कर्नाटक सरकार

गणित प्रकाश

इयत्ता 6 वी साठी गणिताचे पाठ्यपुस्तक

MARATHI MEDIUM



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

SIXTH STANDARD

मराठी माध्यम

भाग - 1

विद्यया ऽमृतमश्नुते
एन सी ई आर टी
NCERT

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

Karnataka Textbook Society (R.)
6th Cross, Malleshwaram, Bengaluru-560 003

Foreword

The National Education Policy (NEP) 2020 envisages a system of education in the country that is rooted in Indian ethos and its civilisational accomplishments in all domains of human endeavour and knowledge, while at the same time preparing the students to constructively engage with the prospects and challenges of the twenty-first century. The basis for this aspirational vision has been well laid out by the National Curriculum Framework for School Education (NCFSE) 2023 across curricular areas at all stages. Nurturing the students' inherent abilities touching upon all the five planes of human existence, the pañchakośhas, in the Foundational and the Preparatory Stages has paved the way for the progression of their learning further at the Middle Stage. The Middle Stage acts as a bridge between the Preparatory and the Secondary Stages, spanning three years from Grade 6 to 8.

This framework, at the Middle Stage, aims to equip students with the skills that are needed to grow as they advance in their lives. It endeavours to enhance their analytical, descriptive, and narrative capabilities, and to prepare them for the challenges and opportunities that await them. A diverse curriculum, covering nine subjects ranging from three languages—including at least two languages native to India—to Science, Mathematics, Social Sciences, Art Education, Physical Education and Well-being, and Vocational Education promotes their holistic development.

Such a transformative learning culture requires certain essential conditions. One of them is to have appropriate textbooks in different curricular areas, as these textbooks will play a central role in mediating between content and pedagogy—a role that will strike a judicious balance between direct instruction and opportunities for exploration and inquiry. Among other conditions, classroom arrangement and teacher preparation are crucial to establish conceptual connections both within and across curricular areas.

The National Council of Educational Research and Training (NCERT), in its part, is committed to provide students with such high-quality textbooks. Various Curricular Area Groups, which have been constituted for this purpose, comprising notable subject - experts, pedagogues, and

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

practising teachers as their members, have made all possible efforts to develop such textbooks. Ganita Prakash, the textbook of Mathematics for Grade 6, is one of these. The textbook is a captivating journey through the world of mathematics designed for Grade 6 students. The book begins with encouraging the students to observe and explore the patterns around them and discover mathematical concepts on their own. The book further delves into the realm of numbers, where young learners are introduced to the magic of numbers and shapes. Through colourful illustrations and interactive exercises, children develop a strong foundation in arithmetic, paving the way for more complex mathematical concepts. Throughout the book, stories, conversations and anecdotes have been incorporated to make abstract mathematical concepts more relatable and accessible to young learners. Content has been evolved using puzzles and innovative problems that will not only engage the students in thoughtfully relating the mathematical concepts to the world around them and help them in deepening their understanding of mathematics, but also prepare them to understand the concepts of the emerging field of Computational Thinking. Indian rootedness and relation to Indian Knowledge Systems (IKS) has been embedded in the content of the textbook.

However, in addition to this textbook, students at this stage should also be encouraged to explore various other learning resources. School libraries play a crucial role in making such resources available. Besides, the role of parents and teachers will also be invaluable in guiding and encouraging students to do so.

With this, I express my gratitude to all those who have been involved in the development of this textbook and hope that it will meet the expectations of all stakeholders. At the same time, I also invite suggestions and feedback from all its users for further improvement in the coming years.

NOT TO BE REPUBLISHED © NCERT

Dinesh Prasad Saklani
Director
National Council of Educational
Research and Training

New Delhi
July, 2024

About the Book

Mathematics helps students develop not only basic arithmetic skills, but also the crucial capacities of logical reasoning, creative problem solving, and clear and precise communication (both oral and written). Mathematical knowledge also plays a crucial role in understanding concepts in other school subjects, such as Science and Social Science, and even Art, Physical Education, and Vocational Education. Learning Mathematics can also contribute to the development of capacities for making informed choices and decisions. Understanding numbers and quantitative arguments is necessary for effective and meaningful democratic and economic participation. Mathematics thus has an important role to play in achieving the overall Aims of School Education.

Mathematics at the Middle Stage is a major challenge and has to perform the dual role of being both close to the experience and environment of the child and being abstract. It must perform the dual role of developing intuition while also maintaining and emphasising rigour. It must perform the dual role of enhancing critical and logical thinking while also developing artistry and creativity and a sense of elegance and aesthetics. Finally, Mathematics must perform the dual role of providing students plenty of opportunities for exploration and discovery of concepts on their own while also teaching best-known methods in the global repertoire of mathematics.

The present textbook has made an attempt to address the above-mentioned goals and challenges of learning mathematics. The writers of this book have aimed to strike a judicious balance between informal and formal definitions and methods to develop in students both intuition and rigour. The book also provides numerous opportunities for student–student and student–teacher interaction in the classroom to promote active and experiential learning. A number of questions, puzzles, and interactive exercises are posed throughout the book to encourage constant exploration. Many of the questions are open-ended to stimulate in-class discussion. Finally, some famous unsolved problems have also been included so that students can appreciate that Mathematics is still a very active subject, with much that is already known and discovered, but also many exciting frontiers that remain unknown and unseen. Such unknown realms and unresolved questions will require new ideas and a new generation of adventurers to explore and understand, and to thereby solve these exciting problems.

Among the world's greatest problem solvers and most creative minds of the current generation is world-renowned mathematician Manjul Bhargava. He has resolved decades-old, and in some cases centuries-old, problems of a fundamental nature across Mathematics, particularly in the areas of number theory, algebra, representation theory, and arithmetic geometry. For his pioneering breakthroughs in Mathematics, in 2014 he became the first person of Indian origin to receive the Fields Medal, the highest honour given to mathematicians, awarded every four years and known as the 'Nobel Prize of Mathematics'.

We are thrilled and honoured that the beautiful Chapter 1 of this book, 'Patterns in Mathematics', has been kindly composed and contributed by Professor Bhargava. In this chapter, in the section 'What is Mathematics ?', Bhargava eloquently speaks of mathematics as a creative art—as a search for beautiful patterns, and the explanations

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

of those patterns. In later sections of the chapter, he describes a sampling of some of the most basic patterns in mathematics—sequences of numbers and sequences of shapes—and their remarkable and often-surprising interrelations. These patterns are regularly revisited in later chapters of this book, to emphasise the unity of mathematics, and will also be revisited in future years. We hope that this exploratory chapter will help in inspiring a new generation to explore and pursue mathematics.

Building on the idea of exploring patterns in mathematics, the book then turns to a journey across different areas of mathematics. Chapter 2, 'Lines and Angles', introduces the building blocks of geometry— points, line segments, rays, lines, angles, and how to measure angles. Chapter 3, 'Number Play', is an exploratory adventure through some instructive but fun games and puzzles in mathematics—some of which are still unsolved! Chapter 4, 'Data Handling', is an introduction to the art of collecting and presenting data, including both its analytic and aesthetic aspects. Chapter 5, 'Prime Time', is a playful adventure through prime numbers—the building blocks of the universe of whole numbers—and factorization. Chapter 6, 'Perimeter and Area', is a revision of these fundamental notions, with a variety of challenging puzzles to keep children on their toes and enhance understanding. Chapter 7, 'Fractions', will be many students' first encounter with this important concept; the chapter aims to build intuition about fractions gradually, starting with fractional units like 1/10 as the foundation, and gradually building up to working with general fractions, including their comparison, addition, and subtraction. Chapter 8, 'Playing with Constructions', is a hands-on experience of drawing shapes, including using a compass and a ruler, to enhance students' geometric intuition and comprehension. Chapter 9, 'Symmetry', is an artistic and hands-on exploration of this most important and ubiquitous concept in Mathematics and beyond. Finally, Chapter 10, 'The Other Side of Zero', aims for students to gain intuition for negative numbers by visiting Bela's Building of Fun, and gradually working up to understanding the laws of addition and subtraction of all integers as laid down by Brahmagupta.

In all chapters, an attempt has been made to emphasise connections with other subjects including Art, History, and Science. Many pictures and drawings have been included to illustrate patterns, numbers, constructions, symmetry, games, puzzles, etc., to thereby develop visual and artistic imagination, intuition for mathematical objects and principles. The history of various mathematical concepts has been described, including Brahmagupta's world-changing discoveries in the year 628 C.E. of the laws for addition and subtraction of fractions and of zero and negative numbers. Other discoveries from around the world, of unit fractions, searching for primes, Collatz Conjecture, Kaprekar numbers, etc., have also been described with their history to help students appreciate and humanize the joy and process of discovery. Examples from Science (the use of negative numbers to measure temperature or heights above or below sea level) also abound to illustrate the importance of the use of mathematical concepts in Science.

By weaving together storytelling and hands-on activities, we hope that an immersive learning experience will be created that ignites curiosity and fosters a love for mathematics. It is hoped that teachers would give children the opportunity to discuss, play, engage with each other, provide logical arguments for different ideas, and find loopholes in arguments presented. This is necessary for the learners to eventually

NOT TO BE REPUBLISHED © NCERT

develop the ability to understand what it means to prove something and also become confident about underlying concepts. The mathematics classroom should not expect a blind application of algorithms but should rather encourage children to find many different ways to solve problems.

As per the NEP 2020, Computational Thinking has also been gently introduced through puzzles, games, and interactive exercises that encourage such thinking. Indian rootedness has also been kept in mind while giving contexts for different concepts. The contributions of Indian mathematicians have been given as part of a problem-solving approach to make students aware of India's rich mathematical heritage and its global contributions to mathematics.

The concepts and problems are related to daily life situations. An attempt has been made to use contexts and materials with which the students are familiar. Learning material sheets have been given at the back of the book that may be photocopied and used. At many places, exercises or activities are given to encourage peer group efforts and discussions. The textbook intends to address the learning needs of a diverse group of students in the classroom.

We have tried to link concepts learnt in initial chapters with ideas in subsequent chapters to show the connectedness and unity of mathematics. We hope that teachers will use this as an opportunity to revise these concepts in a spiralling way so that children are able to appreciate the entire conceptual structure of mathematics. We hope that teachers may give more time to the ideas of fractions, negative numbers and other notions that are new to students. Many of these are the basis for further learning in mathematics.

Finally, this book aims to be more than just a textbook—it's a passport to a world of mathematical discovery and exploration. Whether used in the classroom or at home, we hope that it may inspire students to embark on their own mathematical adventures, empowering them to see the beauty and relevance of mathematics in everything around them. With its engaging approach and comprehensive coverage of Grade 6 mathematics concepts, this book hopes and aims to captivate young minds and set them on a lifelong journey of mathematical discovery.

I thank again all the writers of and contributors to this textbook for this important and valuable contribution and service to the nation's mathematics teachers, learners and enthusiasts.

We look forward to your comments and suggestions regarding the book and hope that you will send interesting exercises, activities and tasks that you develop during the course of teaching and learning, to be included in future editions.

Ashutosh Wazalwar
Professor, Academic Convener
Department of Education in
Science and Mathematics
National Council of Educational
Research and Training

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

National Syllabus and Teaching Learning Material Committee (NSTC)

1. M.C. Pant, *Chancellor,* National Institute of Educational Planning and Administration (NIEPA), **(*Chairperson*)**
2. Manjul Bhargava, *Professor,* Princeton University **(*Co-Chairperson*)**
3. Sudha Murty, Acclaimed Writer and Educationist
4. Bibek Debroy, *Chairperson,* Economic Advisory Council–Prime Minister (EAC–PM)
5. Shekhar Mande, *Director General* (Former), CSIR, *Distinguished Professor,* Savitribai Phule Pune University, Pune
6. Sujatha Ramdorai, *Professor,* University of British Columbia, Canada
7. Shankar Mahadevan, Music Maestro, Mumbai
8. U. Vimal Kumar, *Director,* Prakash Padukone Badminton Academy, Bengaluru
9. Michel Danino, Visiting Professor, IIT–Gandhinagar
10. Surina Rajan, *IAS* (Retd.), Haryana, Former *Director General,* HIPA
11. Chamu Krishna Shastri, *Chairperson,* Bhasha Samiti, Ministry of Education
12. Sanjeev Sanyal, *Member,* Economic Advisory Council–Prime Minister (EAC–PM)
13. M.D. Srinivas, *Chairperson*, Centre for Policy Studies, Chennai
14. Gajanan Londhe, *Head,* Programme Office, NSTC
15. Rabin Chhetri, *Director,* SCERT, Sikkim
16. Pratyusha Kumar Mandal, *Professor,* Department of Education in Social Science, NCERT, New Delhi
17. Dinesh Kumar, *Professor* and *Head*, Planning and Monitoring Division, NCERT, New Delhi
18. Kirti Kapur, *Professor,* Department of Education in Languages, NCERT, New Delhi
19. Ranjana Arora, *Professor* and *Head*, Department of Curriculum Studies and Development, NCERT (***Member-Secretary***)

© RTBS NOT TO BE REPUBLISHED

Textbook Development Team

Chairperson, CAG (Mathematics)

Madhavan Mukund, *Director*, Chennai Mathematical Institute, Chennai

Contributors

Aaloka Kanhere, *Project Scientific Officer*, Homi Bhabha Center for Science Education, Mumbai

Amartya Kumar Dutta, *Professor*, Stat-Math Unit, Indian Statistical Institute (ISI), Kolkata

Amritanshu Prasad, *Professor*, The Institute of Mathematical Sciences, Chennai

Anjali Gupte, *Principal* (Retd.), Vidya Bhavan Public school, Udaipur

H. S. Sharada, *TGT*, Government High School, HD Kote, Karnataka

K. (Ravi) Subramaniam, *Professor* (Retd.), Homi Bhabha Centre for Science Education (HBCSE), Mumbai

K. V. Subrahmanyam, *Professor*, Chennai Mathematical Institute (CMI), Chennai

Madhu B., *Assistant Professor*, Regional Institute of Education (RIE), Mysuru

Manjul Bhargava, *Professor*, Princeton University, and *Co-Chairperson*, NSTC

Padmapriya Shirali, *Former Principal*, Sahyadri School KFI, Pune

Patanjali Sharma, *Assistant Professor*, Regional Institute of Education (RIE), Ajmer

Rakhi Bannerjee, *Associate Professor*, Azim Premji University, Bengaluru

Shailesh A. Shirali, *Director*, Teacher Education Program Valley School, KFI

Shivkumar K. M, *Consultant,* Programme Office, NSTC

Shravan S. K., *Consultant,* Programme Office, NSTC

Sujatha Ramdorai, Professor, University of British Columbia, Canada, Member NSTC

S. Viswanath, Professor, Institute of Mathematical Sciences (IMSc), Chennai

Reviewers

Anurag Behar, Member, National Curriculum Framework Oversight Committee

R. Ramanujam, Professor (Retd.), Institute of Mathematical Sciences (IMSc), Chennai

Member-Coordinator, CAG (Mathematics)

Ashutosh Kedarnath Wazalwar, Professor, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, New Delhi

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

Acknowledgements

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) acknowledges the guidance and support of the esteemed Chairperson and members of the Curricular Area Group (CAG): Mathematics and other concerned CAGs for their guidelines on cross-cutting themes in developing this textbook. During the development of this textbook, various workshops were organised and subject experts in Mathematics from different Institutions were invited. The NCERT acknowledges the valuable views and inputs given by subject experts—Shri V. Sivashankara Sastry, Math Communicator, Kolar; P. Satyanarayana Sarma, Guest Faculty, Department of Mathematics, K. B. N. College (Autonomous), Vijaywada, Andhra Pradesh; Suhas Saha, Head, Mathematics Department, ISHA Home School, Coimbatore; Priyavrat Deshpande, Associate Professor, CMI, Chennai; SadikAli Shaikh, Head, Department of Mathematics, Maulana Azad College of Arts, Science and Commerce, Aurangabad, Maharashtra; Jaspal Kaur, TGT (Maths), School of Excellence, Delhi; Bina Prakash, Sr. PGT (Maths), Campion School, Bhopal; Mahendra Shankar, Senior Lecturer (Retd.), NCERT, New Delhi; Ram Avatar, Professor (Retd.), NCERT, New Delhi; KASSV Kameshwar Rao, Associate Professor (Retd.), NCERT; Aditya Chandrashekhar Karnataki, Assistant Professor, Chennai Mathematical Institute, Chennai; Nagesh Mone, Principal (Retd.), Deccan Education Society's Dravid High School, Wai, Maharashtra; R. Athmaraman, Mathematics Education Consultant, TI Matric Higher Secondary School and AMTI, Chennai, Tamil Nadu; Upendra Kulkarni, Associate Professor, Chennai Mathematical Institute, Chennai; Anupama S.M., Faculty, Azim Premji University; Sandeep Diwakar, Subject Expert-Mathematics, Azim Premji Foundation; Ashish Gupta, Resource Person, Azim Premji Foundation; Praveen Uniyal, Resource Person, Azim Premji Foundation; Ramchandar Krishnamurthy, Principal, Azim Premji School—for improving the content and pedagogy of the textbook.

The Council acknowledges the academic and administrative support of Sunita Farkya, Professor and Head, DESM, NCERT, New Delhi.

The Council appreciates the contributions of Sushmita Joshi, Senior Research Associate; Manju Mhar, Senior Research Associate; Shakti Kumar Bhardwaj, Mathematics Lab Assistant, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, for providing support in the development of the textbook.

The contributions of Ilma Nasir, Editor (contractual); Asma Khanam, Assistant Editor (contractual); Aastha Sharma, Editorial Assistant (contractual); Ariba Usman, Adiba Tasneem, Ritika Marothia, Mobbata Ram and Kaiminlen Doungel, Proof Readers (contractual), Publication Division are also appreciated. The NCERT gratefully acknowledges the contributions of Pawan Kumar Barriar, In charge, DTP Cell; Mohan Singh, Vipan Kumar Sharma, Kishore Singhal, Ajay Kumar Prajapati and Upasana, DTP Operators (contractual), Publication Division, NCERT for all their efforts in laying out this book.

© NCERT not to be republished

शिक्षकांसाठी सुचना

गणित प्रकाश हे पुस्तक आपल्याला मजबूत मदत आणि तुमच्या समोर असलेले रोमांचक कार्य साध्य करण्यासाठी तुम्हाला मार्गदर्शन करेल अशी आशा करुया तसेच गणित हा सुंदर विषय शिकल्याचा आनंद पुढच्या पिढीला मिळवून देणार आहोत.

या कार्याकरीता एक सुपिक (उत्तम) वातावरण मिळवून देण्यास आवश्यक आहे जे विद्यार्थ्यांच्या मनामध्ये गणिती विचार फुलविण्याची अनुमती देते.

वर्गखोल्या ज्यामध्ये विद्यार्थी फक्त ऐकतात आणि फळ्यावर जे कांही लिहिले जाते ते लिहून घेतात, या गणित विषयाच्या अध्यापनात येणाऱ्या कमतरता आहेत. ऐवजी, वर्गखोल्या या अशा जागा असणे गरजेचे आहे की, ज्याठिकाणी विद्यार्थी गणिताच्या संकल्पनासह खेळण्यात, नमुने शोधण्यात, चर्चा करण्यात आणि समस्यांचे निवारण करण्यासाठी एकत्रितरित्या सर्जनशील धोरणे विकसित करण्यात गुंतलेले असतील. खर तर सर्व विद्यार्थ्यांनी समस्या एकमेकासमोर मांडणे आवश्यक आहे. त्यामुळे आतापर्यंत गणिताच्या संपूर्ण क्षेत्राचा विकास होत आहे आणि या अटीवीना विद्यार्थ्यांचे गणितातील विचार आणि आकलन वाढण्याचा आपण विचार करू शकत नाही.

सुदैवाने वर्गखोल्यामध्ये अशा प्रकारची परिस्थिती निर्माण करणे कठीण नाही. यासाठी फक्त मनोरंजक प्रश्न, समस्या, नमुने किंवा आव्हाने विद्यार्थ्यांसाठी नियमितपणे खुले असणे जरुरीचे आहे आणि त्यांना खेळण्यासाठी, चर्चा करण्यासाठी आणि वर्ग खोलीमध्ये जोडीने किंवा गटामध्ये काम करण्यासाठी पुरेसा वेळ द्यावा लागेल.

त्याचबरोबर चुका स्विकारणे आणि त्यांचे अध्ययनातील महत्व समजावून होणारे वातावरण तयार करणे आवश्यक आहे.

वर्गखोलीमध्ये गणिती विचार सुरु करण्यासाठी बुद्धीची चमक निर्माण करणे कठीण नाही परंतु त्याचे व्यवस्थापन करणे नक्कीच आव्हानात्मक असू शकते आणि यासाठी तुम्हाला नेहमी प्रयत्नशील राहावे लागते, तरीपण एखादा प्रश्न, समस्या मांडणी किंवा आव्हाने यांची मांडणी आठवड्यातून किमान एकदा दोनदा केली गेली पाहिजेत. तुमच्याकडून विद्यार्थ्यांना खेळण्यासाठी, चर्चा करण्यासाठी आणि त्यावर काम करण्यासाठी पुरेसी फुरसत असावी लागेल. विद्यार्थी गणिताकडे कसे पाहतात आणि कसे कार्य करतात यावर गणिताचा प्रभाव मोठ्या प्रमाणात आवलंबून असतो.

हा सकारात्मक प्रभाव केवळ एका रात्रीत घडून येणार नाही. याला वेळ लागणार आहे आणि तुमची समस्या सोडविण्यासाठी दिलेल्या संधीची संख्या, तुमचा संयम आणि तुम्ही त्याना दिलेले प्रोत्साहन यावर अवलंबून असतो.

समस्या मांडण्यास मदत करण्यासाठी या पुस्तकामधील सर्व समस्या किंवा प्रश्न ❁ चिन्ह वापरुन चिन्हांकित केलेले आहेत. वर्गखोलीमध्ये हे चिन्ह समस्या सोडविण्यासाठीची आणि शोधण्यासाठीची प्रक्रिया सुरु करण्याच्या संभाव्य संधीचे सुचक आहे. तुम्हाला येथे "गणिती बोल" असे लिहिलेल्या कांही समस्या मिळतात, असे प्रश्न विशेष करून वर्गखोलीमधील चर्चेसाठी विषय म्हणून घेतले जाऊ शकतात.

विद्यार्थ्यांची गणिता विषयीची विचारसरणी आणि संकल्पना यांचे आकलन विकसित करण्यासाठी पुरेशा समस्या दिल्या जातात. या सर्वांना घेवून प्रयत्न करणे हे विद्यार्थ्यांना मिळणाऱ्या खेळ करणे आणि चर्चा करणे या वेळेच्या मोबदल्यात करणे हे योग्य नाही.

याचे आकलन करुन घेणे महत्वाचे आहे की शोधात्मक समस्या या केवळ समस्या सोडविण्याच्या कौशल्यांना चालना देण्यासाठी नाहीत, तर जेव्हा मुले शोध कार्यात गुंततात तेव्हा ते प्रक्रियात्मक प्रवाहाना बळकट करण्यासाठी सुध्दा काम करतात.

विद्यार्थ्यांना स्वतंत्र्यपणे अध्ययन करण्यासाठी प्रयुक्त केले पाहिजेत. यासाठी आवश्यक असलेली एक महत्वाची गोष्ट म्हणजे गणितातील मजकूर वाचण्याची आणि समजून घेण्याची क्षमता आहे. या कौशल्यात उन्नती देण्यासाठी विद्यार्थ्यांना स्वतः व समुहाने पुस्तक वाचण्यास प्रवृत्त केले पाहिजेत त्यानी जे वाचन केले आहे अर्थ लावणे आणि इतरांच्याशी व्यक्त करण्याची संधी दिली पाहिजे. हे विद्यार्थ्यांना गणिताविषयी बोलण्यात आणि अर्थ सांगण्याच्या भेडसावणाऱ्या मोठ्या समस्येंचे निराकरण करेल.

NOT TO BE REPUBLISHED © SCERT

या पुस्तकामध्ये मुक्त टोकाच्या समस्यांची संख्या आहे. तसेच यामध्ये कांही संकल्पनांचे नवीन उपचार सुद्धा दिलेले आहेत. जर तुम्ही त्या सोडवू शकत नसाल किंवा त्यापैकी कांहीचे त्वरीत अनुकरण करता येत नसेल, ते पूर्णपणे ठीक आहे. प्रत्येकाला सर्व कांही माहित असतेच असे नाही. अशी माहिती समजून घेण्याबरोबर त्यावर चिंतन करणे सुद्धा गरजेचे आहे. ती माहिती वर्गखोलीमध्ये घेवून जाणे आणि त्यावर मुक्तपणे चर्चेसाठी ठेवणे उपयुक्त आहे. ज्या गोष्टी स्पष्ट आहेत आणि ज्या अद्याप स्पष्ट नाहीत त्या स्पष्टपणे सारांशीत केल्या जाऊ शकतात ही प्रक्रिया स्वतःच्या माहितीवर प्रकाश टाकू शकते. या चर्चेमध्ये तुम्ही सहकारी साधक सहभाग दर्शवू शकता आणि जेव्हा शिक्षकाना कांहीतरी समजून घेण्याचा विचार करताना पाहतात तेव्हा तो त्यांच्यासाठी एक चकित करणारे उदाहरण होते.

अशी आशा आहे की या पुस्तकाचा वापर केल्यामुळे तुमचा आणि विद्यार्थ्यांचा वेळ फलदायी होईल.

मुख्य मुद्यांचा सारांश

शोधण्यासाठी वेळ

1. नियमितपणे विद्यार्थ्यांबरोबर वैयक्तिकपणे किंवा गटामध्ये नवीन समस्या, प्रश्न, नमुने किंवा आव्हाने मांडणे आणि त्यांना खेळण्यासाठी किंवा चर्चा करण्यासाठी पुरेसा वेळ देणे महत्वाचे आहे.
2. या काळात, चुका स्विकारणारे आणि अध्ययनाचे महत्व मान्य करणारे वातावरण बनविणे आवश्यक आहे.
3. अशी संस्कृती असावी की जिथे विद्यार्थी एकमेकांसमोर समस्या मांडतील आणि एकमेकांशी समस्यांची विविध पध्दतीने चर्चा करतील.

पुस्तकातील समस्याविषयी

1. पुस्तकामधील अन्वेषणात्मक समस्या केवळ समस्या सोडविण्यासाठी प्रोत्साहन देत नाहीत तर जेंव्हा मुले शोध कार्यामध्ये गुंततात तेव्हा प्रक्रियात्मक प्रवाह मजबूत करण्याचा त्यांचा हेतू असतो.
2. पुस्तकामधील सर्व मुद्दे पूर्ण करण्याचा प्रयत्न करत असताना कोणत्याही स्थितीत विद्यार्थी आपल्या खेळाकडे, चर्चेकडे आणि समस्या निवारण करण्याकडे लक्ष देऊ शकणार नाही असे घडू नये.

वाचन

1. विद्यार्थ्यांना स्वतः आणि गटामध्ये पुस्तक वाचण्यासाठी प्रोत्साहित करावे.
2. विद्यार्थ्यांनी जे वाचन केले आहे त्याचा अर्थ सांगून इतरांबरोबर व्यक्त करण्याची संधी देणे.

न कळण्याचा अधिकार

1. हे अगदी बरोबर आहे की, जर कांही घटकांशाच्या भागाचे लगेच आकलन होत नाही, अशी माहिती समजून घेण्याचा आणि इतरांबरोबर त्यावर प्रयत्न करणे यासह तो वर्गामध्ये नेऊन चर्चेकरिता खुला केला जाऊ शकतो. चर्चा झाल्यानंतर ज्या गोष्टी स्पष्ट आहेत आणि ज्या अजून स्पष्ट नाहीत त्यांचे स्पष्टपणे सारांश केले जाऊ शकते. ही चर्चा घडविताना तुम्ही सहकारी साधक म्हणून सहभागी होऊ शकता आणि जेव्हा एखादा विद्यार्थी कांहीतरी समजून घेण्याचा प्रयत्न करताना पाहतात तेव्हा ते त्यांच्यासाठी एक अदभुत उदाहरण ठरते.
2. अध्ययन करणे ही निरंतर प्रक्रिया आहे. खरोखर गणितामध्ये बरेच असे कांही आहे जे आपल्याला माहित नाही आणि आपल्याला त्याचा पुढे शोध घ्यायचा आहे.

© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

विद्यार्थ्यांना सुचना

गणिताच्या कलेचे कौतुक करण्याची कला आत्मसात करण्यासाठी फक्त निष्क्रिय प्रेक्षक असणे पुरेसे नाही ? तर एखादा गुप्तहेराप्रमाणे समस्येचे निवारण करत असताना तुम्हाला त्या प्रक्रियेमध्ये पूर्णपणे सामावून घेणे आवश्यक आहे.

जेव्हा तुम्ही एखादा नवीन प्रश्न (समस्या) पाहाल किंवा जेव्हा तुमच्या स्वतःच्या आश्चर्यकारक भावनेतून नवीन प्रश्न निर्माण होतो किंवा जेव्हा तुम्ही एखादा सुंदर नमुना पाहता तेव्हा तुम्हाला याची विशेष करून गरज लागते. ज्यावेळी तुम्हाला अशा गोष्टींचा सामना करावा लागतो त्यावेळी तुम्ही तुमचे वाचन थांबवा आणि आपल्या जवळील सर्जनशीलतेचा वापर करून प्रश्न बनवा किंवा नमुना समजून घ्या आणि त्याची प्रशंसा करा.

तुमच्या असे लक्षात येईल की कांही प्रश्नासोबत त्याची उत्तरे सुध्दा आहेत. जरी असे असेल तरीसुद्धा, आपणाला त्याचे उत्तर शोधण्यासाठी स्वतः किंवा गटामध्ये त्या समस्येवर कार्य करणे फायद्याचे होऊ शकेल. हे तुमचा पुस्तकामधून जाण्याचा अनुभव वृद्धीगत करेल!

ज्या-ज्यावेळी तुम्हाला प्रश्न पडेल त्या प्रत्येकवेळी तुम्हाला असे चिन्ह दिसेल. हे असे सुचविते की, आता या गोष्टीचा शोध घेण्याची वेळ आली आहे. कांही वेळेला 'शोधा पाहू' या शिर्षकाखाली एकाच ठिकाणी एकत्रित केलेले अनेक प्रश्न सापडतील.

कांही प्रश्न गणिती बोल असे चिन्हांकित केलेले आहेत. या प्रश्नांची चर्चा आपल्या मित्रासोबत करून त्यावर कार्य करावयाचे आहे.

शेवटी, या प्रश्नांना प्रयत्न करा असे चिन्हांकित केलेले आहे. या प्रश्नांची उत्तरे मिळविण्यासाठी अधिक सर्जनशीलतेची मागणी होते आणि त्यामुळेच यांची उत्तरे देणे अधिक मनोरंजक असेल.

© BKTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಮುನ್ನುಡಿ

2025–26 ನೇ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲಿನಿಂದ ರಾಜ್ಯದ ಎಲ್ಲಾ 6ನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕಲಿಕೆಗಾಗಿ ಲಭ್ಯವಾಗುತ್ತಿರುವ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಯು 2020 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿ ಹಾಗೂ 2023 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು (ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ)ಗಳ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡು ರಚಿಸಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅಂತರ್ಗತ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯೊಂದಿಗೆ 21 ನೇ ಶತಮಾನದ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುವಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಬೇಕಿರುವುದು ಮಾತ್ರವಲ್ಲ, ಅವರ ಭವಿಷ್ಯದ ಬೆಳೆವಣಿಗೆಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ದಕ್ಕಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು ತುಂಬಾ ಅಗತ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿ, ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಸದ್ಬಳಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಿದ್ಧರಿರುವಂತೆ ಅವರ ವಿಶ್ಲೇಷಣಾತ್ಮಕ, ವಿವರಣಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ನಿರೂಪಣಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಪೋಷಿಸಬೇಕಿದೆ. ಈ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಮಹತ್ತರವಾದ ಪಾತ್ರವನ್ನು ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದರೆ ತಪ್ಪಾಗಲಾರದು.

ಪಠ್ಯವಸ್ತು ಹಾಗೂ ಬೋಧನಾ ಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಸಮನ್ವಯಗೊಂಡಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುತೂಹಲಕ್ಕೆ ನೀರು ಎರೆಯುತ್ತಾ, ಅವರ ವಿಚಾರಣಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿ, ಅನ್ವೇಷಣಾ ಮಾರ್ಗದಲ್ಲಿ ಜ್ಞಾನ ಕಟ್ಟಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೇರಳ ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ತನ್ನ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿನ ಪ್ರಪಂಚವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಶೋಧಿಸಿ ಅಲ್ಲಿ ಅನುಭವಿಸುವ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಆರಂಭದಲ್ಲಿಯೇ ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಬಳಕೆಯಾಗಿರುವ ವರ್ಣರಂಜಿತ ಉದಾಹರಣೆಗಳು, ಸಂವಾದಾತ್ಮಕ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಬುನಾದಿಯನ್ನು ಬಲಿಷ್ಟಗೊಳಿಸಿ ಸಂಕೀರ್ಣ ಗಣತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ. ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥೈಯಿಸಲು ಪಠ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಕಥೆಗಳು, ಸಂವಾದಗಳು ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳ ಸಹಜ, ಸರಳ ಕಲಿಕೆಗೆ ಪೂರಕವಾಗಿವೆ. ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನಾವೀನ್ಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಹಾಗೂ ಒಗಟುಗಳನ್ನು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡಿರುವುದುರಿಂದ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳು ಗಮನವನ್ನು ಕಲಿಕೆಯ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಲು ಹಾಗೂ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಆಳವಾಗಿ ಅರ್ಥೈಯಿಸಿಕೊಂಡು ಅನ್ವಯಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಈ ಮೂಲಕ ತಮ್ಮ ಗಣಿತೀಯ ಅಲೋಚನಾ (Computational Thinking) ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರೇರಣೆ ನೀಡುತ್ತವೆ.

ನೀಡಿರುವ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಹಾಗೂ ಬಳಸಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಿತ್ಯಜೀವನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಅನ್ವಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸರಳವಾಗುತ್ತದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲೂ ಕಲೆ, ಇತಿಹಾಸ, ವಿಜ್ಞಾನ ಇತ್ಯಾದಿ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಸಮ್ಮಿಳನಗೊಳಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಬಹುಶಿಸ್ತೀಯ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅನುಕೂಲವಾಗುತ್ತದೆ. ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಥನ ಶೈಲಿಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಮಾಡಿ ಕಲಿ ತತ್ತ್ವದಡಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಸಲು ಅವಕಾಶ ನೀಡಿರುವುದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಕುತೂಹಲ ಮತ್ತು ಪ್ರೀತಿ ಹೆಚ್ಚುವುದರಲ್ಲಿ ಅನುಮಾನವಿಲ್ಲ.

ಇಷ್ಟೆಲ್ಲ ವಿಶೇಷ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತರಗತಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸುಗಮಕಾರರು ತಮ್ಮ ತರಗತಿಯನ್ನು ಅದಕ್ಕೆ ಪೂರಕವಾಗುವಂತೆ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೊಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಹಾಗೂ ಪೂರ್ವಭಾವಿ ಸಿದ್ಧತೆಯೊಂದಿಗೆ ತರಗತಿ ನಿರ್ವಹಣೆ ಮಾಡುವುದು ತುಂಬಾ ಅಗತ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಕುರುಡು ಲೆಕ್ಕಾಚರದ ಬದಲಿಗೆ ಒಗಟು, ಚರ್ಚೆ, ಸಂವಾದ, ಆಟ, ಪರಸ್ಪರ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಿಕೆ, ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಆಲೋಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತಹ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಒಳಗೊಂಡ ಸುಗಮಗಾರಿಕೆಯನ್ನು ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರೀಕ್ಷೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಈ ನಿರೀಕ್ಷೆಯನ್ನು ನಮ್ಮ ಸುಗಮಕಾರರು ಹುಸಿ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬ ನಂಬಿಕೆ ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯದ್ದಾಗಿದೆ.

© KSTB NOT TO BE REPUBLISHED

ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕರ್ನಾಟಕ ರಾಜ್ಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ರಾಷ್ಟ್ರಮಟ್ಟದ ಎಲ್ಲಾ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ತನ್ನದಾಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು ಎಂಬ ಆಶಯದೊಂದಿಗೆ 2025–26 ನೇ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲಿನಿಂದ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅನುಮತಿ ನೀಡಿದ ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರದ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಬಳಕೆಗೆ ಅವಕಾಶ ನೀಡಿದ ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರಕಾಶನ ವಿಭಾಗಕ್ಕೆ ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಧನ್ಯವಾದಗಳು.

ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕನ್ನಡ, ಮರಾಠಿ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ತಮಿಳು ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಗೆ ಅನುವಾದಿಸಿದ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿಗೆ, ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಂಯೋಜನೆ ಮಾಡಿದ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಾಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ, ಡಿ.ಟಿ.ಪಿ ಆಪರೇಟರ್‌ಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಮುದ್ರಕರಿಗೆ ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಸಲ್ಲಿಸುತ್ತದೆ.

ಶ್ರೀ ಎಂ.ಪಿ. ಮಾದೇಗೌಡ

ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು
ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ.)
ಬೆಂಗಳೂರು.

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

Marathi Translation Committee

Shri J.U. Ghadi, Head Master, New Girls High School, Shahapur Goaves, Belagavi - 590003.

Shri. A.V. Patil, Head Master, Marathi Vidyalaya, Vijaypur - 586101

Shri. A.B. Patil, Admin, Cantonment Board Marathi High School Camp, Belagavi - 590001.

Revised Committee

Shri. Satish Laxman Haldankar, Asst. Teacher, Govt. Marathi Higher Primary Girls School, Garlgunji, Khanapur Taluk, Belagavi Dist.

Shri. Jotiba Shattuppa Patil, Asst. Teacher, Govt. Marathi Higher Primary School, Kangrali (KH), Belagavi Taluk & Dist.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

Chief Advisors

Shri. M.P. Madegowda, Managing Director, KTBS Bengaluru.

Smt. M.D. Usha, Deputy Director, KTBS Bengaluru.

Programme Co-Ordinator

Smt. Meenakshi.A.Ganiger, Assistant Director, KTBS, Bengaluru.

अनुक्रमणिका

Q8T8D3

भाग - 1

अ.नं.	प्रकरण	पृष्ठ क्रमांक
1	गणितातील नमुने (बंध)	1
2	रेषा आणि कोन	11
3	संख्यांचा खेळ	52
4	माहिती हाताळणे आणि सादरीकरण	70
5	आद्य (मूळ) वेळ	100

@KYBS NOT TO BE REPUBLISHED

प्रकरण - 1

गणितातील नमुने (बंध)

PATTERNS IN MATHEMATICS

R5P4S9

1.1 गणित म्हणजे काय?

गणित म्हणजे मोठ्या प्रमाणावर नमुन्यांचा शोध घेणे आणि ते नमुने का अस्तित्वात आहेत याविषयीचे स्पष्टीकरण शोधणे होय.

असे नमुने आपल्या सभोवताली सर्वत्र आढळतात- आपल्या घरामध्ये आणि शाळेमध्ये, तसेच सूर्य, चंद्र आणि ताऱ्यांची गतीमध्ये ते आढळतात. आपण जे काही करतो आणि पाहतो त्या सर्वांमध्ये ते दिसतात. जसे की खरेदी करणे आणि स्वयंपाक करणे, चेंडू फेकणे, खेळ खेळणे, हवामानातील बदल समजून घेणे आणि तंत्रज्ञानाचा वापर इथपर्यंत सर्व ठिकाणी नमुने आढळतात.

नमुने आणि त्यांच्या स्पष्टीकरणांचा शोध घेणे हा एक गंमतीदार आणि सर्जनशील प्रयत्न असू शकतो. याच कारणास्तव गणिततज्ञ गणिताचा कला आणि विज्ञान असा दोन्ही रुपात विचार करतात. यावर्षी तुम्हाला गणितातील नमुने शोधताना आणि समजून घेताना त्यामधील सर्जनशीलता आणि कलात्मकता अनुभवण्याची संधी मिळेल, अशी आशा आम्ही करतो.

येथे लक्षात ठेवण्याची महत्वाची बाब म्हणजे, गणिताचा उद्देश हा केवळ कोणते नमुने अस्तित्वात आहेत त्यांचा शोध घेणे हा नाही, तर ते का अस्तित्वात आहेत याचे स्पष्टीकरण देणे हासुद्धा आहे. अशी स्पष्टीकरणे ज्या संदर्भात शोधली गेली त्यापलीकडील विविध क्षेत्रातही अनेकदा उपयोगी पडू शकतात. जी पुढे मानवजातीच्या प्रगतीला चालना देण्यास मदत करु शकतात.

उदाहरणार्थ तारे, ग्रह आणि त्यांच्या उपग्रहांचे नमुने समजून घेतल्यामुळे मानवाला गुरुत्वाकर्षणाचा सिद्धांत विकसित करता आला. त्यामुळे आपण स्वतःचे उपग्रह अवकाशात प्रस्थापित करू शकलो आणि अग्निबाणाद्वारे चंद्रावर व मंगळावर यान पाठवू शकलो. त्याचप्रमाणे जन्युंचे (genomes) नमुने समजून घेतल्यामुळे रोगांचे निदान करून उपचार करण्यास मदत झाली आहे. अशा हजारो इतर उदाहरणांपैकी ही काही उदाहरणे आहेत.

© SCERT NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.



1. आपल्या दैनंदिन जीवनात गणित कोणकोणत्या ठिकाणी आपणास मदत करते याबद्दलच्या इतर उदाहरणांविषयी तुम्ही विचार करु शकाल का?
2. मानवजातीच्या विकासाला गणिताने कशी चालना दिली आहे? (तुम्ही पुढील गोष्टींचा समावेश असणाऱ्या उदाहरणांबद्दल विचार कराल: वैज्ञानिक प्रयोग करणे; आपली अर्थव्यवस्था आणि लोकशाही यांचे निर्वहन; पूल, घरे किंवा इतर संकीर्ण संरचना बनविणे; दूरदर्शन संच, मोबाईल, संगणक, सायकली, रेलगाड्या, कारगाड्या, विमाने, कॅलेंडर, घड्याळे इ. बनविणे.)

1.2 संख्यांचे नमुने (पदबंध)

गणितामध्ये आढळून येणारे बहुतांश मुलभूत नमुने हे संख्यांचे नमुने आहेत. विशेषतः ते पूर्ण संख्यांचे नमुने आहेत.

0, 1, 2, 3, 4, ...

पूर्ण संख्यांच्या नमुन्यांचा अभ्यास करणाऱ्या गणिताच्या शाखेला **संख्या सिध्दांत** असे म्हणतात.

संख्या क्रम हे गणिततज्ञ अभ्यास करत असलेल्या सर्वात मुलभूत आणि रोचक प्रकारच्या नमुन्यांपैकी एक आहेत.

कोष्टक 1 हे गणितामध्ये अभ्यासले जाणारे काही प्रमुख संख्या क्रम दर्शविते.

कोष्टक 1: संख्या क्रमाची उदाहरणे

1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, ...	(सर्व संख्या 1)
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...	(मोज संख्या / नैसर्गिक संख्या)
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...	(विषम संख्या)
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...	(सम संख्या)
1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ...	(त्रिकोणी संख्या)
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...	(वर्ग संख्या)
1, 8, 27, 64, 125, 216, ...	(घन संख्या)
1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...	(विरहंक संख्या)
1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...	(2 च्या घातांक संख्या)
1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, ...	(3 च्या घातांक संख्या)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.

1. कोष्टक 1 मधील प्रत्येक क्रमातील नमुना तुम्ही ओळखू शकाल का?
2. कोष्टक 1 मधील प्रत्येक संख्या क्रम पुढील तीन संख्यांसह तुमच्या वहीमध्ये पुन्हा लिहा. प्रत्येक क्रमानंतर त्या क्रमामध्ये संख्या तयार करण्यासाठी वापरलेले नियम तुमच्या शब्दामध्ये लिहा.

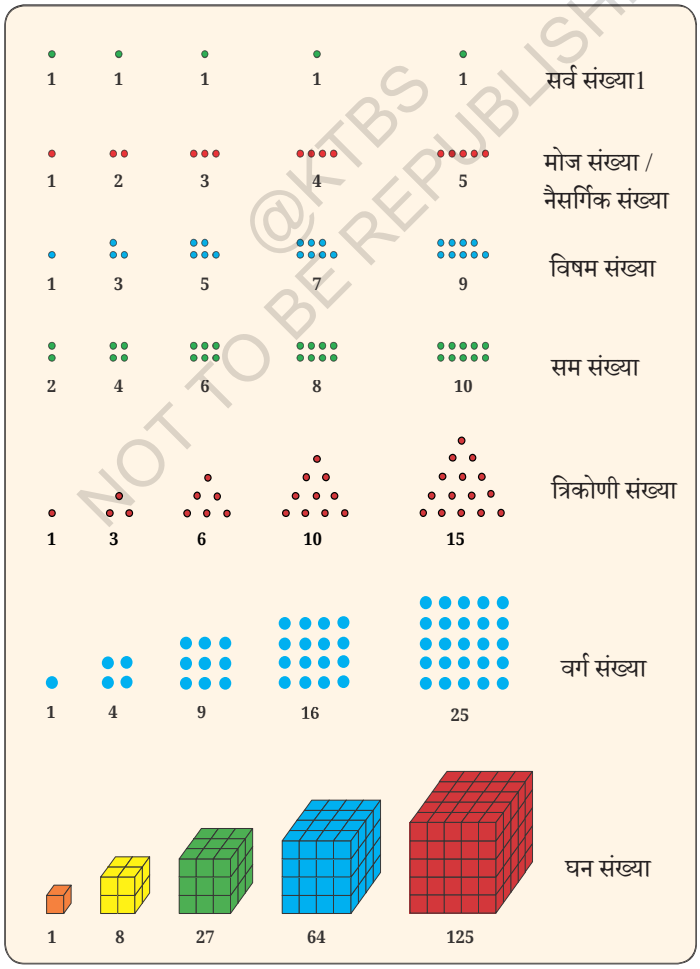
गणिती बोल

1.3 संख्या क्रमांचे दृश्यीकरण

चित्रे वापरून अनेक संख्या क्रमांचे दृश्यीकरण केले जाऊ शकते. गणितातील नमुने आणि संकल्पना समजून घेण्यासाठी चित्रे किंवा आकृतीच्या माध्यमातून गणितीय संकल्पनांचे दृश्यीकरण करणे ही खूप उपयुक्त पद्धत आहे.

कोष्टक 1 मधील पहिले सात क्रम आपण खालील चित्रांचा वापर करून दर्शवू.

कोष्टक 2: काही संख्या क्रमांचे चित्रांच्या सहाय्याने केलेले दृश्यीकरण



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.

गणिती बोल

1. कोष्टक 2 मधील संख्या क्रमांची चित्रात्मक मांडणी तुमच्या वहीमध्ये करा आणि प्रत्येक क्रमातील पुढील चित्र काढा.

2. 1, 3, 6, 10, 15, ... यांना **त्रिकोणी संख्या** असे का म्हणतात?

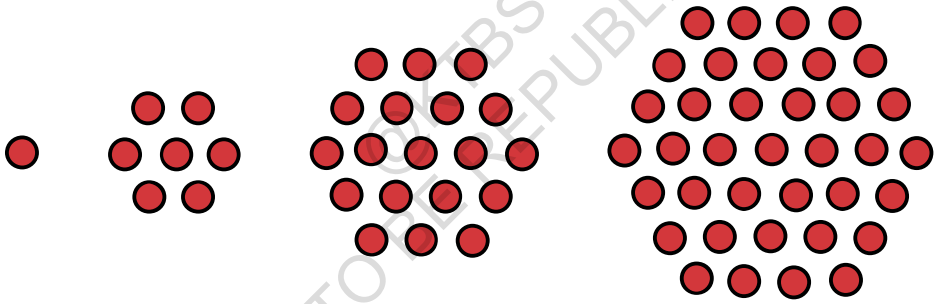
   1, 4, 9, 16, 25, ... यांना **वर्ग संख्या** किंवा **वर्ग** असे का म्हणतात?

   1, 8, 27, 64, 125, ... यांना **घन संख्या** किंवा **घन** असे का म्हणतात?

3. तुमच्या लक्षात आले असेल की, 36 ही त्रिकोणी संख्या आणि वर्ग संख्या अशा दोन्ही प्रकारात येते! म्हणजेच 36 ठिपके त्रिकोण आणि चौरस या दोन्ही स्वरूपात व्यवस्थित मांडता येतात. हे दर्शविणारी चित्रे तुमच्या वहीत काढा.

   यावरुन असे दिसून येते की, एकच संख्या वेगवेगळ्या प्रकारे दर्शविली जाऊ शकते आणि संदर्भानुसार तिची भूमिका बदलू शकते. इतर काही संख्या वेगवेगळ्या पद्धतीने चित्ररुपात दर्शविण्याचा प्रयत्न करा.

4. खालील संख्या क्रमाला तुम्ही काय नांव द्याल?



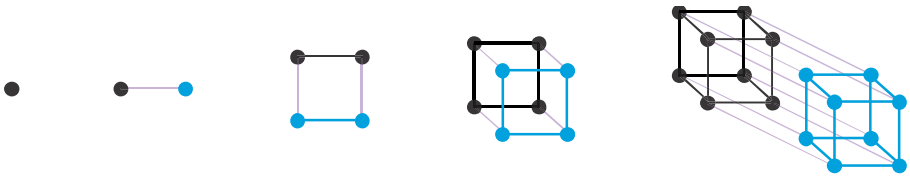
1 **7** **19** **37**

© SCERT NOT TO BE REPUBLISHED

अगदी बरोबर, या संख्यांना **षटकोनी संख्या** म्हणतात. वरील चित्रे तुमच्या वहीत काढा. या क्रमातील पुढील संख्या कोणती?

5. 2 च्या घातांक संख्या आणि 3 च्या घातांक संख्या यांचे संख्या क्रम चित्ररुपात दर्शविण्याच्या पद्धतींचा तुम्ही विचार करु शकाल का?

   येथे 2 च्या घातांक संख्यांविषयी विचार करण्याचा संभाव्य मार्ग आहे.



1 **2** **4** **8** **16**

1.4 संख्या क्रमांमधील सहसंबंध

काही वेळा संख्या क्रम हे आश्चर्यकारकपणे एकमेकाशी संबंधित असू शकतात.

उदाहरणार्थ: जेव्हा आपण विषम संख्यांची बेरीज करत जातो तेव्हा काय घडते?

1 = 1

1 + 3 = 4

1 + 3 + 5 = 9

1 + 3 + 5 + 7 = 16

1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36

खरोखरच हा एक सुंदर नमुना आहे!

* हे असे का घडते? हे नेहमी असेच घडत राहते असे तुम्हाला वाटते का?

याचे उत्तर असे की, हे नेहमी असेच घडत राहते. परंतु का? यापूर्वी सांगितल्याप्रमाणे, नमुना का घडतो हे समजून घेणे नमुना पाहण्याइतकेच महत्वाचे आणि रंजक आहे.

हे चित्र याचे स्पष्टीकरण देऊ शकते

चित्राद्वारे दर्शवून या संकल्पनेचे स्पष्टीकरण करणे सहाय्यक ठरू शकते. वर्गसंख्या या चौरसाकृती चौकटीतील ठिपक्यांची संख्या मोजून तयार होतात, याचे स्मरण करा.

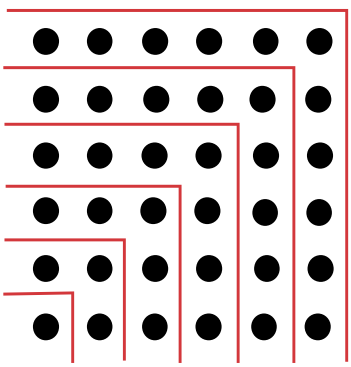
* चौरसाकृती चौकटीतील ठिपके आपण विषम संख्यांमध्ये कसे विभागू शकतो?



1, 3, 5, 7, ...?

पुढे वाचण्यापूर्वी क्षणभर विचार करा!

ते कसे केले जाऊ शकते ते येथे दाखवले आहे:



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

हे चित्र आता असे स्पष्ट करते की,

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36

कारण असे चित्र कोणत्याही आकाराच्या चौरसासाठी काढता येऊ शकते, हे चित्र विषम संख्यांची बेरीज केल्यानंतर वर्ग संख्या का मिळते, याचे स्पष्टीकरण देते.

* अशा प्रकारचे चित्र काढून पहिल्या 10 विषम संख्याची बेरीज किती येते ते तुम्ही सांगू शकाल का?
* आता अशाच चित्राची कल्पना करून किंवा आवश्यकता असल्यास अंशतः चित्र रेखाटून पहिल्या 100 विषम संख्याची बेरीज किती होते ते तुम्ही सांगू शकाल का?

संख्या क्रमामधील अशा सहसंबंधाचे आणखी एक उदाहरण:

चढत्या आणि उतरत्या क्रमाने बेरीज

खालील नमुना पाहूया:

1 = 1

1 + 2 + 1 = 4

1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 9

1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16

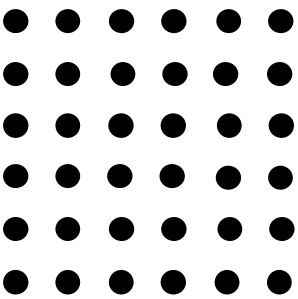
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 25

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36

यावरून असे दिसून येते की, वर्ग संख्या मिळविण्याचा आणखी एक मार्ग येथे आहे-

मोज संख्या (क्रमवार संख्या) चढत्या आणि उतरत्या क्रमात मांडणी करून बेरीज केल्याने वर्गसंख्या मिळतात.

* यासारखे चित्रात्मक स्पष्टीकरण तुम्ही शोधू शकाल का?

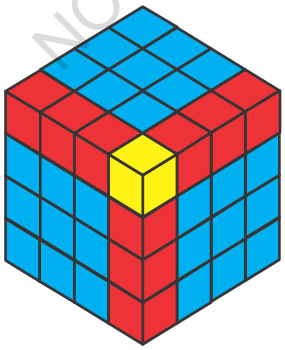


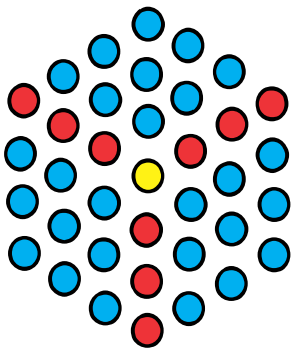
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.



1. मोज संख्यांची चढत्या आणि उतरत्या क्रमात बेरीज केल्यास (उदा. 1, 1+2+1, 1+2+3+2+1, ...) वर्ग संख्या का मिळतात, याकरिता तुम्ही वरील प्रमाणे एखादे चित्रात्मक स्पष्टीकरण शोधू शकाल का?
2. मोठ्या आकाराच्या चित्राची कल्पना करून किंवा आवश्यकता असल्यास अंशतः चित्र काढून तुम्ही 1+2+3+...+99+100+99+...+3+2+1 ची किंमत किती येते ते सांगू शकाल का?
3. जेव्हा तम्ही 1, 1, 1, ... (सर्व संख्या 1) च्या क्रमाची बेरीज करत गेलात तर तुम्हाला कोणता क्रम मिळेल? तसेच जेव्हा तुम्ही सर्व संख्या 1 च्या क्रमाची चढत्या आणि उतरत्या क्रमात बेरीज केली तर तुम्हाला कोणता क्रम मिळेल?
4. जर तुम्ही मोज संख्या चढत्या क्रमात बेरीज करत गेलात तर तुम्हाला कोणता क्रम मिळेल? यासाठी तुम्ही थोडक्यात चित्रात्मक स्पष्टीकरण देऊ शकाल का?
5. जर तुम्ही क्रमवार त्रिकोणी संख्यांच्या जोड्यांची चढत्या क्रमात बेरीज करत गेलात तर काय घडते? ते 1+3, 3+6, 6+10, 10+15, ... असे घ्या. तुम्हाला कोणता क्रम मिळतो? का? तुम्ही ते चित्राद्वारे स्पष्ट करु शकता का?
6. तुम्ही 1 पासून सुरुवात करून 2 च्या घातांक संख्यांची बेरीज करत गेलात तर काय घडते? ते 1, 1+2, 1+2+4, 1+2+4+8, ... असे घ्या. आता प्रत्येक संख्येमध्ये 1 मिळविला तर तुम्हाला कोणती संख्या मिळते? हे असे का घडते?
7. जेव्हा तुम्ही त्रिकोणी संख्याना 6 ने गुणून त्यामध्ये 1 मिळवता तेव्हा काय घडते? तुम्हाला कोणता क्रम मिळतो? तुम्ही ते चित्राद्वारे स्पष्ट करु शकाल का?
8. जर तुम्ही षटकोनी संख्यांची बेरीज करत गेलात तर काय घडते? ते 1, 1+7, 1+7 +19, 1+7+19+37, ... असे घ्या. तुम्हाला कोणता क्रम मिळतो? घनाचे चित्र वापरून तुम्ही ते स्पष्ट करू शकाल का?





9. कोष्टक 1 मध्ये दिलेल्या संख्या क्रमांमध्ये तुम्ही स्वतःचे नमुने किंवा सहसंबंध शोधू शकाल का? ते का घडतात याचे चित्राद्वारे किंवा इतर कोणत्याही पद्धतीने स्पष्टीकरण करू शकाल का?

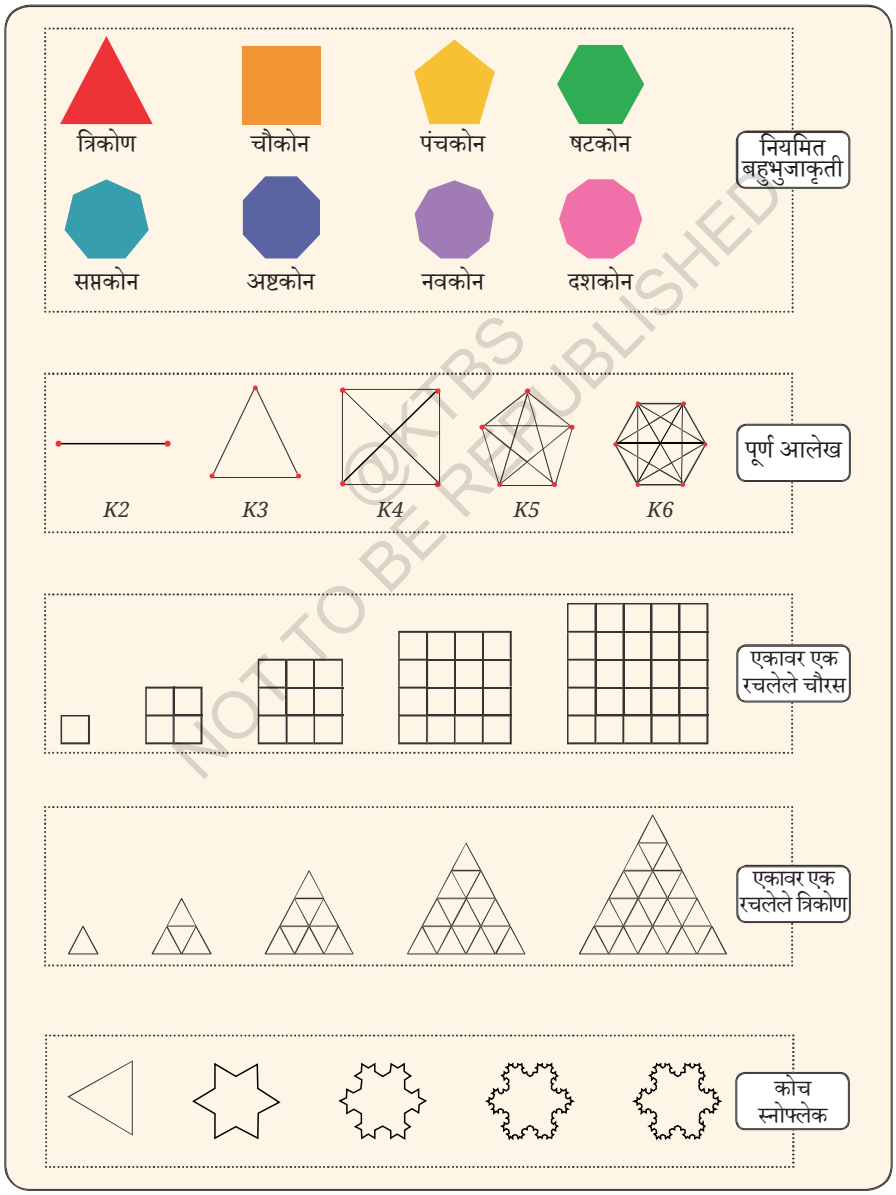
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1.5 आकारातील नमुने (आकृतीबंध)

गणितामध्ये आढळणारे इतर महत्वाचे आणि मुलभूत नमुने म्हणजे **आकारांचे नमुने (आकृतीबंध)**. हे आकार एकमितीय, द्विमितीय किंवा त्रिमितीय (1D, 2D, 3D) असतात किंवा त्याहीपेक्षा जास्त बहुमितीय असू शकतात. आकारातील नमुन्यांचा अभ्यास करणाऱ्या गणिताच्या शाखेला **भूमिती** असे म्हणतात.

आकारांचे क्रम हे गणिततज्ञ अभ्यास करत असलेल्या आकारांच्या नमुन्यांचा एक महत्वाचा प्रकार आहे. कोष्टक 3 हे गणितामध्ये अभ्यासले जाणारे काही प्रमुख आकारांचे क्रम दर्शविते.

कोष्टक 3 : आकाराच्या क्रमांची उदाहरणे



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.



1. तुम्ही कोष्टक 3 मधील प्रत्येक क्रमातील नमुना ओळखू शकाल का?
2. कोष्टक 3 मधील प्रत्येक क्रम तुमच्या वहीमध्ये रेखाटण्याचा प्रयत्न करा. प्रत्येक क्रमातील पुढचा आकार तुम्ही रेखाटू शकता का? का किंवा का नाही? प्रत्येक क्रमानंतर, त्या क्रमातील आकार रचण्यासाठी असलेला नियम किंवा नमुना कोणता आहे त्याचे स्वतःच्या शब्दामध्ये वर्णन करा.

1.6 संख्या क्रमांशी सहसंबंध

बहुतेक वेळा आकारांचे क्रम हे संख्या क्रमांशी आश्चर्यकारकपणे संबंधित असतात. अशा प्रकारचे सहसंबंध हे आकारांचे क्रम आणि संबंधित संख्या क्रम या दोन्हींचा अभ्यास करून समजून घेण्यास सहाय्यक ठरतात.

उदाहरण: नियमित बहुभुजाकृतींचा आकार क्रम हा 3 पासून मोजसंख्येने सुरु होणाऱ्या बहुभुजाकृतींच्या बाजूंच्या संख्येने सुरु होतो. अर्थात 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ... त्यामुळेच त्या आकृत्यांना अनुक्रमे **नियमित त्रिकोण, चौकोन (चौरस), पंचकोन, षटकोन, सप्तकोन, अष्टकोन, नवकोन, दशकोन** इ. असे म्हणतात.

'नियमित' या शब्दाचा अर्थ 'सुसम' म्हणजेच त्या आकृत्यांच्या सर्व बाजूंची लांबी समान आणि सर्व कोनदेखील समान असा होतो. पुढील प्रकरणात आपण कोनाविषयीचा सविस्तर अभ्यास करणार आहोत.

कोष्टक 3 मधील इतर आकार क्रमांचे देखील संख्या क्रमांशी सुंदर सहसंबंध आहेत.

© MTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.



1. नियमित बहुभुजाकृतींच्या क्रमातील प्रत्येक आकृतीच्या बाजूंची संख्या मोजा. तुम्हाला कोणता संख्या क्रम मिळतो? नियमित बहुभुजाकृतींच्या या क्रमातील प्रत्येक आकाराच्या कोनांची संख्या काय असेल? आपल्याला तोच संख्या क्रम मिळतो का? असे का घडते याचे स्पष्टीकरण तुम्ही करु शकाल का?
2. पूर्ण आलेख क्रमाच्या प्रत्येक आकारामधील रेषांची संख्या मोजा. तुम्हाला कोणता संख्या क्रम मिळतो? तो तसा का आहे याचे स्पष्टीकरण तुम्ही करू शकाल का?
3. एकावर एक रचलेल्या चौरसाच्या क्रमामधील प्रत्येक आकारामध्ये किती लहान चौरस आहेत? येथे आपल्याला कोणता संख्या क्रम मिळतो? तो तसा का आहे याचे स्पष्टीकरण तुम्ही करू शकाल का?
4. एकावर एक रचलेल्या त्रिकोणाच्या क्रमामधील प्रत्येक आकारामध्ये किती लहान त्रिकोण आहेत? येथे आपल्याला कोणता संख्या क्रम मिळतो? तो तसा का आहे याचे स्पष्टीकरण तुम्ही करू शकाल

का? (***सूचना:*** *क्रमामधील प्रत्येक आकाराच्या प्रत्येक ओळीमध्ये किती त्रिकोण आहेत?)*

5. कोच स्नोफ्लेक क्रमामध्ये एका आकारापासून पुढील आकार मिळविण्यासाठी प्रत्येक रेषाखंडावर '____' एक 'तीक्ष्ण गतिरोधक' '___/___' तयार केला आहे. जर एखाद्याने हे अधिकाधिक वेळा केले तर रेषाखंड खूप लहान होत जाऊन सूक्ष्म बदल होत जातात. कोच स्नोफ्लेकच्या प्रत्येक आकारामध्ये एकूण किती रेषाखंड आहेत? तयार होणारा संबंधित संख्या क्रम कोणता? (उत्तर 3, 12, 48, ... हे आहे. म्हणजेच 4 च्या घातांकाच्या 3 पट आहे; हा क्रम कोष्टक 1 मध्ये दर्शविलेला नाही.)

सारांश

* नमुन्यांचा शोध घेणे आणि ते नमुने का अस्तित्वात आहेत याविषयीचे स्पष्टीकरण शोधण्यासाठी गणिताकडे पाहिले जाऊ शकते.
* **संख्या क्रम** हे गणितामध्ये आढळणाऱ्या मुलभूत नमुन्यांपैकी एक आहेत.
* मोज संख्या, विषम संख्या, सम संख्या, वर्ग संख्या, त्रिकोणी संख्या, घन संख्या, विरहंक संख्या आणि 2 च्या घातांक संख्या ही संख्या क्रमामध्ये समावेश असलेली काही महत्वाची उदाहरणे आहेत.
* काही वेळा संख्या क्रम हे एकमेकांशी सुंदर आणि उल्लेखनीय पद्धतीने संबंधित असू शकतात. उदाहरणार्थ, विषम संख्यांच्या क्रमामध्ये 1 पासून सुरुवात करून बेरीज करत गेल्यास वर्ग संख्या मिळतात.
* चित्रांचा वापर करून संख्या क्रमांचे दृश्यीकरण केल्यास क्रम आणि त्यामधील सहसंबंध समजून घेणे सुलभ होते.
* **आकारांचा क्रम** हा गणितामधील एक प्रकारचा मुलभूत नमुना आहे. नियमित बहुभुजाकृती, पूर्ण आलेख, एकावर एक रचलेले त्रिकोण, चौरस आणि कोच स्नोफ्लेक ही आकार क्रमामध्ये समावेश असलेली काही महत्वाची उदाहरणे आहेत. आकार क्रम देखील संख्या क्रमांशी अनेक रोचक सहसंबंध प्रदर्शित करतात.

© TBS NOT TO BE REPUBLISHED

*****

प्रकरण - 2



रेषा आणि कोन
(LINES AND ANGLES)

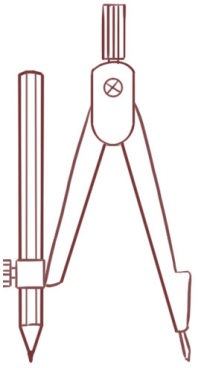
W8FZY9

या प्रकरणामध्ये आम्ही बिंदू, रेषा, किरण, रेषाखंड आणि कोन या भूमितीमधील काही मुलभूत संकल्पनांचा शोध घेऊ. या संकल्पना 'समतल भूमितीच्या' संदर्भातील महत्वाचे पायाभूत घटक आहेत; आणि आपल्याला विविध आकारांच्या रचना आणि विश्लेषण यासारखे भूमितीतील अधिक प्रगत विषय समजून घेण्यास सहाय्यक आहेत.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2.1 बिंदू

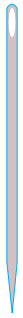
पेन्सिलच्या तीक्ष्ण टोकाने कागदावर एका टिंबाची खूण करा. टोक जितके तीक्ष्ण असेल तितकी लहान टिंब होईल. ही लहान टिंब तुम्हाला बिंदूची कल्पना देईल. एक बिंदू अचूक स्थान निश्चित करतो; परंतु त्याला लांबी, रुंदी किंवा उंची नसते. बिंदूचे काही नमुने खालील प्रमाणे दिलेले आहेत.



कैवार (कंपास) चे टोक



पेन्सिलचे तीक्ष्ण टोक



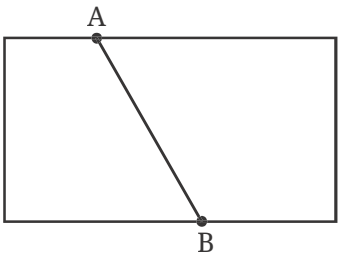
सूईचे तीक्ष्ण टोक

जर तुम्ही एका कागदावर तीन बिंदू चिन्हांकीत केले, तर तुम्हाला ते तीन बिंदू एकमेकांपासून वेगवेगळे दर्शवावे लागतील. या कारणासाठी प्रत्येकी तीन बिंदूना इंग्रजी मुळाक्षरातील मोठ्या अक्षराने दर्शवावे लागेल. जसे की Z, P आणि T. त्या बिंदूंचे वाचन बिंदू 'Z', बिंदू 'P' आणि बिंदू 'T' असे केले जाते. अर्थातच टिंब निश्चित स्थान दर्शविते आणि तिची अदृष्य (सूक्ष्म) असेल अशी कल्पना केली पाहिजे.

Z • • P

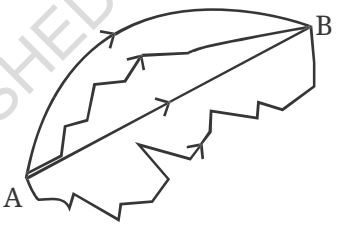
• T

2.2 रेषाखंड



कागदाच्या तुकड्याची घडी घाला आणि ती पूर्ववत करा. तुम्हाला घडी दिसत आहे का? ही घडी रेषाखंडाची कल्पना देते. त्याला A आणि B हे दोन अंत्य बिंदू आहेत.

कागदावर A आणि B या कोणत्याही दोन बिंदूच्या खुणा करा. A आणि B हे दोन बिंदू वेगवेगळ्या मार्गांनी जोडण्याचा प्रयत्न करा. (आकृती 2.1)



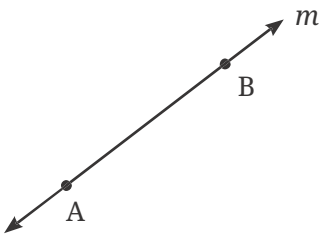
आकृती 2.1

A पासून B पर्यंतचा सर्वात जवळचा मार्ग कोणता? येथे दाखविल्याप्रमाणे A बिंदूपासून B बिंदूपर्यंतच्या (A आणि B बिंदूंसह) कमीतकमी अंतराला A पासून B पर्यंतचा **रेषाखंड** असे म्हणतात. रेषाखंड $\overline{AB}$ किंवा $\overline{BA}$ असा दर्शवितात. A आणि B बिंदूना रेषाखंड $\overline{AB}$ चे **अंत्यबिंदू** असे म्हणतात.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

2.3 रेषा

कल्पना करा की, A पासून B पर्यंतचा रेषाखंड (म्हणजे $\overline{AB}$) हा A बिंदूच्या पुढे एका दिशेने आणि B बिंदूच्या पुढे दुसऱ्या दिशेने अमर्यादपणे वाढविला (आकृती 2.2). हा **रेषेचा** नमुना आहे. तुम्ही रेषेचे पूर्ण चित्र काढू शकाल असे तुम्हाला वाटते का? नाही. का?



आकृती 2.2

A आणि B या दोन बिंदुंमधील रेषा $\overleftrightarrow{AB}$ अशी दर्शवितात. ती दोन्ही बाजूला अमर्याद वाढविली जाते. काही वेळेला रेषाखंड *l* किंवा m या अक्षरांनी दर्शविली जाते.

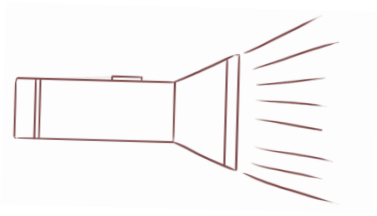
निरीक्षण करा की, कोणतेही दोन बिंदू त्या बिंदूंमधून जाणारी एकमेव रेषा निश्चित करतात.

2.4 किरण

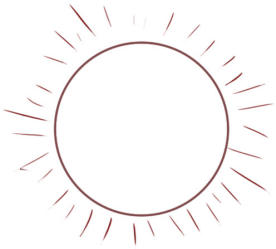
किरण हा रेषेचा एक भाग असून त्याची सुरुवात एका बिंदूतून होते. (त्याला किरणाचा **आरंभ बिंदू** किंवा **सुरुवातीचा बिंदू** म्हणतात) आणि तो एका दिशेने अमर्यादपणे वाढविता येतो. खाली किरणांचे काही नमुने दिलेले आहेत.



दीपगृहापासून निघणारा प्रकाश झोत

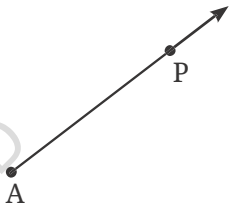


विजेरी (बॅटरी) मधून येणारे प्रकाश किरण



सूर्य किरण

किरणाच्या रेखाकृतीकडे (आकृती 2.3) पहा. त्यावर दोन बिंदूंच्या खुणा केलेल्या आहेत. किरणाच्या मार्गावर A हा सुरुवातीचा बिंदू आणि P हा दुसरा बिंदू आहे. आपण तो किरण $\overrightarrow{AP}$ असा दर्शवितो.



आकृती 2.3

* शोधा पाहू.

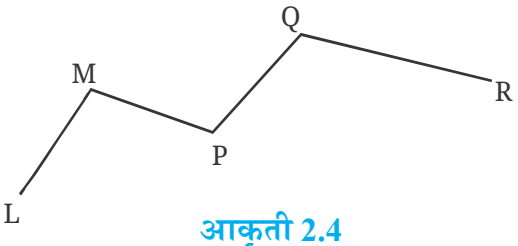
1.

रिहानने कागदाच्या तुकड्यावर एका बिंदूची खूण केली आहे. तर त्याला त्या बिंदूतून जाणाऱ्या किती रेषा काढता येऊ शकतात?

शितलने कागदाच्या तुकड्यावर दोन बिंदूंच्या खुणा केल्या. तर तिला त्या दोन्ही बिंदूतून जाणाऱ्या किती सरळरेषा काढता येऊ शकतात?

रिहान आणि शितलला त्यांचे उत्तर शोधण्यास तुम्ही मदत करु शकाल का?

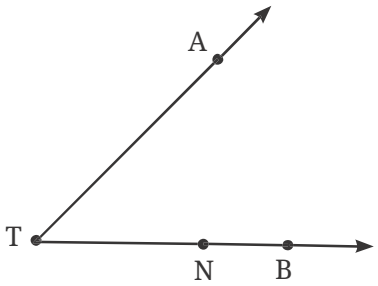
2. आकृती 2.4 मधील रेषाखंडांची नावे लिहा. खुणा केलेल्या पाच बिंदूंपैकी कोणते बिंदू नेमक्या एका रेषाखंडावर आहेत? त्यापैकी कोणते बिंदू दोन रेषाखंडांवर आहेत?



आकृती 2.4

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3. आकृती 2.5 मध्ये दर्शविलेल्या किरणांना नावे द्या. त्या प्रत्येक किरणाचा सुरुवातीचा बिंदू 'T' हा आहे का?



आकृती 2.5

4. खालील प्रत्येक बाबीसाठी योग्य स्पष्टीकरण करणारी कच्ची आकृती काढा आणि नावे द्या.

   a. $\overleftrightarrow{OP}$ आणि $\overleftrightarrow{OQ}$ हे O मध्ये मिळतात.

   b. $\overleftrightarrow{XY}$ आणि $\overleftrightarrow{PQ}$ हे M बिंदूत छेदतात.

   c. *l* या रेषेवर E आणि F हे बिंदू आहेत परंतु D हा बिंदू नाही.

   d. AB रेषेवर P हा बिंदू आहे.

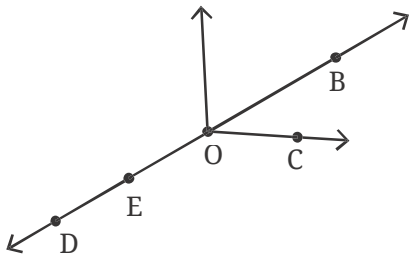
5. आकृती 2.6 मधील खालील नावे लिहा.

   a. पाच बिंदू

   b. एक रेषा

   c. चार किरणे

   d. पाच रेषाखंड

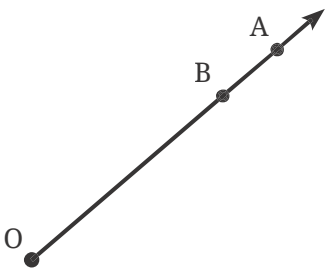


आकृती 2.6

6. येथे $\overrightarrow{OA}$ हा एक किरण आहे (आकृती 2.7). त्याची सुरुवात O बिंदूतून होते आणि तो A बिंदूतून जातो. तसेच तो B बिंदूतून सुद्धा जातो.

   a. तुम्ही त्याला $\overrightarrow{OB}$ असे देखील नाव देऊ शकता? का?

   b. आपण $\overrightarrow{OA}$ ला $\overrightarrow{AO}$ असे लिहू शकता का? का किंवा का नाही?

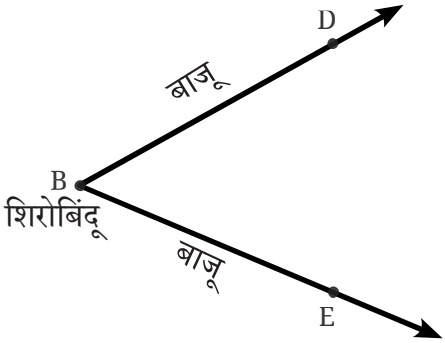


आकृती 2.7

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2.5 कोन

एका समाईक आरंभ बिंदूतून निघणाऱ्या दोन किरणांपासून कोन तयार होतो. येथे $\overrightarrow{BD}$ आणि $\overrightarrow{BE}$ या किरणांपासून कोन तयार होतो, ज्यांचा समाईक आरंभ बिंदू B हा आहे. (आकृती 2.8).



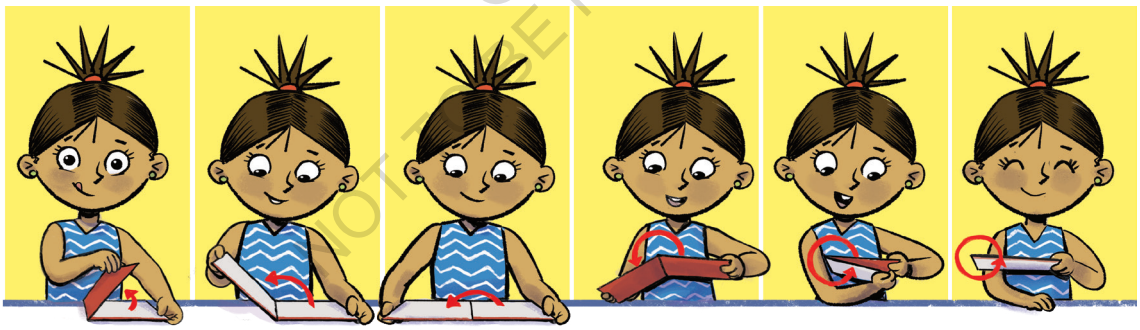
आकृती 2.8

B या बिंदूला कोनाचा **शिरोबिंदू** असे म्हणतात, तसेच $\overrightarrow{BD}$ आणि $\overrightarrow{BE}$ या किरणांना कोनाच्या **भूजा** असे म्हणतात. आम्ही या कोनाला कसे नाव देऊ शकतो? आपण फक्त शिरोबिंदू वापरून त्याला कोन B असे म्हणू शकतो. अधिक स्पष्टतेसाठी आम्ही प्रत्येक भूजांवरील बिंदू शिरोबिंदूशी एकत्रितपणे घेऊन कोनाला नाव देऊ शकतो. या उदाहरणात आपण या कोनाला कोन DBE किंवा कोन EBD असे नाव देतो. कोन या शब्दाऐवजी '$\angle$' हे चिन्ह घेतले जाऊ शकते, म्हणजेच $\angle$DBE किंवा $\angle$EBD. लक्षात ठेवा की, कोन लिहिताना शिरोबिंदूचे मुळाक्षर नेहमी मध्ये लिहिले जाते.

कोन दर्शविण्यासाठी शिरोबिंदूच्या वर लहान वक्र वापरतो (आकृती 2.9 पहा).

विद्या नुकतेच आपले पुस्तक उघडत आहे. ती पुस्तकाचे मुखपृष्ठ वेगवेगळ्या स्थितीत कसे उघडते याचे आपण निरीक्षण करू.

© RTBS NOT TO BE REPUBLISHED



स्थिती-1 **स्थिती-2** **स्थिती-3** **स्थिती-4** **स्थिती-5** **स्थिती-6**

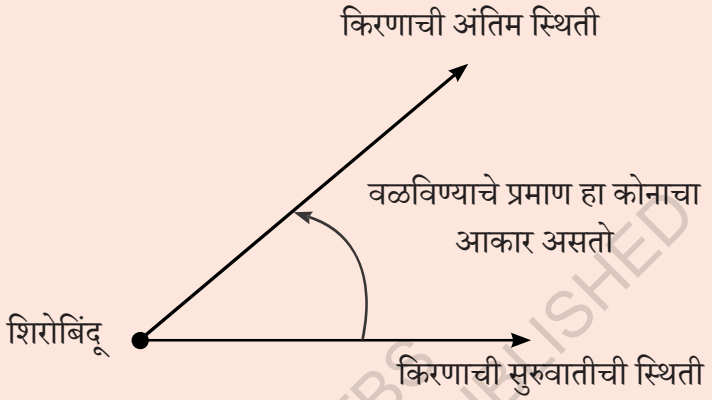
* तुम्हाला या प्रत्येक स्थितीमध्ये कोन तयार होताना दिसतात का? तुम्ही त्यांच्या भूजा आणि शिरोबिंदू दाखवू शकता का?

कोणता कोन मोठा आहे - स्थिती-1 मधील कोन की स्थिती-2 मधील कोन?

जसे आपण एखाद्या रेषेचा आकार तिच्या लांबीच्या आधारे सांगतो. तसेच आपण कोनाचा आकार त्याच्या फिरण्याच्या प्रमाणाच्या आधारे ठरवतो.

म्हणून स्थिती-2 मधील कोन मोठा आहे कारण या स्थितीत तिला मुखपृष्ठ जास्त फिरविणे आवश्यक आहे. त्याचप्रमाणे स्थिती-3 मधील कोन हा स्थिती-2 मधील कोनापेक्षाही मोठा आहे, कारण तेथे फिरणे अधिक आहे आणि स्थिती-4, 5 आणि 6 मध्ये जसजसे फिरणे अधिकाधिक होत जाते तसतसे कोन क्रमाक्रमाने अधिकाधिक मोठे होत जातात.

कोनाचा आकार म्हणजे पहिल्या किरणाला दुसऱ्या किरणाकडे नेण्यासाठी शिरोबिंदूभोवती फिरविण्याचे किंवा वळविण्याचे आवश्यक असणारे प्रमाण होय.



आकृती 2.9

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

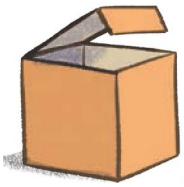
आता आपण दैनंदिन जीवनातील आणखी काही उदाहरणे पाहू. जेथे फिरविल्याने किंवा वळविल्याने कोन तयार होतात.



* कैवार किंवा दुभाजकामध्ये आपण कोन तयार करण्यासाठी भूजा फिरवतो. दोन भूजा ज्या बिंदूमध्ये जोडलेल्या असतात तो शिरोबिंदू असतो. त्या कोनाच्या भूजा आणि शिरोबिंदू ओळखा.
* कात्रीला दोन पाती असतात. जेव्हा आपण काही कापण्यासाठी ती उघडतो (किंवा वळवितो) तेव्हा ती दोन पाती कोन बनवितात. कोनाच्या भूजा आणि शिरोबिंदू ओळखा.
* चष्मा, पैशाचे पाकिट आणि इतर सामान्य वस्तूंची चित्रे पहा. त्यामधील कोन ओळखा आणि त्यांच्या भूजा आणि शिरोबिंदूना नावे द्या.







एका भुजेला दुसऱ्या भुजेच्या संदर्भात वळविल्याने कोन कसे बनतात, हे तुम्हाला दिसते का?

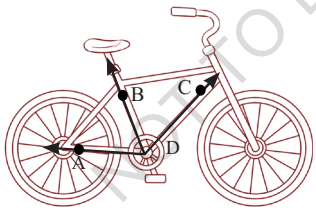
शिक्षकांसाठी सूचना

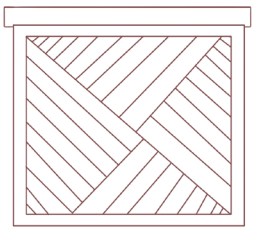
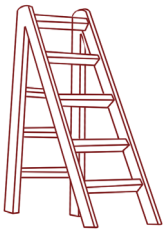
विद्यार्थ्यांना कोनाचा आकार हा फिरण्याच्या मापनावर आधारित आहे हे ओळखता यावे याकरिता शिक्षकांनी विविध उपक्रम आयोजित करावेत.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.

1. तुम्ही दिलेल्या चित्रांमध्ये कोन शोधू शकाल का? कोणत्याही एका कोनासाठी किरण काढा आणि कोनाच्या शिरोबिंदूला नाव द्या.

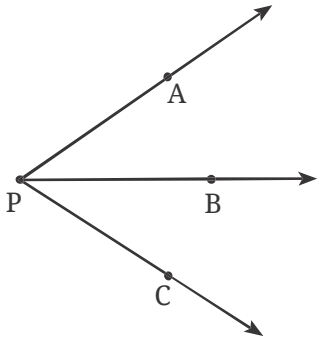


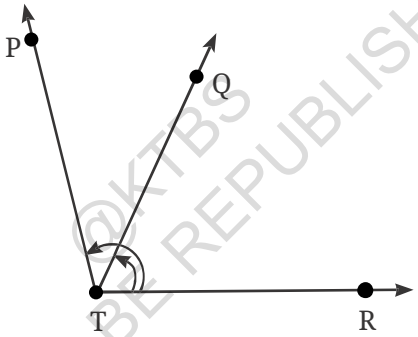

2. ST आणि SR या भूजानी केलेला कोन काढा आणि नाव द्या.

3. ∠APC ला ∠P असे नाव का दिले जाऊ शकत नाही? याचे स्पष्टीकरण करा.





4. दिलेल्या आकृतीमध्ये दर्शविलेल्या कोनांची नावे लिहा.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5. तुमच्या कागदावर एका रेषेत नसलेले कोणतेही तीन बिंदू दर्शवा. त्यांना A, B, C ही नावे द्या. या बिंदुंच्या जोड्यांमधून जाणाऱ्या सर्व शक्य (संभाव्य) रेषा काढा. तुम्हाला किती रेषा मिळतात? त्यांना नावे द्या. A, B, C वापरुन तुम्ही किती कोनांना नावे देऊ शकाल? ते लिहा आणि आकृती 2.9 प्रमाणे प्रत्येक कोन वक्र रेषेने दर्शवा.

6. आता तुमच्या कागदावर कोणतेही चार बिंदू असे दर्शवा की, त्यापैकी कोणतेही तीन बिंदू एका रेषेत नसतील. त्यांना A, B, C, D अशी नावे द्या. या बिंदुंच्या जोड्यांमधून जाणाऱ्या सर्व शक्य रेषा काढा. तुम्हाला किती रेषा मिळतात? त्यांना नावे द्या. A, B, C, D वापरुन तुम्ही किती कोनांना नावे देऊ शकाल? ते सर्व लिहा आणि आकृती 2.9 प्रमाणे प्रत्येक कोन वक्र रेषेने दर्शवा.

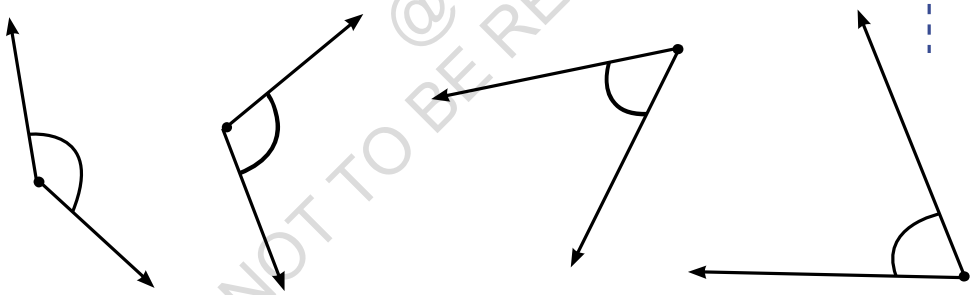
2.6 कोनांची तुलना

या प्राण्यांना तोंड उघडताना पहा. येथे तुम्हाला काही कोन दिसतात का? असल्यास, प्रत्येकाच्या भूजा आणि शिरोबिंदू चिन्हांकित करा. काही प्राण्यांची तोंडे इतरांपेक्षा जास्त उघडी आहेत. जबडा जितका अधिक वळतो तितका कोन मोठा होतो! तुम्ही या चित्रातील कोन लहानापासून मोठ्यापर्यंत अशा क्रमाने मांडू शकाल का?



* दोन कोनांची तुलना करणे हे नेहमी सोपे असते का?

गणिती बोल



@KVBS NOT TO BE REPUBLISHED

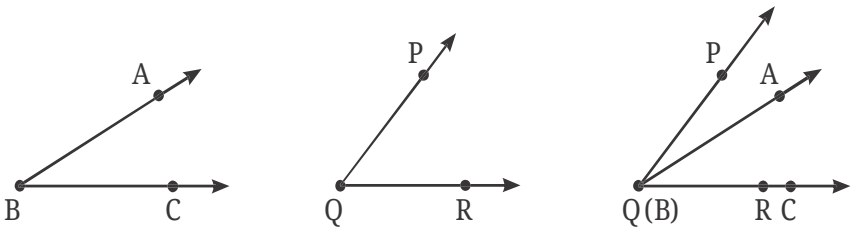
येथे काही कोन आहेत. प्रत्येक कोनाला नाव द्या. तुम्ही त्यांची तुलना कशी कराल?

आणखी काही कोन काढा. त्यांना नावे लिहा आणि त्यांची तुलना करा.

एकमेकांवर ठेवून (अध्यारोपण करून) कोनांची तुलना

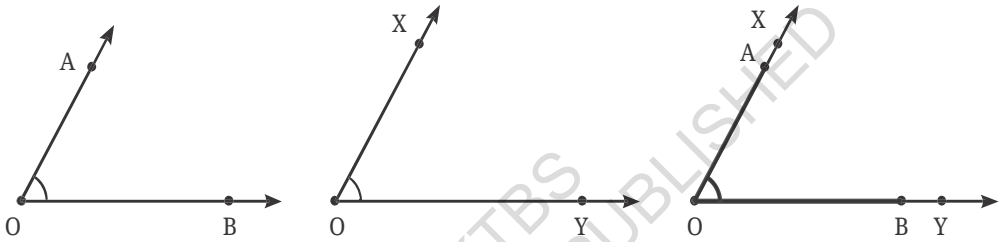
कोणतेही दोन कोन एकमेकांवर ठेऊन (अध्यारोपण करून) त्यांची तुलना केली जाऊ शकते. अध्यारोपण करताना दोन्ही कोनांचे शिरोबिंदू एकमेकांवर जुळले पाहिजेत.

अध्यारोपण केल्यानंतर कोणता कोन लहान आणि कोणता कोन मोठा आहे हे स्पष्ट होते.



चित्रामध्ये दोन कोन एकमेकांवर ठेवलेले दाखविले आहेत. आता हे स्पष्ट दिसते की $\angle PQR$ हा $\angle ABC$ पेक्षा मोठा आहे.

समान कोन : आता आकृतीतील $\angle AOB$ आणि $\angle XOY$ यांचा विचार करा. त्यापैकी कोणता मोठा आहे?



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

या दोन्ही कोनांचे कोपरे (शिरोबिंदू) एकमेकांशी जुळतात आणि भूजाही एकमेकांवर येतात. म्हणजेच $\overrightarrow{OA} \longleftrightarrow \overrightarrow{OX}$ आणि $\overrightarrow{OB} \longleftrightarrow \overrightarrow{OY}$, म्हणून हे कोन आकाराने **समान** आहेत.

या कोनांना समान आकाराचे कोन मानण्याचे कारण हे आहे की, आपण प्रत्येक कोन फिरविल्यामुळे बनतो असे पाहिल्यास आम्हाला असे दिसून येईल की $\overrightarrow{OB}$ ला $\overrightarrow{OA}$ पर्यंत आणि $\overrightarrow{OY}$ ला $\overrightarrow{OX}$ पर्यंत नेण्यासाठी त्यांना समान प्रमाणात फिरविणे गरजेचे आहे.

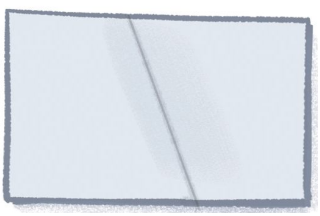
अध्यारोपणाच्या दृष्टीने, दोन कोन एकमेकांवर ठेवले असता दोन्ही कोनांचे समाईक शिरोबिंदू आणि दोन किरण तंतोतंत एकमेकांवर येत असतील, तर त्या दोन कोनांचे आकार समान असतात.



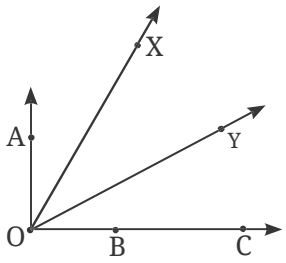
* आपण तुलना करण्यासाठी आणखी कोठे अध्यारोपणाचा वापर करतो?

* **शोधा पाहू.**

1. आयताकृती कागदाची घडी घाला आणि तयार झालेल्या घडीवर एक रेषा काढा. घडी आणि कागदाच्या बाजूंमध्ये तयार झालेल्या कोनांना नावे द्या आणि तुलना करा. आयताकृती कागद वेगवेगळ्या प्रकारे घडी घालून विविध कोन तयार करा आणि त्यांची तुलना करा. तुम्ही तयार केलेल्या कोनांपैकी सर्वात मोठा आणि सर्वात लहान कोन कोणता?



2. प्रत्येक बाबतीत कोणता कोन मोठा आहे? का?



a. ∠AOB किंवा ∠XOY

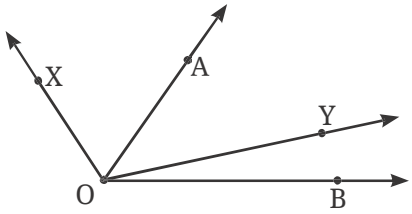
b. ∠AOB किंवा ∠XOB

c. ∠XOB किंवा ∠XOC

कोणता कोन मोठा आहे हे तुम्ही कसे ठरविले याबाबत तुमच्या मित्रांशी चर्चा करा.

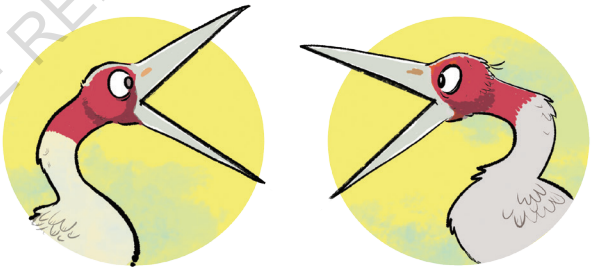
3. ∠XOY किंवा ∠AOB यापैकी कोणता कोन मोठा आहे? कारणे लिहा.





एकमेकांवर न ठेवता कोनांची तुलना

कोणाचे तोंड जास्त उघडते म्हणजेच कोण मोठा कोन तयार करतो. यावर दोन बगळे एकमेकांशी वादविवाद करत आहेत.



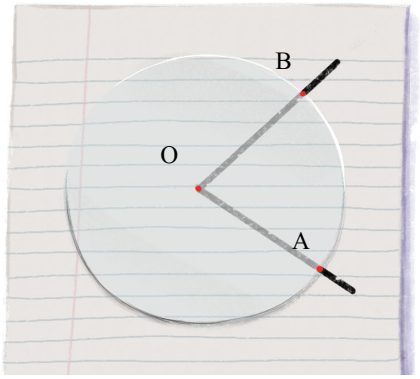
आकृती 2.10

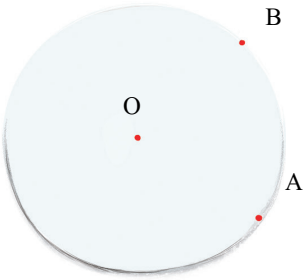
प्रथम त्यांच्या कोनांची आकृती काढू. कोणता कोन मोठा आहे हे आम्हाला कसे समजते? यापूर्वी पाहिल्याप्रमाणे कोणीही हे कोन गिरवून, एकमेकांवर ठेऊन तपासू शकतो. पण ते एकमेकांवर न ठेवता आपण करु शकतो का?

समजा आपल्याकडे एक पारदर्शक वर्तुळ आहे जे हलविता येते आणि आकृतीवर ठेवता येते. तुलना करण्यासाठी आपण याचा वापर करु शकतो का?

चला, पहिल्या बगळ्याने बनविलेल्या हा वर्तुळाकार कागद ठेवू. वर्तुळ अशाप्रकारे ठेवले जाते की त्याचा मध्य हा कोनाच्या शिरोबिंदूवर येईल. कोनाच्या भूजा ज्या बिंदूत वर्तुळाला छेदतात त्या बिंदूना वर्तुळाच्या कडेवर A आणि B अशी नावे देऊ.

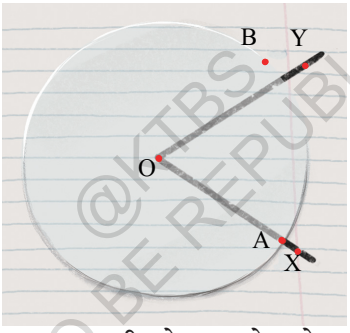
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED





याचा उपयोग करून आपण हा कोण दुसऱ्या बगळ्याने बनविलेल्या कोनापेक्षा मोठा, समान की लहान आहे हे शोधू शकतो का?

चला, आता हेच वर्तुळ दुसऱ्या बगळ्याने बनविलेल्या कोनावर अशाप्रकारे ठेवू की, कोनाचा शिरोबिंदू हा वर्तुळमध्याशी जुळेल आणि त्याची एक भूजा OA मधून जाईल.



आता तुम्ही कोणता कोन मोठा आहे हे सांगू शकता का?

कोणत्या बगळ्याने अधिक मोठा कोन बनविला होता?

जर तुम्ही पारदर्शक कागदाचा गोल तुकडा तयार करत असाल तर ही पद्धत वापरून आकृती 2.10 मधील कोनांची एकमेकांशी तुलना करण्याचा प्रयत्न करा.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

शिक्षकांसाठी सूचना

शिक्षकांनी कोन या संकल्पनेविषयी विद्यार्थ्यांनी किती समजून घेतले आहे हे तपासणे आवश्यक आहे. काही वेळा विद्यार्थी असा समज करून घेऊ शकतात की, कोनाच्या भूजांची लांबी वाढविली असता तो कोन सुध्दा वाढतो. त्यामुळे यासंबंधी विविध संदर्भ व स्थिती विद्यार्थ्यांसमोर मांडून त्यांची समज तपासावी.

2.7 फिरणाऱ्या भूजा तयार करणे

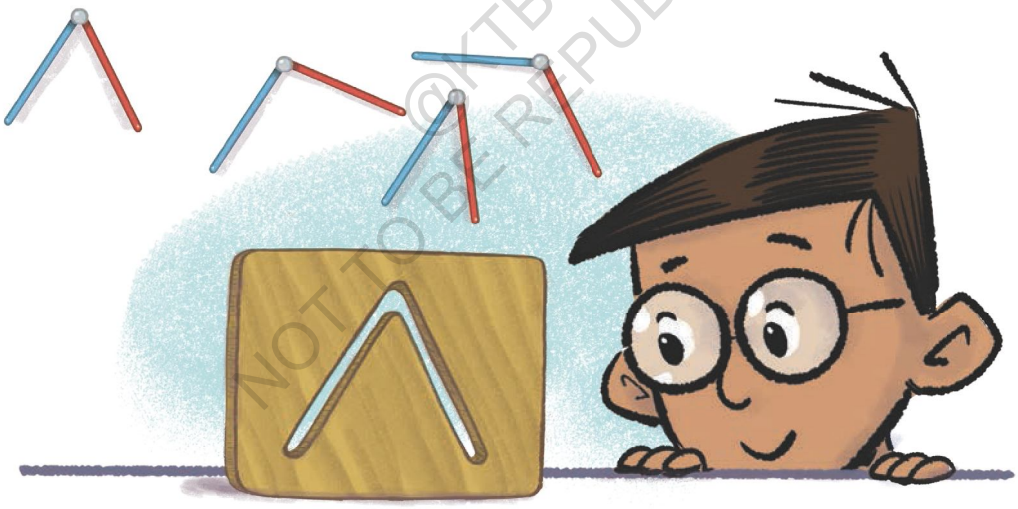
चला आपण दोन कागदी स्ट्रॉ (शोषक नळ्या) आणि पेपर क्लिप (यु पिन) वापरुन खालील पायऱ्यांचे अनुसरण करत 'फिरती भूजा' तयार करूया.

1. दोन कागदी स्ट्रॉ आणि एक पेपर क्लिप घ्या.
2. पेपर क्लिपच्या भूजांमध्ये स्ट्रॉ घाला.
3. तुमची फिरणारी भूजा तयार झाली!

भूजांमध्ये वेगवेगळे कोन घेऊन अनेक 'फिरत्या भूजा' तयार करा. तुलना करून आणि अध्यारोपण तंत्राद्वारे हे तयार केलेले कोन लहानापासून मोठ्यापर्यंत क्रमाने मांडा.

फटी (चीर) मधून जाऊ देणे: वेगवेगळा कोन असलेल्या अनेक फिरणाऱ्या भूजा एकत्रित करा. ही कृती करत असताना कोणत्याही फिरणाऱ्या भूजा फिरवू नका.

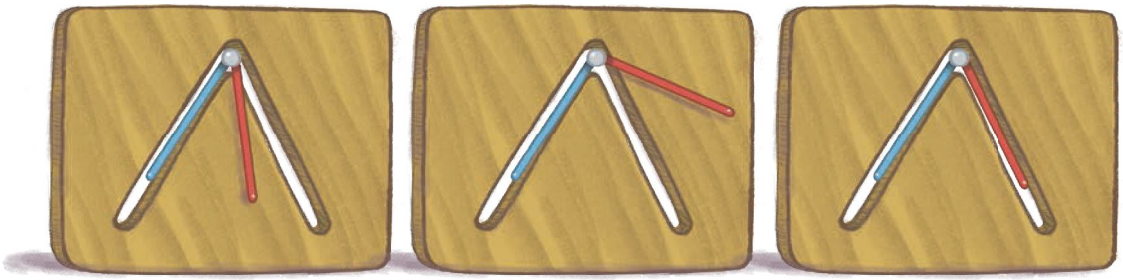
एक पुठ्ठा घ्या आणि खाली दाखविल्याप्रमाणे फिरणाऱ्या भूजांपैकी एकाचा आकार गिरवून कापून कोनाच्या आकाराची फट बनवा.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

आता सर्व फिरणाऱ्या भूजा एकत्रित करून मिसळा. कोणत्या फिरणाऱ्या भूजा त्या फटीमधून जातील ते तुम्ही ओळखू शकता का?

प्रत्येक फिरणारी भूजा फटीवर ठेवून योग्य कोनाचा शोध घेतला जाऊ शकतो. काही भूजांसाठी आता आपण हे करून पाहूया:



फटीचा कोन हा भूजेच्या कोनापेक्षा मोठा आहे. त्यामुळे भूजा फटीमधून जाणार नाहीत.

फटीचा कोन हा भूजेच्या कोनापेक्षा लहान आहे. त्यामुळे भूजा फटीमधून जाणार नाहीत.

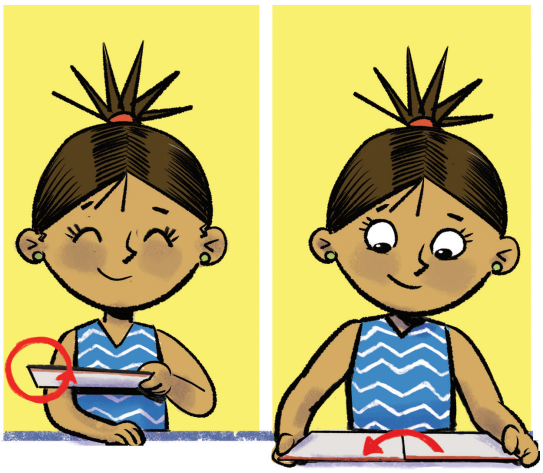
फटीचा कोन हा भुजेच्या कोनाशी समान आहे. त्यामुळे भूजा फटीमधून जातील.

फक्त ज्या फिरणाऱ्या भूजांच्या जोडीचा कोन हा फटीच्या कोनाइतका आहे तीच जोडी फटीमधून जाते. लक्षात ठेवा की, फटीमधून जाणे हे फक्त फिरणाऱ्या भूजांच्या कोनावरच अवलंबून असते; त्यांच्या लांबीवर नाही. (जो पर्यंत त्यांची लांबी फटीच्या लांबीपेक्षा कमी आहे तोपर्यंत)



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2.8 विशेष प्रकारचे कोन



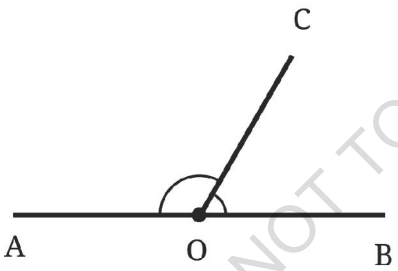
चला, आता आपण थोडे मागे विद्याच्या पुस्तकाकडे जाऊन ती वेगवेगळ्या स्थितीत पुस्तकाचे मुखपृष्ठ कसे उघडते ते पाहूया.

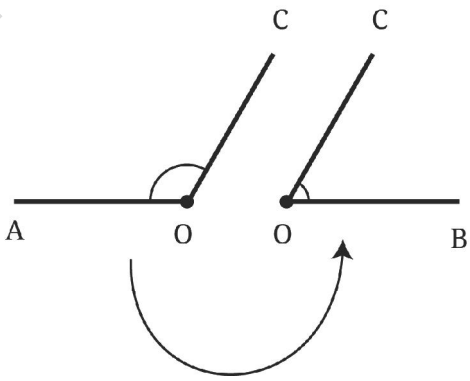
जेव्हा ती पुस्तक हातात पकडून लिहिते तेव्हा ती मुखपृष्ठ पूर्ण फेरीत फिरवते.

जेव्हा ती पुस्तक टेबलावर ठेवून उघडते तेव्हा ती मुखपृष्ठ अर्ध्या फेरीत फिरवते. अशावेळी तयार होणाऱ्या कोनाच्या भूजांचे निरीक्षण करा. त्या एका सरळ रेषेत येतात. अशा प्रकारच्या कोनाला **सरळ कोन** असे म्हणतात.



आता आपण ∠AOB या सरळ कोनाचा विचार करूया. लक्षात घ्या की, कोणताही $\overrightarrow{OC}$ हा किरण ∠AOC आणि ∠COB यांना दोन कोनात विभागतो.





* $\overrightarrow{OC}$ रेषा अशी काढणे शक्य आहे का? ज्यामुळे तयार होणारे दोन कोन आकाराने एकमेकांशी समान असतील?

चला आपण शोध घेऊया

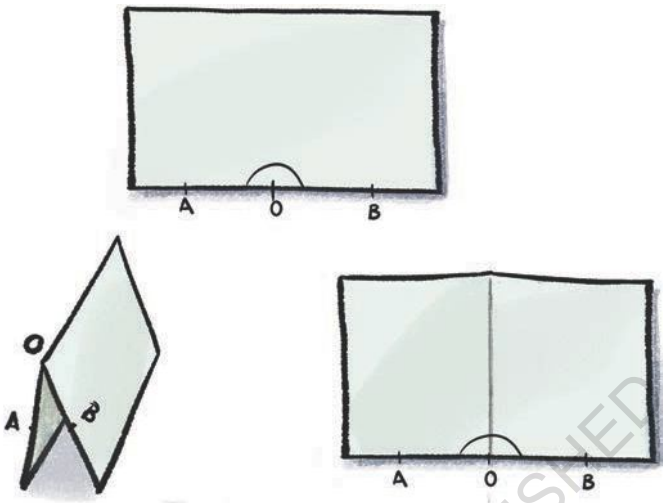
ही समस्या आपण एक कागदाचा तुकडा घेऊन सोडविण्याचा प्रयत्न करू शकतो. स्मरण करा की, जेव्हा घडी घातली जाते तेव्हा तयार होणारी घडी (रेषा) सरळ असते.

गणिती बोल

@KSBS NOT TO BE REPUBLISHED

एक आयताकृती कागद घ्या आणि त्याच्या एका बाजूला AOB हा सरळ कोन चिन्हांकीत करा. घडी घालून, O बिंदूतून जाणारी आणि ∠AOB चे दोन समान भाग करणारी अशी रेषा मिळविण्याचा प्रयत्न करा.

हे कसे केले जाऊ शकते?



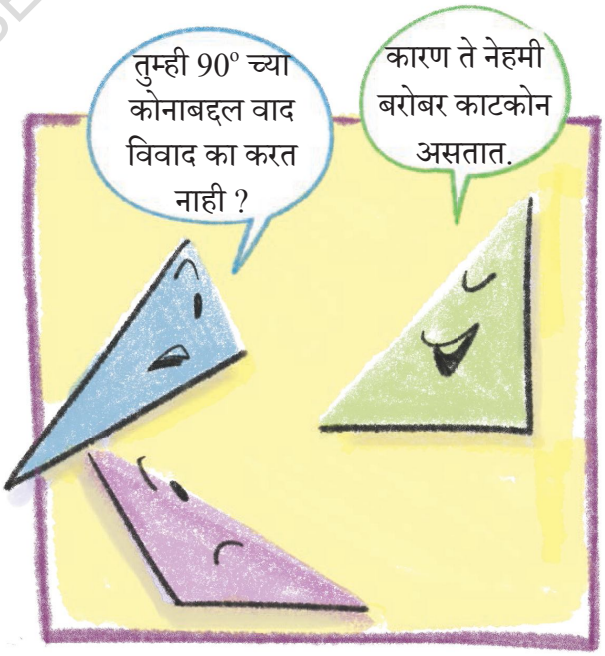
कागदाची घडी अशाप्रकारे घाला की, OB रेषा OA वर येऊन जुळेल. त्या घडीचे आणि तयार झालेल्या दोन कोनांचे निरीक्षण करा.

हे दोन कोन समान का आहेत हे स्पष्ट करा. हे एकमेकांवर ठेऊन तपासण्याचा कोणता मार्ग आहे का? एकमेकांवर ठेवण्याची ही क्रिया घडी घालून केली जाऊ शकते का?

अशारितीने बनलेल्या प्रत्येक समान कोनाला काटकोन असे म्हणतात. त्यामुळेच सरळ कोनामध्ये दोन **काटकोन** असतात.

* जर पूर्ण फेरीच्या अर्ध्या भागाने सरळ कोन बनतो तर पूर्ण फेरीच्या किती भागाने काटकोन बनतो?

निरीक्षण करा की, काटकोन हा 'L' च्या आकारासारखा आहे. एखादा कोन जर सरळ कोनाच्या अगदी बरोबर अर्धा असेल तरच तो काटकोन असतो. ज्या दोन रेषा एकमेकांना काटकोनात छेदतात त्या रेषांना **लंब रेषा** असे म्हणतात.

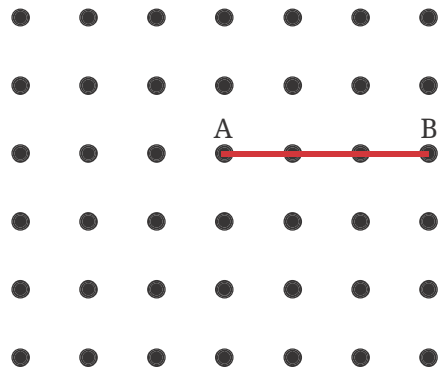


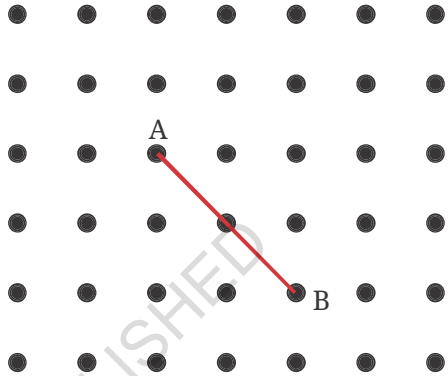
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.

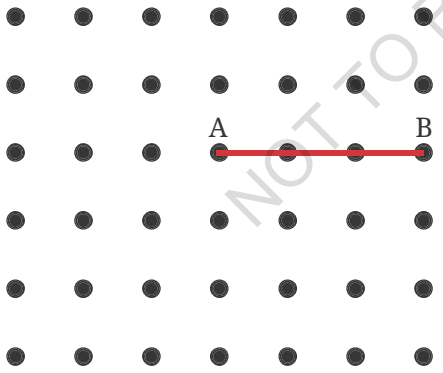
1. तुमच्या वर्गखोलीच्या खिडक्यांना किती काटकोन आहेत? तुमच्या वर्गखोलीमध्ये असलेले इतर काटकोन तुम्ही पाहिलात का?

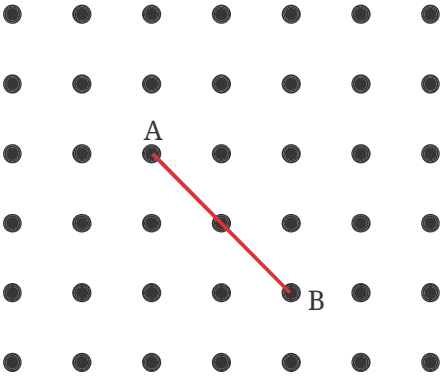
2. आकृतीतील बिंदूच्या चौकटीमधील A हा बिंदू इतर बिंदूंना जोडून सरळ कोन मिळवा. असे करण्याच्या सर्व वेगवेगळ्या पध्दती कोणत्या?





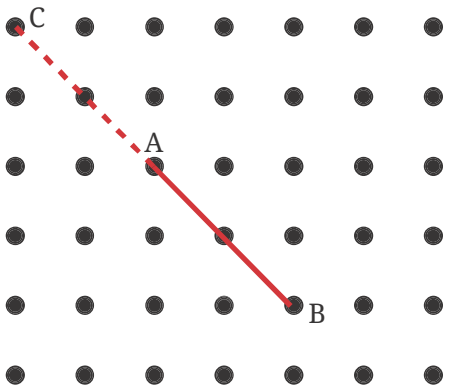
3. आता आकृतीतील बिंदूच्या चौकटीमधील A हा बिंदू इतर बिंदूंना जोडून काटकोन मिळवा. असे करण्याच्या सर्व वेगवेगळ्या पध्दती कोणत्या?





©BTBS NOT TO BE REPUBLISHED

सूचना: आकृतीमध्ये दाखविल्याप्रमाणे रेषा पुढे वाढवा. A मध्ये काटकोन मिळविण्यासाठी आम्हाला अशी रेषा काढावी लागेल, जी सरळ कोन CAB ला दोन समान भागांमध्ये विभागेल.



4. कागदावर एक तिरकस घडी घाला. आता या तिरकस घडीला लंब असणारी आणखी एक घडी घालण्याचा प्रयत्न करा.

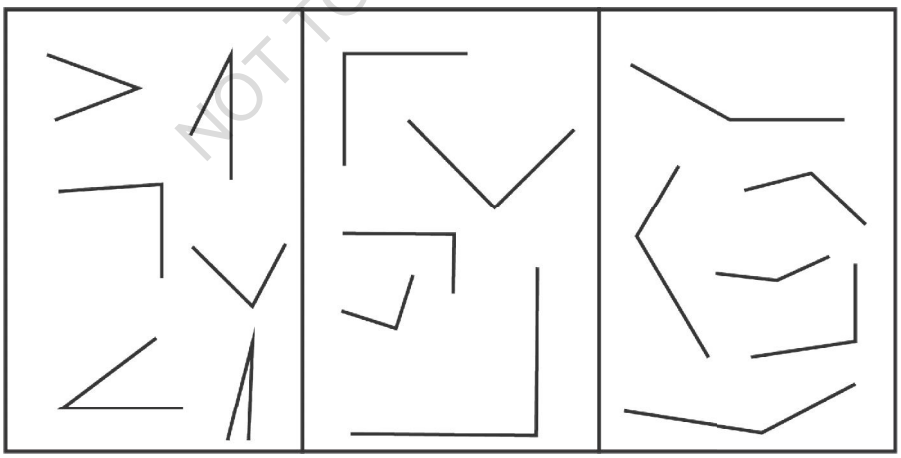
a) आता तुमच्याकडे किती काटकोन आहेत? हे कोन अचूक काटकोन का आहेत याचे स्पष्टीकरण द्या.

b) तुम्ही घडी कशाप्रकारे घातली याचे असे वर्णन करा की, ज्याला ही पद्धत माहित नाही तोदेखील तुमचे वर्णन वाचून काटकोन तयार करू शकेल.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

कोनांचे वर्गीकरण:

खाली दाखविल्याप्रमाणे कोनांचे तीन गटात वर्गीकरण केले आहे. दुसऱ्या गटात काटकोन दाखविले आहेत. तर इतर दोन गटांची सामान्य वैशिष्ट्ये कोणती?

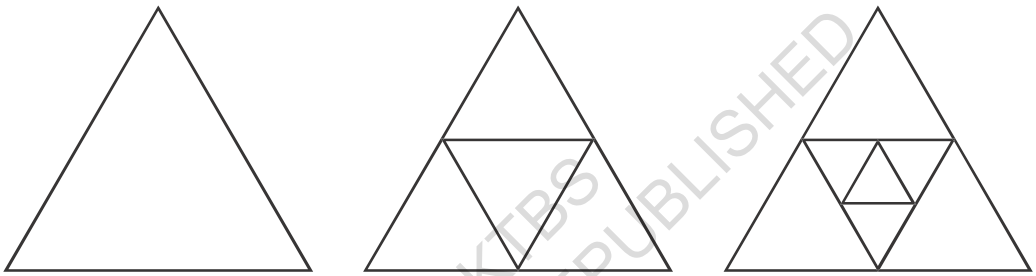


पहिल्या गटामधील सर्व कोन काटकोनापेक्षा लहान आहेत म्हणजेच एक चतुर्थांश फेरीपेक्षा कमी आहेत. अशा कोनांना **लघुकोन** असे म्हणतात.

तिसऱ्या गटामधील सर्व कोन काटकोनापेक्षा मोठे आहेत; परंतु सरळ कोनापेक्षा लहान आहेत. म्हणजेच त्यांची फेरी एक चतुर्थांश फेरीपेक्षा मोठी आणि अर्ध्या फेरीपेक्षा लहान आहे. अशा कोनांना **विशालकोन** असे म्हणतात.

* शोधा पाहू.

1. मागील आकृत्यांमधील लघुकोन, काटकोन, विशालकोन आणि सरळ कोन ओळखा.
2. काही लघुकोन आणि काही विशालकोन तयार करा. ते वेगवेगळ्या दिशांमध्ये रचा.
3. लघु आणि विशाल या शब्दांची माहिती तुम्हाला आहे का? लघु म्हणजे तीक्ष्ण आणि विशाल म्हणजे बोथट होय. तुमच्या मते हे शब्द का निवडले असतील?
4. खाली दिलेल्या प्रत्येक आकृतीमधील लघुकोनांची संख्या शोधा.



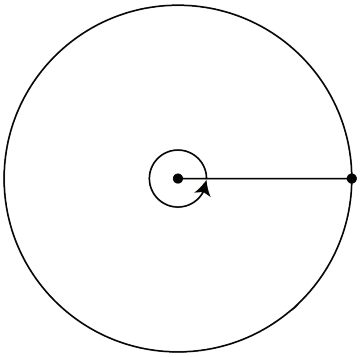
पुढील आकृती कोणती असेल आणि त्यामध्ये किती लघुकोन असतील? तुम्हाला त्या संख्यांमध्ये कोणता नमुना असल्याचे दिसून आले का?

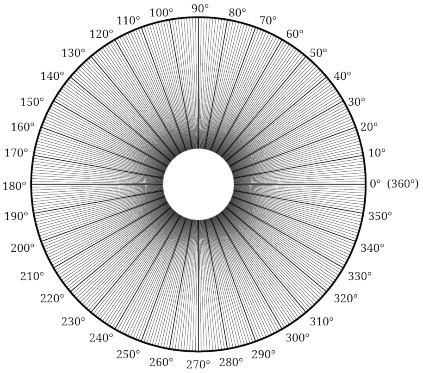
2.9 कोन मोजणे

दोन कोनांची तुलना कशी केली जाते हे आपण पाहिले आहे. पण एखाद्या कोनाचा आकार (माप) दुसऱ्या कोनांशी तुलना न करता, तो कोन किती मोठा आहे हे थेट संख्या घेऊन आपण मोजू शकतो का?

वर्तुळ वापरून वेगवेगळ्या कोनांची तुलना कशी केली जाते याविषयी आपण पाहिले आहे. कदाचित कोनांची मापे काढण्यासाठी वर्तुळाचा उपयोग केला जाऊ शकतो का?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

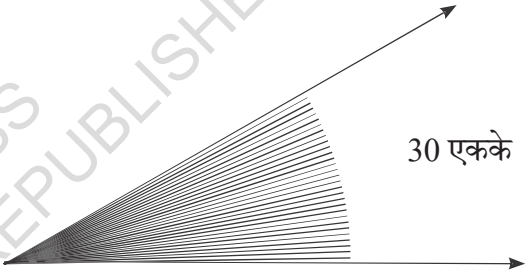




आकृती 2.12

कोनांचे अचूक माप ठरविण्यासाठी गणिततज्ञ आपल्या युक्त्या (कल्पना) घेऊन पुढे आले आहेत. त्यांनी वर्तुळाचा मध्यभागी असलेला कोन 360 समान कोनांमध्ये किंवा भागांमध्ये विभागला. प्रत्येक एकक भागाच्या कोनाचे मोजमाप हे 1 अंश आहे. ते 1° असे लिहितात.

या एकक भागाचा उपयोग कोणत्याही कोनाचे माप निश्चित करण्यासाठी करतात: कोनाचे माप हे त्याच्या आतमध्ये समाविष्ट असलेल्या 1° एकक भागांच्या संख्येइतके असते. उदाहरणासाठी आकृती पहा:

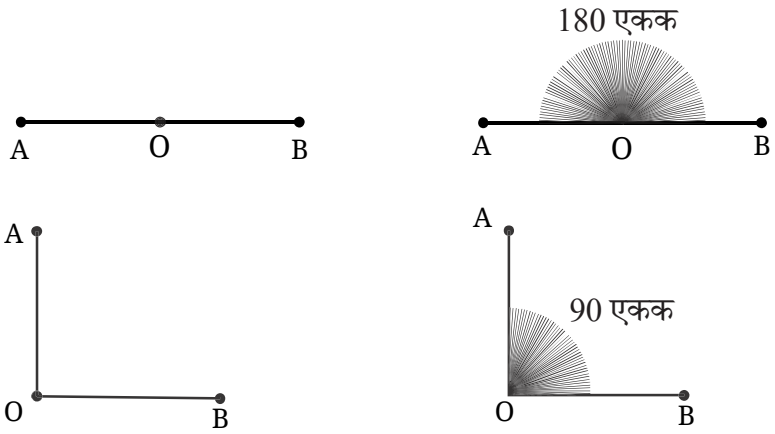


त्या कोनामध्ये 1° ची 30 एकके आहेत आणि म्हणून आपण त्या कोनाचे माप 30° आहे असे म्हणतो.

वेगवेगळ्या कोनांचे मापन करणे: एका पूर्ण फेरीचे माप किती अंश असते? जे आपण 360 अंश समाविष्ट आहेत असे घेतले आहे, त्यामुळे तिचे माप 360° होते.

* अंशामध्ये सरळ कोनाचे माप किती? सरळ कोन हा एका पूर्ण फेरीचा अर्धा भाग आहे. ज्याप्रमाणे पूर्ण फेरी म्हणजे 360°; त्याचप्रमाणे अर्ध फेरी म्हणजे 180°. अंशामध्ये काटकोनाचे माप किती? दोन काटकोन हे एकत्रितपणे सरळ कोन बनवितात. एका सरळ कोनाचे माप 180° असल्याने, काटकोनाचे माप 90° असते.

© IBS NOT TO BE REPUBLISHED

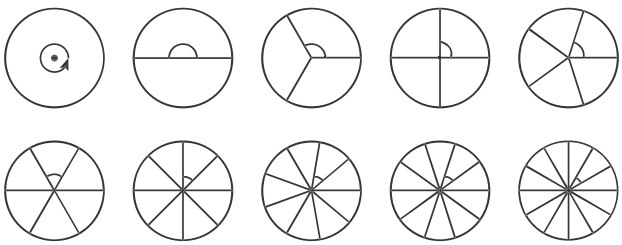


ऐतिहासिक संदर्भ

एक पूर्ण फेरी 360° मध्ये विभागली गेली आहे. 360° का? आज आपण 360° का वापरतो याचे स्पष्ट कारण माहित नाही. वर्तुळाचे 360 भागात विभाजन पुरातन काळापासूनचे आहे. हजारो वर्षांपूर्वीच्या मानवजातीच्या सर्वात जुन्या ग्रंथांपैकी एक असलेल्या ऋग्वेदात 360 आरे असलेल्या चाकाचा उल्लेख आहे (श्लोक 1.164.48). भारत, पर्शिया, बॅबिलोनिया आणि इजिप्तमधील दिनदर्शिकांसारख्या 3000 वर्षांहून अधिक अनेक प्राचीन दिनदर्शिका वर्षामध्ये 360 दिवसावर आधारित आहेत. याशिवाय, बॅबिलोनियन गणिततज्ञ वारंवार 60 आणि 360 च्या भागांचा वापर करत असत कारण ते षटकोनी संख्या वापरत असत आणि 60 ने मोजत असत.

कदाचित गेल्या काही वर्षांपासून गणिततज्ञांना 360 अंश का आवडतात आणि ते का वापरत आहेत याचे सर्वात महत्वाचे आणि प्रायोगिक उत्तर म्हणजे 360 ही अशी सर्वात लहान संख्या आहे ज्या संख्येला 7 वगळता 10 पर्यंतच्या सर्व संख्यांनी पूर्णपणे (निःशेष) भाग जातो. त्यामुळेच वर्तुळाचे 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 किंवा 10 समान भाग केले जाऊ शकतात आणि प्रत्येक भागामध्ये अंश पूर्ण भागात असतात! लक्षात ठेवा की, 360 ला 12 ने, म्हणजेच वर्षातील महिन्यांच्या संख्येने आणि 24 ने म्हणजेच दिवसातील तासांच्या संख्येने देखील पूर्णपणे भाग जातो. या सर्व तथ्यांमुळे 360 ही संख्या अत्यंत उपयुक्त ठरते.

खालीलप्रमाणे वर्तुळ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 आणि 12 भागांमध्ये विभागलेले आहे. तयार झालेल्या कोनांची अंशामधील मापे किती? दर्शविलेल्या कोनांच्या समोर अंशामध्ये मापे लिहा.



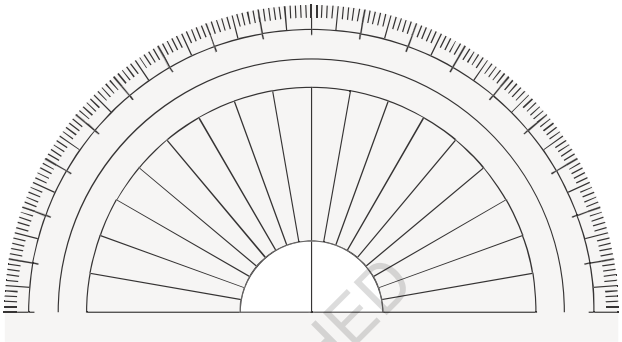
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

विविध कोनांचे अंशामध्ये मापन (अंशमापन)

इतर कोन आम्ही अंशामध्ये कसे मोजू शकतो? यासाठी आम्ही **कोनमापक** या साधनाचा वापर करतो. आकृती 2.12 (पृष्ठ क्र. 32) मध्ये दाखविल्याप्रमाणे त्यामध्ये एक तर वर्तुळाचे 360 समान भाग किंवा अर्धवर्तुळाचे 180 समान भाग केलेले असतात.

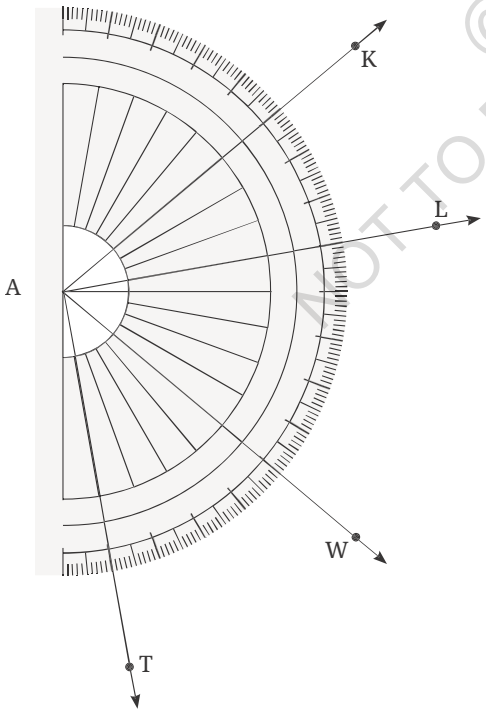
नावे न दिलेले कोनमापक

येथे एक कोनमापक दिलेला आहे. मध्यभागी असलेला सरळकोन 1 अंशाच्या 180 एकक भागात विभागलेला तुम्हाला दिसतो का? मात्र येथे सरळकोन विभागणाऱ्या रेषांचा काही भाग दिसत आहे.



पायाच्या उजव्या टोकापासून खुणांची सुरुवात केली असता तेथे प्रत्येक 10° साठी एक मोठी खूण आहे. या प्रत्येक मोठ्या खुणेनंतर 5° ची मध्यम आकाराची खूण केलेली आहे.

* शोधा पाहू.



1. खालील कोनांची मापे लिहा.

a) ∠KAL

लक्षात ठेवा की, कोनाचा शिरोबिंदू हा कोनमापकाच्या बरोबर मध्याशी जुळला पाहिजे. त्यामुळे KA आणि AL यांच्यामधील 1° च्या एककांची संख्या ∠KAL चे माप देते.

मोजल्यास आपल्याला, ∠KAL = 30° मिळतो.

मध्यम आकाराच्या आणि मोठ्या आकाराच्या खुणांचा वापर करून, 5 एकक किंवा 10 एकाकांच्या टप्प्यात मोजणे शक्य होते.

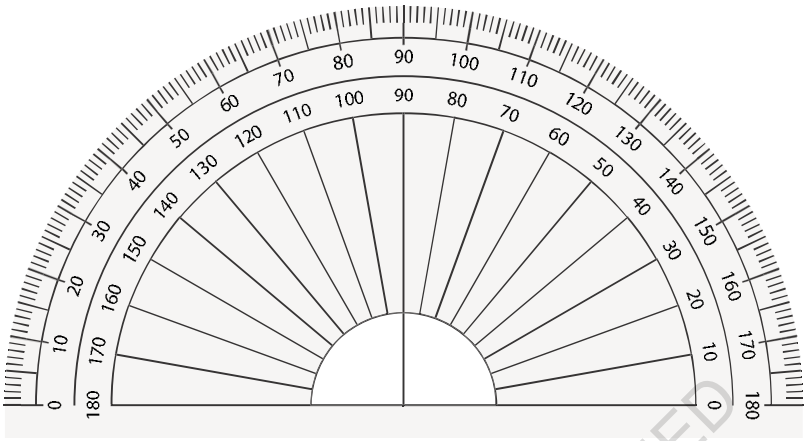
b) ∠WAL

c) ∠TAK

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

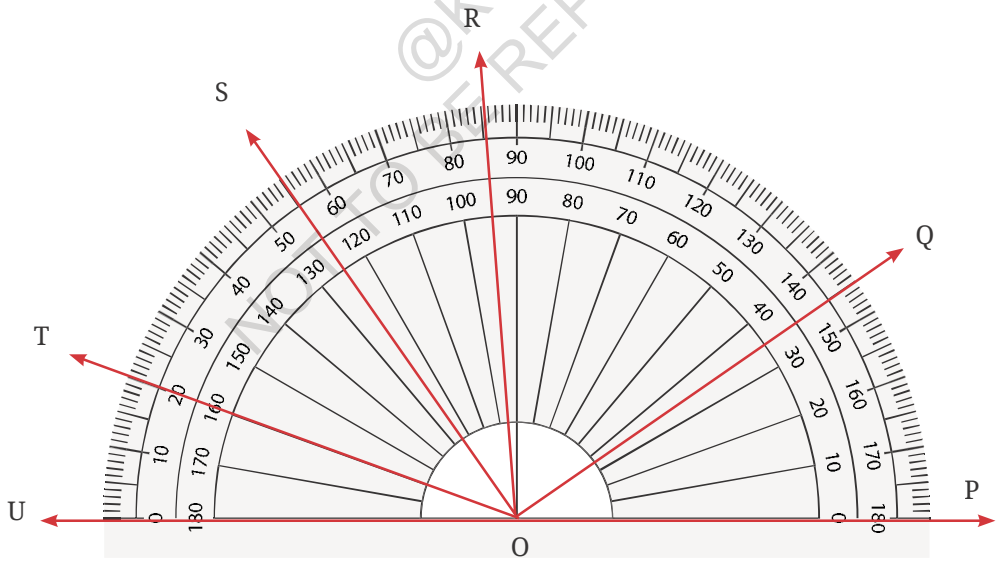
नावे असलेले कोनमापक

तुमच्या कंपास पेटीमध्ये असलेला हा कोनमापक आहे. तो वर दिलेल्या कोनमापकासारखाच दिसतो; परंतु यावर फक्त संख्या लिहिलेल्या आहेत. याचा वापर केल्यास कोन वाचणे सोपे होईल का?



कोनमापकामध्ये संख्यांचे दोन संच आहेत: एक संच उजवीकडून डावीकडे वाढत जाणारा आणि दुसरा डावीकडून उजवीकडे वाढत जाणारा. यामध्ये दोन संख्या संचांचा समावेश का आहे?

* आकृतीमधील वेगवेगळ्या कोनांना नावे लिहा आणि त्यांची मापे सुद्धा लिहा.



तुम्ही ∠TOQ सारख्या कोनाचा समावेश केला आहे का?

तुम्ही कोणत्या संख्या संचाचा वापर केला आहे- आतील की बाहेरील?

∠TOS चे माप किती?

© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

कोनमापकावरील खुणा न मोजता खुणांवरील संख्या वापरून तुम्हाला कोन मोजता येईल का?

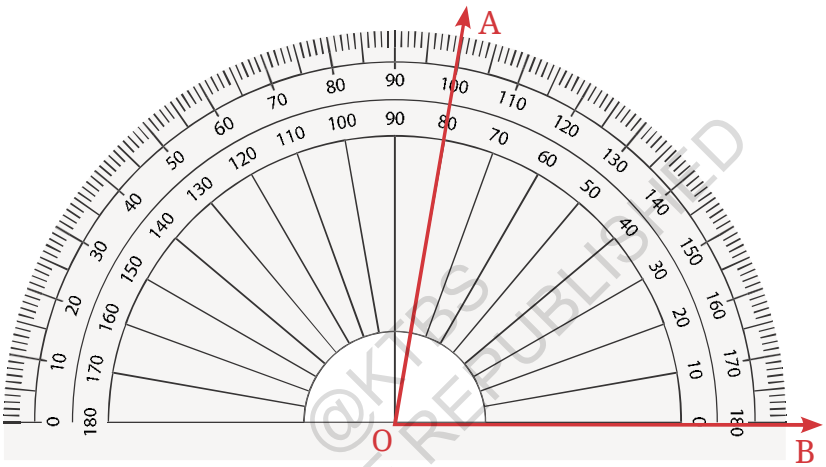
येथे OT आणि OS या भूजा बाहेरील मोजखुणांवरील 20 आणि 55 या संख्यांमधून जातात. या दोन भूजांमध्ये 1° च्या किती एककांचा समावेश आहे?

येथे वजाबाकी वापरली जाऊ शकते का?

वजाबाकी न करता आपण कोन थेट कसा मोजू शकतो?

कोनमापक असा ठेवा की त्याचा मध्य हा कोनाच्या शिरोबिंदूवर येईल.

खाली दाखविल्याप्रमाणे कोनाची एक भूजा 0° च्या खुणेमधून जाईल अशाप्राकारे कोनमापक ठेवा.



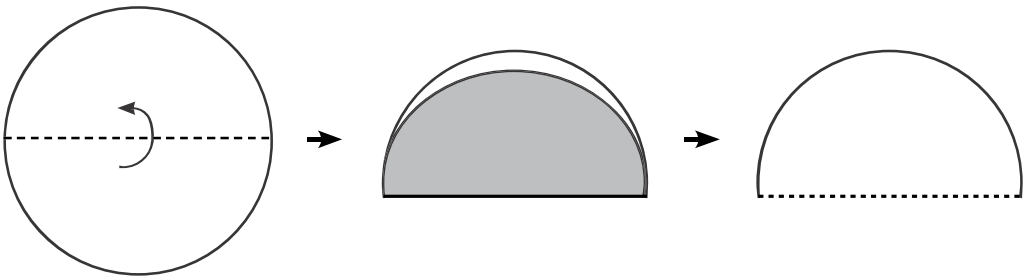
© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

∠AOB चे अंशामधील माप किती?

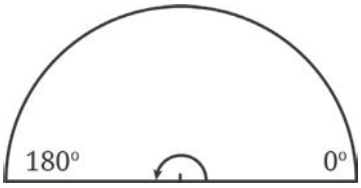
तुम्ही तुमचा स्वत:चा कोनमापक बनवा!

कोनमापकावर समान अंतरावर असलेल्या खुणा कशा तयार केल्या जातात याबद्दल तुम्हाला कुतूहल वाटले असेल. आता आपण त्यापैकी काही तयार करून पाहू!

1. एका कागदावर सोयीस्कर त्रिज्येचे एक वर्तुळ काढा. ते कापून घ्या (आकृती 2.13). एक वर्तुळ किंवा एक पूर्ण फेरी ही 360° असते.
2. घडी करून वर्तुळाचे दोन समान भाग करा आणि दुमडलेल्या घडीमधून कापा, तुम्हाला अर्धवर्तुळ मिळेल. अर्धवर्तुळाच्या खालील उजव्या कोपऱ्यामध्ये '0°' असे लिहा.



आकृती 2.13



आकृती 2.14

अर्ध्या वर्तुळाचे माप हे पूर्ण फेरीच्या $\frac{1}{2}$ इतके असते. (आकृती 2.14)

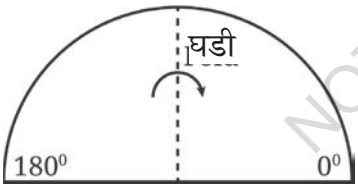
म्हणून अर्ध्या फेरीचे माप

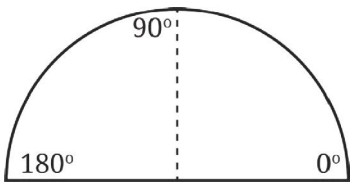
= _____ चे $\frac{1}{2}$ = 180°

त्यामुळे, अर्ध वर्तुळाच्या खालील डाव्या कोपऱ्यात 180° असे लिहा.



3. आकृती 2.15 मध्ये दाखविल्याप्रमाणे पाव (एक चतुर्थांश) वर्तुळ मिळविण्यासाठी अर्ध वर्तुळाकार कागदाची घडी घालून दोन अर्ध भाग करा.





आकृती 2.15

पाव वर्तुळाचे माप हे पूर्ण फेरीच्या $\frac{1}{4}$ इतके असते.

$\frac{1}{4}$ फेरीचे माप = 360° चे $\frac{1}{4}$

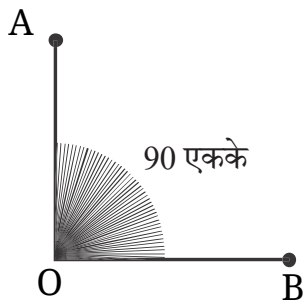
= _____.

किंवा $\frac{1}{4}$ फेरीचे माप

= अर्ध फेरीचे $\frac{1}{2}$

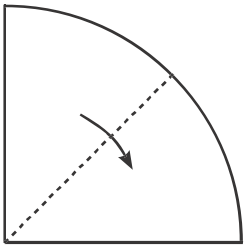
= 180° चे $\frac{1}{2}$ = _____.

म्हणून, अर्ध वर्तुळाच्या वरील मध्य टोकावर 90° अशी खूण करा.

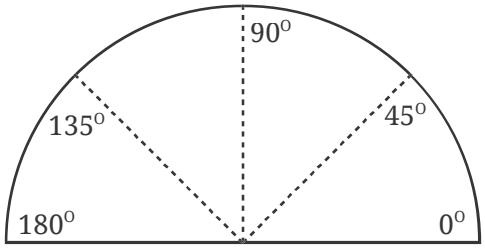


NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

4. आकृती 2.16 आणि 2.17 मध्ये दाखविल्याप्रमाणे कागदाची पुन्हा घडी घाला:



आकृती 2.16



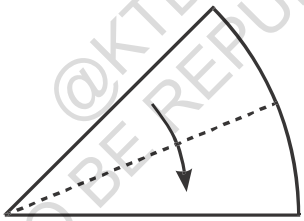
आकृती 2.17

जेव्हा घडी घालतो तेव्हा वर्तुळाचा $\frac{1}{8}$ भाग होतो किंवा फेरीचा $\frac{1}{8}$ किंवा $\frac{1}{8} \times 360°$ किंवा $\frac{1}{4} \times 180°$ किंवा $\frac{1}{2} \times 90° =$ _____.

घातलेली नवीन घडी आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे आम्हाला 45° आणि 180°- 45° = 135° ही मापने देते. अर्धवर्तुळाच्या कडांवर नवीन घड्यांच्या योग्य ठिकाणी 45° आणि 135° लिहा.

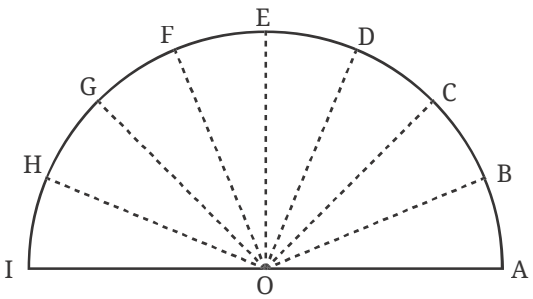
5. आकृती 2.18 मध्ये दाखविल्याप्रमाणे कागदाची पुढील अर्धी घडी घालत कृती चालू ठेवल्यास आपल्याला _____ मापाचा कोन मिळतो.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

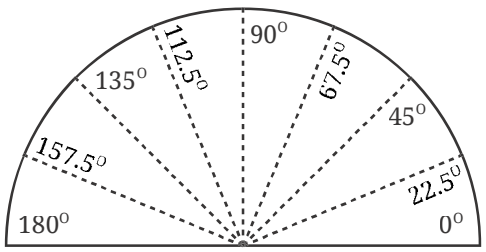


आकृती. 2.18

6. आकृती 2.19 आणि आकृती 2.20 मध्ये दाखविल्याप्रमाणे घडी उलघडून घड्यांवर OB, OC.... इ. खुणा करा.



आकृती 2.19



आकृती 2.20

* विचार करा.

आकृती 2.20 मध्ये, ∠AOB = ∠BOC = ∠COD = ∠DOE = ∠EOF = ∠FOG = ∠GOH = ∠HOI = _____ हे आपल्याला मिळेल. का?

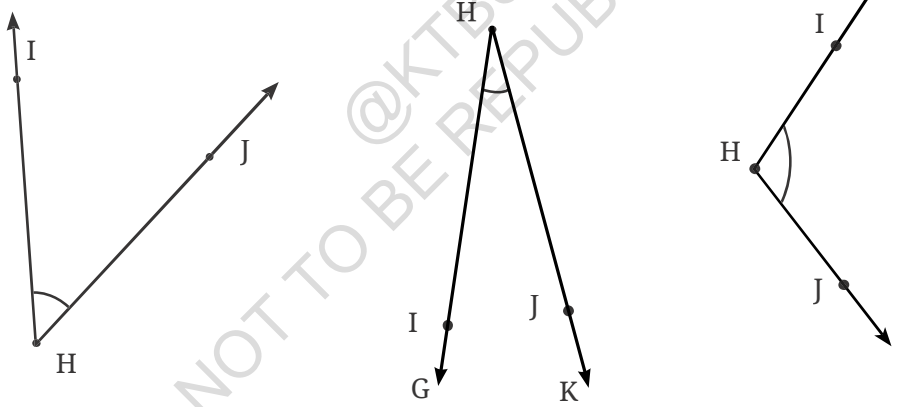
कोन दुभाजक

प्रत्येक पायरीमध्ये आपण अर्ध्या भागाच्या घड्या घातल्या आहेत. दिलेल्या कोनाचा अर्धा कोन मिळविण्याच्या या प्रक्रियेला **कोन दुभागणे** असे म्हणतात. दिलेला कोन दुभागणाऱ्या रेषेला त्या कोनाचा **कोन दुभाजक** असे म्हणतात.

तुम्ही स्वतः बनविलेल्या कोनमापकामधील कोन दुभाजक ओळखा. कोन दुभाजक या संकल्पनेच्या आधारे कागदाच्या घड्या घालून वेगवेगळे कोन बनविण्याचा प्रयत्न करा.

* शोधा पाहू.

1. तुमचा कोनमापक वापरुन खालील कोनांची अंशमापने शोधा.



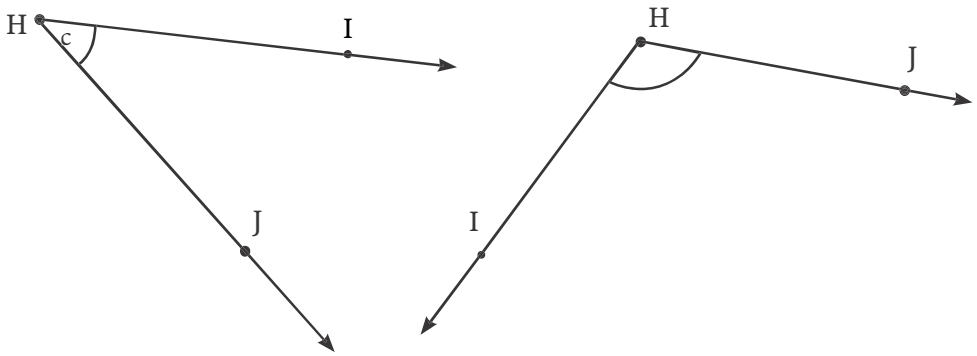
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. तुमचा कोनमापक वापरून तुमच्या वर्गखोलीमधील वेगवेगळ्या कोनांची अंशमापने शोधा.

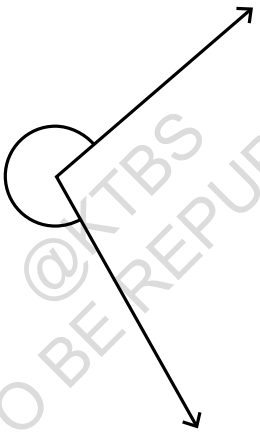
शिक्षकांसाठी सूचना

विद्यार्थी प्रमाणित कोनमापक वापरण्यापूर्वी स्वतःचा कोनमापक तयार करतात आणि तो वापरुन विविध कोन मोजतात हे महत्वाचे आहे. त्यामुळे त्यांना प्रमाणित कोनमापक बनविण्यामागील संकल्पनेची माहिती आहे.

3. खाली दिलेल्या कोनांची अंशमापने शोधा. तुम्ही तयार केलेला कागदी कोनमापक येथे वापरला जाऊ शकतो का ते तपासा.



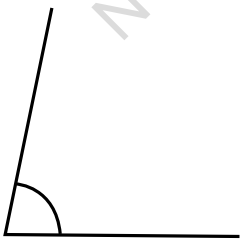
4. कोनमापक वापरुन तुम्ही खाली दिलेल्या कोनाचे अंशमापन कसे शोधाल?



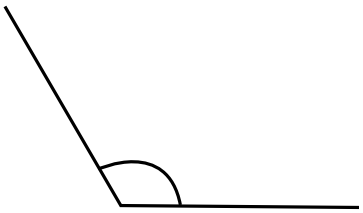
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5. खालील प्रत्येक कोनाचे अंशमापन करा व लिहा.

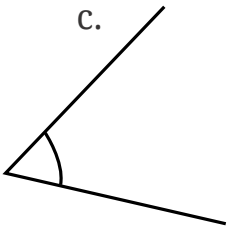
a.



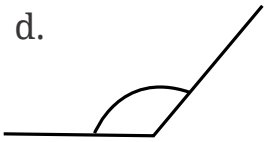
b.



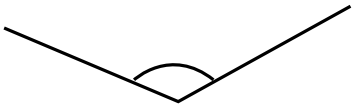
c.



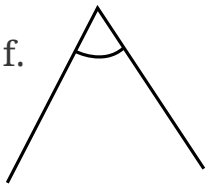
d.



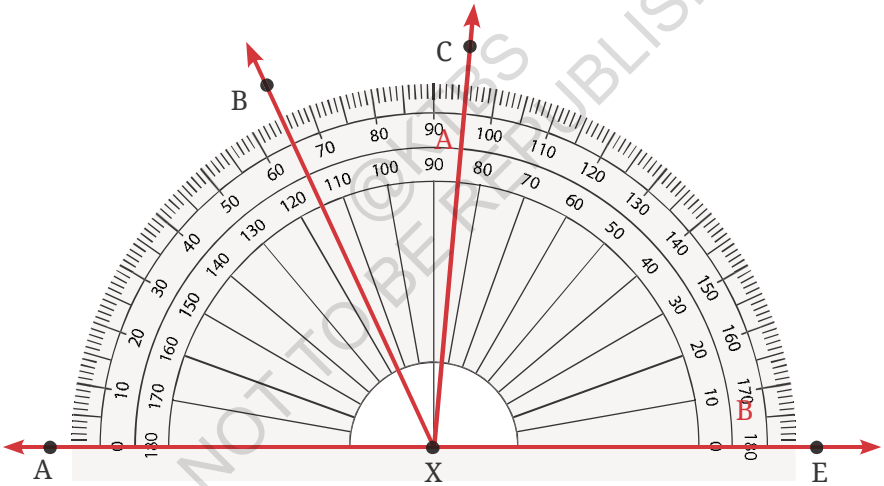
e.



f.

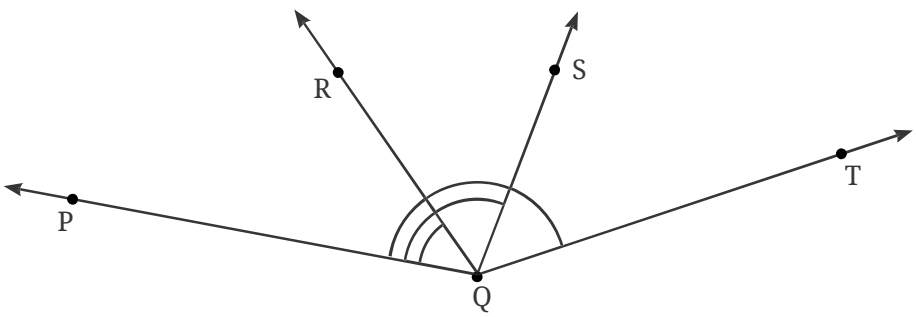


6. ∠BXE, ∠CXE, ∠AXB आणि ∠BXC ची अंशमापने शोधा.

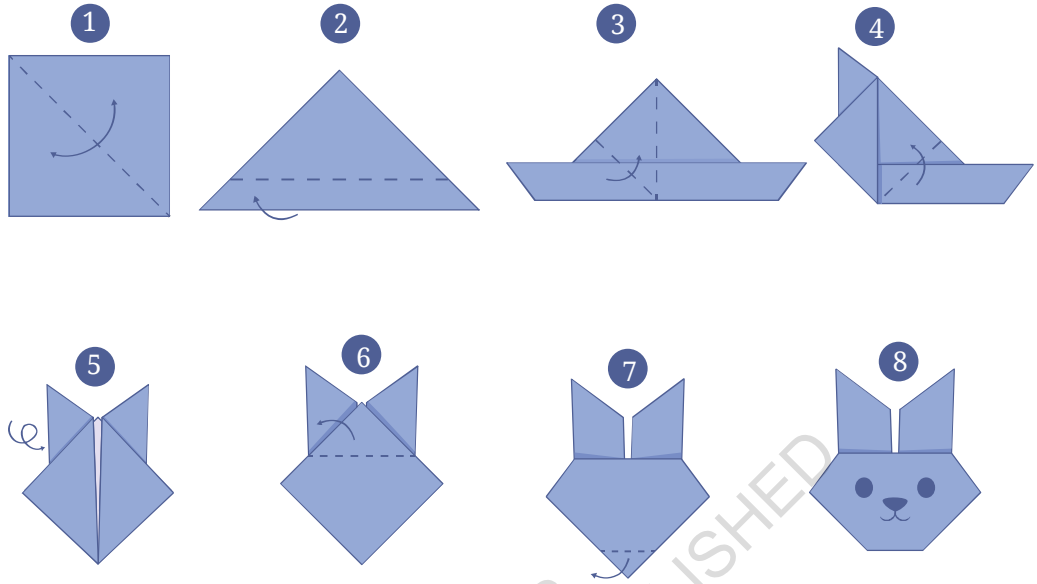


© SCERT NOT TO BE REPUBLISHED

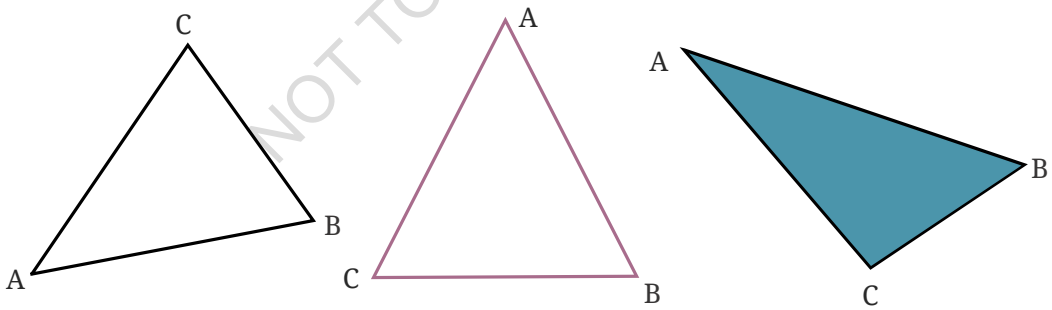
7. ∠PQR, ∠PQS, आणि ∠PQT ची अंशमापने शोधा.



8. दिलेल्या सूचनांनुसार कागदी कलाकृती बनवा. नंतर घड्या उलघडून कागद पूर्णपणे उघडा. पडलेल्या घड्यांवर रेषा काढा आणि तयार झालेले कोन मोजा.



9. आकृती 2.21(a) मध्ये दाखविलेल्या त्रिकोणाचे सर्व तिन्ही कोन मोजा आणि त्यांची मापे संबंधित कोनाजवळ लिहा. आता त्या तिन्ही कोनांच्या मापांची बेरीज करा. तुम्हाला काय मिळते? हेच आकृती 2.21(b) आणि (c) मधील त्रिकोणांसाठीही करा. आणखी काही त्रिकोणांसाठीही हा प्रयत्न करा आणि सामान्यपणे काय घडते याविषयी अनुमान मांडा. हे असे का घडते याबद्दल आपण पुढील वर्षी चर्चा करू.



(a) (b) (c)

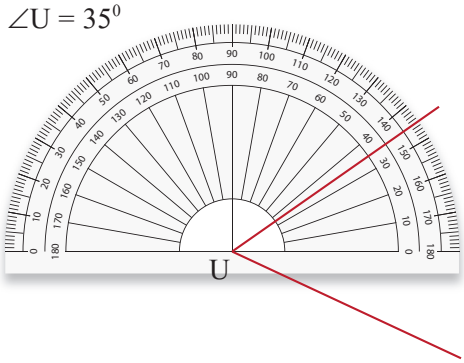
आकृती 2.21

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

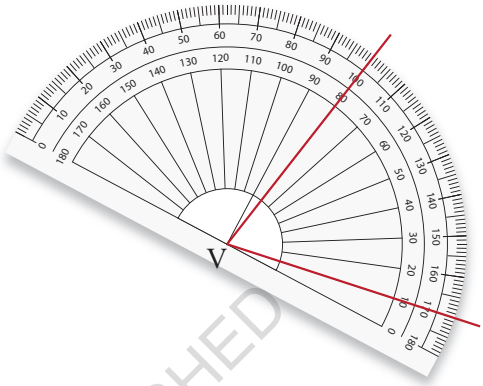
चूक लक्षात घ्या, चूक दुरुस्त करा!

एका विद्यार्थ्याने खाली दाखविल्याप्रमाणे कोन मोजण्यासाठी कोनमापकाचा वापर केला आहे. प्रत्येक आकृतीमध्ये कोनमापकाचा चुकीचा केलेला वापर ओळखा आणि मापन कसे केले असावे याची चर्चा करा. तसेच ती चूक कशी दुरुस्त करता येईल याचा विचार करा.

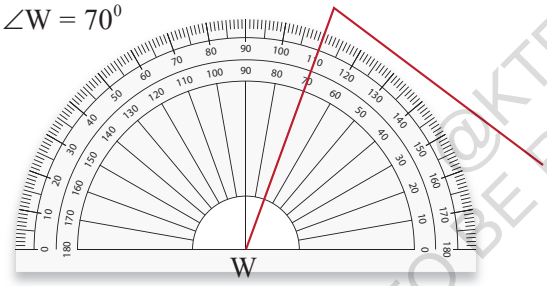
$\angle U = 35^0$



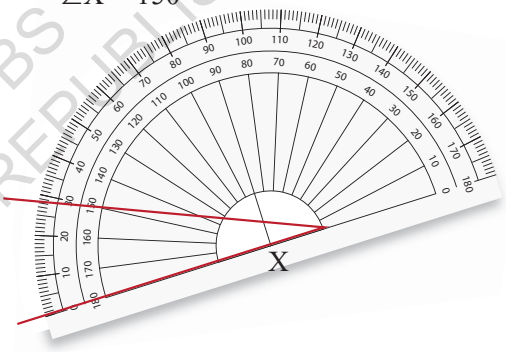
$\angle V = 80^0$



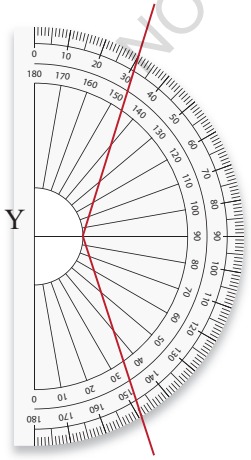
$\angle W = 70^0$



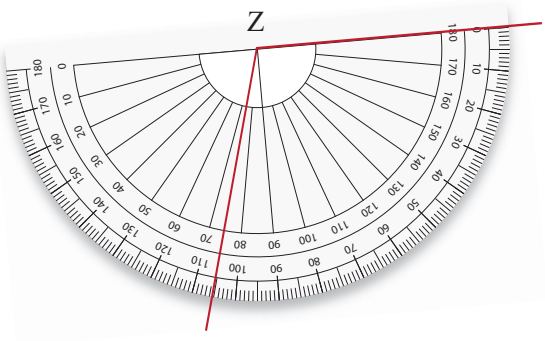
$\angle X = 150^0$



$\angle Y = 120^0$



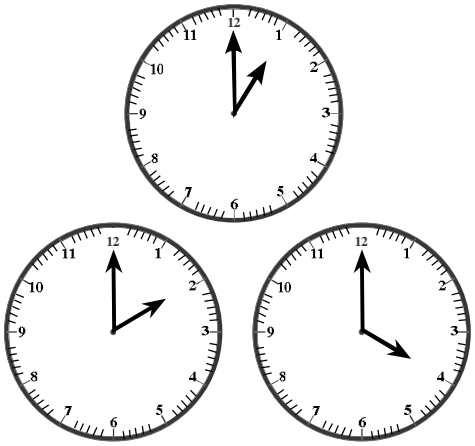
$\angle Z = 85^0$



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.

कोन कोठे आहेत?



1. घड्याळामधील कोन :
   a. घड्याळांचे काटे वेगवेगळ्या वेळी वेगवेगळा कोन बनवितात. 1 वाजता घड्याळाच्या दोन्ही काट्यांमधील कोन 30° असतो. का?
   b. 2 वाजता कोन किती असेल? आणि 4 वाजता व 6 वाजता किती असेल?
   c. घड्याळाच्या काट्यांनी बनलेल्या इतर कोनांचा शोध घ्या.

2. दरवाजामधील कोन

कोनाचा वापर करून दरवाजा किती उघडला आहे हे व्यक्त करणे शक्य आहे का? त्या कोनांचा शिरोबिंदू कोणता असेल आणि कोनाच्या भूजा कोणत्या असतील?



@MSBSHSE NOT TO BE REPUBLISHED

3. विद्या रिकाम्या वेळेत झोपाळ्यावर बसून आनंद घेत आहे.
   तिच्या असे लक्षात येते की, ज्या कोनातून ती झोका सुरु करतेतो कोन जितका मोठा तितका जास्त वेग झोपाळ्याला मिळतो. परंतु हा कोन कोठे आहे? तुम्हाला तेथे कोणता कोन पहावयास मिळतो का?





4. येथे एका खेळण्यात त्याच्या बाजूंना तिरक्या पाट्या जोडलेल्या आहेत. पाट्यांचा कोन (उतार) जितका मोठा, तितक्या वेगाने चेंडू खाली घरंगळत जातात. येथे पाट्यांच्या उताराचे वर्णन करण्यासाठी कोनांचा वापर करता येईल का? प्रत्येक कोनांच्या भूजा कोणत्या असतील? कोणती भूजा दिसते आणि कोणती दिसत नाही?

5. खालील चित्रामध्ये कीटक आणि त्यांची फिरवलेली स्थिती दाखविली आहे. फिरण्याच्या प्रमाणाचे वर्णन करण्यासाठी कोनांचा वापर करता येईल का? कसा? कोनाच्या भूजा कोणत्या आणि शिरोबिंदू कोणता असेल?

सूचना: कीटकांना स्पर्श करणाऱ्या क्षितीज (आडव्या) रेषेचे निरीक्षण करा.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

शिक्षकांसाठी सूचना

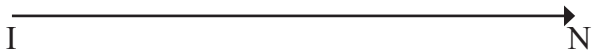
विद्यार्थ्यांनी दैनंदिन जीवनामध्ये गणितामधील प्रत्येक संकल्पनेचा उपयोग पाहणे महत्वाचे आहे. शिक्षक काही कृतींचे आयोजन करू शकतात, जेथे विद्यार्थी दैनंदिन जीवनातील संदर्भ, उदा. घड्याळ, दरवाजे, झोपाळे, डोंगराचा चढ आणि उतार, सूर्याची विविध स्थाने, दिशा दाखविणे इत्यादींमध्ये प्रायोगिकरित्या कोनांचे उपयोग पाहून त्यांची स्तुती करु शकतात.

2.10 कोन रचणे

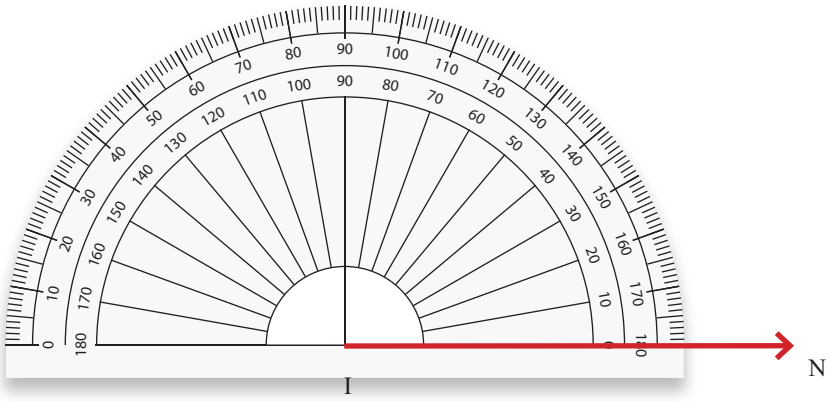
विद्याला कोनमापक वापरुन 30° चा कोन रचून त्याला $\angle TIN$ हे नाव द्यावयाचे आहे.

$\angle TIN$ मध्ये 'I' हा शिरोबिंदू असेल आणि IT आणि IN या कोनाच्या दोन भूजा असतील. एक भूजा उदा. 'IN' स्थिर (पाया) ठेवून दुसरी भूजा IT ही 30° ने फिरविली पाहिजे.

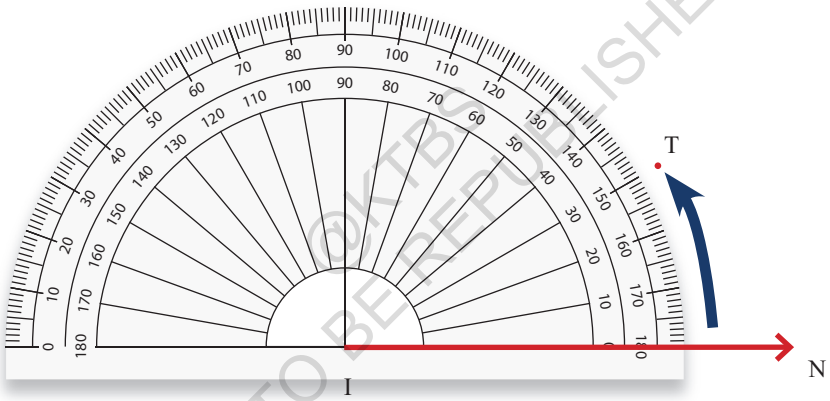
पायरी 1: आम्ही पायापासून सुरुवात केली आणि पाया $\overrightarrow{IN}$ रचला.



पायरी 2: आम्ही कोनमापकाचा मध्यबिंदू I वर ठेवला आणि IN ला 0 रेषेशी जुळविले.



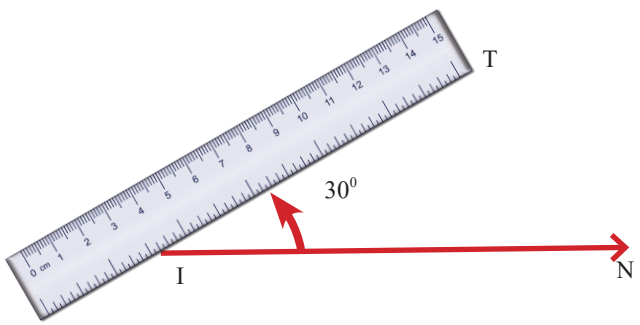
पायरी 3: आता, 0 पासून सुरुवात करून (0, 10, 20, 30) कोनमापकावर 30 पर्यंत अंश मोजले. त्या बिंदूला 'T' हे नाव देऊन 30° लिहीले.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

पायरी 4: पट्टीचा वापर करून I आणि T बिंदू जोडले.

$\angle TIN = 30^{\circ}$ हा पाहिजे असलेला कोन आहे.



* चला खेळ खेळूया # 1

हा कोन ओळखण्याचा खेळ आहे! तुमच्या वर्गमित्रांबरोबर दोन संघ बनवून हा खेळ खेळा. ते म्हणजे संघ-1 आणि संघ-2 या खेळाचे नियम आणि सूचना अशा आहेत.

* **संघ-1** हा संघ-2 ला काहीही न दाखवता गुप्तपणे एक कोन निवडतो. उदाहरणार्थ तो 49° आहे आणि कोनमापकाचा उपयोग करून तो कोन बनवितो.
* **संघ-2** त्या कोनाकडे पाहतो. त्यांना त्वरीत चर्चा करून त्या कोनाचे अंशांतील माप ओळखायचे आहे. (कोनमापकाचा वापर न करता)
* **संघ-1** कोन मापक वापरून त्या कोनाचे अचूक मापन प्रात्यक्षिकासह दाखवितो.
* **संघ-2** त्या कोनाचे अचूक माप आणि आपण सांगितलेले माप यामधील फरक अंशामध्ये मोजून गुण मिळवितो. उदा. संघ-2 ने ओळखलेला कोन 39° असेल तर त्याला 10 गुण मिळतात (49° - 39°)
* प्रत्येक संघाला अशा 5 फेऱ्या मिळतात. ज्या संघाचे गुण कमी आहेत तो संघ विजयी होतो.

* चला खेळ खेळूया # 2

आता आम्ही खेळाचे काही नियम बदलेले आहेत. पुन्हा हा खेळ तुमच्या वर्गमित्रांबरोबर दोन संघ बनवून खेळायचा आहे. संघ-1 आणि संघ-2. त्याचे नियम आणि सूचना अशा आहेत.

* **संघ-1** सर्वांसमोर एका कोनाची घोषणा करतो. उदा. 34°
* **संघ-2** मधील एका खेळाडूने कोनमापकाचा वापर न करता फळ्यावर त्या कोनाची रचना करायची आहे. संघ-2 मधील इतर खेळाडू 'अजून मोठा काढ' किंवा 'अजून लहान काढ' असे बोलून त्याला मदत करु शकतात.
* **संघ-1** मधील खेळाडू कोनमापक घेऊन रचलेल्या कोनाचे सर्वांसमक्ष मोजमाप करून दाखवितो.
* **संघ-2** त्या रचना केलेल्या कोनाचे प्रत्यक्ष माप आणि घोषित केलेले माप यामधील फरक अंशामध्ये मोजून गुण मिळवितो. उदा. संघ-2 मधील खेळाडूने रचलेल्या कोनाचे माप 25° असेल तर संघ-2 ला 9 गुण मिळतात (34° - 25° = 9).
* प्रत्येक संघाला अशा 5 फेऱ्या मिळतात. पुन्हा ज्या संघाचे गुण कमी आहेत तो संघ विजयी होतो.

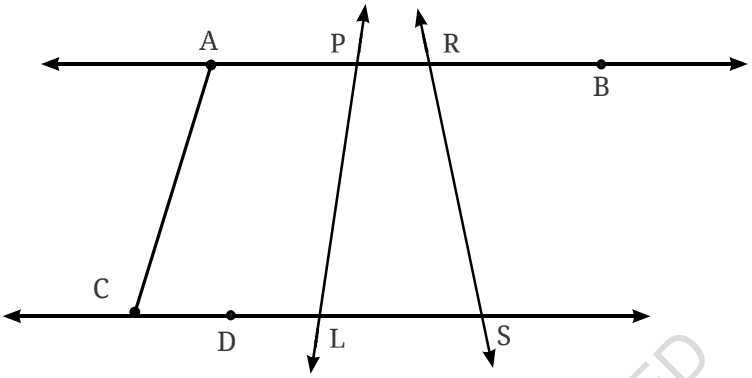
शिक्षकांसाठी सूचना

कोन आणि त्यांचे मापन याबद्दल सहज ज्ञान निर्माण करण्यासाठी हे खेळ खेळणे महत्वाचे आहे. कोनांच्या अंदाजांचा सराव होण्यासाठी वेगवेगळ्या दिवशी किमान एक ते दोन वेळा हे खेळ खेळले पाहिजे. लक्षात घ्या की, हे खेळ दोन विद्यार्थ्यांच्या जोडीनेही खेळले जाऊ शकतात.

© MTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.

1. आकृती 2.23 मधील शक्य असलेल्या सर्व कोनांची यादी करा. त्यामधील सर्व कोन तुम्ही शोधले आहेत का? आता त्या सर्व कोनांची मापे ओळखा. नंतर कोनमापक वापरुन सर्व कोन मोजा. या सर्व संख्यांची नोंद कोष्टकामध्ये करा. तुमची उत्तरे प्रत्यक्ष कोनांच्या मापाशी किती जवळ आहेत ते पहा.

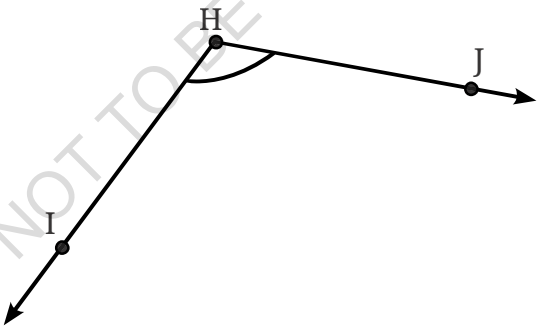


आकृती 2.23

2. कोनमापक वापरून खालील मापांच्या कोनांची रचना करा.

   a) 110° b) 40° c) 75° d) 112° e)134°

3. खाली दिलेल्या कोनाच्या मापाइतक्या अंशांचा कोन रचा.



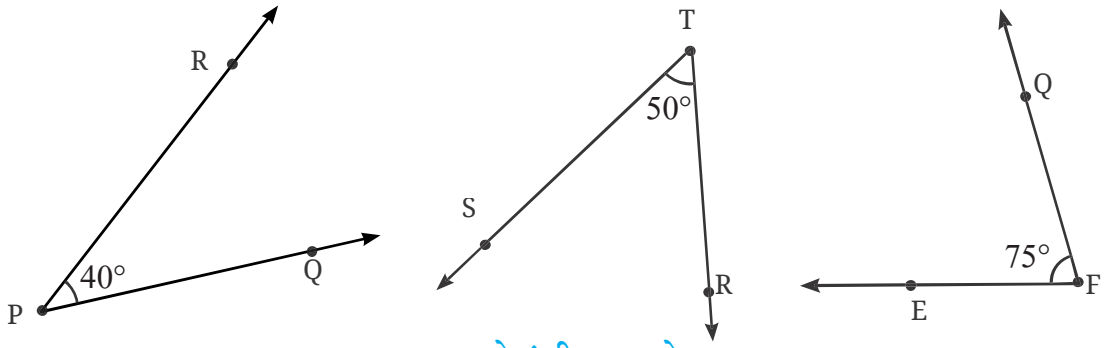
हा कोन रचण्यासाठी वापरलेल्या पायऱ्या सुध्दा लिहा

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2.11 कोनाचे प्रकार आणि त्यांची मापे

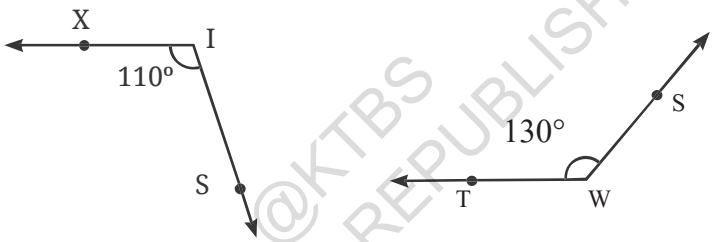
या प्रकरणात आपण वेगवेगळ्या प्रकाराच्या कोनांचा अभ्यास केलेला आहे. आपण पाहिले की सरळ कोन हा 180° आणि काटकोन हा 90° चा असतो. लघुकोन आणि विशालकोन या इतर प्रकारच्या कोनांचे त्यांच्या कोनांच्या अंशानुसार कसे वर्णन केले जाऊ शकते?

लघुकोन: काटकोनापेक्षा लहान असणारे कोन, म्हणजेच 90° पेक्षा लहान आणि 0° पेक्षा मोठे असणाऱ्या कोनांना **लघुकोन** असे म्हणतात.



लघुकोनांची उदाहरणे

विशालकोन: काटकोनापेक्षा मोठे आणि सरळ कोनापेक्षा लहान असणारे कोन, म्हणजेच 90° पेक्षा मोठे आणि 180° पेक्षा लहान असणाऱ्या कोनांना **विशालकोन** असे म्हणतात.

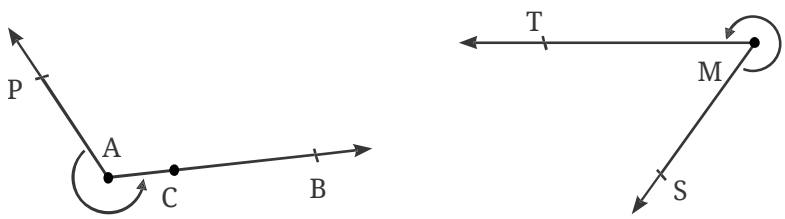


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

विशालकोनांची उदाहरणे

आम्ही कोनांच्या असू शकणाऱ्या सर्व संभाव्य मोजमापांचा विचार केला आहे का? येथे आणखी एक कोनाचा प्रकार आहे.

प्रविशालकोन (प्रतिक्षिप्त कोन): सरळ कोनापेक्षा मोठे आणि पूर्ण कोनापेक्षा लहान असणारे कोन, म्हणजेच 180° पेक्षा मोठे आणि 360° पेक्षा लहान असणाऱ्या कोनांना **प्रविशालकोन (प्रतिक्षिप्त कोन)** असे म्हणतात.

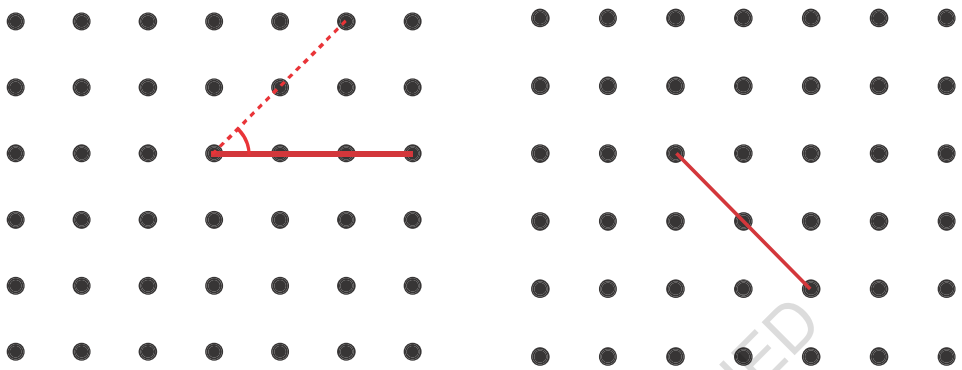


प्रविशाल कोनांची उदाहरणे

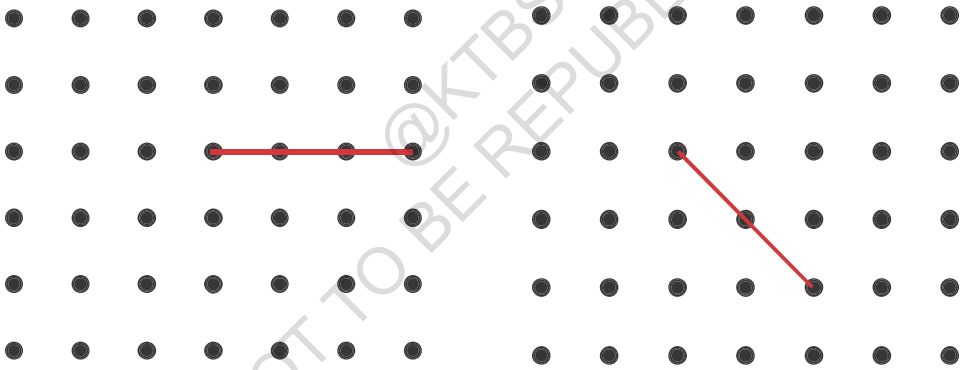
* शोधा पाहू.

1. खालील प्रत्येक बिंदुंच्या चौकटीत, दिलेल्या प्रकारचे कोन तयार करण्यासाठी A बिंदुला आकृतीमधील इतर बिंदूशी सरळ रेषेने जोडा.

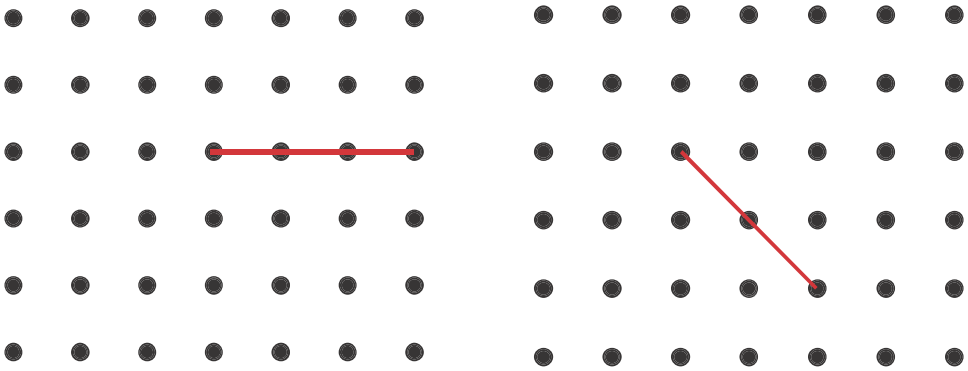
a) लघुकोन:



b) विशालकोन



c) प्रविशाल कोन

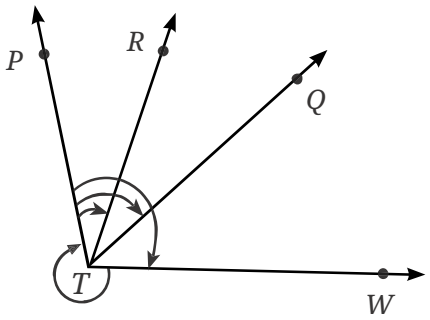


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

सूचविलेले कोन दर्शविण्यासाठी वक्र कंसाने कोन चिन्हांकित करा. तुमच्या माहितीसाठी एक कोन दर्शविलेला आहे.

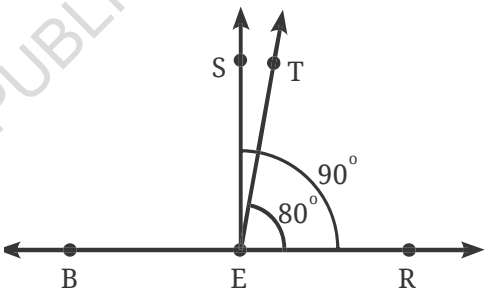
2. खालील प्रत्येक कोनाचे माप शोधण्यासाठी कोनमापकाचा उपयोग करा. नंतर त्या कोनांचे लघुकोन, विशालकोन, काटकोन किंवा प्रविशाल कोन यामध्ये वर्गीकरण करा.

a. ∠PTR b. ∠PTQ c. ∠PTW d. ∠WTP



* चला शोध घेऊया.

या आकृतीमध्ये ∠TER = 80° आहे. तर ∠BET चे माप किती? ∠SET चे माप किती?



सूचना: निरीक्षण करा की, ∠REB हा सरळ कोन आहे. त्यामुळे अंशामध्ये त्याचे माप ∠REB = 180° आहे. त्यापैकी 80° ∠TER ने व्यापलेला आहे. ∠SET शोधण्यासाठी देखील यासारखाच युक्तिवाद लागू होऊ शकतो.

* शोधा पाहू.

1. खाली दिलेल्या मापांच्या कोनांची रचना करा.

a. 140°

b. 82°

c. 195°

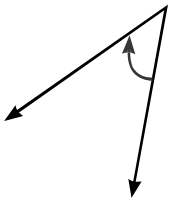
d. 70°

e. 35°

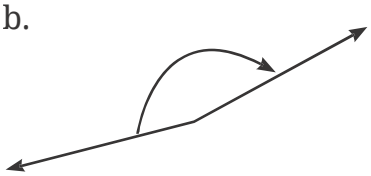
@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

2. खालील प्रत्येक कोनाच्या मापाचा अंदाज करा आणि त्यानंतर कोनमापकाच्या सहाय्याने ते मोजा.

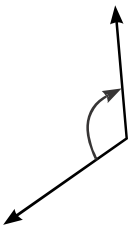
a.



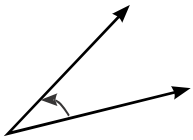
b.



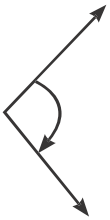
c.



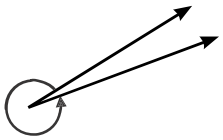
d.



e.



f.



त्या कोनांचे लघुकोन, काटकोन, विशालकोन किंवा प्रविशाल कोन यामध्ये वर्गीकरण करा.

3. तीन लघुकोन, एक काटकोन आणि दोन प्रविशालकोन असणारी कोणतीही एक आकृती काढा.

4. बाजूचे कोन प्रत्येकी 40° होतील आणि मध्यावरील कोन 60° होईल याप्रमाणे 'M' अक्षराची रचना करा.

5. तीन कोन 150°, 60° आणि 150° होतील याप्रमाणे 'Y' अक्षराची रचना करा.

6. अशोक चक्रामध्ये 24 आरे आहेत. एकमेकांना लागून असणाऱ्या दोन आऱ्यांमधील कोनाचे अंशामधील माप किती? दोन आऱ्यांमध्ये तयार होणारा सर्वात मोठा लघुकोन किती?



7. **कोडे:** मी लघुकोन आहे जर तुम्ही माझे माप दुप्पट केले तर तुम्हाला लघुकोन मिळतो. जर तुम्ही माझे माप तिप्पट केले तर तुम्हाला पुन्हा लघुकोन मिळतो. जर तुम्ही माझे माप चारपट केले तर तुम्हाला पुन्हा लघुकोन मिळतो! परंतु जर तुम्ही माझ्या मापाला 5 ने गुणले तर माझे माप विशाल कोन होते. तर माझ्या मापाच्या शक्यता कोणत्या आहेत?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

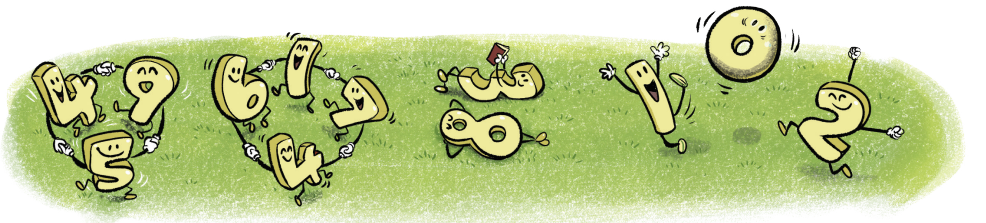
सारांश

* **बिंदू** एक अचूक स्थान निश्चित करतो. तो इंग्रजी कॅपिटल मुळाक्षराने दर्शवितात.
* **रेषाखंड** हा दोन बिंदूमधील कमीतकमी अंतराशी अनुरुप असतो. S आणि T या दोन बिंदूमधील रेषाखंड $\overline{ST}$ असा दर्शवितात.
* रेषाखंड जसे की $\overline{ST}$ हा दोन्ही बाजूला अमर्यादपणे वाढविला असता रेषा मिळते ती $\overleftrightarrow{ST}$ अशी दर्शवितात किंवा कधी कधी एकच लहान मुळाक्षर 'm' ने दर्शवितात.
* **किरण** हा एका रेषेचा भाग असून त्याची सुरुवात 'D' बिंदूत होते आणि तो एका दिशेने अमर्यादपणे वाढविता येतो. तो $\overrightarrow{DP}$ असा दर्शवितात जेथे P हा किरणावरील एक बिंदू आहे.
* एका समाईक आरंभ बिंदूतून निघणाऱ्या दोन किरणांपासून कोन तयार होतो. $\overrightarrow{OP}$ आणि $\overrightarrow{OM}$ या दोन किरणांपासून $\angle POM$ बनलेला आहे. (त्याला $\angle MOP$ असे सुद्धा म्हणतात); येथे O ला कोनाचा **शिरोबिंदू** असे म्हणतात आणि $\overrightarrow{OP}$ व $\overrightarrow{OM}$ या दोन किरणांना कोनाच्या **भूजा** म्हणतात.
* कोनाचा आकार म्हणजे पहिल्या किरणाला दुसऱ्या किरणाकडे नेण्यासाठी शिरोबिंदूभोवती फिरविण्याचे किंवा वळविण्याचे आवश्यक असणारे प्रमाण होय.
* कोनाचा आकार **अंशा**मध्ये मोजतात. एक पूर्ण फेरी किंवा एक पूर्ण वळण हे $360°$ समजले जाते ते $360°$ असे दर्शवितात.
* कोनाचे अंशामधील माप हे **कोनमापक** वापरून मोजले जाऊ शकते.
* कोन हे **सरळकोन** ($180°$), **काटकोन** ($90°$), **लघुकोन** ($0°$ पेक्षा मोठा $90°$ पेक्षा लहान), **विशालकोन** ($90°$ पेक्षा मोठा आणि $180°$ पेक्षा लहान) आणि **प्रविशाल कोन** ($180°$ पेक्षा मोठा $360°$ पेक्षा लहान) असू शकतात.

@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

*****

प्रकरण - 3



संख्यांचा खेळ
(NUMBER PLAY)

R3L2E3

आपले जीवन संघटीत करण्यासाठी वेगवेगळ्या संदर्भांमध्ये आणि अनेक प्रकारे संख्या वापरल्या जातात. आपल्या दैनंदिन जीवनातील समस्यांचे निवारण करताना मोजण्यासाठी आणि बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार आणि भागाकार या मुलभूत क्रिया करण्यासाठी आपण संख्यांचा वापर केलेला आहे.

या प्रकरणामध्ये आम्ही संख्यांशी खेळत, आपल्या सभोवतालच्या संख्या पाहत, त्यामधील नमुने पाहत आणि नवीन मार्गांनी संख्या आणि त्यावरील क्रिया शिकत आपला प्रवास सुरु ठेवणार आहोत.

* विविध संदर्भात जेथे आपण संख्यांचा वापर करतो त्याबद्दल विचार करु. जेथे संख्यांचा वापर केला जातो अशा पाच वेगवेगळ्या संदर्भांची यादी करू. तुमच्या वर्गमित्रांनी तयार केलेली यादी पहा, एकमेकांशी सामाईक करा आणि त्यावर चर्चा करा.

गणिती बोल

© VIDYA BHAWAN SOCIETY NOT TO BE REPUBLISHED

3.1 संख्या आपल्याला वस्तूंबद्दल सांगतात

या संख्या आपल्याला काय सांगतात?

बागेमध्ये काही मुले रेषेत उभी आहेत. प्रत्येकजण एक संख्या सांगतो.



* या संख्या काय दर्शवितात असे तुम्हाला वाटते?

आता मुले स्वतःची जागा बदलून उभी राहतात आणि नव्या मांडणीनुसार प्रत्येकजण पुन्हा एक संख्या सांगतो.



या संख्या काय दर्शवितात ते तुम्ही शोधले का?

सुचना: यामध्ये त्यांच्या उंचीचा संबंध आहे का?

जर एखाद्या मुलाच्या शेजारी उभ्या असलेल्या मुलांपैकी फक्त एकच मूल त्याच्यापेक्षा उंच असेल तर ते मूल '1' म्हणते.

जर एखाद्या मुलाच्या शेजारी उभ्या असलेल्या मुलांपैकी दोन मुले त्याच्यापेक्षा उंच असतील तर ते मूल '2' म्हणते.

जर एखाद्या मुलाच्या शेजारी उभ्या असलेल्या मुलांपैकी कोणतेही मूल त्याच्यापेक्षा उंच नसेल तर ते मूल '0' म्हणते.

म्हणजे प्रत्येकजण आपल्या शेजारी असलेल्या आपल्यापेक्षा उंच मुलांची संख्या सांगतो.

* **खालील प्रश्नांची उत्तरे देण्याचा प्रयत्न करा. आणि तुमची कारणे स्पष्ट करा.**

1. मुलांनी स्वतःची मांडणी बदलून रांगेच्या शेवटी उभे असलेली मुले 2 म्हणू शकतील अशी मांडणी करणे शक्य आहे?
2. आपण मुलांना रांगेत उभे करून सर्वजण फक्त '0' म्हणू शकेल अशी मांडणी करू शकतो का?
3. एकमेकांशेजारी उभे असलेली दोन मुले एकच संख्या म्हणू शकतात का?

गणिती बोल

© IITBS NOT TO BE REPUBLISHED

4. गटामध्ये 5 मूले असून सर्वांची उंची वेगवेगळी आहे. ते असे उभे राहू शकतात का, की त्यांपैकी चार मुले 1 म्हणतील आणि शेवटचे मूल 0 म्हणेल? का किंवा का नाही?

5. या 5 मुलांच्या गटासाठी 1, 1, 1, 1, 1 हा क्रम शक्य आहे का?

6. 0, 1, 2, 1, 0 हा क्रम शक्य आहे का? का किंवा का नाही?

7. तुम्ही 5 मुलांची पुनर्मांडणी कशी कराल जेथे जास्तीत जास्त मुले '2' म्हणतील?

3.2 भव्य चौकटी

खालील कोष्टकात दिलेल्या संख्या लक्षपूर्वक पहा. काही संख्यांना रंग का दिलेला आहे? चर्चा करा.

43	79	75	63	10	29	28	34
200	577	626	345	790	694	109	198

ज्या चौकटीतील संख्या तिच्या शेजारच्या चौकटीतील संख्यांपेक्षा मोठी असेल ती चौकट रंगविलेली आहे. 626 ही संख्या रंगीत आहे कारण ती 577 आणि 345 पेक्षा मोठी आहे; पण 200 ही रंगीत नाही कारण ती 577 पेक्षा लहान आहे. 198 ही रंगीत संख्या आहे कारण तिच्या शेजारी 109 असलेली फक्त एकच चौकट आहे आणि 198 ही 109 पेक्षा मोठी संख्या आहे.

@KTES NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.

1. खालील कोष्टकामधील भव्य चौकटींना रंगवा किंवा चिन्हांकित करा.

6828	670	9435	3780	3708	7308	8000	5583	52

2. भव्य चौकटी अचूकपणे रंगीत चौकटी होतील अशारितीने फक्त 4-अंकी संख्यांनी खालील कोष्टक भरा.

5346			1258				9635	

3. जास्तीत जास्त भव्य चौकटी मिळतील अशारितीने खालील कोष्टक भरा. 100 ते 1000 मधील संख्यांचा पुनरावृत्ती न करता वापर करा.

4. वरील कोष्टकामध्ये 9 संख्यांपैकी किती भव्य चौकटी आहेत? _____

5. वेगवेगळ्या संख्यांच्या चौकटीकरिता किती भव्य चौकटी शक्य आहेत त्या शोधा.

   तुम्हाला कोणता नमुना दिसतो का? दिलेल्या कोष्टकामध्ये जास्तीत जास्त भव्य चौकटी मिळविण्यासाठी कोणती पद्धत असेल? शोधा आणि तुमची युक्ती सांगा.

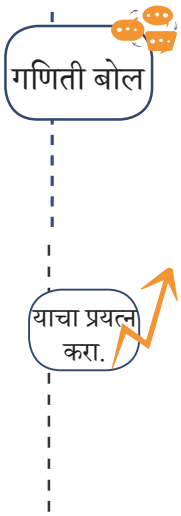
6. संख्यांची पुनरावृत्ती न करता तुम्ही असे भव्य चौकट कोष्टक भरू शकाल का, ज्यामध्ये एकही भव्य चौकट नसेल? का? किंवा का नाही?

7. कोष्टकातील सर्वात मोठी संख्या असलेली चौकट ही नेहमी भव्य चौकट असते का? सर्वात लहान संख्या असलेली चौकट ही भव्य चौकट असू शकते का? का किंवा का नाही?

8. दुसरी सर्वात मोठी संख्या असलेली चौकट ही भव्य चौकट नाही असे कोष्टक भरा.

9. असे कोष्टक भरा की, दुसरी सर्वात मोठी संख्या असलेली चौकट ही भव्य चौकट नसावी; परंतु दुसरी सर्वात लहान संख्या असलेली चौकट ही भव्य चौकट असावी. हे शक्य आहे का?

10. या कोड्याचे इतर प्रकार तयार करा आणि तुमच्या वर्गमित्रांना आव्हान द्या.



चला आपण अधिक रांगा असलेला भव्य चौकट उपक्रम करूया.

येथे शेजारील चौकटी म्हणजे डावीकडे, उजवीकडे, वर आणि खाली एकमेकांना जोडून असलेल्या चौकटी.

नियम तोच आहे: एखादी चौकट तेव्हाच भव्य चौकट होते जेव्हा तिच्या शेजारील सर्व चौकटीमधील संख्यांपेक्षा ती मोठी असते. कोष्टक-1 मध्ये 8632 ही संख्या तिच्या शेजारील 4580, 8280, 4795 आणि 1944 या सर्व संख्यांपेक्षा मोठी आहे.

2430	7500	7350	9870
3115	4795	9124	9230
4580	8632	8280	3446
5785	1944	5805	6034

कोष्टक - 1

कोष्टक-2 हे 5-अंकी संख्यांनी भरा. ज्यांमध्ये 1, 0, 6, 3 आणि 9 हे अंक कोणत्याही क्रमात असतील. फक्त रंगीत चौकटीमधील संख्या ही तिच्या शेजारील सर्व संख्येपेक्षा मोठी असावी.

	96,301	36,109	
	13,609	60,319	19,306
		60,193	
	10,963		

कोष्टक - 2

कोष्टकामधील सर्वात मोठी संख्या _____ ही आहे.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

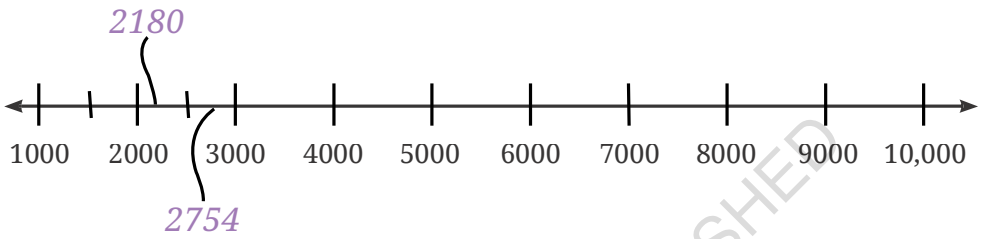
कोष्टकामधील सर्वात लहान सम संख्या _____ ही आहे.

50,000 पेक्षा मोठी कोष्टकामधील लहान संख्या _____ ही आहे.

एकदा का वरील कोष्टक पूर्ण भरून झाले तर सहस्र स्थानानंतर योग्य ठिकाणी स्वल्पविराम द्या.

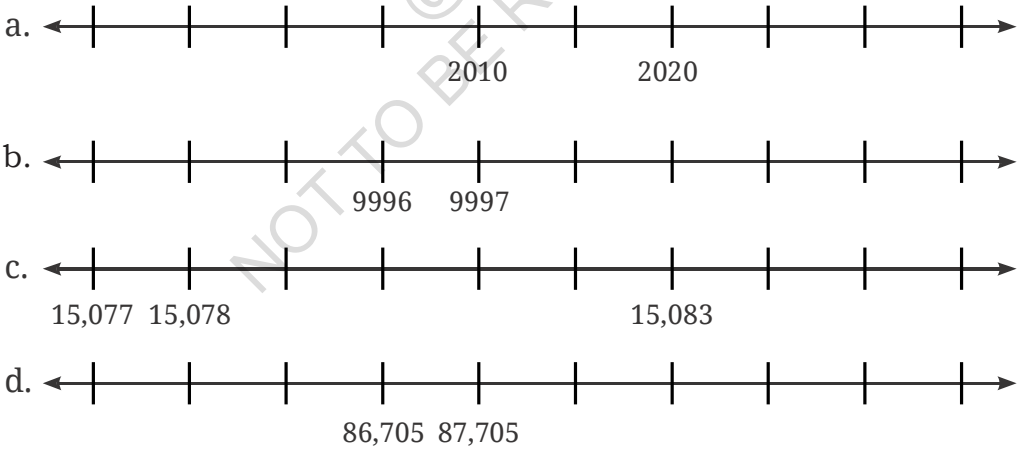
3.3 संख्या रेषेवरील संख्यांचे नमुने

* आता आपल्याला संख्या रेषेची चांगली ओळख झालेली आहे. आपण काही संख्या संख्यारेषेवर योग्य स्थानी ठेवू शकतो का ते पाहूया. येथे 2180, 2754, 1500, 3600, 9950, 9590, 1050, 3050, 5030, 5300 आणि 8400 या संख्या आहेत.



* शोधा पाहू.

खालील संख्या रेषेवर दर्शविलेल्या संख्या ओळखा आणि राहिलेल्या स्थानावरील संख्या लिहा.



वरील प्रत्येक क्रमातील सर्वात लहान संख्येभोवती वर्तुळ काढा आणि सर्वात मोठ्या संख्येला चौकट काढा.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3.4 अंकांशी खेळ

आपण 1, 2, 3, ... इत्यादी संख्यांपासून लिहायला सुरुवात करतो. एकूण नऊ 1-अंकी संख्या आहेत.

* **2 - अंकी, 3 - अंकी, 4 - अंकी आणि 5 - अंकी किती संख्या आहेत त्या शोधा पाहू.**

1-अंकी संख्या 1-9 पर्यंत	2-अंकी संख्या _____	3-अंकी संख्या _____	4-अंकी संख्या _____	5-अंकी संख्या _____
9				

संख्यांची अंकबेरीज

कोमलला असे दिसून आले की, काही संख्यांची अंकबेरीज केली असता ती समानच असते.

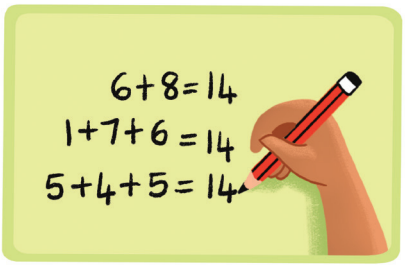
उदा. 68 या संख्येची अंकबेरीज ही 176 आणि 545 या संख्यांच्या अंकबेरजेइतकीच आहे.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.



1. अंकबेरीज 14 आहे.
   a) अंकबेरीज 14 असणाऱ्या इतर संख्या लिहा.
   b) अंकबेरीज 14 येणारी सर्वात लहान संख्या कोणती?
   c) अंकबेरीज 14 येणारी सर्वात मोठी 5-अंकी संख्या कोणती?
   d) अंकबेरीज 14 होणारी किती मोठी संख्या तुम्ही बनवू शकाल? तुम्ही सर्वात मोठी सम संख्या बनवू शकता का?



2. 40 पासून 70 पर्यंतच्या सर्व संख्यांची अंकबेरीज काढा. तुमची निरीक्षणे वर्गातील विद्यार्थ्यांना सांगा.
3. ज्या 3-अंकी संख्यांमध्ये तीन क्रमवार अंक आहेत (उदा. 345), अशा संख्यांची अंकबेरीज काढा. तुम्हाला एक नमुना दिसतो का? हा नमुना पुढे चालू राहील का?

* अंक गुप्तहेर (अंक शोधणे)



1 ते 100 पर्यंतच्या संख्या लिहिल्यानंतर '7' हा अंक किती वेळा लिहिला आहे हे पाहून दिनेश चकित झाला!

* 1 ते 100 पर्यंतच्या संख्यामध्ये '7' हा अंक किती वेळा येतो? 1 ते 1000 पर्यंतच्या संख्यामध्ये '7' हा अंक किती वेळा येतो?

3.5 सुंदर पॅलिंड्रोमिक नमुने

66, 848, 575, 797, 1111 या संख्यामध्ये तुम्हाला कोणता नमुना दिसतो? या संख्या डावीकडून उजवीकडे आणि उजवीकडून डावीकडे समानरीत्या वाचता येतात. प्रयत्न करून पहा. अशा संख्यांना **पॅलिंड्रोम** किंवा **पॅलिंड्रोमिक संख्या** असे म्हणतात.

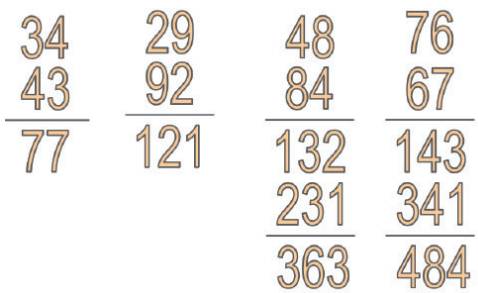
1, 2, 3 वापरुन सर्व पॅलिंड्रोम

1, 2, 3 अंक वापरुन 121, 313, 222 ही काही पॅलिंड्रोम संख्यांची उदाहरणे आहेत.

* वरील अंक वापरुन 3 - अंकी सर्व पॅलिंड्रोम संख्या लिहा.

पॅलिंड्रोम संख्या उलट करा आणि बेरीज करा

आता ही बेरीज पहा. काय घडत आहे हे शोधण्याचा प्रयत्न करा.



वापरलेल्या पायऱ्या: दोन-अंकी संख्येपासून सुरुवात करा. त्या संख्येची उलट करा आणि दोन्ही संख्यांची बेरीज करा. तुम्हाला पॅलिंड्रोम मिळाली तर थांबा अन्यथा पुन्हा उलट करून त्यांची बेरीज करणे पुढे सुरुच ठेवा.

आणखी काही संख्यांसाठी याच पायऱ्या वापरून ही प्रक्रिया करून पहा. पॅलिंड्रोम संख्या मिळाली तर थांबा. काही अशा संख्या आहेत, ज्यांच्यासाठी तुम्हाला या प्रक्रियेची खूप वेळा पुनरावृत्ती करावी लागते.

अशा काही संख्या आहेत का ज्यांच्यासाठी तुम्ही कधीच पॅलिंड्रोमपर्यंत पोहोचू शकत नाहीत.

© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधून पहा.

गणिती बोल

2-अंकी संख्येपासून सुरुवात करून उलट करून पुन्हा-पुन्हा बेरीज केली तर नेहमी आपल्याला पॅलिंड्रोम संख्या मिळते का? शोधा आणि अनुमान काढा.*

* कोड्याची वेळ

दश सहस्र	सहस्र	शतक	दशक	एकक

शब्दामध्ये संख्या लिहा.

मी 5-अंकी पॅलिंड्रोम आहे.

मी विषम संख्या आहे.

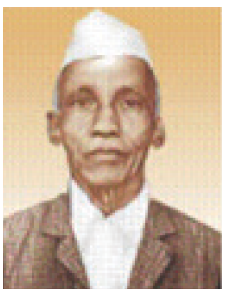
माझा दशक अंक हा एकक स्थानाच्या दुप्पट आहे.

माझा शतक अंक हा दशक स्थानाच्या दुप्पट आहे.

तर मी कोण आहे? _____

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3.6 कप्रेकर यांची जादुई संख्या



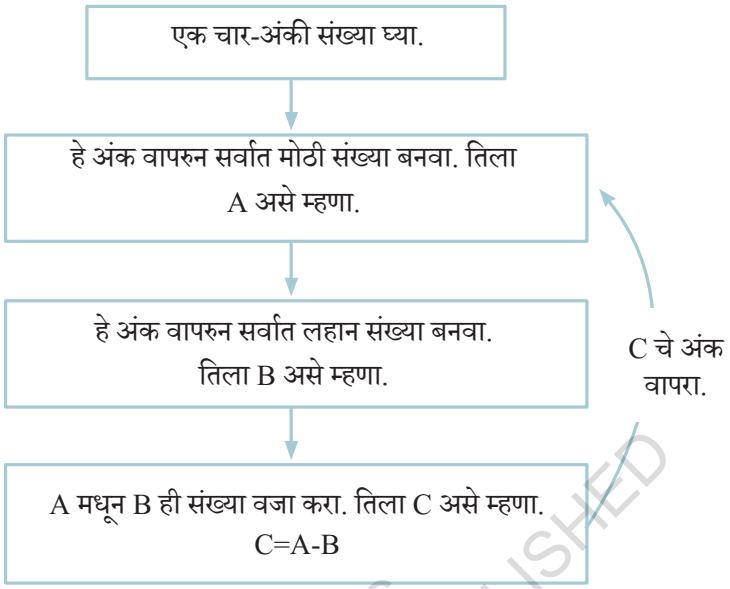
डी. आर. कप्रेकर हे सरकारी शाळा देवळाली, महाराष्ट्र येथे गणित शिक्षक होते. त्यांना संख्याशी खेळण्याची अत्यंत आवड होती आणि पूर्वी माहित नसलेल्या अनेक सुंदर अशा संख्या मांडणीचा शोध त्यांनी लावला.

1949 मध्ये त्यांनी 4-अंकी संख्यांशी खेळताना आकर्षक आणि जादुई शोध लावला.

---

* *उत्तर होय हे आहे. 3-अंकी संख्यासाठी उत्तर निश्चितपणे माहित नाही. 196 ने सुरुवात केल्याने कधीही पॅलिंड्रोम मिळत नाही, असा संशय आहे.*

खालील पायऱ्या अनुसरून तुम्ही स्वतः जादुई अनुभव घ्या. कोणतीही एक 4-अंकी संख्या घ्या. ती 6382 आहे असे समजू.



आपण ही प्रक्रिया सतत करत राहिलो तर, काय होईल?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

A = 8632
B = 2368
C = 8632 - 2368
= 6264

A = 6642
B = 2466
C = 6642 - 2466
= 4176

A = 7641
B = 1467
C = 7641 - 1467
= 6174

A =
B =
C =

* शोधा पाहू.

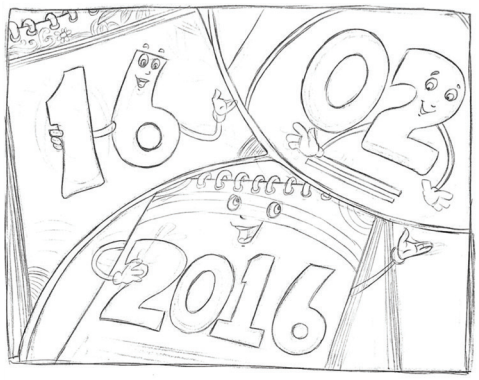
वेगवेगळ्या 4-अंकी संख्या घ्या आणि या वरील पायऱ्या अनुसरण्याचा प्रयत्न करून काय होते ते शोधा. आपल्या मित्रांना काय मिळाले आहे तेही तपासा.

तुम्ही नेहमी '6174' या जादूई संख्येकडे पोहोचाल! '6174' या संख्येला 'कप्रेकर स्थिरांक' असे म्हणतात.

याच पायऱ्यांचा वापर 3-अंकी संख्यासाठी करून पहा. कोणती संख्या पुन्हा-पुन्हा येण्यास सुरुवात होईल?

3.7 घड्याळ आणि दिनदर्शिकेतील (कॅलेंडर) संख्या

नेहमीच्या 12 तासाच्या घड्याळामध्ये वेगवेगळ्या नमुन्यात वेळा येतात. उदा. 4:44, 10:10; 12.21 इ.



* प्रयत्न करा आणि 12 तासाच्या घड्याळामध्ये अशा प्रत्येक प्रकारच्या संभाव्य वेळा शोधा.

  मनिषचा वाढदिवस 20/12/2012 रोजी आहे येथे '2', '0', '1' आणि '2' या संख्या क्रमाने पुन्हा येतात.

* भूतकाळातील अशा प्रकारच्या इतर काही तारखा शोधा. त्याची बहिण मेघना हिचा वाढदिवस 11/02/2011 रोजी आहे. याठिकाणी अंक डावीकडून उजवीकडे आणि उजवीकडून डावीकडे समानरीत्या वाचता येतात.

* भूतकाळातील अशा स्वरुपातील सर्व संभाव्य संख्या शोधा.

  जीवन या वर्षीची दिनदर्शिका पाहत आहे. त्याला आश्चर्य वाटू लागले की, "आपण दरवर्षी दिनदर्शिका का बदलली पाहिजे!" आपण दिनदर्शिकेचा पुन्हा वापर करु शकत नाही का? तुम्हाला काय वाटते?

  तुमच्या लक्षात आले असेल की मागील वर्षाची दिनदर्शिका यावर्षीच्या दिनदर्शिकेपेक्षा वेगळीच आहे. पुढील वर्षाची दिनदर्शिका देखील मागील वर्षांच्या दिनदर्शिकांपेक्षा वेगळीच असेल.

* परंतु एखाद्या वर्षाची दिनदर्शिका काही वर्षानंतर पुन्हा तीच राहिल का? एखाद्या वर्षातील सर्व तारखा आणि दिवस दुसऱ्या एखाद्या वर्षासाठी तंतोतंत समान असतील का?

© CTRS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.

याचा प्रयत्न करा.

प्रतिभाने '4', '7', '3' आणि '2' हे अंक वापरून सर्वात लहान आणि सर्वात मोठी चार अंकी संख्या बनविली: 2347 आणि 7432. या दोन संख्यामधील फरक 7432 - 2347 = 5085 आहे. या दोन संख्याची बेरीज 9779 आहे.

खालील बाबींसाठी 4-अंकी संख्या निवडा:

a. सर्वात मोठी संख्या आणि सर्वात लहान संख्या यामधील फरक 5085 आहे.

b. सर्वात मोठी संख्या आणि सर्वात लहान संख्या यामधील फरक 5085 पेक्षा कमी आहे.

c. सर्वात मोठी संख्या आणि सर्वात लहान संख्या यामधील फरक 9779 पेक्षा जास्त आहे.

d. सर्वात मोठी संख्या आणि सर्वात लहान संख्या यामधील फरक 9779 पेक्षा जास्त आहे.

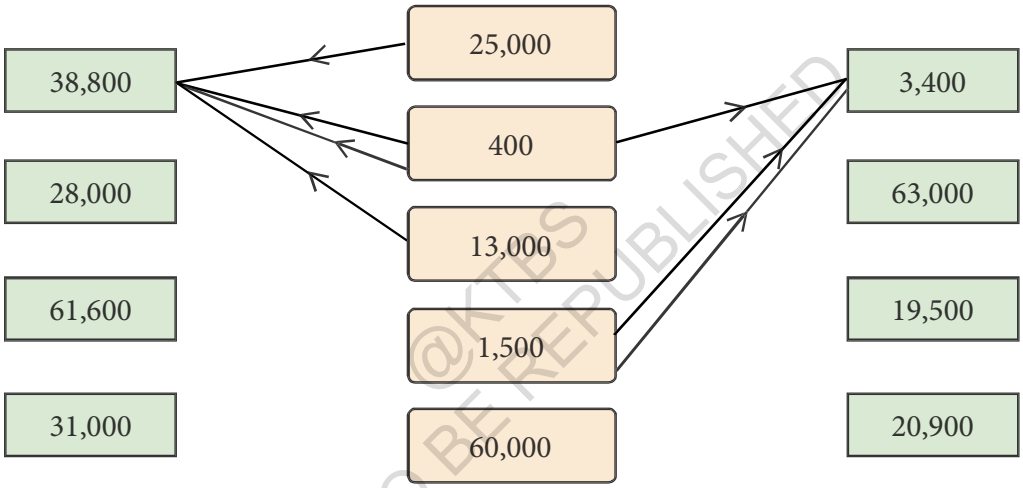
2. सर्वात मोठी आणि सर्वात लहान 5-अंकी पॅलिंड्रोम संख्या यांची बेरीज किती? त्यांची वजाबाकी किती?

3. आता वेळ 10.01 झाली आहे. तर घड्याळामध्ये पुढील पॅलिंड्रोम संख्या किती मिनिटानंतर येईल? त्यानंतर पुन्हा किती वेळाने येईल?

4. 5683 ही संख्या किती फेऱ्यानंतर कप्रेकर स्थिरांकापर्यंत पोहोचेल?

3.8 बौद्धिक (तोंडी) गणित

खालील आकृतीचे निरीक्षण करा. त्या संख्या आणि काढलेल्या रेषांबद्दल तुम्ही काय सांगू शकाल?



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

बाजूच्या स्तंभातील संख्या मिळविण्यासाठी मधल्या स्तंभातील संख्यांची वेगवेगळ्या प्रकारे बेरीज केली आहे (1500 + 1500 + 400 = 3400). आवश्यक असलेली बेरीज मिळविण्यासाठी मधल्या स्तंभातील संख्या आवश्यकतेनुसार कितीही वेळा वापरता येते. आवश्यक बेरीज मिळविण्यासाठी मध्यावरून बाजूच्या संख्येकडे बाण दर्शवा.

येथे दोन उदाहरणे दिलेली आहेत. ती तोंडी सोडविणे सोपे आहे.

38400 = 25,000 + 400 x 2 + 13,000

3400 = 1500 + 1500 + 400

* मधल्या स्तंभातील संख्या वापरुन आम्ही 1000 ही संख्या मिळवू शकतो का? का नाही? 14,000, 15,000 आणि 16000 बद्दल काय? होय. शक्य आहे. कसे ते शोधा? हजारच्या पटीतील कोणत्या संख्या करता येत नाहीत?

बेरीज आणि वजाबाकी करणे



येथे चौकटीमधील संख्या वापरून बेरीज आणि वजाबाकी या दोन्ही क्रिया करून आपल्याला आवश्यक असलेली संख्या मिळविता येते. एक उदाहरण दाखविलेले आहे.

40,000	7,000
300	1,500
12,000	800

39,800 = 40,000 – 800 + 300 + 300

45,000 =

5,900 =

17,500 =

21,400 =

अंक आणि क्रिया

दोन 5-अंकी संख्यांची बेरीज करून दुसरी 5-अंकी संख्या मिळविण्याचे हे उदाहरण आहे.

12,350 + 24,545 = 36,895

दोन 5-अंकी संख्यांची वजाबाकी करून दुसरी 5-अंकी संख्या मिळविण्याचे हे उदाहरण आहे.

48,952 - 24,547 = 24,405

@RTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.

1. खालील प्रत्येक घटनेसाठी शक्य असेल ते उदाहरण लिहा.

5 - अंकी + 5 - अंकी 90,250 पेक्षा जास्त 5 - अंकी बेरीज मिळते	5 - अंकी + 3 - अंकी 6 - अंकी बेरीज मिळते	4 - अंकी + 4 - अकी 6 - अंकी बेरीज मिळते	5 - अंकी + 5 - अंकी 6 - अंकी बेरीज मिळते	5 - अंकी 5 - अंकी 18,500 ही बेरीज मिळते
5 - अंकी - 5 - अंकी फरक 56,503 पेक्षा कमी मिळतो.	5 - अंकी - 3 - अंकी 4 - अंकी फरक मिळतो.	5 - अंकी - 4 - अंकी 4 - अंकी फरक मिळतो.	5 - अंकी - 5 - अंकी 3 - अंकी फरक मिळतो.	5 - अंकी - 5 - अंकी फरक 19,500 मिळतो

वरील प्रत्येक घटनेची उदाहरणे तुम्हाला मिळतील का? जर नसेल तर याचे कारण कोणते असेल याची चर्चा करा? तुमच्या वर्गमित्रांना आव्हाने देणारे असे आणखी काही प्रश्न तयार करा.

2. नेहमी, कधीतरी, कधीही नाही?

खाली काही विधाने दिलेलीआहेत. त्यांचा विचार करा आणि विधान हे 'नेहमी सत्य', 'कधीतरी सत्य' किंवा 'कधीही सत्य नाही' यांचा शोध घ्या. तुम्हाला असे का वाटते? तुमचे कारण लिहा तुमच्या मित्रांशी याविषयी चर्चा करा.

a. 5 - अंकी संख्या + 5 - अंकी संख्या यांची बेरीज 5 - अंकी संख्या येते.

b. 4 - अंकी संख्या + 2 - अंकी संख्या यांची बेरीज 4 - अंकी संख्या येते.

c. 4 - अंकी संख्या + 2 - अंकी संख्या यांची बेरीज 6 - अंकी संख्या येते.

d. 5 - अंकी संख्या - 5 - अंकी संख्या यांची वजाबाकी 5 - अंकी संख्या येते.

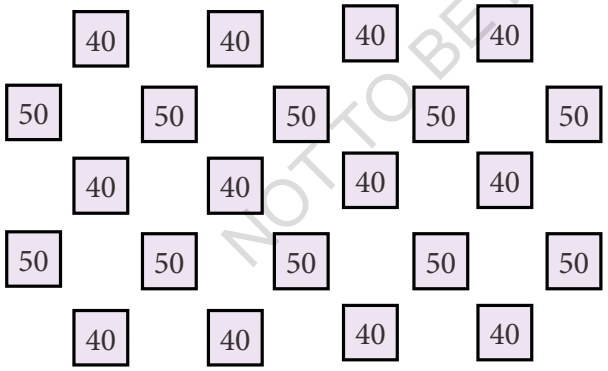
e. 5 - अंकी संख्या - 2 - अंकी संख्या यांची वजाबाकी 3 - अंकी संख्या येते.

3.9 संख्यांच्या नमुन्यांशी खेळ

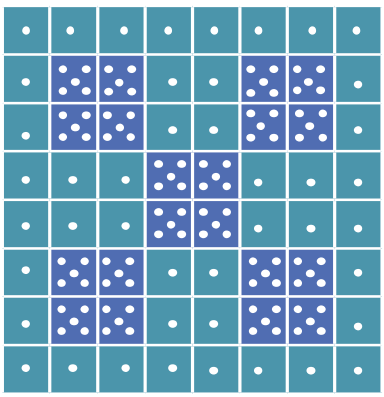
येथे नमुन्यांमध्ये काही संख्यांची मांडणी केलेली आहे. खालील प्रत्येक आकृतीमधील सर्व संख्यांची बेरीज करायची आहे. आपण प्रेत्येक संख्या एकानंतर एक मिळवून त्यांची बेरीज करु शकतो की जलद बेरीज करण्याचा आणखी कोणता मार्ग वापरू शकतो? विचार करा.

* या प्रश्नांची उत्तरे शोधण्यासाठी तुम्ही प्रत्येकांनी वापरलेल्या विविध पध्दतींविषयी वर्गात चर्चा करा.

a.



b.

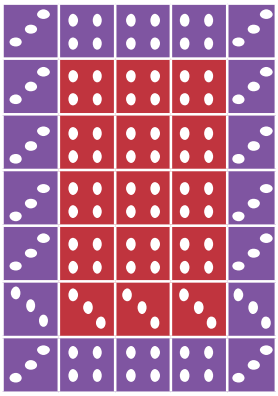


@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

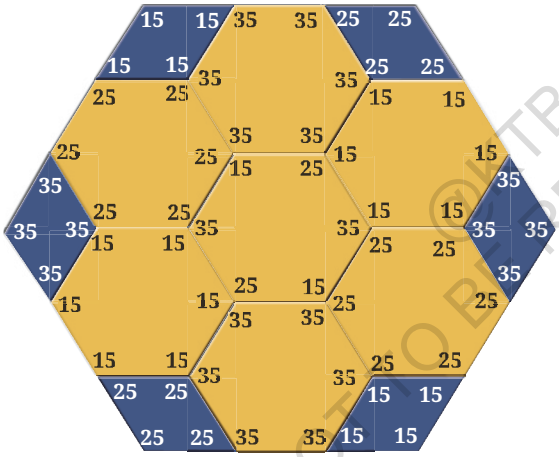
c.

32	32	32	32	32	32	32	32
32	32	32	32	32	32	32	32
32	32	32	32	32	32	32	32
32	32	32	32	32	32	32	32
64	64	64					64
64	64	64					64
64	64	64					64
64	64	64					64

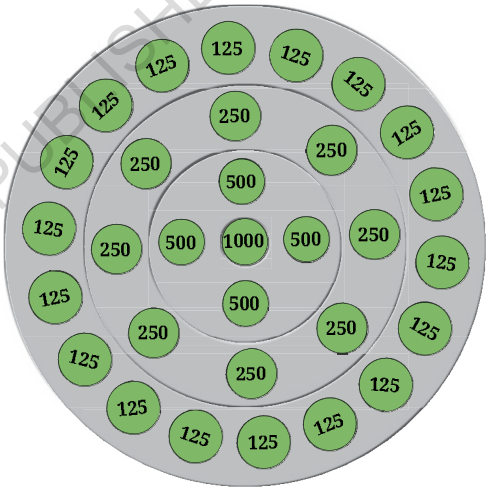
d.



e.



f.



© MSCERT NOT TO BE REPUBLISHED

3.10 न सुटलेले रहस्य - कोलाट्झ अनुमान

खाली दिलेले क्रम पहा - सर्व क्रमांमध्ये सारख्याच नियमाचा वापर केलेला आहे:

a. 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

b. 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

c. 21, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1

d. 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

हे क्रम कसे तयार होतात ते तुम्ही पाहिले आहे का?

नियम असा आहे: कोणत्याही एका संख्येपासून सुरुवात करा; जर ती संख्या सम असेल तर तीची अर्धी करा; जर ती संख्या विषम असेल तर तिला 3 ने गुणून 1 मिळवा हे पुन्हा करा.

लक्षात ठेवा की, सर्व वरील क्रम हे शेवटी 1 ला येऊन पोहोचतात. 1937 मध्ये जर्मन गणिततज्ञ लोथर कोलाट्झ यानी असे अनुमान काढले की, कोणत्याही पूर्ण संख्येने सुरुवात करून तो क्रम शेवटी 1 ला येऊन पोहोचतो. आता सुध्दा यावर अनेक गणिततज्ञ कार्य करत आहेत. तरीही ती समस्या सुटलेली नाही. त्यामुळे कोलाट्झचे अनुमान सत्य असल्याचे वाटते. कोलाट्झचे अनुमान हे गणितामधील अनेक महत्वाच्या न सुटणाऱ्या समस्यांपैकी एक आहेत.

* तुमच्या आवडीच्या पूर्ण संख्येपासून सुरुवात करून वरील प्रमाणे कोलाट्झ क्रमाची आणखी काही उदाहरणे तयार करा. तुम्ही नेहमी 1 ला येऊन पोहोचता का?

3.11 सोपे अंदाज

काही वेळा हाती घेतलेल्या उद्देशांसाठी वस्तूंची अचूक मोजणी आपल्याला माहित नसते किंवा माहितीची गरज नसते, तेव्हा अंदाज पुरेसा असतो. उदाहरणार्थ, तुमच्या शाळेच्या मुख्याध्यापकांना शाळेत किती विद्यार्थ्यांची नांवे नोंदविलेली आहेत याची अचूक माहिती असू शकते; परंतु तुम्हाला ती फक्त अंदाजे माहिती असू शकते. तुमच्या शाळेमध्ये किती विद्यार्थी आहेत? जवळपास 150? 400? हजार?

परोमिताच्या वर्ग तुकडीत 32 मुले आहेत. वर्गाच्या इतर दोन तुकड्यांमध्ये 29 आणि 35 मुले आहेत. त्यामुळे तिने वर्गातील मुलांची अंदाजे संख्या 100 केली आहे. 6 वी च्या वर्गासह तिच्या शाळेत 7 वी ते10 वी पर्यंतच्या प्रत्येकी 3 तुकड्या आहेत. प्रत्येक वर्गामध्ये तिने समान मुले आहेत असे गृहीत धरले आणि मुलांची संख्या अंदाजे जवळपास 500 आहे असे मानले.

* शोधा पाहू.

आपण काही साधे अंदाज करुया. हा मजेशीर स्वाध्याय आहे आणि आपल्या सभोवतालच्या विविध संख्या पाहून तुमचे मनोरंजन होईल. लक्षात घ्या की खालील प्रश्नांकरिता आम्हाला अजूक संख्येची गरज नाही. आपली अंदाज करण्याची पध्दत वर्गमित्रांना सांगा.

1. चालण्यासाठी तुम्ही घेऊ शकणाऱ्या पावलांची संख्या

a. तुम्ही बसलेल्या ठिकाणापासून वर्गखोलीच्या दरवाजापर्यंत.

b. शाळेच्या क्रीडांगणाच्या सुरुवातीपासून शेवटपर्यंत.

c. तुमच्या वर्गखोलीच्या दरवाजापासून शाळेच्या प्रवेशद्वारापर्यंत.

d. तुमच्या शाळेपासून घरापर्यंत

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. तुम्ही डोळ्यांची उघड-झाप करण्याची संख्या किंवा तुम्ही घेतलेल्या श्वासांची संख्या

a. एका मिनिटामध्ये

b. एका तासामध्ये

c. एका दिवसामध्ये

3. तुमच्या सभोवताली असलेल्या काही वस्तूंची नांवे

a. काही हजार संख्येमध्ये

b. दहा हजारापेक्षा अधिक संख्येमध्ये

*** उत्तराचा अंदाज लावा.**

30 सेकंदात अंदाज लावण्याचा प्रयत्न करा. तुमचा अंदाज तुमच्या मित्रांच्या अंदाजाशी तपासून पहा.

1. तुमच्या गणिताच्या पाठ्यपुस्तकामधील शब्दांची संख्या:

   a. 5000 पेक्षा जास्त

   b. 5000 पेक्षा कमी

2. बसमधून प्रवास करत शाळेला येणाऱ्या तुमच्या शाळेतील विद्यार्थ्यांची संख्या.

   a. 200 पेक्षा जास्त

   b. 200 पेक्षा कमी

3. रोशनला दूध आणि 3 प्रकारच्या फळापासून 5 लोकांसाठी फळांचा रस बनवायचा आहे. त्याने अंदाज केलेला दर ₹100 आहे. तुम्ही त्याच्याशी सहमत आहात का? का किंवा का नाही?

4. गुजरातमधील गांधीनगरपासून नागालँडमधील कोहीमा पर्यंतच्या अंतराचा अंदाज करा.

   (सूचना: या शहरांचे स्थान पाहण्यासाठी भारताचा नकाशा पहा.)

5. शितल ही 6 वी त आहे आणि आतापर्यंत तिने 13,000 तास शाळेमध्ये घालविले आहेत असे सांगितले. तिच्याशी तुम्ही सहमत आहात का? का किंवा का नाही?

6. पूर्वी वाहतूकीची वाहने नव्हती त्यामुळे लोक लांब पल्याचे अंतर सुध्दा चालतच जात होते. समजा तुम्ही तुमच्या नेहमिच्या गतीने चालत असाल तर तुम्हाला खालील अंतर चालत जाण्यासाठी अंदाजे किती वेळ लागेल?

   a. तुमच्या आताच्या ठिकाणापासून तुमच्या जवळच्या आवडीच्या ठिकाणापर्यंत

   b. तुमच्या आताच्या ठिकाणापासून शेजारील राज्याच्या राजधानीपर्यंत

   c. भारताच्या सर्वात दक्षिणेकडील ठिकाणापासून उत्तरेकडील ठिकाणापर्यंत

7. काही अंदाजांवरील प्रश्न तयार करा आणि तुमच्या वर्गमित्रांना आव्हान द्या!

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3.12 खेळ आणि विजयी होण्याचे धोरण (युक्त्या)

संख्या या खेळ खेळण्यासाठी तसेच विजयी धोरणे विकसित करण्यासाठीसुद्धा वापरल्या जाऊ शकतात.

येथे एक 21 या नावाचा प्रसिद्ध खेळ आहे. हा खेळ तुमच्या वर्गमित्रांसोबत खेळा. नंतर तुमच्या कुटुंबासोबत सुद्धा खेळण्याचा प्रयत्न करा.

* **खेळाचे नियम #1:** पहिला खेळाडू 1, 2 किंवा 3 म्हणतो. त्यानंतर दोन्ही खेळाडू आळीपाळीने आधीच्या संख्येत 1, 2 किंवा 3 मिळवितात. जो खेळाडू पहिल्यांदा 21 पर्यंत पोहोचतो तो जिंकतो!

  हा खेळ तुमच्या मित्रांसोबत अनेक वेळा खेळा. तुम्ही जिंकण्याचे धोरण पाहण्यास सुरुवात केली का?

  जर व्यवस्थितपणे खेळत असेल तर कोणता खेळाडू नेहमी विजयी होईल. विजयी खेळाडूने म्हटला पाहिजे असा कोणता संख्याचा नमुना आहे?

  या खेळामध्ये अनेक विविधता आहेत. येथे आणखी एक सामान्य विविधता आहे.

* **खेळाचे नियम #2:** पहिला खेळाडू 1 ते 10 मधील कोणतीही एक संख्या म्हणतो, त्यानंतर दोन्ही खेळाडू आळीपाळीने आधीच्या संख्येत 1 ते 10 मधील एक संख्या मिळवत जातात. पहिला 99 ला पोहोचणारा खेळाडू विजयी होतो.

  हा खेळ तुमच्या वर्गमित्रांबरोबर अनेक वेळा खेळा. या घटनेमध्ये असलेले जिंकण्याचे धोरण तुम्हाला शोधता येते का ते पहा! कोणता खेळाडू नेहमी जिंकेल?

  या वेळी जिंकणाऱ्या खेळाडूने म्हटलेल्या संख्यांचा नमुना कोणता असेल?

या खेळाविषयी तुमचे स्वत:चे बदल ठरवा. प्रत्येक पाळीच्या वेळी किती मिळविले पाहिजे आणि विजयी संख्या कोणती हे निश्चित करा. नंतर हा खेळ अनेक वेळा खेळा आणि जिंकण्याचे धोरण आणि कोणता खेळाडू नेहमी जिंकेल हे शोधा.

© MSCERT NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.

16,200	39,344	29,765
23,609	62,871	45,306
19,381	50,319	38,408

1. या चौकटीमध्ये फक्त एकमेव भव्य चौकट (सर्व शेजारील संख्यांपेक्षा मोठी संख्या) आहे. जर तुम्ही एका संख्येचे दोन अंक बदलले तर तुम्हाला 4 भव्य चौकटी मिळतील. तर बदललेले अंक कोणते ते शोधा.

2. कप्रेकर स्थिरांक मिळविण्यासाठी तुमच्या जन्मवर्षाच्या किती फेऱ्या कराव्या लागतील.



3. आपल्याकडे 35,000 ते 75,000 मधील 5-अंकी संख्यांचा गट आहे, ज्यामध्ये सर्व अंक विषम आहेत. आमच्या गटामधील सर्वात मोठी संख्या किती? आमच्या गटातील सर्वात लहान संख्या कोणती? त्यापैकी कोणती संख्या 50,000 च्या अगदी जवळ येते?

4. एका वर्षामध्ये आठवड्याचे शेवटचे दिवस, सण आणि सुट्टीचा कालावधी यांचा समावेश करून येणाऱ्या सुट्ट्यांच्या संख्येचा अंदाज करा. नंतर अचूक उत्तर शोधा आणि तुम्ही केलेला अंदाज किती जवळ आहे ते पहा.

5. जग, बादली आणि मोठी टाकी यांमध्ये साठवलेले पाणी अंदाजे लिटरमध्ये काढा.

6. एक 5-अंकी संख्या आणि 2 तीन-अंकी संख्या यांची बेरीज 18,670 होईल अशा संख्या लिहा.

7. 210 ते 390 यामधील संख्या निवडा. 3.9 या विभागात दर्शविल्याप्रमाणे त्यासारखेच संख्यांचे नमुने बनवा ज्यांची बेरीज या संख्येशी समान होईल.

8. प्रकरण-1 मधील कोष्टक - 1 चे स्मरण करून 2 च्या घातांक संख्यांचा क्रम बनवा. या क्रमामधील सर्व सुरुवातीच्या संख्यांसाठी कोलाट्झचे अनुमान का सत्य आहे?

9. 100 पासून सुरुवात करून कोलाट्झचे अनुमान लागू पडते का ते तपासा.

10. '0' पासून सुरुवात करून खेळाडूनी 1 आणि 3 मधील संख्या एकानंतर एक मिळविल्या. 22 या संख्येला पोहोचणारी पहिली व्यक्ती जिंकते. आता त्यांचे जिंकण्याचे धोरण कोणते?

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

सारांश

* माहितीचा प्रसार करणे, नमुने शोधणे आणि बनविणे, मापांचा अंदाज करणे, कोडे तयार करणे आणि सोडविणे आणि खेळून खेळ जिंकणे यासारख्या विविध कारणासाठी संख्या वापरल्या जातात.
* संख्यांचा या उद्देशांसाठी वापर करण्यासाठी विचार करून ठराविक प्रक्रिया बनविणे हे एक उपयुक्त कौशल्य आणि क्षमता आहे. (संगणकीय विचार पद्धती म्हणतात)
* संख्यांबद्दल अनेक समस्या तयार करणे खूप सोपे असते; परंतु त्या सोडविणे कठीण असते. नक्कीच अशा प्रकारच्या अनेक न सुटलेल्या समस्या अजूनही आहेत. (उदा. कोलाट्झचे अनुमान)

*****

प्रकरण - 4

माहिती हाताळणे आणि सादरीकरण

(DATA HANDLING AND PRESENTATION)

U2R9K2

जरी तुम्ही तुमच्या वर्गमित्रांना आवडत्या रंगाविषयी विचारले तर तुम्हाला रंगांची यादी मिळते. ही यादी म्हणजे माहितीचे उदाहरण आहे. त्याचप्रमाणे जर तुम्ही तुमच्या वर्गातील प्रत्येक विद्यार्थ्यांचे वजन विचारले तर वजनांच्या मापांचा संग्रह मिळतो. पुन्हा ही सुध्दा माहितीच आहे.

घटना, संख्या, मापे, निरीक्षणे किंवा इतर वस्तूंचे वर्णन अशा कोणत्याही घटनांविषयीचे ज्ञान व्यक्त करणे याला **माहिती** असे म्हणतात.

आपण माहितीच्या युगात आहोत. आपण नियमितपणे पाहतो की, माहितीचे मोठ्या प्रमाणात नवीन आणि मनोरंजक पध्दतीने सादरीकरण केले जाते. या प्रकरणामध्ये आपण माहितीचे सादरीकरण करण्याच्या विविध पध्दती आणि अशा माहितीचा योग्यप्रकारे प्रदर्शन करणे, विश्लेषण करणे आणि निष्कर्ष काढणे याकरिता कसा वापर केला जातो हे पाहू.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4.1 माहितीचे संकलन आणि वर्गीकरण

नव्या आणि नरेश आपल्या आवडत्या खेळाविषयी चर्चा करत आहेत.



क्रिकेट हा माझ्या आवडीचा खेळ आहे !

मी कधीतरी क्रिकेट खेळतो परंतु हॉकी हा खेळ माझ्या अत्यंत आवडीचा आहे.





मला वाटते की क्रिकेट हा आमच्या वर्गाचा लोकप्रिय खेळ आहे.

मला तसे वाटत नाही. आमच्या वर्गाचा लोकप्रिय खेळ आपण कसा शोधू शकतो?





वर्गातील लोकप्रिय खेळ शोधण्यासाठी नव्या आणि नरेश यांनी काय केले पाहिजे ? तुम्ही त्यांना मदत करू शकाल का ?

* नरेश आणि नव्या यांनी वर्गातील प्रत्येक विद्यार्थ्यांला भेटून त्यांच्या आवडीचा खेळ जाणून घेण्याचे ठरविले. नंतर त्यांनी यादी बनविली.

नव्या यादी दाखवत आहे.



मेहनूर - कब्बडी	पुस्कल - सतोलिया (Pittu)	अनया - कब्बडी
जुबीमॉन - हॉकी	डेन्सी - बॅडमिंटन	जीव्होरा - सतोलिया (Pittu)
सीमरन - कब्बडी	जिवीका - सतोलिया (Pittu)	राजेश - फुटबॉल
नंद - सतोलिया (Pittu)	लिला - हॉकी	थारा - फुटबॉल
अंकिता - कब्बडी	अफशान - हॉकी	सौम्या - क्रिकेट
इमॉन - हॉकी	किरत - क्रिकेट	नवज्योत - हॉकी
युवराज - क्रिकेट	गुरप्रित - हॉकी	हेमल - सतोलिया (Pittu)
रेहाना - हॉकी	अर्श - कब्बडी	देवव्रत - फूटबॉल
आरना - बॅडमिंटन	भाव्या - क्रिकेट	अनन्या - हॉकी
कोमपाल - फुटबॉल	सराह - कब्बडी	हार्दिक - क्रिकेट
ताहिरा - क्रिकेट		

ती आनंदाने म्हणाली "मी माहिती मिळविली आहे. आता अत्यंत लोकप्रिय खेळ कोणता ते शोधू शकते!"

आणखी काही मुले आश्चर्यचकित होऊन यादीकडे पाहत आहेत. "अजून आम्ही लोकप्रिय खेळ कोणता हे सांगू शकत नाही. आपण या यादीपासून ते कसे मिळवू शकतो?"

* शोधा पाहू

1. नरेश आणि नव्याच्या वर्गमित्रांमधून लोकप्रिय खेळ शोधण्यासाठी तुम्ही काय करू शकाल?
2. त्यांच्या वर्गाचा अत्यंत लोकप्रिय खेळ कोणता?
3. तुमच्या वर्गमित्रांचा अत्यंत लोकप्रिय खेळ शोधण्याचा प्रयत्न करा.
4. परीला खाली दिलेल्या प्रश्नाला प्रतिसाद द्यावयाचा आहे. जेथे तिला माहिती गोळा करणे आवश्यक वाटते तेथे (✓) ही खूण घ्या आणि जिथे माहिती गोळा करणे आवश्यक वाटत नाही तेथे (X) ही खूण करा.

© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

वर्गखोलीमध्ये तुमच्या उत्तरांची चर्चा करा.

a. तिच्या वर्गमित्रांची अत्यंत लोकप्रिय अशी दुरदर्शनवरील मालिका कोणती?

b. भारताला केव्हा स्वातंत्र्य मिळाले?

c. तिच्या परिसरात किती प्रमाणात पाणी वाया जात आहे?

d. भारताची राजधानी कोणती?

श्री निलेश हे एक शिक्षक आहेत. नवे वर्ष साजरे करण्याकरीता त्यांनी वर्गामध्ये गोड पदार्थ आणून वाटण्याचा निर्णय घेतला. जवळच्या मिठाईच्या पदार्थाच्या दुकानामध्ये जिलेबी, गुलाब जामुन, गुजीया, बर्फी आणि रसगुल्ला हे पदार्थ आहेत. त्यांना मुलांच्या आवडी जाणून घ्यायच्या आहेत. त्यांनी मिठाईची नावे फळ्यावर लिहिली आणि प्रत्येकाची आवडती मिठाई सांगण्यास सांगितली. त्यांनी '|" ही गणती खूण प्रत्येक विद्यार्थ्यांच्या आवडीकरिता वापरली आणि जेव्हा पाच गणती खुणा झाल्या तेव्हा मागील चार खुणांवर एक आडवी खूण केली म्हणजेच 𝍸 .

गोड पदार्थ	गणती खुणा	विद्यार्थ्यांची संख्या
जिलेबी	𝍸 |	6
गुलाब जामून	𝍸 ||||	9
गुजिया	𝍸 𝍸 |||	_____
बर्फी	|||	_____
रसगुल्ला	𝍸 ||	_____

©CBSE NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू

श्री निलेश यांना मिठाई खरेदी करण्यासाठी मदत करण्याकरीता वरील कोष्टक पूर्ण करा.

a. किती विद्यार्थ्यांनी जिलेबीची निवड केली? ☐

b. ☐ विद्यार्थ्यांनी बर्फीची निवड केली.

c. किती विद्यार्थ्यांनी गुजियाची निवड केली? ☐

d. रसगुल्लाची निवड केलेले ☐ विद्यार्थी.

e. गुलाब जामुनची निवड केलेल्या विद्यार्थ्यांची संख्या किती? ☐

श्री निलेश यांनी आपल्या एका कर्मचाऱ्याला खालील कोष्टकामध्ये दिल्याप्रमाणे मिठाई आणण्याची विनंती केली वरील कोष्टकाने त्यांना योग्य मिठाई खरेदी करण्यास मदत केली.

2. प्रत्येक विद्यार्थ्याला योग्य प्रकारे मिठाईचे वितरण करण्यास वरील कोष्टक पुरेसे आहे का? जर पुरेसे नसेल तर वर्णन करा. पर्याय कोणता आहे?

माहितीचे वर्गीकरण करत असताना एका स्तंभामध्ये प्रत्येक मिठाईचे नाव आणि एका स्तंभामध्ये गणती खूण वापरुन विद्यार्थ्यांनी निवडलेल्या मिठाईची संख्या लिहिता येते. मिठाईच्या अनुक्रमे जिलेबी, गुलाब जामून इ. निवडीनुसार 6, 9, ... या संख्या **वारंवारता** दर्शवितात.

सुश्री संध्या यांनी त्यांच्या विद्यार्थ्यांनी घातलेल्या बुटांच्या आकारांची संख्या विचारली आणि फळ्यावर त्यांची माहिती लिहीली.

4	5	3	4	3	4	5	5	4
5	5	4	5	6	4	3	5	6
4	6	4	5	7	5	6	4	5

त्यानंतर त्यानी सर्व विद्यार्थ्यांच्या बुटांच्या आकाराची मांडणी चढत्या क्रमामध्ये : 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7 अशी केली.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू

1. खालील गोष्टींचा शोध घेण्यास त्यांना मदत करा.
   * वर्गातील सर्वात मोठ्या आकाराच्या बुटाचे माप _____
   * वर्गातील सर्वात लहान आकाराच्या बुटाचे माप _____
   * 5 मापाचे बुट वापरणाऱ्या विद्यार्थ्यांची संख्या _____ आहे.
   * बुटाचा आकार 4 पेक्षा मोठा असलेल्या विद्यार्थ्यांची संख्या _____ आहे.
2. माहिती चढत्या क्रमामध्ये मांडल्यामुळे कशारितीने प्रश्नांची उत्तरे शोधण्यास मदत होते?
3. ही माहिती मांडण्यासाठी दुसरी पध्दत आहे का?
4. तुमच्या सभोवताली पाहिलेल्या काही झाडांची नांवे लिहा. जेव्हा घरापासून शाळेकडे जात असता तेव्हा रस्त्यांच्या बाजूने निरीक्षण केलेली झाडे (किंवा एका ठिकाणावरून दुसऱ्या ठिकाणी चालत जाताना) यांच्या माहितीची नोंद करा आणि खालील कोष्टक भरा.



झाडांचे नांव	झाडांची संख्या
पिंपळ	
कडुनिंब	
.....	
.....	

a. कोणती झाडे जास्तीत जास्त संख्येने आढळतात?

b. कोणती झाडे कमीतकमी संख्येने आढळतात?

c. कोणत्याही दोन प्रकारची झाडे सारख्याच संख्येने आढळतात का?

5. एक कोरा कागद घ्या. त्यावर वर्तमानपत्रामधील कोणतीही बातमी (इंग्रजी) चिकटवा. प्रत्येक विद्यार्थ्याने वेगवेगळ्या बातम्या घ्याव्यात. कागदावर पुढीलप्रमाणे दिलेले कोष्टक तयार करा. बातमीमध्ये दिलेल्या शब्दांमधील मजकुरामध्ये 'c' 'e','i'; 'r' आणि 'x' ही मुळाक्षरे असलेल्या संख्या मोजा आणि मजकुरानुसार कोष्टक भरा.

अक्षरे	c	e	i	r	x	तुमच्या आवडीची आणखी काही अक्षरे.
बातमीमध्ये आढळून आलेल्या अक्षरांची संख्या						

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

a. जास्तीत जास्त वेळा आढळून आलेले अक्षर _____

b. कमीतकमी वेळा आढळून आलेले अक्षर _____

c. वारंवारतेच्या चढत्या क्रमात 'c', 'e', 'i', 'r', 'x' या अक्षरांची यादी करा. आता तुमच्या यादीच्या क्रमाची तुलना तुमच्या वर्गमित्रांनी केलेल्या यादीशी करा. तुमचा क्रम तुमच्या मित्रांनी केलेल्या यादीशी मिळता जुळता की जवळपास सारखाच आहे (जवळपास सर्वांचा क्रम 'x', c, r, i, e आहे.) तुम्हाला ही एक घटना आहे असे का वाटते?

d. हे कार्य पूर्ण करण्यासाठी वापरलेली प्रक्रिया लिहा.

e. तुमच्या मित्रांनी वापरलेल्या प्रक्रियेविषयी चर्चा करा.

f. जर तुम्ही हे कार्य आणखी एका बातमीसाठी केले तर त्यासाठी कोणती प्रक्रिया वापराल?

शिक्षकांसाठी सूचना

माहिती संग्रह आणि वर्गीकरण यासाठी जास्तीत संधी उपलब्ध करुन द्या. विद्यार्थ्यांना वर्गामध्ये त्यांचे आवडते रंग, खेळ, खेळणी शाळेतील विषय इत्यादी विषयी विचार करायला सांगा आणि नंतर त्याविषयीची माहिती संग्रहीत करा. ही एक मजेशीर कृती असून त्यामध्ये ते आपल्या मित्रांचे अध्ययन करतात. ही माहिती वेगवेगळ्या प्रकारे कशी वर्गीकृत केली जाऊ शकते, प्रत्येक प्रकाराचे असणारे फायदे आणि मर्यादा यांबद्दल चर्चा करा. या सर्व कृतींबद्दल आणि "शोधा पाहू" या कृतींबद्दल मुलांबरोबर चर्चा करा आणि कृती त्यांना समजून घेण्यास वाव द्या आणि त्यानंतर त्यांना वर्गामध्ये आपल्या संशोधन प्रक्रियेचे नियोजन आणि सादरीकरण करून निष्कर्ष काढू द्या.

4.2 चित्रालेख

चित्रालेख हे कोणत्याही संख्या न लिहिता दृष्यीय आणि सूचनात्मक माहिती दर्शवितात. चित्राकडे पहा. तुम्हाला याविषयीचा परिचय मागील वर्गात झाला आहे.

प्रवासाचे साधन	विद्यार्थ्यांची संख्या ☺ = 1 विद्यार्थी
खासगी कार	☺☺☺☺
सार्वजनिक बस	☺☺☺☺☺
शाळा बस	☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺
सायकल	☺☺☺
चालणे	☺☺☺☺☺☺☺

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

हे चित्र पाहताक्षणी आपल्याला विद्यार्थ्यांनी प्रवासासाठी वेगवेगळी साधने वापरलेली आहेत हे समजून घेण्यास मदत करते. या चित्रावर आधारीत खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

* जास्तीत जास्त विद्यार्थ्यांनी कोणते प्रवासाचे साधन वापरले?
* कमीत कमी विद्यार्थ्यांनी कोणते प्रवासाचे साधन वापरले?

चित्रालेखाने वस्तूंची चित्ररुपात माहिती दर्शवली जाते. त्यामुळे माहिती पाहताक्षणी माहितीबाबत प्रश्नांची उत्तरे देण्यास मदत होते.

वरील चित्रालेखामध्ये एक विद्यार्थी दर्शवण्यासाठी एक एकक किंवा चिन्ह () वापरले आहे. येथे असे काही चित्रालेख आहेत, ज्यामध्ये एक एकक किंवा एक चिन्ह हे अनेक वस्तू किंवा लोकांना दर्शविण्यासाठी वापरले जाते.

* **उदाहरणार्थ:** नंद किशोरनी बेरासिया येथील त्यांच्या माध्यमिक शाळेतील मुलांच्या प्रतिसादाद्वारे ती कधी रात्रीची कमीत कमी 9 तास झोप घेतात याबद्दल माहिती संग्रहीत केली. त्यांनी या माहितीचा चित्रालेख काढला:

प्रतिसाद	विद्यार्थ्यांची संख्या (▲ = 10 बालके)
नेहमी	▲▲▲▲▲
केव्हातरी	▲▲◢
कधीही नाही	▲▲▲▲

चित्रालेख वापरुन खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

a. जी मुले नेहमी रात्री कमीत कमी 9 तास झोपतात त्यांची संख्या किती?

b. रात्रीच्यावेळी केव्हातरी कमीत कमी 9 तास झोपणाऱ्या मुलांची संख्या किती?

c. प्रत्येक रात्री नेहमी 9 तासापेक्षा कमी झोप घेणाऱ्या मुलांची संख्या किती? तुम्हाला तुमचे उत्तर कसे मिळाले याचे स्पष्टीकरण करा.

उकल: a. कोष्टकामध्ये 5 चित्रे ▲ आहेत. 'नेहमी' साठी प्रत्येक चित्र ▲ हे 10 मुले दर्शविते. म्हणून 5 चित्रे $5 \times 10 = 50$ मुले दर्शवितात.

b. येथे 2 पूर्ण चित्रे ▲ $(2 \times 10 = 20)$ आहेत आणि अर्धे चित्र ◢ (10 चे अर्धे = 5) म्हणून 'केव्हातरी' रात्रीच्यावेळी कमीत कमी 9 तास झोपणारी मुले $(20+5) = 25$.

c. 'कधीही नाही' साठी 4 पूर्ण चित्रे आहेत. म्हणून $4x10 = 40$ ही रात्री कमीतकमी 9 तास न झोपणारी मुले आहेत. म्हणजेच ती नेहमी 9 तासापेक्षा कमी झोपतात.

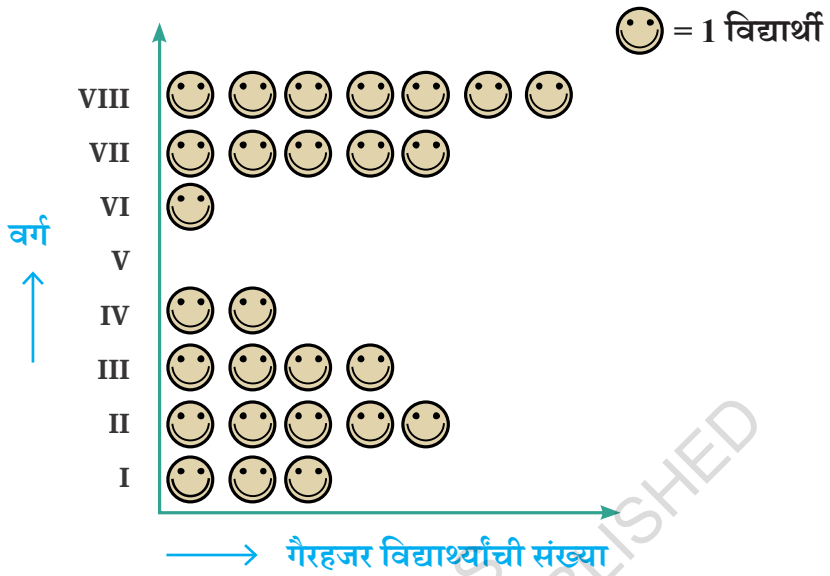
चित्रालेख रचणे:

एका दिवशी लखनपालनी प्रत्येक वर्गामध्ये किती विद्यार्थी गैरहजर आहेत याची माहिती संग्रहीत केली.

वर्ग	1	2	3	4	5	6	7	8
विद्यार्थ्यांची संख्या	3	5	4	2	0	1	5	7

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ही माहिती प्रसिध्द करण्यासाठी त्यांनी चित्रालेख काढला आणि चित्रालेखामध्ये 1 विद्यार्थी 🙂 असा दर्शविला.



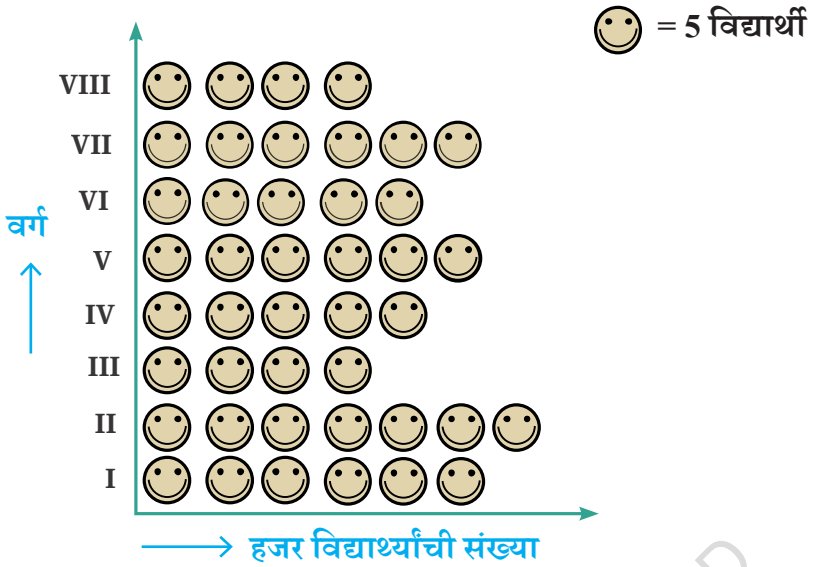
त्याचवेळी त्यांचे मित्र जरीना आणि संगिता यानी प्रत्येक वर्गात हजर असलेल्या विद्यार्थ्यांची माहिती संग्रहीत केली.

वर्ग	1	2	3	4	5	6	7	8
विद्यार्थ्यांची संख्या	30	35	20	25	30	25	30	20

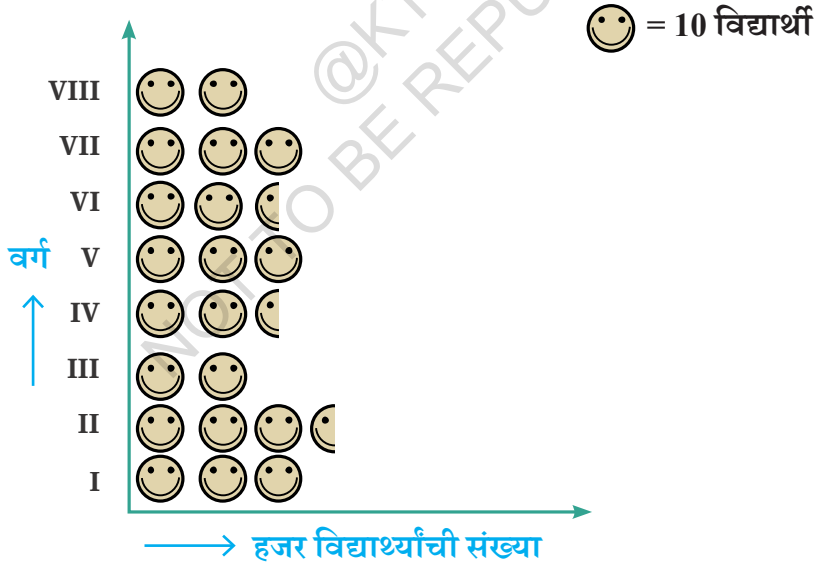
जर त्यांना चित्रालेखाद्वारे ही माहिती दाखवायची असेल तर लखनपाल प्रमाणेच तेसुद्धा प्रत्येक विद्यार्थी 🙂 या चिन्हाने दर्शवू शकतात का? त्यांना येथे कोणत्या प्रकारची आव्हाने पेलावी लागतात?

याचे विश्लेषण करण्यासाठी जरिनाने एक योजना केली. येथे जास्त विद्यार्थी असल्यामुळे तिने 5 - विद्यार्थी 🙂 या चिन्हाने दर्शविण्याचे ठरविले. तिला वाटते की यामुळे वेळ आणि जागेचीही बचत होईल.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



संगिताने 5 च्या ऐवजी 10 विद्यार्थ्यांसाठी ☺ हे चिन्ह वापरण्याचे ठरविले. तिने 10 विद्यार्थ्यांसाठी ☺ हे चिन्ह वापरले त्यामुळे तिला चित्रालेखमध्ये 25 विद्यार्थी आणि 35 विद्यार्थी दर्शविताना समस्या आली. नंतर तिच्या असे लक्षात आले की ती 5 विद्यार्थ्यांसाठी ☺ असे चिन्ह वापरु शकते.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* जर वर्गातील हजर विद्यार्थ्यांची संख्या 33 किंवा 27 असेल तर अशा प्रकारचा चित्रालेख काढताना कोणत्या समस्या येऊ शकतात?

* **चित्रालेख** ही माहिती दर्शविण्याची उत्तम दृष्यीय आणि सूचनात्मक पध्दत आहे. त्यामध्ये वस्तूंची चित्रे काढून ही माहिती दर्शविली जाते.

* चित्रालेख फक्त एकदा नजर टाकून प्रश्नांची उत्तरे आणि माहितीबद्दल निष्कर्ष काढण्यास मदत करतात. (वरील उदाहरणांमध्ये- आवडते खेळ, आवडते रंग, सर्वासामान्य वाहतूकीची साधने, गैरहजर विद्यार्थ्यांची संख्या इ.)

* चित्रालेखाचे निरीक्षण करून आम्ही वेगवेगळ्या वर्गाच्या वारंवारता क्षणात समजून घेऊ शकतो. (उदा. क्रिकेट, हॉकी इ.) आणि त्यांच्या वारंवारतेची तुलना करता येते.

* चित्रालेखामध्ये वर्गांची मांडणी क्षितीज (आडवी) किंवा उभी केली जाऊ शकते. प्रत्येक वर्गासाठी त्या वर्गाच्या वारंवारतेनुसार ठरवलेल्या स्तंभ किंवा ओळीमध्ये साधे चित्र किंवा चिन्हे काढली जातात.

* प्रत्येक चिन्ह किंवा चित्र काय दर्शविते हे **प्रमाण** किंवा **सूची** (उदा.  : 1 विद्यार्थी किंवा  : 5 विद्यार्थी) यामुळे समजते. प्रत्येक चिन्ह किंवा चित्र हे 1 एकक किंवा अनेक एकके दर्शवू शकते.

* जेव्हा माहितीचे प्रमाण खूप मोठे असते किंवा वारंवारता ही अचूकपणे प्रमाणाच्या किंवा सूचीच्या पटीत नसते तेव्हा चित्रालेख काढणे अधिक आव्हानात्मक होऊ शकते.

* शोधा पाहू

1. खालील चित्रालेख हा माध्यमिक शाळा गिन्नोरी येथील ग्रंथालयामधून विद्यार्थ्यांनी एका आठवड्यामध्ये घेतलेल्या पुस्तकांची संख्या दर्शवतो:

दिवस	घेतलेल्या पुस्तकांची संख्या  = 1 पुस्तक
सोमवार	
मंगळवार	
बुधवार	
गुरुवार	
शुक्रवार	
शनिवार	

a. कोणत्या दिवशी कमीतकमी पुस्तके घेतलेली आहेत?

b. आठवड्यामध्ये घेतलेल्या एकूण पुस्तकांची संख्या किती?

c. कोणत्या दिवशी जास्तीतजास्त संख्येने पुस्तके घेण्यात आली? त्याचे संभाव्य कारण काय असू शकेल?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. मगनभाई जामनगर मध्ये पतंगांची विक्री करतो. जवळच्या गावामधील सहा दुकानदार त्याच्याकडून पतंग खरेदी करतात. सहा दुकानदारांना त्याने विकलेल्या पतंगांची संख्या खाली दिलेली आहे.

दुकानदार	विकलेल्या पतंगाची संख्या
चमन	250
राणी	300
रुक्साना	100
जस्मीत	450
जेठा लाल	250
पूनम बेन	700

1 100 पतंग = ◇ हे चिन्ह वापरून चित्रालेख काढा. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

a. किती चिन्हे राणीने खरेदी केलेले पतंग दर्शवितात?

b. जास्तीत जास्त पतंग कोणी विकत घेतले?

c. जस्मीत किंवा चमन यापैकी कोणी जास्त पतंग खरेदी केले?

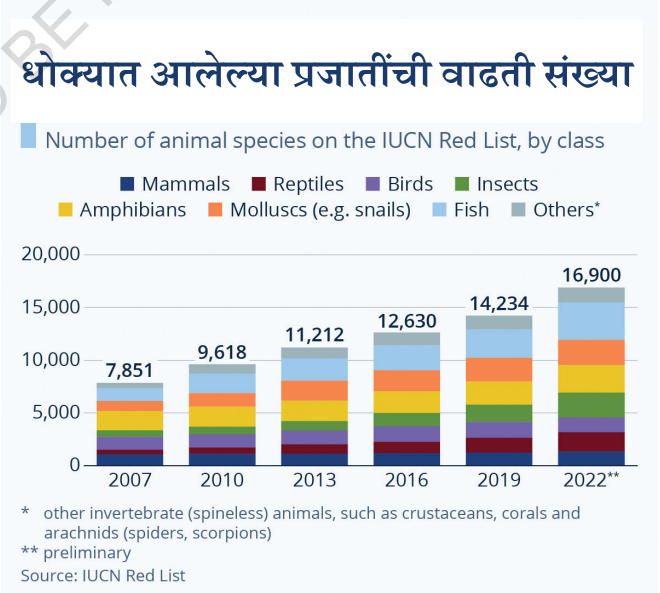
d. रुक्साना म्हणते की, पुनम बेनने राणीने खरेदी केलेल्या पतंगाच्या दुप्पटीपेक्षा जास्त पतंग खरेदी केले आहेत. तिचे बरोबर आहे का? का?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4.3 स्तंभालेख

दूरदर्शन किंवा वर्तमान पत्रामध्ये याप्रकारचा आलेख तुम्ही पाहिला आहे का?

चित्रालेखाप्रमाणेच **स्तंभालेख** सुद्धा विविध प्रकारच्या उच्चतम किंमती आणि किंमतीतील फरकातील तुलना इ. माहिती त्वरीत समजून घेण्यास आणि अर्थ लावण्यास मदत करू शकतात. तथापि, जेव्हा माहिती मोठ्या प्रमाणात असते तेव्हा चित्रालेखाने दर्शविणे जास्त वेळ घेणारेच नव्हे तर अडचणीचे सुद्धा असते. तेव्हा याऐवजी आपण स्तंभालेख वापरुन माहिती



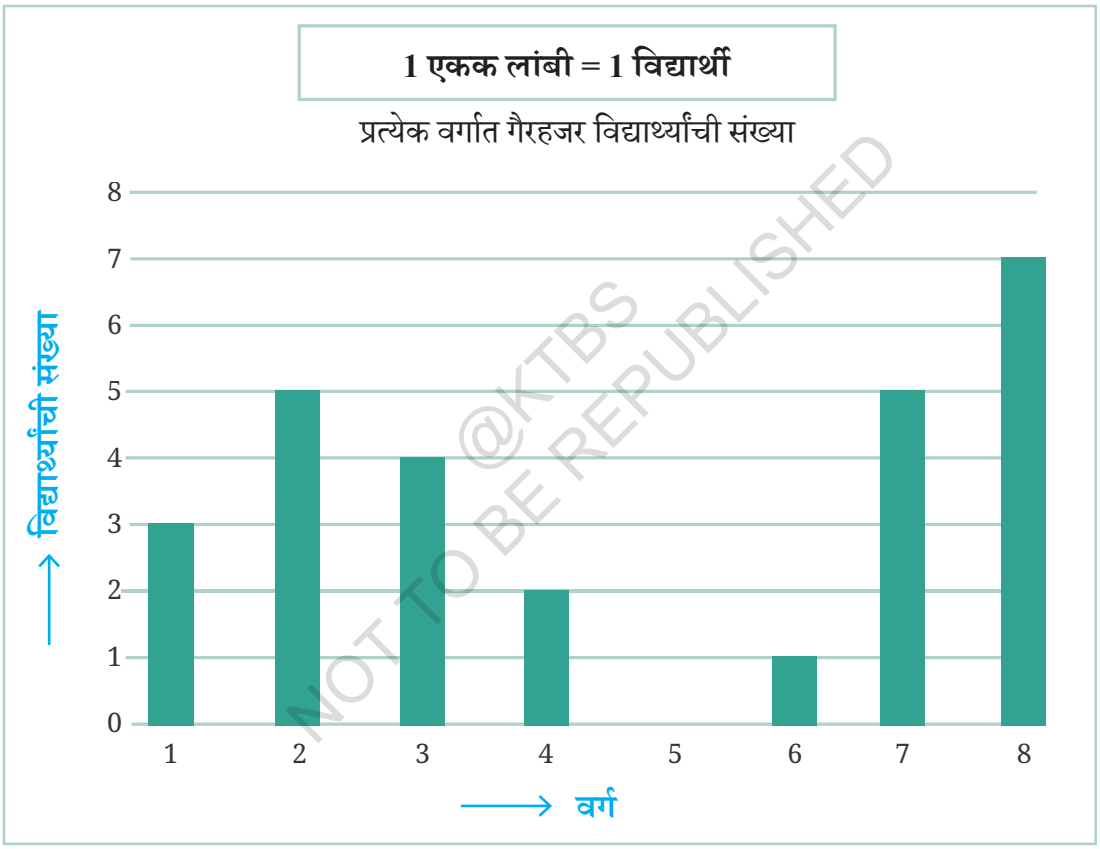
Source: https://www.statista.com/chart/17122/number-of-threatened-species-red-list/

कशी दर्शविली जाते ते पाहूया.

यापूर्वी लखनपालने एका दिवशी प्रत्येक वर्गात गैरहजर असलेल्या विद्यार्थ्यांच्या संख्येविषयीची माहिती संग्रहीत केली आहे ती आपण घेऊ.

वर्ग	1	2	3	4	5	6	7	8
विद्यार्थ्यांची संख्या	3	5	4	2	0	1	5	7

त्याने तीच माहिती स्तंभालेख वापरून दर्शविली :



शिक्षकांसाठी सूचना

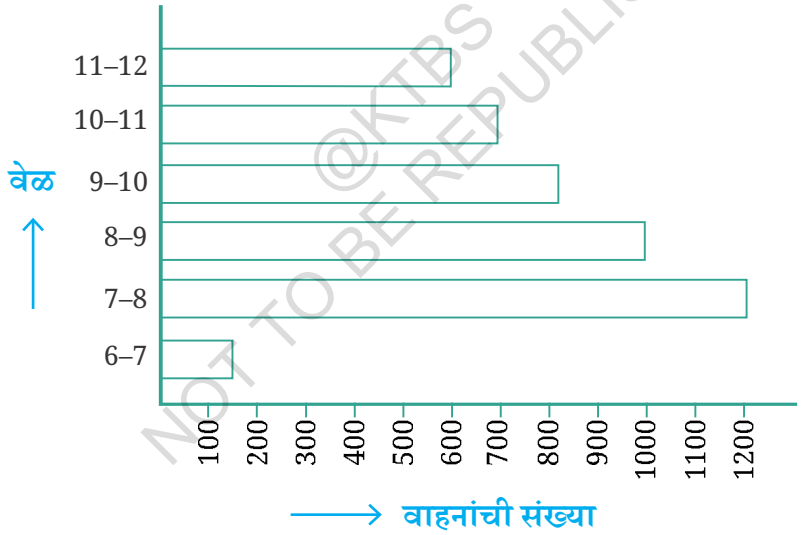
विद्यार्थ्यांच्या लक्षात आलेले नसेल तर, त्यांना समान अंतरावर असलेल्या आडव्या रेषा दाखवा. याचा अर्थ डावीकडील प्रत्येक क्रमवार जोडीमधील अंतर सारखेच आहे याचे स्पष्टीकरण द्या.

* स्तंभालेख वापरुन खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

1. त्या दिवशी इयत्ता 2 री च्या वर्गातील गैरहजर विद्यार्थ्यांची संख्या _____
2. कोणत्या वर्गात जास्तीत जास्त विद्यार्थी गैरहजर होते? _____
3. त्या दिवशी कोणत्या वर्गात सर्व विद्यार्थी हजर होते? _____

जेव्हा स्तंभालेख रचला जातो तेव्हा आडव्या किंवा उभ्या स्तंभामधील अंतर समान ठेवून समान जाडीचे स्तंभ रचले जातात. त्यानंतर प्रत्येक स्तंभाची लांबी किंवा उंची ही दिलेली संख्या दर्शविते. आपण चित्रालेखमध्ये पाहिले आहे की, जेव्हा वारंवारता जास्त मोठ्या असतात तेव्हा प्रमाण किंवा सूची वापरु शकतो.

चला एका विशिष्ट दिवशी वाहतूक नियंत्रण पोलीसाने दिल्लीमधील एका अत्यंत व्यस्त रस्त्याच्या चौकातील वाहनांच्या वर्दळीचा अभ्यास केला. ते उदाहरण पाहूया. सकाळी 6.00 वाजल्यापासून ते दुपारी 12.00 वाजेपर्यंत प्रत्येक तासाला चौकातून गेलेल्या वाहनांचा स्तंभालेख दाखविला आहे. एक एकक लांबी = 100 वाहने घेतली आहेत.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

आपण पाहू शकतो की, जास्तीत जास्त वाहनांची वर्दळ ही सर्वात मोठ्या स्तंभाने (आयताने) दर्शविली आहे. ती म्हणजे सकाळी 7-8 या वेळेत. त्यावेळेत साधारणत: 1200 वाहनांची वर्दळ असल्याचे स्तंभालेख दर्शवितो. दुसरा मोठ्यात मोठा स्तंभ सकाळी 8-9 या वेळेत आहे. त्यावेळेत 1000 वाहनांची वर्दळ होती. याचप्रमाणे सर्वात कमी वाहनांची गर्दी ही सर्वात लहान स्तंभाने दर्शविलेली आहे. तो म्हणजेच सकाळी 6-7 यावेळेत आहे. त्यावेळेच्या दरम्यान फक्त 150 वाहनांची वर्दळ होती. दुसरा लहान स्तंभ हा सकाळी 11 ते दुपारी 12 या वेळेत दिसून आला आहे. म्हणजेच यावेळेत सुमारे 600 वाहनांची वर्दळ होती.

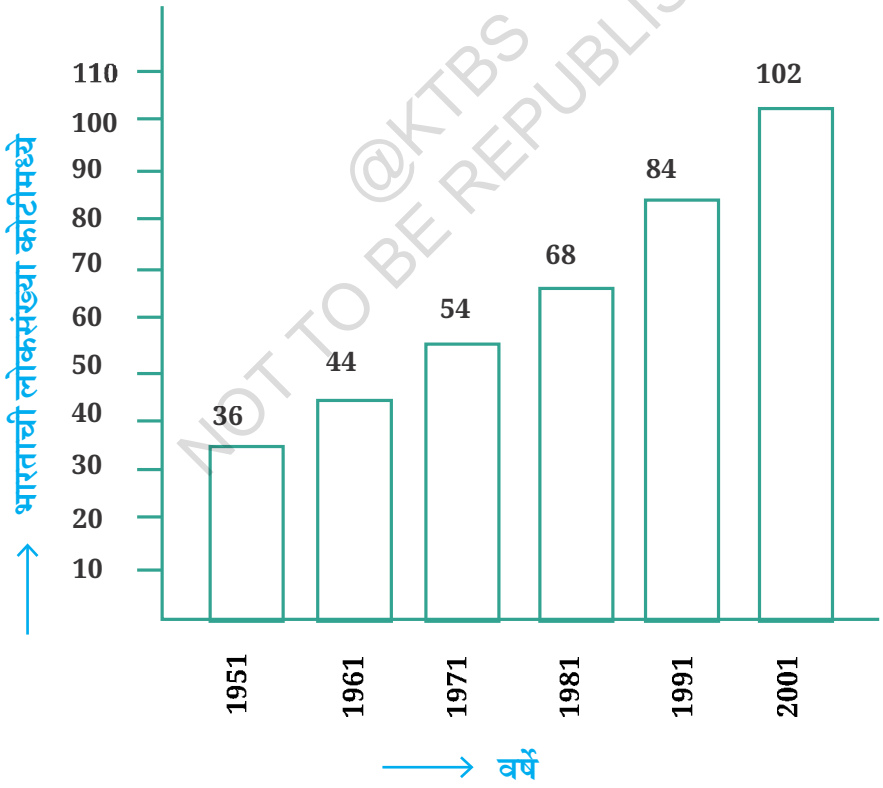
सकाळी 8.00 ते 10.00 या दोन तासादरम्यान 1000 + 800 = 1800 वाहने ओलांडून गेलेली आहेत ते स्तंभालेखाने दर्शविलेले आहे.

* शोधा पाहू

1. सकाळी 6.00 ते दुपारी 12.00 पर्यंत एकूण ओलांडून गेलेल्या वाहनांची संख्या किती?
2. सकाळी 6 ते 7 या वेळेत वाहनांची वर्दळ ही सकाळी 7 ते दुपारी 12.00 पर्यंतच्या वाहनांच्या वर्दळीपेक्षा कमी आहे असे तुम्हाला का वाटते?
3. तुम्हाला असे का वाटते की सकाळी 7 ते 8 या वेळेत वाहनांची वर्दळ सर्वात जास्त असते?
4. तुम्हाला असे का वाटते की वर्दळ सकाळी 8 नंतर प्रत्येक तासाला दुपारी 12.00 पर्यंत वाहनांची वर्दळ कमी-कमी होत जाते?

उदाहरण:

भारताची लोकसंख्या कोटीमध्ये



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

हा स्तंभालेख प्रत्येक 10 वर्षातील भारताची लोकसंख्या 50 वर्षाच्या कालावधीपर्यंत दर्शवितो. संख्या कोटीमध्ये दर्शविलेल्या आहेत. जर तुम्ही एक एकक लांबीला एक व्यक्ती असे दर्शविले तर स्तंभ रचणे कठीण जाते. त्यामुळे आम्ही 1 एकक हे प्रमाण 10 कोटी दर्शविते असे निवडू. या निवडीचा स्तंभालेख आकृतीमध्ये दर्शविला आहे. त्यामुळे 5 एकक लांबीचा स्तंभ 50 कोटी दर्शवितो आणि 8 एकक लांबी 80 कोटी दर्शविते.

* या स्तंभालेखावर आधारीत कोणते प्रश्न तुम्ही तुमच्या मित्राला विचारू शकाल?
* 50 वर्षाच्या काळात भारताच्या लोकसंख्येत कितीने वाढ झाली? प्रत्येक 10 वर्षात (दशकात) लोकसंख्या कितीने वाढली?

4.4 स्तंभालेखाची रचना

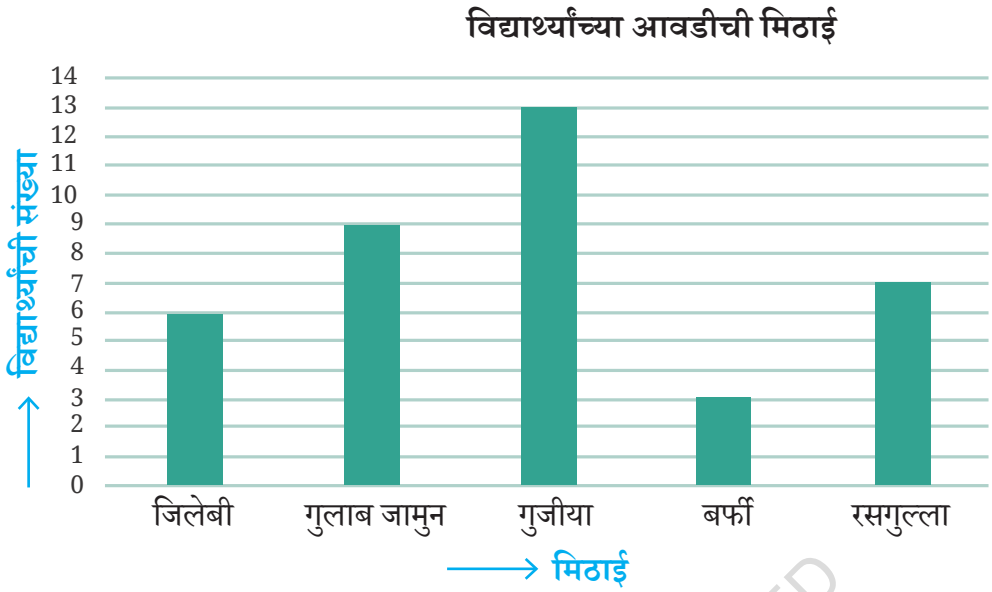
आधीच्या एका उदाहरणामध्ये श्री निलेश यांनी वर्गातील विद्यार्थ्यांच्या मिठाईच्या आवडीचे वारंवारता कोष्टक बनविले. आता आपण ही माहिती स्तंभालेखावर दर्शविण्याचा प्रयत्न करु.

1. प्रथम आपण आडव्या आणि उभ्या रेषा काढू. त्यांच्या वारंवारतेनुसार स्तंभांची लांबी वाढेल अशारितीने दोन स्तंभामधील अंतर समान घेऊन आडव्या रेषेवर मिठाईची नांवे लिहू आणि लंब रेषेवर विद्यार्थ्यांची संख्या दर्शविणारी वारंवारता लिहू.

मिठाई	विद्यार्थ्यांची संख्या
जिलेबी	6
गुलाब जामुन	9
गुजीया	13
बर्फी	3
रसगुल्ला	7

2. आम्हाला प्रमाण निवडावे लागेल. म्हणजेच आपल्या कागदावर स्तंभ योग्य प्रकारे यावा याकरीता स्तंभाच्या एकक लांबीने किती विद्यार्थी दर्शविले जातील हे निश्चित करणे. येथे आम्ही 1 एकक लांबीने एक विद्यार्थी दर्शवूया.
3. जिलेबी दर्शविण्यासाठी आपल्याला 6 एकक लांबीचा स्तंभ रचणे गरजेचे आहे (ती जिलेबी या मिठाईची वारंवारता आहे) याचप्रमाणे इतर मिठाईसाठी त्यांच्या वारंवारतेनुसार उंची घेऊन आपल्याला स्तंभाची रचना करावी लागेल.
4. म्हणून आम्हाला खालीलप्रमाणे दर्शविलेला स्तंभालेख मिळतो.

© MKTBS NOT TO BE REPUBLISHED



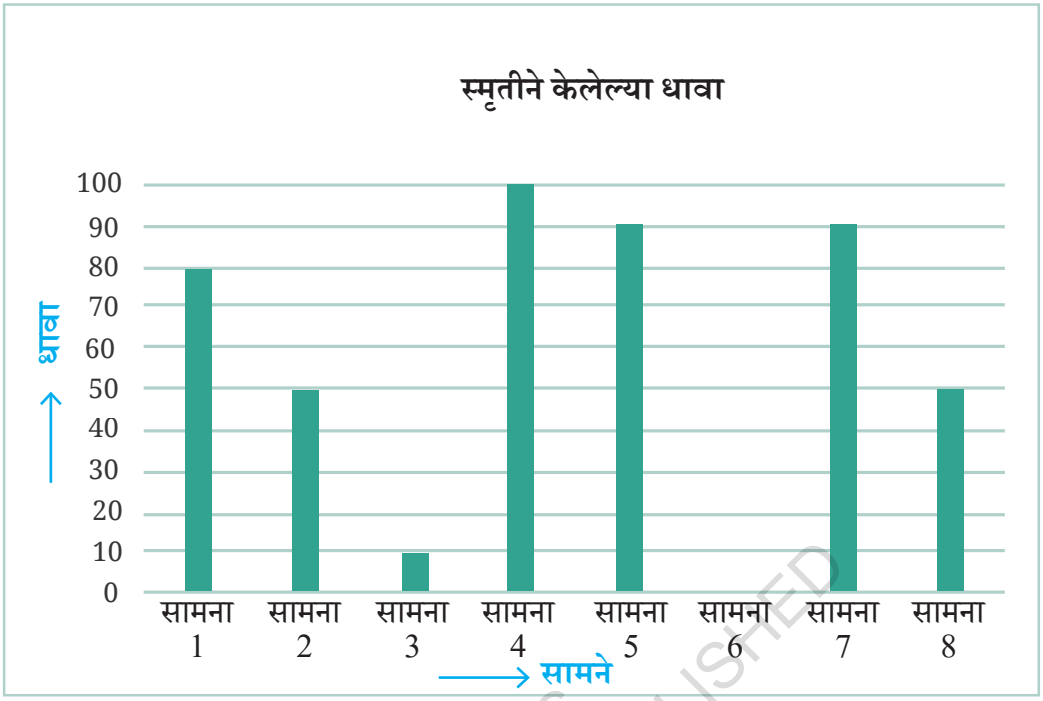
जेव्हा वारंवारता मोठ्या असतात तेव्हा आपल्याला 1 एकक लांबी = 1 संख्या (वारंवारता) हे प्रमाण वापरता येत नाही त्यावेळी ज्याप्रमाणे चित्रालेखामध्ये वेगवेगळे प्रमाण वापरले होते त्याप्रमाणे आपल्याला येथे सुद्धा निवड करावी लागते.

उदाहरण: स्मृतीने 8 सामन्यांमध्ये केलेल्या धावांची संख्या खालील कोष्टकामध्ये दिलेली आहे.

सामने	सामना 1	सामना 2	सामना 3	सामना 4	सामना 5	सामना 6	सामना 7	सामना 8
धावा	80	50	10	100	90	0	90	50

© IITBS NOT TO BE REPUBLISHED

या उदाहरणामध्ये कमीतकमी धावा 0 आणि जास्तीत जास्त धावा 100 आहेत. पहिल्या पायरीमध्ये 1 एकक लांबी = 1 धाव घेतली तर आपल्याला 0 पासून 100 धावापर्यंत लांब अंतर घ्यावे लागेल. जे अनावश्यक व कंटाळवाणे आहे. त्याऐवजी आपण 1 एकक लांबी = 10 धावा हे प्रमाण घेऊया. हे प्रमाण आपण उभ्या रेषेवर घेऊ आणि प्रत्येक सामन्यातील धावानुसार स्तंभ रचू. आपल्याला वरील माहितीचा खालीलप्रमाणे दर्शविलेला स्तंभालेख मिळतो.



उदाहरण: खालील कोष्टकामध्ये इम्रानच्या कुटुंबाचा विविध गोष्टींकरिता होणारा मासिक खर्च दिलेला आहे.

तपशील	खर्च (₹ मध्ये)
घर भाडे	3000
आहार	3400
शिक्षण	800
विद्युत	400
वाहतूक	600
इतर	1200

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ही माहिती स्तंभालेखामध्ये दर्शविण्याच्या पायऱ्या पुढीलप्रमाणे आहेत-

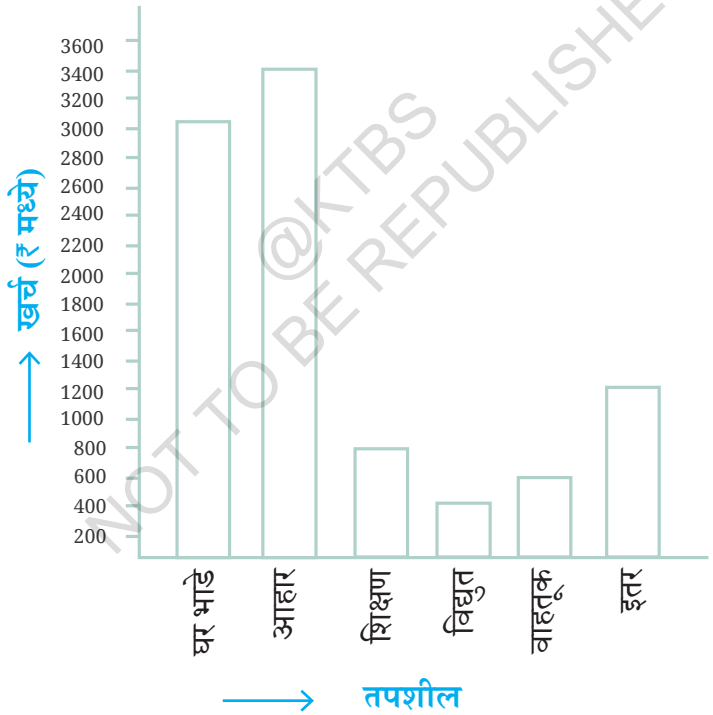
* दोन एकमेकाना लंब रेषा काढा एक आडवी आणि दुसरी उभी.
* आडव्या रेषेवर तपशिलाच्या खुणा समान अंतर ठेऊन घ्या आणि उभ्या रेषेवर त्या संबंधित वस्तूंचा खर्च योग्य प्रमाणात घ्या.
* एकमेकांमध्ये समान अंतर ठेवून समान जाडीचे स्तंभ काढा.

* उभ्या रेषेवर योग्य प्रमाणाची निवड करा. समजा 1 एकक लांबी = ₹ 200. त्यानंतर संबंधित किंमती (₹ 200, ₹ 400 इ.) प्रत्येक एकक लांबी दर्शविण्यासाठी खुणा करा.

शेवटी विविध वस्तूंकरीता आयताची लांबी (उंची) हिशेबाने खाली दाखविल्याप्रमाणे काढा.

घर भाडे	3000 ÷ 200	15 एकके
आहार	3400 ÷ 200	17 एकके
शिक्षण	800 ÷ 200	4 एकके
विद्युत	400 ÷ 200	2 एकके
वाहतूक	600 ÷ 200	3 एकके
इतर	1200 ÷ 200	6 एकके

वरील पायऱ्यानुसार मिळणारा स्तंभालेख असा आहे:



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* स्तंभालेखाचा उपयोग करून खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

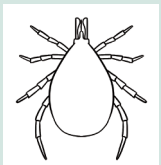
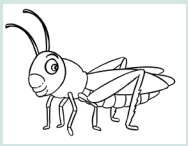
1. इम्रानचे कुटुंब सर्वात जास्त आणि दुसरा सर्वात जास्त खर्च कोणत्या गोष्टींवर करते?

2. विद्युतचा खर्च हा शिक्षणाच्या खर्चाच्या निम्मा आहे का?

3. शिक्षणाचा खर्च हा आहाराच्या खर्चाच्या एक चतुर्थांश आहे का?

शोधा पाहू

1. समंथाने चहाच्या बागेला भेट दिली आणि तिने तेथे पाहिलेल्या कीटक आणि कृमींची माहिती संग्रहीत केली. तिने संग्रहीत केलेली माहिती पुढीलप्रमाणे आहे.

				
माईट्स	**सुरवंटा**	**बिटल्स**	**फुलपांखरे**	**टोळ**
6	10	5	3	2

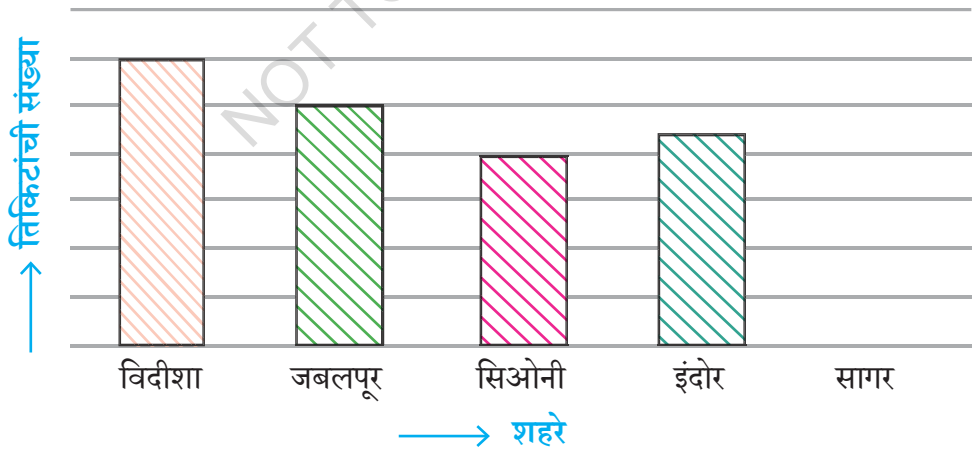
ही माहिती स्तंभालेखाने दर्शविण्यासाठी तिला मदत करा.

2. पूजाने भोपाळ रेल्वे स्टेशनवरून मध्य प्रदेशामधील काही शहरांसाठी केलेल्या तिकीट आरक्षण संख्येविषयी 2 तासाच्या कालावधीमधील माहिती संग्रहीत केली.

शहर	विदीशा	जबलपुर	सिओनी	इंदोर	सागर
तिकीटांची संख्या	24	20	16	28	16

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ही माहिती वापरून ती फळ्यावर स्तंभालेख काढून या माहितीची चर्चा विद्यार्थ्यांशी करणार होती. पण त्या आलेखाचा काही भाग कोणीतरी पुसला.



a) वरील स्तंभावरुन विदीशासाठी विक्री केलेल्या तिकिटांची संख्या लिहा.

b) वरील स्तंभावरुन जबलपूर शहरासाठी विक्री झालेल्या तिकिटांची संख्या लिहा.

c) विदिशा स्तंभ 6 एकक लांबीचा आणि जबलपूरचा स्तंभ 5 एकक लांबीचा आहे. तर या आलेखाचे प्रमाण कोणते?

d) सागरसाठी योग्य स्तंभ काढा.

e) स्तंभालेखासाठी उभ्या अक्षाला योग्य प्रमाण द्या.

f) या स्तंभालेखामध्ये सिओनी आणि इंदोर यांचे स्तंभ बरोबर आहेत का? जर बरोबर नसतील तर ते स्तंभ बरोबर काढा.

3. चिनूने आपल्या घरासमोरील रस्त्यावरून सकाळी 9 ते 10 या वेळेत गेलेल्या वाहनांची यादी बनविली:

मोटर सायकल	कारगाडी	मोटर सायकल	बस	मोटर सायकल	मोटर सायकल
मोटर सायकल	रिक्षा	सायकल	बैलगाडी	सायकल	रिक्षा
कारगाडी	स्कूटर	कारगाडी	रिक्षा	सायकल	मोटर सायकल
कारगाडी	रिक्षा	मोटर सायकल	स्कूटर	मोटर सायकल	कारगाडी
सायकल	स्कूटर	सायकल	स्कूटर	मोटर सायकल	बस
रिक्षा	रिक्षा	मोटर सायकल	सायकल	बस	मोटर सायकल
सायकल	स्कूटर	बस	स्कूटर	रिक्षा	मोटर सायकल
स्कूटर	सायकल	मोटर सायकल	बैलगाडी	रिक्षा	स्कूटर
कारगाडी	स्कूटर				

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

a) या माहितीचे वारंवारता वितरण कोष्टक तयार करा.

b) जास्तीत जास्त वापरलेले वाहतूकीचे साधन कोणते?

c) जर तुम्ही माहिती जमा करत असाल तर ती तुम्ही कशी केली असती? पायऱ्या किंवा प्रक्रिया लिहा.

4. एक फासा 30 वेळा फेका आणि प्रत्येक वेळी मिळालेल्या संख्येची नोंद करा. गणती खुणांचा उपयोग करून वारंवारता वितरण कोष्टक तयार करा. येणाऱ्या संख्या शोधा.

a) कमीतकमी वेळा येणाऱ्या संख्या.

b) जास्तीत जास्त वेळा येणाऱ्या संख्या.

c) समानरित्या येणाऱ्या संख्या

5. जसप्रित बुमराहने शेवटच्या 30 सामन्यात घेतलेल्या बळींच्या संख्येची माहिती खालील वारंवारता वितरण कोष्टकामध्ये दिलेली आहे.

घेतलेले बळी	सामन्यांची संख्या
0	2
1	4
2	6
3	8
4	3
5	5
6	1
7	1

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

a) हे कोष्टक कोणती माहिती देते?

b) या कोष्टकाचा शिर्षक कोणता असेल?

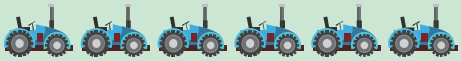
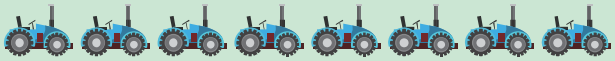
c) या कोष्टकातील कोणत्या गोष्टीकडे तुमचे लक्ष जाते?

d) बुमराहने किती सामन्यामध्ये 4 बळी मिळविले आहेत?

e) मयंक म्हणतो की "जर तुम्हाला बुमराहने 30 सामन्यात घेतलेल्या बळींची संख्या जाणून घ्यायची असेल तर तुम्हाला 0,1, 2, 3, 4, ... 7 पर्यंतच्या संख्यांची बेरीज करावी लागेल." या पध्दतीने मयंकला एकूण घेतलेल्या बळींची संख्या मिळेल का? का?

(f) या कोष्टकाचा उपयोग करून शेवटच्या 30 सामन्यामध्ये बुमराहने घेतलेल्या एकूण बळींची संख्या तुम्हाला मिळेल का?

6. खालील चित्रालेख हा 5 वेगवेगळ्या खेड्यांमध्ये असलेल्या ट्रॅक्टरची संख्या दर्शवितो.

खेडी	ट्रॅक्टरची संख्या = 1 ट्रॅक्टर
A खेडे	
B खेडे	
C खेडे	
D खेडे	
E खेडे	

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

चित्रालेखाचे निरीक्षण करा आणि खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

(a) कोणत्या खेड्यात ट्रॅक्टरची संख्या कमी आहे?

(b) सर्वात जास्त ट्रॅक्टर असलेले खेडे कोणते?

(c) खेडे C कडे खेडे B पेक्षा किती ट्रॅक्टर जास्त आहेत?

(d) "कोमल म्हणते की खेडे D कडे असलेल्या ट्रॅक्टरची संख्या खेडे E कडे असलेल्या ट्रॅक्टरच्या संख्येच्या निम्मी आहे". तिचे बरोबर आहे का?

7. एका शाळेतील प्रत्येक वर्गात असलेल्या मुलींची संख्या चित्रालेखाने चित्रीत केली आहे.

वर्ग	मुलींची संख्या = 4 मुली
1	
2	

3	
4	
5	
6	
7	
8	

चित्रालेखाचे निरीक्षण करा आणि खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

a) कोणत्या वर्गामध्ये मुलींची संख्या सर्वात कमी आहे?

b) इयत्ता 5 वी आणि 6 वी च्या वर्गातील मुलींच्या संख्येमधील फरक किती?

c) जर इयत्ता 2 री मध्ये आणखी 2 मुलींनी प्रवेश मिळविला असेल तर आलेख कसा बदलेल?

d) इयत्ता 7 वी मध्ये किती मुली आहेत?

8. मुधोळ हौंड (भारतीय जातीचा कुत्रा) हे उत्तर कर्नाटकाच्या बागलकोट आणि विजयपूर जिल्ह्यांमध्ये मोठ्या प्रमाणात आढळतात. सरकारने या जातीला संरक्षण देण्यासाठी सुरुवात केली असून ज्यांनी या कुत्र्यांना दत्तक घेतले आहे त्यांना मदत करण्याचे ठरविले आहे. त्यामुळे या कुत्र्यांची संख्या वाढली आहे. कर्नाटकाच्या सहा खेड्यामधील मुधोळ जातीची कुत्रे खालील प्रमाणे आहेत.

A खेडे : 18, B खेडे : 36, C खेडे : 12, D खेडे : 48

E खेडे : 18, F खेडे : 24

चित्रालेख तयार करा आणि खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

a) चित्रालेख काढण्यासाठी उपयुक्त प्रमाण किंवा सूची कोणती?

b) B - खेड्यातील कुत्रे दर्शविण्यासाठी किती चिन्हे वापरावी लागतील?

c) कामिनी म्हणाली की खेडे - B आणि खेडे - D यामधील कुत्र्यांची संख्या इतर 4 खेड्यामधील कुत्र्यांच्या संख्येपेक्षा जास्त आहे. तिचे बरोबर आहे का? तुमच्या उत्तराचे कारण सांगा.

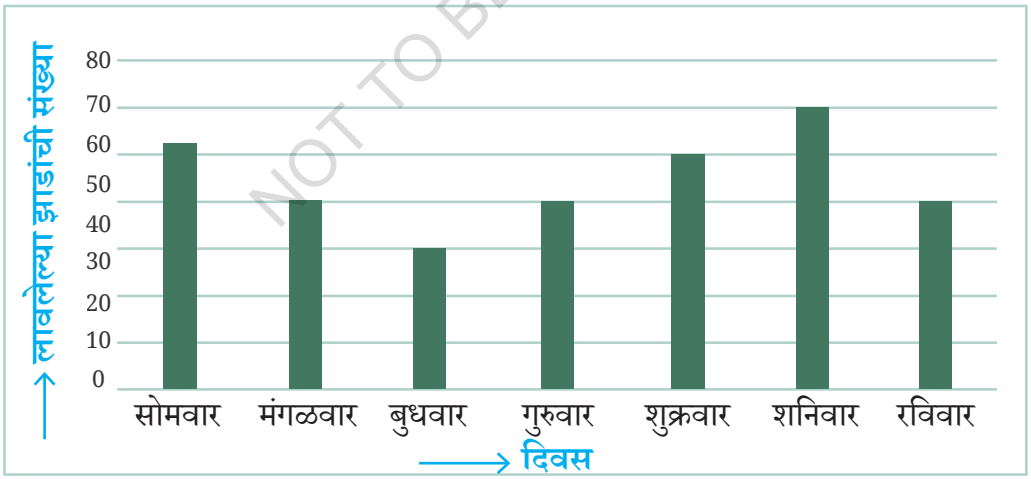
© KSTBB NOT TO BE REPUBLISHED

9. आपल्या मोकळ्या वेळेत कोणती कृती विद्यार्थी करतात हे पाहण्यासाठी 120 शालेय विद्यार्थ्यांचे सर्वेक्षण करण्यात आले.

केलेली कृती	विद्यार्थ्यांची संख्या
खेळणे	45
गोष्टीची पुस्तके वाचणे	30
दूरदर्शन पाहणे	20
गाणे ऐकणे	10
रंगकाम करणे	15

1 एकक लांबी = 5 विद्यार्थी हे प्रमाण घेऊन वरील स्पष्टीकरण करणारा स्तंभालेख रचा. खेळण्याव्यतिरिक्त मुले कोणती कृती जास्तीत जास्त करतात?

10. जुलैच्या पहिल्या आठवड्याच्या दरम्यान प्राथमिक शाळेतील विद्यार्थी आणि शिक्षकांनी शाळेच्या आवारात आणि खेड्याच्या सभोवताली काही वनस्पतींची रोपे लावण्याचे निश्चित केले. लावलेल्या झाडांची सविस्तर माहिती खालीलप्रमाणे आहे-



a) बुधवार आणि गुरुवार या दोन दिवसात लावलेल्या झाडांची संख्या _____ ही आहे.

b) संपूर्ण आठवड्यामध्ये लावलेल्या झाडांची संख्या _____ ही आहे.

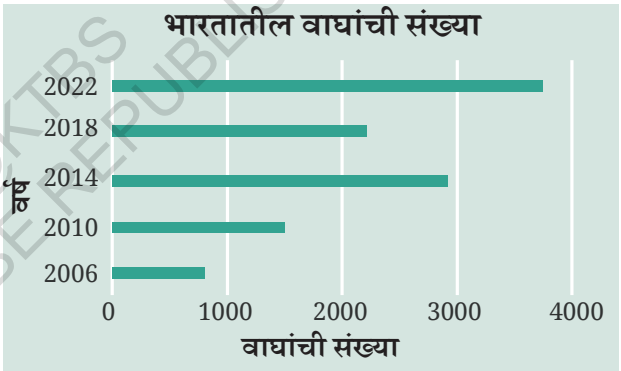
©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

c) सर्वात जास्त झाडे लावलेला दिवस _____ आणि सर्वात कमी झाडे लावलेला दिवस_____

ही बाब विचार करण्यासारखी आहे असे तुम्हाला का वाटते? आठवड्याच्या ठराविक दिवशी जास्तीत जास्त झाडे लावली गेलीत आणि इतर दिवशी कमी असे तुम्हाला का वाटते? शक्य असलेल्या स्पष्टीकरणाचा किंवा कारणांचा तुम्ही विचार करु शकता का? तुमचे स्पष्टीकरण बरोबर आहे की नाही याचा शोध तुम्ही कसा घ्याल?

11. 1900 ते 1970 या काळात भारतातील वाघांची संख्या अत्यंत कमी होत गेली. 1973 मध्ये भारतातील वाघांचा मागोवा घेण्यासाठी आणि वाघाना संरक्षण देण्यासाठी व्याघ्र प्रकल्प राबविण्यात आला. 2006 मध्ये प्रारंभ करून भारतातील वाघांच्या अचूक संख्येची नोंद ठेवण्यात आली. शगुप्ता आणि दिव्या यांनी 2006 पासून 2022 पर्यंत 4 वर्षांच्या कालांतराने वाघांच्या संख्येबद्दल संपूर्ण माहिती मिळविली. त्यांनी या माहितीचे वारंवारता कोष्टक तयार केले आणि स्तंभालेखानी ही माहिती दर्शविली; परंतु त्या आलेखामध्ये काही चुका आहेत. त्या चुका शोधुन तुम्ही त्या दुरुस्त करू शकाल का?

वर्ष	वाघांची संख्या (अंदाजे)
2006	1400
2010	1700
2014	2200
2018	3000
2022	3700



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* चित्रालेखाप्रमाणेच स्तंभालेख सुद्धा माहिती उत्तम प्रकारे दर्शविण्याचा दृश्यात्मक मार्ग देतात. ते समान अंतरावरील प्रत्येकी समान जाडीच्या स्तंभाद्वारे माहिती दर्शविली जाते. जेथे स्तंभाची लांबी किंवा उंची ही वेगवेगळ्या गटांची वारंवारता दर्शविते.
* प्रत्येक गट हा स्तंभाने दर्शवितात, जेथे संबंधित वारंवारता (उदा. दर) किंवा प्रमाण (उदा. धावा) लांबी किंवा उंचीने दर्शविले जाते.
* दोन स्तंभामधील अंतर समान असते, त्यामुळे ते मुक्त असून समान गटाचे प्रतिनिधित्व करतात हे कळते.
* वारंवारता कोष्टकापेक्षा स्तंभ हे माहितीचे विश्लेषण जलदपणे करतात. स्तंभालेख पाहून आपण वेगवेगळ्या गटांच्या वारंवारतेची तुलना लगेच करु शकतो.

* स्तंभालेख काढताना आपल्याला प्रमाण ठरवावे लागते. (उदा. 1 एकक लांबी = 1 विद्यार्थी किंवा 1 एकक लांबी = ₹ 200) हे प्रमाण किमान आणि कमाल वारंवारतेच्या आधारावर असते. त्यामुळे आवश्यक स्तंभालेख कागदावर नीट बसतो आणि आकर्षक दिसतो. प्रमाणानुसार एकक लांबी घेत असताना 0 पासून खुणा करण्यास सुरुवात केली पाहिजे.

शिक्षकांसाठी सूचना

या प्रकरणाचा मुख्य उद्देश हा माहिती कशी हाताळावी याचे अध्ययन करून विशेष प्रश्नांची उत्तरे किंवा समस्यांचा शोध घेणे, सिद्धांत तपासणे किंवा विशेष निर्णय घेणे हा आहे. माहितीचे संकलन, वर्गीकरण आणि विश्लेषण करणे यासाठी सरावाच्या संधी देताना विशेष लक्ष दिले पाहिजे.

4.5 कलात्मक आणि सौंदर्यात्मक विचार

मागील विभागात स्पष्ट केलेल्या टप्प्यांव्यतिरिक्त माहितीचे दृष्यीय प्रदर्शन तयार करताना काही कलात्मक आणि सौंदर्यात्मक बाबी देखील विचारात घ्याव्या लागतात. त्यामुळे ते अधिक रंजक आणि प्रभावी बनते. सर्वप्रथम माहितीचे चित्रालेख किंवा स्तंभालेखाद्वारे प्रदर्शन करताना आलेख ठराविक जागेत बसला पाहिजे . हे योग्य प्रमाण निवडून नियंत्रित करता येते, जसे आपण आधी पाहिले आहे. माहितीचे सादरीकरण पाहण्यास आकर्षक आणि समजण्यास सोपे असावे, जेणेकरून प्रेक्षकांना दिलेली माहिती नीट समजेल व ते माहितीची प्रशंसा करतील.

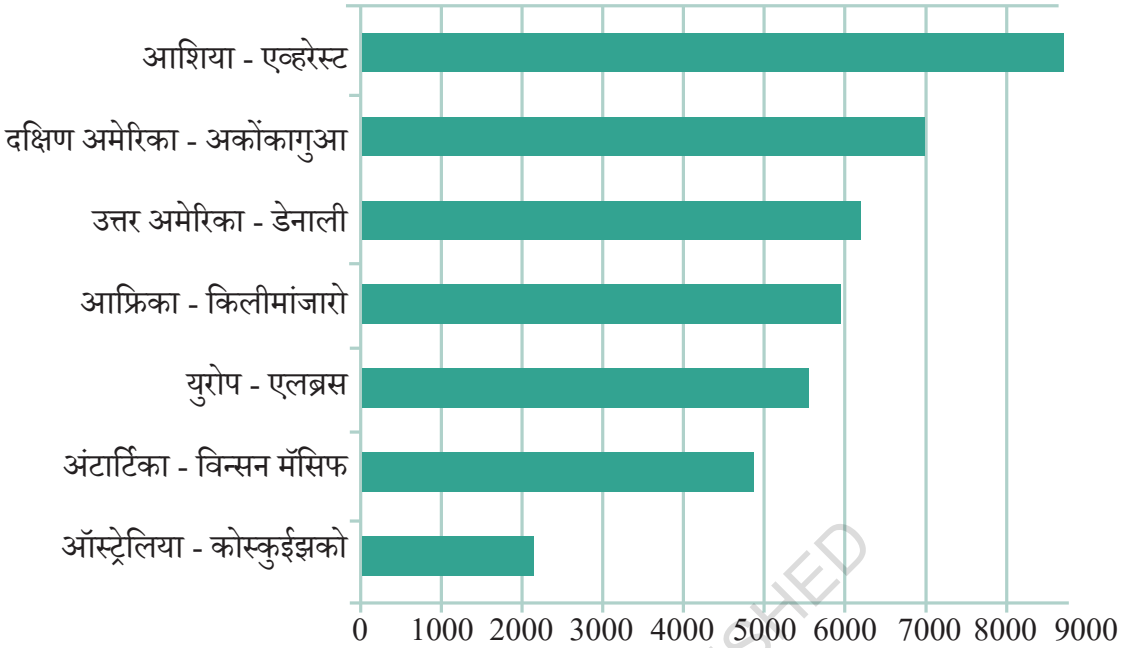
© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

येथे एक उदाहरण पाहूया. येथे प्रत्येक खंडातील सर्वात उंच पर्वत शिखराचे नांव त्याच्या उंचीसह कोष्टकामध्ये दिलेले आहे.

खंड	आशिया	दक्षिण अमेरिका	उत्तर अमेरिका	आफ्रिका	युरोप	अंटार्टिका	ऑस्ट्रेलिया
उंच पर्वत	एव्हरेस्ट	अकोंकागुआ	डेनाली	किलीमां-जारो	एल्ब्रस	विन्सन मॅसिफ	कॉस्कुईझको
उंची	8848 मी.	6962 मी.	6194 मी.	5895 मी.	5642 मी.	4892 मी.	2228 मी.

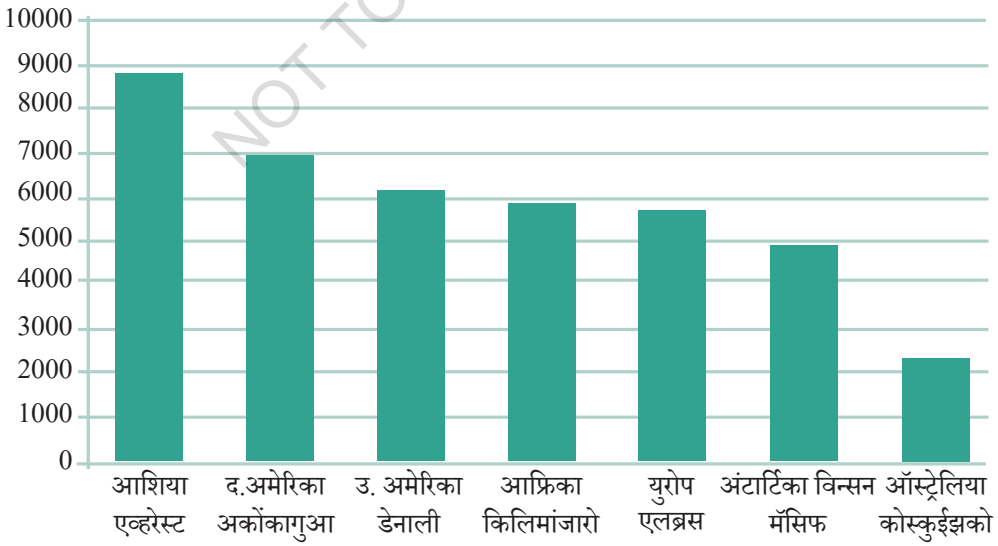
माउंट एव्हरेस्ट हे माऊंट कॉस्कुईझकोपेक्षा किती उंच आहे? माऊंट डेनाली आणि माऊंट किलीमांजारो यांच्या उंचीत खूप फरक आहे का? मोठ्या कोष्टकातील संख्येवरून हे सहजपणे समजणे सोपे नाही.

यापूर्वी आपण पाहिले आहे की, पुढे दर्शविल्याप्रमाणे संख्यांच्या कोष्टकाचे आम्ही स्तंभालेखामध्ये रुपांतर करु शकतो. येथे प्रत्येक किंमत ही आडव्या आयाताने दाखविली जाते. त्या संख्येनुसार ते लांब किंवा आखूड असतात. यामुळे सर्व पर्वतांच्या उंचीची एकाच नजरेत तुलना करण्यास सोपे होते.



तथापि, आयत हे उंची दर्शवितात म्हणून जर आपण चित्र फिरविले तर ते दृष्य प्रभावी आणि अति उत्तम होते. त्यामुळे स्तंभ पर्वतासारखे लंब रूपात उंच होतात. स्तंभालेखाचे लंब रुपात खांब असतात म्हणून त्याला स्तंभालेख म्हणतात. स्तंभ हे इमारतीचे खांब आहेत जे छप्पराला धरुन ठेवतात.

आपल्या उंच पर्वतांच्या कोष्टकाचा स्तंभालेख खालीलप्रमाणे दिलेला आहे. या स्तंभालेखाच्या मदतीने पर्वतांच्या उंचीचे दृष्यरूप आणि तुलना करणे खूप सोपे होते.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

सर्वसाधारणपणे जमिनीपासून वरील दिशेने मोजल्या जाणाऱ्या उंचीचे प्रतिनिधीत्व करणारे स्तंभ अत्यंत सोपे, सूचक आणि दिसण्यास आकर्षक असतात. त्याचप्रमाणे जमिनीला समांतर असलेली लांबी (उदा. पृथ्वीवरील दोन ठिकाणांमधील अंतर) सामान्यतः आडव्या आयताकार स्तंभानी दर्शविणे अधिक योग्य असते.

* शोधा पाहू

1. जर तुम्हाला तुमच्या शाळेतील प्रत्येक वर्गातील सर्वात उंच विद्यार्थाच्या उंचीची माहिती दृष्यरुपात दर्शवायची असेल तर तुम्ही उभे स्तंभ की आडवे आयत वापरुन दर्शवाल का? का?

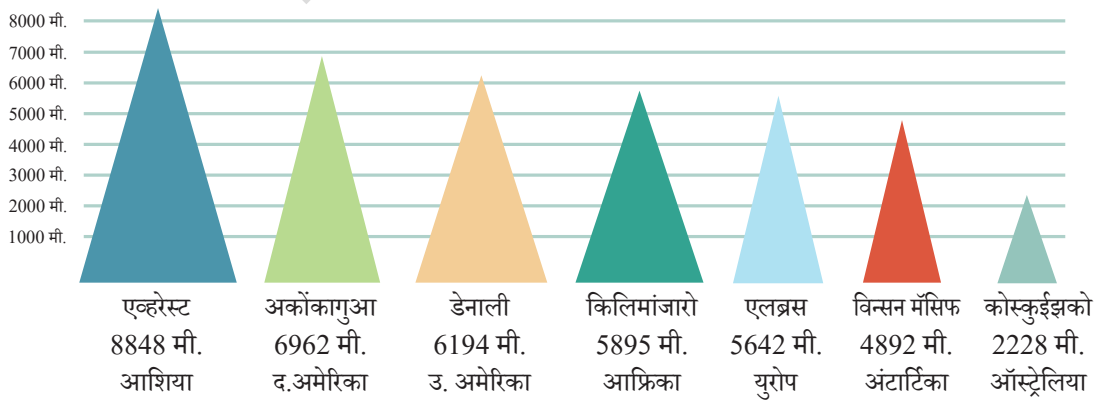
2. जर तुम्ही प्रत्येक खंडातील सर्वात लांब नद्याचे कोष्टक बनवत असाल तर स्तंभालेखाच्या उभ्या स्तंभानी की आडव्या आयतांनी दर्शविण्यास प्राधान्य द्याल? का? शोधण्याचा प्रयत्न करा.. ही माहिती आणि संबंधित कोष्टकाचा आलेख काढा. कोणत्या खंडामध्ये सर्वात लांब नद्या आहेत?

* माहिती चित्रालेख (Infographics) :

जेव्हा माहितीची दृष्यीयता जसे की स्तंभालेख अधिक विस्तृत कलात्मक आणि दृष्यीयतेने सुशोभित केले जातात तेव्हा त्यांना **माहितीचा चित्रालेख** किंवा **माहिती आलेख** असे म्हणतात. माहिती आलेखाचे मुख्य उद्दिष्ट लक्ष वेधून घेणाऱ्या आणि आकर्षक दृष्यांचा वापर करून माहिती अधिक स्पष्टपणे संपर्कात आणि जलदपणे सुंदर दृश्यरूपात सादर करणे हा आहे.

माहिती आलेखाची माहिती अधिक प्रभावीपणे दाखविण्यासाठी कसा वापर केला जाऊ शकतो याचे उदाहरण म्हणून आपण प्रत्येक खंडातील सर्वात उंच पर्वत सुचीबध्द केलेल्या वरील कोष्टकाकडे पुन्हा पाहूया. पर्वत अधिक ठळक होण्यासाठी आम्ही आडव्या स्तंभाच्या ठिकाणी उभे स्तंभ दर्शविले आहेत. परंतु जर आपण आयताऐवजी त्रिकोणांचा वापर केला तर ते थोडेफार पर्वतासारखे दिसतात आणि आपण त्यांना रंग सुध्दा वापरु शकतो. त्याचे परिणाम पुढे दाखविले आहेत.

© KSTB NOT TO BE REPUBLISHED

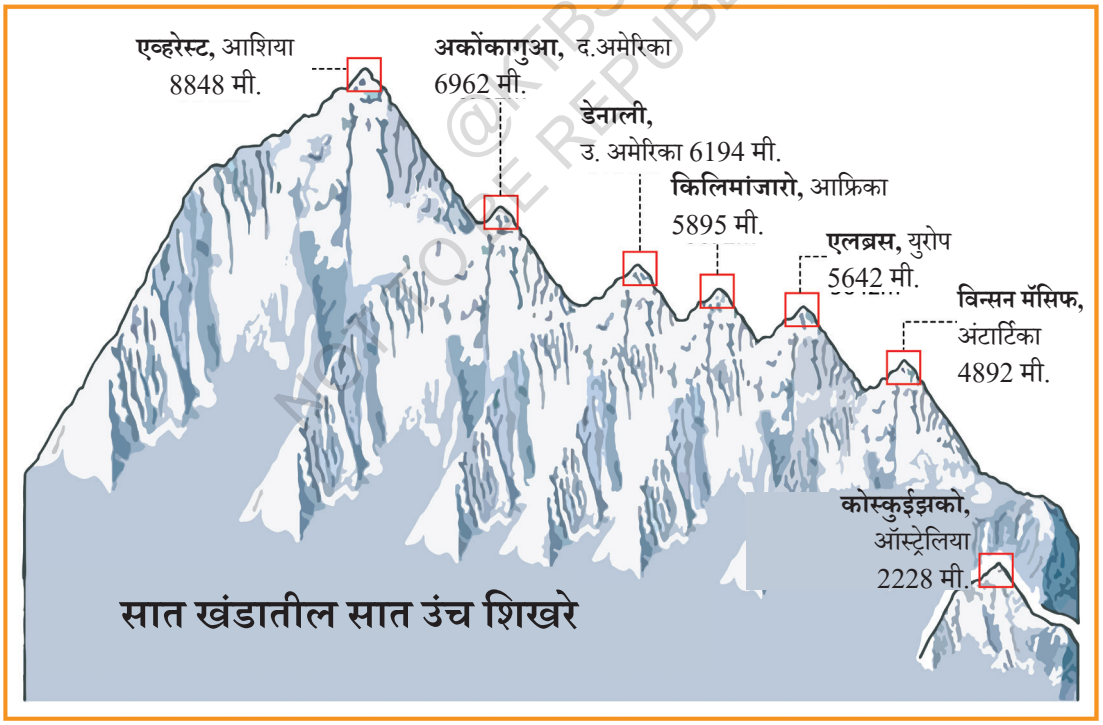


पाहताक्षणी माहितीलेख अधिक आकर्षक आणि सूचक असू शकतात. तरीसुद्धा यामध्ये काही दोष किंवा समस्या आहेत. आधी स्तंभालेखाचे ध्येय विविध पर्वतांना योग्य उंची आणि समान जाडीने स्तंभरुपात दर्शविणे हे होते. आयतांची रुंदी समान ठेवण्याचा उद्देश असा होता की आम्ही फक्त त्यांच्या उंचीची तुलना करतो आहे; परंतु माहिती आलेखामध्ये उंच त्रिकोण जास्त रुंदाही दाखविले आहेत. उंच पर्वत हे नेहमीच रुंद असतात का? असे नाही. माहितीलेख अतिरिक्त माहिती प्रदान करतात की जी दिशाभूल करणारी असू शकते आणि ती बरोबरच असेल असे नाही. काही वेळेला अधिक आकर्षक चित्रे बनविण्याच्या प्रयत्नात चुकून आपली दिशाभूल केली जाऊ शकते.

ही युक्ती घेऊन पुढे चित्रे अधिक सूचक, प्रभावी आणि आकर्षक बनविण्यासाठी आम्ही परत पर्वतांचा आकार बदलून ते पर्वतासारखेच दिसतील असे इतर बदल करून त्यांची उंची तिच राखली आहे. उदाहरणार्थ. आम्ही पर्वत श्रेणींची अशी कल्पना करू की ज्यामध्ये हे सर्व पर्वत आहेत.

खाली दिलेला माहितीलेख हा आयताकृती स्तंभ समान जाडी घेऊन केलेल्या स्तंभालेखापेक्षा उत्तम आहे का? पर्वत अगदी खऱ्या पर्वतासारखेच वाटतात परंतु हे चित्र अचूक आहे का?

उदाहरणार्थ एव्हरेस्ट हा एलब्रसपेक्षा दुप्पटीने उंच वाटतो.



© MSCERT NOT TO BE REPUBLISHED

5642 × 2 = ?

माहिती प्रभावी आणि आकर्षक बनविण्यासाठी आपल्याला काळजीसुद्धा घ्यावी लागणार आहे की जी चित्रे आपण काढतो ती घटनेविषयी चुकीची माहिती तर देत नाहीत. सामान्यपणे माहिती लेखामध्ये तयार करताना किंवा माहिती आलेख वाचन करत असताना प्रेक्षकाना चूकीची माहिती तर देत नाहीत आणि स्वतःची सुध्दा दिशाभूल होत नाही याकडे लक्ष द्यावे.

सारांश

* घटना, संख्या, मापे, निरीक्षणे आणि इतर वस्तूबद्दलच्या वर्णनाचे सविस्तर वृत्तांत त्याला **माहिती** असे म्हणतात.
* विश लेषण आणि वर्णन करण्यास सोपे होईल अशापद्धतीने गणती खुणा वापरून माहिती कोष्टकामध्ये वर्गीकृत केली जाऊ शकते.
* **वारंवारता** ही आढळून येणाऱ्या किंमती, मापे किंवा निरीक्षणे यांची मापे आहेत.
* **चित्रालेख** हे माहिती चित्र, वस्तू किंवा वस्तूंचे भाग या स्वरुपात दर्शवितात. प्रत्येक चित्र हे वारंवारता दर्शविते जी 1 किवा 1 पेक्षा जास्त असते. त्याला **प्रमाण** असे म्हणतात. आणि हे नमुद करावे लागते.
* **स्तंभालेखा**मध्ये एकसमान जाडीचे स्तंभ असून एकूण आढळून येणारी वारंवारता ही लांबी किंवा उंची असते. वारंवारतेची लांबी / उंची **प्रमाण** वापरुन रुपांतरीत केली जाते पुन्हा याची सुद्धा नोंद करावी लागते.
* माहिती अचूकपणे आणि प्रभावीपणे व्यक्त करण्यासाठी आणि दिसायला आकर्षक बनविण्याकरिता चित्रालेखामध्ये योग्य प्रमाणाची निवड करणे महत्वाचे आहे.
* आलेखाचे इतर पैलू देखील त्यांच्या प्रभावावर योगदान देतात आणि दृष्यीय प्रभाव जसे की रंग कसे वापरले, कोणती संबंधित चित्रे आहेत आणि स्तंभ आडवे की उभे आहेत. माहिती हाताळणे आणि सादरीकरण करण्याच्या या गोष्टी कलात्मक आणि सौंदर्यात्मक बाजू आहेत.
* तथापि, माहितीचे दृष्यरूप अति मोहक बनविल्याने कधी कधी चूकीच्या कल्पना पोहोचतात.
* चित्रालेख आणि स्तंभालेख यांचे अचूकपणे वाचन करून आपण जलदपणे माहितीचे सादरीकरण करण्याविषयी समजून घेऊन संदर्भ काढू शकतो.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

*****

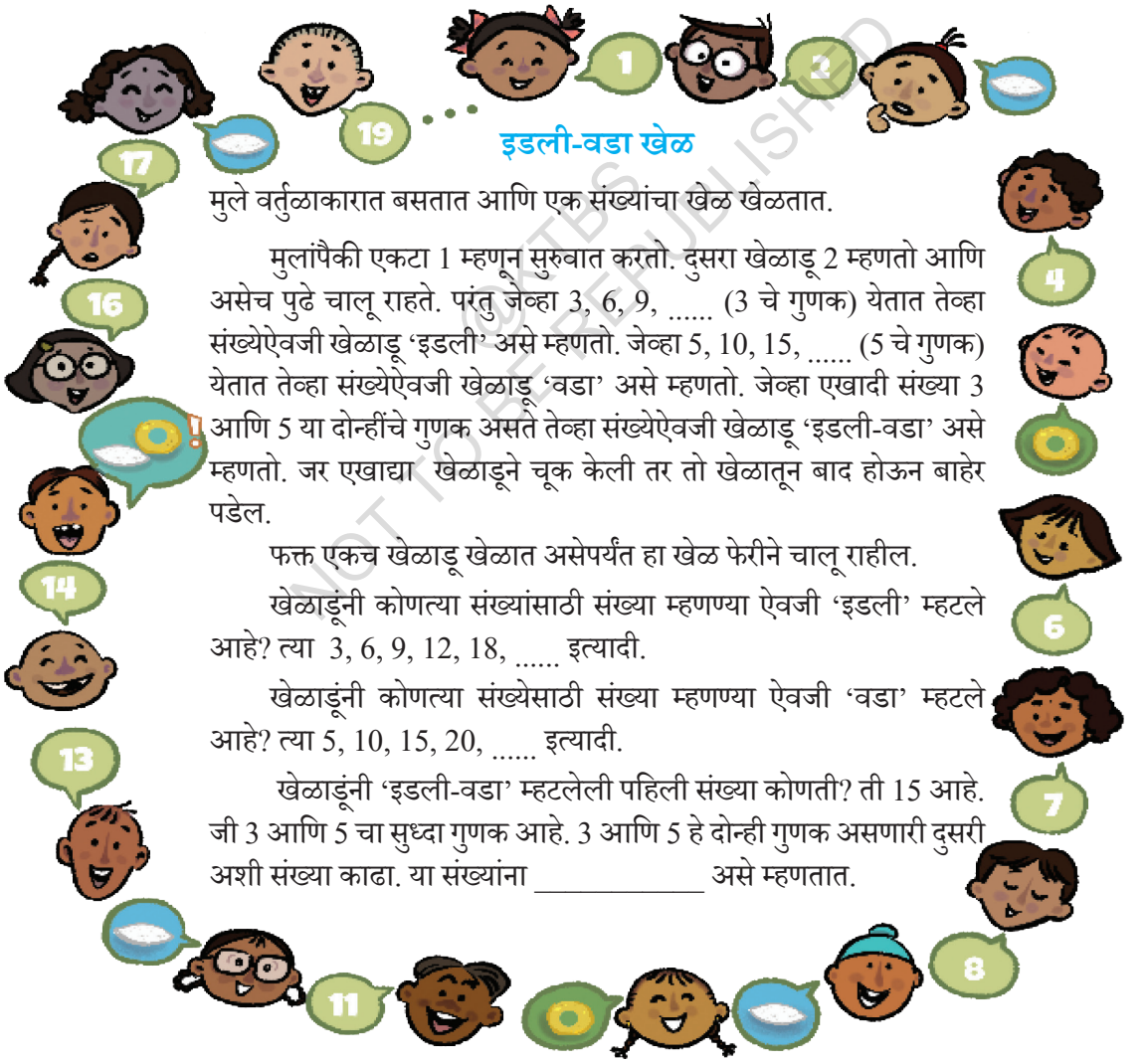
प्रकरण - 5

आद्य (मूळ) वेळ

(PRIME TIME)

E6Z7P7

5.1 सामाईक गुणक आणि सामाईक अवयव



इडली-वडा खेळ

मुले वर्तुळाकारात बसतात आणि एक संख्यांचा खेळ खेळतात.

मुलांपैकी एकटा 1 म्हणून सुरुवात करतो. दुसरा खेळाडू 2 म्हणतो आणि असेच पुढे चालू राहते. परंतु जेव्हा 3, 6, 9, ... (3 चे गुणक) येतात तेव्हा संख्येऐवजी खेळाडू 'इडली' असे म्हणतो. जेव्हा 5, 10, 15, ... (5 चे गुणक) येतात तेव्हा संख्येऐवजी खेळाडू 'वडा' असे म्हणतो. जेव्हा एखादी संख्या 3 आणि 5 या दोन्हींचे गुणक असते तेव्हा संख्येऐवजी खेळाडू 'इडली-वडा' असे म्हणतो. जर एखाद्या खेळाडूने चूक केली तर तो खेळातून बाद होऊन बाहेर पडेल.

फक्त एकच खेळाडू खेळात असेपर्यंत हा खेळ फेरीने चालू राहील.

खेळाडूंनी कोणत्या संख्यांसाठी संख्या म्हणण्या ऐवजी 'इडली' म्हटले आहे? त्या 3, 6, 9, 12, 18, ... इत्यादी.

खेळाडूंनी कोणत्या संख्येसाठी संख्या म्हणण्या ऐवजी 'वडा' म्हटले आहे? त्या 5, 10, 15, 20, ... इत्यादी.

खेळाडूंनी 'इडली-वडा' म्हटलेली पहिली संख्या कोणती? ती 15 आहे. जी 3 आणि 5 चा सुध्दा गुणक आहे. 3 आणि 5 हे दोन्ही गुणक असणारी दुसरी अशी संख्या काढा. या संख्यांना _____ असे म्हणतात.

© SCERT NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.

1) 10 व्या वेळेला 'इडली-वडा' असे कोणत्या संख्येला म्हटले आहे?

2) जर 1 ते 90 पर्यंतच्या संख्यासाठी खेळ खेळला, तर शोध घ्या:

a) मुलांनी किती वेळा 'इडली' म्हटले आहे? ('इडली-वडा' किती वेळा म्हटले आहे याचा सुध्दा समावेश आहे.)

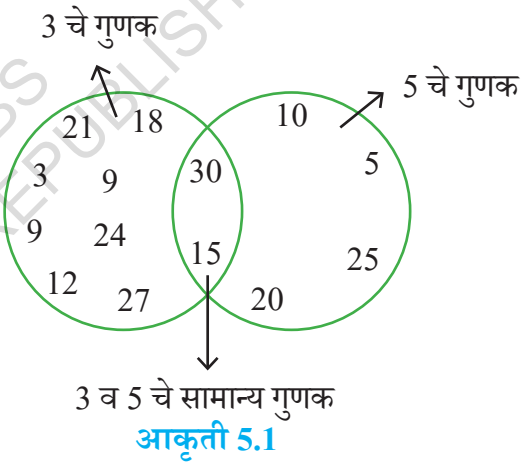
b) मुलांनी किती वेळा 'वडा' म्हटले आहे? ('इडली-वडा' किती वेळा म्हटले आहे याचा सुध्दा समावेश आहे.)

c) मुलांनी किती वेळा 'इडली-वडा' असे म्हटले आहे?

3) जर हा खेळ 900 पर्यंत खेळला तर काय होईल? तुमच्या उत्तरात कसा बदल होईल?

4) या आकृतीचा 'इडली - वडा' खेळाशी काही संबंध आहे का?

सूचना : 30 पर्यंत खेळ खेळण्याची कल्पना करा. जर 60 पर्यंत हा खेळ खेळला तर आकृती काढा.



आकृती 5.1

* आता 'इडली-वडा' हा खेळ वेगवेगळ्या संख्यांच्या जोडीसाठी खेळूया.

a) 2 आणि 5

b) 3 आणि 7

c) 4 आणि 6

लहान संख्येच्या गुणकासाठी 'इडली', मोठ्या संख्येच्या गुणकासाठी 'वडा' आणि सामाईक गुणकासाठी 'इडली-वडा' असे आम्ही आता म्हणू शकतो.

जर खेळ 60 पर्यंत खेळल्यास आकृती 5.1 सारखीच एक आकृती काढा.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



* खालीलपैकी कोणती दुसरी संख्या होऊ शकेल?

2, 3, 5, 8,10?

उड्यांचा जॅकपॉट :

जम्पी आणि ग्रम्पी हे एक खेळ खेळतात.

* ग्रम्पी एका संख्येवर खजिना ठेवतो. उदाहरणार्थ तो 24 वर ठेवू शकतो.

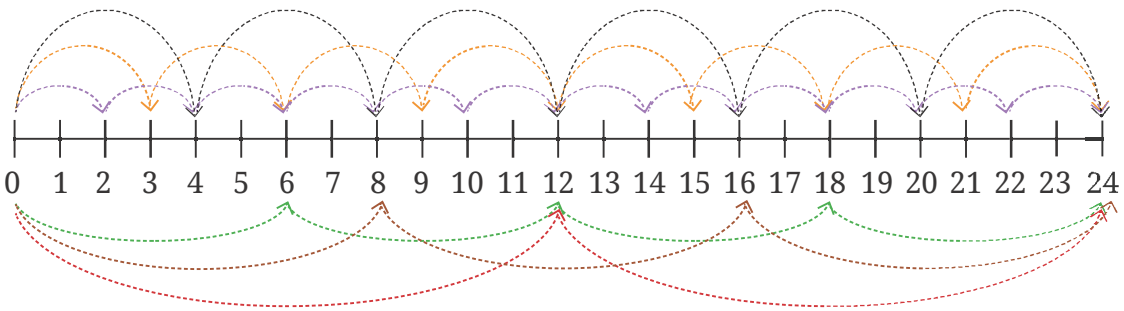
* जम्पी एका उडीचा पल्ला निवडतो. जर त्याने 4 ची निवड केली तर त्याने 0 पासून सुरुवात करून फक्त 4 च्या गुणकावर उडी मारली पाहिजे.

* जर त्याने ग्रम्पीने ठेवलेल्या संख्येवर उडी मारली तर जम्पीला खजिना मिळतो.

24 वर अचूकपणे पोहोचण्यासाठी जम्पीला कोणकोणत्या पल्ल्याच्या उड्या घ्याव्या लागतील?

जर त्याने 4 ची निवड केली तर जम्पी 4 ⟶ 8 ⟶ 12 ⟶ 16 ⟶ 20 ⟶ 24 ⟶ 28 ⟶..... वर पोहोचेल.

इतर यशस्वी उड्यांचे पल्ले 2, 3, 6, 8 आणि 12 हे आहेत.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

उड्यांचा पल्ला 1 आणि 24 घेतल्यास काय होईल? होय. ते सुध्दा 24 वर पोहोचवतील. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 या सर्व संख्यांनी 24 ला निःशेष भाग जातो. अशा संख्यांना 24 चे **अवयव** किंवा **भाजक** असे म्हणतात हे आठवा.

ग्रम्पीने आता खेळाचा स्तर वाढविला आहे. दोन वेगवेगळ्या संख्यावर दोन खजिने ठेवलेले आहेत. जम्पीला उडीचा पल्ला निवडायचा आहे आणि त्याप्रमाणे उड्या मारायच्या आहेत. जम्पीने निवडलेल्या उडीच्या पल्ल्यासह दोन्ही क्रमांकावर पोहोचला तरच त्याला खजिना मिळतो. पूर्वीप्रमाणे जम्पी 0 पासून सुरुवात करतो.

ग्रम्पीने 14 आणि 36 वर खजिना ठेवलेला आहे. जम्पीने उड्यांचा पल्ला 7 निवडला आहे.

जम्पी दोन्ही खजिन्यावर पोहोचू शकेल काय? 0 पासून सुरुवात करून तो 7 ⟶ 14 ⟶ 21 ⟶ 28 ⟶ 35 ⟶ 42 ⟶ ..... वर उडी मारतो. आम्हाला असे दिसून येते की, तो 14 वर पोहोचला आहे; परंतु 36 वर पोहोचला नाही. म्हणून त्याला खजिना मिळाला नाही. त्याने निवडलेल्या उड्यांचा पल्ला किती आहे?

14 चे अवयव 1, 2, 7, 14 हे आहेत म्हणून या उड्यांच्या आकाराने 14 वर उतरता येईल. 36 चे अवयव 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 आणि 36 हे आहेत. या उडीच्या आकाराने 36 वर उतरता येईल.

म्हणून 1 किंवा 2 या उड्यांच्या पल्ल्याने 14 आणि 36 या दोन्ही संख्यांवर पोहोचता येईल. लक्षात घ्या की, 14 आणि 36 चे सामाईक अवयव 1 आणि 2 हे आहेत.

दोन्ही खजिन्यापर्यंत पोहोचता येणाऱ्या उड्यांचा पल्ला हे दोन संख्यांचे **सामाईक अवयव** आहेत, जेथे खजिना ठेवलेला आहे.

* कोणत्या उडीचा पल्ला 15 आणि 20 दोन्हीपर्यंत पोहोचू शकतो? तेथे गुणित उड्यांचे पल्ले शक्य आहेत? ते सर्व काढण्याचा प्रयत्न करा.

* खालील कोष्टक पहा. तुमच्या काय लक्षात येते?

31	(32)	33	34	35	(36)	37	38	39	(40)
41	42	43	(44)	45	46	47	(48)	49	50
51	(52)	53	54	55	(56)	57	58	59	(60)
61	62	63	(64)	65	66	67	(68)	69	70

© MTBS NOT TO BE REPUBLISHED

कोष्टकामध्ये,



1) छायांकीत संख्यांमध्ये काही साम्य आहे का?

2) वर्तुळ केलेल्या संख्यांमध्ये काही साम्य आहे का?

3) छायांकीत आणि वर्तुळ दोन्ही केलेल्या कोणत्या संख्या आहेत? या संख्यांना काय म्हणतात?

* शोधा पाहू.

1. 310 आणि 410 मधील 40 चे सर्व गुणक काढा.

2. मी कोण आहे?

   a) 40 पेक्षा लहान असणारी मी एक संख्या आहे. माझा एक अवयव 7 आहे. माझ्या अंकांची बेरीज 8 आहे.

   b) 100 पेक्षा लहान असणारी मी एक संख्या आहे. माझे दोन अवयव 3 आणि 5 हे आहेत. माझा 1 अंक दुसऱ्यापेक्षा 1 ने अधिक आहे.

3) ज्या संख्येसाठी एखाद्या संख्येच्या सर्व अवयवांची बेरीज संख्येच्या दुप्पट असल्यास तिला **परिपूर्ण संख्या** असे म्हणतात. 28 ही परिपूर्ण संख्या आहे. तिचे अवयव 1, 2, 4, 7, 14 आणि 28 हे आहेत. त्यांची बेरीज 56 ही 28 च्या दुप्पट आहे. 1 आणि 10 मधील परिपूर्ण संख्या काढा.

4) दिलेल्या संख्यांचे सामाईक अवयव काढा.

   a) 20 आणि 28

   b) 35 आणि 50

   c) 4, 8 आणि 12

   d) 5, 15 आणि 25

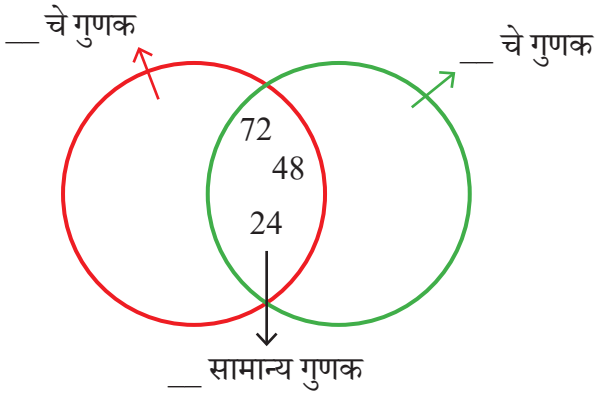
5) 25 या संख्येचे गुणक असणाऱ्या परंतु 50 चे गुणक नसणाऱ्या कोणत्याही तीन संख्या शोधा.

6) अंशू आणि त्याचे मित्र दोन संख्यांचा 'इडली-वडा' हा खेळ खेळतात ज्या दोन्ही 10 पेक्षा लहान आहेत. 50 संख्येनंतर कोणीतरी पहिल्यांदा 'इडली-वडा' असे म्हटले आहे. 'इडली' आणि 'वडा' असे सुचविणाऱ्या कोणत्या दोन संख्या असू शकतात?

7) खजिना शोधण्याच्या खेळामध्ये ग्रम्पी 28 आणि 70 वर खजिना ठेवतो. दोन्ही संख्यांवर पोहोचण्यासाठी उड्यांचा पल्ला किती असेल?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

8) गुणाने खालील चित्रातील सामान्य गुणक वगळता इतर सर्व संख्या खोडल्या आहेत. तर तेथे कोणत्या संख्या असतील त्या शोधा आणि मोकळ्या जागा त्या गाळलेल्या संख्यांनी भरा.





9) 7 व्यतिरिक्त 1 ते 10 पर्यंतच्या सर्व संख्यांचा गुणक असणारी सर्वात लहान संख्या शोधा.

10) 1 ते 10 पर्यंतच्या सर्व संख्यांचा गुणक असणारी लहानात लहान संख्या शोधा.



5.2 अविभाज्य (मूळ) संख्या

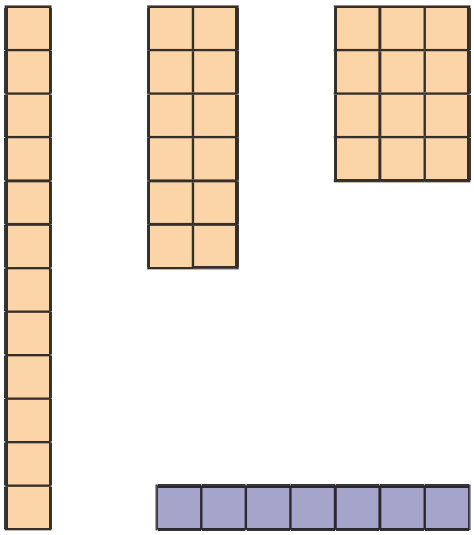
गुणा आणि अंशूला त्यांच्या शेतामध्ये पिकविलेले अंजीर भरायचे आहेत. गुणाला प्रत्येक पेटीत 12 अंजीर ठेवायचे आहेत आणि अंशुला प्रत्येक पेटीत 7 अंजीर ठेवायचे आहेत.

किती प्रकारे मांडण्या येथे शक्य आहेत? विचार करा आणि मांडण्यांचे वेगवेगळे प्रकार शोधा-

1. गुणा 12 अंजीर आयताकार मांडणीत रचतो.

2. अंशु 7 अंजीर आयताकार मांडणीत रचतो.

गुणाने या शक्यतांची यादी केलेली आहे.



प्रत्येक मांडणीतील पंक्तींची संख्या आणि स्तंभांची संख्या यांचे निरीक्षण करा. 12 शी ते कसे संबंधित आहेत?

दुसऱ्या मांडणीमध्ये उदाहरणार्थ, 12 अंजीर हे प्रत्येकी 6 असणाऱ्या 2 स्तंभात रचलेले आहेत किंवा $12 = 2 \times 6$.

अंशू फक्त एकच मांडणी करू शकतो. 7×1 किंवा 1×7 तेथे इतर आयताकार मांडणी शक्य नाही.

©MSCERT NOT TO BE REPUBLISHED

गुणाच्या प्रत्येक मांडणीमध्ये पंक्तींच्या संख्येला स्तंभांच्या संख्येने गुणल्यास उत्तर 12 मिळते. म्हणून पंक्तींची किंवा स्तंभांची संख्या हे 12 चे अवयव आहेत.

आम्हाला असे दिसते की, 12 ची मांडणी ही आयतामध्ये एकापेक्षा अधिक प्रकारे करता येते म्हणून 12 ला दोनापेक्षा अधिक अवयव आहेत. 7 ही संख्या फक्त एका प्रकारे मांडता येते म्हणून त्याला फक्त 1 आणि 7 हे दोन अवयव आहेत.

फक्त दोन अवयव असणाऱ्या संख्यांना **अविभाज्य संख्या** किंवा **मूळ संख्या** असे म्हणतात. येथे काही सुरुवातीच्या मूळ संख्या - 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 या आहेत. येथे असे लक्षात येते की, 1 आणि तीच संख्या हे मूळ संख्येचे अवयव आहेत.

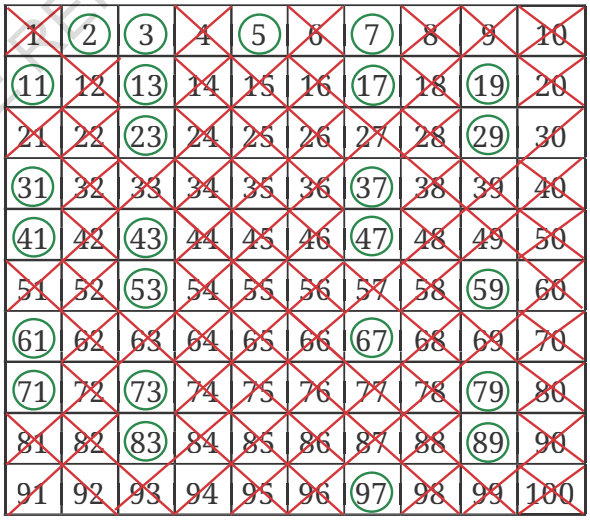
दोनपेक्षा अधिक अवयव असणाऱ्या संख्यांविषयी काय? त्यांना **संयुक्त संख्या** असे म्हणतात. सुरुवातीच्या काही संयुक्त संख्या - 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20 या आहेत.

1 बद्दल काय? ज्या संख्येला फक्त एकच अवयव आहे? 1 ही संख्या मूळ किंवा संयुक्त संख्या नाही.

* 21 ते 30 पर्यंत किती मूळ संख्या आहेत? 21 ते 30 पर्यंत किती संयुक्त संख्या आहेत?

1 ते 100 पर्यंतच्या सर्व अविभाज्य संख्यांची यादी आम्ही करु शकतो?

अविभाज्य संख्या काढण्याची येथे एक मनोरंजक पध्दत आहे. फक्त खाली दिलेल्या पायऱ्यांचा अवलंब करा आणि काय होते ते पहा.



पायरी 1 : 1 ला फुली करा, कारण ती मूळ किंवा संयुक्त संख्या नाही.

पायरी 2 : 2 ला वर्तुळ करा आणि 2 च्या सर्व गुणकांना फुली करा. म्हणजेच त्यानंतर 4, 6, 8, ... आणि असेच पुढे.

पायरी 3 : तुम्हाला असे दिसते की, फुली न केलेली पुढील संख्या 3 आहे. 3 ला वर्तुळ करा आणि त्यानंतर 3 च्या सर्व गुणकांना फुली करा. म्हणजेच 6, 9, 12, ... इत्यादी.

पायरी 4 : पुढील फुली न केलेली संख्या 5 आहे. 5 ला वर्तुळ करा आणि 5 च्या सर्व गुणकांना फुली करा. म्हणजेच 10, 15, 20, ... इत्यादी.

पायरी 5 : यादीतील सर्व संख्यांना वर्तुळ किंवा फुलीच्या खुणा होईपर्यंत ही प्रक्रिया चालू ठेवा.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

वर्तुळ केलेल्या सर्व संख्या अविभाज्य संख्या आहेत. 1 व्यतिरिक्त फुली केलेल्या सर्व संख्या संयुक्त संख्या आहेत. या पध्दतीला इरॅटोस्थेनेसची चाळण असे म्हणतात.

100 पेक्षा मोठ्या संख्यांसाठी सुध्दा ही पध्दत चालू ठेवली जाते. इरॅटोस्थेनेस हा एक ग्रीक गणिततज्ञ असून जवळपास 2200 वर्षापूर्वी राहत होता आणि त्याने ही अविभाज्य संख्यांच्या यादीची पध्दत विकसित केली.

गुणा आणि अंशु हे या साध्या पध्दतीने मूळ संख्या शोधणे कसे शक्य आहे? याचा शोध घेण्यास सुरुवात करतात. विचार करा की, ही पध्दत कशी कार्य करते. वर दिलेल्या पायऱ्यांचे पुन्हा वाचन करा आणि प्रत्येक पायरी पुढे चालू ठेवल्यानंतर काय घडते ते पहा.



* शोधा पाहू.

1) आम्हाला असे दिसून येते की, 2 ही मूळ संख्या आहे आणि सम संख्या सुद्धा आहे. याशिवाय इतर कोणत्या सम अविभाज्य संख्या आहेत का?

2) 100 पर्यंतच्या सर्व अविभाज्य संख्यांची यादी पहा. दोन क्रमवार मूळ संख्येमधील सर्वात कमी फरक किती आहे? सर्वात जास्त फरक किती आहे?

3) मागील पानावरील कोष्टकातील प्रत्येक पंक्तीमध्ये आढळणाऱ्या मूळ संख्यांची संख्या तेथे समान आहे काय? कोणत्या दशकात अविभाज्य संख्या सर्वात कमी आहेत? सर्वात जास्त अविभाज्य संख्या कोणत्या दशकात आहेत?

प्राचीन काळापासून अविभाज्य संख्या

अविभाज्य संख्या या सर्व पूर्ण संख्यांचे रचनात्मक घटक आहेत. ग्रीक संस्कृतीच्या सुरुवातीच्या काळापासून (2000 पेक्षा जास्त वर्षापूर्वी) आजपर्यंत गणिततज्ञ अजूनही त्यांची रहस्ये उलगडण्यासाठी धडपडत आहेत.

वैचारिक खाद्य : सर्वात मोठी अविभाज्य संख्या आहे का? किंवा अविभाज्य संख्यांची यादी संपल्याशिवाय पुढे जाते काय? युक्लीड नावाच्या एका गणिततज्ञाने उत्तर शोधून काढले आणि म्हणून ते नंतरच्या वर्गात तुम्हाला असेल!

रोचक मुद्दा : कोणीही लिहिलेली सर्वात मोठी अविभाज्य संख्या इतकी मोठी आहे की, ती लिहायला सुमारे 6500 पाने लागतील! म्हणून ते फक्त संगणकावर लिहू शकत होते.

© KSBS NOT TO BE REPUBLISHED

4) खालीलपैकी कोणत्या संख्या अविभाज्य आहेत?

23, 51, 37, 26

5) 20 पेक्षा लहान असून ज्यांची बेरीज 5 चे गुणक आहेत अशा मूळ संख्यांच्या तीन जोड्या लिहा.

6) 13 आणि 31 या अविभाज्य संख्या आहेत. या दोन्ही संख्यांमध्ये 1 व 3 हे सारखेच अंक आहेत. 100 पर्यंतच्या अशा संख्यांच्या जोड्या शोधा.

7) 1 आणि 100 मधील सात क्रमवार संयुक्त संख्या शोधा.

8) फरक 2 असणाऱ्या अविभाज्य संख्याच्या जोड्या या **जुळ्या अविभाज्य संख्या** आहेत. उदाहरणार्थ 3 आणि 5 या जुळ्या अविभाज्य संख्या आहेत. म्हणून 17 आणि 19 या जुळ्या अविभाज्य आहेत. 1 आणि 100 मधील इतर जुळ्या अविभाज्य संख्या शोधा.

9) प्रत्येक विधान चूक की बरोबर आहे ओळखा. वर्णन करा.

a) ज्या संख्येच्या एकक स्थानी 4 हा अंक आहे ती अविभाज्य संख्या नाही.

b) अविभाज्य संख्यांचा गुणाकार सुध्दा अविभाज्य संख्याच येतो.

c) अविभाज्य संख्यांना कोणतेही अवयव नसतात.

d) सर्व सम संख्या या संयुक्त संख्या आहेत.

e) 2 ही एक अविभाज्य संख्या आहे आणि म्हणून पुढील संख्या 3 आहे. प्रत्येक अविभाज्य संख्येसाठी पुढील संख्या ही संयुक्त संख्या असते.

10) खालीलपैकी कोणत्या संख्या फक्त तीन वेगवेगळ्या अविभाज्य संख्यांचा गुणाकार आहेत:

45, 60, 91, 105, 330?

11) 2, 4 आणि 5 यांचा एकदाच उपयोग करून किती तीन अंकी अविभाज्य संख्या बनविणे तुम्हाला शक्य आहे?

12) निरीक्षण करा की, 3 ही एक अविभाज्य संख्या आहे आणि $2 \times 3 + 1 = 7$ ही सुध्दा एक अविभाज्य संख्या आहे. तेथे अविभाज्य संख्येची दुप्पट करून 1 मिळविल्यास दुसरी कोणती अविभाज्य संख्या मिळते?

5.3 खजिने सुरक्षित ठेवण्यासाठी सह-अविभाज्य संख्या

कोणती जोडी सुरक्षित आहे?

खजिना शोधून काढण्याच्या खेळासाठी मागे जाऊया. यावेळेला खजिने दोन संख्यांवर ठेवलेले आहेत.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

फक्त जर तो दोन्ही संख्यांवर सारख्याच उड्यांच्या पल्ल्याने पोहोचेल तर जम्पीला खजिने मिळतात. पल्ला 1 असणाऱ्या उडीला परवानगी नाही असा तेथे नवीन नियम सुध्दा आहे.

* दोन्ही खजिन्यावर जम्पी पोहोचू शकणार नाही यासाठी ग्रम्पीने कुठे खजिने ठेवले पाहिजेत?

12 आणि 26 वर खजिना ठेवल्यास कार्य होईल काय? नाही. जर उडीचा आकार 2 निवडला तर जम्पी 12 आणि 26 वर पोहोचेल.

4 आणि 9 विषयी काय? कोणत्याही उडीचा 1 व्यतिरिक्त पल्ला वापरून दोन्ही संख्यांवर जम्पी पोहोचू शकणार नाही. म्हणून ग्रम्पीला माहित आहे की 4 आणि 9 ही जोडी सुरक्षित आहे.

या जोड्या सुरक्षित आहे हे तपासा.

a) 15 आणि 39 b) 4 आणि 15

c) 18 आणि 29 d) 20 आणि 55

सुरक्षित जोडीविषयी काय विशेष आहे? त्यांना 1 व्यतिरिक्त कोणताही सामाईक अवयव नसतो. जर त्यांना 1 व्यतिरिक्त सामाईक अवयव नसेल तर दोन संख्यांना एकमेकांच्या **सह-अविभाज्य संख्या** असे म्हणतात.

उदाहरण : 15 आणि 39 ला 3 हा सामाईक अवयव आहे त्या सह-अविभाज्य संख्या नाहीत. परंतु 4 आणि 9 या सह - अविभाज्य संख्या आहेत.

* खालीलपैकी कोणत्या संख्यांच्या जोड्या सह-अविभाज्य संख्या आहेत?

a) 18 आणि 35 b) 15 आणि 37

c) 30 आणि 415 d) 17 आणि 69

e) 81 आणि 18

* वेगवेगळ्या संख्यांच्या जोडीबरोबर 'इडली-वडा' खेळ खेळताना अंशुला काहीतरी मनोरंजक आढळून आले!



a) काही वेळेला दोन संख्यांच्या गुणाकारासाठी पहिला सामाईक गुणक समान होता.

b) दुसरीकडे दोन संख्यांच्या गुणाकारापेक्षा पहिला सामाईक गुणक लहान होता.

वरील प्रत्येकासाठी उदाहरणे शोधा. सह-अविभाज्य संख्यांच्या जोडीसाठी ते कसे संबंधित आहे?

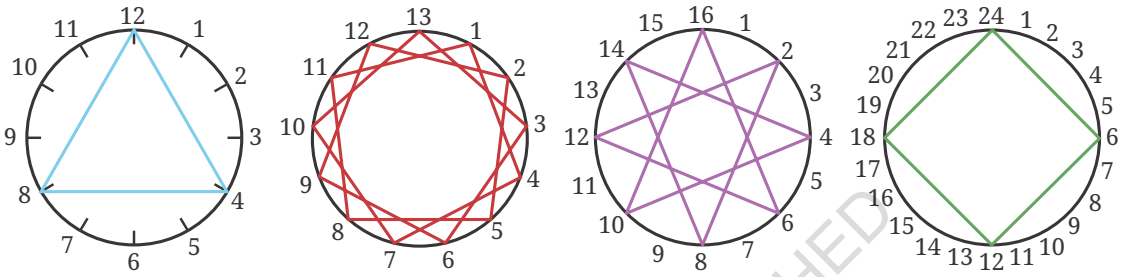
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

सह-अविभाज्य कला



* खालील दोऱ्याच्या कलेचे निरीक्षण करा. पहिल्या आकृतीला 12 खिळे आहेत आणि दोरा हा प्रत्येकी चौथ्या खिळ्याला बांधलेला आहे. (आम्ही असे सांगू की दोऱ्यातील अंतर 4 आहे.)

दुसऱ्या आकृतीला 13 खिळे आहेत आणि दोऱ्यातील अंतर 3 आहे. इतर आकृत्यांविषयी काय सांगाल? या आकृत्यांचे निरीक्षण करा, वर्गात तुमचे निष्कर्ष सामाईक करून चर्चा करा.



काही आकृत्यामध्ये दोरा हा प्रत्येक खिळ्याला बांधलेला आहे. काहीमध्ये ते नाही. ते दोन संख्यांच्या सह-अविभाज्य संख्येशी संबंधित आहे? (खिळ्यांची संख्या आणि दोऱ्यातील अंतर)

खालील बाबींसाठी अशी चित्रे बनवा

a) 15 खिळे, दोऱ्यातील अंतर 10

b) 10 खिळे, दोऱ्यातील अंतर 7

c) 14 खिळे, दोऱ्यातील अंतर 6

d) 8 खिळे, दोऱ्यातील अंतर 3

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5.4 मूळ अवयवीकरण

दोन संख्या सह-अविभाज्य संख्या आहेत का तपासणे.

शिक्षक: 56 आणि 63 या सह-अविभाज्य संख्या आहेत का?

अंशू आणि गुणा: जर त्यांचा सामाईक अवयव हा 1 व्यतिरिक्त असेल तर त्या सह-अविभाज्य नाहीत. चला आपण तपासूया.

अंशू: मी $56 = 14 \times 4$ आणि $63 = 21 \times 3$ असे लिहू शकतो. म्हणून 14 आणि 4 हे 56 चे अवयव आहेत. पुढे 21 आणि 3 हे 63 चे अवयव आहेत. तेथे सामाईक अवयव नाहीत. संख्या सह-अविभाज्य आहेत.

गुणा: थांब. मी सुध्दा 56 = 7×8 आणि 63 = 9×7 असे लिहू शकतो. आम्हाला असे दिसून येते की, 7 हा दोन्ही संख्यांचा अवयव आहे. म्हणून त्या सह-अविभाज्य नाहीत.

7 हा सामाईक अवयव असल्यामुळे स्पष्टपणे गुणाचे बरोबर आहे.

* परंतु अंशुने कोठे चूक केली आहे?

56 = 14×4 असे सांगते की 14 आणि 4 हे दोन्ही 56 चे अवयव आहेत; परंतु ते 56 चे सर्व अवयव सांगू शकत नाही. हे 63 च्या अवयवासाठी देखील लागू पडते.

दुसऱ्या उदाहरणासाठी प्रयत्न करा:

80 आणि 63. या दोन्ही संख्यांच्या अवयवीकरणाचे अनेक प्रकार आहेत.

80 = 40×2 = 20×4 = 10×8 = 16×5 =???

63 = 9×7 = 3×21 =???

आम्ही हे सांगण्यासाठी ??? असे लिहीले आहे की, या संख्यांच्या अवयवीकरणाचे अनेक प्रकार आहेत. परंतु जर आम्ही दिलेले कोणतेही अवयवीकरण घेतले तर उदाहरणार्थ 80=16×5 आणि 63= 9×7 तर तेथे सामाईक अवयव नाही. 80 आणि 63 या सह-अविभाज्य संख्या आहेत असा निष्कर्ष आम्ही काढू शकतो का? अंशुची वरील चूक असे दर्शविते की, संख्यांच्या अवयवीकरणाचे इतरही प्रकार तेथे आहेत असा आम्ही निष्कर्ष काढू शकत नाही.

याचा अर्थ असा की जर दोन संख्या या सह-अविभाज्य आहेत हे तपासण्याच्या अधिक व्यवस्थित पध्दतीची आम्हाला गरज आहे.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

मूळ अवयवीकरण

56 ही एक संख्या घ्या. ती संयुक्त संख्या आहे. आपण पाहिल्याप्रमाणे, **56 = 4×14** हे असे लिहू शकतो. म्हणून 4 आणि 14 हे दोन्ही अवयव आहेत. आता त्यापैकी एक अवयव 14 म्हणू. ती सुध्दा संयुक्त संख्या आहे आणि 14=2×7 असे लिहू शकतो. म्हणून **56=4×2×7.** आता 4 ही संयुक्त संख्या आहे आणि 4=2×2 असे लिहू शकतो. म्हणून **56=2×2×2×7** येथे आढळणारे सर्व अवयव 2 आणि 7 या अविभाज्य संख्या आहेत. म्हणून आम्ही त्यांना पुढे भाग देऊ शकत नाही.

निष्कर्षाने आम्ही 56 ही संख्या मूळ अवयवांच्या गुणाकारात लिहीलेली आहे. याला 56 चे **मूळ अवयवीकरण** असे म्हणतात. अविभाज्य अवयवांना मूळ अवयव असे म्हणतात. उदाहरणार्थ 56 चे मूळ अवयव 2 आणि 7 हे आहेत.

1 पेक्षा मोठ्या असणाऱ्या प्रत्येक संख्येला मूळ अवयवीकरण असते. येथे कल्पना सारखीच आहे: संयुक्त संख्येचे सर्व मूळ अवयव शिल्लक राहतील तोपर्यंत तिचे अवयव पाडत रहा.

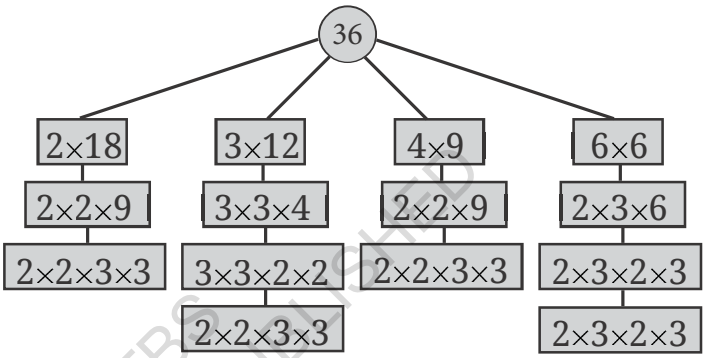
1 या संख्येला कोणतेही मूळ अवयवीकरण नाही. तिला कोणत्याही मूळ संख्येने भाग जात नाही.

7 सारख्या मूळ संख्येचे मूळ अवयवीकरण कोणते आहे? ते फक्त 7 आहे. (आम्ही पुढे कोणतेही अवयव पाडू शकत नाही.)

आपण आणखी काही उदाहरणे पाहूया.

संख्येचे अवयव पाडण्याच्या वेगवेगळ्या पध्दतीद्वारे गेल्यास आम्ही 63 हे 3×3×7 आणि 3×7×3 असे लिहिले आहे. ते वेगवेगळे आहेत का? वास्तविक नाही. दोन्ही बाबतीत 3 आणि 7 याच मूळ संख्या आढळतात. दोन्हीमध्ये 3 हे दोन वेळा आढळतात आणि 7 एकदाच आढळतात.

येथे 36 चे मूळ अवयवीकरण मिळविण्याच्या 4 वेगवेगळ्या पध्दती तुम्ही पाहता. सर्व चार पद्धतींचे निरीक्षण केल्यास आम्हाला 2 हे दोन वेळा आणि 3 हे दोन वेळा मिळतात.



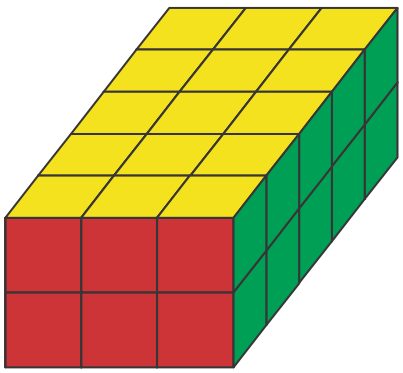
पुन्हा गुणाकार केल्यास सर्व चार पद्धतींमध्ये तुम्हाला 36 मिळतात.

कोणत्याही संख्येसाठी लक्षात ठेवण्याचा मुद्दा असा आहे की, तेथे फक्त एकच मूळ अवयवीकरण असते. केवळ मूळ अवयव वेगवेगळ्या क्रमात येत असतात. आम्ही खाली वर्णन केल्याप्रमाणे क्रम हा महत्वाचा नाही. तथापि या उदाहरणामध्ये आम्ही पाहिले आहे की, मूळ अवयवीकरणापर्यंत पोहोचण्याचे अनेक मार्ग तेथे आहेत.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

क्रम महत्वाचा आहे का?

या आकृतीचा उपयोग करून **30=2×3×5** मध्ये 2, 3 आणि 5 यांचा गुणाकार करताना कोणत्या क्रमाने केला हे का महत्वाचे नाही याचे वर्णन तुम्ही करू शकता का?



जेव्हा संख्यांचा गुणाकार करतो तेव्हा तो आम्ही कोणत्याही क्रमाने करु शकतो. अंतिम परिणाम हा सारखाच असतो. म्हणून जेव्हा दोन वेळा 2 आणि दोन वेळा 3 कोणत्याही क्रमाने गुणल्यास आम्हाला 36 उत्तर मिळते. पुढील वर्गात हे आपण हे **गुणाकाराची क्रमनिरपेक्षता आणि साहचर्यता** या नांवाखाली अभ्यास करेन.

अशाप्रकारे क्रम हा महत्वाचा नाही. सामान्यपणे आम्ही मूळ संख्या या चढत्या क्रमात लिहीतो. उदाहरणार्थ 225=3×3×5×5 किंवा 30=2×3×5.

दोन संख्यांच्या गुणाकाराचे मूळ अवयवीकरण

जेव्हा आम्ही एका संख्येचे मूळ अवयवीकरण करतो तेव्हा प्रथम ते दोन अवयवांच्या गुणाकारात लिहीतो. उदाहरणार्थ $72=12\times6$ नंतर आम्ही प्रत्येक अवयवांचे मूळ अवयवीकरण करतो. वरील उदाहरणामध्ये $12=2\times2\times3$ आणि $6=2\times3$. आता 72 चे मूळ अवयवीकरण कोणते हे तुम्ही सांगू शकाल का?

दिलेल्या संख्येचे मूळ अवयवीकरण हे दोन अवयवांचा गुणाकार एकत्रितपणे ठेवल्याने मिळते.

$72 = 2\times2\times3\times2\times3$

हे आम्ही $2\times2\times2\times3\times3$ असेसुध्दा लिहू शकतो. तुम्हाला गुणाकार केल्याने 72 हे पुन्हा मिळतात ते तपासा!

72 च्या अवयवीकरणामध्ये प्रत्येक मूळ अवयव किती वेळा येतो याचे निरीक्षण करा.

12 आणि 6 यांचे अवयवीकरण एकत्रितपणे ठेवल्यास ते किती वेळा येतात याच्याशी त्याची तुलना करा.

* शोधा पाहू.

1) खालील संख्याचे मूळ अवयवीकरण करा.

   64, 104, 105, 243, 320, 141, 1728, 729, 1024, 1331,1000

2) एका संख्येचे मूळ अवयवीकरण हे 2 एकदा, 3 दोन वेळा आणि 11 एकदा असे आहे. तर ती संख्या कोणती?

3) ज्यांचा गुणाकार 1955 आहे अशा सर्व 30 पेक्षा लहान असणाऱ्या तीन मूळ संख्या शोधा.

4) प्रथम गुणाकार न करता या संख्यांचे मूळ अवयवीकरण करा.

   a) 56×25 b) 108×75 c) 1000×81

5) अशी कोणती सर्वात लहान संख्या आहे, जिचे मूळ अवयवीकरण असे आहे:

   a) तीन वेगवेगळ्या मूळ संख्या?

   b) चार वेगवेगळ्या मूळ संख्या?

संख्यांच्या अभ्यासामध्ये मूळ अवयवीकरणाला पायाभूत महत्व आहे. हे उपयुक्त असू शकेल अशा दोन प्रकारांची आपण चर्चा करुया.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

दोन संख्या सह-अविभाज्य असल्याचे तपासण्यासाठी मूळ अवयवीकरणाचा उपयोग करणे

पुन्हा आपण 56 आणि 63 या संख्या घेऊया. त्या सह-अविभाज्य असल्याचे आम्ही कसे तपासू शकतो? आम्ही दोन्ही संख्याच्या मूळ अवयवीकरणाचा उपयोग करू शकतो-

$56 = 2\times2\times2\times7$ आणि $63 = 3\times3\times7$

आता आम्हाला असे दिसून येते की 7 हा 56 तसेच 63 चा एक मूळ अवयव आहे. म्हणून 56 आणि 63 या सह-अविभाज्य संख्या नाहीत.

80 आणि 63 विषयी काय? त्यांचे मूळ अवयवीकरण खालील प्रमाणे आहे:

$80 = 2\times2\times2\times2\times5$ आणि $63 = 3\times3\times7$

येथे सामाईक अविभाज्य अवयव नाहीत. त्या सह-अविभाज्य असल्याचा आम्ही निष्कर्ष काढू शकतो का? संयुक्त असणारा एक सामाईक अवयव त्यांना आहे असे समजा. 80 आणि 63 च्या अविभाज्य अवयवीकरणामध्ये या संयुक्त सामाईक अवयवाचे मूळ अवयव दिसून येतील का?

म्हणून आम्ही असे म्हणू शकतो की, जर तेथे सामाईक मूळ अवयव नसतील तर त्या दोन सह-अविभाज्य संख्या आहेत.

आपण आणखी काही उदाहरणे पाहूया.

उदाहरण: 40 आणि 231 चा विचार करा. त्यांचे मूळ अवयवीकरण खालीलप्रमाणे आहे:

$40 = 2\times2\times2\times5$ आणि $231 = 3\times7\times11$

आम्हाला असे दिसून येते की, 40 आणि 231 या दोन्ही संख्यांना भागणारे कोणतेही सामाईक मूळ अवयव नाहीत. वास्तविक 40 चे मूळ अवयव 2 आणि 5 आहेत, तसेच 231 चे मूळ अवयव 3, 7 आणि 11 आहेत. म्हणून 40 आणि 231 या सह-अविभाज्य संख्या आहेत.

उदाहरण: 242 आणि 195 चा विचार करा. त्यांचे मूळ अवयवीकरण खालीलप्रमाणे आहे:

$242 = 2\times11\times11$ आणि $195 = 3\times5\times13$

242 चे मूळ अवयव 2 आणि 11 आहेत. 193 चे मूळ अवयव 3, 5 आणि 13 हे आहेत. येथे सामाईक मूळ अवयव नाहीत. म्हणून 242 आणि 195 या सह-अविभाज्य संख्या आहेत.

© KTES NOT TO BE REPUBLISHED

मूळ अवयवीकरणाचा उपयोग करून एका संख्येला दुसऱ्या संख्येने भाग जातो का? हे तपासणे.

जर एका संख्येला दुसऱ्या संख्येने भाग जात असेल तर दुसऱ्या संख्येच्या मूळ अवयवीकरणाचा समावेश हा पहिल्या संख्येच्या मूळ अवयवीकरणात असतो असे आम्ही सांगू शकतो.

जेव्हा आम्ही 48 ला 12 ने भागतो तेव्हा बाकी शून्य येते. म्हणून आम्ही असे म्हणतो की 48 ला 12 ने भाग जातो. दीर्घ भागाकार न करता एका संख्येला दुसऱ्या संख्येने भाग जातो हे आम्ही कसे तपासू शकतो?

उदाहरण: 168 ला 12 ने भाग जातो? दोन्ही संख्यांचे मूळ अवयवीकरण करा.

$168 = 2\times2\times2\times3\times7$ आणि $12 = 2\times2\times3$

कोणत्याही क्रमाने आम्ही गुणू शकतो. त्यामुळे आता हे स्पष्ट आहे की,

$168 = 2\times2\times3\times2\times7 = 12\times14$

म्हणून 168 ला 12 ने भाग जातो.

उदाहरण: 75 ला 21 ने भाग जातो? दोन्ही संख्यांचे मूळ अवयवीकरण करा.

$75 = 3\times5\times5$ आणि $21 = 3\times7$

आपण वरील चर्चेत पाहिल्याप्रमाणे जर 75 हा 21 चा गुणक असेल तर 21 चे सर्व मूळ अवयव हे 75 चे देखील मूळ अवयव असतील. तथापि, 7 हा 21 चा मूळ अवयव आहे; परंतु 75 चा मूळ अवयव नाही. म्हणून 75 ला 21 ने भाग जात नाही.

उदाहरण: 42 ला 12 ने भाग जातो? दोन्ही संख्यांचे मूळ अवयवीकरण करा.

$42 = 2\times3\times7$ आणि $12 = 2\times2\times3$

12 चे सर्व मूळ अवयव हे 42 चे सुध्दा मूळ अवयव आहेत; परंतु 12 च्या मूळ अवयवीकरणाचा समावेश हा 42 च्या मूळ अवयवीकरणात नाही. त्याचे कारण असे की, 12 च्या मूळ अवयवीकरणात 2 हे दोन वेळा येतात; परंतु 42 च्या मूळ अवयवीकरणात फक्त एकदाच येतात. याचा अर्थ असा की, 42 ला 12 ने भाग जात नाही.

जर एका संख्येला दुसऱ्या संख्येने भाग जात असेल तर दुसऱ्या संख्येच्या मूळ अवयवीकरणाचा समावेश हा पहिल्या संख्येच्या मूळ अवयवीकरणात असतो असे आम्ही सांगू शकतो.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.

1) खालील संख्यांच्या जोड्या सह-अविभाज्य आहेत का? प्रथम ओळखा आणि तुमच्या उत्तराचा पडताळा करण्यासाठी नंतर मूळ अवयवीकरणाचा उपयोग करा.

a) 30 आणि 45 b) 57 आणि 85

c) 121 आणि 1331 d) 343 आणि 216

2) पहिल्या संख्येला दुसऱ्या संख्येने भाग जातो का? मूळ अवयवीकरण वापरा आणि सांगा.

a) 225 आणि 27 b) 96 आणि 24

c) 343 आणि 17 d) 999 आणि 99

3) पहिल्या संख्येचे मूळ अवयवीकरण $2\times3\times7$ आहे आणि दुसऱ्या संख्येचे मूळ अवयवीकरण $3\times7\times11$ आहे. त्या सह-अविभाज्य संख्या आहेत का? त्यापैकी एका संख्येने दुसऱ्या संख्येला भाग जातो का?

4) गुणा म्हणतो "कोणत्याही दोन अविभाज्य संख्या या सह-अविभाज्य असतात." त्याचे म्हणणे बरोबर आहे का?

5.5 विभाज्यतेच्या कसोट्या

आतापर्यंत आम्ही वेगवेगळ्या संदर्भामध्ये संख्यांचे अवयव शोधत आहोत ज्यात संख्या अविभाज्य आहे किंवा नाही हे निर्धारीत करणे किंवा दिलेल्या संख्यांची जोडी सह-अविभाज्य आहे किंवा नाही हे निर्धारीत करणे समाविष्ट आहे.

लहान संख्येचे अवयव काढणे सोपे असते. मोठ्या संख्येचे अवयव आपण कसे काढावे?

आपण 8560 ही संख्या घेऊ. 2 पासून 10 पर्यंतचे कोणते अवयव तिला आहेत का? (2, 3, 4, 5....10)

दीर्घ भागाकार न करता यापैकी काही संख्या तिचे अवयव आहेत किंवा नाहीत हे तपासणे सोपे आहे. तुम्ही ते करू शकाल का?

10 ची विभाज्यता

आपण 10 ही संख्या घेऊ. 8560 ला 10 ने भाग जातो? 10 हा 8560 चा अवयव आहे का? हे विचारण्याची ही दुसरी पध्दत आहे.

यासाठी आम्ही 10 च्या पटीतील संख्यांच्या रचनेकडे पाहू शकतो.

10, 20, 30, 40, ... हे 10 च्या पटीतील पहिले काही गुणक आहेत. हा क्रम चालू ठेवा आणि रचनेचे निरीक्षण करा.

© MKTBS NOT TO BE REPUBLISHED

125 चा 10 हा गुणक आहे का? मागील क्रमामध्ये ही संख्या आढळू शकेल? का किंवा का नाही? जर 8560 ला 10 ने भाग जातो याचे उत्तर तुम्ही आता सांगू शकाल का?

* हे विधान विचारात घ्या:

'0' ने शेवट होणाऱ्या संख्यांना 10 ने भाग जातो. तुम्ही याच्याशी सहमत आहात का?



5 ची विभाज्यता

5 ही दुसरी अशी संख्या आहे जिची विभाज्यता सहजपणे तपासली जाऊ शकते. आपण ते कसे करावे?

5, 10, 15, 20, 25, ... या गुणकांची यादी करून शोध घेऊया. या संख्यांविषयी तुम्ही काय निरीक्षण केले? शेवटच्या स्थानातील रचना तुम्ही पाहिली का?

399 पेक्षा लहान असलेली 5 ने भाग जाणारी सर्वात मोठी संख्या कोणती? 8560 ला 5 ने भाग जातो का?



* हे विधान विचारात घ्या:

संख्यांचा शेवट 0 किंवा 5 ने होत असेल तर त्या संख्यांना 5 ने भाग जातो. तुम्ही याच्याशी सहमत आहात का?

2 ची विभाज्यता

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ... हे 2 चे पहिले काही गुणक आहेत. तुम्ही काय निरीक्षण केले ? तुम्हाला शेवटच्या स्थानात रचना दिसते का?

682 ला 2 ने भाग जातो का? दीर्घ भागाकार न करता याचे उत्तर आम्ही देऊ शकतो?

8560 ला 2 ने भाग जातो? का किंवा का नाही?

* हे विधान विचारात घ्या:

0, 2, 4, 6 किंवा 8 या अंकाने एकक स्थानाचा शेवट होणाऱ्या संख्यांना 2 ने भाग जातो. तुम्ही याच्याशी सहमत आहात का?

399 आणि 411 मधील 2 चे सर्व गुणक कोणते आहेत?



4 ची विभाज्यता

संख्येला 4 ने भाग जातो हे सुध्दा सोप्यारितीने तपासता येते का?

त्यांच्या 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, ... या गुणकांकडे पहा.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

येथे कोणतीही रचना वापरलेली असू शकते हे पाहण्यास आपण सक्षम आहात का? 10, 5 आणि 2 च्या गुणकाच्या शेवटच्या स्थानामध्ये एक रचना आहे, जिचा वापर आपण विभाज्यता तपासण्यासाठी करु शकतो. त्याचप्रमाणे आपण शेवटच्या स्थानातील अंकाकडे पाहून संख्येला 4 ने भाग जातो का? हे तपासू शकतो.

हे येथे लागू होत नाही! 12 आणि 22 कडे पहा. त्यांचे शेवटचे अंक सारखेच आहेत; परंतु 12 ही संख्या 4 च्या पटीत आहे तर 22 ही 4 च्या पटीत नाही.

त्याचप्रमाणे 14 आणि 24 च्या शेवटच्या स्थानातील अंक सारखेच आहेत; परंतु 14 ही 4 च्या पटीत नाही तर 24 ही 4 च्या पटीत आहे. त्याचप्रमाणे 16 आणि 26 किंवा 18 आणि 28. याचा अर्थ असा की, संख्येच्या शेवटच्या अंकाकडे पाहून आम्ही एखादी संख्या 4 च्या पटीत आहे किंवा नाही हे सांगू शकत नाही.

संख्येतील अधिक अंकांकडे पाहून या प्रश्नाचे उत्तर आम्ही देऊ शकतो का? 1 आणि 200 मधील 4 च्या पटीतील संख्यांची यादी करा आणि रचना शोधा.

* 330 आणि 340 मधील 4 ने भाग जाणाऱ्या संख्या शोधा. 1730 आणि 1740 तसेच 2030 आणि 2040 मधील 4 ने भाग जाणाऱ्या संख्यादेखील शोधा. तुम्ही काय निरीक्षण केलात?

* 8536 ला 4 ने भाग जातो का?

* ही विधाने विचारात घ्या.

  1. दिलेल्या संख्येला 4 ने भाग जातो की नाही हे ठरविताना फक्त शेवटचे दोन अंक महत्वाचे असतात.
  2. जर शेवटच्या दोन अंकानी बनलेल्या संख्येला 4 ने भाग जात असेल तर दिलेल्या संख्येला 4 ने भाग जातो.
  3. जर दिलेल्या संख्येला 4 ने भाग जात असेल तर शेवटच्या दोन अंकानी बनलेल्या संख्येला 4 ने भाग जातो.

  तुम्ही याच्याशी सहमत आहात का? का किंवा का नाही?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

8 ची विभाज्यता

मनोरंजक गोष्ट म्हणजे 8 ची विभाज्यता तपासणे देखील सोपे केले जाऊ शकते. यासाठी शेवटचे दोन अंक वापरता येतील का?

* 120 आणि 140 मधील 8 ने भाग जाणाऱ्या संख्या शोधा. 1120 आणि 1140 तसेच 3120 आणि 3140 मधील 8 ने भाग जाणाऱ्या संख्या देखील शोधा. तुम्ही काय निरीक्षण केलात?

* 8560 चे शेवटचे दोन अंक बदला जेणेकरून परिणामी संख्या 8 च्या पटीत असेल.

* ही विधाने विचारात घ्या.



1. दिलेल्या संख्येला 8 ने भाग जातो किंवा नाही हे ठरविताना फक्त शेवटचे तीन अंक महत्वाचे असतात.
2. जर शेवटच्या तीन अंकांनी तयार झालेल्या संख्येला 8 ने भाग जात असेल तर, दिलेल्या संख्येला 8 ने भाग जातो.
3. जर मूळ संख्येला 8 ने भाग जात असेल तर, शेवटच्या तीन अंकानी तयार झालेल्या संख्येला 8 ने भाग जातो.

तुम्ही याच्याशी सहमत आहात का? का किंवा का नाही?

आपण पाहिले आहे की, दिलेली संख्या हा अवयव आहे किंवा नाही हे तपासण्यासाठी नेहमी दीर्घ भागाकाराची आवश्यकता नसते. आम्ही 10, 5, 2, 4, 8 च्या विभाज्यता सोप्या पध्दतीत आणण्यासाठी काही निरीक्षणांचा वापर केला आहे. आमच्याकडे इतर संख्यांसाठी देखील अशा सोप्या पध्दती आहेत का? 3, 6, 7 आणि 9 च्या विभाज्यता तपासण्यासाठी सोप्या पध्दतीवर आपण पुढील वर्गांमध्ये चर्चा करु.

©KTDS NOT TO BE REPUBLISHED

* शोधा पाहू.

1) 2024 हे लीप वर्ष आहे. (जेव्हा फेब्रुवारीमध्ये 29 दिवस असतात.) लीप वर्षे 4 च्या पटीत असलेल्या वर्षामध्ये येतात. ती वर्षे वगळता जी 100 ने समानरित्या भागली जातात परंतु 400 ने नाही.

   a) तुमच्या जन्मापासून आतापर्यंत कोणती वर्षे लीप वर्षे होती?

   b) सन 2024 पासून 2099 पर्यंत किती लीप वर्षे आहेत?

2) 4 ने भाग जाणाऱ्या सर्वात मोठ्या आणि सर्वात लहान 4-अंकी संख्या आणि पॉलिंड्रोम्स सुध्दा शोधा.

3) प्रत्येक विधान नेहमी सत्य आहे, काही वेळेला सत्य आहे किंवा कधीही सत्य नाही हे शोधा. तुमच्या तर्कांचे समर्थन करण्यासाठी तुम्ही उदाहरणे देऊ शकता.

   a) दोन सम संख्यांची बेरीज ही 4 ची पट असते.

   b) दोन विषम संख्यांची बेरीज ही 4 ची पट असते.

4) जेव्हा खालील प्रत्येक संख्येला a) 10 b) 5 c) 2 ने भागले असता मिळणारी बाकी काढा.

   78, 99, 173, 572, 980, 1111, 2345

5) शिक्षकानी 14560 ला 2, 4, 5, 8 आणि 10 ने भाग जातो का? असे विचारले. गुणाने यापैकी फक्त दोन संख्यांनी 14560 ची विभाज्यता तपासली आणि नंतर असे जाहीर केले की, त्या सर्व संख्यांनीसुध्दा तिला भाग जातो. तर त्या दोन संख्या कोणत्या?

6) खालीलपैकी कोणत्या संख्यांना 2, 4, 5, 8 आणि 10 या सर्व संख्यानी भाग जातो.

572, 2352, 5600, 6000, 77622160

7) 10000 गुणाकार असणाऱ्या दोन संख्या लिहा. त्या दोन संख्यांच्या एकक स्थानात 0 हा अंक नसेल?

5.6 संख्यांसह गंमत

विशेष संख्या

या चौकटीत चार संख्या आहेत. तुम्हाला कोणती संख्या विशेष दिसते? तुम्ही तसे का सांगता?

9	16
25	43

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

गुणाच्या वर्गमित्रांना काय सामाईक करायचे आहे ते पहा.

* कर्णावती म्हणते की, "9 ही विशेष संख्या आहे, कारण ती एक अंकी संख्या आहे तर इतर सर्व संख्या 2 अंकी संख्या आहेत."
* गुरुप्रीत म्हणतो की, "9 ही विशेष संख्या आहे कारण ती एकमेव संख्या आहे जी 3 च्या पटीत आहे."
* मुरुगन म्हणतो की, "16 ही विशेष संख्या आहे, कारण ती एकमेव सम संख्या आहे आणि फक्त 4 च्या पटीत सुध्दा आहे."
* गोपिका म्हणते की, "25 ही विशेष संख्या आहे, कारण ती फक्त 5 च्या पटीत आहे."
* याज्ञिकी म्हणते की, "43 ही विशेष संख्या आहे, कारण ती एकमेव अविभाज्य संख्या आहे."
* राधा म्हणते की, "43 ही विशेष संख्या आहे, कारण ती एकमेव संख्या आहे जी वर्ग संख्या नाही."

खालील प्रत्येक चौकटीत चार संख्या असलेल्या काही चौकटी आहेत. प्रत्येक चौकटीत बाकीच्या तुलनेत प्रत्येक संख्या विशेष कशी आहे हे सांगण्याचा प्रयत्न करा. तुमच्या वर्गमित्रांशी हे सामाईक करा आणि तुमच्या सारखीच कारणे कोणी दिली आहेत ते शोधा. तुमच्याकडे नसलेली अशी वेगळी कारणे कोणी दिली आहेत का?



5	7
12	35

3	8
11	24

27	3
123	31

17	27
44	65

एक मूळ कोडे

डावीकडील आकृती कोडे दर्शविते. उजवीकडील आकृती कोड्यांची उकल दर्शविते. कोडे सोडविण्यासाठी कोणता नियम असू शकतो याचा विचार करा.



			75
			42
			102
170	30	63	

5	5	3	75
2	3	7	42
17	2	3	102
170	30	63	

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

नियम

फक्त अविभाज्य संख्यानी रिक्त जागा भरा जेणेकरून प्रत्येक पंक्तीचा गुणाकार हा पंक्तीच्या उजव्या बाजूची संख्या असेल आणि प्रत्येक स्तंभाचा गुणाकार हा स्तंभाखालील संख्या असेल.

			105
			20
			30
28	125	18	

			8
			105
			70
30	70	28	

			63
			27
			190
45	42	171	

			343
			660
			44
28	154	231	

सारांश

* जर एका संख्येला दुसऱ्या संख्येने भाग जात असेल तर दुसऱ्या संख्येला पहिल्या संख्येचा **अवयव** असे म्हणतात. उदाहरणार्थ 4 हा 12 चा अवयव आहे. कारण 12 ला 4 ने भाग जातो (12÷4=3).
* **अविभाज्य संख्या** म्हणजे 2, 3, 5, 7, 11, ... सारख्या संख्या आहेत, ज्यांचे फक्त दोन अवयव असतात ते म्हणजे 1 आणि स्वतः तीच संख्या.
* **संयुक्त संख्या** म्हणजे 4, 6, 8, 9, ... सारख्या संख्या आहेत, ज्यांचे 2 पेक्षा जास्त अवयव असतात म्हणजेच 1 आणि स्वतः व्यतिरिक्त किमान एक अवयव. उदाहरणार्थ 8 चा 4 हा अवयव आहे आणि 9 चा 3 हा अवयव आहे. म्हणून 8 आणि 9 या दोन्ही संयुक्त संख्या आहेत.
* 1 पेक्षा मोठी असणारी प्रत्येक संख्या ही मूळ संख्यांच्या गुणाकाराच्या स्वरुपात लिहीता येते. याला संख्याचे **मूळ अवयवीकरण** असे म्हणतात. उदाहरणार्थ $84 = 2\times2\times3\times7$
* अवयवांच्या क्रमाशिवाय संख्याचे मूळ अवयवीकरण करणे हा फक्त एकच प्रकार आहे.
* दोन संख्यांना 1 व्यतिरिक्त सामाईक अवयव नसतील, तर त्या संख्यांना **सह-अविभाज्य संख्या** असे म्हणतात.
* दोन संख्या सह-अविभाज्य आहेत की नाहीत हे तपासण्यासाठी आपण प्रथम त्यांचे मूळ अवयवीकरण करू शकतो आणि एक सामाईक मूळ अवयव आहे का ते तपासू शकतो. सामाईक मूळ अवयव नसल्यास त्या सह-अविभाज्य संख्या असतात अन्यथा त्या नसतात.
* जर पहिल्या संख्येचे मूळ अवयवीकरण हे दुसऱ्या संख्येच्या मूळ अवयवीकरणामध्ये समाविष्ट असेल तर पहिली संख्या ही दुसऱ्या संख्येचा अवयव असते.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

*****

Sexual Abuse of Children and Punishments under the Protection of Children from Sexual Offences Act, 2012

As per Section 2(d) of the POCSO Act, 2012,
A "Child" means any person below the age of 18 years.

Sexual Offence	Punishment
Penetrative Assault – Any person who commits penetrative sexual assault on a child. (Section 3)	Rigorous imprisonment not less than 10 years, which may extent to life imprisonment, and fine. (Section 4)
Aggravated Penetrative Sexual Assault – Penetrative sexual assault committed under aggravated circumstances. (Section 5)	Rigorous imprisonment not less than 20 years, which may extend to life imprisonment or death, and fine. (Section 6)
Sexual Assault – Touching the private parts of a child or making the child touch any person for sexual intent. (Section 7)	Imprisonment not less than 3 years, which many extents to 5 years, and fine. (Section 8)
Aggravated Sexual Assault – Sexual assault committed under aggravated circumstances. (Section 9)	Imprisonment not less than 5 years, which may extend to 7 years, and fine. (Section 10)
Sexual Harassment of a Child (Section 11)	Imprisonment which may extend to 3 years, and fine. (Section 12)
Use of a Child for Pornographic Purposes (Section 13)	Imprisonment up to 5 years and fine; higher punishment for subsequent offences. (Section 14)
Storage or Possession of Pornographic Material Involving a Child (Section 15)	Imprisonment and fine as prescribed, which may extend to 3 years.
Abetment of an Offence under POCSO (Section 16)	Punishment prescribed for the offence abetted. (Section 17)

Necessary Steps to Be Taken in Case of Sexual Abuse of a Child

- Any person having knowledge of a sexual offence must report the matter immediately to the Special Juvenile Police Unit (SJPU) or the Local Police Station. (Section 19)
- The Child shall be produced before the Child Welfare Committee (CWC) or the Special Court within 24 hours for care and protection.
- The child shall be provided medical examination and treatment immediately, free of cost., at the nearest hospital.
- In case of a girl child, medical examination shall be conducted by a female doctor, as far as possible, in the presence of parents or a trusted person. (Section 27)
- The identity of the child shall not be disclosed through any media, including name, address, photograph, or any identifying details. (Section 23)
- As per Rule 7 of the Protection of Children from Sexual Offences Rules, 2020, where an interim compensation to meet the immediate needs of the child.
- As per Section 44 of the Protection of Children from Sexual Offences Act, 2012, the Karnataka State commission for Protection of Child Rights (KSCPCR) shall monitor the effective implementation of the provisions of the Act.

Our Commitment
Towards a Violence-Free and Child-Sate Society

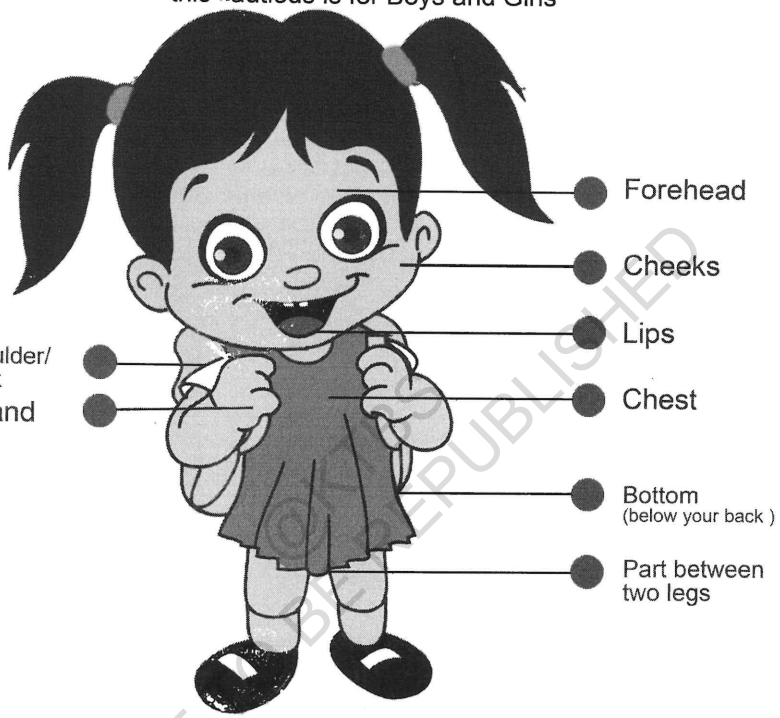
NOT TO BE REPUBLISHED

Children be cautious !!! Be alert

Your body belongs only to you, You have all the rights to keep safe and protect it always.
Safe and Unsafe touches on your body

See the picture and understand

this cautious is for Boys and Girls



NOT TO BE REPUBLISHED © KSTBS

Unsafe Touch (BAD TOUCH) – **parts of your body where nobody should touch (except parents and in their presence only doctors can touch)**

Safe touch (GOOD TOUCH) –**can touch only when required**

When you feel Unsafe Touch or any other mischief,please Say loudly NO.. Don't.. Stop it..and Scream, push the person aside and move to a safer place, be brave and inform about it, to your parents & Trusted adult and register a complaint

Published by :Distict Administration -08532-229011, Zilla Panchyat-228448
Department of Police –235635/ 235001 / 235100 / 100 /1091 District Child Protection Unit–280670,
Department of Women and Child Develpoment–226292, Unicef Child Protection Project –230610. Raichur

Be Smart, Be Safe, Be Happy

Picture courtesy : Prajavani, Bhoomika 26-07-2014

unicef