ్ల రసాలు మరియు 7 చాక్లెట్ మిల్క్‌షేక్‌ల ధర ₹ 2600 అయితే, పండ్ల రసం మరియు మిల్క్‌షేక్ ధరను కనుగొనండి.

10. సమీకరణం $28p - 36 = 98$, ఇవ్వబడింది. $14p - 19$ మరియు $28p - 38$ యొక్క విలువను కనుగొనండి.

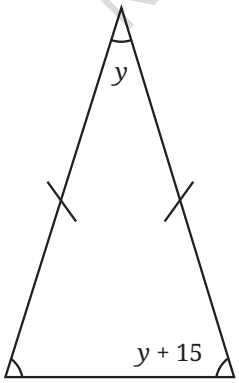
11. మూడు సమీకరణాలను సాధించడానికి కింద దశలను చూపించబడ్డాయి. ఏదైనా తప్పులున్నచో గుర్తించండి మరియు సరిదిద్దండి .

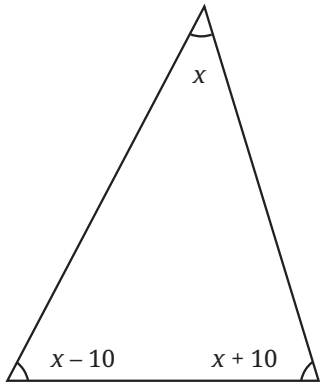
(a) $\cancel{6}x + 9 = \cancel{66}^{11}$
$x + 9 = 11$
$x = 11 - 9$
$x = 2$

(b) $14y + 24 = 36$
$7y + 12 = 18$
$7y = 6$
$y = \frac{6}{7}$

(c) $4x - 5 = 9x + 8$
$4x = 9x + 8 - 5$
$4x = 9x + 3$
$4x - 9x = 3$
$-5x = 3$
$x = \frac{-5}{3}$

12. ఈ త్రిభుజాల కోణాల కొలతలను కనుగొనండి.





©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

13. పరిష్కారం U=6 కలిగిన 4 సమీకరణాలను వ్రాయండి.

14. బక్షాలీ మాన్యుస్క్రిప్ట్ (300 CE) ఈ క్రింది సమస్యను ప్రస్తావిస్తుంది. మొదటి వ్యక్తికి ఇచ్చిన మొత్తం తెలియదు, రెండవ వ్యక్తికి మొదటి వ్యక్తి కంటే రెండు రెట్లు ఎక్కువ ఇవ్వ బడుతుంది. మూడవ వ్యక్తికి రెండవ వ్యక్తి కంటే మూడు రెట్లు ఎక్కువ ఇవ్వ బడుతుంది; మరియు నాల్గవ వ్యక్తికి మూడవవ్యక్తి కంటే నాలుగు రెట్లు ఎక్కువ ఇవ్వ బడుతుంది. మొత్తం పంపిణీ చేయబడిన మొత్తం ₹ 132. మొదటి వ్యక్తికి ఇచ్చిన మొత్తం ఎంత?

15. జిరాఫీ ఎత్తు దాని ఎత్తులో సగం కంటే రెండున్నర మీటర్లు ఎక్కువ. జిరాఫీ ఎంత ఎత్తు ఉంటుంది?

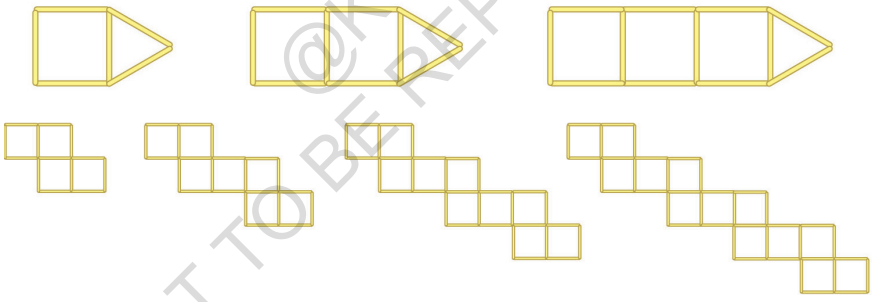
16. రెండు వేర్వేరు చిత్రాలు క్రింద ఇవ్వబడ్డాయి. ప్రతి చిత్రం కర్రలతో చేసిన అమరికల క్రమంలో మొదటి కొన్ని స్థానాలను చూపుతుంది. నమూనాను గుర్తించి, ప్రతి చిత్రం క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి:

(a) శ్రేణిలోని 11వ స్థానంలో ఎన్ని చతురస్రాలు ఉన్నాయి?

(b) క్రమంలో 11వ స్థానంలో అమరిక చేయడానికి ఎన్ని కర్రలు అవసరం?

(c) ఈ క్రమంలో సరిగ్గా 85 కర్రలను ఉపయోగించి అమరిక చేయవచ్చా? అవును అయితే, అది ఏ స్థాన సంఖ్యకు అనుగుణంగా ఉంటుంది?

(d) ఈ క్రమంలో సరిగ్గా 150 కర్రలను ఉపయోగించి అమరిక చేయవచ్చా? అవును అయితే, అది ఏ స్థాన సంఖ్యకు అనుగుణంగా ఉంటుంది?



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

17. ఒక సంఖ్యను 36 పెంచితే అది అదే సంఖ్య యొక్క పది రెట్లకు సమానం, ఆ సంఖ్య ఎంత ?

18. ఈ సమీకరణాలను సాధించండి.

(a) $5(r + 2) = 10$

(b) $-3(u + 2) = 2(u - 1)$

(c) $2(7 - 2n) = -6$

(d) $2(x - 4) = -16$

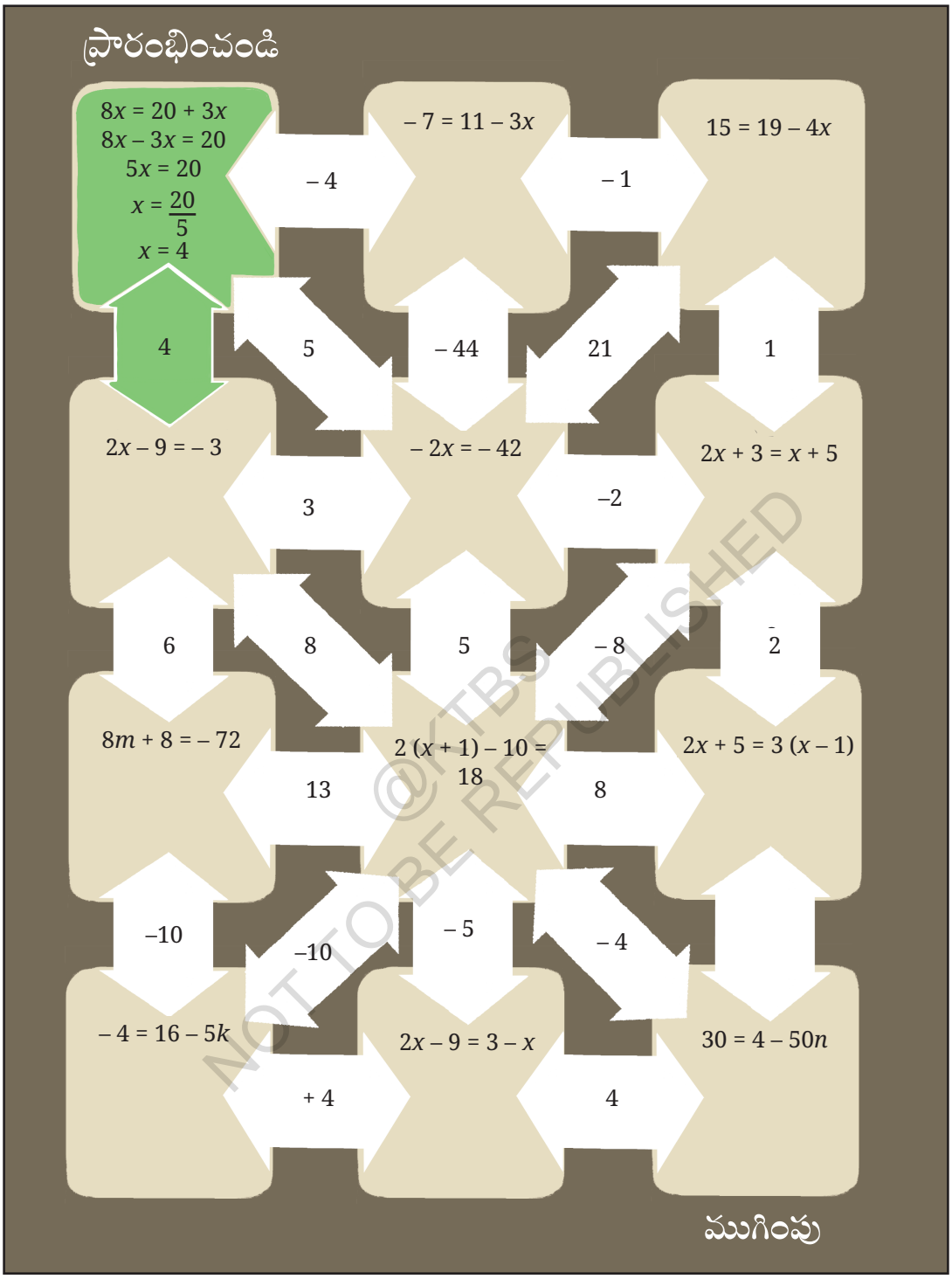
(e) $6(x - 1) = 2(x - 1) - 4$

(f) $3 - 7s = 7 - 3s$

(g) $2x + 1 = 6 - (2x - 3)$

(h) $10 - 5x = 3(x - 4) - 2(x - 7)$

19. ప్రారంభం నుండి చివరి వరకు మార్గాన్ని కనుగొనడానికి సమీకరణాలను పరిష్కరించండి. ఇవ్వబడిన పెట్టెలలో మీ పనిని చూపించండి మరియు మీరు ముందుకు సాగుతున్నప్పుడు మీ మార్గాన్ని రంగు వేయండి.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

20. ఒక బీచ్‌లో కొంతమంది పిల్లలు మరియు గాడిదలు ఉన్నాయి. మొత్తంగా కలిపి 28 తలలు మరియు 80 కాళ్ళు ఉన్నాయి. ఆక్కడ ఎన్ని గాడిదలు ఉన్నాయి? ఎంతమంది పిల్లలు ఉన్నారు?

సారాంశం

- బీజగణిత సమీకరణం అనేది రెండు బీజగణిత సమాసాల సమానత్వాన్ని సూచించే గణిత ప్రకటన.
- ఒక సమీకరణం యొక్క రెండు వైపులా ఒకే క్రియను నిర్వహించినప్పుడు, సమానత్వం నిర్వహించబడుతుంది.
- ఒక సమీకరణానికి పరిష్కారం కనుగొనడం అంటే LHS, RHSకి సమానం అయ్యేలా సమాసాలలో తెలియని వాటి విలువలను కనుగొనడం.
- తెలియని దాని విలువ స్పష్టంగా కనిపించేలా రెండు వైపులా ఒకే ఆపరేషన్ చేయడం ద్వారా సమీకరణాలను తరచుగా పరిష్కరించవచ్చు.

పజిల్ సమయం

ఒక మేజిక్ ట్రిక్

ఏదైనా ఒక సంఖ్యను ఆలోచించండి.

ఇప్పుడు దానిని 2 తో గుణించండి.

10 ని కూడండి.

2 తో భాగించండి.

మీరు అనుకున్న అసలు సంఖ్యను తీసివేయండి

చివరగా, 3 ను కూడండి

మీకు ఇప్పుడు 8 ఉంటుందని నేను అంచనా వేస్తున్నాను. నేను సరిగ్గా అంచనా వేసాన?

మీ స్నేహితులు మరియు కుటుంబ సభ్యులపై ఈ ట్రిక్ ప్రయత్నించండి!

ఆ ట్రిక్ ఎందుకు పనిచేస్తుందో మీరు వివరించగలరా?

(సూచన : X ద్వారా భావించబడిన మొదటి సంఖ్యను సూచించండి.)

మీరు అలాంటి ఉపాయాలు మీ స్వంతంగా తయారు చేసుకోగలరా?

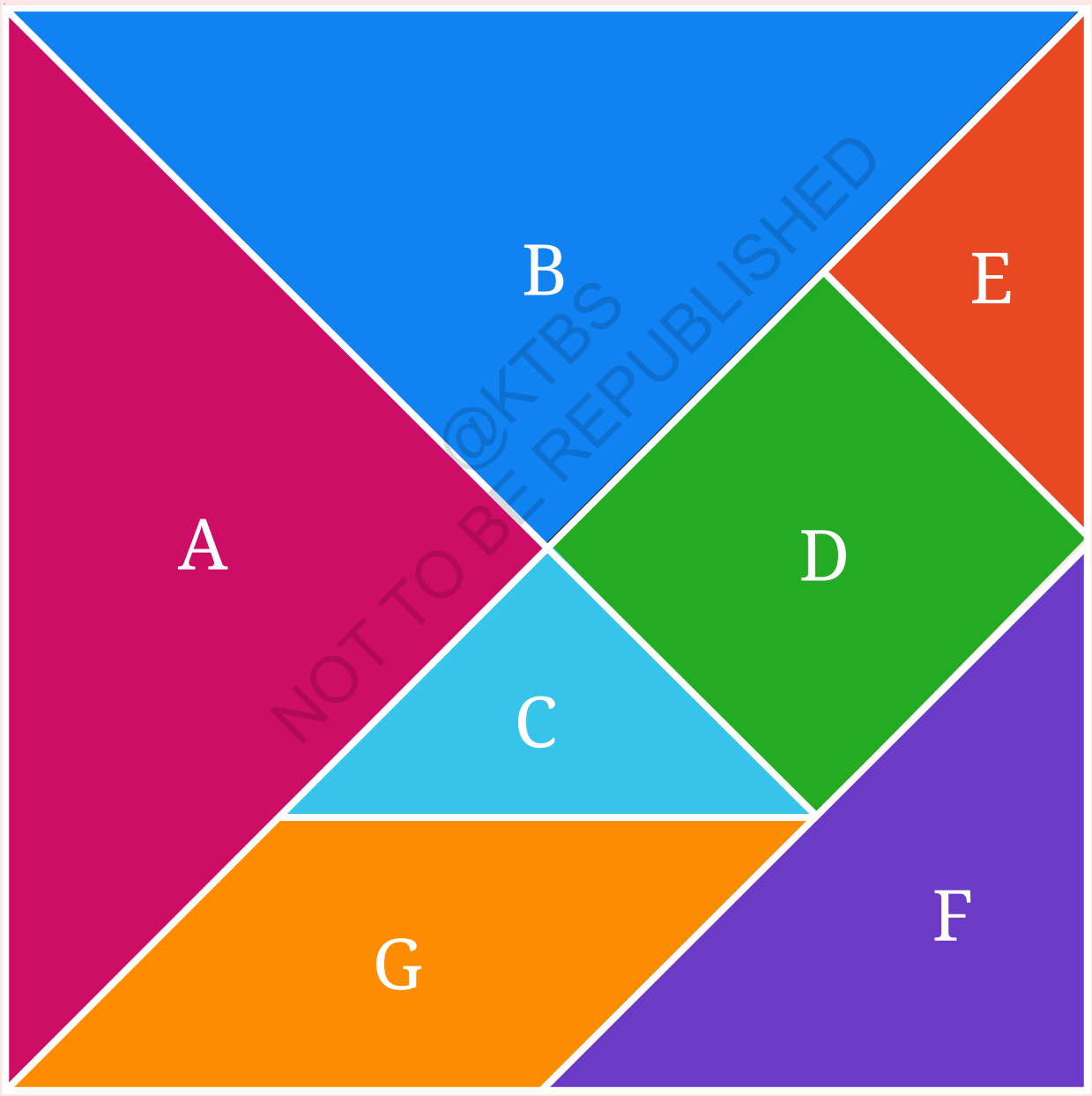


©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ట్యాన్ గ్రాం

V1X8H1

గమనించండి : ప్రతి ఆకారాన్ని దాని తెల్లని అంచు వెంట కత్తిరించండి.



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

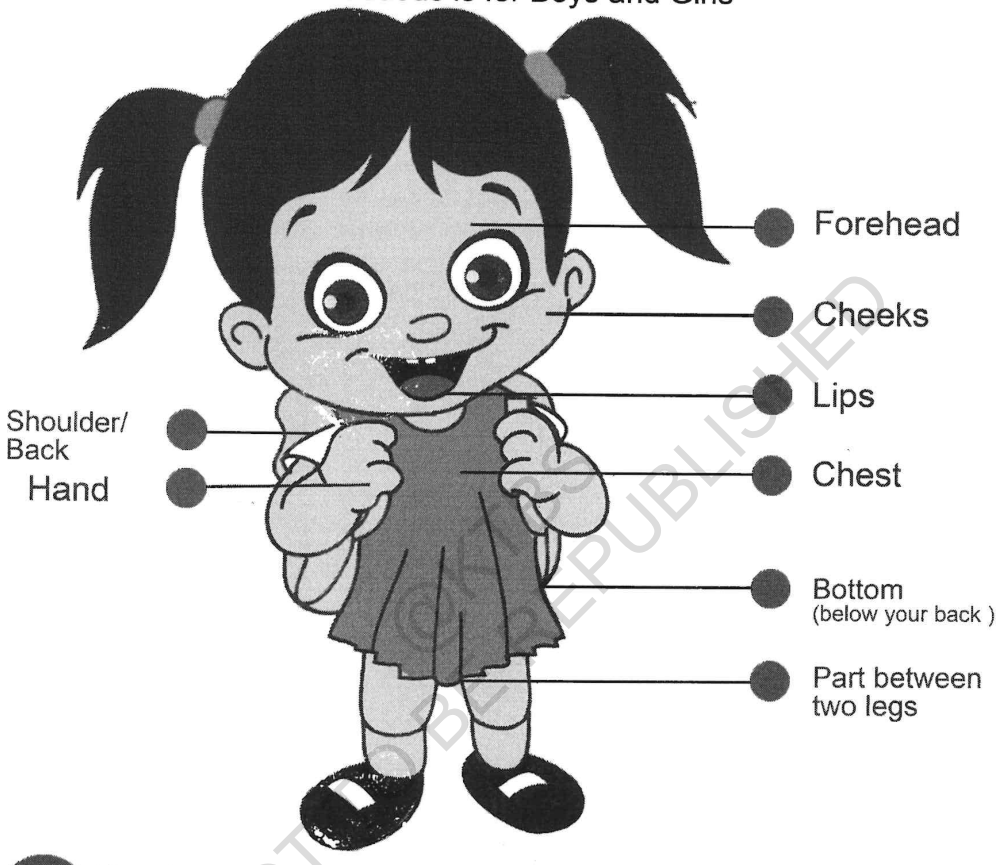
@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

Children be cautious !!! Be alert

Your body belongs only to you, You have all the rights to keep safe and protect it always.
Safe and Unsafe touches on your body

See the picture and understand

this cautious is for Boys and Girls



© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

Unsafe Touch (BAD TOUCH) - parts of your body where nobody should touch (except parents and in their presence only doctors can touch)

Safe touch (GOOD TOUCH) -can touch only when required

When you feel Unsafe Touch or any other mischief, please Say loudly NO.. Don't.. Stop it..and Scream, push the person aside and move to a safer place, be brave and inform about it, to your parents & Trusted adult and register a complaint

Published by :Distict Administration -08532-229011, Zilla Panchyat-228448
Department of Police -235635/ 235001 / 235100 / 100 /1091 District Child Protection Unit-280670,
Department of Women and Child Develpoment-226292, Unicef Child Protection Project -230610. Raichur

Be Smart, Be Safe, Be Happy

Picture courtesy : Prajavani, Bhoomika 26-07-2014

unicef