Government of Karnataka

گنِت پرکاش

گریڈ 6 کے لیے ریاضی کی درسی کتاب

URDU MEDIUM

6

SIXTH STANDARD

Part - 1

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4674

विद्यया ऽमृतमश्नुते

एन सी ई आर टी
NCERT

نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

Karnataka Textbook Society (R.)
6th Cross, Malleshwaram, Bengaluru-560 003

پیش لفظ

قومی تعلیمی پالیسی (National Education Policy–2020) ملک میں ایسا تعلیمی نظام بنانے کی کوشش کر رہی ہے جو ہندوستانی اقدار اور انسانی کوششوں اور علم کے تمام شعبوں میں تہذیبی کامیابیوں سے وابستہ ہے اور ساتھ ہی یہ پالیسی طلبا کو اکیسویں صدی کے امکانات اور چیلنجوں سے تعمیری طور پر نبرد آزما ہونے کے لیے تیار کرتی ہے۔ اس امید افزا نقطۂ نظر کی بنیاد قومی درسیات کا خاکہ برائے اسکولی تعلیم (NCFSE–2023) میں ہمہ جہت نصابی میدانوں کے تمام تعلیمی مرحلے اور مضامین میں مستحکم طور پر رکھی گئی ہے۔ قومی درسیات کا خاکہ برائے اسکولی تعلیم–2023 کا مقصد اساسی اور ابتدائی سطح پر طلبا کے پانچوں مرحلوں یعنی پنچ کوش (Panch Koshas) کی نشوونما کو حقیقی بناتے ہوئے مڈل سطح پر ان کی بہتر آموزش کا تسلسل قائم رکھنا ہے۔ مڈل سطح ابتدائی اور ثانوی سطح کے درمیان ایک پل کا کردار ادا کرتی ہے، جو گریڈ 6 سے 8 تک تین برسوں پر محیط ہے۔

اس خاکے کا مقصد مڈل سطح پر طلبا کو ان مہارتوں سے آراستہ کرنا ہے جن کی ضرورت انھیں اپنی زندگیوں میں ترقی کے بڑھتے سفر میں ہوگی۔ یہ ان کی تجرباتی، توضیحی اور بیانیہ صلاحیتوں کو فروغ دینے کی کوشش کرتا ہے اور انھیں آنے والے مواقع اور چیلنجوں کے لیے تیار کرتا ہے۔ ایسا متنوع نصاب، جو نو مضامین پر شمول تین زبانیں— کم از کم دو ہندوستانی زبانوں کے ساتھ سائنس، ریاضی، سماجی علوم، فنون کی تعلیم، جسمانی تعلیم، فلاح و بہبود اور پیشہ ورانہ تعلیم پر مشتمل ہے، طلبا میں ہمہ جہت ترقی کو فروغ دے گا۔

ایسی تبدیلی لانے والی آموزش کی ثقافت کے لیے کچھ مخصوص شرائط ضروری ہیں۔ ان میں سے ایک مختلف نصابی شعبوں میں مناسب درسی کتابوں کا ہونا ہے، کیوں کہ یہ درسی کتابیں نصاب کے مواد اور تدریس وآموزش کی حکمت عملی کے درمیان مرکزی کردار ادا کرتی ہیں۔ ایک ایسا کردار جو طلبا کے تجسس اور تحقیقاتی رجحان کے درمیان مدبرانہ توازن بنائے گا۔ دیگر شرائط کے مابین، نصاب کے مختلف شعبوں کے اندر اور درمیان تصوری ربط قائم کرنے کے لیے کلاس روم کی ترتیب اور اساتذہ کی تیاری بھی ضروری ہے۔

نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ (این سی ای آر ٹی)، اپنی جانب سے طلبا کو مسلسل معیاری درسی کتابیں فراہم کرنے کے لیے پُرعزم ہے۔ اس مقصد کے لیے مختلف نصابی شعبہ جات کے زمرے تشکیل دیے گئے ہیں، جن میں ماہرین مضامین، ماہرین تدریس اور اساتذہ شامل ہیں اور انھوں نے ایسی درسی کتابیں تیار کرنے کی بھرپور کاوشیں کی ہیں۔ ان میں گریڈ 6 کے لیے تیار کی گئی درسی کتاب– 'گنت پرکاش' ہے۔ یہ کتاب گریڈ 6 کے طلبا کے لیے ریاضی کی دنیا کا ایک دل کش سفر ہے۔ کتاب کی ابتدا طلبا کو ان کے اطراف میں موجود مختلف پیٹرن (Patterns) کے مشاہدے، تلاش اور انھیں خود سے ریاضیاتی تصورات دریافت کرنے کی ترغیب دینے سے ہوتی ہے۔ مزید یہ کتاب عددی دنیا سے وابستہ کراتی ہے جس میں طلبا کو تعداد اور اشکال کے جادو سے متعارف کرایا جاتا ہے۔ رنگ برنگی تصاویر اور تعاملی مشقوں کے ذریعے طلبا میں حساب (Arithmetic) کی مضبوط بنیاد کی نشوونما ہوتی ہے اور یہ مضبوط بنیاد آنے والے پیچیدہ ریاضیاتی تصورات کے لیے راہ ہموار کرتی ہے۔ مکمل کتاب میں کہانیاں، مکالمات اور حکایات کو شامل کیا گیا ہے۔ تاکہ ریاضی کے تجریدی تصورات کو نو عمر طلبا کے لیے زیادہ قابل فہم اور قابل رسائی بنایا جاسکے، مواد کو معموں اور جدید مسائل کا استعمال کرکے تیار کیا گیا ہے تاکہ طلبا نہ صرف ریاضیاتی تصورات کو اپنے اطراف سے جوڑ سکیں بلکہ ابھرتے ہوئے شماریاتی فکر (Computational thinking) کے میدان کے تصورات کو سمجھنے کے لیے بھی تیار ہو سکیں۔ ہندوستانی جڑیں اور ہندوستانی علمی نظام (Indian knowledge system—IKS) سے تعلق کو بھی درسی کتاب کے مواد میں شامل کیا گیا ہے۔

تاہم، اس درسی کتاب کے علاوہ، اس سطح پر یہ بھی ضروری ہے کہ طلبا آموزش کے دیگر وسائل سے بھی استفادہ کریں۔ اسکول کی لائبریریاں اس طرح کے وسائل کی فراہمی میں نہایت اہم کردار ادا کرتی ہیں۔ اس کے علاوہ والدین اور اساتذہ کا کردار بھی طلبا کی سرپرستی اور حوصلہ افزائی میں بیش قیمت ہے۔

اسی کے ساتھ، میں ان تمام لوگوں کا شکریہ ادا کرتا ہوں جو اس درسی کتاب کی تشکیل میں شامل رہے ہیں، اور امید کرتا ہوں کہ یہ سبھی شراکت دار کی توقع پر پورا اترے گی۔ ساتھ ہی میں اس سے استفادہ کرنے والے تمام افراد کو قیمتی رائے اور مشوروں کی دعوت دیتا ہوں تاکہ اگلی اشاعت کو مزید بہتر بنایا جاسکے۔

دنیش پرساد سکلانی

ڈائریکٹر

نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ

نئی دہلی

جولائی 2024

اس کتاب کے بارے میں

ریاضی طلبا کو نہ صرف بنیادی حسابی مہارتوں کی نشوونما میں مدد کرتی ہے بلکہ نہایت اہم صلاحیتوں، منطقی استدلال، تخلیقی مسائل کے حل اور واضح اور درست مباحثے (زبانی اور تحریری دونوں) کی صلاحیتوں کو پروان چڑھاتی ہے۔ ریاضی کا علم دیگر مضامین جیسے سائنس اور سماجی سائنس، حتی کہ فنون، جسمانی تعلیم اور پیشہ ورانہ تعلیم کے تصورات کو سمجھنے میں بھی اہم کردار ادا کرتا ہے۔ ریاضی سیکھنے سے طلبا کو باخبر انتخاب اور فیصلے کرنے کی صلاحیتوں کی نشوونما میں بھی مدد ملتی ہے۔ اعداد اور مقداری دلائل کو سمجھنا موثر اور بامعنی جمہوری اور اقتصادی شراکت کے لیے ضروری ہے۔ اس طرح ریاضی، اسکول کی تعلیم کے مجموعی مقاصد کو حاصل کرنے میں بے حد اہم کردار ادا کرتی ہے۔

مڈل سطح پر ریاضی ایک بڑا چیلنج ہے اور اسے طلبا کے روز مرہ کے تجربوں اور ماحول سے قریب ہونے کے ساتھ ساتھ تجریدی ہونے کا دوہرا کردار ادا کرنا پڑتا ہے۔ اسے اس کی قطعیت بنائے رکھنے اور اس پر زور دینے کے ساتھ ساتھ وجدان کی نشوونما کا دوہرا کردار ادا کرنا پڑتا ہے۔ اس میں فن کارانہ اور تخلیقی صلاحیتوں، خوب صورتی اور جمالیاتی حس کے ساتھ ساتھ تنقیدی اور منطقی سوچ کی نشوونما کو فروغ دینے کا حقیقی کردار بھی شامل ہے۔ بالآخر ریاضی کو طلبا کو خود مختلف تصورات کی کھوج اور دریافت کے لیے، وافر مواقع فراہم کرنے کے ساتھ ساتھ دنیا بھر کے معروف ریاضیاتی طریقوں کو سکھانے کا دوہرا کردار نبھانا چاہیے۔

زیرِ نظر درسی کتاب میں اوپر دیے گئے مقاصد اور ریاضی سیکھنے کے چیلنجوں سے نمٹنے کی کوشش کی گئی ہے۔ اس کتاب کو تیار کرنے والوں نے طلبا میں وجدان اور قطعیت پیدا کرنے کے لیے رسمی اور غیر رسمی تعریفوں اور طریقوں کے درمیان معقول توازن پیدا کرنے کی کوشش کی ہے۔ یہ کتاب کلاس روم میں فعال اور تجرباتی تعلیم کو فروغ دینے کے لیے، طالب علم— طالب علم اور طالب علم— استاد کے درمیان متعدد تعاملات کے مواقع فراہم کرتی ہے۔ کتاب میں کافی تعداد میں سوالات، معمے اور تعاملی مشقیں شامل کی گئی ہیں تاکہ مسلسل دریافت کی حوصلہ افزائی ہوسکے۔ کئی سوالات غیر مشروط ہیں تاکہ کلاس میں بحث ومباحثے کو فروغ دیا جاسکے۔ آخر میں کچھ مشہور غیر حل شدہ مسائل بھی شامل کیے گئے ہیں تاکہ طلبا یہ سمجھ سکیں کہ ریاضی ابھی بھی ایک بہت فعال موضوع ہے، جس میں بہت سی معلومات پہلے ہی معلوم اور دریافت کی جا چکی ہیں، لیکن کئی دل چسپ مسائل ایسے ہیں جو ابھی تک نامعلوم اور نادیدہ ہیں۔ ایسی نا معلوم دنیا اور غیر حل شدہ سوالات کو نئے خیالات اور ایک نئی نسل کے مہم جوؤں کی ضرورت ہوگی تاکہ ان کی تلاش کی جاسکے، انھیں سمجھا جاسکے اور اس طرح ان دل چسپ مسائل کو حل کیا جاسکے۔

دنیا کے عظیم ترین مسئلہ حل کرنے والوں اور موجودہ نسل کے سب سے زیادہ تخلیقی ذہنوں میں سے ایک عالمی شہرت یافتہ ریاضی داں، منجول بھارگو ہیں۔ انھوں نے ریاضی میں موجود دہائیوں پرانے اور کچھ معاملوں میں صدیوں پرانے مسائل کو حل کیا ہے، خصوصاً عددی نظریہ، الجبرا، تعبیری نظریہ (Representation theory) اور حسابی جیومیٹری کے شعبوں میں۔ ریاضی میں 2024 میں، اپنے انقلابی کارناموں کے لیے، فیلڈس میڈل (Fields medal) حاصل کرنے والے وہ پہلے ہندوستانی نژاد شخص بنے، یہ ریاضی دانوں کو ملنے والا سب سے بڑا اعزاز ہے جو ہر چار سال میں ایک بار دیا جاتا ہے اور ریاضی کے نوبل انعام کے نام سے جانا جاتا ہے۔

ہمیں بہت خوشی اور اعزاز حاصل ہے کہ اس کتاب کے خوب صورت باب 1 'ریاضی میں پیٹرن (Patterns)' کو پروفیسر بھارگو

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

نے تحریر کیا اور تعاون فراہم کیا۔ اس باب کے حصے 'ریاضی کیا ہے؟' میں بھار گو نے ریاضی کو بڑی فصاحت سے تنقیدی فن کے طور پر بتایا ہے– خوب صورت پیٹرنوں کی تلاش اور ان پیٹرنوں کی وضاحت اور اس باب کے بعد کے حصوں میں، انھوں نے ریاضی کے کچھ بنیادی پیٹرنوں کا نمونہ پیش کیا ہے– اعداد کے تواتر اور اشکال کے تواتر– اور ان کی حیرت انگیز اور اکثر چونکا دینے والے باہمی تعلقات کی وضاحت کی ہے۔ اس کتاب میں آگے آنے والے ابواب میں ان پیٹرنوں کو مسلسل دہرایا گیا ہے، جن سے ریاضی کی وحدت کو اجاگر کیا جاسکے اور انھیں آنے والے برسوں میں بھی دہرایا جائے۔ ہم امید کرتے ہیں کہ یہ تحقیقی باب نئی نسل کو ریاضی کی جستجو اور اس کے مطالعے کی ترغیب دے گا۔

ریاضی میں پیٹرن کی تلاش کے خیالات کی تعمیر کے بعد، کتاب میں پھر ریاضی کے مختلف شعبوں میں سفر کا آغاز ہوتا ہے۔ باب 2، 'خطوط اور زاویے' جیومیٹری کے بنیادی اجزا سے متعارف کراتا ہے– نقطے، مستقیم خطوط، عمودی لکیریں، خطوط، زاویے اور زاویوں کی پیمائش کا طریقہ– باب 3، 'عدد کا کھیل'، ریاضی کے کچھ تعلیمی لیکن لطف اندوز کھیلوں اور معموں کا ایک تحقیقاتی سفر ہے– جن میں سے کچھ اب بھی حل نہیں ہوئے ہیں! باب 4، 'ڈیٹا انتظام اور اظہار'، ڈیٹا کو اکٹھا کرنے اور اس کو پیش کرنے کے فن کا تعارف ہے، جس میں اس کے تجزیاتی اور جمالیاتی دونوں پہلو شامل ہیں۔ باب 5، 'مفرد وقت'، مفرد اعداد کا تفریحی سفر ہے جو مکمل اعداد کی دنیا کی تعمیراتی بلاک اور جزو ضربی کی تحلیل کی ایک مہم ہے۔ باب 6، 'احاطہ اور رقبہ' ان بنیادی خیالات پر نظر ثانی ہے، جن میں طلبا کو متحرک رکھنے اور ان کی تفہیم کو بڑھانے کے لیے مختلف چیلنجنگ معمے شامل ہیں۔ باب 7، 'کسری اعداد' جو بہت سے طلبا کے لیے اس اہم تصور سے پہلا تعارف ہوگا؛ اس باب کا مقصد بتدریج کسری اعداد کے بارے میں وجدان کو فروغ دینا ہے، جس کی ابتدا کسری اکائیوں جیسے 1/10 کو بنیاد بنا کر اور پھر بتدریج عمومی کسری اعداد بشمول ان کا موازنہ، جمع اور تفریق تک پہنچنا ہے۔ باب 8، 'تشکیلات کے ساتھ کھیلنا'، شکلیں بنانے کا عملی تجربہ ہے، جس میں طلبا کے جیومیٹری وجدان اور سمجھ کو بڑھانے کے لیے، پرکار (Compass) اور پیمانے کا استعمال شامل ہے۔ باب 9، 'تشاکل'، یہ سب سے اہم اور ہر جگہ موجود عام خیال کا فن کارانہ اور عملی جائزہ ہے جو نہ صرف ریاضی، بلکہ دیگر شعبوں میں بھی موجود ہے۔ آخر میں، باب 10، 'صفر کا دوسرا رخ' کا مقصد طلبا کو بیلا کی 'تفریحی عمارت' کے ذریعے منفی اعداد کے وجدان سے واقف کرانا ہے اور بتدریج تمام صحیح اعداد کی جمع اور تفریق کے قواعد کی تفہیم کی جانب بڑھنا ہے جیسا کہ برہم گپت نے بیان کیا ہے۔

ریاضی کی اس کتاب کے تمام ابواب میں دیگر مضامین جیسے فنون لطیفہ، تاریخ اور سائنس کے ساتھ روابط کو اجاگر کرنے کی کوشش کی گئی ہے۔ بہت سی تصویریں اور خاکے شامل کیے گئے ہیں تاکہ پیٹرن، اعداد، تشکیلات، تشاکل، کھیل اور معمے وغیرہ کی وضاحت کی جاسکے، جس سے ریاضیاتی اشیا اور اصولوں کے لیے بصری اور فن کارانہ خیالات اور وجدان پیدا کیا جاسکے۔ مختلف ریاضیاتی تصورات کی تاریخ بیان کی گئی ہے جس میں سال 628 عیسوی میں برہم گپت کے کسری اعداد کی جمع، تفریق، صفر اور منفی اعداد کی دریافت بھی شامل ہیں۔ دنیا بھر کی مختلف دریافتیں جیسے اکائی کسری اعداد، مفردات کی کھوج، کولاٹز کنجیکچر، کاپریکر اعداد وغیرہ کی تاریخ کی وضاحت کے ذریعے طلبا کی مدد کی گئی ہے تاکہ وہ دریافت کے عمل اور خوشی کو سمجھ سکیں اور اسے انسانی خواص سے متصف کر سکیں۔ سائنس سے مثالیں (جیسے سمندری سطح سے اوپر اور نیچے کی اونچائی اور درجۂ حرارت کی پیمائش کے لیے منفی اعداد کا استعمال) بھی سائنس میں ریاضیاتی تصورات کے استعمال کی اہمیت کو بہ کثرت ظاہر کرتی ہیں۔

کہانی سنانے کے عمل اور عملی سرگرمیوں کو آپس میں ملا کر ہم امید کرتے ہیں کہ آموزش کا ایسا تجربہ ہوگا جس سے تجسس کو جلا ملے گی اور ریاضی سے دل چسپی میں اضافہ ہوگا۔ یہ امید ہے کہ اساتذہ، طلبا کو مباحثہ کرنے، کھیلنے، ایک دوسرے کے ساتھ ہم آہنگی پیدا

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

کرنے، مختلف خیالات کے لیے منطقی دلائل پیش کرنے اور پیش کردہ دلائل میں خامیاں تلاش کرنے کے مواقع فراہم کرائیں گے۔ یہ ضروری ہے تاکہ طلبا بالآخر یہ سمجھ سکیں کہ کسی چیز کو ثابت کرنے کا کیا مطلب ہوتا ہے اور بنیادی تصورات کے بارے میں اعتماد پیدا کر سکیں۔ ریاضی کے کلاس روم میں دلائل کی بندش کا اندھا دھند استعمال نہیں ہونا چاہیے بلکہ طلبا کو مختلف طریقوں سے مسائل حل کرنے کی حوصلہ افزائی کرنی چاہیے۔

قومی تعلیمی پالیسی 2020 کے مطابق، معموں، کھیلوں اور تعاملی مشقوں کے ذریعے پیار سے طلبا کو شماریاتی فکر (Computational thinking) سے متعارف کرایا گیا ہے تاکہ ایسی سوچ کو فروغ ملے۔ مختلف تصورات کا سیاق وسباق دیتے ہوئے ہندوستانی جڑوں کو بھی دھیان میں رکھا گیا ہے۔ ہندوستانی خدمات کو مسئلہ حل کرنے کے ایک طریقے کے طور پر پیش کیا گیا ہے تاکہ طلبا کو ہندوستان کے ریاضیاتی ورثے اور اس کی عالمی شراکت سے آگاہ کیا جاسکے۔

تصورات اور مسائل روز مرہ کی زندگی سے تعلق رکھتے ہیں۔ کوشش کی گئی ہے کہ ایسے سیاق وسباق اور مواد کا استعمال کیا جائے جس سے طلبا پہلے سے واقف ہوں۔ کتاب کی پشت پر آموزشی مواد کی شیٹ دی گئی ہیں جن کو فوٹو کاپی کروا کے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ کئی جگہوں پر طلبا کے درمیان باہمی کاوشوں اور مباحثے کو فروغ دینے کے لیے مشقیں اور سرگرمیاں دی گئی ہیں۔ یہ کتاب کلاس روم میں طلبا کے متنوع گروہ کے سیکھنے کی ضروریات کو پورا کرنے کی کوشش کرتی ہے۔

ہم نے ابتدائی ابواب میں سیکھے گئے تصورات کو بعد کے ابواب کے خیالات سے جوڑنے کی کوشش کی ہے تاکہ ریاضی کے ربط اور اتحاد کو ظاہر کیا جاسکے۔ ہم امید کرتے ہیں کہ اساتذہ مشترکہ طور پر ان تصورات کو دوہرانے میں اس موقع کا استعمال کریں گے تاکہ طلبا ریاضی کی مکمل تصوراتی ساخت کو سمجھ سکیں۔ ہم امید کرتے ہیں کہ اساتذہ کسری اعداد، منفی اعداد اور دوسرے نئے تصورات کو زیادہ وقت دیں گے جو طلبا کے لیے نئے ہیں—ان میں بہت سارے تصورات ریاضی میں آگے کی آموزش کی بنیاد ہیں۔

آخر میں اس کتاب کا مقصد درسی کتاب سے کہیں زیادہ ہے— یہ ریاضیاتی دریافت اور کھوج کی دنیا کا پاسپورٹ ہے۔ چاہے اسے کلاس میں یا گھر میں استعمال کیا جائے۔ ہم امید کرتے ہیں کہ یہ کتاب طلبا کو ریاضیاتی مہمات پر نکلنے کی ترغیب دے گی، تاکہ وہ اپنے اطراف کی سبھی چیزوں میں ریاضی کی خوب صورتی اور مناسبت کو دیکھ سکیں۔ اس کے پرکشش طرزِ رسائی اور گریڈ 6 کے ریاضی کے تصورات کی جامع کوریج کے ساتھ یہ کتاب نوجوان ذہنوں کو محظوظ کرنے اور انھیں ریاضیاتی دریافت کے ایک طویل سفر پر روانہ کرنے کی امید اور مقصد رکھتی ہے۔

میں ایک بار پھر سے اس درسی کتاب کے تمام مصنفین اور تعاون کرنے والوں کا شکریہ ادا کرتا ہوں کہ انھوں نے قوم کے ریاضی کے اساتذہ، طلبا اور شائقین کے لیے یہ اہم اور قیمتی تعاون اور خدمت فراہم کی۔

ہم اس کتاب کے متعلق آپ کی رائے اور تجاویز کے منتظر ہیں اور یہ بھی امید کرتے ہیں کہ آپ کی تدریس اور آموزش کے دوران آپ جو بھی دل چسپ مشقیں، سرگرمیاں اور عملی کام تیار کریں گے وہ ہمیں ارسال کریں گے، تاکہ انھیں مستقبل کے ایڈیشن میں شامل کیا جاسکے۔

آشوتوش وازلوار
پروفیسر، اکیڈمک کنوینر
ڈپارٹمنٹ آف ایجوکیشن اِن سائنس اینڈ میتھمیٹکس
نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

کمیٹی برائے قومی نصاب اور تدریسی و آموزشی مواد (NSTC)

1. ایم۔سی۔پنت، چانسلر ،نیشنل انسٹی ٹیوٹ آف ایجوکیشنل پلاننگ اینڈ ایڈمنسٹریشن (NIEPA) (چیئر پرسن)
2. منجول بھارگو، پروفیسر ، پرنسٹن یونیورسٹی (کو۔چیئر پرسن)
3. سدھا مورتی، معروف مصنفہ اور ماہر تعلیم
4. بیبک دیب رائے، چیئرپرسن ،اکونامک ایڈوائزری کونسل۔وزیراعظم (EAC-PM)
5. شیکھر مانڈے، سابق ڈائریکٹر جنرل، سی ایس آئی آر، ممتاز پروفیسر ،ساوتری بائی پھولے پونے یونیورسٹی، پونے
6. سجاتا رام دورائی، پروفیسر، یونیورسٹی آف برٹش کولمبیا، کینیڈا
7. شنکر مہادیون، میوزک مائسٹرو، ممبئی
8. یو. ومل کمار، آئی اے ایس، پرکاش پاڈوکون بیڈمینٹن اکادمی، بنگلورو
9. مشیل ڈینینو، وزیٹنگ پروفیسر، آئی آئی ٹی، گاندھی نگر
10. سورینا راجن، آئی اے ایس (ریٹائرڈ)، سابق ڈی جی، ایچ آئی پی اے، ہریانہ
11. چموکرشن شاستری، چیئر پرسن ،بھارتیہ بھاشا سمیتی، وزارت تعلیم
12. سنجیو سانیال، ممبر ،اکونامک ایڈوائزری کونسل۔وزیراعظم (EAC-PM)
13. ایم۔ڈی۔سری نواس، چیئرپرسن ،سینٹر فار پالیسی اسٹڈیز، چنئی
14. گجانن لونڈھے، ہیڈ، پروگرام آفس، این ایس ٹی سی
15. رِبن چھیتری ڈائریکٹر ،ایس سی ای آر ٹی، سکم
16. پرتیوش کمار منڈل، پروفیسر ،ڈپارٹمنٹ آف ایجوکیشن ان سوشل سائنس، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی
17. دِنیش کمار، پروفیسر اور ہیڈ ، پلاننگ اور مانیٹرنگ ڈویژن، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی
18. کیرتی کپور، پروفیسر ،ڈپارٹمنٹ آف ایجوکیشن ان لینگویجز، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی
19. رنجنا اروڑہ، پروفیسر اور ہیڈ ڈپارٹمنٹ آف کریکولم اسٹڈیز اینڈ ڈیولپمنٹ، این سی ای آر ٹی (ممبر – سکریٹری)

@KIRBS NOT TO BE REPUBLISHED

ٹیم برائے درسی کتاب

چیئر پرسن، کری کولر ایریا گروپ (CAG) (ریاضی)

مادھون مکند، ڈائریکٹر ، چنئ میتھمیٹکل انسٹی ٹیوٹ، چنئ

معاونین

آلوک کانہیرے، پروجیکٹ سائنٹفیک آفیسر ، ہومی بھابھا سنٹر فار سائنس ایجوکیشن، ممبئ

امرتیا کمار دتا، پروفیسر، اسٹیٹ۔میتھ یونٹ، انڈین اسٹیٹسٹیکل انسٹی ٹیوٹ (آئی ایس آئی)، کولکاتا

امرتانشو پرساد، پروفیسر، دی انسٹی ٹیوٹ آف میتھمیٹکل سائنسز، چنئ

انجلی گپتے، پرنسپل (ریٹائرڈ) ودیا بھون پبلک اسکول، اودے پور

ایچ۔ایس۔شاردا، ٹی جی ٹی گورنمنٹ ہائی اسکول، ایچ ڈی کوٹے، کرناٹک

کے۔(روی) سبرامنیم، پروفیسر (ریٹائرڈ)، ہومی بھابھا سینٹر فار سائنس ایجوکیشن (ایچ بی سی ایس ای)، ممبئ

کے۔وی۔سبرامنیم، پروفیسر، چنئ میتھمیٹکل انسٹی ٹیوٹ (سی ایم آئی)، چنئ

مدھو بی۔ اسسٹنٹ پروفیسر ، ریجنل انسٹی ٹیوٹ آف ایجوکیشن (آر آئی ای)، میسور

منجول بھارگو، پروفیسر، پرنسٹن یونیورسٹی اور کو۔چیئر پرسن، این ایس ٹی سی

پدم پریا شیرالی، سابق پرنسپل ، سہیادری اسکول، کے ایف آئی، پونے

پتنجلی شرما، اسسٹنٹ پروفیسر ، ریجنل انسٹی ٹیوٹ آف ایجوکیشن، (آر آئی ای)، اجمیر

راکھی بنرجی، ایسوسی ایٹ پروفیسر ، عظیم پریم جی یونیورسٹی، بنگلورو

شیلیش اے شیرالی، ڈائریکٹر ، ٹیچر ایجوکیشن پروگرام ویلی اسکول، کے ایف آئی

شیو کمار کے۔ایم، کنسلٹنٹ، پروگرام آفس، این ایس ٹی سی

شرون ایس۔کے۔ کنسلٹنٹ ، پروگرام آفس، این ایس ٹی سی

سجاتا رامدورائی، پروفیسر، یونیورسٹی آف برٹش کولمبیا، کینیڈا، ممبر این ایس ٹی سی

ایس۔وشوناتھ، پروفیسر، انسٹی ٹیوٹ آف میتھمیٹکل سائنسیز (آئی ایم ایس سی)، چنئ

© KBS NOT TO BE REPUBLISHED

مبصرین

انوراگ بیہر، ممبر، نیشنل کری کولم فریم ورک نگراں کمیٹی

آر۔راماتوجم، پروفیسر (ریٹائرڈ)، انسٹی ٹیوٹ آف میتھمیٹکل سائنسیز، (آئی ایم ایس سی)، چنئی

ممبر۔کوآرڈینیٹر، کری کولرایریا گروپ (CAG) (ریاضی)

آشوتوش کیدارناتھ وازلوار، پروفیسر، ڈپارٹمنٹ آف ایجوکیشن ان سائنس اینڈ میتھمیٹکس، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

ممبر کوآرڈی نیٹر (اردو ترجمہ)

محمد فاروق انصاری، پروفیسر اور ہیڈ، ڈپارٹمنٹ آف ایجوکیشن اِن لینگویجز، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

اردو ترجمہ

ایوب خان، پروفیسر (ریٹائرڈ)، جامعہ ملیہ اسلامیہ، نئی دہلی

ساج الدین سیفی، شعبۂ ریاضی، جامعہ ملیہ اسلامیہ، نئی دہلی

علینہ رئیس، ریسورس پرسن، جامعہ ملیہ اسلامیہ، نئی دہلی

محمد اسلم میر، ٹیچر، گورنمنٹ گرلز ہائی اسکول (جی جی ایچ ایس)، رتن پورہ، پلوامہ، جموں وکشمیر

محمد قاسم، لکچرر (ریٹائرڈ)، اینگلو عربک سینئر سیکنڈری اسکول، اجمیری گیٹ، نئی دہلی

محمد یاسین وانی، ٹیچر، گورنمنٹ مڈل اسکول، پنگلینا، پلوامہ، جموں وکشمیر

مشیر حسن، ٹیچر (ریٹائرڈ)، ڈائرکٹوریٹ آف ایجوکیشن، نئی دہلی

نوازش پروین، ریسرچ اسکالر، سی آئی ای، دہلی یونیورسٹی، دہلی

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اظہار تشکر

نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ (این سی ای آر ٹی) معزز چیئر پرسن اور کری کولر ایریا گروپ (CAG) کے ممبران کی سرپرستی اور حمایت کا شکریہ ادا کرتی ہے جنھوں نے درسی کتاب کی تشکیل کے دوران درکار رہنمائی فراہم کی۔ درسی کتاب کی تشکیل کے دوران، متعدد ورکشاپ منعقد کی گئیں اور مختلف اداروں سے ماہرین ریاضی کو دعوت دی گئی۔ این سی ای آر ٹی ان ماہرین مضمون کے قیمتی نقطۂ نظر اور تجاویز کا اعتراف کرتی ہے: شری وشوا شنکر شاستری، ریاضی کمیونیکیٹر، کولار؛ پی۔ستیاناراین شرما، گیسٹ فیکلٹی، شعبہ برائے ریاضی، کے۔بی۔این کالج (آٹونومس)، وجے واڑا، آندھرا پردیش، سہاس ساہا، ہیڈ، شعبۂ ریاضی، ایشا (ISHA) ہوم اسکول، کوئمبٹور؛ پریاورت دیش پانڈے، ایسوسی ایٹ پروفیسر، سی ایم آئی، چنئی؛ صادق علی شیخ، ہیڈ شعبہ برائے ریاضی، مولانا آزاد کالج آف آرٹس، سائنس اینڈ کامرس، اورنگ آباد، مہاراشٹر؛ جسپال کور، ٹی جی ٹی (ریاضی)، اسکول آف ایکسیلینس، دہلی؛ بینا پرکاش، سینئر پی جی ٹی (ریاضی)، کیمبین اسکول، بھوپال؛ مہندر شنکر، سینئر لکچرر (ریٹائرڈ)، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی؛ رام اوتار، پرنسپل (ریٹائرڈ)، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی؛ کے اے ایس ایس وی کامیشور راؤ، ایسوسی ایٹ پروفیسر (ریٹائرڈ)، این سی ای آر ٹی؛ آدیتا چندر شیکھر کرناٹکی، اسسٹنٹ پروفیسر، چنئی میتھمیٹکل انسٹی ٹیوٹ، چنئی؛ ناگیش مونے، پرنسپل (ریٹائرڈ)، دکن ایجوکیشن سوسائٹیز دراوڑ ہائی اسکول، وائی، مہاراشٹر؛ آر۔ اتھارامن، میتھمیٹکس ایجوکیشن کنسلٹنٹ، ٹی آئی میٹرک ہائر سیکنڈری اسکول اینڈ اے ایم ٹی آئی، چنئی، تامل ناڈو؛ اوپیندر کلکرنی، ایسوسی ایٹ پروفیسر، چنئی میتھمیٹکل انسٹی ٹیوٹ، چنئی؛ انوپما ایس۔ایم، فیکلٹی عظیم پریم جی یونیورسٹی؛ سندیپ دیواکر، ماہر مضمون—ریاضی، عظیم پریم جی فاؤنڈیشن؛ آشیش گپتا، ریسورس پرسن، عظیم پریم جی فاؤنڈیشن؛ پروین اونیال، ریسورس پرسن، عظیم پریم جی فاؤنڈیشن؛ رام چندر کرشنامورتی، پرنسپل، عظیم پریم جی اسکول—جنھوں نے اس مواد اور طریقۂ تدریس کو بہتر بنانے میں مدد کی۔

کونسل شری دھرشری واستو، جوائنٹ ڈائریکٹر، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی، امریندر پرساد بہرا، جوائنٹ ڈائریکٹر، سینٹرل انسٹی ٹیوٹ آف ایجوکیشنل ٹکنالوجی، این سی ای آر ٹی کا بھی شکریہ کرتی ہے۔

کونسل سنیتا فارکیا، پروفیسر اور ہیڈ، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی اور محمد فاروق انصاری، پروفیسر اور ہیڈ، ڈی ای ایل، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی کے علمی اور انتظامی تعاون کا بھی اعتراف کرتی ہے۔

کونسل معاونین شمیتا جوشی سینئر ریسرچ ایسو سی ایٹ؛ منجو مہار، سینئر ریسرچ ایسو سی ایٹ؛ شکتی کمار بھاردواج میتھمیٹکس لیب اسسٹنٹ، ڈپارٹمنٹ آف ایجوکیشن اِن سائنس اینڈ میتھمیٹکس این سی ای آر ٹی، کی درسی کتاب کی تیاری میں ان کے تعاون کو بھی سراہتی ہے۔

کتاب کی تیاری میں معاونت کے لیے کونسل محمد نظام الدین، اسسٹنٹ ایڈیٹر (کانٹریکچول)؛ محمد شارب ضیا، اسسٹنٹ ایڈیٹر (کانٹریکچول)؛ محمد حیات الدین، اسسٹنٹ ایڈیٹر (کانٹریکچول) مسعود احمد اسسٹنٹ ایڈیٹر (کانٹریکچول)؛ رائحہ انصار، پروف ریڈر (کانٹریکچول)؛ جاوید احمد، پروف ریڈر (کانٹریکچول)؛ عظمت اللہ تابش، پروف ریڈر (کانٹریکچول)؛ زاہد انجم، پروف ریڈر (کانٹریکچول) اور صدرالدین، پروف ریڈر (کانٹریکچول)؛ محمد صغیر ڈی ٹی پی آپریٹر، ڈی ای ایس ایم؛ ریاض احمد، ٹی پی آپریٹر، ڈی ای ایل (کانٹریکچول)؛ امجد حسین، ڈی ٹی پی آپریٹر؛ مسیح الدین، ڈی ٹی پی آپریٹر (کانٹریکچول) اور جنید احمد، ڈی ٹی پی آپریٹر (کانٹریکچول) پبلی کیشن ڈویژن کا تہہ دل سے شکریہ ادا کرتی ہے۔

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

استاد کے لیے نوٹ

ہم امید کرتے ہیں کہ یہ کتاب، گنت پرکاش، آپ کے لیے ایک مضبوط سہارا اور رہنما کا کام کرے گی تاکہ آپ اس اہم کام کو سرانجام دے سکیں جو آپ کے سامنے ہے؛ یعنی ریاضی جیسے خوب صورت مضمون کو اگلی نسل تک پہنچانا۔

یہ کام ایک ساز گار ماحول فراہم کرنے کا مطالبہ کرتا ہے، جو طلبا کے ذہنوں میں ریاضیاتی سوچ کو پروان چڑھانے کا موقع دے۔

وہ کلاس روم جہاں طلبا صرف سنتے ہیں اور جو کچھ انہیں بتایا گیا ہے یا بورڈ پر لکھا گیا ہے اسے لکھتے ہیں، ریاضی سیکھنے کے لیے درکار شرائط (حالات) کے لیے نامکمل ہوتا ہے۔ اس کے بجائے، کلاس روم کو ایسی جگہ ہونا چاہیے جہاں طلبا ریاضیاتی تصورات کے ساتھ کھیلنے، پیٹرنوں کو تلاش کرنے اور ان پر بحث کرنے اور مسائل حل کرنے کے لیے تخلیقی حکمت عملیوں کو مل کر تیار کرنے میں مشغول ہوں۔ طلبا کو ایک دوسرے کے سامنے مسائل بھی پیش کرنے چاہیے اور پھر آپس میں ان کے ممکنہ حل پر بحث کرنی چاہیے۔ بلکہ حقیقت میں یہی وہ شرائط (حالات) ہیں جن کے ذریعے ریاضی کے مکمل میدان میں اب تک کی نشوونما ہوئی ہے اور اس لیے ان حالات کے بغیر طلبا سے ریاضیاتی سوچ اور سمجھ کی توقع نہیں کی جاسکتی ہے۔

خوش قسمتی سے کلاس روم میں ایسے مواقع پیدا کرنا مشکل نہیں ہے۔ اس کے لیے صرف ایک دل چسپ سوال، مسئلہ، پیٹرن یا چیلنج کو طلبا کے سامنے باقاعدگی سے پیش کرنے کی ضرورت ہے اور انھیں مناسب وقت دینا چاہیے تاکہ وہ کھیل سکیں، بحث کرسکیں اور اس پر کلاس یا گروپوں میں کام کرسکیں۔

اس کے ساتھ ایک ایسا ماحول پیدا کرنے کی ضرورت ہے جو غلطیوں کو قبول کرے اور سیکھنے کے لیے ان کی اہمیت کو تسلیم کرے۔

حالاں کہ کلاس روم میں ریاضیاتی سوچ کی ابتدا کے لیے چنگاری پیدا کرنا مشکل نہیں ہے، بلکہ اسے بنائے رکھنا مشکل ہے اور اس میں آپ کی طرف سے کوششیں شامل کرنا بے حد اہم ہے۔ تاہم، اگر ہفتے میں کم از کم ایک یا دو بار کوئی سوال، مسئلہ، پیٹرن یا چیلنج طلبا کے سامنے پیش کیا جائے اور آپ ان کو اس پر کھیلنے، تبادلۂ خیال کرنے اور کام کرنے کے لیے مناسب وقت دیں، تو اس سے طلبا کے ریاضی کو دیکھنے اور سمجھنے کے انداز پر نہایت مثبت اثر پڑ سکتا ہے۔

اس پر غور کیا جانا چاہیے کہ یہ مثبت اثر راتوں رات ظاہر نہیں ہوگا۔ اس میں وقت لگے گا اور یہ مختلف پہلوؤں پر منحصر ہوگا، جیسے کہ آپ مسئلہ حل کرنے کے مواقع کتنی بار فراہم کرتے ہیں، آپ کا صبر اور وہ حوصلہ افزائی جو آپ طلبا کی کرتے ہیں۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

آپ کی مدد کے لیے، اس کتاب میں موجود سبھی مسائل یا سوالات کو ایک مخصوص علامت ❁ کے ذریعے نشان زد کیا گیا ہے۔ یہ علامت کلاس میں مسئلہ حل کرنے اور دریافت کے عمل کو شروع کرنے کے ممکنہ موقع کی نشان دہی کرتی ہے۔ کچھ مسائل کو 'ریاضی بات چیت' (Math talk) سے نام زد کیا گیا ہے۔ ان سوالات کو خاص طور پر کلاس روم میں بحث کے موضوعات کے طور پر استعمال کیا جاسکتا ہے۔

طلبا میں تصورات کے تعین، حسابی سوچ اور فہم پیدا کرنے کے لیے کافی تعداد میں مسائل دیے گئے ہیں۔ ان سب کو حل کرنے کی کوشش اس قیمت پر نہیں ہونی چاہیے کہ طلبا کو ان سوالات کو حل کرنے اور ان پر بحث کرنے کے لیے معیاری وقت نہ ملے۔

یہ سمجھنا بہت اہم ہے کہ تحقیقی مسائل صرف مسئلہ حل کرنے کی مہارتوں کو فروغ دینے کے لیے نہیں ہیں؛ بلکہ جب طلبا تحقیق میں مشغول ہوتے ہیں تو یہ طریقۂ کار کی روانی کو مضبوط کرنے میں مدد دیتا ہے۔

طلبا کو خود مختار طالب علم بنانے کی کوشش بھی کی جانی چاہیے۔ اس کے لیے ایک اہم پہلو ہے ریاضیاتی متون کو پڑھنے اور سمجھنے کی صلاحیت۔ اس مہارت کو فروغ دینے کے لیے طلبا کی حوصلہ افزائی کی جانی چاہیے کہ وہ خود سے اور گروہوں میں کتاب کا مطالعہ کریں۔ مطالعے سے انھوں نے کیا اخذ کیا، اسے دوسروں کے سامنے پیش کرنے اور اس کی وضاحت کرنے کے مواقع فراہم کیجیے۔ اس سے وہ بڑی مشکل بھی حل ہوگی جس کا سامنا طلبا کو ریاضی کے متعلق گفتگو کرنے اور لفظی مسائل کو سمجھنے میں کرنا پڑتا ہے۔

اس کتاب میں کئی غیر مشروط سوالات شامل ہیں۔ اس کتاب میں کچھ تصوّرات کو سمجھنے کے نئے طریقے بھی شامل کیے گئے ہیں۔ اگر آپ ان میں سے کچھ فوری طور پر حل نہیں کر پا رہے ہیں یا ان تک رسائی حاصل نہیں کر پا رہے ہیں تو کوئی بات نہیں، ہر کوئی سب کچھ نہیں جانتا۔ ایسے مواد کو سمجھنے اور اس پر غور کرنے کے ساتھ ساتھ اسے کلاس روم میں لے جانا اور بحث کے لیے پیش کرنا کافی کار آمد ہوگا۔ ان مباحثوں کے بعد وہ چیزیں جو واضح ہیں اور جو ابھی تک غیر واضح ہیں، واضح طور پر ان کا خلاصہ پیش کیا جا سکتا ہے۔ یہ عمل خود ہی درسی مواد پر کافی روشنی ڈال سکتا ہے۔ ان مباحث کے دوران، آپ بھی ایک ساتھی سیکھنے والوں کے طور پر حصہ لے سکتے ہیں اور جب طلبا ایک استاد کو کسی چیز کو سمجھنے کے لیے سوچتے اور جستجو کرتے ہوئے دیکھیں گے تو یہ ان کے لیے ایک بہترین مثال ہوگی۔

یہ امید کی جاتی ہے کہ آپ اور آپ کے طلبا اس کتاب کا استعمال کرتے ہوئے ایک بہترین اور کار آمد وقت گزاریں گے!

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

اہم نکات کا خلاصہ

دریافت کرنے کا وقت

1. طلبا کے سامنے باقاعدگی سے نئے مسائل، سوالات، پیٹرنوں اور چیلنجوں کو پیش کیا جائے اور انھیں ان کے ساتھ انفرادی طور پر یا گروپوں میں کھیلنے، ان پر بحث کرنے اور ان پر کام کرنے کے لیے مناسب وقت فراہم کیا جائے۔
2. اس وقفے کے دوران ایسا ماحول پیدا کرنا ضروری ہے جو غلطیوں کو قبول کرتا ہو اور سیکھنے میں ان کی اہمیت کو تسلیم کرتا ہو۔
3. ایک ایسا ماحول ہونا چاہیے جہاں طلبا ایک دوسرے کے سامنے مسائل پیش کریں اور ان مسائل تک رسائی کے لیے مختلف طریقوں پر ایک دوسرے کے ساتھ تبادلۂ خیال کریں۔

کتاب میں موجود مسائل کے بارے میں

1. کتاب میں موجود تحقیقی مسائل صرف مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت کو فروغ دیتے ہیں، بلکہ ان کا مقصد یہ بھی ہے کہ جب بچے تحقیق میں مشغول ہوں تو ان کی عملی روانی کو مضبوط بنایا جائے۔
2. کتاب میں شامل تمام مسائل کو حل کرنے کی کوشش اس قیمت پر نہیں ہونی چاہیے کہ طلبا کو ان پر کھیلنے، بحث کرنے اور حل کرنے کے لیے مناسب وقت نہ مل سکے۔

مطالعہ

1. طلبا کو خود سے اور گروپوں میں کتاب پڑھنے کی ترغیب دیجیے۔
2. انھیں مواقع فراہم کیجیے کہ وہ جو پڑھتے ہیں اس کی تشریح کریں اور اسے دوسروں کے سامنے بیان کریں۔

نہ جاننے کا حق!

1. یہ بالکل درست ہے اگر کوئی مواد فوری طور پر سمجھ میں نہیں آتا ہے۔ ایسے مواد کو سمجھنے اور اس پر غور کرنے کی کوشش کے ساتھ اسے کلاس روم میں لے جا کر بحث کے لیے بھی پیش کیا جا سکتا ہے۔ اس بحث کے بعد، جو چیزیں واضح ہوں اور جو غیر واضح ہوں، ان کا خلاصہ پیش کیا جا سکتا ہے۔ ان مباحث کے دوران، آپ بھی ایک سیکھنے والے ساتھی کے طور پر حصہ لے سکتے ہیں اور جب طلبا ایک استاد کو کسی چیز کو سمجھنے کے لیے سوچتے اور جستجو کرتے ہوئے دیکھیں گے تو یہ ان کے لیے ایک بہترین مثال ہوگی!
2. سیکھنا ایک مسلسل عمل ہے۔ درحقیقت ریاضی میں اب بھی بہت کچھ ہے جو نا معلوم ہے جس کے لیے مزید تحقیقات کی ضرورت ہے!

@RBSE NOT TO BE REPUBLISHED

طلبا کے لیے ایک نوٹ!

ریاضی کے فن کو سمجھنے کے لیے یہ کافی نہیں ہے کہ محض ایک تماشائی بنے رہیں۔ آپ کو اس عمل میں ہمہ تن مصروف ہونا ضروری ہے جس طرح ایک جاسوس کسی راز کو حل کرنے کے دوران حرکت میں رہتا ہے۔

یہ خاص طور پر اس وقت درکار ہے جب آپ کوئی نیا سوال دیکھیں یا جب کوئی سوال آپ کے تجسس کی فطرت سے پیدا ہو یا جب آپ کوئی نیا خوب صورت پیٹرن دیکھیں۔ جب آپ کو ایسے مواقع ملیں تو اپنے مطالعے پر ٹھہریے اور اپنی تخلیقی صلاحیتوں کا استعمال کرتے ہوئے سوال کو حل کیجیے یا پیٹرن کو سمجھیے اور اس کی تعریف کیجیے۔

آپ کو یہ معلوم ہو گا کہ بعض سوالات کے ساتھ ان کے جوابات بھی موجود ہیں۔ لیکن پھر بھی بہتر ہو گا کہ آپ جواب دیکھنے سے پہلے خود سے یا جماعت میں سوالات پر غور کریں اور حل کرنے کی کوشش کریں۔ اسی طرح آپ کے ذریعے کسی کتاب کا مطالعہ مزید مفید ہو گا!

جب بھی سوالات آپ کے سامنے آئیں گے تو آپ کو یہ شبیہ نظر آئے گی: ❁ یہ شبیہ اشارہ کرتی ہے کہ اب چیزوں پر غور کرنے کا وقت ہے! کبھی کبھی آپ **'معلوم کیجیے'** عنوان کے تحت بہت سے سوالات ایک ہی جگہ مجتمع پائیں گے۔

کچھ سوالات 

سے نشان زد ہیں۔ یہ سوالات اپنے دوستوں کے ساتھ مل کر اور بحث کر کے حل کرنے کے لیے ہیں۔

آخر میں، کچھ سوالات 

سے نشان زد ہیں۔ یہ سوالات زیادہ تخلیقی سوچ کا تقاضا کرتے ہیں، اس لیے ان کے جوابات زیادہ دل چسپ اور پُرلطف ہو سکتے ہیں!

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಮುನ್ನುಡಿ

2025–26 ನೇ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲಿನಿಂದ ರಾಜ್ಯದ ಎಲ್ಲಾ 6ನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕಲಿಕೆಗಾಗಿ ಲಭ್ಯವಾಗುತ್ತಿರುವ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಯು 2020 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿ ಹಾಗೂ 2023 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು (ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ)ಗಳ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡು ರಚಿಸಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅಂತರ್ಗತ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯೊಂದಿಗೆ 21 ನೇ ಶತಮಾನದ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುವಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಬೇಕಿರುವುದು ಮಾತ್ರವಲ್ಲ, ಅವರ ಭವಿಷ್ಯದ ಬೆಳೆವಣಿಗೆಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು ತುಂಬಾ ಅಗತ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿ, ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಸದ್ಬಳಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಿದ್ಧರಿರುವಂತೆ ಅವರ ವಿಶ್ಲೇಷಣಾತ್ಮಕ, ವಿವರಣಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ನಿರೂಪಣಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಪೋಷಿಸಬೇಕಿದೆ. ಈ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಮಹತ್ತರವಾದ ಪಾತ್ರವನ್ನು ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದರೆ ತಪ್ಪಾಗಲಾರದು.

ಪಠ್ಯವಸ್ತು ಹಾಗೂ ಬೋಧನಾ ಶಾಸ್ತ್ರಗಳು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಸಮನ್ವಯಗೊಂಡಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುತೂಹಲಕ್ಕೆ ನೀರೆರೆಯುತ್ತಾ, ಅವರ ವಿಚಾರಣಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿ, ಅನ್ವೇಷಣಾ ಮಾರ್ಗದಲ್ಲಿ ಜ್ಞಾನ ಕಟ್ಟಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೇರಳ ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ತನ್ನ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿನ ಪ್ರಪಂಚವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಶೋಧಿಸಿ ಅಲ್ಲಿ ಅನುಭವಿಸುವ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಆರಂಭದಲ್ಲಿಯೇ ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಬಳಕೆಯಾಗಿರುವ ವರ್ಣರಂಜಿತ ಉದಾಹರಣೆಗಳು, ಸಂವಾದಾತ್ಮಕ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಬುನಾದಿಯನ್ನು ಬಲಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿ ಸಂಕೀರ್ಣ ಗಣತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ. ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಲು ಪಠ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಕಥೆಗಳು, ಸಂವಾದಗಳು ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳ ಸಹಜ, ಸರಳ ಕಲಿಕೆಗೆ ಪೂರಕವಾಗಿವೆ. ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನಾವೀನ್ಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಹಾಗೂ ಒಗಟುಗಳನ್ನು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡಿರುವುದರಿಂದ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳು ಗಮನವನ್ನು ಕಲಿಕೆಯ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಲು ಹಾಗೂ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಆಳವಾಗಿ ಅರ್ಥೈಯಿಸಿಕೊಂಡು ಅನ್ವಯಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಈ ಮೂಲಕ ತಮ್ಮ ಗಣಿತೀಯ ಅಲೋಚನಾ (Computational Thinking) ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರೇರಣೆ ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ.

ನೀಡಿರುವ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಹಾಗೂ ಬಳಸಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಿತ್ಯಜೀವನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಅನ್ವಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸರಳವಾಗುತ್ತದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲೂ ಕಲೆ, ಇತಿಹಾಸ, ವಿಜ್ಞಾನ ಇತ್ಯಾದಿ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಸಮ್ಮಿಳಿತಗೊಳಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಬಹುಶಿಸ್ತೀಯ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅನುಕೂಲವಾಗುತ್ತದೆ. ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಥನ ಶೈಲಿಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಮಾಡಿ ಕಲಿ ತತ್ತ್ವದಡಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಸಲು ಅವಕಾಶ ನೀಡಿರುವುದರಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಕುತೂಹಲ ಮತ್ತು ಪ್ರೀತಿ ಹೆಚ್ಚುವುದರಲ್ಲಿ ಅನುಮಾನವಿಲ್ಲ.

ಇಷ್ಟೆಲ್ಲ ವಿಶೇಷ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತರಗತಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸುಗಮಕಾರರು ತಮ್ಮ ತರಗತಿಯನ್ನು ಅದಕ್ಕೆ ಪೂರಕವಾಗುವಂತೆ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೊಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಹಾಗೂ ಪೂರ್ವಭಾವಿ ಸಿದ್ಧತೆಗಳೊಂದಿಗೆ ತರಗತಿ ನಿರ್ವಹಣೆ ಮಾಡುವುದು

NOT TO BE REPUBLISHED

ತುಂಬಾ ಅಗತ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಕುರುಡು ಲೆಕ್ಕಾಚರದ ಬದಲಿಗೆ ಒಗಟು, ಚರ್ಚೆ, ಸಂವಾದ, ಆಟ, ಪರಸ್ಪರ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಿಕೆ, ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಆಲೋಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತಹ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಸುಗಮಗಾರಿಕೆಯನ್ನು ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರೀಕ್ಷೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಈ ನಿರೀಕ್ಷೆಯನ್ನು ನಮ್ಮ ಸುಗಮಕಾರರು ಹುಸಿ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬ ನಂಬಿಕೆ ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯದ್ದಾಗಿದೆ.

ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕರ್ನಾಟಕ ರಾಜ್ಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ರಾಷ್ಟ್ರಮಟ್ಟದ ಎಲ್ಲಾ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ತಮ್ಮದಾಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು ಎಂಬ ಆಶಯದೊಂದಿಗೆ 2025–26 ನೇ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲಿನಿಂದ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅನುಮತಿ ನೀಡಿದ ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರದ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಬಳಕೆಗೆ ಅವಕಾಶ ನೀಡಿದ ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಯ ವಿವಿಧ ಹಂತದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರಕಾಶನ ವಿಭಾಗಕ್ಕೆ ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಧನ್ಯವಾದಗಳು.

ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕನ್ನಡ, ಮರಾಠಿ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ತಮಿಳು ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಗೆ ಅನುವಾದಿಸಿದ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿಗೆ, ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಂಯೋಜನೆ ಮಾಡಿದ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಾಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ, ಡಿ.ಟಿ.ಪಿ ಆಪರೇಟರ್‌ಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಮುದ್ರಕರಿಗೆ ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘವು ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಸಲ್ಲಿಸುತ್ತದೆ.

ಶ್ರೀಮತಿ ಪ್ರೇಮಾ ಹೆಚ್.ಎಂ.
ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು
ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ.)
ಬೆಂಗಳೂರು.

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

فہرست

پیش لفظ iii

اس کتاب کے بارے میں v

باب 1
ریاضی میں پیٹرن 1

باب 2
خطوط اور زاویے 13

باب 3
عدد کا کھیل 53

باب 4
مفروضات کا استعمال 71

باب 5
مفرد وقت 103

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1

ریاضی میں پیٹرن

(Patterns in Mathematics)

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1.1 ریاضی کیا ہے؟

ریاضی درحقیقت وسیع پیمانے پر پیٹرنوں کی تلاش اور ان پیٹرنوں کے وجود کی وضاحت پر مشتمل ہے۔

قدرت میں، ہمارے گھروں میں اور اسکولوں میں، سورج، چاند اور ستاروں کی حرکت میں، بلاشبہ ہمارے ارد گرد پیٹرن موجود ہوتے ہیں۔ یہ پیٹرن ہمیں خریداری سے لے کر کھانا بنانے میں، گیند پھینکنے سے لے کر کھیلنے تک میں نظر آتے ہیں۔ نیز یہ موسم کے پیٹرن کو سمجھنے سے ٹکنالوجی کے استعمال کرنے میں ہماری مدد کرتے ہیں۔

پیٹرنوں کی تلاش اور ان کی وضاحت دل چسپ اور تخلیقی عمل ہو سکتا ہے۔ اسی وجہ سے ریاضی داں، ریاضی کو فن اور سائنس دونوں طرح سے دیکھتے ہیں۔ ہمیں امید ہے کہ اس سال آپ کو ریاضی کے پیٹرن میں شامل منطقی اور تخلیقی خوب صورتی کو دیکھنے کا موقع ملے گا۔

یہ دھیان رکھنا ضروری ہے کہ ریاضی کا مقصد صرف یہ معلوم کرنا نہیں ہے کہ کون سے پیٹرن موجود ہیں، بلکہ اس کی وضاحت کرنا بھی ہے کہ پیٹرن کا وجود کیوں ہے۔ ایسی وضاحتیں اکثر اس سیاق سے کہیں آگے مختلف اطلاقی صلاحیتوں میں استعمال کی جا سکتی ہیں جس میں انھیں دریافت کیا گیا تھا اور یہ انسانیت کو آگے بڑھانے میں مددگار ثابت ہو سکتی ہیں۔

مثال کے طور پر، ستاروں، سیاروں اور ان کے سیٹلائٹوں کی حرکت میں پیٹرن کی فہم نے کشش کے نظریے کی نشوونما میں انسانوں کی راہنمائی کی، جس کی بدولت ہم نے راکٹ اور سٹیلائٹ کو چاند اور مریخ پر بھیجنے میں کامیابی حاصل کی؛ اسی طرح لونی مادے (Genomes) میں پیٹرنوں کی فہم سے بیماریوں کی تشخیص اور علاج میں مدد ملی — یہ اس طرح کی ہزاروں مثالوں میں سے ایک ہے۔

معلوم کیجیے

1 . کیا آپ ایسی مثالیں سوچ سکتے ہیں جہاں ریاضی ہماری روزمرہ زندگی میں مددگار ہو؟

2 . ریاضی انسانیت کو کیسے فروغ دیتی ہے؟ (آپ ایسی مثالیں سوچ سکتے ہیں جیسے کہ سائنسی تجربات انجام دینا، ہماری جمہوریت (Democracy) اور معیشت (Economy) کو چلانا، گھر اور دوسری پیچیدہ عمارتوں کی تعمیر، ٹی وی، موبائل، کمپیوٹر، سائیکل، ٹرین، کار، ہوائی جہاز، کیلنڈر، گھڑیاں وغیرہ بنانا)۔

ریاضی بات چیت

1.2 اعداد میں پیٹرن

ریاضی میں بنیادی طور پر جو پیٹرن نظر آتے ہیں ان میں عددی پیٹرن شامل ہیں، خاص طور پر مکمل اعداد کے پیٹرن:

0,1,2,3,4,...

ریاضی کا وہ شعبہ جس میں مکمل اعداد کے پیٹرن کا مطالعہ کیا جاتا ہے اسے **عددی نظریہ (Number theory)** کہتے ہیں۔

عددی تواتر (Number sequences) کا شمار سب سے بنیادی اور دلکش قسم کے پیٹرن میں ہوتا ہے جس کا مطالعہ ریاضی داں کرتے ہیں۔

جدول 1 میں کچھ اہم عددی تواتر دکھائے گئے ہیں جن کا مطالعہ ریاضی میں کیا گیا ہے۔

جدول 1 : عددی تواتر کی مثالیں

سبھی اکائیاں (All 1s)	1,1,1,1,1,1,1,...
طبعی اعداد (Counting Numbers)	1,2,3,4,5,6,7,...
طاق اعداد (Odd Numbers)	7,9,11,13, 5, 1,3,...
جفت اعداد (Even Numbers)	2,4,6,8,10,12,14,...
مثلثی اعداد (Triangular Numbers)	1,3,6,10,15,21,28,...

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

مربع اعداد (Squares)	1,4,9,16,25,36,49,...
مکعب اعداد (Cubes)	1,8,27,64,125,216,...
ورہانکا اعداد (Virahanka Numbers)	1,2,3,5,8,13,21,...
دو کے قوت والے اعداد (Power of 2)	1,2,4,8,16,32,64,...
تین کے قوت والے اعداد (Power of 3)	1,3,9,27,81,243,729,...

معلوم کیجیے

ریاضی بات چیت

1 . کیا آپ جدول نمبر 1 میں موجود ہر ایک تواتر میں پیٹرن کی پہچان کر سکتے ہیں؟

2 . جدول 1 میں دیے گئے ہر ایک عددی تواتر کو اپنی کاپی میں دوبارہ لکھیے اور ہر تواتر کے اگلے تین اعداد کو بھی شامل کیجیے اور اس کے اصول کی وضاحت اپنی زبان میں کیجیے۔

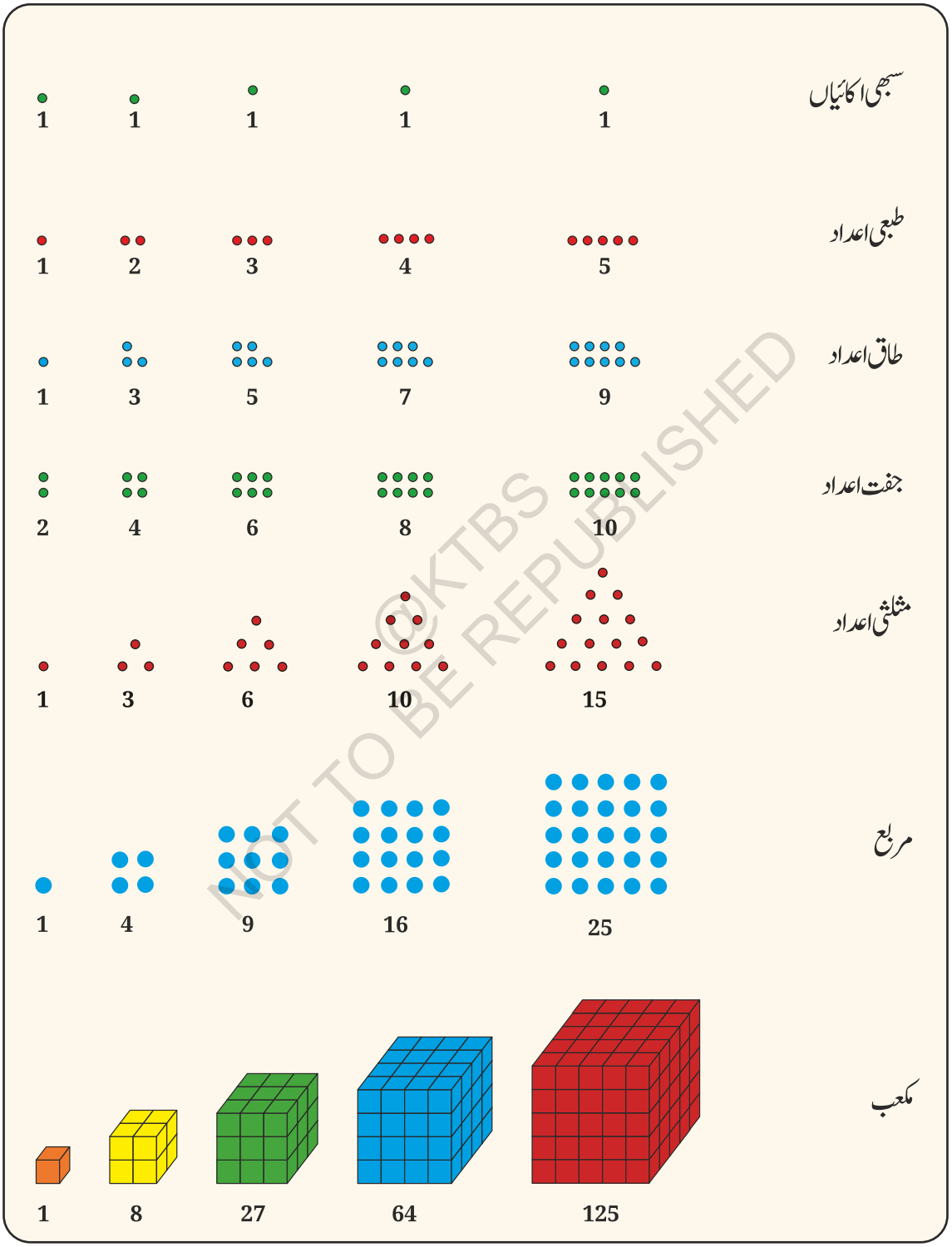
1.3 عددی تواتر کا تصور

تصاویر کے ذریعے ہم بہت سارے عددی تواتر کو دکھا سکتے ہیں۔ ریاضی اشیا کو تصاویر یا ڈائی گرام کے ذریعے دکھانا ریاضی کے پیٹرن اور تصورات کو سمجھنے کا ایک بہت ہی مفید طریقہ ہو سکتا ہے۔

آیئے ہم جدول 1 میں پہلے سات عددی تواتر کو مندرجہ ذیل تصاویر کے ذریعے پیش کرتے ہیں۔

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

جدول 2 : کچھ عددی تواتر کا تصویری اظہار



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

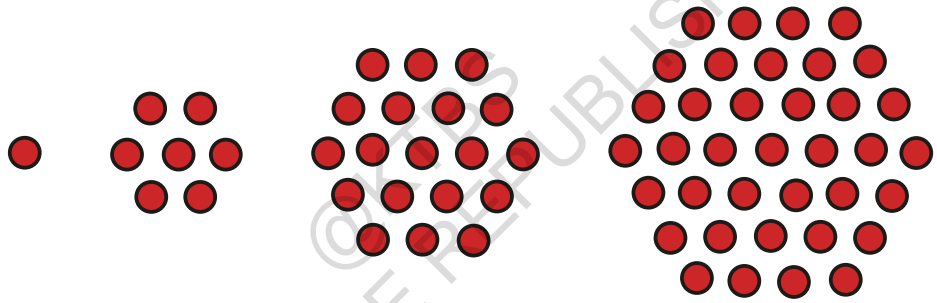
ریاضی بات چیت

1 . جدول نمبر 2 سے تصویری اظہار کو اپنی کاپی میں درج کیجیے اور ہر پیٹرن کے لیے اگلی تصویر بنائیے!

2 . 1، 3، 6، 10، 15،... کو **مثلثی اعداد** کیوں کہتے ہیں؟ 1، 4، 9، 16، 25،... کو **مربع اعداد** یا **مربع** کیوں کہتے ہیں؟ 1، 8، 27، 64، 125،....کو **مکعب** کیوں کہتے ہیں؟

3. آپ غور کرنے سے پائیں گے کہ 36 ایک ایسا عدد ہے جو مثلثی عدد اور مربع دونوں ہے! اس کا مطلب ہے کہ 36 نقطوں کو مکمل طور پر مثلث اور مربع دونوں میں ترتیب دیا جاسکتا ہے۔ اس کی وضاحتی تصویر بنائیے!

4. آپ نیچے دیے گئے عددی تواتر کو کیا کہیں گے؟

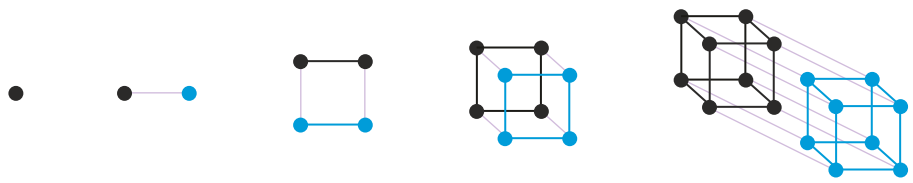


1 7 19 37

انھیں **مسدسی اعداد** کہتے ہیں! انھیں اپنی کاپی میں بنائیے۔ اس تواتر میں اگلا عدد کیا ہوگا؟

5. کیا آپ 2 کے قوتوں اور 3 کے قوتوں والے تواتر کو تصویروں کے ذریعے دیکھنے کے بارے میں سوچ سکتے ہیں؟

یہاں پر 2 کے قوتوں کے بارے میں سوچنے کا ایک ممکنہ طریقہ ہے:



1 2 4 8 16

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

1.4 عددی تواتر کے درمیان رشتہ

کبھی کبھی عددی تواتر ایک دوسرے سے حیرت انگیز طریقوں سے جُڑے ہو سکتے ہیں۔

مثال : جب ہم طاق اعداد کو جوڑنا شروع کرتے ہیں تو کیا ہوتا ہے؟

$$1 = 1$$
$$1 + 3 = 4$$
$$1 + 3 + 5 = 9$$
$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$$
$$\vdots$$

یہ واقعی ایک خوب صورت پیٹرن ہے!

ایسا کیوں ہوتا ہے؟ کیا آپ کو لگتا ہے کہ ایسا ہمیشہ ہو گا؟

اس کا جواب یہ ہے کہ پیٹرن ہمیشہ واقع ہوتا رہتا ہے، مگر کیوں؟ جیسا کہ پہلے ذکر کیا گیا ہے کہ پیٹرن کیوں واقع ہوتا ہے۔ اس کی وجہ اتنی ہی خاص اور دل چسپ ہے جتنا کہ خود پیٹرن۔

ایک تصویر اسے واضح کر سکتی ہے

کسی تصویر کے تصور کی مدد سے اس عمل کی تشریح ہو سکتی ہے۔ یاد کیجیے کہ مربع اعداد کو مربع ڈاٹ گرڈ کی گنتی کے ذریعے بنایا جاتا ہے۔

ہم مربع گرڈ کے نقطوں کو کس طرح تقسیم دے کر طاق اعداد کے نقطوں کی شکل دے سکتے ہیں:

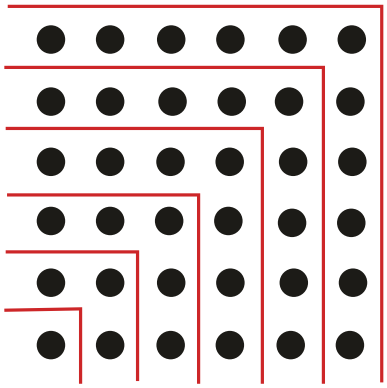
ریاضی بات چیت

1، 3، 5، 7،...؟

آگے مطالعہ کرنے سے پہلے تھوڑا اس کے بارے میں سوچیے!

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ذیل میں دیے گئے پیٹرن میں دکھایا گیا ہے کہ یہ کس طرح کیا جاسکتا ہے:



اس تصویر سے یہ واضح ہوجاتا ہے کہ

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36.$$

چوں کہ یہ اسی طرح کی تصویر کسی بھی سائز کے مربع میں بنائی جاسکتی ہے اور یہ واضح کرتا ہے کہ طاق اعداد کی جمع سے مربع اعداد کیوں حاصل ہوتے ہیں۔

- اسی طرح کی تصویر بناکر کیا آپ بتاسکتے ہیں کہ پہلے 10 طاق اعداد کا مجموعہ کیا ہے؟
- اب ایک ایسی ہی تصویر کا تصور کرکے یا حسب ضرورت جزوی طور پر بناکر کیا آپ بتاسکتے ہیں کہ پہلے 100 طاق اعداد کا مجموعہ کیا ہے؟

تواتر کے درمیان اوپر دیے ہوئے رابطے کی طرح کی دوسری مثال:

اوپر اور نیچے جمع کرنا

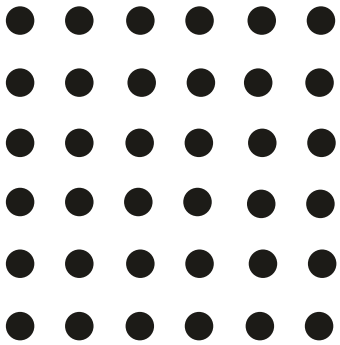
آیئے ذیلی پیٹرن کو دیکھتے ہیں:

$1 = 1$
$1 + 2 + 1 = 4$
$1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 9$
$1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16$
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 25$
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$
⋮

دیے گئے پیٹرن کو دیکھ کر ایسا لگتا ہے کہ گنتی والے اعداد کو اوپر اور پھر نیچے جوڑنا مربع اعداد حاصل کرنے کا ایک دوسرا طریقہ ہے!

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

کیا آپ ذیل میں دیے گئے گرڈ نقطوں سے اسی طرح دوسرے تصویری اظہار کی تلاش کر سکتے ہیں؟



معلوم کیجیے

کوشش کیجئے

1 . کیا آپ کوئی ایسا تصویری اظہار تلاش کر سکتے ہیں جس سے یہ واضح ہو کہ اعداد، مثلاً 1، 1+2+1، 1+2+3+2+1، ... کو اوپر اور نیچے جوڑا جائے تو اس کا نتیجہ مربع اعداد کیوں ہوتا ہے؟

2 . بڑی سائز کی تصویر کا بڑے پیمانے پر تصور کر کے، یا اسے ضرورت کے مطابق جزوی طور پر بنا کر، کیا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ 1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100 + 99 + ... + 3 + 2 + 1 کی قدر (Value) کیا ہوگی؟

3 . سبھی اکائی والے تواتر کو اوپر جمع کرنے کے بعد آپ کو کون سا تواتر حاصل ہوتا ہے؟ سبھی اکائی والے تواتر کو نیچے جمع کرنے کے بعد آپ کو کون سا تواتر حاصل ہوتا ہے؟

4 . طبعی اعداد کو اوپر کی طرف جمع کرنے کے بعد آپ کو کون سا تواتر حاصل ہوتا ہے؟ کیا آپ ایک مختصر تصویری اظہار دے سکتے ہیں؟

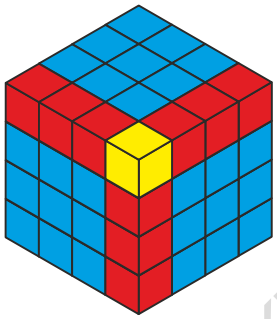
5 . جب آپ متواتر مثلث اعداد کے جوڑوں کو جمع کرتے ہیں تو کیا واقع ہوتا ہے؟ یعنی، 1+3، 3+6، 6+10، 10 + 15 ... کو لیجیے۔ آپ کو کون سا تواتر حاصل ہوتا ہے؟ کیوں؟ کیا آپ اس کی وضاحت تصویر کے ذریعے کر سکتے ہیں۔

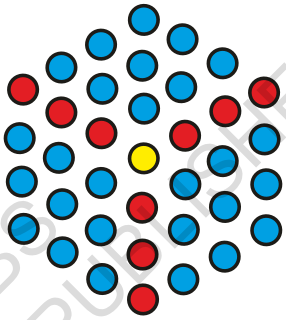
6 . جب آپ 1 سے شروع کرتے ہوئے 2 کے پاور والے اعداد کو جمع کرتے ہیں، یعنی، 1، 1+2، 1+2+4، 1+2+4+8... تو کیا واقع ہوتا ہے؟ اب آپ ان میں سے ہر عدد میں 1 جمع کیجیے — آپ کو کون سے اعداد حاصل ہوتے ہیں؟ ایسا کیوں واقع ہوتا ہے؟

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

7 . جب آپ مثلثی اعداد کو 6 سے ضرب کرنے کے بعد اس میں 1 جمع کرتے ہیں تو کیا واقع ہوتا ہے؟ آپ کو کون سا تواتر حاصل ہوتا ہے؟ کیا آپ تصویر کے ذریعے اس کی وضاحت کر سکتے ہیں؟

8 . جب آپ مسدسی اعداد، مثلاً... 1، 1+7، 1+7+19، 1+7+19+37 کو جمع کرنا شروع کرتے ہیں تو کیا واقع ہوتا ہے؟ آپ کو کون سا تواتر حاصل ہوتا ہے؟ کیا آپ تصویر کے ذریعے اس کی وضاحت کر سکتے ہیں؟





@KTB NOT TO BE REPUBLISHED

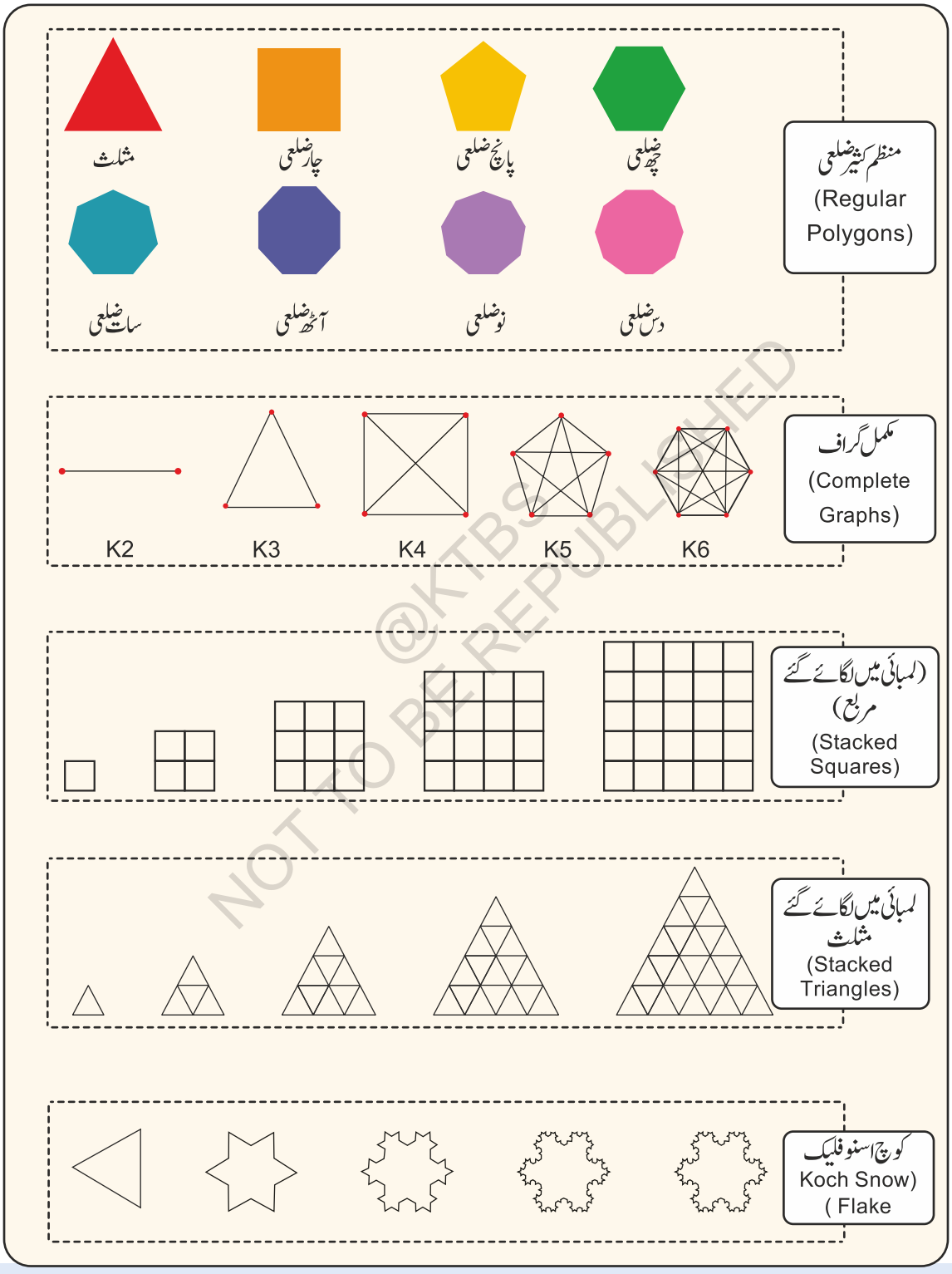
9 . جدول 1 میں دیے گئے تواتروں میں خود کے پیٹرن اور ان کے درمیان کے روابط کو تلاش کیجیے۔ کیا آپ تصویر یا کسی اور طریقے سے انھیں واضح کر سکتے ہیں کہ ایسا کیوں واقع ہوتا ہے؟

1.5 اشکال میں پیٹرن

بنیادی طور پر ریاضی میں جو دوسری قسم کے پیٹرن پائے جاتے ہیں وہ اشکالی پیٹرن (One dimensions) ہوتے ہیں۔ یہ اشکال یک بُعدی، دو ابعادی اور سہ ابعادی (1D، 2D، 3D) یا کثیر ابعادی ہوتے ہیں یا ان سے زیادہ بھی ہو سکتے ہیں۔ ریاضی کی وہ شاخ جس میں ہم اشکالی پیٹرن کا مطالعہ کرتے ہیں اسے جیومیٹری (Geometry) کہتے ہیں۔

اشکالی تواتر ریاضی کے ذریعے مطالعہ کیے گئے اشکالی پیٹرن کی ایک اہم قسم ہے۔ جدول 3 میں کچھ خاص اشکالی تواتر دکھائے گئے ہیں جن کا مطالعہ ریاضی میں کیا جاتا ہے۔

جدول 3 : اشکالی تواتر کی مثالیں



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

ریاضی بات چیت

1 . کیا آپ جدول 3 میں دیے گئے ہر ایک تواتر کے پیٹرن کو پہچان سکتے ہیں؟

2 . جدول 3 سے ہر ایک تواتر کو دیکھ کر اپنی کاپی پر دوبارہ بنائیے۔ کیا آپ ہر ایک تواتر کی اگلی شکل بنا سکتے ہیں؟ کیوں یا کیوں نہیں؟ ہر تواتر کے بعد اس میں بن رہی اشکال کے پیٹرن اور اصولوں کی وضاحت اپنی زبان میں کیجیے۔

1.6 تواتری اعداد سے تعلق

اکثر اشکالی تواتر حیرت انگیز طریقے سے عددی تواتر سے جڑے ہوتے ہیں۔ ایسے تعلقات اشکالی تواتر اور اس سے جڑے عددی تواتر کے مطالعے اور فہم دونوں میں مددگار ہو سکتے ہیں۔

مثال: منظم کثیر ضلعی اشکال تواتروں میں ضلعوں کی تعداد کو 3 سے شروع کرتے ہوئے بیان کیا جاتا ہے، یعنی 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 10، ... اسی وجہ سے ان اشکال کو **منظم مثلث، چار ضلعی (یعنی مربع)، پانچ ضلعی، چھ ضلعی، سات ضلعی، آٹھ ضلعی، نو ضلعی اور دس ضلعی** وغیرہ کہا جاتا ہے۔

'منظم' لفظ یہ واضح کرتا ہے کہ اشکال کے سبھی ضلعوں اور زاویوں کی پیمائش ایک جیسی ہے۔ (یعنی اس کے ضلعے اور کونے بھی ایک جیسے نظر آتے ہیں)۔ اگلے باب میں ہم زاویوں کا گہرائی سے مطالعہ کریں گے۔

جدول 3 میں موجود اشکالی تواتر کا عددی تواتر سے خوب صورت رشتہ ہے۔

معلوم کیجیے

کوشش کیجئے

1 . منظم کثیر ضلعی کے تواتر میں ہر شکل کے ضلعوں کی تعداد کی گنتی کیجیے۔ آپ کون سا عددی تواتر حاصل کرتے ہیں؟ منظم کثیر ضلعی تواتر کی ہر شکل میں کونوں کی تعداد کے بارے میں آپ کا کیا خیال ہے؟ کیا آپ کو یکساں عددی تواتر حاصل ہوتا ہے؟ کیا آپ وضاحت کر سکتے ہیں کہ ایسا کیوں واقع ہوتا ہے؟

2 . مکمل گراف کے تواتر میں موجود ہر شکل کے خطوط کی تعداد شمار کیجیے۔ آپ کو کون سا عددی تواتر حاصل ہوتا ہے؟ کیا آپ وضاحت کر سکتے ہیں کہ ایسا کیوں ہوتا ہے؟

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3 . لمبائی سے لگائے گئے مربعوں کی ہر شکل میں چھوٹے چھوٹے مربعوں کی کل تعداد کیا ہے؟ ان سے کون سا عددی تواتر حاصل ہوتا ہے؟ کیا آپ اس کی وضاحت کر سکتے ہیں کہ ایسا کیوں ہوتا ہے؟

4 . لمبائی سے لگائے گئے مثلثوں کی ہر شکل میں چھوٹے چھوٹے مثلثوں کی کُل تعداد کیا ہے؟ اس سے کون سا عددی تواتر حاصل ہوگا؟ کیا آپ اس کی وضاحت کر سکتے ہیں؟ (اشارہ:: مثلث کی ہر شکل میں، ہر قطار میں کتنے مثلث ہیں؟)

کوشش کیجئے

5. کوچ اسنو فلیک تواتر میں ایک شکل سے دوسری شکل میں جانے کے لیے، ہر قطعہ خط '——' کو 'اسپیڈ بمپ' —^— سے بدلنا ہوتا ہے۔ جیسے ہی کوئی ایسا کرتا رہتا ہے، یہ بدلاؤ چھوٹے سے چھوٹے قطعہ خطوط کے ساتھ چھوٹے سے چھوٹا ہوتا جاتا ہے۔ کوچ اسنو فلیک کے تواتر میں قطعہ خطوط کی کیا تعداد ہے؟ اس کا متعلقہ عددی تواتر کیا ہے؟ (اس کا جواب ہے 3، 12، 48.....
اس کا مطلب 4 کے قوت کا 3 گنا؛ یہ تواتر جدول 1 میں موجود نہیں ہے۔)

خلاصہ

- ریاضی پیٹرن کی تلاش اور ان پیٹرنوں کے وجود کی وضاحت پر مشتمل ہے۔
- ریاضی میں پائے جانے والے سب سے بنیادی پیٹرنوں میں سے ایک **عددی پیٹرن** ہے۔
- عددی تواتروں کی کچھ اہم مثالوں میں گنتی کے اعداد، طاق اعداد، جفت اعداد، مربع اعداد، مثلثی اعداد، مکعب اعداد، ورہانکہ اعداد اور 2 کے قوت والے اعداد شامل ہیں۔
- کبھی کبھی عددی تواتر خوب صورت اور نمایاں طریقے سے ایک دوسرے سے جڑے ہو سکتے ہیں مثلاً 1 سے شروع ہونے والے طاق اعداد کے تواتر کو جمع کرنے سے مربع اعداد تشکیل پاتے ہیں۔
- تصاویر کے ذریعے عددی تواتر کا تصور تواتر اور ان کے درمیان کے تعلق کی بہتر تفہیم حاصل ہو سکتی ہے۔
- ریاضی میں **اشکالی تواتر** پیٹرن کی دوسری بنیادی قسم ہے۔ اشکالی تواتر کی اہم مثالوں میں منظم کثیر ضلعی، مکمل گراف، مثلثوں اور مربعوں کو لمبائی سے ایک کے اوپر ایک لگانا اور کوچ اسنو فلیک کے تواتر شامل ہیں۔ اشکالی تواتر، عددی تواتر کے ساتھ بہت دل چسپ روابط کا بھی مظاہرہ کرتے ہیں۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



2

خطوط اور زاویے
(Lines and Angles)

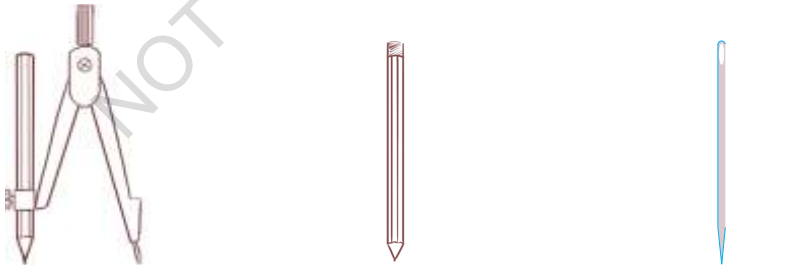
4674CH02

اس باب میں ہم جیومیٹری کے بنیادی تصوّرات جیسے نقطے، خطوط شعاعیں (Rays)، قطع خطوط اور زاویوں کا جائزہ لیں گے۔ یہ تصوّرات 'مستوی جیومیٹری' (Plane Geometry) کے بنیادی اصطلاحات کی تشکیل کرتے ہیں اور جیومیٹری کے مزید اعلیٰ موضوعات جیسے کہ مختلف شکلوں کی تشکیل اور تجزیے کو سمجھنے میں ہماری مدد کریں گے۔

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

2.1 نقطہ

پنسل کی نوک سے ایک کاغذ پر ایک نقطہ (Dot) لگائیے۔ پنسل کی نوک جتنی باریک ہوگی، نقطہ اتنا ہی باریک ہوگا۔ یہ چھوٹا نقطہ آپ کو ایک نقطے کا تصور دے گا۔ کوئی نقطہ کسی متعینہ مقام کی نشان دہی کرتا ہے لیکن اس کی کوئی لمبائی، چوڑائی یا اونچائی نہیں ہوتی۔ ذیل میں نقطہ کے کچھ نمونے دیے گئے ہیں۔



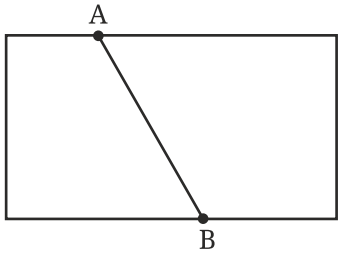
سوئی کا نوکیلا سرا　　پنسل کی تراشی ہوئی نوک　　پرکار کی نوک

اگر آپ کسی کاغذ پر تین نقطے لگائیں تو آپ کو ان تینوں نقطوں کے درمیان فرق کرنے کی ضرورت پڑے گی۔ اس مقصد کے لیے ہم ہر نقطہ کو الگ الگ انگریزی کے بڑے حرف



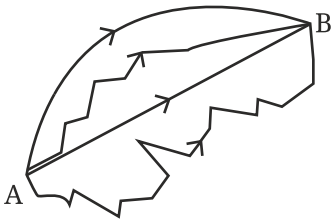
P، Z اور T سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ ان نقطوں کو، 'نقطہ Z'، 'نقطہ P' اور 'نقطہ T' کے طور پر پڑھا جاتا ہے۔ یقیناً، یہ نقطے مخصوص مقامات کی نمائندگی کرتے ہیں اور انھیں بہت باریک اور غیر مرئی تصور کیا جاتا ہے۔

2.2 قطع خط



ایک کاغذ کو موڑ کر پھر کھول دیجیے۔ کیا آپ کو کوئی شکن نظر آتی ہے؟ اس سے قطع خط کے تصوّر کا اندازہ ہوتا ہے۔ اس میں دو سرے ہوتے ہیں، A اور B۔

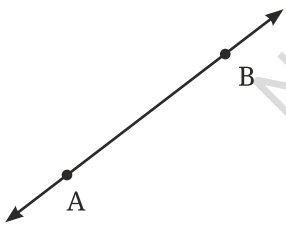
کاغذ کے کسی ٹکڑے پر دو نقطے A اور B کے نشان لگائیے۔ A اور B کو مختلف راستوں سے ملانے کی کوشش کیجیے۔ (شکل 2.1)



شکل 2.1

A سے B تک سب سے مختصر راستہ کون سا ہے؟ یہاں دکھایا گیا سب سے چھوٹا راستہ (جس میں A اور B بھی شامل ہیں) ایک **قطع خط** ہے۔ اس کو $\overline{AB}$ یا $\overline{BA}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ نقطے A اور B قطع خط $\overline{AB}$ کے اختتامی **نقطے** (End Points) کہلاتے ہیں۔

2.3 خط



شکل 2.2

تصور کیجیے کہ A سے B تک قطع خط (یعنی $\overline{AB}$) کو ایک سمت میں A سے آگے بڑھایا جائے اور دوسری سمت میں B سے آگے بڑھایا جائے اور اس میں کوئی اختتامی نقطہ نہ ہو۔ (شکل 2.2 دیکھیے) یہ ایک خط کا ماڈل ہے۔ کیا آپ کو لگتا ہے کہ آپ ایک مکمل خط کی تصویر بنا سکتے ہیں؟ نہیں، کیوں؟

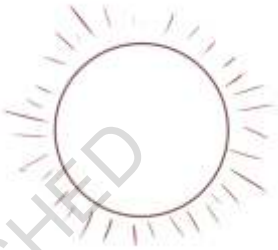
دو نقطوں A اور B سے گذرنے والے خط کو $\overleftrightarrow{AB}$ لکھا جاتا ہے۔ اس کو دونوں طرف سے ہمیشہ بڑھایا جا سکتا ہے۔ کبھی کبھی خط کو l یا m جیسے حروف سے بھی ظاہر کیا جاتا ہے۔

غور کیجیے کہ کسی خط کو بنانے کے لیے دو ہی نقطے کافی ہوتے ہیں اور ان دو نقطوں سے ایک منفرد خط بنتا ہے۔

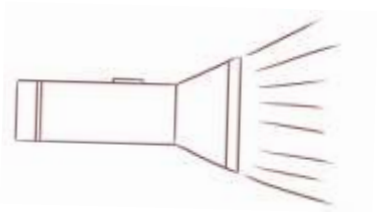
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2.4 شعاع

شعاع (Ray)، خط کا ایک حصہ ہوتی ہے جو ایک نقطہ سے شروع ہوتی ہے (جسے ہم عمودی لکیر کا **شروعاتی نقطہ یا ابتدائی نقطہ** کہتے ہیں) اور آگے کسی سمت میں لامحدود طور پر بڑھتی رہتی ہے۔ ذیل میں شعاع کے کچھ ماڈل دیے گئے ہیں:



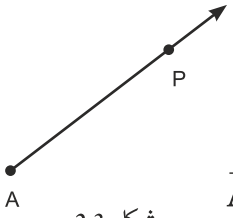
شمسی شعاعیں



ٹارچ کی روشنی کی شعاع



لائٹ ہاؤس کی روشنی کے مینار



شکل 2.3

شعاع کے ڈائی گرام کو (شکل 2.3) دیکھیے۔ اس پر دو نقطے نشان زد کیے گئے ہیں۔ ایک شروعاتی نقطہ A ہے اور دوسرا نقطہ P ہے جو شعاع کے راستے پر ہے۔ ہم اس شعاع کو $\overrightarrow{AP}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

معلوم کیجیے

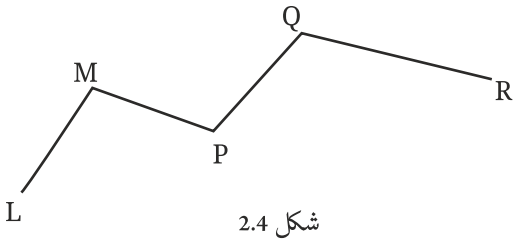
1. ریحان نے کسی کاغذ کے ایک ٹکڑے پر ایک نقطہ بنایا۔ وہ کتنے خطوط کھینچ سکتا ہے جو اس نقطے سے ہو کر گزریں؟

شیتل نے کسی کاغذ کے ایک ٹکڑے پر دو نقطے بنائے ہیں۔ ان دو نقطوں سے گزرتے ہوئے وہ کتنے مختلف خطوط کھینچ سکتی ہے؟

کیا آپ ان کے جوابات تلاش کرنے میں ریحان اور شیتل کی مدد کر سکتے ہیں؟

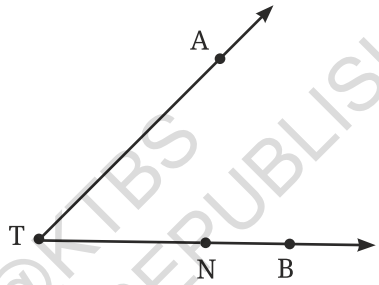
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2 . شکل 2.4 میں دکھائے گئے قطع خطوط کو نام دیجیے۔ پانچوں نشان زد نقطوں میں سے کون سے نقطے دیے ہوئے قطع خطوط میں سے کسی ایک قطع خط پر مکمل طور سے ہیں؟ قطع خطوط کے وہ دو نقطے کون سے ہیں؟



شکل 2.4

3 . شکل 2.5 میں دکھائی گئیں شعاعوں کے نام بتایئے۔ کیا T ہر ایک شعاع کا شروعاتی نقطہ ہے؟



شکل 2.5

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

4 . ایک رف (Rough) شکل بنایئے اور صحیح طریقے سے انھیں نام دیجیے تا کہ مندرجہ ذیل میں سے ہر ایک کی وضاحت ہو:

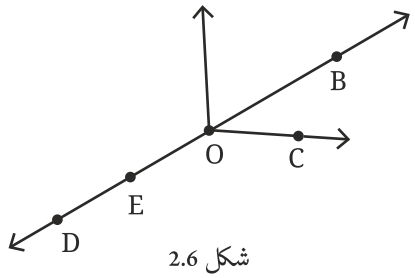
a . $\overleftrightarrow{OP}$ اور $\overleftrightarrow{OQ}$ نقطہ 'O' پر ملتے ہیں۔

b . $\overrightarrow{XY}$ اور $\overleftrightarrow{PQ}$ نقطہ M پر قطع کرتے ہیں۔

c . نقطے E اور F خط l پر واقع ہیں لیکن نقطہ D نہیں ہے۔

d . نقطہ P، AB پر واقع ہے۔

5 . شکل 2.6 میں مندرجہ ذیل نام بتایئے:



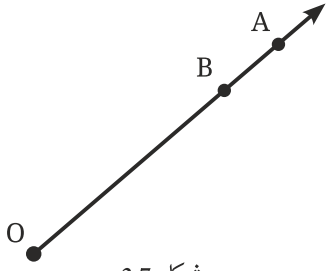
شکل 2.6

a . پانچ نقطے

b . ایک خط

c . چار شعاعیں

d . پانچ قطع خطوط کے



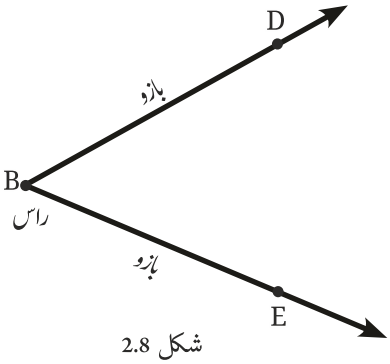
شکل 2.7

6 . یہاں $\overrightarrow{OA}$ ایک شعاع ہے (شکل 2.7)۔ یہ 'O' سے شروع ہوتی ہے اور نقطہ A سے گزرتی ہے۔ یہ نقطہ B سے بھی گزرتی ہے۔

a . کیا آپ اس کو $\overrightarrow{OB}$ نام بھی دے سکتے ہیں؟ کیوں؟

b . کیا ہم $\overrightarrow{OA}$ کو $\overrightarrow{AO}$ لکھ سکتے ہیں؟ کیوں اور کیوں نہیں؟

2.5 زاویہ (Angle)



شکل 2.8

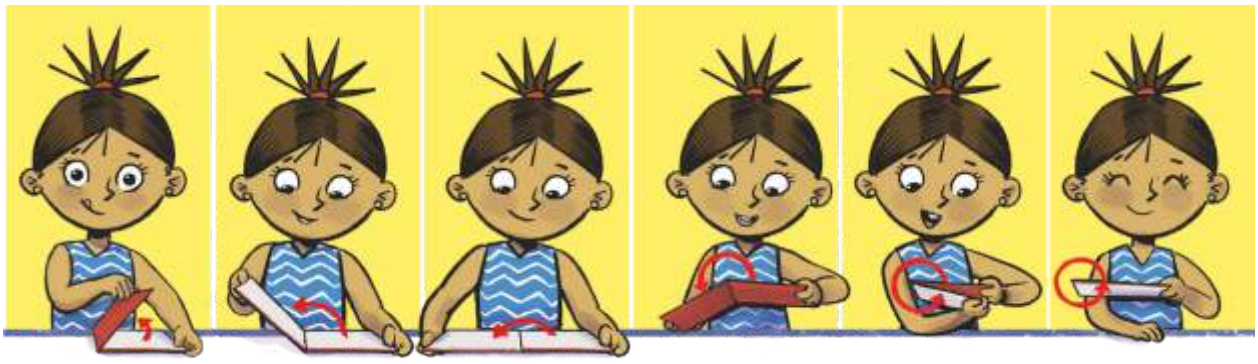
ایک زاویہ دو شعاعوں سے مل کر بنا ہے جن کا شروعاتی نقطہ مشترک ہے۔

یہاں ایک زاویہ ہے جو شعاعیں $\overrightarrow{BD}$ اور $\overrightarrow{BE}$ سے بنا ہے جہاں B مشترک شروعاتی نقطہ ہے (شکل 2.8)۔

نقطہ B زاویہ کا **راس** (Vertex) کہلاتا ہے اور شعاع $\overrightarrow{BD}$ اور $\overrightarrow{BE}$ زاویہ کے **بازو** (Arms) کہلاتے ہیں۔ ہم اس زاویہ کو کیسے نام دے سکتے ہیں؟ ہم صرف راس کو استعمال کر سکتے ہیں اور اسے زاویہ B کہہ سکتے ہیں۔ زاویے کے نام کو بتانے کے لیے اور اس بات کو واضح کرنے کے لیے ہم راس کے ساتھ زاویے کے ہر بازو پر ایک ایک نقطہ لگائیں گے۔ اس صورت حال میں اس زاویہ کو ہم زاویہ DBE یا زاویہ EBD سے مخاطب کریں گے۔ لفظ زاویہ کو ہم علامت '$\angle$' سے بدل سکتے ہیں، یعنی $\angle$ DBE یا $\angle$ EBD۔ یہ بات خیال میں رہے کہ زاویہ کو ظاہر کرنے میں راس کو ہمیشہ درمیانی حرف کے طور پر لکھا جاتا ہے۔

زاویہ کی نشان دہی کرنے کے لیے راس پر ایک چھوٹی منحنی (Curve) کا استعمال کرتے ہیں۔ (شکل 2.9)۔

ودّیا نے ابھی اپنی کتاب کھولی ہے۔ آیئے ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ وہ کتاب کی جلد کو کتنے مختلف مناظر میں کھولتی ہے۔


حالت 1 حالت 2 حالت 3 حالت 4 حالت 5 حالت 6

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

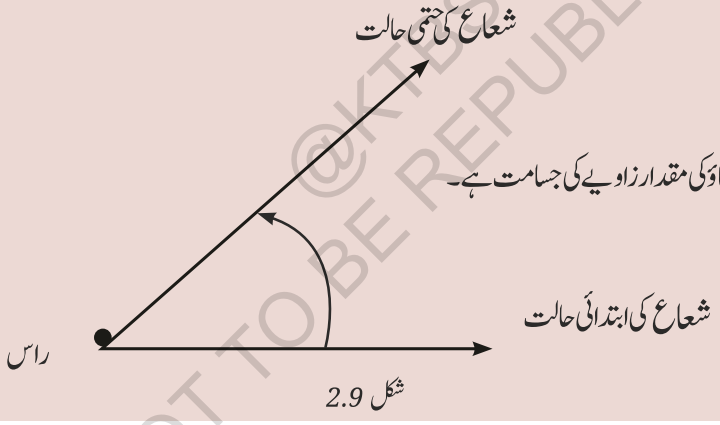
کیا آپ ان میں سے ہر صورت میں بنائے گئے زاویوں کو دیکھتے ہیں؟ کیا آپ ان زاویوں کے راس اور بازوؤں کی نشان دہی کر سکتے ہیں؟

کون سا زاویہ نسبتاً بڑا ہے—صورت حال 1 کا زاویہ یا صورت حال 2 کا زاویہ؟

جس طرح ہم خط کی لمبائی کی بنیاد پر اس کے سائز کے بارے میں بات کرتے ہیں، ویسے ہی ہم زاویوں کے سائز کی بات اس کی گردش محوری (Rotation) کی مقدار کی بنیاد پر کرتے ہیں۔

اس لیے صورت حال 2 کا زاویہ نسبتاً بڑا ہے جیسا کہ اس صورت حال میں وِدّیا کو ضرورت ہے کہ اس جلد کو زیادہ گھمائے۔ اسی طرح صورت حال 3 کا زاویہ صورت حال 2 سے بھی بڑا ہے، کیوں کہ اس میں اور زیادہ گردش محوری ہے، اور حالت 4، 5 اور 6 مسلسل اسی طرح گردش محوری بڑھنے کے ساتھ اور بڑے زاویوں کا مظاہرہ کر رہے ہیں۔

کسی زاویے کی جسامت گردش محوری کی مقدار یا گھماؤ ہے جو پہلی شعاع کو دوسری شعاع کی طرف حرکت دینے کے لیے درکار ہے۔



شکل 2.9

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

آیئے ہم ایسی کچھ اور مثالیں دیکھتے ہیں جہاں حقیقی زندگی میں گردش محوری یا گھماؤ سے زاویوں کی تشکیل ہوتی ہے:



- پرکار یا ڈیوائیڈر میں، ہم بازوؤں کو گھما کر ایک زاویہ کی تشکیل کرتے ہیں۔ ان کا راس وہ ہوتا ہے جہاں دونوں بازو ملتے ہیں۔ زاویہ کے بازوؤں اور راس کی شناخت کیجیے۔



- ایک قینچی کے دو بلیڈ ہوتے ہیں۔ جب ہم کوئی چیز کاٹنے کے لیے انھیں کھولتے (یا گھماتے) ہیں تو اس کے دونوں بلیڈ ایک زاویہ بناتے ہیں۔ بازوؤں اور راس کی شناخت کیجیے۔

- عینک، بٹوہ اور دوسری عام اشیا کی تصویروں کو دیکھیے۔ بازوؤں اور راسوں کو نشان زد کرتے ہوئے زاویوں کی شناخت کیجیے۔

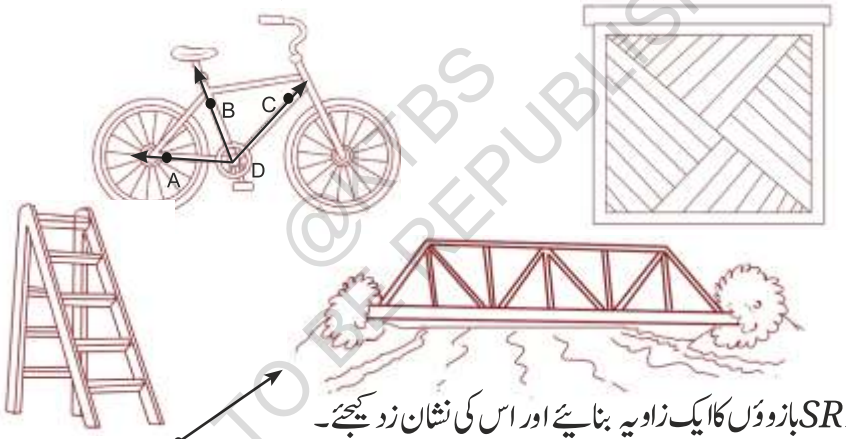


کیا آپ دیکھتے ہیں کہ کیسے ایک بازو کو دوسرے بازوؤں کی مناسبت سے موڑ کر یہ زاویے بنتے ہیں؟

استاد کے لیے نوٹ

اساتذہ کو طلبا کے ساتھ مل کر کچھ سرگرمیاں انجام دینی چاہیے۔ تاکہ وہ زاویے کے سائز کو گردش محوری کی مقدار کے طور پر پہچان سکیں۔

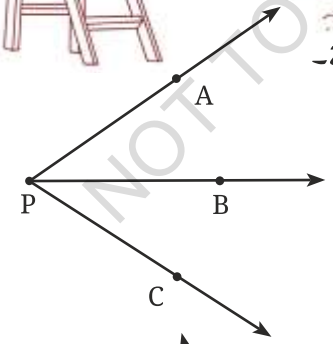
معلوم کیجیے 1 . کیا آپ ذیل میں دی گئی تصویروں میں زاویے معلوم کر سکتے ہیں؟ ان میں سے کوئی ایک زاویہ بنانے والی شعاعوں کو نشان زد کیجیے اور زاویہ کے راس کا نام بتائیے۔



NOT TO BE REPUBLISHED @MBS

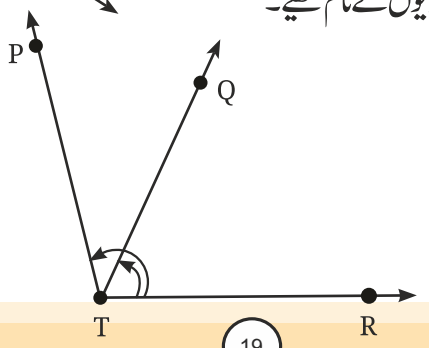
2. ST اور SR بازوؤں کا ایک زاویہ بنائیے اور اس کی نشان زد کیجیے۔

3 . $\angle APC$ کو $\angle P$ کیوں نہیں لکھا جاسکتا، وضاحت کیجیے۔



ریاضی بات چیت

4 . درج ذیل تصویر میں نشان زد کیے گئے زاویوں کے نام لکھیے۔



5 . کاغذ پر تین ایسے نقطے نشان زد کیجیے جو ایک خط پر نہ ہوں۔ان کو A، B اور C سے نشان زد کیجیے۔ان نقطوں کے جوڑوں سے گذرتے ہوئے تمام ممکنہ خطوط کھینچیے۔آپ کو کتنے خطوط حاصل ہوئے؟ ان کے نام لکھیے۔آپ A، B، C کو استعمال کرتے ہوئے کتنے زاویوں کے نام بتا سکتے ہیں؟ان کو لکھیے اور ان میں ہر ایک کو ایک منحنی سے نشان زد کیجیے جس طرح شکل 2.9 میں دکھایا گیا ہے۔

6 . اب آپ اپنے کاغذ پر کوئی ایسے چار نقطے نشان زد کیجیے جن میں سے تین ایک خط میں نہ ہوں۔ان کو A، B، C اور D سے لیبل کیجیے۔ان نقطوں کے جوڑوں سے گزرتے ہوئے تمام ممکنہ خطوط کھینچیے۔آپ کو کتنے خطوط حاصل ہوتے ہیں؟ان کے نام بتائیے۔ A، B، C اور D کو استعمال کرتے ہوئے آپ کتنے زاویوں کے نام بتا سکتے ہیں؟ان تمام کو لکھیے اور ان میں سے ہر ایک کو منحنی سے نشان زد کیجیے۔جیسا کہ شکل 2.9 میں دکھایا گیا ہے۔

2.6 زاویوں کا موازنہ

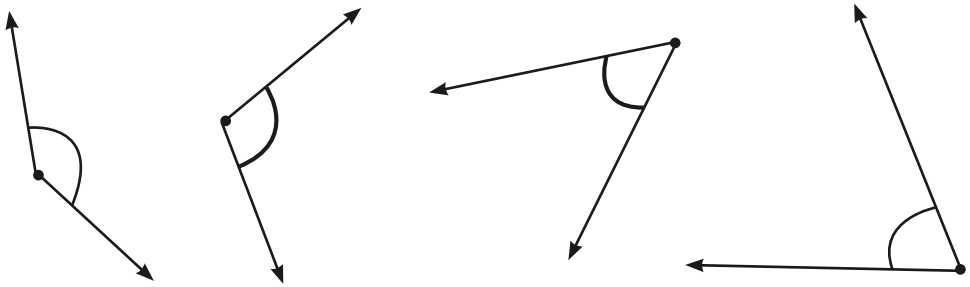
ان جانوروں کو منھ کھولتے ہوئے دیکھیے۔کیا آپ یہاں کوئی زاویہ دیکھتے ہیں؟ اگر ہاں، تو ہر ایک کے راس اور بازوؤں کو نشان زد کیجیے۔کچھ منھ دوسرے کے مقابلے میں زیادہ کھلتے ہیں، جبڑے جتنے زیادہ کھلیں گے، زاویہ اتنا ہی بڑا ہوگا، کیا آپ ان زاویوں کو سب سے چھوٹے سے سب سے بڑے کی ترتیب میں لکھ سکتے ہیں؟



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ریاضی بات چیت

کیا دو زاویوں کا موازنہ ہمیشہ آسان ہوتا ہے؟

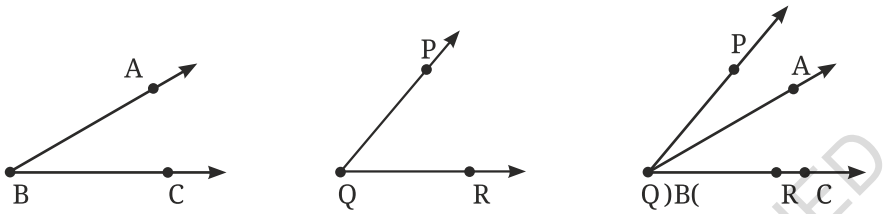


یہاں کچھ زاویے ہیں۔ہر زاویے کو نشان زد کیجیے ۔آپ ان کا موازنہ کیسے کریں گے؟
کچھ اور زاویے بنائیے اور ان کو نشان زد کیجیے اور موازنہ کیجیے۔

انطباق (Superimposition) کے ذریعے زاویوں کا موازنہ

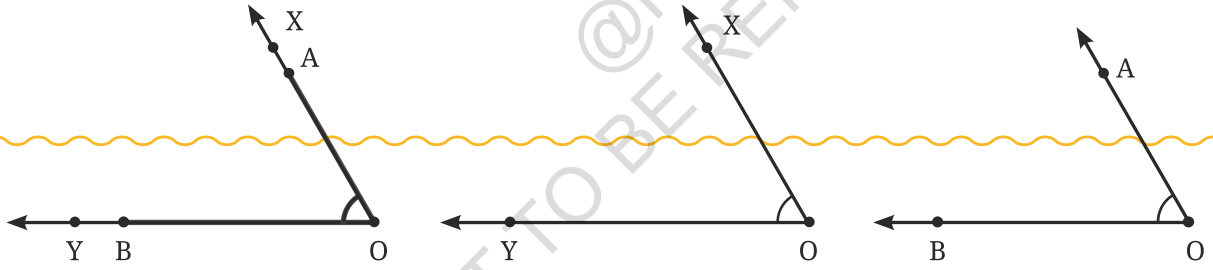
کسی بھی دو زاویوں کا ایک دوسرے کے اوپر رکھ کر موازنہ کیا جاسکتا ہے یعنی انطباق کے ذریعے۔ انطباق کرتے وقت دونوں زاویوں کے راس بالکل ایک دوسرے کے اوپر ہوں۔

انطباق کے بعد یہ صاف ہو جاتا ہے کہ کون سا زاویہ چھوٹا ہے اور کون سا بڑا ہے۔



تصویر میں دو زاویے منطبق ہیں۔ اب یہ صاف ہو گیا کہ ∠PQR سے ∠ABC بڑا ہے۔

مساوی زاویہ (Equal angle). اب آپ شکل میں ∠AOB اور ∠XOY پر غور کریں۔ ان میں کون سا بڑا ہے؟



@KTBC NOT TO BE REPUBLISHED

ان دونوں زاویوں کے کونے (راس) اور دونوں بازو بالکل ایک دوسرے کو ڈھک رہے ہیں۔

یعنی $\overrightarrow{OA} \leftrightarrow \overrightarrow{OX}$ اور $\overrightarrow{OB} \leftrightarrow \overrightarrow{OY}$۔ اس لیے یہ زاویے جسامت میں **مساوی** ہیں۔

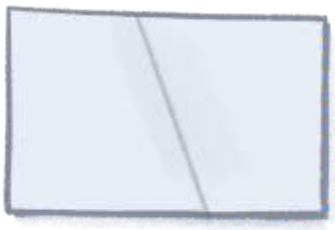
یہ زاویے پیمائش میں برابر ہیں، کیوں کہ جب ہم گردش محوری سے بننے والے ہر ایک زاویہ کو دیکھتے ہیں، تو ہم دیکھ سکتے ہیں کہ $\overrightarrow{OB}$ سے $\overrightarrow{OA}$ تک حرکت کرنے اور $\overrightarrow{OY}$ سے $\overrightarrow{OX}$ تک حرکت کرنے میں گردش محوری کی ضروری مقدار برابر ہے۔

انطباق کے نظریہ سے جب دو زاویے ایک دوسرے پر منطبق ہوتے ہیں تو دونوں زاویوں کا مشترک راس اور دونوں بازو ٹھیک ایک دوسرے کے اوپر ہوتے ہیں۔ تب زاویوں کی پیمائش برابر ہوتی ہے۔

ریاضی بات چیت

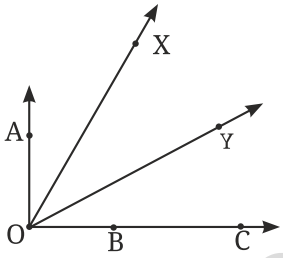
ہم کہاں کہاں موازنہ کے لیے انطباق کا استعمال کرتے ہیں؟

معلوم کیجیے



1 . ایک مستطیل نما کاغذ کے ٹکڑے کو موڑیے۔ پھر بنی ہوئی کریز کے ہمراہ ایک خط کھینچیے۔ مستطیل سیٹ کے کنارے اور موڑ کے درمیان بننے والے زاویوں کو نام دیجیے اور ان کا موازنہ کیجیے۔ کسی مستطیل کاغذ کی پرت کو موڑ کر مختلف زاویے بنائیے اور ان کا موازنہ کیجیے۔ آپ کے ذریعے بنائے گئے زاویوں میں کون سا زاویہ سب سے بڑا ہے اور کون سا سب سے چھوٹا؟

2 . ہر حالت میں کون سا زاویہ بڑا ہے اور کیوں، معلوم کیجیے۔



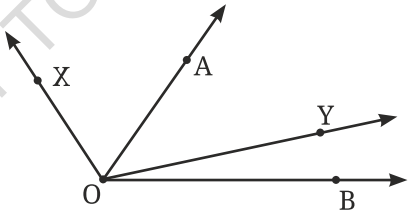
a . $\angle AOB$ یا $\angle XOY$

b . $\angle XOB$ یا $\angle AOB$

c . $\angle XOB$ یا $\angle XOC$

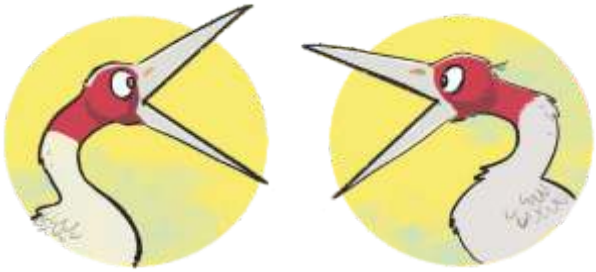
ریاضی بات چیت

اس بات پر اپنے دوستوں سے بحث کیجیے کہ انھوں نے کیسے طے کیا کہ کون سا زاویہ بڑا ہے؟



3. کون سا زاویہ بڑا ہے۔ $\angle XOY$ یا $\angle AOB$؟ وجہ بتائیے؟

انطباق کے بغیر زاویوں کا موازنہ



شکل 2.10

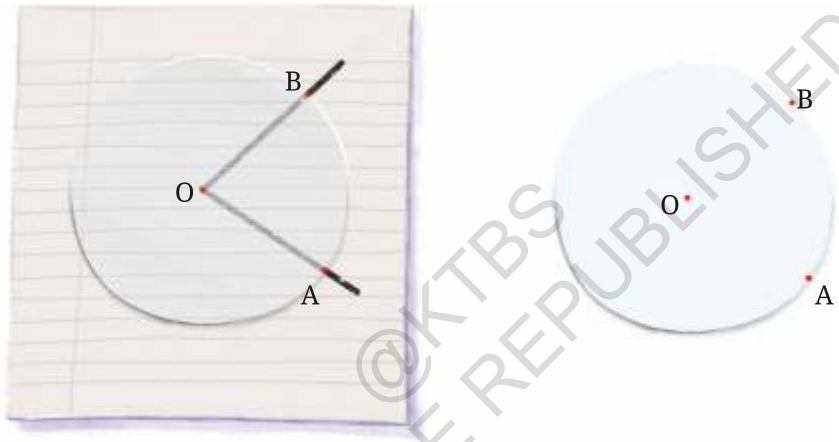
دو ہنس آپس میں بحث کر رہے ہیں کہ کون اپنا منھ زیادہ کھول سکتا ہے، یعنی دونوں میں کون بڑا زاویہ بناتا ہے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

آیئے ہم پہلے ان کے زاویے بناتے ہیں۔ ہم کیسے جانیں گے کہ کون سا زاویہ بڑا ہے؟ جیسے پہلے دیکھا گیا، ہم ان دونوں زاویوں کو بنا کر انطباق کے ذریعے جانچ کر سکتے ہیں۔ لیکن کیا ہم بغیر انطباق کے موازنہ کر سکتے ہیں؟

فرض کیجیے! ہمارے پاس ایک شفاف دائرہ ہے۔ جس کو ہم حرکت دے سکتے ہیں اور مختلف شکلوں پر رکھ سکتے ہیں۔ کیا ہم موازنہ کرنے کے لیے اس کا استعمال کر سکتے ہیں؟

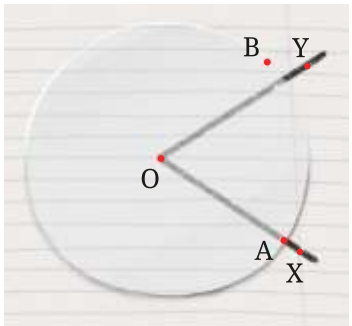
آیئے ہم دائروی کاغذ کو پہلے ہنس کے ذریعے بنائے گئے زاویہ پر رکھتے ہیں۔ دائرہ کو زاویہ پر اس طرح رکھتے ہیں کہ اس کا مرکز زاویہ کے راس پر ہو۔ آیئے ہم زاویے کے دونوں بازو جہاں دائرہ کے کنارے سے گزر رہے ہیں وہاں نقطے A اور B نشان زد کرتے ہیں۔



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

کیا ہم اس کا استعمال کر کے معلوم کر سکتے ہیں کہ یہ زاویہ دوسرے ہنس کے زاویے سے بڑا ہے، مساوی ہے یا چھوٹا ہے؟

آپ اس دائرہ کو دوسرے زاویے پر اس طرح رکھیں کہ اس کا راس دائرہ کے مرکز پر منطبق ہو اور اس کا ایک بازو OA سے ہو کر گزرے۔



کیا آپ اب بتا سکتے ہیں کہ کون سا زاویہ بڑا ہے؟

اگر آپ ایک شفاف دائروی کاغذ کی شیٹ بنا سکیں تو اس طریقہ سے شکل 2.10 میں دیے گئے زاویوں کا موازنہ ایک دوسرے سے کرنے کی کوشش کیجیے۔

استاد کے لیے نوٹ

استاد کے لیے یہ ضروری ہے کہ وہ زاویہ کے تصور سے متعلق طلبا کی تفہیم کی جانچ کرے۔ طلبا کبھی کبھی سوچ سکتے ہیں کہ زاویہ کے بازوؤں کی لمبائی بڑھانے سے زاویہ بڑھ جاتا ہے۔ اس مسئلہ کے لیے طلبا کے سامنے مختلف حالات رکھے جانے چاہیے جن سے اس تصور پر ان کی تفہیم کی جانچ ہو سکے۔

2.7 گردشی بازو بنانا

آیئے، ہم مندرجہ ذیل اقدامات کو اپناتے ہوئے، دو کاغذ کی اسٹراز (Straws) اور ایک کاغذ کلپ کو لے کر گردشی بازو بنائیں:



1 . کاغذ کے دو اسٹراز اور ایک کلپ لیجیے۔

2 . دونوں اسٹراز کو کاغذ کے کلپ میں داخل کیجیے۔

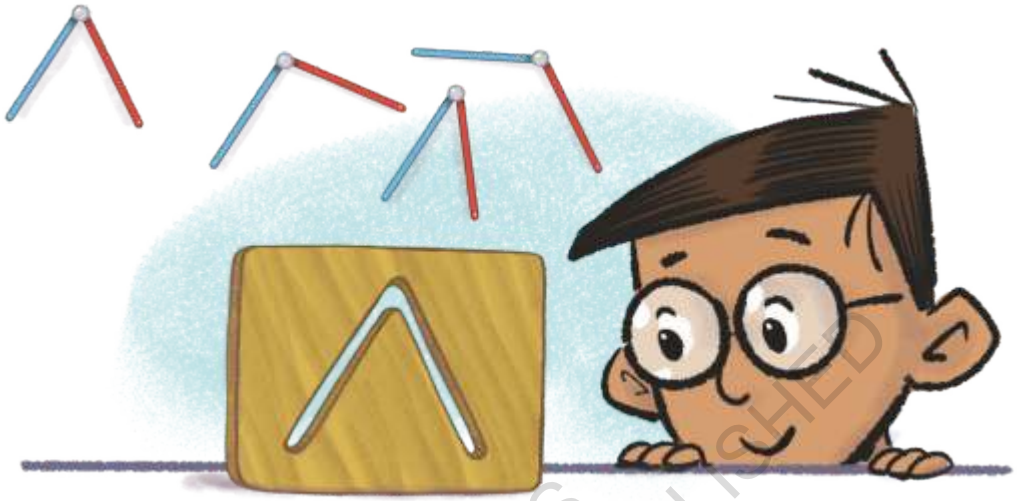
3 . آپ کا گردشی بازو تیار ہے!

بازوؤں کے درمیان مختلف زاویوں سے کچھ گردشی بازو بنایئے۔ موازنہ کرتے ہوئے اور انطباق کے عمل کو استعمال کرتے ہوئے آپ کے ذریعے بنائے گئے زاویوں کو سب سے چھوٹے سے سب سے بڑے کی ترتیب میں لگایئے۔

درّہ سے گذرتے ہوئے: مختلف زاویوں والے گردشی بازوؤں کو اکٹھا کیجیے، اس سرگرمی کے دوران گردشی بازوؤں کو نہ گھمایئے۔

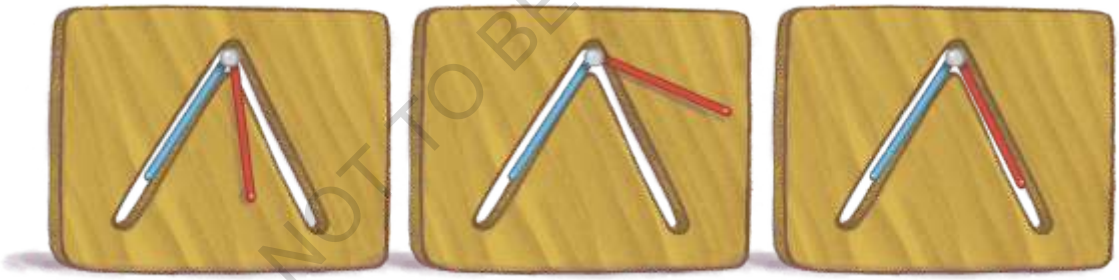
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ایک گتّہ لیجیے اور اس میں گردشی بازو کی شکل کو معلوم کرتے ہوئے اور کاٹتے ہوئے ایک زاویائی شکل کی درّہ بنائیے جیسا کہ ذیل میں دکھایا گیا ہے۔



اب تمام گردشی بازوؤں کو ہلا کر ایک ساتھ ملا دیجیے۔ کیا آپ پہچان سکتے ہیں کہ کون سا گردشی بازو درّے سے گزرے گا؟

گردشی بازوؤں کو درّے پر کھ کر صحیح جواب معلوم کیا جا سکتا ہے۔ آیئے، ہم اس عمل کو دوسرے گردشی بازوؤں کے ساتھ کرتے ہیں۔



درّہ کا زاویہ بازوؤں کے زاویے کے برابر ہے۔ بازو درّہ سے گزر جائیں گے۔

درّہ کا زاویہ بازوؤں کے زاویہ سے چھوٹا ہے۔ بازو درّہ سے نہیں گزریں گے۔

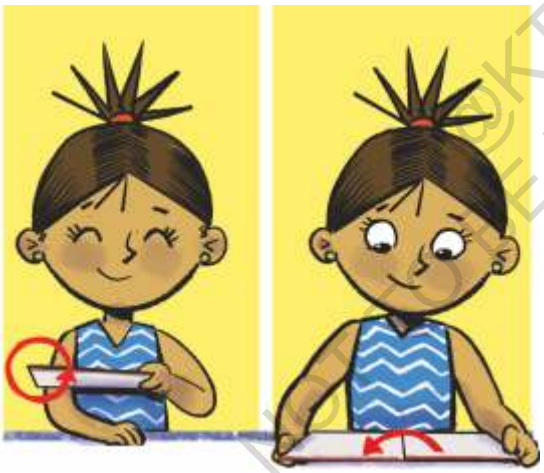
درّہ کا زاویہ بازوؤں کے زاویوں سے بڑا ہے۔ بازو درّہ سے نہیں گزریں گے۔

صرف گردشی بازوؤں کا وہ جوڑا درّہ سے گزرے گا جو زاویہ درّہ کے برابر ہو گا۔ یہ بات نوٹ کیجیے کہ درّہ سے گزرنے کا انحصار صرف گردشی بازوؤں کے زاویہ پر ممکن ہے نہ کہ ان کی لمبائیوں پر (جب تک وہ درّہ کی لمبائی سے کم ہوں)۔

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



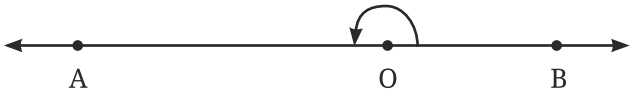
2.8 مخصوص قسم کے زاویے



آیئے ہم ودّیا کی کاپی کی طرف واپس چلتے ہیں۔ آیئے ہم مختلف حالتوں میں اس کے ذریعے کتاب کی جِلد کو کھولنے کا مشاہدہ کرتے ہیں۔

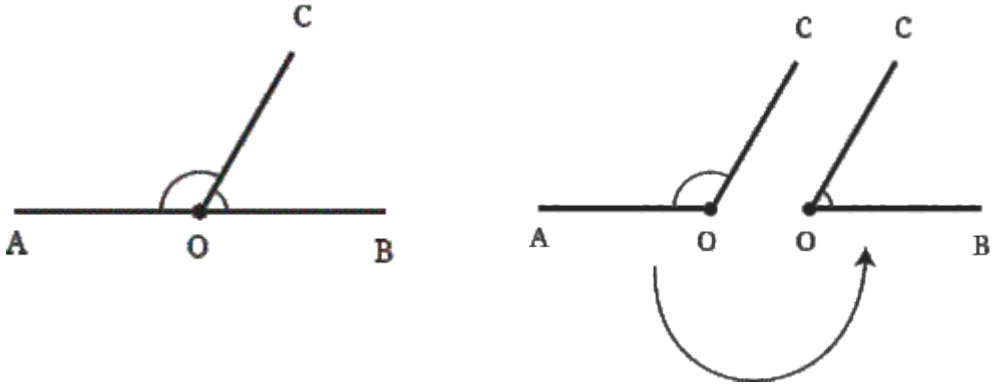
جب کتاب کو پکڑے ہوئے اسے لکھنا ہوتا ہے تو وہ کتاب کی جِلد کو پوری طرح گھما لیتی ہے۔

جب وہ کھلی ہوئی کتاب کو میز پر رکھتی ہے تو کتاب کی جِلد کو آدھا گھماتی ہے۔ اس صورت حال میں بنے ہوئے زاویوں کے بازوؤں کا مشاہدہ کیجیے۔ یہ ایک افقی خط میں ہوتے ہیں۔ ایسا زاویہ، **زاویۂ مستقیم** کہلاتا ہے۔



شکل 2.11

آیئے ہم ایک زاویۂ مستقیم $\angle AOB$ پر غور کرتے ہیں۔ دیکھیے کہ کوئی عمودی لکیر $\overrightarrow{OC}$ اس زاویے کو دو زاویوں، $\angle AOC$ اور $\angle COB$ میں تقسیم کرتی ہے۔



ریاضی بات چیت

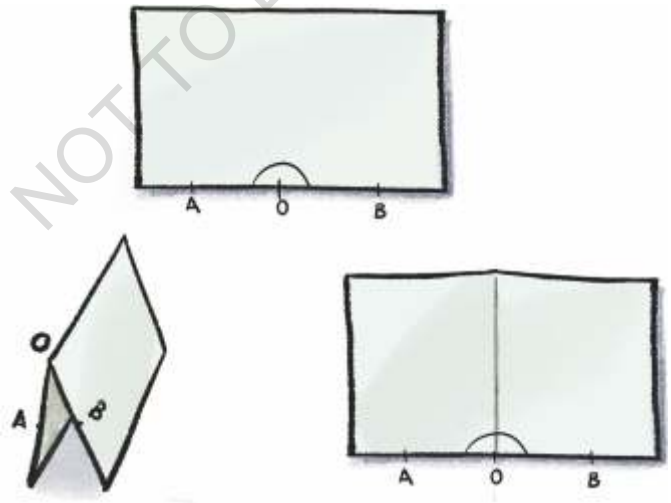
کیا یہ ممکن ہے کہ $\overrightarrow{OC}$ کو اس طرح کھینچا جائے کہ دونوں زاویے سائز میں ایک دوسرے کے برابر ہوں؟

آیئے ہم معلوم کرتے ہیں

کاغذ کے ایک ٹکڑے کا استعمال کرتے ہوئے ہم اس مسئلے کا حل معلوم کر سکتے ہیں۔ یاد کیجیے، جب کاغذ کو موڑا جاتا ہے تو ایک کریز بن جاتی ہے، جو سیدھی ہوتی ہے۔

مستطیل نما کاغذ کا ایک ٹکڑا لیجیے اور اس کی ایک سطح پر زاویہ مستقیم $\angle AOB$ نشان زد کیجیے۔ اس کاغذ کو موڑ کر ایک ایسا خط (کریز) حاصل کیجیے جو O سے گزرتے ہوئے $\angle AOB$ کو دو برابر زاویوں میں تقسیم کر دے۔

یہ کیسے کیا جا سکتا ہے؟



اس کاغذ کو اس طرح موڑیے کہ OA، OB کو پوری طرح منطبق کر لے۔ کریز اور دو بننے والے زاویوں کا مشاہدہ کیجیے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

وضاحت کیجیے کہ دونوں زاویے برابر کیوں ہیں۔ کیا انطباق کے طریقے سے اس کی جانچ کی جاسکتی ہے۔ کیا کاغذ کو موڑنے سے یہ انطباق ہوسکتا ہے؟

ان بننے والے برابر زاویوں میں سے ہر ایک کو زاویۂ قائمہ کہا جاتا ہے۔ اس طرح ایک زاویۂ مستقیم میں دو **زاویۂ قائمہ** موجود ہوتے ہیں۔



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

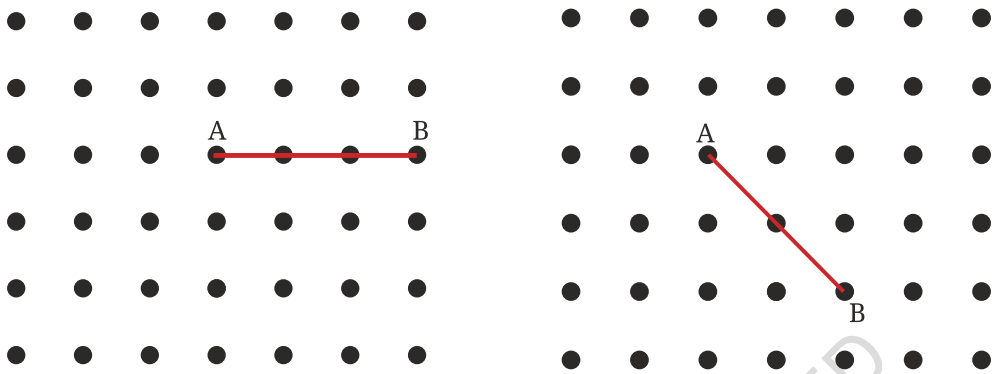
- اگر ایک زاویہ مستقیم کسی چیز کو محور پر آدھا گھمانے سے بنتا ہے تو زاویہ قائمہ محور پر کتنا گھمانے سے بنے گا؟

دیکھیے کہ زاویہ قائمہ 'L' سے مشابہ ہے۔ ایک زاویہ تبھی صرف زاویۂ قائمہ ہوتا ہے جب وہ زاویۂ مستقیم کا ٹھیک آدھا ہو۔ دو خطوط جو ایک دوسرے سے زاویۂ قائمہ پر ملتے ہیں، **عمودی خطوط** (Perpendicular lines) کہلاتے ہیں۔

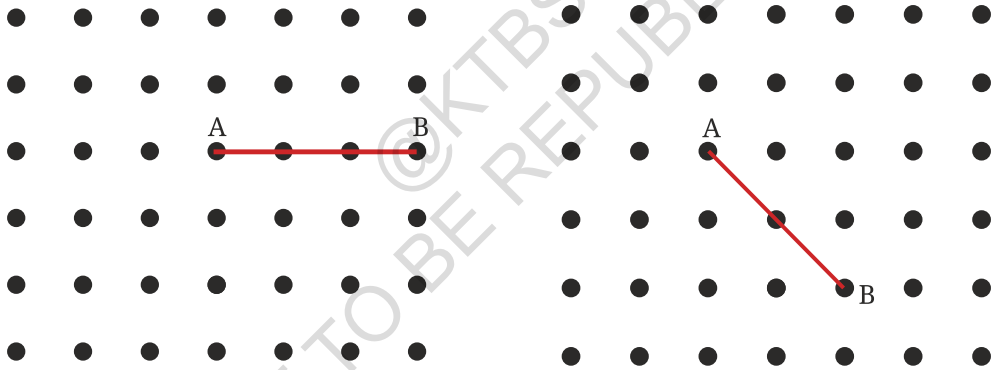
معلوم کیجیے

1 . آپ کے کلاس روم کی کھڑکی میں کتنے زاویہ قائمہ ہیں؟ کیا آپ اپنے کلاس روم میں کہیں اور بھی زاویہ قائمہ دیکھتے ہیں؟

2 . ایک زاویہ مستقیم حاصل کرنے کے لیے شکل میں نقطہ A کو گرڈ کے دوسرے نقطوں سے ایک سیدھے خط سے ملائیے۔ اسے کرنے کے اور مختلف طریقے کیا ہیں؟

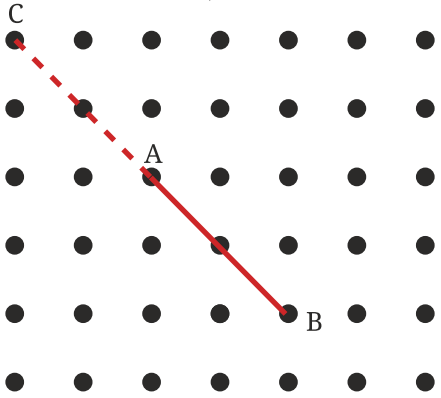


3 . اب ایک زاویہ قائمہ حاصل کرنے کے لیے شکل میں نقطہ A کو گرڈ کے دوسرے نقطوں سے ایک سیدھے خط سے ملائیے، ایسا کرنے کے اور مختلف طریقے کیا ہیں؟



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اشارہ: نیچے نظر آنے والی شکل کی طرح خط کو مزید آگے بڑھائیے۔ نقطہ A پر زاویہ قائمہ حاصل کرنے کے لیے ہمیں اس سے گزرتا ہوا ایک خط بنانا ہوگا جو زاویہ مستقیم CAB کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرے۔



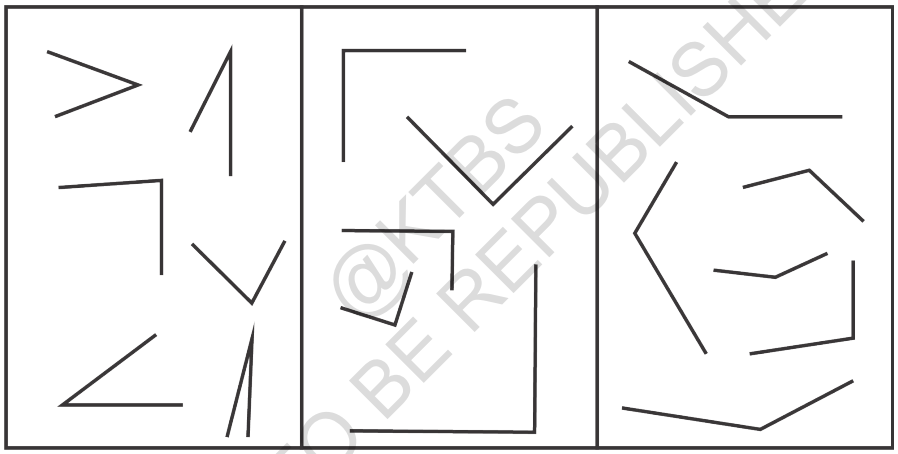
4 . کاغذ پر ایک ترچھی کریز بنایئے۔ اب ایک ایسی دوسری کریز بنانے کی کوشش کیجیے جو اس ترچھی کریز پر عمودی ہو۔

a . اب آپ کے پاس کتنے زاویۂ قائمہ ہیں؟ تصدیق کیجیے کہ یہ زاویے کیوں بالکل زاویۂ قائمہ ہیں۔

b. وضاحت کیجیے کہ آپ کاغذ کو کیسے موڑیں گے کہ کوئی دوسرا شخص جو اس عمل کو نہ جانتا ہو وہ آپ کی وضاحت کو اپناتے ہوئے زاویہ قائمہ کو اس عمل سے سمجھ سکے۔

زاویوں کی درجہ بندی

جیسا کہ درج ذیل میں دکھایا گیا ہے، زاویے تین گروپ میں تقسیم کیے گئے ہیں۔ سبھی زاویہ قائمہ دوسرے گروپ میں دکھائے گئے ہیں۔ باقی دو گروپوں میں کیا خصوصیت یکساں ہو سکتی ہے؟



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

پہلے گروپ میں سبھی زاویے، زاویۂ قائمہ سے کم ہیں یا کہہ سکتے ہیں کہ چوتھائی دائرے سے کم ہیں۔ ایسے زاویے **زاویۂ حادہ** (Acute angles) کہلاتے ہیں۔

تیسرے گروپ میں سبھی زاویے زاویۂ قائمہ سے زیادہ ہیں مگر مستقیم زاویے سے کم ہیں۔ اس میں گھماؤ چوتھائی دائرے سے زیادہ ہے اور آدھے دائرے سے کم ہے۔ ایسے زاویے، **منفرجہ زاویے** (Obtuse angles) کہلاتے ہیں۔

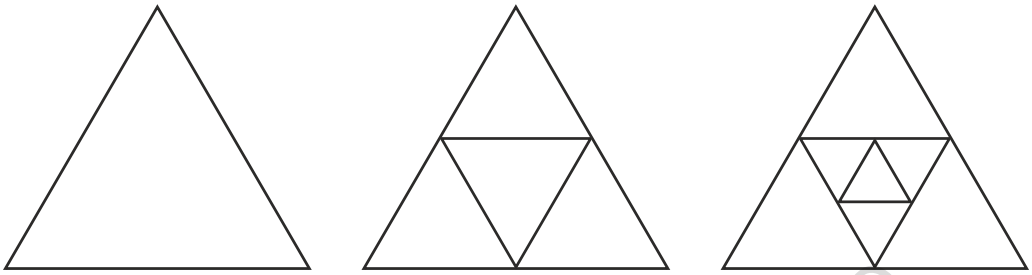
معلوم کیجیے

1 . پچھلی شکلوں میں حادہ، قائمہ، منفرجہ اور مستقیم زاویوں کی شناخت کیجیے۔

2 . کچھ حادہ اور کچھ منفرجہ زاویے بنایئے۔ ان کو بنانے کے لیے مختلف تشریق (Orientation) کا استعمال کیجیے۔

3 . کیا آپ جانتے ہیں کہ لفظ حادہ اور منفرجہ کے کیا معنی ہیں؟ حادہ کے معنی ہیں شدید اور منفرجہ کے معنی ہیں ماند (موٹے سرے یا نشان والا)۔ آپ کو کیا لگتا ہے یہ الفاظ کیوں چنے گئے ہیں؟

4 . مندرجہ ذیل شکلوں میں حادہ زاویوں کی تعداد معلوم کیجیے۔

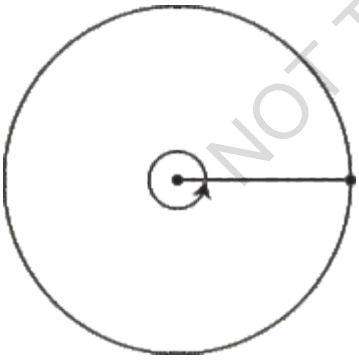


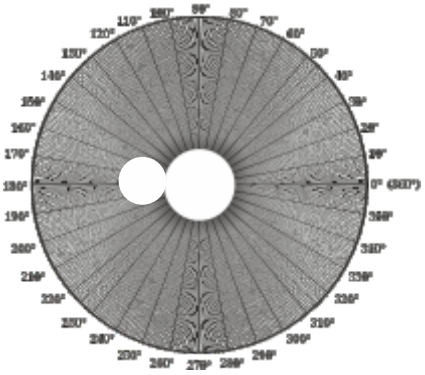
ان کی اگلی شکل کیا ہوگی اور اس میں موجود حادہ زاویوں کی تعداد کتنی ہوگی؟ کیا آپ نے اعداد میں کسی پیٹرن پر غور کیا ہے؟

2.9 زاویوں کی پیمائش

ہم دیکھ چکے ہیں کہ دو زاویوں کا موازنہ کیسے کیا جاتا ہے۔ لیکن کیا ہم صحیح معنوں میں کسی زاویے کا دوسرے زاویے سے موازنہ کیے بغیر صرف عدد استعمال کرتے ہوئے، اس کی مقدار کا تعین کر سکتے ہیں؟

ہم نے دیکھا کہ مختلف زاویوں کا موازنہ دائرے کے استعمال سے کیسے کیا جاسکتا ہے۔ شاید زاویوں کی پیمائش کے لیے ایک دائرے کا استعمال کیا جاسکتا ہے؟





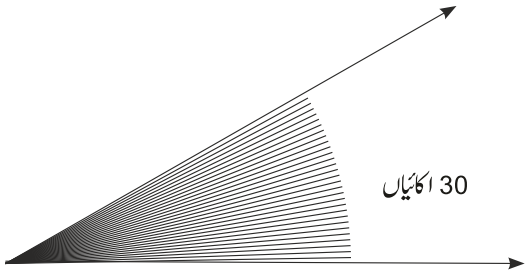
شکل 2.12

زاویوں کی پیمائش کا صحیح تعین کرنے کے لیے ریاضی دانوں نے ایک خیال پیش کیا۔ انھوں نے ایک دائرے کا استعمال کیا اور اس کے مرکز کے زاویے کو 360 برابر زاویوں یا حصوں میں تقسیم کیا۔ ہر حصے کے زاویے کے پیمائش 1 ڈگری ہے، جسے ہم 1° لکھتے ہیں۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اس اکائی والے حصے کا استعمال کسی بھی زاویے کی پیمائش متعین کرنے کے لیے کیا جاتا ہے: کسی زاویے کی پیمائش اس میں موجود 1° اکائی والے حصوں کی کل تعداد پر ہوتی ہے۔

مثال کے طور پر مندرجہ ذیل شکل دیکھیے:

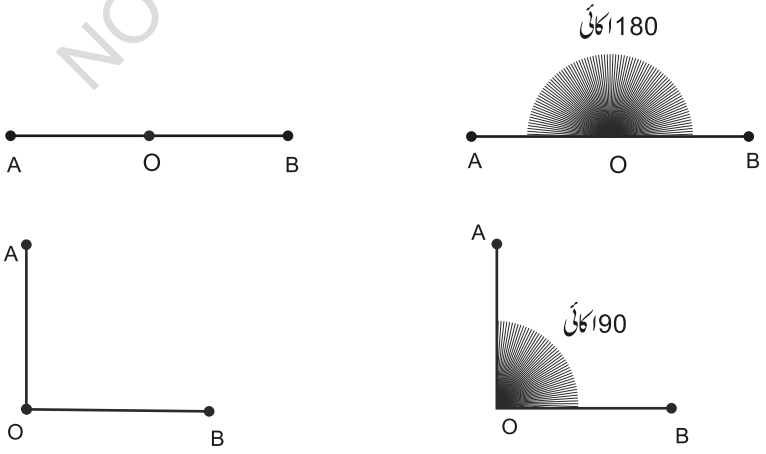


اس میں 1° والی کل 30 اکائیاں موجود ہیں اور اس لیے ہم کہتے ہیں کہ اس زاویے کی پیمائش 30° ہے۔

مختلف زاویوں کی پیمائش: ڈگریوں میں ایک پورے چکر کی پیمائش کیا ہے؟ جیسا کہ ہم نے اس میں 360 ڈگری لی ہے، اس لیے اس کی پیمائش 360° ہے۔

ڈگری میں زاویۂ مستقیم کی پیمائش کیا ہے؟ ایک زاویۂ مستقیم ایک چکر کا آدھا ہوتا ہے۔ چوں کہ پورا ایک چکر 360° ہے، تو اس کا آدھا 180° ہے۔

ڈگری میں زاویۂ قائمہ کی پیمائش کیا ہوتی ہے؟ دو زاویۂ قائمہ مل کر ایک زاویۂ مستقیم بناتے ہیں۔ جیسا کہ ایک زاویۂ مستقیم کی پیمائش 180° ہوتی ہے، تو زاویۂ قائمہ 90° ہوگا۔



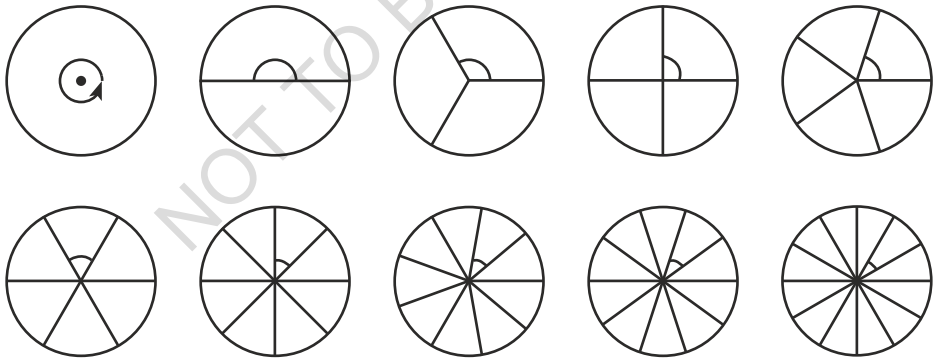
©KTBC NOT TO BE REPUBLISHED

تاریخ سے ایک چٹکی

ایک پورا چکر 360° میں تقسیم کیا گیا ہے۔قابل غور پہلو یہ ہے کہ 360 ہی کیوں؟ابھی تک ہمیں 360° استعمال کرنے کی وجہ مکمل طور پر معلوم نہیں ہے۔قدیم زمانے میں ایک دائرے کو 360 حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ہزاروں سال قبل رگ وید،جو انسانیت کے سب سے پرانے متن میں سے ایک ہے،کے مطابق ایک پہیے میں 360 پتلیاں تھیں (مصرع 1.164.48)۔ بہت سے قدیم کیلنڈر جو 3000 سال سے بھی قدیم ہیں۔جیسے ہندوستان، فارس، بابل اور مصر کے کیلنڈر اس پر منحصر تھے کہ۔ایک سال میں 360 دن ہوتے ہیں۔اس کے علاوہ بابل کے ریاضی دانوں نے سیکسا جیسمل (Sexagesimal) اعداد اور 60 کی گنتی کی وجہ سے 60 اور 360 کی تقسیم کا کثرت سے استعمال کیا۔

ریاضی داں برسوں سے 360 ڈگری کو پسند کرتے ہیں اور استعمال کرتے ہیں۔شاید اس کا سب سے اہم اور عملی جواب یہ ہے کہ 360 وہ سب سے چھوٹا عدد ہے جو 7 کے علاوہ 10 تک کے تمام اعداد سے برابر تقسیم ہو جاتا ہے۔اس طرح سے کوئی بھی دائرے کو 1، 2، 3، 4، 5، 6، 8، 9 یا 10 مساوی حصوں میں توڑا جا سکتا ہے اور پھر بھی ہر حصے میں مکمل اعداد کی ڈگری موجود ہوگی!یہ بات بھی نوٹ کرنے کی ہے کہ 360، 12 سے بھی برابر تقسیم ہو سکتا ہے،جو سال کے مہینوں کی تعداد ہے،اور 24 سے،جو دن کے گھنٹوں کی تعداد ہے۔یہ تمام حقیقتیں عدد 360 کو کافی مفید بناتی ہیں۔

ذیل میں دیا گیا دائرہ 1، 2، 3، 4، 5، 6، 8، 9، 10 اور 12 حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔نتیجے میں حاصل ہونے والے زاویوں کی ڈگری پیمائش کیا ہے؟نشان لگے ہوئے زاویوں کے قریب ان کی ڈگری کی پیمائش لکھیے۔

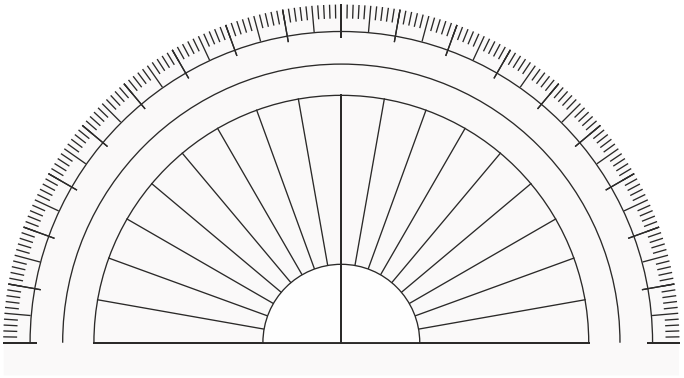


© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

مختلف زاویوں کی ڈگری پیمائش

ہم دوسرے زاویوں کی پیمائش ڈگری میں کر سکتے ہیں؟اس مقصد کے لیے ہمارے پاس ایک آلہ ہے جسے **چاندہ** (Protractor) کہتے ہیں۔جو یا تو ایک دائرہ ہے جس کو 360 مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے جیسا کہ (شکل 2.12، صفحہ 32) میں دکھایا گیا ہے یا نصف دائرہ ہے جس کو 180 مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔

بغیر نشانات والا چاندہ



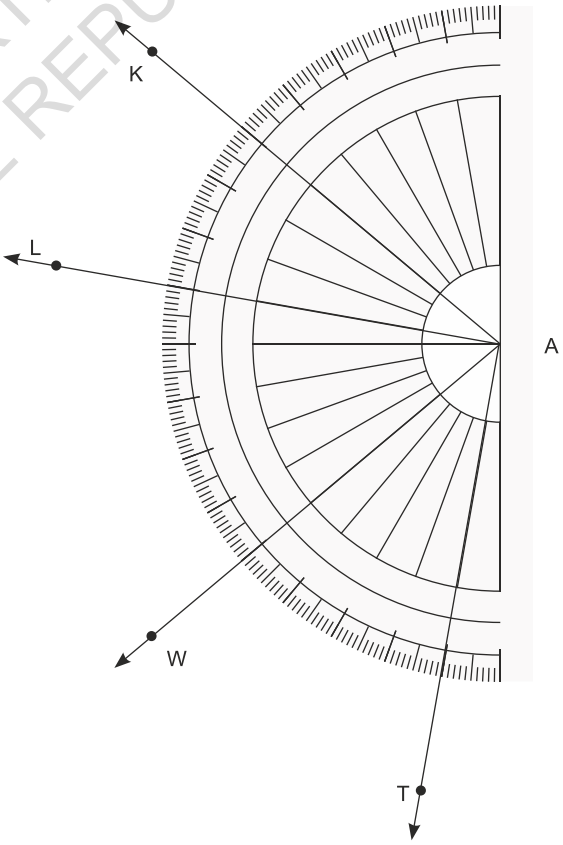
یہاں ایک چاندہ ہے۔ کیا آپ مرکز پر موجود زاویۂ مستقیم کو 1 ڈگری کی 180 کائیوں میں منقسم دیکھ رہے ہیں؟ حالاں کہ زاویہ مستقیم کو تقسیم کرتے ہوئے خطوط کا کچھ حصہ نظر آ رہا ہے!

قاعدہ (Base) کے ٹھیک دائیں طرف کی نشان دہی سے شروع کرتے ہوئے، ہر 10° پر ایک لمبا نشان لگا ہوا ہے۔ اس طرح کے ہر اک لمبے نشان سے 5° کے بعد ایک نصف نشان ہے۔

معلوم کیجیے

1 . مندرجہ ذیل میں دیے گئے زاویوں کی پیمائش لکھیے:

a. ∠ KAL



غور کیجیے کہ اس زاویے کا راس، چاندہ کے مرکز سے ملا ہوا ہے۔ اس لیے KA اور AL کے درمیان 1 ڈگری زاویہ کی کائیوں کی تعداد ∠KAL کی پیمائش ہوگی۔ گنتی کرنے پر ہمیں یہ ملتا ہے:

$\angle KAL = 30°$

لمبے نشان اور درمیانی سائز کے نشان کا استعمال کرتے ہوئے، کیا یہ ممکن ہے کہ ہم کائیوں کی تعداد کو 5 یا 10 کے گروپ میں شمار کر سکیں۔

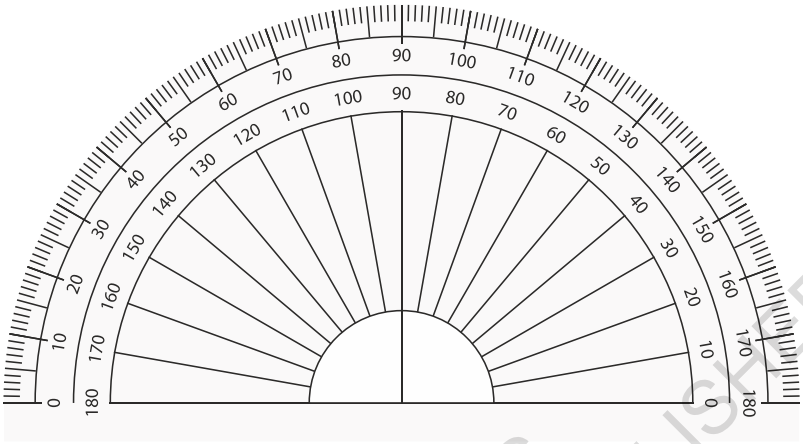
b. ∠WAL

c. ∠TAK

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

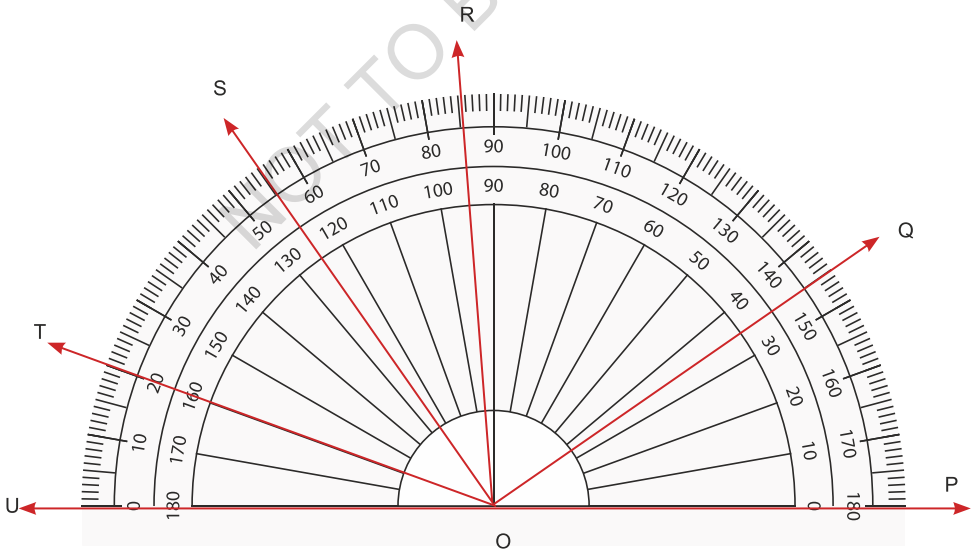
نشانات والا چاندہ

یہ ایک چاندہ ہے جو آپ کے جیومیٹری باکس میں ہوتا ہے۔ بظاہر یہ اوپر والے چاندہ جیسا ہے، سوائے اس کے کہ اس پر اعداد لکھے ہوئے ہیں۔ کیا آپ کو ان اعداد سے زاویہ پڑھنے میں آسانی ہوگی؟



اس چاندہ میں اعداد کے دو سیٹ ہیں: ایک دائیں سے بائیں بڑھ رہا ہے اور دوسرا بائیں سے دائیں بڑھ رہا ہے۔ اس چاندے میں اعداد کے دو سیٹ کیوں شامل ہیں؟

- مندرجہ ذیل شکل میں موجود مختلف زاویوں کی پیمائش اور ان کے نام لکھیے۔



کیا آپ نے زاویے مثلاً ∠TOQ کو شامل کیا ہے؟

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

آپ نے نشان زد کا کون سا سیٹ استعمال کیا—اندر والا یا باہر والا؟

∠TOS کی پیمائش کیا ہے؟

کیا آپ نشانات کی گنتی کیے بغیر صرف نشان لگے ہوئے اعداد کا استعمال کر کے زاویہ معلوم کر سکتے ہیں؟

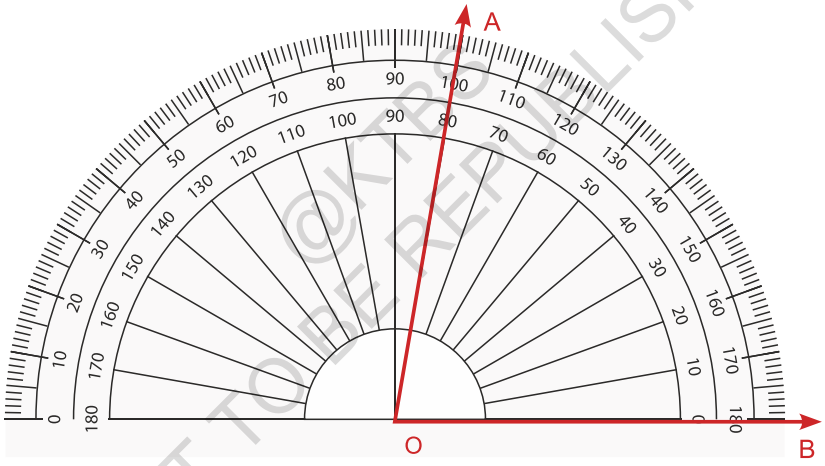
یہاں OT اور OS باہری پیمانے کے اعداد 20 اور 55 سے گزرتے ہیں۔ ان دو بازوؤں کے درمیان 1 ڈگری کی کتنی اکائیاں موجود ہیں؟

کیا یہاں گھٹاؤ کا استعمال کر سکتے ہیں؟

بغیر تفریق کیے ہم زاویوں کی پیمائش کس طرح کر سکتے ہیں؟

چاندہ کو اس طرح رکھیں کہ مرکز زاویہ کے راس پر ہو۔

چاندہ کو ایسے رکھیے کہ زاویہ کا ایک بازو چاندہ کے 0° نشان والے خط پر ہو جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے۔



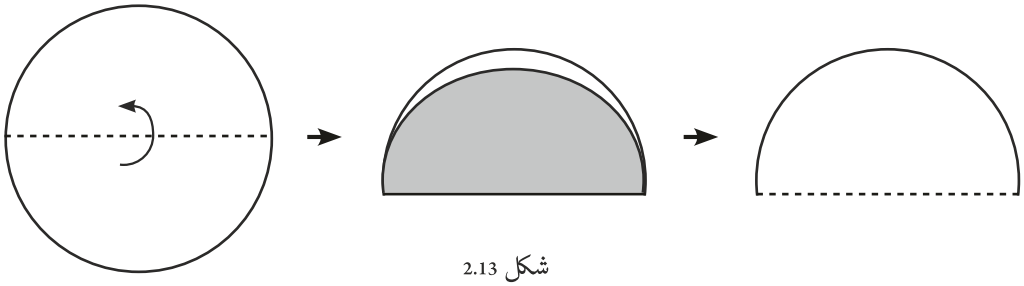
∠AOB کی ڈگری کی پیمائش کیا ہے؟

اپنا چاندہ خود بنائیے!

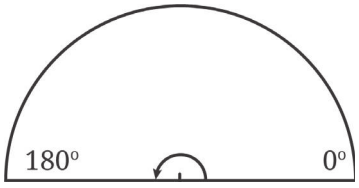
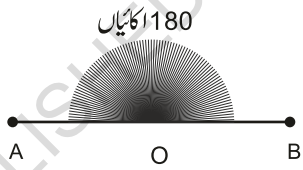
آپ نے شاید سوچا ہو گا کہ چاندے پر موجود مختلف برابر فاصلہ والے نشانات کیسے بنائے جاتے ہیں۔ اب ہم ان میں سے کچھ نشانات بنا کر دیکھیں گے!

1. کسی کاغذ کی شیٹ پر ایک مناسب نصف قطر کا دائرہ بنائیے۔ اس دائرے کو تراشیے (شکل 2.13)۔ ایک دائرہ یا پورا چکر 360° ہے۔
2. دائرے کو اس طرح موڑیے کہ آپ کو دو برابر کے حصے حاصل ہوں اور کریز سے کاٹ کر نصف دائرہ حاصل کیجیے۔ نصف دائرے کی دائیں جانب نیچے کونے پر '0°' لکھیے۔

© KTBB NOT TO BE REPUBLISHED

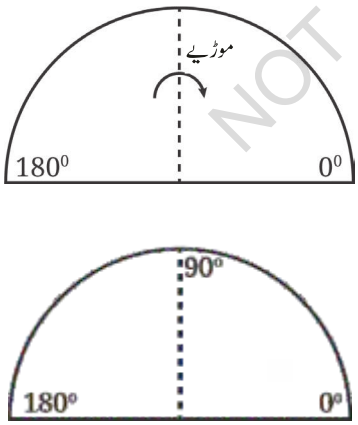
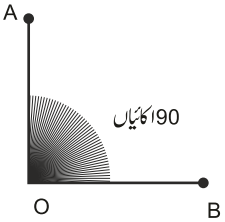


شکل 2.13

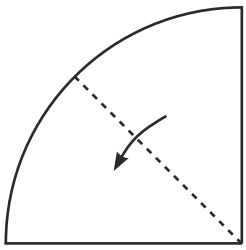
 شکل 2.14	نصف دائرے کی پیمائش پورے چکر کا $\frac{1}{2}$ ہے۔(شکل:2.14) اس لیے نصف چکر کی پیمائش $\frac{1}{2}$ کا 180° = — اس طرح سے نصف دائرہ کی بائیں جانب کے نچلے کونے پر 180° لکھیے۔	

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

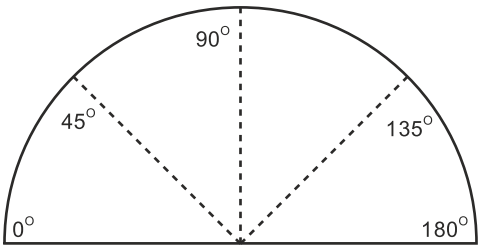
3 . نصف دائرہ شیٹ کو آدھا موڑیے جیسا کہ شکل 2.15 میں دکھایا گیا ہے۔تاکہ ایک ربع دائرہ (ایک چوتھائی) تشکیل ہو۔

 شکل 2.15	ایک ربع دائرے کی پیمائش پورے چکر کی $\frac{1}{4}$ ہے۔ $\frac{1}{4}$ چکر کی پیمائش =360° کا $\frac{1}{4}$ = _____ یا چکر کے $\frac{1}{4}$ کی پیمائش=نصف چکر کا $\frac{1}{2}$ = 180° کا $\frac{1}{2}$ = _____ اس طرح سے نصف دائرے کے اوپر 90° لکھیے۔	

4 . شیٹ کو دوبارہ موڑیے جیسا کہ شکل 2.16 اور 2.17 میں دکھایا گیا ہے:



شکل 2.16

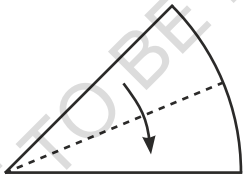


شکل 2.17

اس طرح موڑنے کے بعد دائرے کا $\frac{1}{8}$ حاصل ہوتا ہے، یا ایک پورے چکر کا $\frac{1}{8}$ یا 360 ڈگری کا $\frac{1}{8}$، یا 180 ڈگری کا $\frac{1}{4}$ یا 90 ڈگری کا $\frac{1}{2}$ = _____

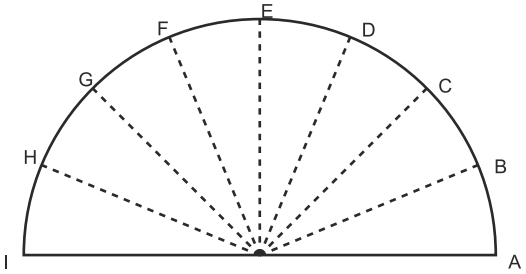
نئی کریز بنانے سے ہمیں 45° اور 180° - 45° = 135° کی پیمائشیں ملتی ہیں، جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔ نصف دائرے کے کنارے کے ہمراہ نئی کریزوں پر صحیح جگہ اعداد 45° اور 135° لکھیے۔

5 . جیسا کہ شکل 2.18 میں دکھایا گیا ہے۔ ایک دوسرے آدھے موڑ سے عمل جاری رکھتے ہوئے ہمیں _____ پیمائش کا زاویہ حاصل ہوتا ہے۔

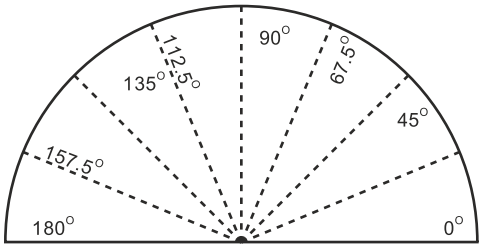


شکل 2.18

6 . کاغذ کو کھولیے اور کریزوں پر OB اور OC نشان زد کیجیے، جیسا کہ شکل 2.19 اور 2.20 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 2.19



شکل 2.20

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

سوچیے !

شکل 2.20 میں ہمارے پاس $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE = \angle EOF$

$\angle FOG = \angle GOH = \angle HOI$ _____ کیوں؟

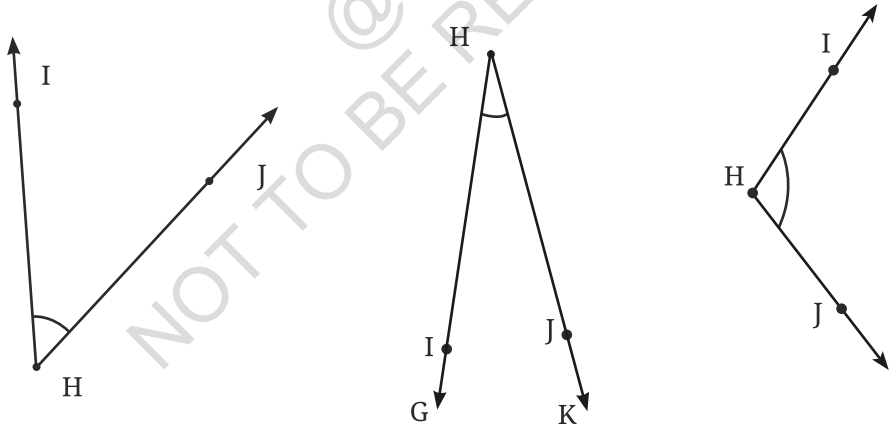
زاویہ کا نصف

ہر مرحلہ پر ہم نے نصف حصوں میں موڑا۔ کسی دیے ہوئے زاویے کے آدھے کو حاصل کرنے کے اس عمل کو **زاویہ کو دو برابر حصوں میں بانٹنے** (Bisecting the angle) کا عمل کہتے ہیں۔ وہ خط جو زاویے کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے وہ **زاویہ کا نصف** کہلاتا ہے۔

اپنے ہاتھ سے بنائے گئے چاندے میں زاویوں کے نصفوں کی شناخت کیجیے۔ کاغذ کو موڑ کر زاویے کے نصف کے تصور کا استعمال کرتے ہوئے کچھ مختلف زاویے بنانے کی کوشش کیجیے۔

معلوم کیجیے

1 . اپنے چاندے کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل زاویوں کی ڈگری پیمائش کیجیے۔



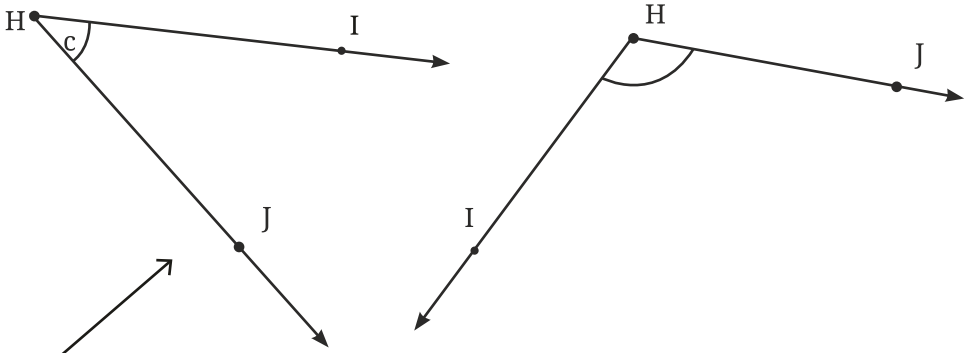
2 . چاندے کا استعمال کرتے ہوئے اپنے کلاس روم میں موجود مختلف زاویوں کی ڈگری پیمائش کیجیے۔

استاد کے لیے نوٹ

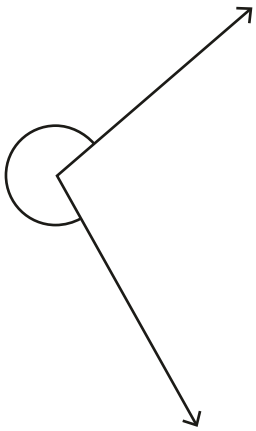
یہ ضروری ہے کہ طلبا اپنا چاندہ بنائیں اور اسے معیاری چاندہ استعمال کرنے سے پہلے مختلف زاویوں کو پیمائش کرنے کے لیے استعمال کریں تاکہ وہ معیاری چاندہ کی مارکنگ کے تصور کو آسانی سے سمجھ لیں۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3 . ذیل میں دیے گئے زاویوں کی ڈگری کی پیمائش کیجیے۔ جانچ کیجیے کہ آیا آپ اپنا کاغذی چاندہ یہاں استعمال کر سکتے ہیں!

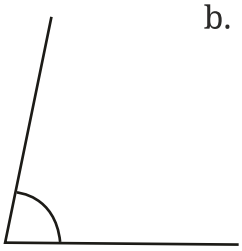


4 . چاندہ استعمال کر کے نیچے دیے گئے زاویے کی ڈگری پیمائش آپ کیسے تلاش کر سکتے ہیں؟



5 . ذیل میں دیے گئے ہر زاویے کی ڈگری پیمائش معلوم کیجیے اور لکھیے۔

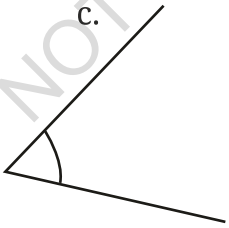
a.



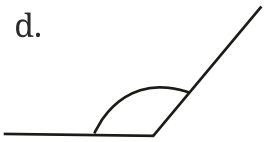
b.



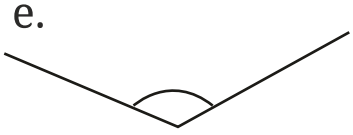
c.



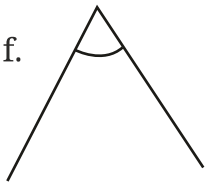
d.



e.

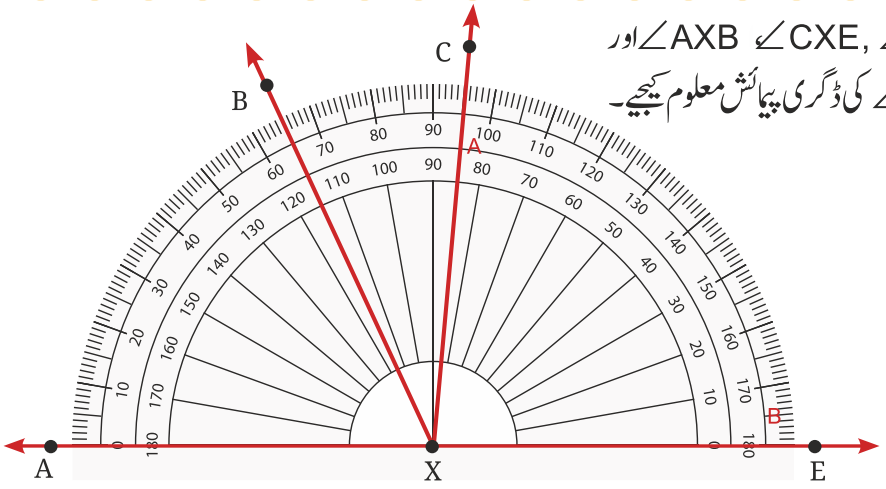


f.

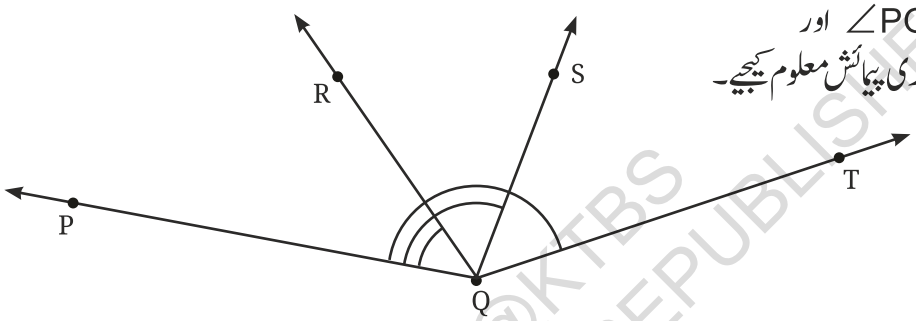


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

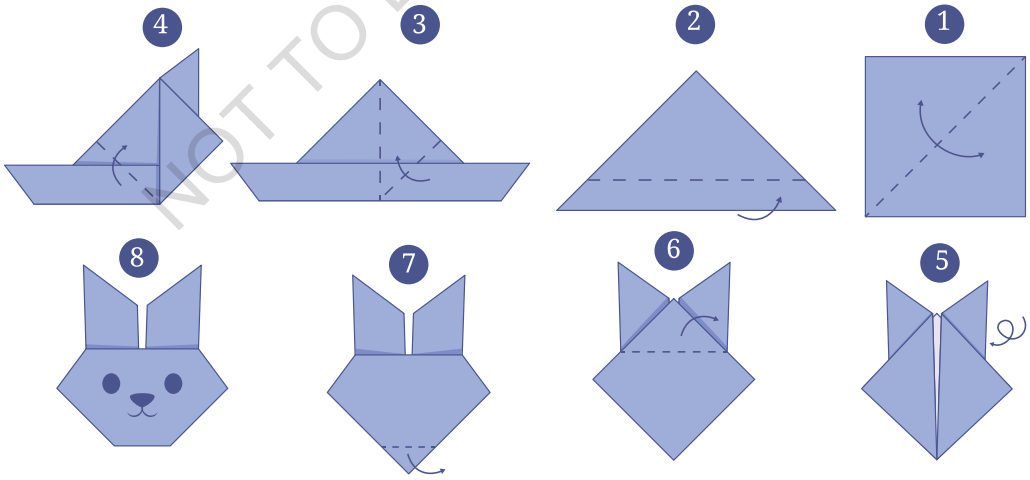
6 . ∠AXB اور ∠CXE, ∠BXE کی ڈگری پیمائش معلوم کیجیے۔



7 . ∠PQS, ∠PQR اور ∠PQT کی ڈگری پیمائش معلوم کیجیے۔

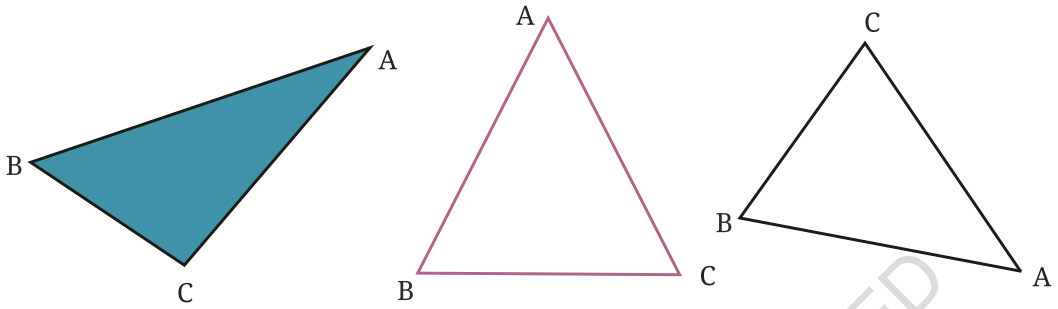


8 . درج ذیل ہدایات کے مطابق ایک پیپر کرافٹ بنائیے۔ پھر پیپر کو پورا کھولیے اور سیدھا کیجیے۔ بنائی گئی کریز پر خطوط بنائیے اور اس سے بننے والے زاویوں کی پیمائش کیجیے۔



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

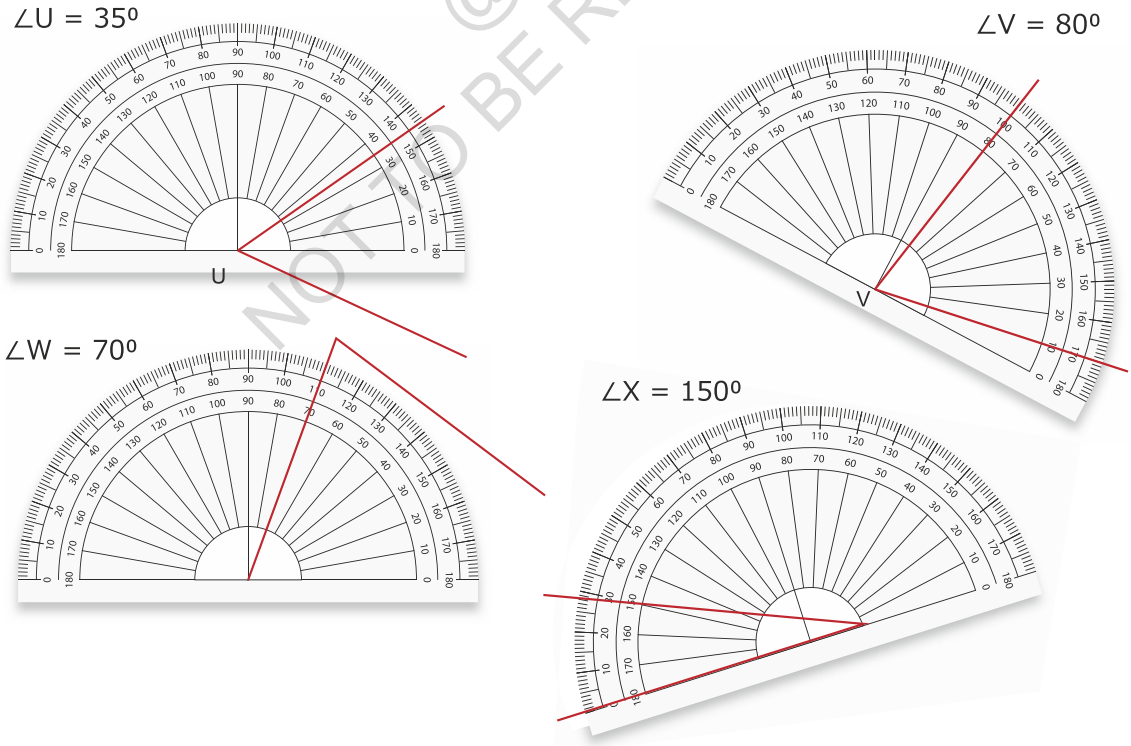
9 . شکل 2.21(a) میں دکھائے گئے مثلث کے تینوں زاویوں کی پیمائش کیجیے اور ان کے متعلقہ زاویوں کے نزدیک ان کی پیمائش لکھیے۔ اب ان تینوں پیمائشوں کو جمع کیجیے۔ آپ کو کیا حاصل ہوتا ہے؟ ایسا ہی عمل کل 2.21 (b) اور (c) میں دیے گئے مثلثوں کے لیے کیجیے۔ دوسرے مختلف مثلثوں کے ساتھ بھی اسے آزمایئے اور پھر اپنے نتائج کی بنا پر کہ عام طور پر کیا ہوتا ہے، اس کے لیے ایک قیاس کیجیے، اسی عمل کو ہم آگے آنے والے برسوں میں پڑھیں گے کہ ایسا کیوں ہوتا ہے۔



شکل 2.21

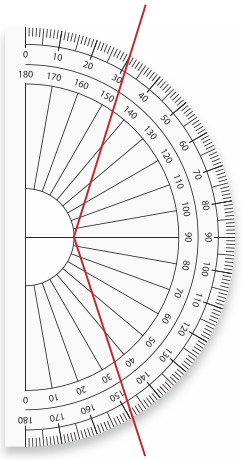
غلطی دیکھیے اور اس کو درست کیجیے!

ایک طالب علم نے چاندہ استعمال کر کے ذیل میں دیے گئے زاویوں کی پیمائش کی۔ ہر شکل میں چاندے کے غلط استعمال کی شناخت کیجیے اور گفتگو کیجیے کہ ریڈنگ کس طرح لی جا سکتی تھی اور سوچیے کہ اسے کیسے صحیح کیا جا سکتا ہے؟

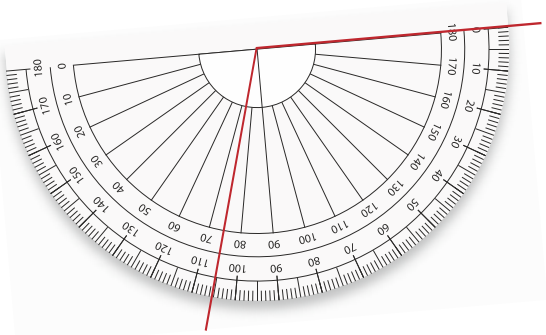


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$\angle Y = 120^0$



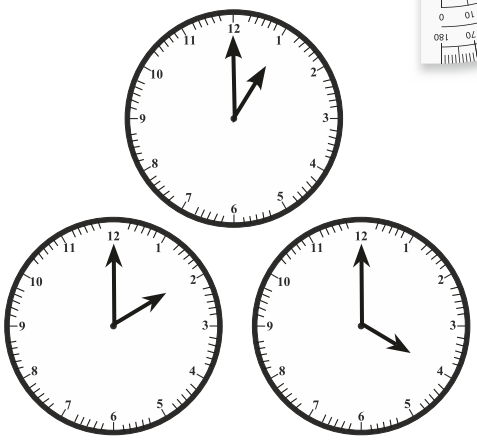
$\angle Z = 85^0$



معلوم کیجیے

زاویے کہاں ہیں؟ 1 . گھڑی میں زاویے:

a . گھڑی کی سوئیاں مختلف وقتوں میں مختلف زاویے بناتی ہیں۔ 1 بجے سوئیوں کے درمیان زاویہ 30° ہوتا ہے۔ کیوں؟

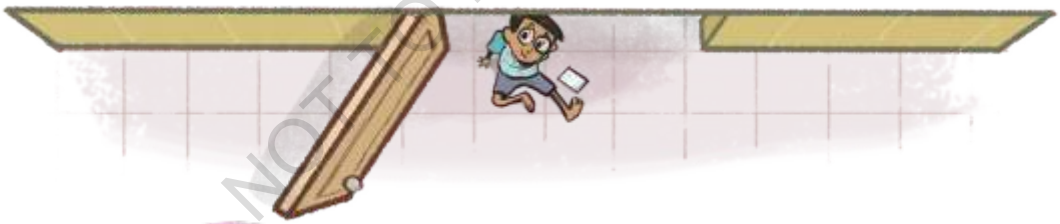


b. گھڑی میں 2 بجے، 4 بجے اور 6 بجے کیا زاویے ہوں گے؟

c . گھڑی کی سوئیوں سے بننے والے دوسرے زاویوں کو تلاش کیجیے۔

2 . ایک دروازے کا زاویہ:

کیا یہ ممکن ہے کہ آپ زاویوں کو استعمال کرتے ہوئے بتادیں کہ دروازہ کتنا کھلا ہوا ہے؟ زاویہ کا راس کیا ہوگا اور زاویے کے بازو کیا ہوں گے؟





3 . وِدّیا جھولے میں مزے سے جھول رہی ہے۔ وہ غور کرتی ہے کہ جس قدر بڑے زاویے سے وہ جھولنا شروع کرتی ہے، اسی قدر جھولے کی رفتار بڑھ جاتی ہے۔ لیکن زاویہ کہاں ہے؟ کیا آپ کو کوئی زاویہ نظر آتا ہے؟

NOT TO BE REPUBLISHED © KTBS



4 . یہاں ایک ایسا کھلونا ہے جس کے اطراف سے ڈھلوان تختہ (Slanting slabs) منسلک ہے۔ تختہ کے زاویے یا نشیبیں جس قدر بڑے ہوں گے، اسی قدر تیز گیندیں اس پر گھومیں گی۔ کیا تختہ کے نشیب کو بیان کرنے کے لیے زاویوں کا استعمال ہوسکتا ہے؟ ہر زاویے کے بازو کیا ہیں؟ کون سا بازو نظر آتا ہے اور کون سا نہیں؟

5 . مندرجہ ذیل تصاویر کا مشاہدہ کیجیے جس میں ایک کیڑا اور اس کی گھومی ہوئی تصویریں دی گئی ہیں۔ کیا زاویوں کا استعمال گردش محوری کی مقدار کو واضح کرنے کے لیے ہوسکتا ہے؟ کیسے؟ زاویے کا راس اور اس کے بازو کیا ہوں گے؟

اشارہ: کیڑوں کو چھونے والے افقی خط کا مشاہدہ کیجیے۔



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

استاد کے لیے نوٹ

یہ ضروری ہے کہ طلبا اپنی روزمرہ زندگی میں ریاضی کے تصورات کے اطلاق کو دیکھیں۔ استاد کچھ ایسی سرگرمیاں منظم کر سکتے ہیں جہاں طلبا اپنی حقیقی زندگی میں زاویوں کے عملی اطلاق کو سمجھ سکیں، جیسے گھڑیاں، دروازے، جھولے، چڑھان اور ڈھلان کے تصورات، سورج کا مقام، سمتوں کا تعین وغیرہ۔

2.10 زاویے بنانا

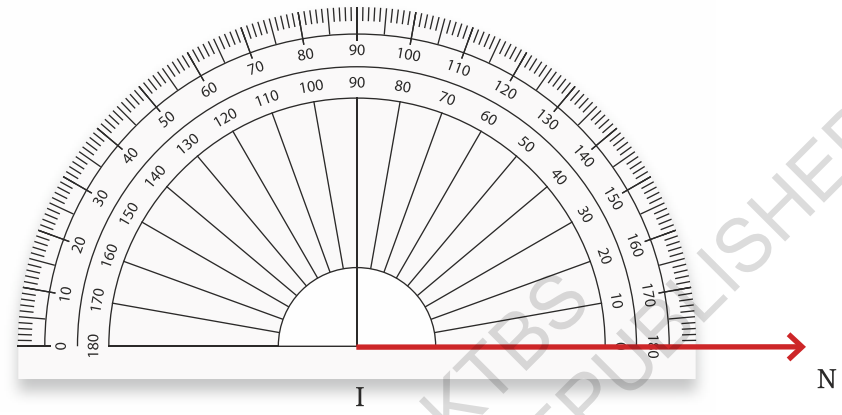
وِدّیا چاندہ استعمال کرتے ہوئے $30°$ کا ایک زاویہ بنانا چاہتی ہے اور اسے TIN ∠ نام دینا چاہتی ہے۔

TIN ∠ میں، I زاویہ ہوگا، IT اور IN زاویے کے بازو بن جائیں گے۔ ایک بازو، جیسے IN کو بنیاد (Base) کے طور پر مانتے ہوئے، دوسرے بازو IT کو $30°$ گھومنا چاہیے۔

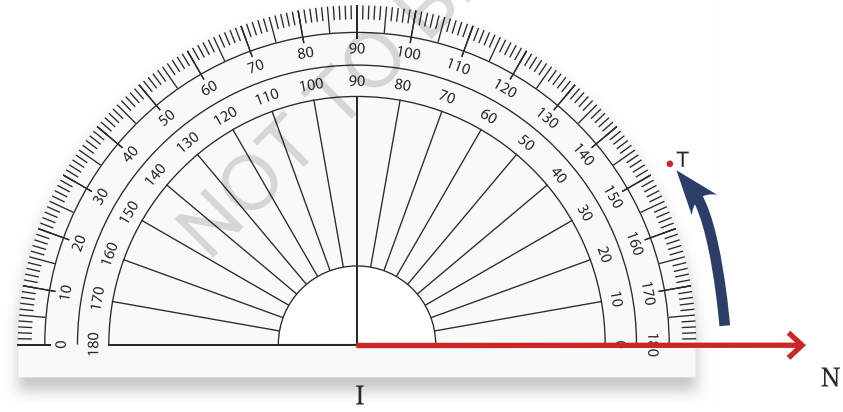
قدم 1: ہم بنیاد سے شروع کرتے ہیں اور $\overrightarrow{IN}$ کھینچتے ہیں:



قدم 2: ہم چاندہ کے مرکزی نقطہ کو I پر رکھیں گے اور IN کو 0 خط کے ہمراہ کریں گے۔



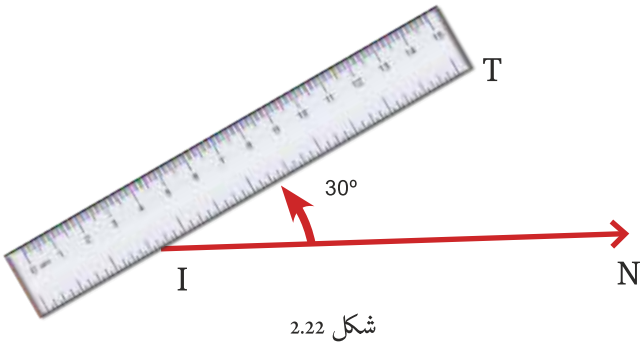
قدم 3: اب چاندے پر 0 سے شروع کرتے ہوئے آپ ڈگری (0، 10، 30) کو 30 تک شمار کیجیے۔ 30° پر نقطہ T نشان زد کیجیے۔



قدم 4: پیمانہ استعمال کرتے ہوئے I اور T نقطے کو ملائیے۔

مطلوبہ زاویہ $\angle TIN = 30°$ ہے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



شکل 2.22

آیئے ہم ایک کھیل کھیلتے ہیں #1

یہ زاویہ کا اندازہ لگانے والا کھیل ہے! اپنے ہم جماعتوں کے ساتھ دو ٹیمیں، ٹیم 1 اور ٹیم 2، بنا کر یہ کھیل کھیلیے۔ یہاں کھیل کے اصول اور ہدایات درج ہیں:

- ٹیم 1 خفیہ طور پر کسی زاویہ کی پیمائش کا انتخاب کرے گی مثلاً 49° جو، ٹیم 2 کو دکھائے بغیر، کسی چاندہ کا استعمال کرتے ہوئے اس کی پیمائش کا زاویہ بناتی ہے۔
- ٹیم 2 اب اس زاویہ کو دیکھتی ہے۔ پھر ٹیم 2 کو جلدی سے زاویے میں درج ڈگریوں کی تعداد پر تبادلۂ خیال کرنا اور اندازہ لگانا ہے۔ (چاندہ استعمال کیے بغیر!)۔
- ٹیم 1 اب چاندہ سے زاویے کی صحیح پیمائش کا مظاہرہ کرتی ہے۔
- ٹیم 2 اتنے پوائنٹس کی تعداد حاصل کرتی ہے جتنے ان کے اندازے اور صحیح پیمائش کا مطلق فرق ڈگریوں میں ہے۔ مثال کے طور پر، اگر ٹیم 2 39° قیاس کرتی ہے تب وہ لوگ 10 پوائنٹس اسکور کرتے ہیں (49°-39°)۔
- ہر ٹیم کو پانچ مواقع ملتے ہیں۔ جس ٹیم کا اسکور سب سے کم ہے، وہ فاتح ہے!

آیئے ہم کھیل کھیلتے ہیں # 2

اب ہم کھیل کے کچھ اصول بدلتے ہیں۔ اپنے ہم جماعتوں کے ساتھ دوبارہ دو ٹیمیں، ٹیم 1 اور ٹیم 2 بنا کر اس کھیل کو کھیلیے۔ اس سلسلے میں یہاں کچھ ہدایات اور اصول دیے گئے ہیں:

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

- ٹیم 1 سب کے لیے زاویے کی ایک پیمائش کا اعلان کرتی ہے، مثال کے طور پر °34۔
- ٹیم 2 کا ایک کھلاڑی چاندہ کا استعمال کیے بغیر اس زاویہ کو بورڈ پر ضرور بنائے۔ ٹیم 2 کے باقی ممبران اس کھلاڑی کی مدد کر سکتے ہیں جیسے 'اس کو تھوڑا بڑا بناؤ!' یا 'اس کو تھوڑا چھوٹا بناؤ!' کہہ کر۔
- ٹیم 1 کا کوئی کھلاڑی سبھی کے دیکھنے کے لیے چاندہ استعمال کرتے ہوئے اس زاویے کی پیمائش کرتا ہے۔
- ٹیم 2 کے پوائنٹ کا اسکور ٹیم 2 کے متوقع زاویے کی ڈگری اور اصل زاویہ یعنی (°34) کا مطلق فرق ہے۔ مثال کے طور پر اگر ٹیم 2 کے کھلاڑی کے ذریعہ بنائے گئے زاویہ کی پیمائش °25 ہے تو ٹیم 2، 9 پوائنٹس اسکور کرتی ہے (°34-°25)۔
- ہر ٹیم کو پانچ مواقع ملتے ہیں۔ جس ٹیم کا اسکور سب سے کم ہے، وہ فاتح ہے۔

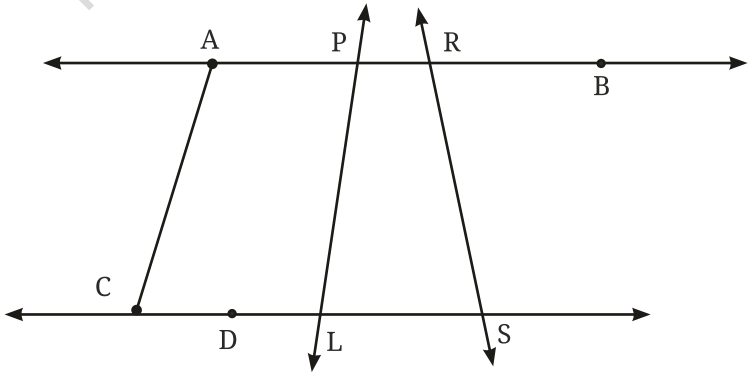
استاد کے لیے نوٹ

یہ کھیل زاویوں اور ان کی پیمائش کی تفہیم کے لیے بہت اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ زاویوں کے تخمینہ کی مشق کرنے کے لیے اس کھیل کو مختلف دنوں میں کم از کم ایک یا دو مرتبہ دہرائیے۔ یہ بات نوٹ کیجیے کہ یہ کھیل طلبا کے جوڑوں میں بھی کھیلے جا سکتے ہیں۔

© KIDS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

1. شکل 2.23 کے تمام ممکنہ زاویوں کی فہرست بنائیے۔ کیا آپ نے ان سب کو تلاش کر لیا؟ اب تمام زاویوں کی پیمائش کا اندازہ لگائیے۔ پھر کسی چاندہ سے ان زاویوں کی پیمائش کیجیے۔ تمام اعداد کو ایک جدول میں لکھیے۔ دیکھیے کہ آپ کے اندازے اصل پیمائشوں کے کتنے نزدیک ہیں؟

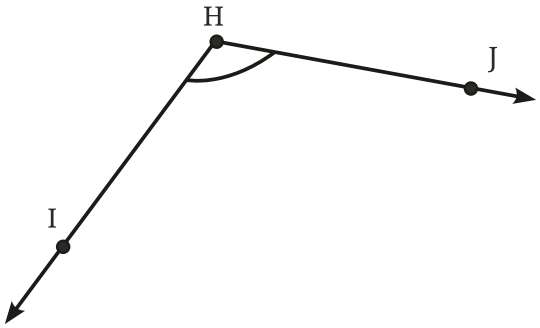


شکل 2.23

2 . مندرجہ ذیل ڈگری پیمائش والے زاویے بنانے کے لیے کسی چاندہ کا استعمال کیجیے:

a. 110° b. 40° c. 75° d. 112° e. 134°

3 . دیے گئے زاویے کی ڈگری پیمائش کے برابر ایک زاویہ بنائیے:



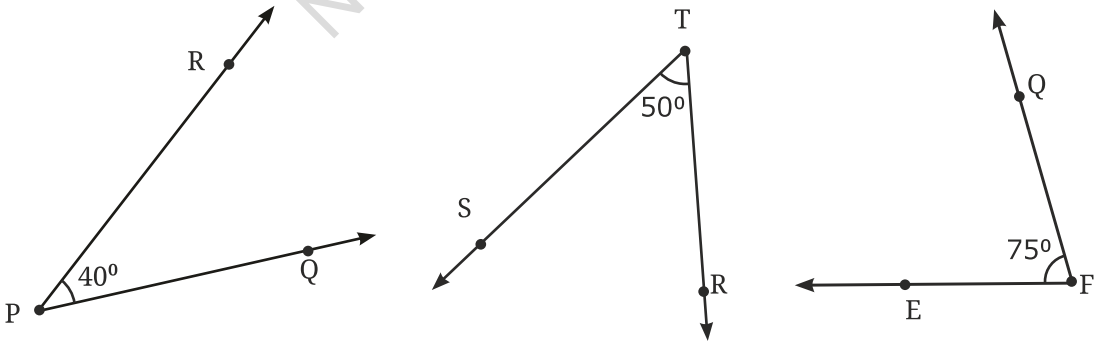
اس کے علاوہ، آپ نے اس زاویے کو بنانے میں جو طریقے اپنائے ہیں، ان کو بھی لکھیے۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2.11 زاویوں کی قسمیں اور ان کی پیمائشیں

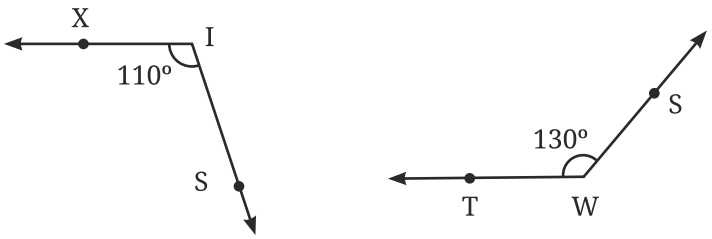
اس باب میں ہم لوگ مختلف قسم کے زاویوں کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ ہم لوگ دیکھ چکے ہیں کہ زاویۂ مستقیم 180° اور زاویہ قائمہ 90° ہوتا ہے۔ دیگر قسم کے زاویوں — حادہ اور منفرجہ — کو ان کی ڈگری پیمائشوں میں کیسے واضح کریں گے؟

زاویۂ حادہ: زاویے جو زاویۂ قائمہ سے چھوٹے ہوتے ہیں، یعنی 90° سے کم اور 0° سے زیادہ ہوتے ہیں، زاویہ حادہ کہلاتے ہیں۔



زاویہ حادہ کی مثالیں

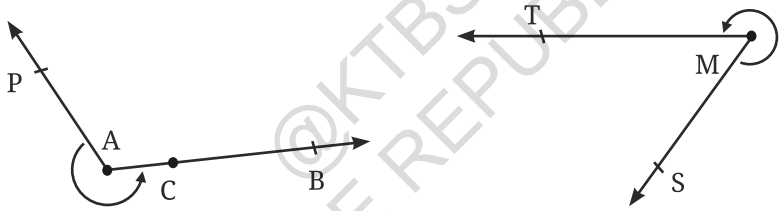
زاویہ منفرجہ: زاویے جو زاویہ قائمہ سے بڑے اور زاویۂ مستقیم سے چھوٹے ہوتے ہیں، یعنی $90°$ سے بڑے اور $180°$ سے چھوٹے، زاویہ منفرجہ کہلاتے ہیں۔



زاویہ منفرجہ کی مثالیں

کیا ہم زاویوں کی تمام ممکنہ پیمائشوں کو عمل میں لا چکے ہیں؟ یہاں دوسری طرح کا ایک زاویہ ہے۔

معکوس زاویہ: زاویے جو زاویہ مستقیم سے بڑے اور مکمل زاویہ سے چھوٹے ہوتے ہیں، یعنی $180°$ سے بڑے اور $360°$ سے چھوٹے، زاویہ معکوس کہلاتے ہیں۔



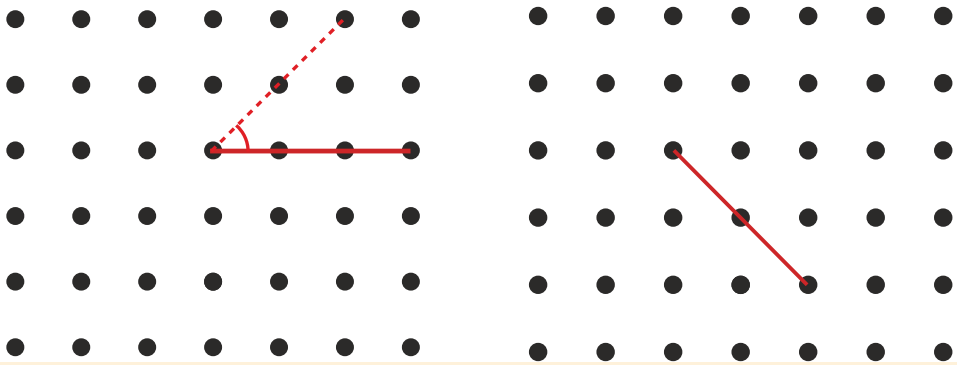
زاویہ معکوس کی مثالیں

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

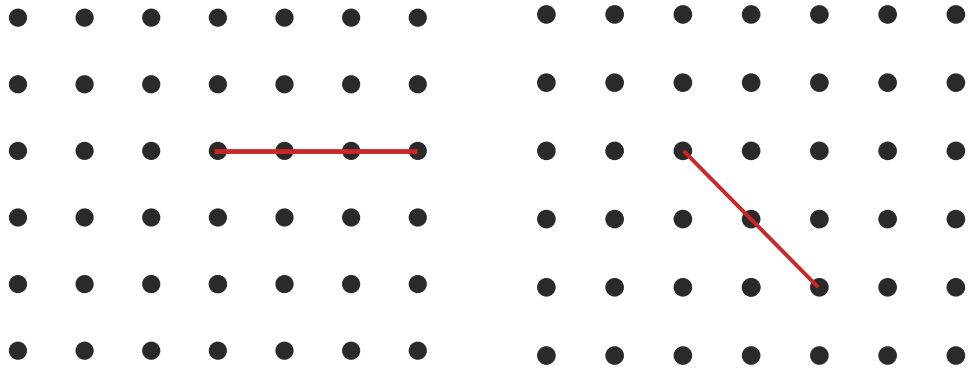
معلوم کیجیے

1 . مندرجہ ذیل ہر گرڈ میں، نقطہ A کو گرڈ کے باقی نقطوں سے ایک خط مستقیم کے ذریعے اس طرح ملائیے کہ ہمیں حاصل ہو:

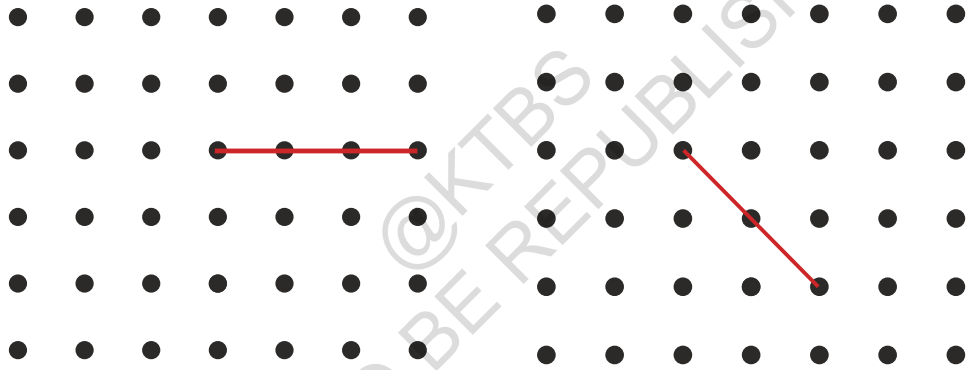
a . ایک زاویہ حادّہ



b . ایک زاویہ منفرجہ



c . ایک زاویہ معکوس

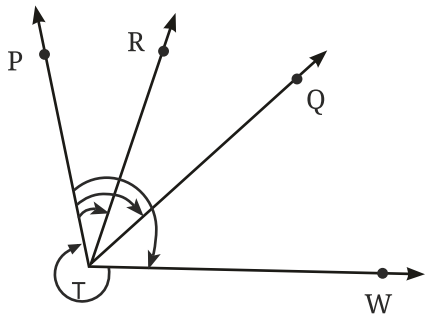


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

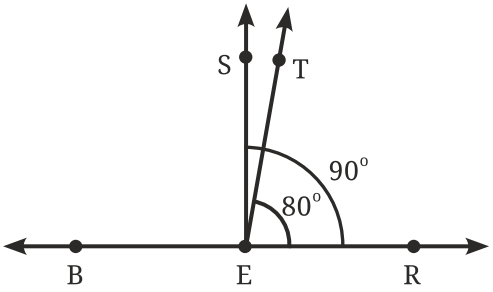
زاویوں کو ظاہر کرنے کے لیے اوپر ملے زاویوں کو ایک خط منحنی سے نشان زد کیجیے۔ آپ کے لیے ایک کیا جا چکا ہے۔

2 . چاندہ ستعمال کر کے ہر زاویے کی پیائش کیجیے۔ پھر ہر زاویے کو حادّہ، منفرجہ، قائمہ اور معکوس کے طور پر درجہ بندی کیجیے۔

a. ∠PTR b. ∠PTQ c. ∠PTW d. ∠WTP



دریافت کیجیے



اس شکل میں ∠TER=80° ہے۔ ∠BET کی پیمائش کیا ہے؟

∠SET کی پیمائش کیا ہے؟

اشارہ: مشاہدہ کیجیے کہ ∠REB ایک زاویہ مستقیم ہے۔ اس لیے اس کی ڈگری پیمائش ∠REB=180° ہے جس میں 80° ∠TER ہے۔ اسی طرح کی دلیل ∠SET کی پیمائش معلوم کرنے کے لیے استعمال کی جاسکتی ہے۔

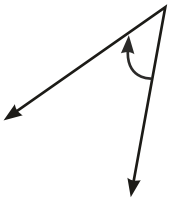
معلوم کیجیے

1 . مندرجہ ذیل ڈگری پیمائش کے زاویے بنائیے:

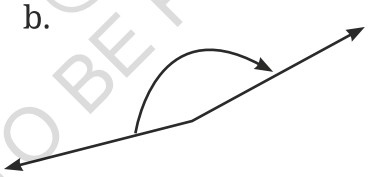
a. 140° b. 82° c. 195° d.70° e. 35°

2 . ہر زاویہ کے سائز کا اندازہ لگائیے اور پھر چاندہ کی مدد سے اس کی پیمائش کیجیے:

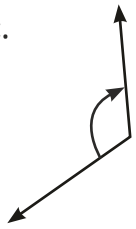
a.



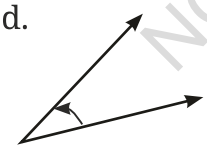
b.



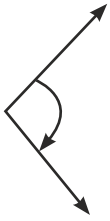
c.



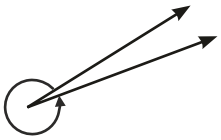
d.



e.



f.



ان زاویوں کو، حادّہ، قائمہ، منفرجہ یا معکوس زایوں کے طور پر درجہ بندی کیجیے۔

3 . ایک ایسی شکل بنائیے جس میں تین زاویۂ حادّہ ایک قائمہ زاویہ اور دو منفرجہ زاویے ہوں۔

4 . حرف 'M' کو اس طرح بنائیے کہ اطراف کے ہر ایک زاویے 40° کے ہوں اور بیچ کا زاویہ 60° ہو۔

5 . حرف 'Y' کو اس طرح بنائیے کہ اس میں بننے والے تین زاویے بالترتیب 150°، 60° اور 150° ہوں۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



6 . اشوک چکر میں 24 تیلیاں ہیں۔ دو لگاتار تیلیوں کے درمیان کے زاویے کی ڈگری پیمائش کیا ہے؟ دو تیلیوں کے درمیان بننے والے سب سے بڑے زاویہ حادّہ کی ڈگری پیمائش کیا ہے؟

7. **معمہ:** میں ایک زاویہ حادّہ ہوں۔ اگر آپ میری پیمائش کو دوگنا کر دیتے ہیں تو آپ کو ایک زاویہ حادّہ ملتا ہے۔ اگر آپ میری پیمائش کو تین گنا کر دیں تو آپ کو پھر سے زاویہ حادہ ملے گا۔ اگر آپ میری پیمائش کو چار گنا کر دیں تو آپ کو پھر ایک زاویۂ حادّہ ملے گا! لیکن اگر آپ میری پیمائش کو 5 سے ضرب کر دیں تو آپ کو زاویۂ منفرجہ ملے گا۔ میری پیمائش کے ممکنہ امکانات کیا ہیں؟

خلاصہ

- **ایک نقطہ**: مقام کا تعین کرتا ہے۔ اس کو بڑے (Capital) حرف سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
- **ایک قطع خط** : دو نقطوں کے درمیان سب سے چھوٹا فاصلہ ہے۔ S اور T سے مل کر بننے والے قطع خط کو $\overline{ST}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
- **ایک خط**: حاصل ہوتا ہے جب ہم کسی قطع خط جیسے $\overline{ST}$ کو دونوں طرف لامحدود طور پر بڑھاتے ہیں؛ یہ $\overleftrightarrow{ST}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے یا کبھی کبھی اسے چھوٹے (Small) حرف جیسے m سے بھی ظاہر کیا جاتا ہے۔
- **شعاع** : خط کا وہ حصہ ہے جو ایک نقطہ D سے شروع ہو کر ایک سمت میں لامحدود طور پر بڑھتی رہتی ہے۔ اس کو ہم $\overrightarrow{DP}$ سے ظاہر کرتے ہیں جہاں P اس شعاع پر ایک دوسرا نقطہ ہے۔
- کسی مشترک ابتدائی نقطہ سے بننے والی دو شعاعوں سے ہم زاویہ کے تصور کو سمجھ سکتے ہیں۔ دو شعاعوں $\overrightarrow{OP}$ اور $\overrightarrow{OM}$ زاویہ کی تشکیل کرتی ہیں $\angle POM$ (اس کو $\angle MOP$ بھی کہا جاتا ہے)؛ یہاں O زاویہ کا **راس** کہلاتا ہے اور $\overrightarrow{OP}$ اور $\overrightarrow{OM}$ کی شعاعیں زاویہ کے **بازو** کہلاتی ہیں۔
- زاویہ کا سائز، راس کے گرد، زاویہ کی ایک شعاع سے دوسری شعاع تک گردش محوری یا گھماؤ کی مقدار ہے۔
- زاویوں کے سائز کی پیمائش ڈگری میں کی جا سکتی ہے۔ ایک پوری محوری گردش یا چکر 360 **ڈگری** کا ہوتا ہے اور اس کو ہم $360°$ سے ظاہر کرتے ہیں۔
- زاویوں کی ڈگری پیمائش **چاندہ** (پروٹریکٹر) سے کی جا سکتی ہے۔
- **زاویہ مستقیم**: $(180°)$ **زاویۂ قائمہ** $(90°)$، **زاویۂ حادّہ** ($0°$ سے زیادہ اور $90°$ سے کم)، **زاویۂ منفرجہ** ($90°$ سے زیادہ اور $180°$ سے کم)، **زاویۂ معکوس** ($180°$ سے زیادہ اور $360°$ سے کم) ہو سکتے ہیں۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



3

عدد کا کھیل
(Number Play)

4674CH03

اعداد کو مختلف سیاق و سباق اور مختلف طریقوں سے ہماری زندگی کو منظم کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ ہم اعداد کو گنتی یا شمار کے لیے استعمال کرتے ہیں اور ان پر بنیادی اعمال جیسے جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کا اطلاق کیا ہے تاکہ اپنی روزمرہ زندگی کے مسائل حل کر سکیں۔

اس باب میں ہم عددی سفر کو جاری رکھیں گے، اعداد کے ساتھ کھیلیں گے، انھیں اپنے اردگرد دیکھیں گے، پیٹرن کا مشاہدہ کریں گے اور نئے طریقوں سے اعداد کا استعمال سیکھیں گے۔

ریاضی بات چیت

- ایسی مختلف صورت حال کے بارے میں غور کیجیے جہاں ہم اعداد کا استعمال کرتے ہیں۔ پانچ مختلف صورت حال کی فہرست بنائیے جہاں اعداد کا استعمال ہوتا ہے۔ دیکھیے کہ آپ کے ہم جماعتوں نے کیا فہرست بنائی ہے، بتائیے اور تبادلہ خیال کیجیے۔

3.1 اعداد ہمیں چیزیں بتا سکتے ہیں

یہ اعداد ہم سے کیا کہہ رہے ہیں؟

کسی پارک میں چند بچے ایک قطار میں کھڑے ہیں۔ ہر ایک بچہ ایک عدد کہتا ہے۔



- ان اعداد کے مطلب کے متعلق آپ کا کیا خیال ہے؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اب بچے اپنی ترتیب بدل لیتے ہیں اور دوبارہ ہر ایک اپنی ترتیب کے مطابق ایک عدد کہتا ہے۔



کیا آپ نے اندازہ لگایا کہ یہ اعداد کیا بتاتے ہیں؟

اشارہ: کیا ان کی اونچائی کا اس میں کوئی کردار ہو سکتا ہے؟

ایک بچہ '1' کہتا ہے اگر ان کے بعد صرف 1 لمبا بچہ کھڑا ہوا ہے۔

ایک بچہ '2' کہتا ہے کہ اگر ان کے بعد کھڑے ہوئے دونوں بچے اس سے لمبے ہوں۔

ایک بچہ '0' کہتا ہے، اگر ان کے بعد کھڑے ہوئے بچوں میں کوئی بھی لمبا نہیں ہے۔

اس کا مطلب یہ ہے کہ ہر شخص اپنے برابر کھڑے خود سے لمبے قد کے پڑوسیوں کی تعداد بتائے گا۔

نیچے دیے گئے سوالوں کے جواب دیجیے اور اپنے دلائل پیش کیجیے۔

1. کیا بچے خود کو اس طرح پھر سے ترتیب دے سکتے ہیں کہ قطار کے دونوں سروں پر کھڑے بچے '2' کہیں؟
2. کیا ہم بچوں کو ایک قطار میں اس طرح سے ترتیب دے سکتے ہیں کہ سب صرف '0' کہیں؟
3. کیا دو بچے جو ایک دوسرے کے برابر کھڑے ہیں ایک جیسا عدد کہہ سکتے ہیں؟
4. 5 بچوں کا ایک گروپ ہے، سب کے قد مختلف ہیں۔ کیا وہ اس طرح کھڑے ہو سکتے ہیں کہ ان میں سے چار بچے '1' کہیں اور آخری والا بچہ '0' کہے؟ کیوں یا کیوں نہیں؟
5. کیا اس 5 بچوں کے گروپ کے لیے 1، 1، 1، 1، 1، کی ترتیب ممکن ہے؟
6. کیا 0، 1، 2، 1، 0 کی ترتیب ممکن ہے؟ کیوں یا کیوں نہیں؟
7. آپ پانچ بچوں کو کس طرح پھر سے ترتیب دیں گے تاکہ زیادہ سے زیادہ بچے '2' کہیں۔

ریاضی بات چیت

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3.2 سپر سیل/عمدہ خانے (Supercells)

نیچے دیے گئے جدول میں لکھے گئے اعداد کا مشاہدہ کیجیے۔ کچھ اعداد کیوں رنگے ہوئے ہیں؟ تبادلہ خیال کیجیے۔

43	79	75	63	10	29	28	34
200	577	626	345	790	694	109	198

ایک خانے کو اس وقت رنگا جاتا ہے جب اس میں موجود عدد اس کے قریبی خانوں میں موجود اعداد سے بڑا ہوتا ہے۔ عدد 626 رنگین ہے کیوں کہ یہ 577 اور 345 سے بڑا ہے، جبکہ 200 رنگین نہیں ہے کیوں کہ یہ 577 سے چھوٹا ہے۔ عدد 198 اس لیے رنگین ہے کیوں کہ اس کے ساتھ ایک ہی خانہ ہے جس میں 109 ہے اور 198، 109 سے بڑا ہے۔

معلوم کیجیے

1 . نیچے دیے گئے جدول کے عمدہ خانوں کو رنگیے یا نشان لگائیے۔

6828	670	9435	3780	3708	7308	8000	5583	52

2 . نیچے دیے گئے جدول کو (4 ہندسوں والے اعداد سے) اس طرح مکمل کیجیے کہ رنگین خانے ہی عمدہ خانے ہوں۔

5346			1258				9635	

3 . نیچے دیے گئے جدول کو اس طرح مکمل کیجیے کہ ہمیں زیادہ سے زیادہ عمدہ خانے حاصل ہوں، 100 سے 1000 کے درمیان کے اعداد کو دہرائے بغیر استعمال کیجیے۔

4 . اوپر دیے گئے 9 اعداد میں سے کتنے عمدہ خانے جدول میں ہیں؟ _____

5 . معلوم کیجیے کہ مختلف تعداد کے خانوں کے لیے کتنے عمدہ خانے ممکن ہیں؟

ریاضی بات چیت

کیا آپ کسی پیٹرن کا مشاہدہ کرتے ہیں؟ زیادہ سے زیادہ عمدہ خانے حاصل کرنے کے لیے جدول کو بھرنے کا کیا طریقہ ہے؟ تلاش کیجیے اور اپنی حکمت عملی بتائیے۔

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

کوشش کیجیے

6 . کیا آپ ایک خالی عمدہ خانے جدول کو اس طرح مکمل کر سکتے ہیں کہ کوئی بھی عمدہ خانہ دہرایا نہ جائے؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

7 . کیا کسی جدول میں ہمیشہ سب سے بڑے اعداد والا خانہ عمدہ خانہ ہوگا؟ کیا کسی جدول میں سب سے چھوٹے عدد والا خانہ عمدہ خانہ ہو سکتا ہے؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

8 . کسی جدول کو اس طرح مکمل کیجیے کہ دوسرا سب سے بڑے عدد والا خانہ عمدہ خانہ نہ ہو۔

9 . کسی جدول کو اس طرح مکمل کیجیے کہ دوسرا سب سے بڑے عدد والا خانہ عمدہ خانہ نہ ہو لیکن دوسرا سب سے چھوٹے عدد والا خانہ عمدہ خانہ ہو۔ کیا یہ ممکن ہے؟

10. اس معمہ کی دوسری قسمیں بنائیے اور اپنے ہم جماعتوں سے حل کروائیے۔

آیئے مزید قطاروں کے ساتھ اس عمدہ خانوں کی سرگرمی کو کریں۔

یہاں پڑوسی خانے وہ ہیں جو فوراً بائیں، دائیں، اوپر اور نیچے ہیں۔

قاعدہ وہی ہے: کوئی خانہ ایک عمدہ خانہ بن جاتا ہے اگر اس میں موجود عدد اس کے قریبی تمام خانوں کے اعداد سے بڑا ہو۔ جدول 1 میں 8632 اپنے تمام منسلک اعداد 4580، 8280، 4795 اور 1944 سے بڑا ہے۔

دیے گئے جدول 2 کو 5 ہندسوں والے اعداد سے مکمل کیجیے اور صرف 1، 0، 6، 3، اور 9 کا استعمال کیجیے۔ صرف رنگے ہوئے خانوں میں ہی ایسے عدد آنے چاہیے جو منسلک خانوں کے اعداد سے بڑے ہوں۔

جدول میں سب سے بڑا عدد ——— ہے۔

جدول میں سب سے چھوٹا جفت عدد ——— ہے۔

جدول 1

2430	7500	7350	9870
3115	4795	9124	9230
4580	8632	8280	3446
5785	1944	5805	6034

جدول 2

	96,301	36,109	
	13,609	60,319	19,306
		60,193	
	10,963		

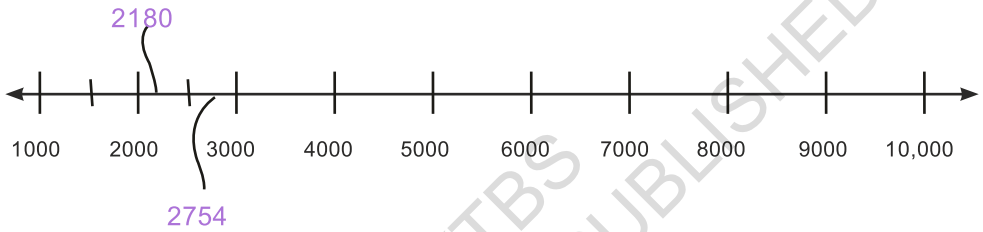
@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

جدول میں سب سے چھوٹا عدد ——— ہے، جو کہ 50,000 سے بڑا ہے۔

ایک بار جب آپ مندرجہ بالا جدول کو مکمل کر لیجیے تو ہزار ہندسوں پر مناسب طریقے سے کوما (،) لگائیے۔

3.3 عددی خط پر اعداد کا پیٹرن

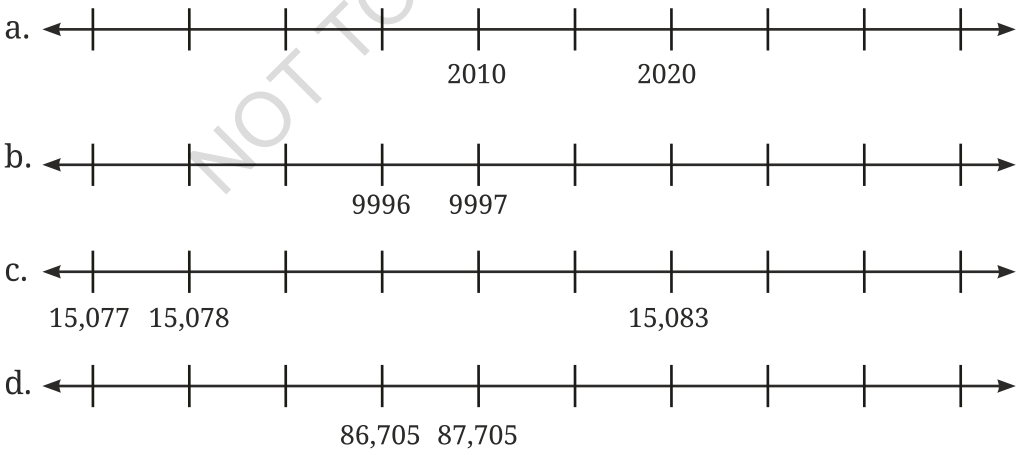
اب تک ہم عددی خط سے کافی حد تک واقف ہو چکے ہیں۔ آیئے دیکھتے ہیں کہ کیا ہم کچھ اعداد کو عددی خط پر ان کی مناسب جگہ رکھ سکتے ہیں۔ اعداد کچھ اس طرح ہیں: 2180، 2754، 1500، 3600، 9950، 9590، 1050، 3050، 5030، 5300، اور 8400۔



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

نیچے دیے گئے عددی خط پر نشان زدہ عدد کی شناخت کیجیے اور باقی نمبروں کی جگہ کو مکمل کیجیے۔



اوپر دی گئی ہر ترتیب میں سب سے چھوٹے عدد کے گرد دائرہ بنائیے اور سب سے بڑے عدد کے گرد ایک ڈبہ بنائیے۔

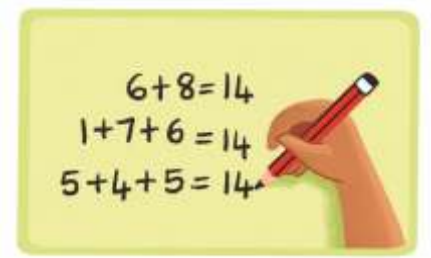
3.4 ہندسوں کے ساتھ کھیلنا

ہم 1، 2، 3.... وغیرہ سے اعداد لکھنا شروع کرتے ہیں۔ ہمارے پاس 1-ہندسوں والے نو اعداد ہیں۔

معلوم کیجیے کہ کتنے اعداد دو ہندسوں، تین ہندسوں، چار ہندسوں اور پانچ ہندسوں والے ہیں۔

1-ہندسہ والے اعداد 1 سے 9 تک ----------	2-ہندسوں والے اعداد ----------	3-ہندسوں والے اعداد ----------	4-ہندسوں والے اعداد ----------	5-ہندسوں والے اعداد ----------
9				

اعداد کے ہندسے کا حاصل جمع



کومل نے مشاہدہ کیا کہ جب وہ کچھ مخصوص اعداد کے ہندسوں کو جوڑتی ہے تو حاصل جمع یکساں ہوتا ہے۔

مثال کے طور پر 68 کے ہندسوں کا حاصل جمع 176 اور 545 کے ہندسوں کے حاصل جمع کے برابر ہوگا۔

معلوم کیجیے

1 . 14 ہندسوں کا حاصل جمع

a . کچھ ایسے اعداد لکھیے جن کے ہندسوں کا جوڑ 14 ہو۔

b . وہ سب سے چھوٹا عدد کیا ہے جس کے ہندسوں کا جوڑ 14 ہے؟

c . وہ سب سے بڑا 5 ہندسوں والا عدد کیا ہے جس کا جوڑ 14 ہے؟

d . آپ کتنا بڑا عدد بنا سکتے ہیں جس کے ہندسوں کی جمع 14 ہو؟ کیا آپ اس سے بھی بڑا عدد بنا سکتے ہیں؟

ریاضی بات چیت

2 . 40 سے 70 تک ہر عدد کے ہندسوں کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔ اپنے مشاہدات جماعت میں بتائیے۔

3 . ایسے 3- ہندسوں والے اعداد کے ہندسے کا حاصل جمع کیجیے جن کے ہندسے متواتر ہوں (مثلاً 345)۔ کیا آپ نے کوئی پیٹرن دیکھا؟ کیا یہ پیٹرن جاری رہے گا؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ہندسوں کے جاسوس



1 سے 100 تک اعداد لکھنے کے بعد، دنیش کو یہ اشتیاق ہوا کہ اس نے ہندسہ '7' کتنی دفعہ لکھا ہے!

- 1 سے 100 اعداد کے درمیان ہندسہ '7' کتنی دفعہ آئے گا؟

1 سے 1000 اعداد کے درمیان ہندسہ '7' کتنی دفعہ آئے گا؟

3.5 خوب صورت مقلوب مستوی پیٹرن (Pretty Palindromic Patterns)

دیے گئے اعداد: 66، 848، 575، 797، 1111 میں آپ کیا پیٹرن دیکھتے ہیں؟

یہ اعداد بائیں سے دائیں اور دائیں سے بائیں ایک جیسے پڑھے جاتے ہیں، کوشش کیجیے اور دیکھیے۔ اس طرح کے اعداد، **مقلوب مستوی** یا **مقلوب مستوی اعداد** کہلاتے ہیں۔

1، 2، 3 کا استعمال کرنے والے تمام مقلوب مستوی

اعداد 121، 313، 222 ہندسے 1، 2، 3 سے بنے ہوئے مقلوب مستوی کی چند مثالیں ہیں۔

- ان ہندسوں کا استعمال کرتے ہوئے تمام ممکن 3 ہندسے والے مقلوب مستوی لکھیے۔

مقلوب مستوی کو الٹیے اور جوڑیے



اب دیے گئے جمع کو دیکھیے۔ یہ جاننے کی کوشش کیجیے کہ کیا واقع ہو رہا ہے۔ **پیروی کرنے کے اقدامات:** 2-ہندسے والے عدد سے آغاز کریں۔ عدد کو ان کے معکوس سے جوڑیے۔ اگر آپ کو مقلوب مستوی حاصل ہوتا ہے تو رک جائیے ورنہ ہندسوں کے معکوس کے جمع والے مرحلے کو دہرائیے۔

دوسرے اعداد کے ساتھ یہی عمل اختیار کیجیے اور یہی اقدامات انجام دے کر آزمائیے۔ اگر مقلوب مستوی حاصل ہو جائے تو رک جائیے۔ کچھ ایسے بھی اعداد ہیں جن کے لیے آپ کو اسے کئی بار دہرانا پڑتا ہے۔

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

کیا ایسے بھی اعداد ہیں جن کے آپ مقلوب مستوی حاصل نہیں کر سکتے؟

ریاضی بات چیت

دریافت کیجیے

کیا 2- ہندسوں سے شروع ہونے والے اعداد کو بار بار الٹ کر جمع کرنے سے ہمیشہ ایک مقلوب مستوی حاصل ہو گا؟ دریافت کیجیے اور معلوم کیجیے۔*

معمے کا وقت

tth	th	h	t	u

نمبر کو الفاظ میں لکھیے:

میں ایک 5- ہندسوں کا مقلوب مستوی ہوں۔

میں ایک طاق عدد ہوں۔

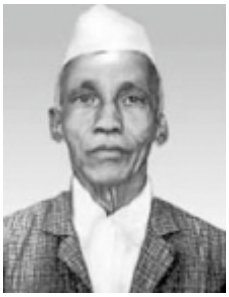
میرا 't' ہندسہ میرے 'u' ہندسہ کا دوگنا ہے۔

میرا 'h' ہندسہ میرے 't' ہندسہ سے دوگنا ہے۔

میں کون ہوں؟ _____

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3.6 کیپریکر (Kaprekar) کا جادوئی عدد

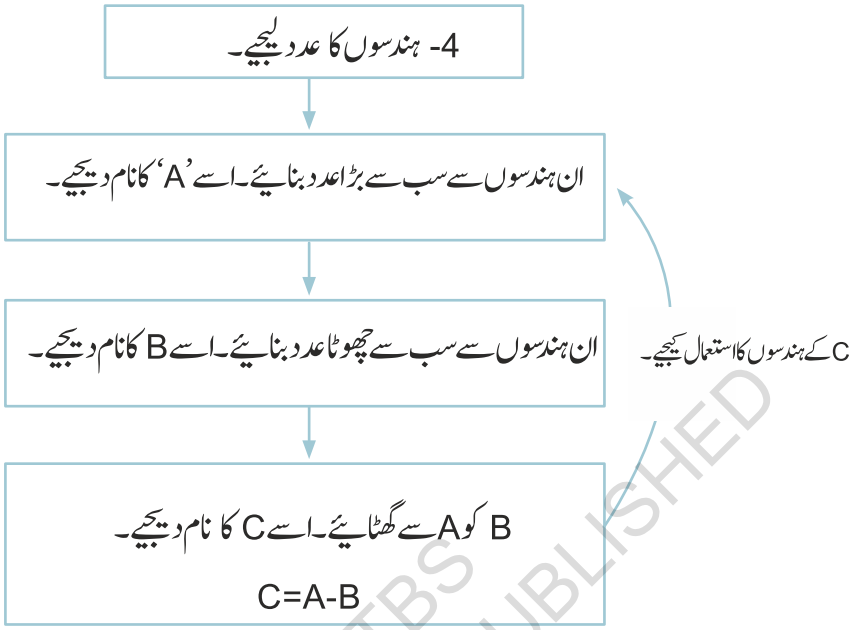


ڈاکٹر کیپریکر مہاراشٹر کے دیولالی میں ایک سرکاری اسکول میں ریاضی کے استاد تھے۔ انھیں اعداد کے ساتھ کھیلنا بہت اچھا لگتا تھا اور انھوں نے بہت سے ایسے خوب صورت پیٹرن معلوم کیے جو پہلے نامعلوم تھے۔

انھوں نے 1949 میں، 4- ہندسوں والے اعداد کے ساتھ کھیلتے ہوئے ایک دل چسپ اور جادوئی عجوبہ ایجاد کیا۔

* جواب 'ہاں' ہے! 3 ہندسے اعداد کے لیے جواب نامعلوم ہے۔ ایسا اندیشہ ہوتا ہے کہ 196 سے شروع ہونے والے اعداد کبھی مقلوب مستوی نہیں دیتے!

دیئے گئے ان اقدامات پر عمل کیجیے اور خود سے اس جادو کا تجربہ کیجیے! کوئی بھی 4-ہندسوں والا عدد لیجیے، جیسے 6382۔



اگر ہم اسے دہراتے ہیں تو کیا واقع ہوتا ہے؟

A = 8632	A = 6642	A = 7641	A =
B = 2368	B = 2466	B = 1467	B =
C = 8632–2368	C = 6642–2466	C = 7641–1467	C =
= 6264	= 4176	= 6174	

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

4-ہندسوں والے مختلف اعداد لیجیے اور ان اقدامات کو انجام دینے کی کوشش کیجیے۔معلوم کیجیے کیا واقع ہوتا ہے۔اپنے دوستوں سے معلوم کیجیے انہوں نے کیا حاصل کیا۔

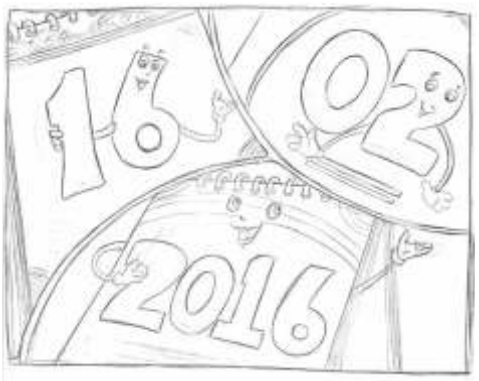
آپ ہمیشہ جادوئی عدد '6174' پر پہنچیں گے! '6174' عدد کو اب 'کیپریکر مستقلہ' کہتے ہیں۔

ان اقدامات کو 3-ہندسوں والے اعداد کے ساتھ انجام دیجیے۔کون سا عدد بار بار آنے لگتا ہے؟

3.7 گھڑی اور کیلنڈر کے اعداد

عام طور پر 12- گھنٹے والی گھڑی میں اوقات کے مختلف پیٹرن ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر 4:44، 10:10، 12:21۔

- کسی 12- گھنٹے والی گھڑی میں ہر طرح کے ممکنہ اوقات معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔



منیش کا یوم پیدائش 20.12.2012 کو ہے، جہاں ہندسے 2، 0، 1 اور 2 خود کی ترتیب کو دوہرا رہے ہیں۔

- ماضی سے اس طرح کی کچھ اور تاریخیں تلاش کیجیے۔

اس کی بہن میگھنا کی سالگرہ 11.02.2011 کو ہے، جہاں ہندسوں کو دائیں سے بائیں اور بائیں سے دائیں ایک جیسا پڑھتے ہیں۔

- ماضی سے اس طرح کی کچھ اور تاریخیں تلاش کیجیے۔

جیون اس سال کا کیلنڈر دیکھ رہا تھا۔ وہ سوچنے لگا "ہمیں ہر سال کیلنڈر کیوں بدلنا چاہیے؟ کیا ہم ایک کیلنڈر کو دوبارہ استعمال نہیں کر سکتے؟" آپ کو کیا لگتا ہے؟

آپ نے شاید غور کیا ہوگا کہ پچھلے سال کا کیلنڈر اس سال سے مختلف تھا۔ اس کے علاوہ آنے والے سال کا کیلنڈر بھی پچھلے سالوں سے مختلف ہوگا۔

کوشش کیجیے

- لیکن، کیا کسی بھی سال کا کیلنڈر کچھ سالوں بعد دوبارہ دہرایا جائے گا؟ کیا کسی سال کے تمام دن اور تاریخیں کسی دوسرے سال کے ساتھ بالکل مماثل ہوں گی؟

معلوم کیجیے

1. پر تبھا '4'، '7'، '3' اور '2' ہندسوں کا استعمال کرتی ہے اور ان سے 4-ہندسوں والا سب سے چھوٹا اور سب سے بڑا عدد بناتی ہے: 2347 اور 7432۔ ان دونوں اعداد کے درمیان کا فرق 7432 – 2347 = 5085 ہے۔ ان دو اعداد کی جمع 9779 ہے۔ مندرجہ ذیل کو بنانے کے لیے 4-ہندسوں کا انتخاب کیجیے:
   a. سب سے بڑے اور سب سے چھوٹے اعداد کے درمیان کا فرق 5085 سے بڑا ہو۔
   b. سب سے بڑے اور سب سے چھوٹے اعداد کے درمیان کا فرق 5085 سے چھوٹا ہو۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

c. سب سے بڑے اور سب سے چھوٹے اعداد کی جمع 9779 سے بڑی ہو۔

d. سب سے بڑے اور سب سے چھوٹے اعداد کی جمع 9779 سے چھوٹی ہو۔

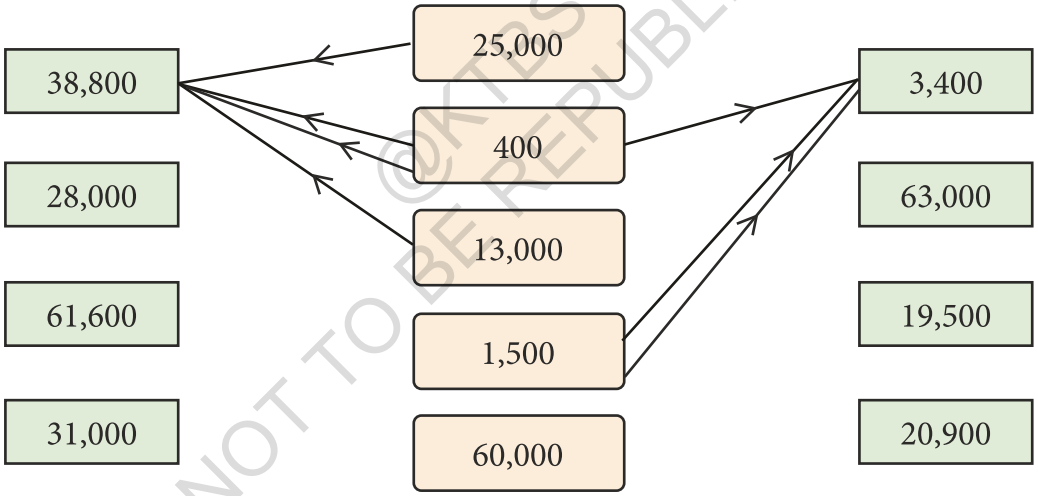
2. سب سے چھوٹے اور سب سے بڑے 5-ہندسوں والے مقلوب مستوی کا حاصل جمع کیا ہے؟ ان کا فرق کیا ہے؟

3. ابھی وقت 10:01 ہے۔ کتنے منٹ بعد گھڑی اگلا مقلوب مستوی وقت دکھائے گی؟ اور اس کے اگلے والے مقلوب مستوی کے متعلق کیا خیال ہے؟

4. کیپریکر مستقلہ تک پہنچنے کے لیے عدد 5683 کو کتنے چکر درکار ہیں؟

3.8 ذہنی ریاضی

نیچے دئی گئی تصویر کا مشاہدہ کیجیے۔ آپ اعداد اور کھینچے گئے خطوط (Lines) کے متعلق کیا کہہ سکتے ہیں؟



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

درمیانی کالم کے اعداد کو مختلف طریقوں سے اس طرح جوڑا گیا ہے جس سے کنارے کے کالم کے اعداد (1500 + 1500 + 400 = 3400) حاصل ہوں۔ درمیان کے اعداد کو مطلوبہ جمع حاصل کرنے کے لیے جتنی مرتبہ ضرورت ہو استعمال کیا جاسکتا ہے۔ مطلوبہ جمع حاصل کرنے کے لیے درمیان سے کنارے کے اعداد تک تیر کی شکل بنائیے۔

دو مثالیں دی گئی ہیں۔ اسے ذہنی طور پر کرنا آسان ہو گا!

$$38{,}800 = 25{,}000 + 400 \times 2 + 13{,}000$$
$$3400 = 1500 + 1500 + 400$$

ریاضی بات چیت

کیا ہم درمیان کے اعداد کی مدد سے 1000 بنا سکتے ہیں؟ کیوں نہیں؟ 14000، 15000 اور 16000 کے بارے میں کیا خیال ہے؟ ہاں، یہ ممکن ہے۔ دریافت کیجیے کیسے۔ کون سے ہزار نہیں بن سکتے؟

جمع کرنا اور تفریق کرنا

یہاں ڈبوں میں دیے گئے اعداد کا استعمال کرتے ہوئے ہم مطلوبہ عدد حاصل کرنے کے لیے جمع اور تفریق دونوں کا استعمال کر سکتے ہیں۔ یہاں ایک مثال دکھائی گئی ہے۔

40,000	7,000	39,800 = 40,000 – 800 + 300 + 300
		45,000 =
300	1,500	5,900 =
		17,500 =
12,000	800	21,400 =

ہندسے اور عوامل

یہ دو 5-ہندسوں والے اعداد کو جوڑ کر، دوسرا 5-ہندسوں والا عدد حاصل کرنے کی ایک مثال ہے۔

12,350 + 24,545 = 36,895

یہ دو 5-ہندسوں والے اعداد کو تفریق کر کے، دوسرا 5-ہندسوں والا عدد حاصل کرنے کی ایک مثال ہے۔

48,952 – 24,547 = 24,405

معلوم کیجیے

1 . نیچے دیئے گئے ہر ایک منظر کے لیے ایک مثال دیجیے۔

5-ہندسے + 5-ہندسے سے 90,250 سے بڑا 5-ہندسے کا حاصل جمع	5-ہندسے + 3-ہندسے سے 6-ہندسے کا حاصل جمع	4-ہندسے + 4-ہندسے سے 6-ہندسے کا حاصل جمع	5-ہندسے + 5-ہندسے سے 6-ہندسے کی حاصل جمع	5-ہندسے + 5-ہندسے سے 18,500 حاصل کرنا
5-ہندسے سے 5-ہندسے 56,503 کا فرق حاصل کرنا	5-ہندسے سے 4-ہندسے کا فرق حاصل کرنا	5-ہندسے سے 4-ہندسے کا فرق حاصل کرنا	5-ہندسے سے 3-ہندسے کا فرق حاصل کرنا	5-ہندسے سے 5-ہندسے 91,500 حاصل کرنا

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ریاضی بات چیت

کیا آپ دیے گئے سبھی مناظر کے لیے مثالیں دریافت کر سکتے ہیں؟ اگر نہیں، تو اس کی وجہ کو سوچیے اور بحث کیجیے۔ ایسے ہی دوسرے سوالات بنائیے اور اپنے ہم جماعتوں کو مبارزت کیجیے۔

2. ہمیشہ، کبھی کبھی، کبھی نہیں؟

ذیل میں دیے گئے چند بیانات ہیں سوچیے، دریافت کیجیے اور معلوم کیجیے کہ کیا ہر بیان 'ہمیشہ صحیح'، صرف 'کبھی کبھی صحیح'، یا 'کبھی صحیح نہیں' ہے۔ آپ کو ایسا کیوں لگتا ہے؟ اپنے استدلال کو لکھیے اور جماعت میں بحث کیجیے۔

a. 5 ہندسے + 5 ہندسے ایک 5 ہندسے کا عدد ملتا ہے۔

b. 4 ہندسے + 2 ہندسے ایک 4 ہندسے کا عدد ملتا ہے۔

c. 4 ہندسے + 2 ہندسے ایک 6 ہندسے کا عدد ملتا ہے۔

d. 5 ہندسے − 5 ہندسے ایک 5 ہندسے کا عدد ملتا ہے۔

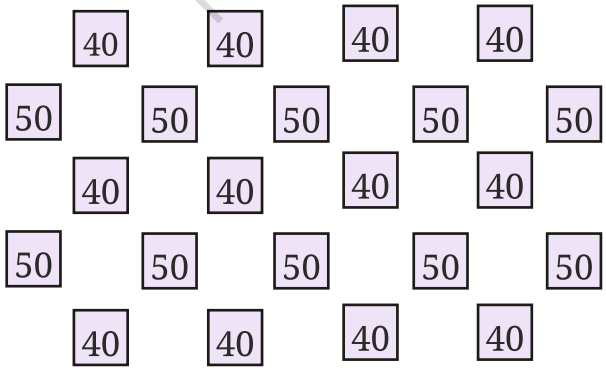
e. 5 ہندسے − 2 ہندسے ایک 3 ہندسے کا عدد ملتا ہے۔

3.9 اعداد کے پیٹرن کا کھیل

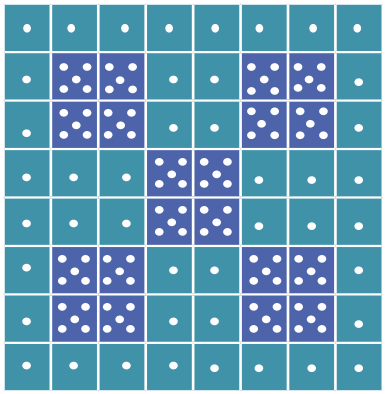
یہاں چند اعداد کو کچھ پیٹرن میں ترتیب دیا گیا ہے۔ مندرجہ ذیل ہر ایک تصویر کے اعداد کا حاصل جمع کیجیے۔ کیا ہمیں انھیں یکے بعد دیگرے جوڑنا چاہیے یا ہم کوئی تیز تر طریقہ اختیار کر سکتے ہیں؟

آپ ان سوالات کو حل کرنے کے لیے جو مختلف طریقے استعمال کرتے ہیں اسے جماعت میں بتائیے اور بحث کیجیے۔

a.



b.

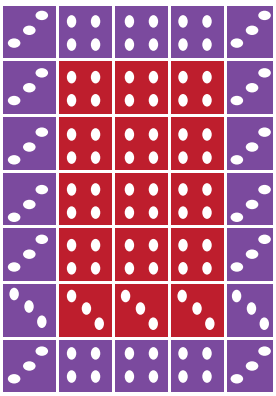


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

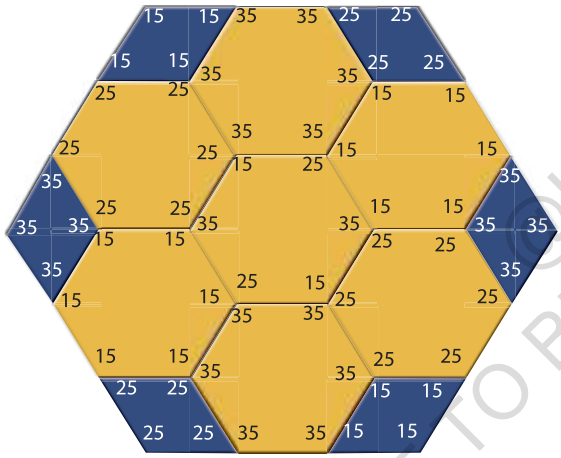
c.

32	32	32	32	32	32	32	32
32	32	32	32	32	32	32	32
32	32	32	32	32	32	32	32
32	32	32	32	32	32	32	32
64	64	64					64
64	64	64					64
64	64	64					64
64	64	64					64

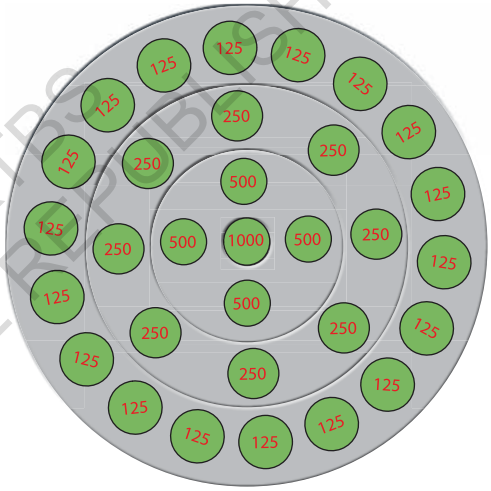
d.



e.



f.



©KTDS NOT TO BE REPUBLISHED

3.10 ایک غیر حل شدہ راز — کولاٹز کا قیاس! (Collatz Conjecture)

درج ذیل سلسلے کو دیکھیے۔ تمام تواتروں میں ایک ہی اصول نافذ ہوتا ہے:

a. 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

b. 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

c. 21, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1

d. 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

کیا آپ نے دیکھا کہ یہ تواتر کیسے تشکیل دیے گئے ہیں؟

قاعدہ یہ ہے: کوئی اسے کسی بھی عدد سے شروع کرتا ہے؛ اگر وہ عدد جفت ہے، تو اس کا نصف لیجیے؛ اگر طاق ہے، تو اسے 3 سے ضرب کیجیے اور اس میں 1 جمع کیجیے؛ دہرائیے۔

غور کیجیے کہ دی گئیں چاروں تواتر آخر کار عدد 1 تک پہنچتی ہیں۔ 1937 میں، جرمن ریاضی داں لوتھر کولائز نے یہ قیاس کیا کہ چاہے آپ کسی بھی صحیح عدد سے کوئی تواتر شروع کیجیے، یہ ہمیشہ '1' تک پہنچے گا۔ آج بھی — بہت سے ریاضی داں کے اس پر کام کرنے کے باوجود یہ ایک حل طلب مسئلہ ہے کہ آیا کولائز کا قیاس درست ہے! کولائز کا یہ قیاس ریاضی کے مشہور غیر حل شدہ مسائل میں سے ایک ہے۔

- اپنے پسندیدہ مکمل اعداد سے شروع کرتے ہوئے اوپر دیے گئے تواتروں کی طرح کچھ اور تواتروں کی تشکیل کیجیے۔ کیا آپ ہمیشہ 1 تک پہنچتے ہیں؟

کیا آپ کولائز کے اس قیاس پہ یقین کرتے ہیں کہ سارے تسلسل آخر میں 1 تک پہنچیں گے۔ کیوں یا کیوں نہیں؟

3.11 سادہ تخمینہ

بعض اوقات، ہوسکتا ہے ہمیں اشیا کی صحیح گنتی کا علم نہ ہو یا ضرورت نہ ہو اور اس مقصد کے لیے ایک تخمینہ کافی ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر، ہوسکتا ہے کہ آپ کے اسکول کے ہیڈ ماسٹر کو آپ کے اسکول میں پڑھنے والے طلبا کی صحیح تعداد کا علم ہو، لیکن ممکن ہے کہ آپ کو صرف تخمینہ کی تعداد معلوم ہو۔ آپ کے اسکول میں کتنے طلبا ہیں؟ تقریباً 150؟ 400؟ یا ہزار؟

پرومیتا کی جماعت سیکشن میں 32 بچّے ہیں۔ اس کی جماعت کے دیگر دو سیکشن میں 29 اور 35 بچے ہیں۔ اس لیے اس نے اپنی جماعت میں کل بچوں کا تخمینہ تقریباً 100 لگایا۔ جماعت 6 کے ساتھ ساتھ اس کے اسکول میں جماعت 7-10 بھی ہیں اور ہر جماعت کے 3 سیکشن ہیں۔ اس نے ساری جماعتوں میں یکساں تعداد فرض کرتے ہوئے اپنے اسکول میں طلبا کی تعداد کا اندازہ تقریباً 500 لگایا۔

معلوم کیجیے

ہم کچھ آسان اندازے کریں گے۔ یہ ایک پر لطف مشق ہے اور آپ کو ہمارے اطراف کے مختلف اعداد کے متعلق جاننا دل چسپ لگ سکتا ہے۔ خیال رہے، ہمیں مندرجہ ذیل سوالوں کے صحیح تعداد میں دل چسپی نہیں ہے۔ اپنے تخمینے کے طریقے جماعت میں بتائیے۔

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1 . چلنے کے لیے آپ جو اقدام اٹھائیں گے:

a . آپ کے بیٹھنے کی جگہ سے جماعت کے دروازے تک

b . اسکول کے میدان کے ایک سرے سے دوسرے سرے تک

c . آپ کی جماعت کے دروازے سے اسکول کے دروازے تک

d . آپ کے اسکول سے آپ کے گھر تک

2 . جتنی بار آپ اپنی آنکھیں جھپکتے ہیں یا سانسیں لیتے ہیں:

a . ایک منٹ میں

b . ایک گھنٹے میں

c . ایک دن میں

3 . اپنے اردگرد کی کچھ اشیا کے نام بتائیے جو:

a . اعداد میں چند ہزار ہوں

b . اعداد میں دس ہزار سے زیادہ ہوں

جواب کا تخمینہ کیجیے

30 سیکنڈ میں اندازہ لگانے کی کوشش کیجیے۔ اپنے دوستوں کے ساتھ اپنا اندازہ چیک کیجیے۔

1 . آپ کی ریاضی کی درسی کتاب میں الفاظ کی تعداد:

a . 5000 سے زیادہ

b . 5000 سے کم

2 . آپ کے اسکول میں بس سے اسکول آنے والے طلبا کی تعداد:

a . 200 سے زیادہ

b . 200 سے کم

3 . روشن دودھ اور 3 قسم کے پھل خریدنا چاہتا ہے تاکہ 5 افراد کے لیے فروٹ کسٹرڈ بنائے۔ وہ خرچ کا اندازہ 100 روپے لگاتا ہے۔ کیا آپ اس سے متفق ہیں؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

4 . گاندھی نگر (گجرات) سے کوہیما (ناگالینڈ) کے بیچ کی دوری کا تخمینہ کیجیے۔

اشارہ: ان شہروں کو تلاش کرنے کے لیے ہندوستان کا نقشہ دیکھیے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5 . شیتل درجہ 6 کی طالبہ ہے اور اس کا کہنا ہے کہ اس نے آج کی تاریخ تک تقریباً 13,000 گھنٹے اسکول میں گزارے ہیں۔ کیا آپ اس سے متفق ہیں؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

6 . پہلے لوگ طویل فاصلے پیدل طے کرتے تھے کیوں کہ ان کے پاس کوئی اور ذریعہ نقل وحمل نہیں تھا۔ فرض کیجیے کہ آپ اپنی عام رفتار سے چلتے ہیں تو آپ کو تقریباً کتنا وقت لگے گا:

a . آپ کے موجودہ مقام سے آپ کے کسی نزدیکی پسندیدہ مقامات تک۔

b . آپ کے موجودہ مقام سے کسی بھی پڑوسی ریاست کے دارالحکومت تک۔

c . ہندوستان کے جنوبی سرے سے ہندوستان کے شمالی سرے تک۔

7 . کچھ تخمینہ سوالات بنائیے اور اپنے ہم جماعتوں کو مبارزت کیجیے!

3.12 کھیل اور جیتنے کی تدابیر

اعداد کا استعمال نہ صرف کھیل کھیلنے بلکہ جیتنے کے طریقے تیار کرنے کے لیے بھی کیا جاسکتا ہے۔

یہاں ایک مشہور کھیل ہے جسے 21 کہتے ہیں۔ اسے اپنے کسی ہم جماعت کے ساتھ کھیلیے۔ پھر اسے گھر والوں کے ساتھ گھر پر کھیلیے!

کھیل کے اصول# 1— پہلا کھلاڑی 1، 2 یا 3 کہتا ہے۔ پھر باری باری سے دونوں کھلاڑی اس عدد میں 1، 2 یا 3 جوڑتے جاتے ہیں۔ پہلا کھلاڑی جو 21 تک پہنچے گا جیت جائے گا!

اس کھیل کو اپنے ہم جماعت کے ساتھ کئی دفعہ اور کھیلیے کیا آپ جیتنے کی حکمت عملی دیکھنا شروع کر رہے ہیں؟

اگر وہ صحیح طریقے سے کھیلیں تو کون سا کھلاڑی ہمیشہ جیت سکتا ہے؟

اعداد کا وہ کون سا پیٹرن ہے جو جیتنے والے کھلاڑی کو کہنا چاہیے؟

اس کھیل کے بہت سے تغیرات ہیں۔ یہاں ایک اور عام تغیر ہے:

کھیل کے اصول#2— پہلا کھلاڑی 1 اور 10 کے درمیان کا کوئی عدد کہتا ہے۔ پھر دونوں کھلاڑی باری باری اس عدد میں 1 سے 10 تک کے اعداد جوڑتے جاتے ہیں۔ پہلا کھلاڑی جو 99 تک پہنچے گا وہ جیت جائے گا۔

اس کھیل کو اپنے ہم جماعت کے ساتھ کئی بار کھیلیے۔ دیکھیے آیا آپ اس سے متعلق جیتنے کی مماثل حکمت عملی معلوم کر سکتے ہیں!

کون سا کھلاڑی ہمیشہ جیت سکتا ہے؟ اس دفعہ اعداد کے کون سے پیٹرن کی ترتیب جیتنے والے کھلاڑی کو کہنا چاہیے؟

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اس کھیل کے اپنے اصول بنائیے۔ طے کیجیے کہ ہر باری میں کھلاڑی کتنے کا اضافہ کریں گے اور جیتنے والا عدد کیا ہوگا؟ پھر اس کھیل کو کئی بار کھیلیے اور جیتنے کی حکمت عملی معلوم کیجیے اور کون سا کھلاڑی ہمیشہ جیت سکتا ہے؟

معلوم کیجیے

1. اس گرڈ (Grid) میں صرف ایک سپر سیل (سبھی پڑوسی اعداد سے بڑا عدد) ہے۔ اگر آپ کسی ایک عدد کے دو ہندسوں کو ایک دوسرے سے بدلتے ہیں تو 4 سپر سیل حاصل ہوں گے۔ معلوم کیجیے کہ کون سے ہندسے بدلنے ہیں۔

کوشش کیجیے

16,200	39,344	29,765
23,609	62,871	45,306
19,381	50,319	38,408

2. آپ کی پیدائش کے سال کو کیپریکر مستقلہ تک پہنچنے کے لیے کتنے مراحل درکار ہیں؟
3. ہم 35,000 اور 75,000 کے بیچ 5 ہندسوں کے اعداد کا گروپ ہیں، وہ جن کے سارے ہندسے طاق ہیں۔
ہمارے گروپ میں سب سے بڑا عدد کون سا ہے؟ کون سا عدد سب سے چھوٹا ہے؟ ہم میں سے کون 50,000 کے قریب تر ہے؟
4. سال میں آپ اپنی ملنے والی چھٹیوں کا اندازہ لگائیے، جس میں ہفتہ وار چھٹیاں، تہوار اور بڑی چھٹیاں شامل ہوں۔ پھر صحیح تعداد معلوم کیجیے اور دیکھیے کہ آپ کا تخمینہ صحیح تعداد کے کتنے قریب ہے۔
5. ایک مگ، ایک بالٹی اور ایک پانی کی ٹنکی میں لیٹروں کی تعداد کا تخمینہ لگائیے۔
6. ایک 5-ہندسے اور دو 3-ہندسے والے اعداد کو اس طرح لکھیے کہ ان کی جمع 18,670 ہو۔
7. 210 اور 390 کے درمیان ایک عدد منتخب کیجیے۔ سیکشن 3.9 میں دکھائے گئے پیٹرن کی طرح ایک عددی پیٹرن بنائیے جس کا حاصل اس عدد تک پہنچ جائے گا۔
8. باب 1 کے جدول 1 کے پاور 2 کے تواتر کو یاد کیجیے۔ اس تواتر میں تمام ابتدائی اعداد کے لیے کولائز کا قیاس کیوں درست ہے؟
9. ابتدائی عدد 100 کے لیے کولائز قیاس کی جانچ کیجیے۔
10. ’0‘ سے شروع کرتے ہوئے کھلاڑی باری باری سے 1 اور 3 کے درمیانی عدد کو جوڑتے ہیں۔ پہلا شخص جو 22 تک پہنچتا ہے وہ جیت جاتا ہے۔ اب جیتنے کی حکمت عملی کیا ہے؟

خلاصہ

- اعداد کو بہت سے مختلف مقاصد کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے مثلاً معلومات پہنچانا، پیٹرن بنانا اور دریافت کرنا، طول اور عرض کا تخمینہ لگانا اور معمہ کو تشکیل دینا اور حل کرنا اور کھیل کو کھیلنا اور جیتنا۔
- ان مقاصد کے لیے اعداد کے استعمال کے طریقہ کار کے متعلق سوچنا اور وضع کرنا ایک مفید مہارت اور صلاحیت ہے (جسے تحسیبی سوچ کہتے ہیں)۔
- اعداد سے متعلق بہت سے مسائل بنانا آسان ہوسکتا ہے لیکن انھیں حل کرنا اتنا ہی مشکل۔ درحقیقت اس طرح کے بے شمار مسائل ابھی بھی حل نہیں ہو سکے ہیں (مثلاً کولائز کا قیاس)۔

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

4

مفروضات کا استعمال
Data Handling and Presentation)

4674CH04

اگر آپ اپنے ہم جماعتوں سے ان کے پسندیدہ رنگ کے بارے میں معلوم کریں گے تو آپ کو رنگوں کی ایک فہرست مل جائے گی۔ یہ فہرست مفروضہ کی ایک مثال ہے۔ اسی طرح اگر آپ اپنی کلاس کے ہر طالب علم کے وزن کی پیمائش کریں گے تو آپ کو وزنوں کی پیمائش کا مجموعہ مل جائے گا — یہ بھی ڈیٹا ہے۔

حقائق کا کوئی مجموعہ، اعداد، پیمائشوں، مشاہدات یا اشیا کے بارے میں دوسرے بیانات جو ان اشیا کے بارے میں معلومات فراہم کرتے ہیں، مفروضہ (Data) کہلاتا ہے۔

ہم معلومات کے دور میں رہتے ہیں۔ ہمیں پیش کیے جانے والے دل چسپ اور نئے طریقوں کے مفروضات کو ہم لگاتار دیکھتے رہتے ہیں۔ اس باب میں ہم مفروضہ کے اظہار کے کچھ طریقے دریافت کریں گے اور دیکھیں گے کہ ان میں سے کچھ طریقوں کو ہم کیسے مفروضہ کے صحیح اظہار، ترجمانی اور نتائج اخذ کرنے کے لیے استعمال کر سکتے ہیں!

© KTDS NOT TO BE REPUBLISHED

4.1 مفروضات کو اکٹھا کرنا اور منظم کرنا

ناویا اور نریش اپنے پسندیدہ کھیلوں پر مباحثہ کر رہے ہیں۔



کرکٹ میرا پسندیدہ کھیل ہے!



میں کبھی کبھی کرکٹ کھیلتا ہوں مگر ہاکی وہ کھیل ہے جو مجھے سب سے زیادہ پسند ہے۔



مجھے نہیں لگتا۔ ہم اپنی جماعت کے سب سے مشہور کھیل کے بارے میں کیسے پتہ لگا سکتے ہیں؟



میرے خیال سے ہماری جماعت میں کرکٹ سب سے مشہور کھیل ہے۔



اپنی جماعت کے سب سے مشہور کھیل کا پتہ لگانے کے لیے ناویا اور نریش کو کیا کرنا چاہیے؟ کیا آپ ان کی مدد کر سکتے ہیں؟

نریش اور ناویا نے ہر طالب علم کے پاس جانے کا فیصلہ کیا اور ان کے پسندیدہ کھیل کے بارے میں پوچھا۔ پھر انھوں نے ایک فہرست بنائی۔

ناویا فہرست دکھا رہی ہے:



ماہ نور – کبڈی	پوشکال – ستولیا (پٹھو)	عنایہ – کبڈی
جوبی مون – ہاکی	ڈنسے – بیڈمنٹن	جیویشا – ستولیا (پٹھو)
سمرن – کبڈی	جیویکا – ستولیا (پٹھو)	راجیش – فٹ بال
نند – ستولیا (پٹھو)	لیلا – ہاکی	تھارا – فٹ بال
انکتا – کبڈی	افشاں – ہاکی	سویما – کرکٹ
امون – ہاکی	کیرت – کرکٹ	نوجوت – ہاکی
یوراج – کرکٹ	گرپریت – ہاکی	ہیمل – ستولیا (پٹھو)
ریحانہ – ہاکی	عرش – کبڈی	دیباراتا – فٹ بال
آرنا – بیڈمنٹن	بھاویہ – کرکٹ	اننیا – ہاکی
کومپال – فٹ بال	سارہ – کبڈی	ہاردک – کرکٹ
طاہرہ – کرکٹ		

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

وہ خوشی سے کہتی ہے، ”میں نے مفروضہ اکٹھا کر لیا ہے۔ اب میں بتا سکتی ہوں کہ کون سا کھیل سب سے مشہور ہے!“۔

کچھ دوسرے بچے اس فہرست کو حیرت سے دیکھ رہے ہیں۔ ”ہم ابھی تک نہیں دیکھ سکتے کہ سب سے مشہور کھیل کون سا ہے۔ ہم اس فہرست سے کیسے پتہ لگا سکتے ہیں؟“

معلوم کیجیے

1. نریش اور ناویا کے ہم جماعتوں کے درمیان سب سے مشہور کھیل معلوم کرنے کے لیے آپ کیا کریں گے؟
2. ان کی جماعت کا سب سے مشہور کھیل کیا ہے؟

3 . اپنے ہم جماعتوں میں سب سے مشہور کھیل معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔

4 . پری ذیل میں دیے گئے سوالوں کا جواب دینا چاہتی ہے۔ان سوالوں کے سامنے (✓) کا نشان لگائیے جن کے جوابات دینے کے لیے اس کو مفروضہ کے مجموعے کی ضرورت ہوگی اور ان سوالوں کے سامنے (×) کا نشان لگائیے جن کے جوابات دینے کے لیے اُسے مفروضہ کے مجموعے کی ضرورت نہیں ہوگی۔اپنے جوابوں پر جماعت میں بحث کیجیے۔

a . اس کے ہم جماعتوں میں سب سے زیادہ مشہور TV شو کون سا ہے؟ ☐

b . ہندوستان کو آزادی کب ملی؟ ☐

c . اس کے علاقے میں کتنا پانی برباد ہو رہا ہے؟ ☐

d . ہندوستان کی راجدھانی کیا ہے؟ ☐

نشانات

جناب نیلیش ایک استاد ہیں۔انھوں نے نئے سال کا جشن منانے کے لیے کلاس میں مٹھائی لے جانے کا فیصلہ کیا۔قریب کے حلوائی کی دکان میں جلیبی ،گلاب جامن ،گجیا ،برفی اور رس گلّہ موجود ہیں وہ بچوں کی پسند جاننا چاہتے تھے۔انہوں نے بورڈ پر ساری مٹھائیوں کے نام لکھے اور بچوں سے اپنی پسند بتانے کو کہا۔وہ ہر ایک طالب علم کے لیے ایک ٹیلی نشانات 'I' بناتے ہیں اور جب گنتی 5 تک پہنچ جاتی ہے تو پچھلے چار ٹیلی نشانات پر ایک ترچھا خط بنا دیتے ہیں اسے اس طرح نشانات کرتے ہیں 𝍸 ۔

مٹھائیاں	ٹیلی نشانات	طلبا کی تعداد
جلیبی	𝍸 I	6
گلاب جامن	𝍸 IIII	9
گجیا	𝍸 𝍸 III	_____
برفی	III	_____
رس گلہ	𝍸 II	_____

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

1. نیلیش صاحب کی صحیح تعداد میں مٹھائیاں خریدنے میں مدد کرنے کے لیے جدول کو مکمل کیجیے۔

a . کتنے طلبا نے جلیبی کا انتخاب کیا؟ ☐

b . برفی کا انتخاب ☐ طلبا نے کیا؟

c . کتنے طلبا نے گجیا کا انتخاب کیا؟ ☐

d . رس گلہ کا انتخاب [ ] طلبا نے کیا؟

e. کتنے طلبا نے گلاب جامن کا انتخاب کیا؟ [ ]

جناب نیلیش نے اسٹاف کے ایک ممبر سے جدول میں دی گئی مٹھائیوں کو لانے کی گزارش کی۔ اوپر دیے گئے جدول سے اُسے صحیح تعداد میں مٹھائیاں خریدنے میں مدد ملی۔

2. ہر قسم کی مٹھائی کو صحیح بچے میں تقسیم کرنے کے لیے کیا اوپر دیا گیا جدول کا فی ہے؟ وضاحت کیجیے۔ اگر یہ کافی نہیں ہے تو اس کا متبادل کیا ہے؟

مفروضہ کو منظم کرنے کے لیے، ہم ہر مٹھائی کا نام ایک کالم میں لکھیں گے اور ٹیلی نشانات کا استعمال کرتے ہوئے ان طلبا کی تعداد نوٹ کریں گے جو اس مٹھائی کو پسند کرتے ہیں۔ اعداد 6، 9، ۔۔۔۔۔ بالترتیب جلیبی، گلاب، جامن کی پسندیدگی کے **تعدد** (Frequencies) ہیں۔

محترمہ سندھیا نے اپنے طلبا سے ان کے جوتوں کے نمبر کے بارے میں معلوم کیا۔ انھوں نے اس مفروضہ کو بورڈ پر لکھ دیا۔

4	5	3	4	3	4	5	5	4
5	5	4	5	6	4	3	5	6
4	6	4	5	7	5	6	4	5

انھوں نے جوتوں کے نمبروں کو بڑھتی ہوئی ترتیب میں لکھا ——

3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 7

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

1 . درج ذیل کو معلوم کرنے کے لیے ان کی مدد کیجیے:

a . کلاس میں جوتے کا سب سے بڑا سائز —— ہے۔

b . کلاس میں جوتے کا سب سے چھوٹا سائز —— ہے۔

c . وہاں —— طلبا ایسے ہیں جن کے جوتے کا سائز 5 ہے۔

d . وہاں —— طلبا ایسے ہیں جن کے جوتے کا سائز 4 سے بڑا ہے۔

2 . مفروضہ کو ترتیب وار اوپر کی طرف ترتیب دینے سے ان سوالات کے جوابات دینے میں کس طرح مدد ملی؟

3 . کیا مفروضہ کو مرتب کرنے کے لیے کچھ اور طریقے ہیں؟

4 . کچھ ایسے پیڑوں کے نام لکھیے جو آپ اپنے اطراف میں دیکھتے ہیں۔ جب بھی آپ گھر سے اسکول (یا ایک جگہ سے دوسری جگہ جاتے وقت) کے راستے میں ایک پیڑ کا مشاہدہ کرتے ہیں، تو مفروضہ کو اندراج کیجیے اور مندرجہ ذیل جدول کو پُر کیجیے:

پیڑ	پیڑوں کی تعداد
پیپل	
نیم	

a . کون سے پیڑ کی تعداد سب سے زیادہ ہے؟

b . کون سے پیڑ کی تعداد سب سے کم ہے؟

c . کیا کوئی دو پیڑ ایسے بھی تھے جن کی تعداد یکساں ہوں؟

5 . ایک خالی کاغذ کا ٹکڑا لیجیے اور کسی اخبار کی کوئی چھوٹی خبر اس پر چپکائیے۔ ہر طالب علم مختلف خبروں کے مضمون استعمال کر سکتا ہے۔ اب آپ کاغذ کے ٹکڑے پر ایک جدول بنائیے جیسا کہ ذیل میں دیا گیا ہے۔ خبروں کے مضمون کے لفاظ میں حروف 'c'، 'e'، 'i'، 'r' اور 'x' کی تعداد کو شمار کیجیے اور جدول کو مکمل کیجیے۔

حرف	c	e	i	r	x	آپ کی پسند کا کوئی اور حرف
خبروں میں ملے حروف کی تعداد						

a . حرف ——— سب سے زیادہ مرتبہ حاصل ہوا۔

b . حرف ——— سب سے کم مرتبہ حاصل ہوا۔

c . پانچ حروف 'c'، 'e'، 'i'، 'r' اور 'x' کی تعدد کی بڑھتی ہوئی ترتیب میں فہرست بنائیے۔ اب آپ اپنی اور اپنے ہم جماعتوں کی فہرست کی ترتیب کا موازنہ کیجیے۔ کیا آپ کی اور ان کی ترتیب تقریباً ایک ہی ہے؟ (لگ بھگ ہر ایک کی ترتیب e،i،r،c،x کی طرح ہی ہوگی۔) آپ کے خیال میں ایسا کیوں ہوا؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

d . اس کام کو پورا کرنے کے لیے آپ نے جو طریقہ استعمال کیا اسے لکھیے۔

e. اپنے دوستوں کے ذریعے اپنائے گئے طریقوں پر ان سے مباحثہ کیجیے۔

f . اگر آپ یہ کام کسی دوسری خبر کے مضمون پر کریں تو آپ کون سا طریقہ استعمال کریں گے؟

استاد کے لیے نوٹ

ڈیٹا اکٹھا کرنے اور منظم کرنے کے لیے مزید مواقع فراہم کیجیے۔ طلبا سے پوچھیے کہ ان کے کلاس روم میں طلبا میں سب سے زیادہ مقبول، رنگ، کھیل، کھلونا، اسکول کا مضمون وغیرہ کیا ہے اور پھر اس کے لیے ڈیٹا اکٹھا کیجیے۔ یہ ایک ایسی دلچسپ سرگرمی ہے جس میں وہ اپنے ہم جماعتوں کے بارے میں بھی بہت کچھ جان سکتے ہیں۔ ان سے بحث کیجیے کہ وہ ڈیٹا کو مختلف طریقوں سے کیسے منظم کر سکتے ہیں۔ ہر طریقے کے اپنے فائدے اور نقصان ہوتے ہیں۔ ان تمام کاموں اور 'معلم کیجیے' کے تحت آنے والے کاموں پر طلبا سے تبادلہ خیال کیجیے اور انھیں کام کو سمجھنے دیجیے اور پھر کلاس کے سامنے ان کو اپنے منصوبے طریقے کار اور نتائج کو پیش کرنے دیجیے۔

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

4.2 پکٹوگراف (Pictographs)

پکٹوگراف ایک ایسا بصری اور مجوزہ طریقہ ہے جس کے ذریعے اعداد کو لکھے بغیر مفروضہ کی نمائندگی کی جاتی ہے۔ اس تصویر کو دیکھیے — آپ اپنی پچھلی جماعتوں سے ان چیزوں سے مانوس ہو سکتے ہیں۔

سفر کرنے کے ذرائع	طلبا کی تعداد ☺ = 1 طالب علم
ذاتی کار	☺ ☺ ☺ ☺
پبلک بس	☺ ☺ ☺ ☺ ☺
اسکول بس	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺
سائیکل	☺ ☺ ☺
پیدل چلنا	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

اس تصویر کو دیکھ کر آپ ایک دم سمجھ جائیں گے کہ طلبا نے سفر کرنے کے کون سے ذرائع استعمال کیے۔ اس تصویر کی بنا پر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

- سفر کرنے کے لیے سب سے زیادہ طلبا نے کون سا ذریعہ استعمال کیا؟
- سفر کرنے کے لیے سب سے کم طلبا نے کون سا ذریعہ استعمال کیا؟

ایک پکٹوگراف اشیا کی تصویروں کے ذریعے ڈیٹا کی نمائندگی کرتا ہے۔اس کو ایک نظر دیکھتے ہی ڈیٹا سے متعلق سوالوں کے جواب دینے میں مدد ملتی ہے۔

اوپر دیے گئے پکٹو گراف میں ایک اکائی یا علامت (☺) ایک طالب علم کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال کی گئی ہے۔وہاں اور پکٹو گراف ہیں جن میں ایک اکائی یا علامت بہت زیادہ لوگوں یا اشیا کو ظاہر کرتی ہے۔

مثال : نند کشور نے بیر سیہ میں اپنے مڈل اسکول کے بچوں کے جوابات اکٹھا کیے جن میں ان سے پوچھا گیا تھا کہ ان میں سے کتنے طلبا رات میں کم سے کم 9 گھنٹے سوتے ہیں۔اس نے ڈیٹا کا پکٹو گراف تیار کیا:

جواب	بچوں کی تعداد (▲ =10 بچے)
ہمیشہ	▲▲▲▲▲
کبھی کبھی	◣▲▲
کبھی نہیں	▲▲▲◣

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اس پکٹو گراف کو استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

1 . کتنے بچے ایسے ہیں جو ہمیشہ رات میں کم سے کم 9 گھنٹے سوئے؟

2 . کتنے بچے ایسے ہیں جو کبھی کبھی رات میں کم سے کم 9 گھنٹے سوئے؟

3 . کتنے بچے ایسے ہیں جو ہمیشہ ہر رات میں 9 گھنٹے سے کم سوئے؟ آپ نے جواب کیسے حاصل کیا وضاحت کیجیے۔

حل:

1. جدول میں 'ہمیشہ' کے لیے ▲ کی پانچ تصویریں ہیں۔ ہر ▲ تصویر 10 بچوں کو ظاہر کرتی ہے۔ اس لیے 5 تصویروں کا مطلب 5×10= 50 بچے۔

2. یہاں ▲ کی دو مکمل تصویریں ہیں 2×10=20 اور ایک آدھی ▲ تصویر (10 کا آدھا =5)۔اس لیے ان بچوں کی تعداد جو کبھی کبھی رات میں کم سے کم 9 گھنٹے سوتے ہیں۔20×5=25 ہیں۔

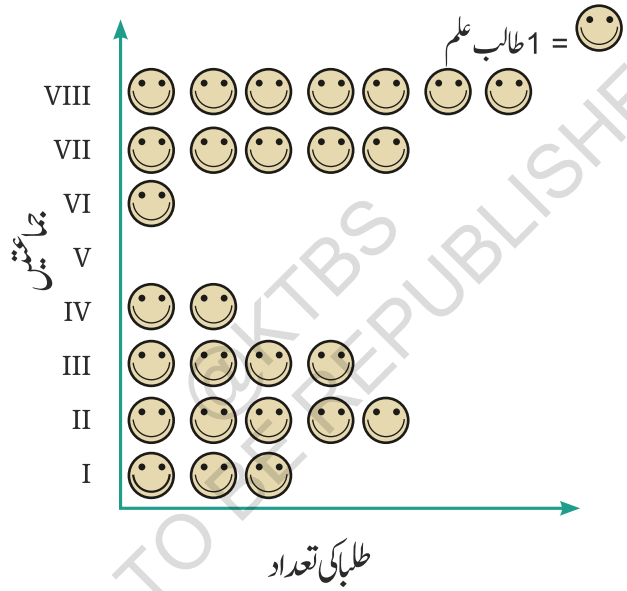
3. یہاں 'کبھی نہیں' میں 4 مکمل تصویریں ہیں۔اس لیے 4×10=40 بچے، کم سے کم 9 گھنٹے کبھی نہیں سوتے، یعنی وہ ہمیشہ 9 گھنٹے سے کم سوتے ہیں۔

ایک پکٹو گراف بنانا

ایک دن لکھن پال نے یہ مفروضہ اکٹھا کیا کہ ہر کلاس میں کتنے طلبا غیر حاضر تھے:

کلاس	1	2	3	4	5	6	7	8
طلبا کی تعداد	3	5	4	2	0	1	5	7

اس مفروضہ کو پیش کرنے کے لیے اس نے ایک پکٹو گراف بنایا۔ اس نے یہ طے کیا کہ پکٹو گراف میں ایک طالب علم کو ☺ سے دکھانا ہے—



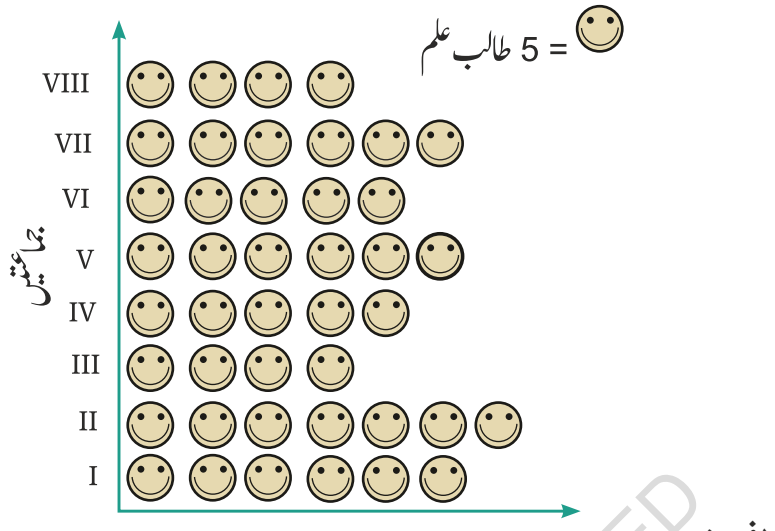
اس دوران اس کی دوستوں زرینہ اور سنگیتا نے ہر کلاس میں موجود طالب علموں کی تعداد کو ڈیٹا کی شکل میں جمع کیا۔

کلاس	1	2	3	4	5	6	7	8
طلبا کی تعداد	30	35	20	25	30	25	30	20

اگر وہ اپنے مفروضہ کو پکٹو گراف کے ذریعے دکھانا چاہتی ہیں جہاں وہ ہر طالب علم کے لیے ایک علامت ☺ استعمال کرتی ہیں جیسے لکھن پال نے استعمال کیا تھا تو انھیں کن مشکلوں کا سامنا کرنا پڑ سکتا ہے؟

زرینہ نے اس مسئلہ کو حل کرنے کا ایک منصوبہ بنایا۔ کیوں کہ وہاں طلبا کی تعداد بہت زیادہ تھی تو اس نے علامت ☺ کو 5 طلبا کے لیے استعمال کرنے کا فیصلہ کیا۔ اس نے محسوس کیا کہ اس سے وقت بچے گا اور جگہ بھی۔

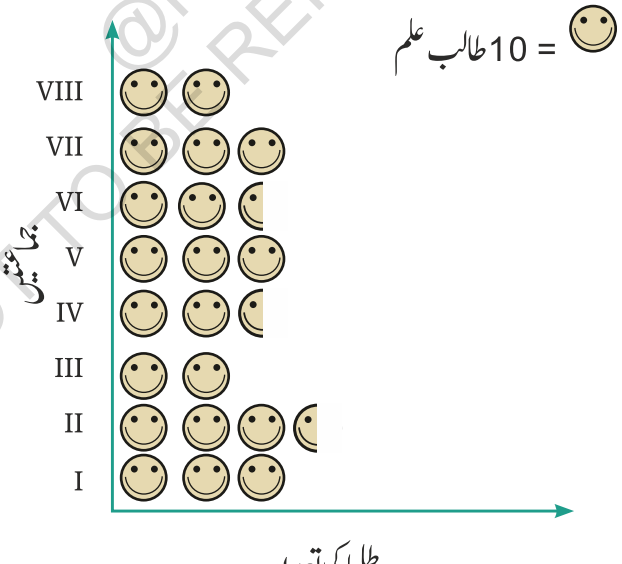
© SCERT NOT TO BE REPUBLISHED



مفروضہ

سنگیتا نے طے کیا کہ ایک علامت ☺ کو 10 طلبا کے لیے استعمال کیا جائے۔

چوں کہ اس نے ایک علامت ☺ کا استعمال 10 طلبا کو ظاہر کرنے کے لیے کیا اس لیے اسے 25 اور 35 طلبا کو پکٹو گراف میں دکھانے میں مشکل پیش آئی تھی۔ پھر اسے احساس ہوا کہ 5 طلبا کو دکھانے کے لیے وہ علامت ☺ کو استعمال کر سکتی تھی۔



NOT TO BE REPUBLISHED @NCERT

اگر کسی کلاس میں طلبا کی کل تعداد 33 یا 27 ہے تو اس طرح کا پکٹو گراف بنانے میں کیا مسئلے پیش آسکتے ہیں؟

- **پکٹو گراف** مفروضہ کی نمائندگی کا ایک اچھا بصری اور تجویزیاتی طریقہ ہے۔ یہ اشیا کی تصاویر کے ذریعے مفروضات کی نمائندگی کرتے ہیں۔

- پکٹو گرافس ایک اچٹتی نگاہ میں سوالات کے جواب دینے اور ڈیٹا سے نتائج اخذ کرنے میں مدد کر سکتے ہیں (اوپر دی گئیں مثالوں میں — پسندیدہ کھیل، پسندیدہ رنگ، سفر کرنے کے سب سے عام ذرائع، غیر حاضر طلبا کی تعداد وغیرہ کے بارے میں۔)
- کسی پکٹو گراف کو پڑھ کر ہم فوراً مختلف زمروں کی تعداد کی کثرت کو فی الفور سمجھ سکتے ہیں (مثال کے لیے، کرکٹ، ہاکی وغیرہ) اور اِن تعدد کا موازنہ کر سکتے ہیں۔
- کسی پکٹو گراف میں مختلف زمروں کو اُفقی (Horizontal) یا عمودی (Vertical) طور پر ترتیب دیا جا سکتا ہے۔ تب ہر زمرے کے لیے ادنیٰ تصاویر یا علامتیں مذکورہ زمرہ کی تعدد کے مطابق مقررہ خانے یا قطار میں بنائے جاتے ہیں۔
- کسی **پیمانہ** (Scale) یا **کنجی** (Key) (مثلاً، ☺ : 1 طالب علم یا ☺ : 5 طالب علم) کے جوڑ سے یہ ظاہر کیا جاتا ہے کہ ہر علامت یا تصویر کیا نمائندگی کرتی ہے۔ ہر علامت یا تصویر ایک اکائی یا کئی اکائیوں کی نمائندگی کر سکتی ہے۔
- جب مفروضہ کا مجموعہ بڑا ہو یا جب تعدد کا پیمانہ یا کنجی کے صحیح ضرب نہ ہوں تو پکٹو گراف بنانا زیادہ مبازرت ہو سکتا ہو۔

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

1 . مندرجہ ذیل پکٹو گراف گنّوری کے مڈل اسکول کی لائبریری سے طلبا کے ذریعے کسی ہفتہ میں لی گئی کتابوں کی تعداد کو دکھاتا ہے:

دن	لی گئی کتابوں کی تعداد	(📖 = 1 کتاب)
پیر	📖📖📖📖📖	
منگل	📖📖📖📖	
بدھ	📖📖	
جمعرات		
جمعہ	📖📖📖📖📖	
ہفتہ	📖📖📖📖📖📖📖📖	

a . کس دن سب سے کم کتابیں لی گئیں؟

b . پورے ہفتے کے دوران کل کتنی کتابیں لی گئیں؟

c . کس دن سب سے زیادہ کتابیں لی گئیں؟ اس کی ممکنہ وجہ کیا ہوسکتی ہے؟

2 . مگن بھائی جام نگر میں پتنگیں فروخت کرتا ہے۔ قریب کے گاؤں سے چھے دکان داروں اس سے پتنگیں خریدنے آئے۔ ان چھے دکان داروں کو جتنی پتنگیں انھوں نے فروخت کیں ان کی تعداد ذیل میں دی گئی ہے—

دوکان دار	فروخت کی گئی پتنگوں کی تعداد
چمن	250
رانی	300
رخسانہ	100
جسمیت	450
جیٹھالال	250
پونم بین	700

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

100 پتنگوں کو ظاہر کرنے کے لیے علامت ◆ کا استعمال کرتے ہوئے پکٹو گراف بنایئے۔

مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

a . رانی کے ذریعے خریدی گئیں پتنگوں کا اظہار کتنی علامتوں سے ہوگا؟

b . سب سے زیادہ پتنگیں کس نے خریدیں؟

c . جسمیت یا چمن کس نے زیادہ پتنگیں خریدیں؟

d . رخسانہ کہتی ہے کہ پونم بین نے رانی سے دوگنا سے زیادہ پتنگیں خریدی ہیں۔ کیا وہ صحیح ہے؟ کیوں؟

4.3 بارگراف

کیا آپ نے ٹی وی یا اخبار میں ایسے گراف دیکھے ہیں؟

پکٹو گراف ہی کی طرح، ایسے **بارگراف** ہمیں معلومات کو جلدی سمجھنے اور اس کی تشریح کرنے میں مدد دیتے ہیں، جیسے اعظم قدر، مختلف زمروں کی قدروں کا موازنہ وغیرہ۔ لیکن جب مفروضہ کی مقدار بہت زیادہ ہوتی ہے تو اسے پکٹو گراف کے ذریعے پیش کرنا نہ صرف دقت طلب بلکہ بعض اوقات مشکل بھی ہوتا ہے۔ آیئے ہم دیکھتے ہیں کہ مفروضہ کو اس کی جگہ بارگراف استعمال کرتے ہوئے کیسے پیش کیا جاسکتا ہے۔



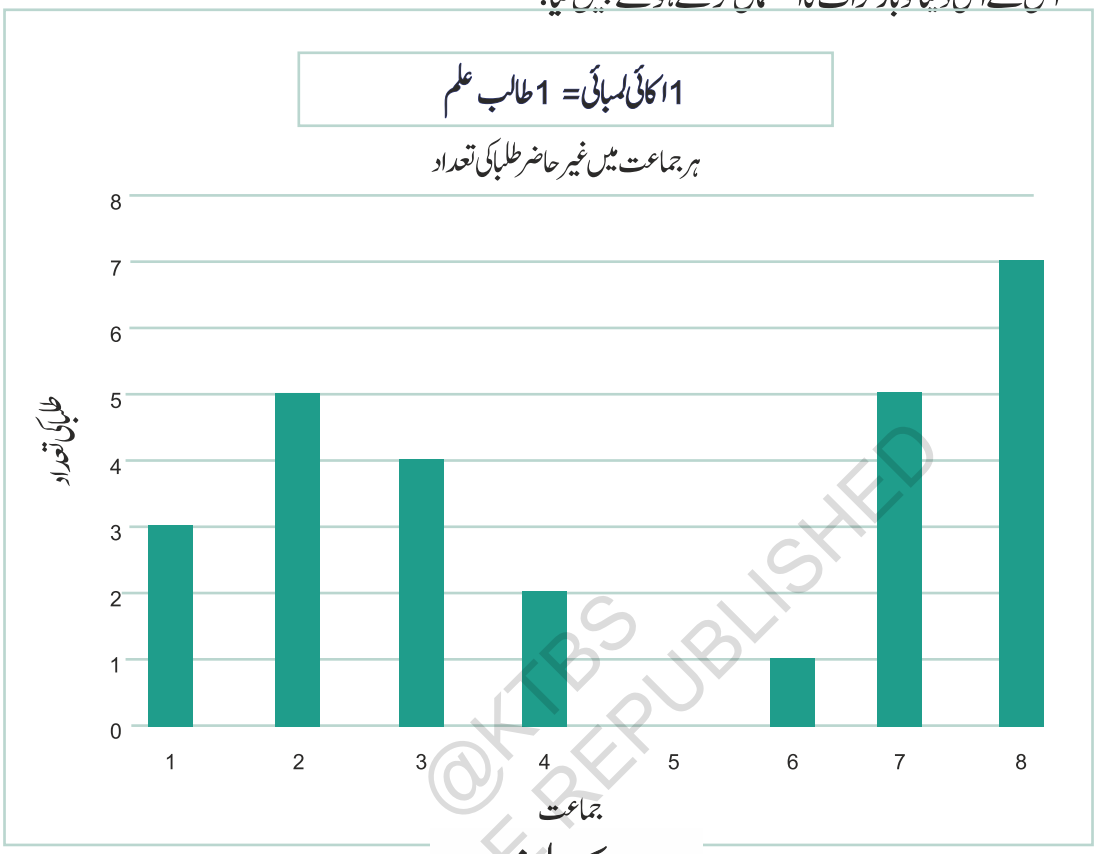
ماخذ: https://www.statista.com/chart/17122/number-of-threatened-species-red-list

آیئے پہلے لکھن پال کے ذریعے جمع کیے گئے مفروضہ کو لیتے ہیں جس میں اس نے ایک دن ہر جماعت میں غیر حاضر طلبا کی تعداد نوٹ کی تھی:

جماعت	1	2	3	4	5	6	7	8
طلبا کی تعداد	3	5	4	2	0	1	5	7

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

اس نے اسی ڈیٹا کو بار گراف کا استعمال کرتے ہوئے پیش کیا:



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

استاد کے لیے نوٹ

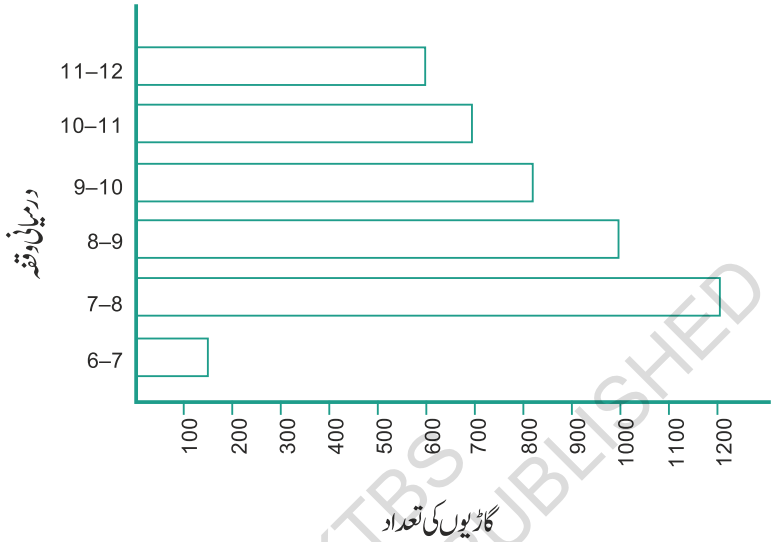
اگر طلبا نے غور نہیں کیا تو آپ ان کو بتائیے کہ ہر بار گراف میں افقی خطوط (Horizontal lines) کے درمیان کا فاصلہ یکساں ہو گا۔ وضاحت کیجیے کہ اس کا مطلب یہ ہے کہ بائیں طرف دیے گئے متواتر اعداد (Consecutive numbers) کے جوڑوں کے درمیان یکساں فاصلہ ہو گا۔

بار گراف کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل سوالوں کا جواب دیجیے:

1. جماعت 2 میں اس دن _____ طلبا غیر حاضر تھے۔
2. کس جماعت میں سب سے زیادہ طلبا غیر حاضر تھے؟ _____
3. کس جماعت میں اس دن پوری حاضری تھی؟ _____

جب بار گراف بنائے جائیں تو اس بات کا خیال رکھا جائے کہ ان کی چوڑائی یکساں ہو چاہے وہ افقی طور پر بنائیں جائیں یا عمودی طور پر اور ان کے درمیان کا فاصلہ ہمیشہ برابر ہو؛ تب ہر بار گراف کی اونچائی یا لمبائی دیے ہوئے عدد کو ظاہر کرتی ہے۔ جیسا کہ ہم نے پکٹو گرافس میں دیکھا، جب تعداد بڑے ہوں تو ہم کوئی پیمانہ یا کنجی استعمال کر سکتے ہیں۔

آیئے ہم دہلی میں ایک مصروف چوراہے پر گاڑیوں کی آمد و رفت کی ایک مثال دیکھتے ہیں جس کا مطالعہ ٹریفک پولیس نے ایک مخصوص دن کیا تھا۔ صبح 6 بجے سے دوپہر 12 بجے تک ہر گھنٹے اس چوراہے سے گزرنے والی گاڑیوں کی تعداد بار گراف میں دکھائی گئی ہے۔ ایک اکائی لمبائی کا مطلب 100 گاڑیاں ہیں۔



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ چوراہے کے سب سے زیادہ ٹریفک کو لمبے بار سے دکھایا گیا ہے یعنی صبح 7-8 بجے والے وقفے میں۔ بار گراف سے پتہ چلتا ہے کہ اس وقت 1200 گاڑیاں اُس چوراہے سے گزریں۔ دوسرا سب سے لمبا بار صبح 8-9 بجے والے وقفہ کا ہے۔ اس وقت کے دوران 1000 گاڑیاں چوراہے سے گزریں۔ اسی طرح سے سب سے کم ٹریفک کو سب سے چھوٹے بار سے دکھایا گیا ہے، یعنی صبح 6-7 بجے کا وقفہ۔ اس وقت کے دوران صرف 150 کے قریب گاڑیاں چوراہے سے گزریں۔ دوسرا سب سے چھوٹا بار 11-12 بجے کے درمیان کا ہے جب تقریباً 600 گاڑیاں چوراہے سے گزریں۔

جیسا کہ بار گراف میں دکھایا گیا ہے، صبح 8 سے 10 کے دو گھنٹے کے وقفہ کے دوران چوراہے سے گزرنے والی کاروں کی کل تعداد 1000+ 800 = 1800 گاڑیاں ہے۔

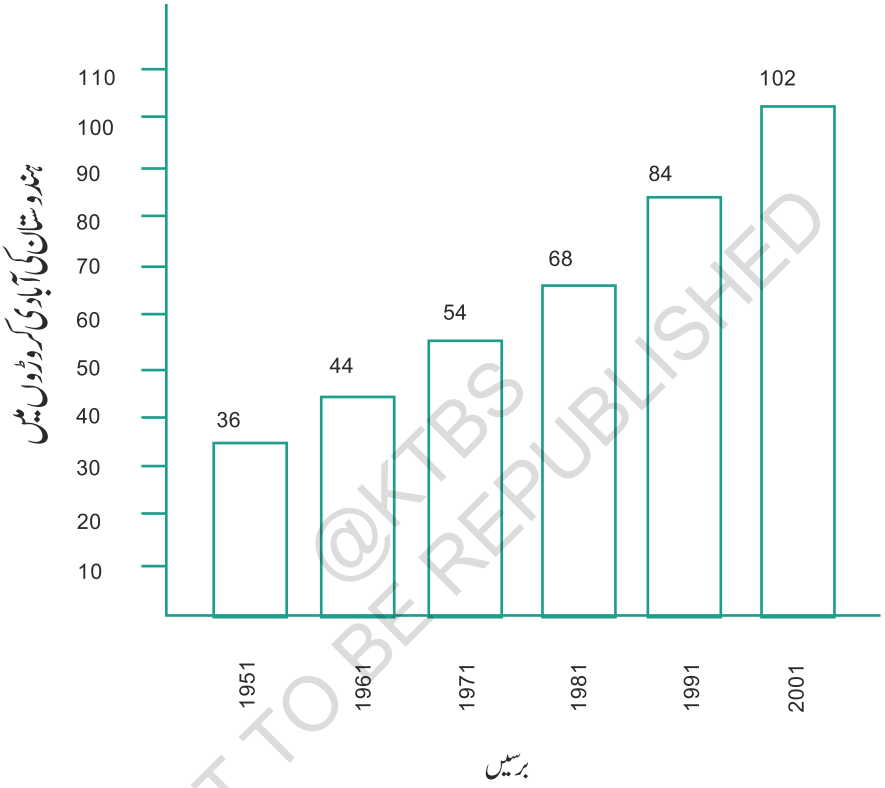
معلوم کیجیے

1. صبح 6 بجے سے دوپہر تک چوراہے سے کُل کتنی گاڑیاں گزریں؟
2. آپ کا کیا خیال ہے کہ صبح 7-6 کے وقفے کا ٹریفک صبح 7 بجے سے دوپہر تک کے دیگر گھنٹوں کے مقابلے میں اتنی کم کیوں تھی؟

3 . آپ کا کیا خیال ہے کہ صبح 7 سے 8 بجے کے درمیان ٹریفک سب سے زیادہ کیوں تھی؟

4 . آپ کا کیا خیال ہے کہ صبح 8 بجے سے دوپہر تک ہر گھنٹے کے بعد ٹریفک کم سے کم کیوں ہوتی گئی؟

مثال:



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ہندوستان کی آبادی کروڑوں میں

یہ بار گراف 50 سال کی مدت میں ہر دہائی میں ہندوستان کی آبادی دکھاتا ہے۔ تعداد کروڑوں میں بیان ہوئے ہیں۔ اگر آپ ایک شخص کو ظاہر کرنے کے لیے 1 اکائی لمبائی لیں گے تو بار گراف بنانا مشکل ہو جائے گا! اس لیے ہم 1 اکائی 10 کروڑ کو ظاہر کرنے کے لیے چنتے ہیں۔ اس سلسلے کا بار گراف مذکورہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس طرح سے 5 اکائیوں والا بار 50 کروڑ کو اور 8 اکائیوں والا بار 80 کروڑ کو ظاہر کرتا ہے۔

- اس بار گراف کی بنیاد پر آپ اپنے دوستوں سے کون سے چند سوالات پوچھ سکتے ہیں؟
- ہندوستان کی آبادی میں 50 سالوں میں کتنا اضافہ ہوا؟ ہر دہائی میں آبادی میں کتنا اضافہ ہوا؟

4.4 بار گراف بنانا

سابقہ مثال میں جناب نیلیش نے اپنی جماعت کے طلبا کی پسندیدہ مٹھائی کو ظاہر کرنے کے لیے ایک تعددی جدول تیار کیا۔ آیئے ہم اس کے ڈیٹا کو پیش کرنے کے لیے ایک بار گراف بنانے کی کوشش کریں——

1 . پہلے ہم ایک افقی اور ایک عمودی خط کھینچتے ہیں۔ افقی خط پر ہم برابر فاصلے کے ساتھ تمام مٹھائیوں کے نام لکھتے ہیں جہاں سے بار تعدد کے مطابق اوپر اٹھیں گے؛ اور عمودی خط پر ہم طلبا کی تعداد کو ظاہر کرنے والے تعدد کو لکھیں گے۔

مٹھائی	طلبا کی تعداد
جلیبی	6
گلاب جامن	9
گجیا	13
برفی	3
رس گُلہ	7

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2 . ہمیں ایک پیمانہ چننا چاہیے۔ اس کا مطلب ہے کہ ہم طے کریں کہ بار کی 1 اکائی لمبائی کتنے طلبا کو ظاہر کرے گی تاکہ وہ آسانی سے ہمارے کاغذ پر فٹ ہو سکے۔ یہاں ہم 1 طالب علم کے لیے ایک اکائی لمبائی لیں گے۔

3 . جلیبی کے لیے ہمیں 6 اکائیوں والی اونچائی کا بار گراف بنانا ہے (جو کہ میٹھی جلیبی کا تعدد ہے) اور اسی طرح ہم باقی مٹھائیوں کے بار گراف کی اونچائی ان کے تعدد کے مطابق رکھیں گے۔

4 . اس طرح ہمیں ذیل میں دکھایا گیا بار گراف حاصل ہوتا ہے——



جب تعدد بہت زیادہ ہوتا ہے تو ہم 1 اکائی = 1 عدد (تعدد) کا استعمال نہیں کر سکتے۔ اس کے لیے ہم مختلف پیمانہ استعمال کریں گے جیسا کہ ہم نے پکٹو گراف کے لیے کیا تھا۔

مثال: اسمرتی کے ذریعے 8 میچوں میں اسکور کیے گئے رنوں کی تعداد ذیل کے جدول میں دی گئی ہے:

میچ	میچ 1	میچ 2	میچ 3	میچ 4	میچ 5	میچ 6	میچ 7	میچ 8
رنوں کی تعداد	80	50	10	100	90	0	90	50

اس مثال میں سب سے کم اسکور 0 ہے اور سب سے زیادہ اسکور 100 ہے۔ اگر ہم 1 اکائی لمبائی = 1 رن لیتے ہیں تو 0 سے 100 تک ایک ایک کر کے اوپر جانا ہوگا۔ یہ کافی مشکل اور غیر ضروری ہوگا۔ اس کے بجائے آیئے ہم 1 اکائی = 10 رن لیتے ہیں۔ اس پیمانہ کو ہم عمودی خط پر نشان زد کرتے ہیں اور پھر میچ میں اسکور کے مطابق بار بناتے ہیں۔ ہمیں اوپر دیے گئے مفروضہ کو ظاہر کرنے والا مندرجہ ذیل بار گراف ملتا ہے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



مثال: مندرجہ ذیل جدول عمران کے خاندان کے مختلف چیزوں (Items) پر ماہانہ خرچ کو دکھاتا ہے:

چیزیں	خرچ (روپیوں میں)
گھر کا کرایہ	3000
کھانا	3400
تعلیم	800
بجلی	400
ٹرانسپورٹ	600
متفرقات (Miscellenous)	1200

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

اس مفروضہ کو بار گراف پر ظاہر کرنے کے لیے یہاں کچھ اقدامات دیے گئے ہیں—

- دو عمودی خطوط (Perpendicular lines) کھینچیے، ایک افقی اور ایک عمودی۔
- افقی خط پر 'چیزوں' کو ان کے درمیان برابر فاصلہ رکھ کر نشان زد کیجیے اور عمودی خط پر متعلقہ اخراجات کو نشان زد کیجیے۔

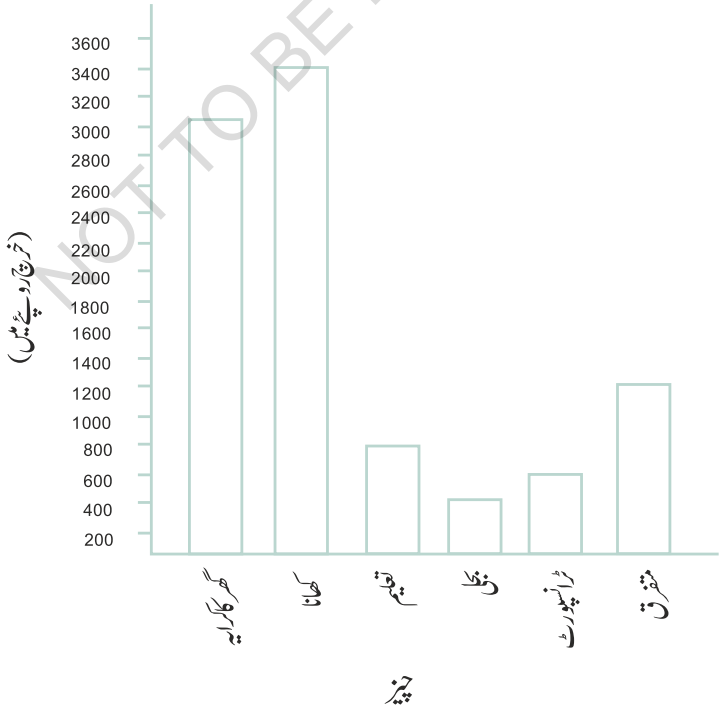
- ایک ہی چوڑائی والے بار برابر فاصلہ رکھتے ہوئے لیجیے۔
- عمودی خط کے ہمراہ ایک مناسب پیمانہ چنیے۔ مان لیجیے 1 اکائی لمبائی=200 روپیہ اور پھر متعلقہ قدر کو (200 روپیہ، 400 روپیہ وغیرہ) جو ہر 1 اکائی لمبائی کو ظاہر کرتی ہیں، نشان زد کیجیے۔

آخر میں مختلف چیزوں کے لیے بار کی اونچائی معلوم کیجیے جیسا کہ ذیل میں دکھایا گیا ہے—

گھر کا کرایہ	3000 ÷ 200	15 اکائیاں
کھانا	3400 ÷ 200	17 اکائیاں
تعلیم	800 ÷ 200	4 اکائیاں
بجلی	400 ÷ 200	2 اکائیاں
ٹرانسپورٹ	600 ÷ 200	3 اکائیاں
متفرقات	1200 ÷ 200	6 اکائیاں

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اوپر دیے گئے اقدامات کی بنیاد پر ہمیں درجہ ذیل بار گراف حاصل ہو گا:



بارگراف کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

1 . عمران کے خاندان کا سب سے زیادہ اور دوسرا سب سے زیادہ خرچ کس چیز پر ہوتا ہے؟

2 . کیا بجلی کا خرچ تعلیم کے خرچ کا آدھا ہے؟

3 . کیا تعلیم کا خرچ کھانے کے خرچ کے ایک چوتھائی سے کم ہے؟

معلوم کیجیے

1 . سمانتھا چائے کے ایک باغ میں گئی اور اس نے وہاں موجود کیڑوں اور دوسری مخلوقات کا مفروضہ اکھٹا کیا۔ یہاں اس کا اکھٹا کیا گیا مفروضہ دیا گیا ہے:

				
ٹڈے (Grasshoppers)	تتلی (Butterflies)	بھونرا (Beetles)	لاروا (Caterpillars)	گھن (Mites)
2	3	5	10	6

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

اس مفروضہ کا بارگراف بنانے میں اس کی مدد کیجیے۔

2 . پوجا نے دو گھنٹے کے عرصے میں بھوپال ریلوے اسٹیشن سے مدھیہ پردیش کے مختلف شہروں کے لیے بیچے گئے ٹکٹوں کا مفروضہ اکھٹا کیا۔

شہر	ویدیشا	جبل پور	سی اونی	اندور	ساگر
ٹکٹوں کی تعداد	24	20	16	28	16

اس نے اس مفروضہ کو استعمال کر کے اپنے طلبا سے گفتگو کرنے کے لیے ایک بارگراف بنایا لیکن کسی نے گراف کا ایک حصہ مٹا دیا۔



a . ویدیشا کے لیے فروخت کی گئی ٹکٹوں کی تعداد بار کے اوپر لکھیے۔

b . جبل پور کے لیے فروخت کی گئی ٹکٹوں کی تعداد بار کے اوپر لکھیے۔

c . ویدیشا کے بار کی لمبائی 6 اکائیوں تک ہے اور جبل پور کے ٹکٹوں کے بار کی لمبائی 5 اکائیوں تک ہے۔ اس گراف کے لیے پیمانہ کیا ہے؟

d . ساگر کے لیے صحیح بار گراف بنائیے۔

e. عمودی خط پر صحیح اعداد کو رکھ کر اس بار گراف کا پیمانہ بھی جوڑیئے۔

f . کیا اس گراف میں سی اونی اور اندور کے لیے بار صحیح ہیں؟ اگر نہیں، تو صحیح گراف بنائیے۔

3 . چینو نے صبح 9 بجے سے 10 بجے تک کے درمیان اس کے گھر کے سامنے کی سڑک سے گزرنے والے نقل وحمل کے مختلف ذرائع کی فہرست تیار کی:

موٹرسائیکل	کار	موٹرسائیکل	بس	موٹرسائیکل	موٹرسائیکل
موٹرسائیکل	آٹورکشا	سائیکل	بیل گاری	سائیکل	آٹورکشا
کار	اسکوٹر	کار	آٹورکشا	سائیکل	موٹرسائیکل
کار	آٹورکشا	موٹرسائیکل	اسکوٹر	موٹرسائیکل	کار
سائیکل	اسکوٹر	سائیکل	اسکوٹر	موٹرسائیکل	بس
آٹورکشا	آٹورکشا	موٹرسائیکل	سائیکل	بس	موٹرسائیکل
سائیکل	اسکوٹر	بس	اسکوٹر	آٹورکشا	موٹرسائیکل
اسکوٹر	سائیکل	موٹرسائیکل	بیل گاڑی	آٹورکشا	اسکوٹر
↙	اسکوٹر				

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

a . اس مفروضہ کا تعددی جدول بنائیے۔

b . نقل وحمل کے کس ذرائع کا استعمال سب سے زیادہ ہوا ہے؟

c . اگر آپ کو یہ مفروضہ اکھٹا کرنا ہوتا تو آپ اسے کیسے کرتے؟ اقدامات لکھیے۔

4 . ایک پانسے (die) کو 30 بار گھمایئے اور حاصل شدہ عدد کو ہر دفعہ نوٹ کیجیے، ٹیلی مارکس کا استعمال کرتے ہوئے تعددی بٹاؤ جدول (Frequency distribution table) بنائیے۔ اس عدد کو معلوم کیجیے جو حاصل ہوا:

a . سب سے کم مرتبہ حاصل ہوا۔

b . سب سے زیادہ مرتبہ حاصل ہوا۔

c . وہ اعداد معلوم کیجیے جو یکساں تعداد میں حاصل ہوئے ہوں۔

5 . فیض نے پچھلے 30 میچوں میں جسپریت بمراہ کے ذریعہ لیے گئے وکٹوں کے مفروضہ کا تعددی بٹاؤ جدول بنایا:

لی گئی وکٹیں	میچوں کی تعداد
0	2
1	4
2	6
3	8
4	3
5	5
6	1
7	1

a . اس جدول سے کیا جانکاری حاصل ہو رہی ہے؟

b . اس جدول کا عنوان کیا ہو سکتا ہے؟

c . اس جدول میں کون سی چیز آپ کے لیے مرکزِ توجہ ہے؟

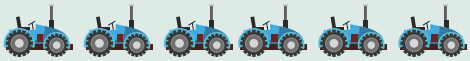
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

d . بمراہ نے کتنے میچوں میں 4 وکٹ لیے ہیں؟

e. مینک کہتا ہے ''اگر ہم جاننا چاہتے ہیں کہ اس نے پچھلے 30 میچوں میں کل کتنے وکٹ لیے ہیں تو ہمیں اعداد کو 0،1،2،3.....7 تک جمع کرنا ہی ہے'' کیا مینک اس طریقے سے وکٹوں کی کل تعداد حاصل کرسکتا ہے؟ کیوں؟

f. آپ اس جدول کا استعمال کرتے ہوئے پچھلے 30 میچوں میں بمراہ کے ذریعے لیے گئے وکٹوں کی کل تعداد کا حساب کیسے لگائیں گے؟

6 . مندرجہ ذیل پکٹو گراف پانچ مختلف گاؤں میں ٹریکٹروں کی تعداد کو دکھاتا ہے۔

گاؤں	ٹریکٹروں کی تعداد ( = 1 ٹریکٹر)
گاؤں A	
گاؤں B	
گاؤں C	
گاؤں D	
گاؤں E	

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

پکٹو گراف کا مشاہدہ کیجیے اور مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

a . کون سے گاؤں میں ٹریکٹروں کی تعداد سب سے کم ہے؟

b . کون سے گاؤں میں ٹریکٹروں کی تعداد سب سے زیادہ ہے؟

c . گاؤں C میں گاؤں B کے مقابلے کتنے زیادہ ٹریکٹر ہیں؟

d . کومل کہتی ہے، ''گاؤں D میں گاؤں E کے مقابلے آدھے ٹریکٹر ہیں''۔ کیا وہ صحیح ہے؟

7 . اسکول کی ہر جماعت میں لڑکیوں کی تعداد کو پکٹو گراف کے ذریعے دکھایا گیا ہے:

جماعتیں	لڑکیوں کی تعداد ( = 4 لڑکیاں)
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اس پکٹو گراف کا مشاہدہ کیجیے اور درج ذیل سوالات کے جواب دیجیے:

a . کون سی جماعت میں لڑکیوں کی تعداد سب سے کم ہے؟

b . کلاس 5 اور 6 میں لڑکیوں کی تعداد کا درمیانی فرق کیا ہے؟

c . اگر کلاس 2 میں دو مزید لڑکیوں کا اضافہ کر دیا جائے تو گراف کس طرح بدلے گا؟

d . کلاس 7 میں لڑکیوں کی تعداد کیا ہے؟

8 . مدھول باؤنڈس (ہندوستانی کتے کی ایک نسل) جو زیادہ تر شمالی کرناٹک کے باگل کوٹ اور وجے پورہ اضلاع میں پائے جاتے ہیں۔ حکومت نے اس نسل کی حفاظت کے لیے اقدام اس طرح کیا کہ جن لوگوں نے ان کتوں کو پالا ہے، انھیں مدد فراہم کی جاتی ہے۔ اس اقدام کی وجہ سے ان کتوں کی تعداد میں اضافہ ہوا۔ کرناٹک کے چھے گاؤں میں مدھول کتوں کی تعداد مندرجہ ذیل ہیں—

گاؤں A:18، گاؤں B:، گاؤں C:12، گاؤں D:48 ، گاؤں E:18، گاؤں F:24

ایک پکٹو گراف بنائیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے:

a . اس پکٹو گراف کو بنانے کے لیے کون سا پیمانہ یا کنجی مفید ہوگی؟

b . آپ گاؤں B میں کتوں کو ظاہر کرنے کے لیے کتنی علامتیں استعمال کریں گے؟

c . کامنی نے کہا کہ گاؤں B اور D میں ان کتوں کی تعداد مل کر دیگر چار گاؤں میں موجود ان کتّوں کی تعداد سے زیادہ ہوگی۔ کیا وہ صحیح ہے؟ اپنے جواب کی وجہ بیان کیجیے۔

9 . 120 اسکول کے طلبا کا ایک سروے کیا گیا تا کہ یہ معلوم کیا جا سکے کہ وہ اپنے خالی وقت میں کون سی سرگرمی کرنا پسند کرتے ہیں:

پسندیدہ سرگرمی	طلبا کی تعداد
کھیلنا	45
کہانی کی کتابیں پڑھنا	30
ٹی وی دیکھنا	20
موسیقی سننا	10
پینٹنگ	15

درج بالا ڈیٹا کی وضاحت کے لیے ایک بار گراف بنائیے جس میں 1 اکائی لمبائی = 5 طلبا ہو۔ کھیلنے کے علاوہ کون سی سرگرمی زیادہ طلبا نے پسند کی۔

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

10. ایک پرائمری اسکول کے طلبا اور اساتذہ نے جولائی کے پہلے ہفتے میں اسکول کیمپس اور آس پاس کے گاؤں میں درختوں کے نئے پودے لگانے کا فیصلہ کیا۔ ان کے ذریعے لگائے گئے نئے پودوں کی تفصیل ذیل میں دی گئی ہے ——



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

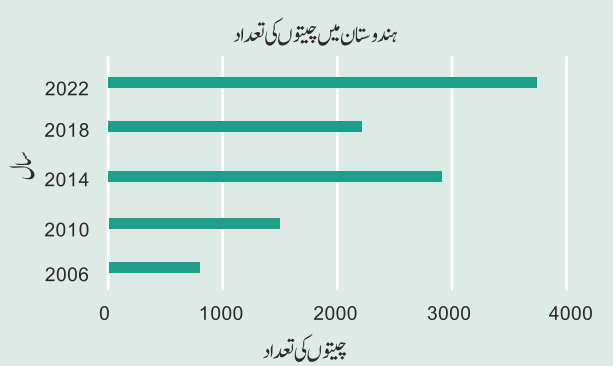
a . بدھ اور جمعرات کو لگائے گئے پودوں کی کل تعداد ——— ہے۔

b . پورے ہفتے میں لگائے گئے پودوں کی کل تعداد ——— ہے۔

c . سب سے زیادہ پودے ——— کے دن لگائے گئے اور سب سے کم پودے ——— کے دن لگائے گئے۔ آپ کیوں سوچتے ہیں کہ یہ کوئی ماجرا ہے؟ کیوں ہفتے میں کچھ مخصوص دنوں میں پودے زیادہ لگائے گئے اور کچھ میں کم؟ کیا آپ ممکن وجوہات یا وضاحتیں سوچ سکتے ہیں؟ آپ کیسے معلوم کریں گے کہ آپ نے جو وجہ اور جواز دیا ہے وہ ممکن ہے؟

11. ہندوستان میں 1900 سے 1970 کے درمیان میں چیتوں کی تعداد انتہائی تیزی سے کم ہوئی۔ پروجیکٹ ٹائگر 1973 میں ہندوستان میں چیتوں کا پتہ لگانے اور ان کی حفاظت کے لیے شروع کیا گیا تھا۔ 2006 سے ہندوستان میں چیتوں کی صحیح تعداد معلوم کی گئی۔ شگفتہ اور دیو یانے 2006 اور 2022 کے درمیان چار–چار سال کے وقفوں میں ہندوستان میں چیتوں کی تعداد سے متعلق معلومات حاصل کیں۔ انھوں نے اس ڈیٹا کا ایک تعددی جدول تیار کیا اور اس کو ظاہر کرنے کے لیے بار گراف بنایا ۔ لیکن بار گراف میں کچھ غلطیاں رہ گئیں۔ کیا آپ ان غلطیوں کو معلوم کر کے ٹھیک کر سکتے ہیں؟

سال	چیتوں کی تعداد (تقریباً)
2006	1400
2010	1700
2014	2200
2018	3000
2022	3700



- پکٹو گرافس کی طرح بار گراف بھی ڈیٹا کو پیش کرنے کا ایک اچھا بصری طریقہ ہے۔ وہ برابر فاصلے والے بار کے ذریعے ڈیٹا کو پیش کرتے ہیں، جن کی چوڑائی یکساں ہوتی ہے اور ان کی لمبائیاں یا اونچائیاں مختلف زمروں کے تعدد بتاتی ہیں۔
- ہر زمرے کو ایک بار سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کی لمبائی / اونچائی متعلقہ تعدد (مثلاً، قیمت) یا مقدار (مثلاً، رن) کو ظاہر کرتی ہے۔
- بار کے بیچ میں یکساں فاصلے ہوتے ہیں جو یہ ظاہر کرتا ہے کہ بار آزادی سے کھڑے ہیں اور برابری سے زمروں کی نمائندگی کر رہے ہیں۔
- تعددی جدول کے مقابلے میں بار ڈیٹا کی ترجمانی زیادہ تیزی سے کرتا ہے۔ ایک نظر میں ہم بار گراف کو پڑھ کر مختلف زمروں کا موازنہ کر سکتے ہیں۔
- ہمیں ڈیٹا کے سب سے کم اور سب سے زیادہ تعدد کی بنیاد پر بار گراف کا پیمانہ (مثلاً 1 اکائی لمبائی = 1 طالب علم یا 1 اکائی لمبائی = 200 روپیے) کا فیصلہ کرنا ضروری ہے تاکہ حاصل شدہ بار گراف دی ہوئی جگہ میں سما جائے اور بصری طور پر خوبصورت اور دلکش لگے۔ پیمانے کے حساب سے اکائی لمبائیوں کی مارکنگ کی شروعات صفر سے ہوگی۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

استاد کے لیے نوٹ

اس باب کا بنیادی مقصد یہ سیکھنا ہے کہ ڈیٹا کو کس طرح سنبھالنا ہے تاکہ مخصوص سوالوں یا تحقیقات کے جواب دے سکیں، مفروضے کی جانچ کر سکیں یا مخصوص فیصلے لے سکیں۔ جب آپ طلبا کو ڈیٹا اکٹھا کرنے، منظم کرنے اور تجزیہ کرنے کے مواقع فراہم کریں تو یہ سب باتیں ذہن میں رکھیں۔

4.5 فنکارانہ اور جمالیاتی پہلو

سابقہ سیکشن میں بیان کیے گئے اقدامات کے ساتھ ساتھ ڈیٹا کے بصری اظہار کو زیادہ موثر بنانے کے لیے اس سیکشن میں کچھ اور زیادہ فن کارانہ اور جمالیاتی پہلو ہیں جن پر غور کیا جاسکتا ہے تا کہ انھیں زیادہ دل چسپ اور موثر بنایا جاسکے۔ سب سے پہلے جب آپ ڈیٹا کا بصری اظہار جیسے پکٹ و گراف یا بار گراف بنائیں تو اس بات کا خاص خیال رکھیے کہ یہ دی ہوئی جگہ میں پوری طرح سما جائے۔ اس کو کنٹرول بھی کیا جاسکتا ہے۔ مثال کے طور پر مناسب پیمانے کا انتخاب کر کے جیسا کہ ہم پہلے دیکھ چکے ہیں۔ یہ بھی ضروری ہے کہ یہ گراف بصری طور پر دل کش اور سمجھنے میں آسان ہو تا کہ طلبا اس بات کی ستائش کریں کہ معلومات پوری طرح سے ذہن نشیں کرادی گئی ہیں۔

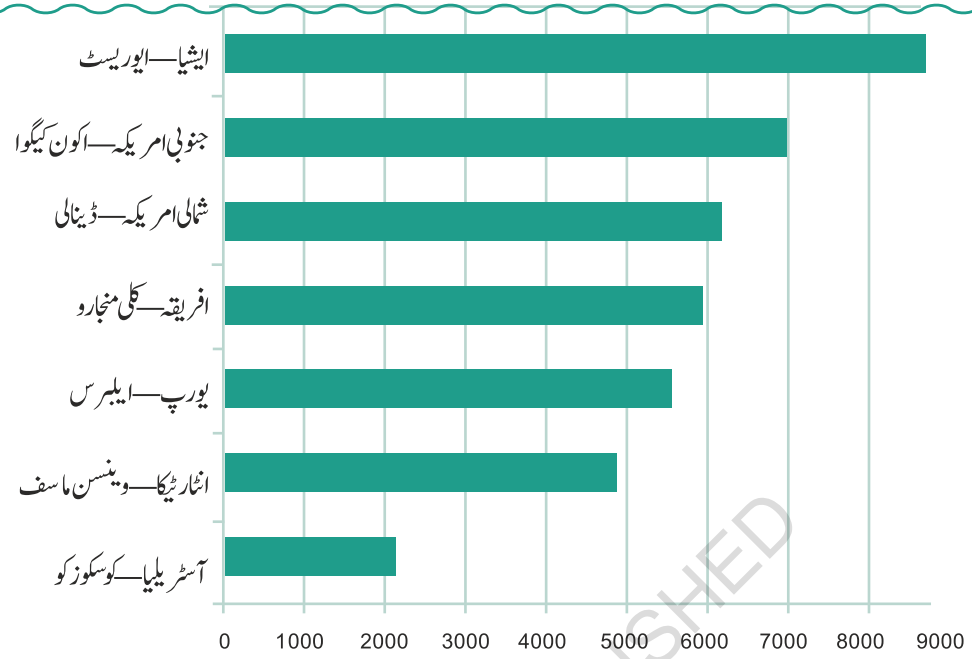
آیئے ایک مثال پر غور کریں یہاں ایک جدول دیا گیا ہے جس میں ہر براعظم پر سب سے اونچے پہاڑوں کے نام اور ان کی اونچائی میٹر میں دی گئی ہے۔

براعظم	ایشیا	جنوبی امریکہ	شمالی امریکہ	افریقہ	یورپ	انٹارٹیکا	آسٹریلیا
سب سے اونچا پہاڑ	ایوریسٹ	اکون گیگو	ڈینالی	کلی منجرو	ایلبرس	وینسن ماسیف	کوسکوزکو
اونچائی	8848 میٹر	6962 میٹر	6194 میٹر	5895 میٹر	5642 میٹر	4892 میٹر	2228 میٹر

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

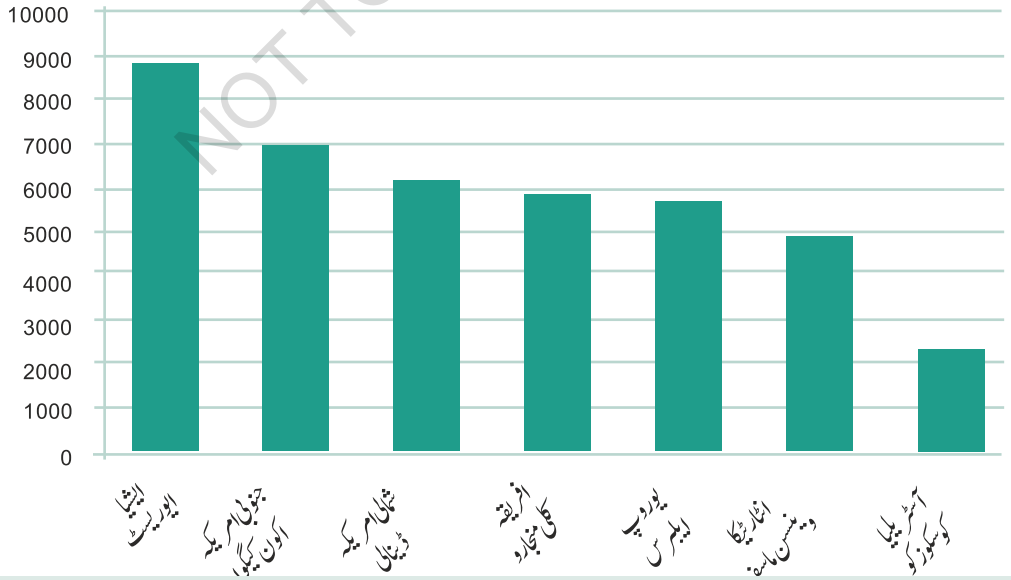
ماؤنٹ ایوریسٹ ماؤنٹ کوسکوزکو (Mount Koscuiszko) سے کتنا اونچا ہے؟ کیا ماؤنٹ ڈینالی اور ماؤنٹ کلی منجرو کی اونچائیوں میں بہت فرق ہے؟ اعداد کے جدول سے فوری طور پر اس کا اندازہ نہیں لگایا جاسکتا۔

جیسا کہ ہم پہلے دیکھ چکے ہیں کہ ہم عددی جد ول کو بار گراف میں تبدیل کر سکتے ہیں، جیسا کہ دائیں جانب دکھایا گیا ہے۔ یہاں ہر قدر کو افقی باکس کے طور پر دکھایا گیا ہے۔ یہ کتنے لمبے یا چھوٹے ہوں گے اس کا انحصار ان اعداد پر ہوتا ہے جن کو یہ ظاہر کرتے ہیں۔ اس کی وجہ سے پہاڑوں کی اونچائیوں کا موازنہ ایک ہی نظر میں کیا جاسکتا ہے۔



حالاں کہ باکس اونچائیوں کو ظاہر کرتے ہیں۔اس لیے بہتر ہے کہ تصویر کو گھما دیا جائے تا کہ باکس پہاڑوں کی طرح اوپر کی طرف اٹھ جائیں۔ایک عمودی بار والا گراف کالم گراف کہلاتا ہے۔کالم وہ ستون ہیں جو آپ کو کسی بھی بلڈنگ میں نظر آئیں گے اور جن کا کام بلڈنگ کی چھت کو تھامے رکھنا ہے۔

ہمارے درج ذیل جدول میں بلند ترین پہاڑوں کا ایک کالم گراف ہے۔اس کالم گراف سے پہاڑوں کی اونچائیوں کا موازنہ کرنا اور ان کا تصور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔



@KTES NOT TO BE REPUBLISHED

عام طور پر اونچائیوں کا اظہار جن کی پیمائش زمین سے اوپر کی طرف کی جاتی ہے، کو عمودی بار یا کالموں والے بار گراف کا استعمال کرتے ہوئے ظاہر کرنا زیادہ آسان اور بصری طور پر پرکشش ہوتا ہے۔ اسی طرح سے وہ لمبائیاں جو زمین کے متوازی ہوتی ہیں (مثلاً زمین پر مقامات کے درمیان کے فاصلے) ان کا سب سے بہتر اظہار عموماً ان بار گراف سے کیا جاتا ہے جن میں افقی قوس (Horizontal arcs) ہوتے ہیں۔

معلوم کیجیے

1. اگر آپ اپنے اسکول کے ہر کلاس میں سب سے لمبے طلبا کی اونچائیوں کا ڈیٹا بصری طور پر ظاہر کرنا چاہتے ہیں تو کیا آپ عمودی بار والا گراف استعمال کریں گے یا افقی بار والا؟ کیوں؟
2. اگر آپ ہر براعظم کے سب سے لمبے دریا کی لمبائیوں کا جدول بنا رہے ہوتے تو کیا آپ عمودی بار یا افقی بار والے گراف کو استعمال کرنا پسند کرتے؟ کیوں؟ اس جانکاری کو حاصل کرنے کی کوشش کیجیے اور پھر مظہری جدول اور بار گراف بنائیے؟ کس براعظم میں سب سے لمبے دریا ہیں؟

معلوماتی گرافک (Infographic)

جب ڈیٹا کی عکاسی جیسے بار گراف وغیرہ کو مزید خوبصورت بنایا جاتا ہے، زیادہ وسیع فنکارانہ اور بصری تصویروں کے ساتھ تو **معلوماتی گرافک** (Information graphics) یا مختصراً **انفوگرافکس** (Infographic) غیرہ کو جامع فن کارانہ اور بصری نقش گری سے مزید خوبصورت بنایا جاتا ہے۔ انفوگرافکس کا خاص مقصد توجہ کو اپنی طرف متوجہ کرنے اور دل چسپ بصیرت کا استعمال کرتے ہوئے معلومات کو زیادہ واضح اور تیز انداز میں، خوبصورت طریقے سے پیش کرنا ہے۔

معلوماتی گرافک کا استعمال کس طرح سے ڈیٹا کی ترسیل کو موثر بناتا ہے، اس کی مثال کے طور پر، آیئے اس پچھلے جدول کی طرف چلتے ہیں جس میں ہر براعظم میں سب سے بڑے پہاڑ کی فہرست دی گئی ہے۔ ہم افقی بار کے بجائے عمودی بار (کالم) کے ساتھ ایک بار گراف بناتے ہیں۔ تاکہ یہ پہاڑوں کی زیادہ نمائندگی کرے لیکن یہاں ہم مستطیلوں کے بجائے مثلثوں کا استعمال کر سکتے ہیں جو تقریباً پہاڑوں کی شکل کے ہوتے ہیں اور ہم ان میں رنگ کے کچھ چھینٹے بھی ڈال سکتے ہیں۔ نتیجہ یہاں نظر آتا ہے۔



پہلی نظر میں یہ انفوگرافک زیادہ پرکشش اور ترغیبی نظر آتا ہے، اس کے بنانے میں کچھ مسئلے بھی ہیں۔ ہمارے پہلے بار گراف

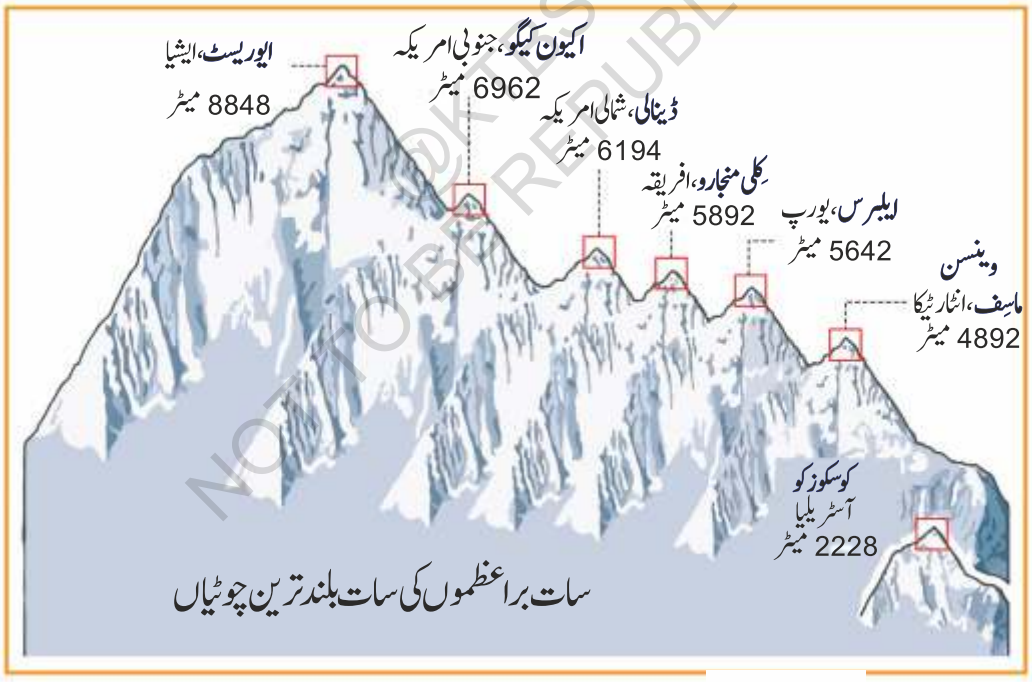
NOT TO BE REPUBLISHED © KTBS

بنانے کا مقصد پہاڑوں کی مختلف اونچائیوں کو دکھانا تھا۔مناسب اونچائیوں کے بار کا استعمال کرتے ہوئے مگر یکساں چوڑائی کے ساتھ۔ یکساں چوڑائی کے استعمال کا مقصد یہ ظاہر کرنا تھا کہ ہم صرف اونچائیوں کا موازنہ کر رہے ہیں۔ جبکہ اس معلوماتی گرافک میں اونچے مثلث چوڑے بھی ہیں! کیا اونچے پہاڑ ہمیشہ چوڑے بھی ہوتے ہیں؟ حالاں کہ اس معلوماتی گرافک سے مراد اضافی معلومات ہے جو بھٹکا بھی سکتی ہے اور صحیح بھی ہوسکتی ہے یا نہیں بھی۔ کبھی کبھی زیادہ پرکشش تصویریں بھٹکا بھی سکتی ہیں۔

تصویروں کو بصری طور پر تحریک اور ترغیب دینے والا بنانے کے لیے اس خیال کو مزید آگے تک لے جاتے ہیں، ہم پہاڑوں کی شکل مزید بدل سکتے ہیں اور باقی تفصیلات بھی اس میں شامل کر سکتے ہیں۔مثال کے طور پر ہم ایسی خیالی پہاڑی رینج کی تخلیق کریں جن میں یہ تمام پہاڑیں شامل ہوں۔

کیا نیچے دیے گئے معلوماتی گرافک ان کالم گراف سے بہتر ہے جن میں کالم مساوی چوڑائی والے مستطیل ہوں؟ یہاں پہاڑ زیادہ حقیقی نظر آتے ہیں، لیکن کیا یہ تصویر درست ہے؟

مثال کے طور پر، ایوریسٹ، ایلبرس سے دوگنا اونچا نظر آتا ہے۔



2 × 5642 کیے۔

بصری طور پر دل کش لگنے والی پیش کش میں اس بات کا ہمیں خیال رکھنا چاہیے کہ تصویریں جو ہم بناتے ہیں وہ ہمیں حقیقت سے دور نہ لے جائیں۔عمومی طور پر معلوماتی گرافک بنانے اور پڑھنے میں کافی احتیاط سے کام لینا چاہیے تاکہ ہم اپنے طلبا کو اور اپنے آپ کو حقیقت سے دور نہ لے جائیں۔

NOT TO BE REPUBLISHED

خلاصہ

- حقیقت، اعداد، پیمائش، مشاہدات اور دوسری چیزوں کے بیانات جو ان چیزوں کی صحیح جانکاری دیتے ہیں **ڈیٹا** (Data) کہلاتا ہے۔
- ڈیٹا کو آسان تجزیہ اور تشریح کے لیے ٹیلی مارک کا استعمال کرتے ہوئے جدولی شکل میں منظم کیا جاسکتا ہے۔
- **تعدد** (Frequencies) قدروں، پیمائشوں، اور مشاہدات کے واقع ہونے کی گنتی ہیں۔
- **پکٹو گراف** (Pictoraphs) سے ڈیٹا کا اظہار تصویروں اشیا یا اشیا کے حصے کی شکل میں ہوتا ہے۔ ہر تصویر ایک تعدد کو ظاہر کرتی ہے جو 1 یا 1 سے زیادہ ہوسکتی ہے۔ اس کو **پیمانہ** (Scale) کہتے ہیں اور اس کو واضح کرنا ضروری ہے۔
- **بارگراف** (Bar graphs) یکساں چوڑائی کے ہوتے ہیں؛ ان میں لمبائیاں یا اونچائیاں واقع ہونے کے کل تعدد کی نشاندہی کرتی ہیں۔ پیمانہ جس سے ہم لمبائیوں یا اونچائیوں کو تعدد میں بدلتے ہیں، ان کو واضح کرنا ضروری ہے۔
- پکٹو گراف یا بارگراف کے لیے مناسب پیمانے کا انتخاب بہت اہم ہے۔ اس کی وجہ سے یہ گراف بصری طور پر پُرکشش ہوجاتے ہیں اور مطلوبہ معلومات یا ڈیٹا کو صحیح اور موثر طریقے سے پہنچایا جاسکتا ہے۔
- گراف کے دوسرے پہلو بھی ہیں جو اس کو بصری طور پر پرکشش اور موثر بنانے میں معاون ہوتے ہیں، جیسے رنگوں کا استعمال کس طرح کیا جائے، کونسی اضافی تصویریں کھینچی جائیں یا بار افقی ہوں یا عمودی۔ یہ ڈیٹا کے انتظام اور پیشکش کے فنکارانہ اور جمالیاتی رخ کو ظاہر کرتے ہیں۔
- حالاں کہ ڈیٹا کا بصری اظہار کافی دلکش ہے لیکن کبھی کبھی یہ بھٹکا بھی دیتا ہے۔
- پکٹو گراف اور بارگراف کو درست طریقے سے پڑھ کر ہم پیش کردہ ڈیٹا کو جلد ہی سمجھ لیتے ہیں اور اس کے اظہار سے نتائج اخذ کرتے ہیں۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5

مفرد وقت
(Prime Time)

4674CH05

5.1 مشترک ضِعف اور مشترک جزو ضربی



اِڈلی ۔ وڑا کھیل

بچے ایک دائرے میں بیٹھیں گے اور اعداد کا ایک کھیل کھیلیں گے۔

بچوں میں سے ایک کھلاڑی 1 کہہ کر شروع کرتا ہے۔ دوسرا کھلاڑی 2 کہتا ہے اور باقی اسی طرح آگے بڑھتے ہیں۔ لیکن جب 3، 6، 9، ..... (3 کے اضعاف) کی باری آتی ہے تو کھلاڑی کو عدد کے بجائے اِڈلی کہنا چاہیے۔ جب 5، 10، ..... (5 کے اضعاف) کی باری آتی ہے تو کھلاڑی کو اعداد کے بجائے 'وڑا' کہنا چاہیے۔ اور جب کوئی عدد دونوں کے اضعاف یعنی 3 کے اضعاف اور 5 کے اضعاف ہوں گے تو کھلاڑی کو کہنا چاہیے اڈلی–وڑا! اگر کوئی کھلاڑی غلطی کر دیتا ہے تو وہ آؤٹ ہو جائے گا۔

یہ کھیل چلتا رہتا ہے جب تک کہ صرف ایک کھلاڑی نہیں بچتا۔

کون سے اعداد کے بجائے کھلاڑی کو اڈلی کہنا ہے؟ یہ 3، 6، 9، 12، 18، ... کی ترتیب سے ہوں گے۔

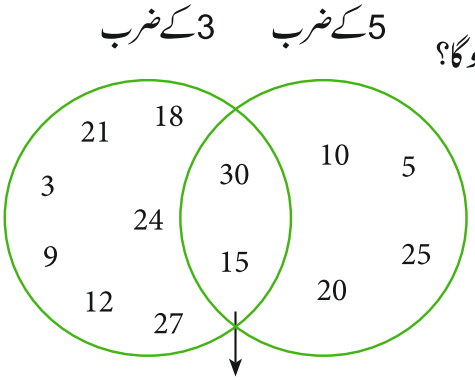
کون سے اعداد کے بجائے کھلاڑی کو وڑا کہنا ہے؟ یہ 5، 10، 20، ... کی ترتیب سے ہوں گے۔

کون سا پہلا عدد ہو گا جس کے لیے کھلاڑیوں کو 'اڈلی–وڑا' کہنا چاہیے؟ یہ 15 ہو گا جو کہ 3 کا ضعف ہے اور 5 کا بھی ضعف ہے۔ ایسے ہی دوسرے اعداد تلاش کیجیے جو 3 اور 5 دونوں کے ضعف ہوں یہ اعداد کہلائیں گے _____۔

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

1. کون سے عدد کو دسویں باری میں ''اِڈلی–وڑا'' کہا جائے گا؟
2. اگر کھیل 1 سے لے کر 90 تک کے درمیان کھیلا جا رہا ہے تو تلاش کیجیے:
   a. بچے کتنی مرتبہ اڈلی کہیں گے؟ (کتنی مرتبہ اڈلی–وڑا کہا گیا، اس کو شامل کر کے)
   b. بچے کتنی مرتبہ وڑا کہیں گے؟ (کتنی مرتبہ اڈلی–وڑا کہا گیا، اس کو شامل کر کے)
   c. بچے کتنی مرتبہ 'اڈلی–وڑا' کہیں گے؟
3. اگر کھیل 900 تک کھیلا جائے تو آپ کا جواب کس طرح تبدیل ہو گا؟
4. کیا یہ شکل کسی طریقے سے 'اڈلی–وڑا' کھیل سے متعلق ہے؟



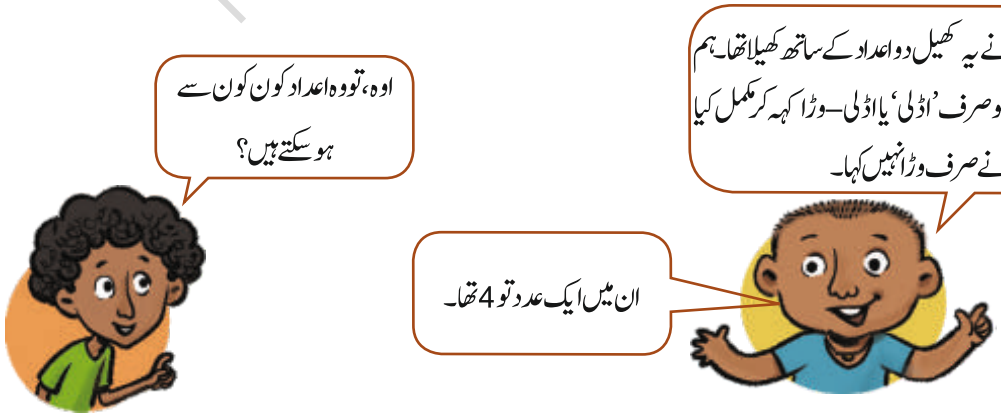
شکل 5.1

اشارہ: تصور کیجیے کہ کھیل 30 تک کھیلا گیا۔ اگر کھیل 60 تک ہو گا تو شکل 5.1 کی طرح اُس کی شکل بنائیے۔

آیئے ہم اب مختلف جوڑوں کے اعداد کے ساتھ 'اڈلی–وڑا' کا کھیل کھیلتے ہیں۔

a. 2 اور 5
b. 3 اور 7
c. 4 اور 6

چھوٹے عدد کے اضعاف کو ہم 'اڈلی' کہیں گے، بڑے اعداد کے اضعاف کو 'وڑا' کہیں گے اور مشترک اضعاف کو 'اڈلی–وڑا' کہیں گے۔ اگر کھیل 60 تک کھیلا جا رہا ہے تو شکل (5.1) کے مماثل شکل بنائیے۔



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ان میں سے کون سے دوسرے اعداد ہو سکتے ہیں:

2، 3، 5، 8، 10؟

جمپ جیک پوٹ

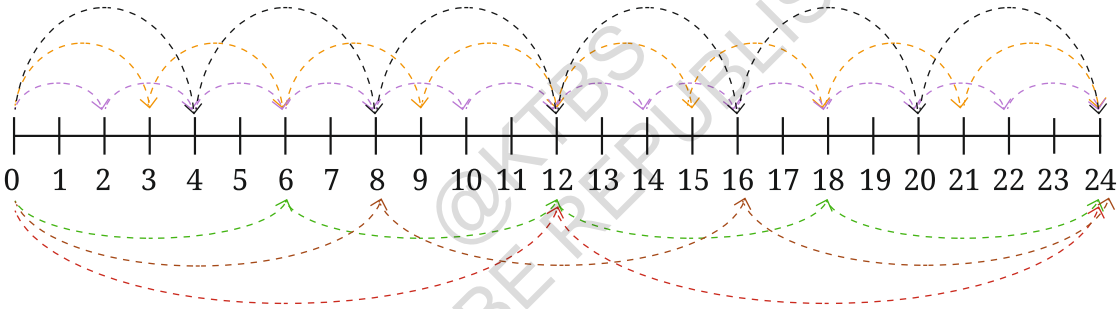
جمپی اور گرمپی نے ایک کھیل کھیلا۔

- گرمپی نے کسی عدد پر ایک خزانہ رکھا۔مثال کے طور پر وہ اس کو 24 کے عدد پر رکھتا ہے۔
- جمپی نے اپنی چھلانگ کا سائز چُنا۔اگر وہ اس کے لیے 4 کو چنتا ہے تو 0 سے شروع کر کے 4 کے اضعاف پر چھلانگ لگاتا ہے۔
- اگر جمپی اس عدد پر چھلانگ لگاتا ہے جہاں گرمپی نے اس کو رکھا تھا تو وہ اس خزانے کو حاصل کر لے گا۔

24 پر پہنچنے کے لیے جمپی کی چھلانگ کا سائز کیا ہو گا؟

اگر وہ 4 کو چنتا ہے: جمپی اترتا ہے 4 ← 8 ← 12 ← 16 ← 20 ← 24 ← 28 ←...پر

دوسری کامیاب چھلانگوں کے سائز 2 3 6 8 اور 12 ہیں۔



1 اور 24 کی چھلانگوں کے بارے میں کیا خیال ہے؟ ہاں وہ بھی 24 کے عدد پر اتریں گے۔

1، 2، 3، 4، 6، 8، 12، 24 یہ تمام اعداد 24 کو برابر تقسیم کرتے ہیں۔ یاد رہے کہ اس طرح کے اعداد کو 24 کے **جزو ضربی یا قاسم** کہتے ہیں۔

گرمپی کھیل کے درجے کو بڑھاتا ہے۔دو مختلف اعداد پر وہ دو خزانے رکھتا ہے۔ جمپی کو ایک چھلانگ کا سائز چننا ہے اور اس پر قائم رہنا ہے، جمپی کو صرف تبھی خزانہ حاصل ہو گا جب وہ دونوں اعداد پر اپنی چنی ہوئی اس ایک چھلانگ کے سائز سے پہنچ جائے۔جیسے پہلے جمپی نے 0 سے آغاز کیا۔

گرمپی نے خزانے کو 14 اور 36 پر رکھا ہے اور جمپی چھلانگ کا سائز 7 چنتا ہے۔

کیا جمپی دونوں خزانوں پر پہنچ جائے گا؟ 0 سے آغاز کر کے وہ چھلانگ۔7 ← 14 ← 21 ← 28 ← 35 ← 42 ... تک چھلانگ لگاتا ہے۔ہم دیکھتے ہیں کہ وہ 14 کے عدد پر اترا ہے لیکن 36 پر نہیں اُترتا۔اس لیے وہ خزانہ حاصل نہیں کر پاتا ہے۔اسے چھلانگ کے کون سے سائز کو اختیار کرنا چاہیے تھا؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

14 کے جزوضربی ہیں: 1، 2، 7، 14۔ اس لیے یہ چھلانگ کے سائز 14 پر اتریں گے۔

اور 36 کے جزوضربی ہیں 1، 2، 3، 4، 6، 9، 12، 18، اور 36 یہ چھلانگ کے سائز 36 پر اتریں گے۔

اس لیے 1 یا 2 کے چھلانگ سائز 14 اور 36 دونوں پر اتریں گے۔ غور کیجیے کہ 1 اور 2 ، 14 اور 36 کے مشترک جزوضربی (Common factors) ہیں۔

چھلانگ کے وہ سائز جن سے دونوں خزانوں تک پہنچا جاسکے وہ ان دونوں اعداد جہاں خزانے رکھے گئے ہیں ان کے **مشترک جزوضربی** ہوں گے۔

- 15 اور 30 دونوں تک پہنچنے کے لیے چھلانگ کا سائز کیا ہوسکتا ہے؟ اس میں متعدد چھلانگ سائز میں ممکن ہیں۔ ان سب کو معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔
- نیچے دیے گئے جدول کو دیکھیے۔ آپ نے کیا غور کیا؟

31	(32)	33	34	35	(36)	37	38	39	(40)
41	42	43	(44)	45	46	47	(48)	49	50
51	(52)	53	54	55	(56)	57	58	59	(60)
61	62	63	(64)	65	66	67	(68)	69	70

جدول میں:

1. کیا رنگین اعداد میں کچھ مشترک ہے؟
2. کیا دائرے کے اندر کے اعداد میں کچھ مشترک ہے؟
3. کون سے اعداد رنگین بھی ہیں اور دائرے کے اندر بھی ہیں؟ ان اعداد کو کیا کہتے ہیں؟

ریاضی بات چیت

معلوم کیجیے

1. 310 اور 410 کے درمیان 40 کے سبھی اضعاف معلوم کیجیے۔
2. میں کون ہوں؟

© SCERT TBC NOT TO BE REPUBLISHED

a . میں 40 سے کم ایک عدد ہوں۔ میرا ایک جزو ضربی 7 ہے۔ میرے ہندسوں کی جمع 8 ہے۔

b . میں 100 سے کم ایک عدد ہوں۔ میرے دو جزو ضربی 3 اور 5 ہیں۔ میرا ایک ہندسہ دوسرے ہندسے سے ایک زیادہ ہے۔

3 . ایک عدد جس کے تمام جزو ضربی کا حاصل جمع اس عدد کے دوگنا ہونے کے برابر ہو کامل عدد (Perfect number) کہلاتا ہے۔ 28 ایک **کامل عدد** ہے۔ اس کے جزو ضربی 1، 2، 4، 7، 14 اور 28 ہیں۔ ان کا حاصل جمع 56 ہے جو کہ 28 کا دوگنا ہے۔ 1 اور 10 کے درمیان ایک کامل عدد معلوم کیجیے؟

4 . مشترک جزو ضربی معلوم کیجیے:

(a) 20 اور 28 (b) 35 اور 50

(c) 4, 8 اور 12 (d) 5, 15 اور 25

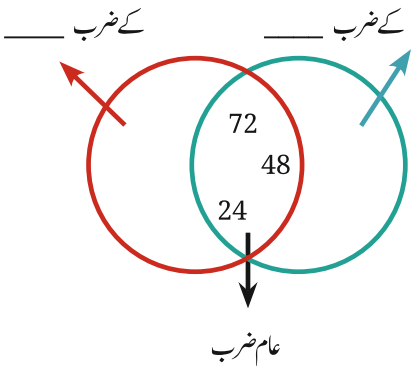
5 . تین ایسے اعداد معلوم کیجیے جو 25 کے اضعاف تو ہوں مگر 50 کے اضعاف نہ ہوں۔

6. انشو اور اس کے دوست دو اعداد کی مدد سے 'اِڈلی–وڑا' کھیل کھیلتے ہیں جو دونوں 10 سے چھوٹے ہیں۔ پہلی بار جب کوئی 'اڈلی–وڑا' کہتا ہے۔ وہ عدد کون سے 50 کے بعد ہے۔ وہ دو اعداد کیا ہو سکتے ہیں جو 'اڈلی' اور 'وڑا' کو ظاہر کر سکتے ہیں؟

7. خزانے تلاش کرنے والے کھیل میں گرمپی نے 28 اور 70 پر خزانے رکھے ہیں۔ ان دونوں اعداد پر اترنے کے لیے چھلانگ کا سائز کیا ہو گا؟

ریاضی بات چیت

8. نیچے دی گئی تصویر میں گونا نے مشترک اضعاف کو چھوڑ کر سارے اعداد مٹا دیے۔ معلوم کیجیے وہ کون سے اعداد ہو سکتے ہیں، اور خالی علاقوں میں گم شدہ اعداد کو بھریے۔



کوشش کیجیے

9. سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جو 7 کو چھوڑ کر 1 سے 10 تک کے سبھی اعداد کا اضعاف ہو۔

10. سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جو 1 سے 10 تک کے سبھی اعداد کا اضعاف ہو۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5.2 مفرد اعداد

گوناور انشو اپنے کھیتوں میں پیدا ہونے والے انجیر کو پیک کرنا چاہتے ہیں۔ گونا ہر ڈبے میں 12 انجیر ڈالنا چاہتا ہے اور انشو ہر ایک ڈبے میں 7 انجیر ڈالنا چاہتا۔

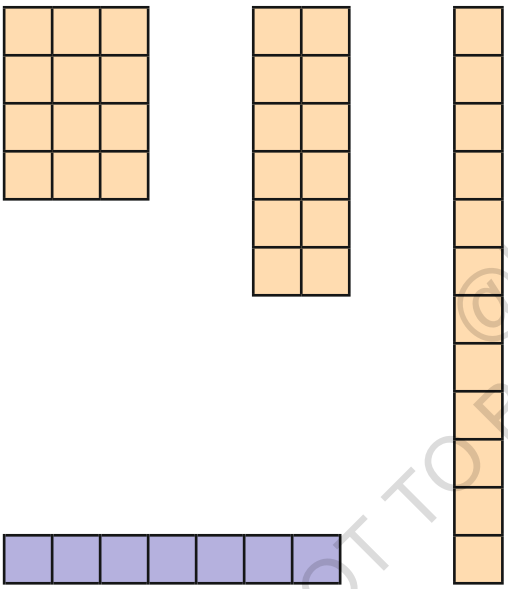
اس کی کتنی ترتیبیں ممکن ہوں گی؟

سوچیے اور مختلف طریقے معلوم کیجیے۔

1 . گونا 12 انجیروں کو ایک مستطیلی ترتیب میں کیسے منظم کرسکتا ہے؟

2 . انشو 7 انجیروں کو ایک مستطیلی ترتیب میں کیسے منظم کرسکتا ہے؟

گونا نے ان ممکنہ ترتیبوں کی فہرست بنائی۔



ہر انتظام میں قطاروں اور کالموں کی ترتیب کا مشاہدہ کیجیے۔ ان سب کا 12 سے کیا تعلق ہے؟

دوسری ترتیب میں، مثال کے طور پر، 12 انجیروں کو 6 کے دو کالموں میں ترتیب دیا گیا یا $12 = 2 \times 6$

انشو صرف ایک ترتیب بنا سکتا تھا: 1x7 یا 7x1۔ اس کے علاوہ دوسری مستطیلی ترتیبیں ممکن نہیں ہیں۔

گونا کے ہر انتظام میں، قطاروں کی تعداد کو کالموں کی تعداد سے ضرب کرنے سے 12 کا عدد ملتا ہے۔ اس لیے قطاریں اور کالمیں 12 کے جزو ضربی ہیں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ تعداد 12 کو ایک سے زیادہ طریقوں سے منظم مستطیل میں کرسکتے ہیں کیوں کہ 12 کے 2 سے زیادہ جزو ضربی ہیں

7 کو صرف ایک ہی طریقے سے منظم کیا جاسکتا ہے، کیوں کہ اس کے صرف 2 جزو ضربی ہیں 1 اور 7۔

وہ اعداد جن کے صرف 2 جزو ضربی ہوتے ہیں وہ **مفرد اعداد** (Prime numbers) یا مفردات (Primes) کہلاتے ہیں۔ یہاں کچھ ابتدائی مفردات ہیں 2، 3، 5، 7، 11، 13، 17، 19۔ غور کیجیے کہ مفرد عدد کے دو جزو ضربی 1 اور خود وہی عدد ہوتے ہیں۔

آپ ان اعداد کے بارے میں کیا جانتے ہیں جن کے دو سے زیادہ جزو ضربی ہوں وہ **مرکب اعداد** (Composite numbers) کہلاتے ہیں۔ کچھ ابتدائی مرکب اعداد ہیں۔ 4، 6، 8، 9، 10، 12، 14، 15، 16، 18، 20۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1 کے بارے میں کیا خیال ہے، جس کا صرف ایک ہی جزو ضربی ہے؟ 1 کا عدد نہ تو مفرد نہ ہی مرکب عدد ہے۔

- 21 سے 30 کے درمیان کتنے مفرد اعداد ہیں؟ 21 سے 30 کے درمیان کتنے مرکب اعداد ہیں؟

کیا ہم 1 سے 100 تک تمام مفرد اعداد کی فہرست بنا سکتے ہیں؟

مفرد اعداد کو تلاش کرنے کا یہاں ایک دل چسپ طریقہ ہے۔ صرف نیچے دی گئیں ہدایات پر عمل کیجیے اور دیکھیے کہ کیا واقع ہوتا ہے؟

قدم 1: 1 کو کاٹ دیجیے کیوں کہ یہ نہ تو مفرد اور نہ ہی مرکب ہے۔

قدم 2: 2 پر دائرہ لگائیے اور اس کے بعد کے سارے اضعاف کو کاٹ دیجیے، یعنی 4، 6، 8 اور آگے اسی طرح۔

قدم 3: 3 آپ دیکھیں گے کہ اگلا عدد جو کاٹا نہیں گیا وہ 3 ہے۔ 3 کے گرد دائرہ بنائیے اور اس کے بعد 3 کے سارے اضعاف کو کاٹ دیجیے۔ یعنی 6، 9، 12 اور آگے اسی طرح۔

قدم 4: 4 اگلا عدد جو کاٹا نہیں گیا وہ 5 ہے۔ 5 کے گرد دائرہ بنائیے اور اس کے بعد 5 کے سارے اضعاف کو کاٹ دیجیے یعنی 10، 15، 20 اور آگے اسی طرح۔

~~1~~	(2)	(3)	~~4~~	(5)	~~6~~	(7)	~~8~~	~~9~~	~~10~~
(11)	~~12~~	(13)	~~14~~	~~15~~	~~16~~	(17)	~~18~~	(19)	~~20~~
~~21~~	~~22~~	(23)	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	(29)	~~30~~
(31)	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	(37)	~~38~~	~~39~~	~~40~~
(41)	~~42~~	(43)	~~44~~	~~45~~	~~46~~	(47)	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	(53)	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	(59)	~~60~~
(61)	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	(67)	~~68~~	~~69~~	~~70~~
(71)	~~72~~	(73)	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	(79)	~~80~~
~~81~~	~~82~~	(83)	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	(89)	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	(97)	~~98~~	~~99~~	~~100~~

قدم 5: اس عمل کو اس وقت تک جاری رکھیے جب تک سارے اعداد کے گرد دائرے بنا دیئے جائیں یا وہ کاٹ دیے جائیں۔

سارے دائرے والے اعداد مفرد اعداد ہیں۔ 1 کو چھوڑ کر، سارے کاٹے گئے اعداد مرکب اعداد ہیں۔ یہ طریقہ ایراٹوس تھینس کی چھلنی (Sieve of Eratosthenes) کہلاتا ہے۔



اس طریقہ کار کو 100 سے بڑے اعداد کے لیے بھی استعمال کیا جا سکتا ہے۔ ایراٹوس تھینس ایک یونانی ریاضی داں تھا جو تقریباً 2200 سال قبل رہتا تھا اور اس نے مفردات کی فہرست بنانے کا یہ طریقہ تیار کیا تھا۔

NOT TO BE REPUBLISHED

گوناور انشو حیرت زدہ ہیں کہ کس طرح اس آسان طریقے کے ذریعے ہم مفرد اعداد معلوم کر سکتے ہیں! سوچیے کہ یہ طریقہ کیسے کام کرتا ہے؟ اوپر دی گئیں ہدایات کو دوبارہ پڑھیے اور دیکھیے کہ ہر قدم پر عمل کرنے کے بعد کیا واقع ہوتا ہے۔

معلوم کیجیے

1. ہم دیکھتے ہیں کہ 2 ایک مفرد اور ایک جفت عدد (Even number) بھی ہے۔ کیا کوئی دوسرا جفت مفرد عدد ہے؟
2. 100 تک گنتی میں مفردات کی فہرست دیکھیے۔ دو لگاتار مفردات کے درمیان سب سے چھوٹا فرق کیا ہے؟ سب سے بڑا فرق کیا ہے؟
3. کیا پچھلے صفحے کے جدول میں مفردات کی تعداد ہر قطار میں مساوی ہے؟ سب سے کم مفرد اعداد والی دہائی کون سی ہے؟ کس دہائی میں سب سے زیادہ مفردات ہیں؟

مفردات کی تاریخی حیثیت

مفرد اعداد تمام مکمل اعداد کے بلڈنگ بلاک ہیں۔ یونانی تہذیب کے دور سے لے کر (2000 سال قبل سے زیادہ) آج تک ریاضی داں ان اعداد کے پوشیدہ راز جاننے کی کوشش میں سرگرداں ہیں۔

سوچ کے لیے غذا: کیا کوئی سب سے بڑا مفرد عدد ہے؟ یا مفرد اعداد کی فہرست بغیر ختم ہوئے اسی طرح چلتی رہے گی؟ ایک ریاضی داں جس کا نام یوکلڈ تھا، اسے اس کا جواب مل گیا اور آپ کو بھی آئندہ جماعتوں میں مل جائے گا!

تفریحی حقیقت: سب سے بڑا مفرد عدد جو کسی نے لکھا ہے وہ اتنا بڑا ہے کہ اس کو لکھنے کے لیے 6500 صفحات درکار ہوں گے! اس لیے ریاضی داں اسے کسی کمپیوٹر پر ہی لکھ سکتا تھا!

4. نیچے دیے گئے اعداد میں سے کون سے مفرد اعداد ہیں: 23، 51، 37، 26؟
5. مفرد اعداد کے تین ایسے جوڑے بنائیے جو 20 سے چھوٹے ہوں اور ان کا حاصل جمع 5 کا ضعف ہو۔
6. 13 اور 31 مفرد اعداد ہیں۔ ان دونوں اعداد کے یکساں ہندسے 1 اور 3 ہیں۔ 100 تک ایسے مفرد اعداد کے جوڑے معلوم کیجیے۔
7. 1 اور 100 کے درمیان سات لگاتار مرکب اعداد معلوم کیجیے۔
8. **جڑواں مفردات،** مفردات کے وہ جوڑے ہیں جن میں 2 کا فرق ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر، 3 اور 5 جڑواں مفردات ہیں۔ اسی طرح 17 اور 19 بھی۔ 1 اور 100 کے درمیان دوسرے جڑواں مفردات معلوم کیجیے۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

9 . شناخت کیجیے کہ نیچے دیے گئے اصول صحیح ہیں یا غلط۔ وضاحت کیجیے۔

a . کوئی ایسا مفرد عدد نہیں ہے جس کی اکائی ہندسہ 4 ہو۔

b . مفرد ات کا حاصل ضرب بھی مفرد ہو سکتا ہے۔

c . مفرد اعداد کے کوئی جزو ضربی نہیں ہوتے۔

d . سارے جفت اعداد مرکب اعداد ہوتے ہیں۔

e . 2 ایک مفرد ہے اور اسی طرح اس کا اگلا عدد 3۔ ہر دوسرے مفرد کے لیے، اگلا عدد مرکب ہے۔

10. ان میں سے کون سے اعداد بالکل تین مختلف مفرد اعداد کا حاصل ضرب ہیں: 45 60 91، 105، 330؟

11. آپ 2، 4 اور 5 میں سے ہر ایک کو ایک بار استعمال کر کے کتنے تین ہندسوں کے مفرد اعداد بنا سکتے ہیں؟

12. مشاہدہ کیجیے 3 ایک مفرد عدد ہے، اور 2x3+1=7 بھی ایک مفرد ہے۔ کیا کئی مفرد ات ایسے ہیں جو 2 سے ضرب ہو جائیں اور 1 سے جمع ہو کر دوسرا مفرد بنا دیں؟ اس طرح کی کم از کم پانچ مثالیں دیجیے۔

5.3 خزانے کی حفاظت کے لیے ہم مفرد اعداد

کون سے جوڑے محفوظ ہیں؟

آیئے ہم دوبارہ خزانے کی تلاش کے کھیل میں جاتے ہیں۔ اس مرتبہ خزانے دو اعداد پر رکھے ہوئے ہیں۔ جمپی صرف تب ہی خزانے حاصل کر سکتا ہے جب وہ یکساں چھلانگ کے سائز سے دونوں اعداد تک پہنچ جائے۔ یہاں ایک نیا اصول اور ہے۔ سائز 1 کی چھلانگ کی اجازت نہیں دی گئی ہے۔

گرمپی کو خزانہ اب کہاں رکھنا چاہیے تا کہ جمپی ان دونوں خزانوں تک نہیں پہنچ سکے؟

کیا 12 اور 26 پر خزانہ رکھنا کام آئے گا؟ نہیں! اگر چھلانگ کا سائز 2 چُنا گیا ہے تب جمپی 12 اور 26 پر پہنچ جائے گا۔ 4 اور 9 کے بارے میں کیا خیال ہے؟ جمپی 1 کے علاوہ کسی بھی چھلانگ کا سائز استعمال کر کے دونوں تک نہیں پہنچ سکتا۔ اس لیے گرمپی جانتا ہے کہ 4 اور 9 کا جوڑا محفوظ ہے۔

جانچ کیجیے کہ یہ جوڑے محفوظ ہیں؟

(a) 15 اور 39 (b) 4 اور 15

(c) 18 اور 29 (d) 20 اور 55

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

محفوظ جوڑوں کے بارے میں کیا خاص بات ہے؟ ان کے پاس 1 کے علاوہ کوئی مشترک جزوضربی نہیں ہے۔ دو اعداد ایک دوسرے کے **ہم مفرد اعداد** تب کہلاتے ہیں جب 1 کے علاوہ ان کا کوئی مشترک جزوضربی نہ ہو۔

مثال: جیسا کہ 15 اور 39 میں '3' ایک مشترک جزوضربی ہے، وہ ہم مفرد نہیں ہیں۔ لیکن 4 اور 9 ہم مفرد ہیں۔

- مندرجہ ذیل جوڑوں میں سے اعداد کے کون سے جوڑے ہم مفرد ہیں؟

(a) 18 اور 35 (b) 15 اور 37 (c) 30 اور 415

(d) 17 اور 69 (e) 81 اور 18

ریاضی بات چیت

- مختلف اعداد کے جوڑوں سے 'اڈلی وڑا' کا کھیل کھیلتے ہوئے، انشو نے کچھ دلچسپ مشاہدہ کیا!

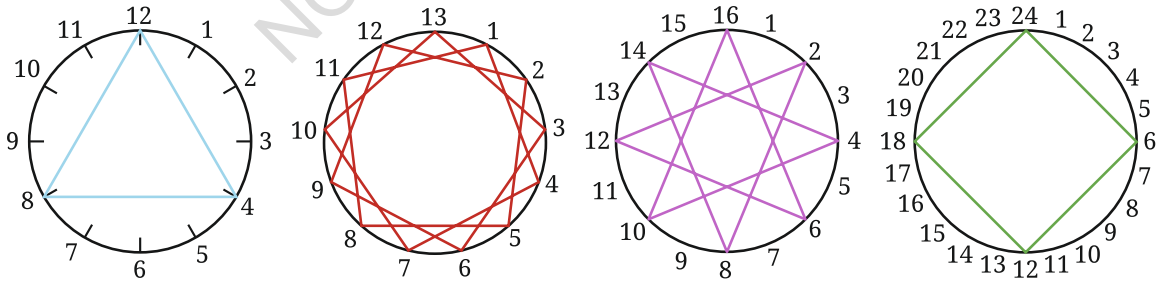
1. کبھی کبھی پہلا مشترک اضعاف دو اعداد کے حاصل ضرب کے برابر تھا۔
2. بعض دفعہ پہلا مشترک اضعاف دو اعداد کے حاصل ضرب سے کم تھا۔

مندرجہ بالا میں سے ہر ایک کے لیے مثال تلاش کیجیے؟ ہم مفرد اعداد ہونے کی حیثیت سے عددی جوڑے سے کیسے اس کا تعلق ہے؟

ہم مفرد کا فن

ریاضی بات چیت

- دیے گئے دھاگوں کے فن (Thread art) کا مشاہدہ کیجیے۔ پہلی تصویر میں 12 کھونٹے ہیں اور ہر چوتھے کھونٹے میں دھاگا باندھا گیا (ہم کہتے ہیں کہ دھاگے کا فاصلہ 4 ہے) دوسری تصویر میں 13 کھونٹے ہیں اور دھاگے کا فاصلہ اس میں 3 ہے۔ دوسری تصاویر کے بارے میں کیا خیال ہے؟ ان تصویروں کا مشاہدہ کیجیے۔ اپنے نتائج کو جماعت میں شیئر کیجیے اور ان پر بحث کیجیے۔



کچھ تصویروں میں دھاگا ہر کھونٹے میں بندھا ہوا ہے۔ کچھ میں نہیں۔ کیا یہ دو اعداد (کھونٹوں کی تعداد اور دھاگوں کا فاصلہ) بحیثیت ہم مفرد کے کوئی تعلق رکھتے ہیں؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

مندرجہ ذیل کے لیے ایسی تصویریں بنائیے:

a. 15 کھونٹے، 10 دھاگوں کے فاصلے سے b. 10 کھونٹے، 7 دھاگوں کے فاصلے سے

b. 14 کھونٹے، 6 دھاگوں کے فاصلے سے d. آٹھ کھونٹے، 3 دھاگوں کے فاصلے سے

5.4 مفرد اجزائے ضربی کی تحلیل (Prime Factorisation)

جانچیے اگر دو اعداد ہم مفرد ہیں:

استاد : کیا 56 اور 63 ہم مفرد ہیں؟

انشو اور گونا : اگر 1 کے علاوہ ان کے پاس اور مشترک جزو ضربی ہیں تو وہ ہم مفرد نہیں ہیں۔ آیئے ہم معلوم کرتے ہیں۔

انشو: میں $56 = 14 \times 4$ اور $63 = 21 \times 3$ لکھ سکتا ہوں۔ اس لیے 14 اور 4 56 کے جزو ضربی ہیں۔ مزید، 21 اور 3، 21 کے جزو ضربی ہیں۔ اس لیے کوئی بھی مشترک جزو ضربی نہیں ہے۔ یہ اعداد ہم مفرد اعداد ہیں۔

گونا: ٹھہریئے۔ ہم $56 = 7 \times 8$ اور $63 = 9 \times 7$ بھی لکھ سکتے ہیں۔ ہم دیکھتے ہیں کہ 7 دونوں اعداد کا جزو ضربی ہے، اس لیے یہ ہم مفرد اعداد نہیں ہیں۔

واضح طور پر گونا صحیح ہے کیوں کہ 7 ایک مشترک جزو ضربی ہے۔

لیکن انشو نے کہاں غلطی کی؟

$56 = 14 \times 4$ لکھنا، ہمیں یہ بتاتا ہے کہ 14 اور 4 دونوں 56 کے جزو ضربی ہیں لیکن یہ ہمیں 56 کے سارے جزو ضربی نہیں بتاتا۔ یہی بات 63 کے جزو ضربی پر بھی لاگو ہوتی ہے۔

ایک اور مثال سے کوشش کیجیے: 80 اور 63۔ دونوں اعداد کے جزو ضربی کی تحلیل کے مختلف طریقے ہیں۔

$$80 = 40 \times 2 = 20 \times 4 = 10 \times 8 = 16 \times 5 = ???$$

$$63 = 9 \times 7 = 3 \times 21 = ???$$

ہم نے '???' یہ بتانے کے لیے لکھا ہے کہ ان اعداد کے جزو ضربی بنانے کے اور مختلف طریقے بھی ہو سکتے ہیں۔ لیکن اگر دیا گیا کوئی جزو ضربی لیتے ہیں مثال کے طور پر $80 = 16 \times 5$ اور $63 = 9 \times 7$ تب وہاں کوئی مشترک جزو ضربی نہیں ہیں۔ کیا ہم یہ نتیجہ نکال سکتے ہیں کہ 80 اور 63 ہم مفرد ہیں؟ جیسا کہ انشو کی غلطی سے ظاہر ہوتا ہے، ہم یہ نتیجہ نہیں نکال سکتے ہیں کیوں کہ جزو ضربی نکالنے کے اور بھی طریقے ہو سکتے ہیں۔

اس کا مطلب یہ ہے کہ ہمیں اور زیادہ منظم طریقہ اپنانا ہوگا یہ معلوم کرنے کے لیے کہ آیا دو اعداد ہم مفرد ہیں۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل (Prime Factorisation)

ایک عدد لیتے ہیں جیسے 56 ۔ یہ ایک مرکب ہے، جیسا کہ ہم نے دیکھا کہ اسے **56 = 4 × 14** کے طور پر لکھا جاسکتا ہے۔ اس لیے، 4 اور 14 دونوں 56 کے جزو ضربی ہیں ۔ اب ان میں سے ایک، جیسے 14 کو لیجیے۔ یہ بھی مرکب ہے اور اس کو 14 = 2×7 لکھا جاسکتا ہے۔ اس لیے 56 = 4 × 2 × 7۔ اب 4 مرکب ہے اور 4 = 2 × 2 لکھا جاسکتا ہے۔ اس لیے 56 = 2 × 2 × 2 × 7 یہاں آنے والے تمام جزو ضربی 2 اور 7، مفرد اعداد ہیں، اس لیے ہم ان کو مزید تقسیم نہیں کر سکتے۔

نتیجے کے طور پر، ہم نے 56 کو مفرد اعداد کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھا ہے۔ اسے 56 کی **مفرد اجزائے تحلیل** کہتے ہیں۔ اس کے انفرادی اجزائے ضربی مفرد اجزائے ضربی کہلاتے ہیں۔ مثال کے طور پر، 56 کے مفرد اجزائے ضربی 2 اور 7 ہیں۔

ہر عدد جو 1 سے بڑا ہوتا ہے اس کی مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل ہوتی ہے۔ یہاں بھی طریقہ وہی اپنایا جاتا ہے کہ مرکب اعداد کو اجزائے ضربی میں اس وقت تک تحلیل کرتے رہیں جب تک کہ صرف مفرد اعداد باقی نہ بچے۔

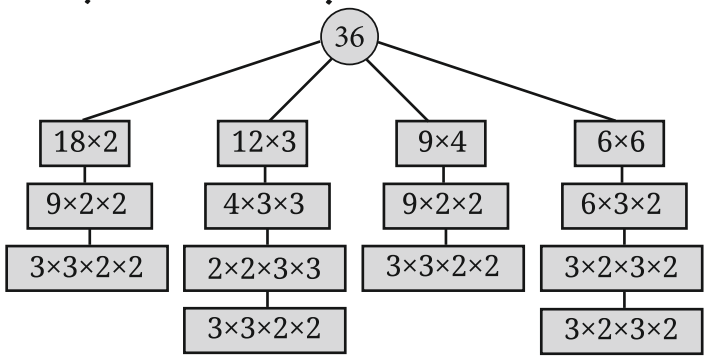
عدد 1 مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل نہیں ہوتا۔ یہ کسی بھی مفرد عدد سے تقسیم نہیں کیا جاسکتا۔

مفرد عدد جیسے 7 کے مفرد اجزائے ضربی کیا ہیں؟ یہ صرف 7 ہے (ہم اسے مزید توڑ نہیں سکتے)۔

آیئے ہم کچھ اور مثالیں دیکھتے ہیں۔

مختلف طریقوں سے ہم 63 کو لکھ سکتے ہیں جیسے 7 × 3 × 3 اور 31 × 7 × 3 کیا یہ مختلف ہیں؟ واقعی نہیں! کیوں کہ دونوں ہی حالتوں میں مفرد اعداد 3 اور 7 ظاہر ہوتے ہیں مزید یہ کہ دونوں حالتوں میں 3 دو مرتبہ آتا ہے اور 7 ایک بار آتا ہے۔

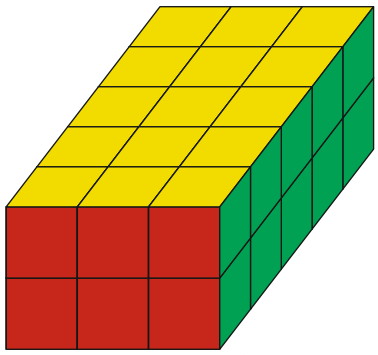
یہاں 36 کے مفرد اجزائے ضربی کی تحلیل حاصل کرنے کے لیے آپ 4 مختلف طریقے دیکھتے ہیں۔ مشاہدہ کیجیے کہ چاروں حالتوں میں دو 2 اور دو 3 ملتے ہیں۔ دوبارہ ضرب کر کے دیکھیے کہ چاروں صورت حال میں آپ کو واپس 36 ملتا ہے۔



© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

کسی بھی عدد کے لیے یہ ایک غیر معمولی حقیقت ہے کہ صرف ایک مفرد اجزائے ضربی کی تحلیل ہوتی ہے سوائے اس کے کہ ان کے مفرد جزو ضربی مختلف ترتیب میں آسکتے ہیں۔ جیسا ہم نیچے واضح کرتے ہیں کہ ترتیب اہم نہیں ہے۔ تاہم، جیسا کہ ہم نے ان مثالوں میں دیکھا کہ اجزائے ضربی تحلیل تک پہنچنے کے مختلف طریقے ہیں۔

کیا ترتیب اہم ہے؟



اس شکل کو استعمال کرتے ہوئے، کیا آپ وضاحت کر سکتے ہیں کہ چاہے 2، 3 اور 5 کو ضرب کرنے کا کوئی بھی طریقہ اپنایا جائے، $30 = 2 \times 2 \times 5$ کیوں؟

جب اعداد کو ضرب دیا جاتا ہے، تو ہم ایسا کسی بھی ترتیب میں کر سکتے ہیں۔ نتیجہ ہمیشہ ایک ہی ہوتا ہے۔ اسی لیے جب دو 2 اور دو 3 کو کسی بھی ترتیب میں ضرب دیا جاتا ہے، تو ہمیں 36 حاصل ہوتا ہے۔ آگے کی جماعت میں ہم اس کو **ضرب کی تقلیبی اور مناسبتی خصوصیت** (Community and associativity of multiplication) کے تحت پڑھیں گے۔

اس لیے ترتیب اہم نہیں ہے، عموماً ہم مفرد اعداد کو بڑھتی ہوئی ترتیب میں لکھتے ہیں۔

مثال کے طور پر $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$ یا $30 = 2 \times 3 \times 51$

دو اعداد کے حاصل ضرب کے مفرد اجزائے ضربی

جب ہم کسی عدد کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کرتے ہیں تو پہلے ہم اسے دو اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں مثال کے طور پر۔ $72 = 12 \times 6$ پھر ہم ہر جزو ضربی کے مفرد اجزائے ضربی نکالتے ہیں۔ اوپر دی گئی مثال میں $6 = 2 \times 31$ اور $12 = 2 \times 2 \times 3$ ہے۔ کیا آپ اب 72 کے مفرد اجزائے ضربی بتا سکتے ہیں؟

اصل عدد کے مفرد اجزائے ضربی حاصل کرنے کے لیے ان دونوں اعداد کے اجزائے ضربی کو اکٹھا کر لیتے ہیں۔

$$72 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

NOT TO BE REPUBLISHED © KTBS

ہم اس کو اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں— $3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2$۔ اسے ضرب کر کے جانچ لیجیے آپ کو دوبارہ 72 حاصل ہوتا ہے!

مشاہدہ کیجیے کہ 72 کے اجزائے ضربی میں ہر مفرد جزو ضربی کتنی مرتبہ ظاہر ہوا ہے۔

اس کا موازنہ کیجیے کہ 12 اور 6 کے اجزائے ضربی کی تحلیل میں یہ کتنی مرتبہ آتا ہے۔

معلوم کیجیے

1 . مندرجہ ذیل اعداد کے مفرد اجزائے ضربی نکالیے:

105, 243, 320, 141, 1728, 729, 1024, 1331, 1000

2 . ایک عدد کے مفرد اجزائے ضربی میں ایک 2، دو 3 اور ایک 11 ہے۔ وہ عدد کیا ہے؟

3 . تین مفرد اعداد معلوم کیجیے جو 30 سے چھوٹے ہیں اور جن کا حاصل ضرب 1955 ہے۔

4 . پہلے بغیر ضرب کیے، ان اعداد کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

a. 56×25 b. 108×75 c. 1000×81

5 . وہ سب سے چھوٹا عدد کونسا ہے جس کے مفرد اجزائے ضربی میں:

a . تین مختلف مفرد اعداد ہوں۔

b . چار مختلف مفرد اعداد ہوں۔

اعداد کے مطالعے میں مفرد اجزائے ضربی کو بنیادی حیثیت حاصل ہے۔ آیئے ہم ان دو طریقوں پر بات کرتے ہیں، جن میں یہ مفید ہو سکتے ہیں۔

مفرد اجزائے ضربی کا استعمال کرتے ہوئے ہم مفرد اعداد کی جانچ کریں

آیئے ہم ایک بار پھر اعداد 56 اور 63 کو لیتے ہیں۔ ہم کیسے جانچ سکتے ہیں کہ وہ ہم مفرد ہیں؟ ہم دونوں اعداد کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کر سکتے ہیں۔

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \quad \text{اور} \quad 63 = 3 \times 3 \times 7$$

اب ہم دیکھتے ہیں کہ 7، 56 اور 63 دونوں کا مفرد جزو ضربی ہے۔ اس لیے 56 اور 63 ہم مفرد نہیں ہیں۔

80 اور 63 کے بارے میں کیا خیال ہے؟ ان کے مفرد اجزائے ضربی کی تحلیل درج ذیل ہیں:

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \quad \text{اور} \quad 63 = 3 \times 3 \times 7$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ان میں کوئی مشترک جزوضربی نہیں ہے۔ کیا ہم یہ نتیجہ نکال سکتے ہیں کہ یہ ہم مفرد ہیں؟ مان لیجیے ان میں ایک مشترک جزوضربی ہے جو مرکب ہے۔ تو کیا اس مرکب مشترک جزوضربی کے مفرد اجزائے ضربی 80 اور 63 کے مفرد اجزائے ضربی میں ظاہر ہو رہے ہیں یا نہیں؟

اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر کوئی مشترک مفرد جزوضربی نہ ہو تب دو اعداد ہم مفرد ہوتے ہیں۔

آیئے ہم کچھ مثالیں دیکھتے ہیں۔

مثال: 40 اور 231 پر غور کیجیے۔ ان کی مفرد اجزائے ضربی کی تحلیل درج ذیل ہیں:

$$2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40 \quad \text{اور} \quad 3 \times 7 \times 11 = 231$$

ہم دیکھتے ہیں کہ 40 اور 231 دونوں کو تقسیم کرنے والے کوئی مشترک مفردات نہیں۔

درحقیقت 40 کے مفرد اجزائے ضربی 2 اور 5 ہیں جب کہ 231 کے مفرد اجزائے ضربی 3، 7 اور 11 ہیں اس لیے 40 اور 231 ہم مفرد ہیں!

مثال: 242 اور 195 پر غور کیجیے۔ ان کے مفرد اجزائے ضربی کی تحلیل درج ذیل ہیں:

$$2 \times 11 \times 11 = 242 \quad \text{اور} \quad 3 \times 5 \times 13 = 195$$

242 کے مفرد اجزائے ضربی 2 اور 11 ہیں۔ 195 کے مفرد اجزائے ضربی 3، 5 اور 13 ہیں۔ اس میں کوئی مشترک مفرد اجزائے ضربی نہیں ہے۔ اس لیے 242 اور 195 ہم مفرد ہیں۔

مفرد اجزائے ضربی کی تحلیل کا استعمال کر کے یہ جانچنا کہ آیا ایک عدد دوسرے عدد سے قابل تقسیم ہے

ہم کہہ سکتے ہیں کہ جب ایک عدد دوسرے عدد سے تقسیم ہوتا ہے تو دوسرے عدد کا مفرد اجزائے ضربی پہلے عدد کے مفرد اجزائے ضربی میں شامل ہے۔

ہم کہتے ہیں کہ 48، 12 سے تقسیم ہو جاتا ہے کیوں کہ جب ہم 48 کو 12 سے تقسیم کرتے ہیں تو صفر باقی بچتا ہے۔ لمبی تقسیم کیے بغیر ہم کیسے جانچ سکتے ہیں کہ ایک عدد دوسرے عدد سے تقسیم ہو رہا ہے یا نہیں؟

مثال: کیا 168، 12 سے تقسیم ہو جاتا ہے؟ دونوں کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 168 \quad \text{اور} \quad 2 \times 2 \times 3 = 12$$

کیوں کہ ہم ان کو کسی بھی ترتیب میں ضرب دے سکتے ہیں تو یہ واضح ہے کہ،

$$2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 7 = 12 \times 14 = 168$$

اس لیے 168، 12 سے تقسیم ہو جائے گا۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

مثال:

کیا75 کو 21 سے تقسیم کیا جاسکتا ہے؟ دونوں کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

$$75 = 3 \times 5 \times 5 \text{ اور } 21 = 3 \times 7$$

اوپر کی بحث سے ہم نے دیکھا، اگر 75، 21 کا ضعف ہوتا تو 21 کے سارے مفرد اجزائے ضربی بھی 75 کے مفرد اجزائے ضربی ہوتے۔ حالاں کہ 7، 21 کا جزو ضربی ہے مگر 75 کا جزو ضربی نہیں ہے۔ اس لیے 75 کو 21 سے تقسیم نہیں کیا جاسکتا ہے۔

مثال:

کیا42 کو 12 سے تقسیم کیا جاسکتا ہے؟ دونوں کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے:

$$42 = 2 \times 3 \times 7 \text{ اور } 12 = 2 \times 2 \times 3$$

12 کے سارے مفرد اجزائے ضربی 42 میں بھی شامل ہیں۔ لیکن 12 کے مفرد اجزائے ضربی کی تحلیل 42 کے اجزائے ضربی کی تحلیل میں شامل نہیں ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ 12 کے مفرد اجزائے ضربی میں 2 دوبار ہے لیکن 42 کے مفرد اجزائے ضربی میں یہ صرف ایک بار آتا ہے۔ اس کا مطلب یہ ہوا کہ 42 کو 12 سے تقسیم نہیں کیا جاسکتا ہے۔

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں اگر ایک عدد دوسرے عدد سے قابل تقسیم ہے تو دوسرے عدد کے مفرد اجزائے ضربی پہلے عدد کے مفرد اجزائے ضربی میں شامل ہے۔

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

معلوم کیجیے

1 . کیا نیچے دیئے گئے اعداد کے جوڑے ہم مفرد ہیں؟ پہلے اندازہ لگایئے اور پھر مفرد اجزائے ضربی کی تحلیل کے استعمال سے اپنے جواب کی تصدیق کیجیے:

(a) 30 اور 45

(b) 57 اور 85

(c) 121 اور 1331

(d) 343 اور 216

2 . کیا پہلا عدد دوسرے عدد سے قابل تقسیم ہے؟ مفرد اجزائے ضربی کی تحلیل کا استعمال کیجیے:

(a) 225 اور 27

(b) 96 اور 24

(c) 343 اور 17

(d) 999 اور 99

3 . پہلے عدد کا مفرد اجزائے ضربی کی تحلیل $2x3x7$ ہے اور دوسرے عدد کے مفرد اجزائے ضربی کی تحلیل $3x7x11$ ہے۔ کیا یہ ہم مفرد ہیں؟ کیا ان میں سے کوئی دوسرے کو تقسیم کرتا ہے؟

4 . گونا کہتا ہے ''کوئی دو مفرد عدد، ہم مفرد ہوتے ہیں''؟ کیا وہ صحیح ہے؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5.5 تقسیم پذیری کی جانچ (Divisibility Tests)

اب تک ہم مختلف سیاق و سباق میں اعداد کے اجزائے ضربی کی تحلیل تلاش کرتے رہے ہیں، بشمول یہ تعین کرنا کہ اعداد مفرد ہیں یا نہیں، یا آیا دیے گئے اعداد کا جوڑا ہم مفرد ہے یا نہیں۔

چھوٹے اعداد کے جزو ضربی معلوم کرنا آسان ہے۔ ہم بڑے اعداد کے جزو ضربی کیسے معلوم کرتے ہیں؟
آیئے ہم 8560 کو لیتے ہیں۔ کیا اس میں 2 سے 10 (2، 3، 4، 5، ... 9، 10) کے درمیان کوئی جزو ضربی ہیں؟
کچھ اعداد کے جزو ضربی ہم آسانی سے لمبی تقسیم کے بغیر معلوم کر سکتے۔ کیا آپ ان کو معلوم کر سکتے ہیں؟

10 کے ذریعے تقسیم پذیری

آیئے ہم 10 کو لیتے ہیں۔ کیا 8560 کو ہم 10 سے تقسیم کر سکتے ہیں ؟ یہ پوچھنے کا دوسرا طریقہ ہے کہ کیا 10، 8560 کا جزو ضربی ہے۔

اس کے لیے ہم 10 کے اضعاف کے پیٹرن میں دیکھ سکتے ہیں — 10 کے کچھ ابتدائی اضعاف ہیں:

10، 20، 30، 40، ..... تواتر کو جاری رکھیے اور پیٹرن پر غور کیجیے۔

کیا 125، 10 کا اضعاف ہے؟ کیا یہ عدد پچھلے تواتر میں ظاہر ہو گا؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

اب کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ 8560 کو 10 سے تقسیم کیا جا سکتا ہے؟

ریاضی بات چیت

- اس بیان پر غور کیجیے:

اعداد جو 10 سے تقسیم ہو سکتے ہیں، وہ ہیں جن کے آخر میں عدد '0' ہوتا ہے۔ کیا آپ اس سے متفق ہیں؟

5 کے ذریعے تقسیم پذیری

5 وہ دوسرا عدد ہے جس کی تقسیم پذیری کی جانچ بہ آسانی کی جا سکتی ہے۔ یہ ہم کیسے کرتے ہیں؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

دی گئی فہرست میں موجود اضعاف پر غور کیجیے: 5، 10، 15، 20، 25،.... آپ ان اعداد کے بارے میں کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟ کیا آخری ہندسے میں آپ کوئی پیٹرن دیکھتے ہیں؟

ریاضی بات چیت

399 سے چھوٹا سب سے بڑا عدد کیا ہے جو 5 سے تقسیم ہو سکتا ہے؟ کیا 8560 کو 5 سے تقسیم کیا جا سکتا ہے؟

- اس بیان پر غور کیجیے

اعداد جو 5 سے تقسیم ہو سکتے ہیں وہ ہیں جن کے آخر میں '0' یا 5 ہوتا ہے۔ کیا آپ اس سے متفق ہیں؟

2 کے ذریعے کی گئی تقسیم پذیری

2 کے ابتدائی چند اضعاف یہ ہیں: 2، 4، 6، 8، 10، 12، 14، 16، 18، 20... آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟ کیا آخری ہندسے میں آپ کوئی پیٹرن دیکھتے ہیں؟ کیا 682 کو 2 سے تقسیم کیا جا سکتا ہے؟ کیا ہم بغیر لمبی تقسیم کے اس کا جواب دے سکتے ہیں؟ کیا 8560 کو 2 سے تقسیم کیا جا سکتا ہے؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

- اس بیان پر غور کیجیے

ریاضی بات چیت

اعداد جو 2 سے تقسیم ہو سکتے ہیں وہ ہیں جن کے آخر میں '0'، '2'، '4'، '6'، یا '8' ہوتا ہے۔ کیا آپ اس سے متفق ہیں؟

399 اور 411 کے درمیان آنے والے 2 کے سارے اضعاف کیا ہیں؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4 کے ذریعے تقسیم پذیری

معلوم کرتے ہیں کہ اگر کوئی عدد جو 4 سے قابل تقسیم ہے، کیا اسے آسانی سے حل کیا جاسکتا ہے! اس کے اضعاف کو دیکھیے:

4، 8، 12، 16، 20، 24، 28، 32....

کیا آپ کو کوئی ایسا پیٹرن نظر آرہا ہے جو اس کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے؟ 10، 5 اور 2 کے اضعاف اعداد کے آخر میں ایک خاص ترتیب نظر آتی ہیں جنھیں ہم تقسیم پذیری کے لیے استعمال کر سکتے ہیں۔ اسی طرح کیا کسی بھی اعداد کا آخری ہندسہ دیکھ کر ہم یہ معلوم کر سکتے ہیں کہ یہ 4 سے تقسیم ہوسکتا ہے؟

یہ کام نہیں کرے گا! 12 اور 22 کو دیکھیے، ان کے بھی آخری ہند سے یکساں ہیں لیکن 12، 4 کا اضعاف ہے لیکن 22 نہیں ہے۔ اسی طرح 14 اور 24 کا آخری ہندسہ یکساں ہے لیکن 14، 4 کا اضعاف نہیں ہے جب کہ 24 ہے۔ اسی طرح 16 اور 26 یا 18 اور 28 کا معاملہ ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ صرف اعداد کے آخری ہند سے دیکھ کر ہم یہ معلوم نہیں کر سکتے ہیں کہ وہ عدد 4 کا ضعف ہوسکتا ہے یا نہیں۔

کیا ہم مزید ہند سے دیکھ کر اس سوال کا جواب معلوم کر سکتے؟ 1 سے 200 کے درمیان 4 کے اضعاف کی فہرست بنائیے اور اس میں پیٹرن تلاش کیجیے۔

- 330 اور 340 کے درمیان وہ اعداد معلوم کیجیے جو 4 سے تقسیم ہو سکتے ہیں۔ اسی طرح 1730 سے 1740 کے درمیان اور 2030 سے 2040 کے درمیان وہ اعداد معلوم کیجیے جو 4 سے تقسیم ہو سکتے ہیں۔ آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

- کیا 8536 کو 4 سے تقسیم کیا جاسکتا ہے۔

- ان بیانات پر غور کیجیے

1 . یہ طے کرنا ہو کہ کوئی عدد 4 سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں تو صرف آخر کے دو ہندسے اہمیت رکھتے ہیں۔

2 . اگر آخری دو ہندسوں سے بنا ہوا عدد 4 سے تقسیم ہو جاتا ہے تو اصل عدد بھی 4 سے قابل تقسیم ہے۔

3 . اگر اصل عدد 4 سے تقسیم ہوتا ہے تو آخری دو ہندسوں سے بنا عدد بھی 4 سے قابل تقسیم ہے۔

کیا آپ اس سے متفق ہیں؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

8 کے ذریعے تقسیم پذیری

دلچسپ بات یہ ہے کہ 8 سے تقسیم پذیری کی جانچ کو آسان بنایا جاسکتا ہے۔کیا آخری دو ہندسوں کو اس کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے؟

- 120 سے 140 کے درمیان ایسے اعداد تلاش کیجیے جو 8 سے تقسیم ہوتے ہیں۔اسی طرح 1120 سے 1140 اور 3120 سے 3140 کے درمیان بھی ایسے اعداد تلاش کیجیے جو 8 سے تقسیم ہوتے ہیں۔آپ کیا مشاہدہ کرتے ؟

- 8560 کے آخری دو ہندسوں کو اس طرح بدل دیجیے کہ حاصل ہونے والا عدد 8 کا ضعف ہو۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ان بیانات پر غور کیجیے



1 . اگر یہ طے کرنا ہو کہ کوئی عدد 8 سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں تو صرف آخر کے تین ہندسے اہمیت رکھتے ہیں۔

2 . اگر آخری تین ہندسوں سے بنا ہوا عدد 8 سے تقسیم ہو جاتا ہے تو اصل عدد بھی 8 سے قابل تقسیم ہے۔

3 . اگر اصل عدد 8 سے تقسیم ہو جاتا ہے تو آخری تین ہندسوں سے بننے والا عدد بھی 8 سے قابل تقسیم ہے۔

4 . کیا آپ اس سے متفق ہیں؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

ہم نے یہ دیکھا کہ کوئی عدد کسی کا جزو ضربی ہے یا نہیں، اس کی جانچ کرنے کے لیے لمبی تقسیم کی ہمیشہ ضرورت نہیں ہوتی ہے۔ ہم نے 10، 5، 2، 4، 8 سے تقسیم پذیری کے کچھ آسان طریقوں کا مشاہدہ کیا۔ کیا ہمارے پاس دوسرے اعداد کے لیے بھی ایسے ہی آسان طریقے ہیں؟ ہم آگے آنے والی جماعتوں میں 3، 6، 7 اور 9 کی تقسیم پذیری کی جانچ کرنے کے آسان طریقوں پر گفتگو کریں گے!

معلوم کیجیے

1 . 2024 ایک سالِ کبیسہ (جیسا کہ فروری کے 29 دن ہوتے ہیں) ہے۔ سالِ کبیسہ ہر چار سال بعد آتا ہے۔ سالِ کبیسہ وہ ہیں جو 4 کے ضعف ہیں، سوائے ان سالوں کے جو 100 سے مکمل تقسیم ہوتے ہیں لیکن 400 سے نہیں۔

a . آپ کی پیدائش کے سال سے اب تک کتنے سالِ کبیسہ آئے ہیں؟

b . سال 2024 سے 2099 تک کتنے سالِ کبیسہ ہیں؟

2 . سب سے بڑے اور سب سے چھوٹے 4 ہندسوں والے اعداد معلوم کیجیے جو 4 سے تقسیم ہوتے ہیں اور وہ مقلوب مستوی (Palindromes) بھی ہوں۔

3 . دریافت کیجیے اور بتائیے کہ ہر بیان ہمیشہ صحیح ہے، کبھی کبھی صحیح ہے، کبھی صحیح نہیں ہے۔ آپ اپنے جواب کے حق میں کچھ مثالیں دے سکتے ہیں۔

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

a . دو جفت اعداد کا حاصل جمع 4 کا ضعف دیتا ہے۔

b . دو طاق اعداد کا حاصل جمع 4 کا ضعف دیتا ہے۔

4 . مندرجہ ذیل اعداد جب a۔ 10، b۔5 c۔2 سے تقسیم کیے جاتے ہیں تو حاصل تفریق (Remainders) معلوم کیجئے۔

78, 99, 173, 572, 980, 1111, 2345

5 . استاد نے پوچھا کیا 14560 کو 2، 4، 5، 8 اور 10 سے تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ گونا نے 14560 کی تقسیم پذیری کو صرف ان میں سے دو اعداد سے جانچا اور اعلان کر دیا کہ یہ عدد تمام سے تقسیم ہو سکتا ہے۔ وہ دو عدد کون سے ہو سکتے ہیں؟

6 . مندرجہ ذیل میں کون سے اعداد 2، 4، 5، 8 اور 10 سے تقسیم ہو جائیں گے؟

572, 2352, 5600, 6000, 77622160.

7 . دو ایسے عدد لکھیے جن کا حاصل ضرب 10000 ہو۔ ان دونوں اعداد کی اکائی کے ہندسے میں 0 نہیں ہونا چاہیے۔

5.6 اعداد کے ساتھ تفریح

مخصوص اعداد

اس خانے میں چار اعداد دیئے گئے ہیں۔ آپ کو کون سا عدد خاص معلوم ہوتا ہے؟ آپ ایسا کیوں کہتے ہیں؟

9	16
25	43

دیکھیے گونا کے ہم جماعتوں نے کیا بتایا:

- کرناوتی کہتی ہے: "9 خاص ہے کیوں کہ یہ یک ہندسی عدد ہے جب کہ باقی تمام دو ہندسی عدد ہیں۔"
- گروپریت کہتی ہے: "9 خاص ہے کیوں کہ یہ واحد عدد ہے جو 3 کا ضعف ہے ۔ "
- مروگن کہتا ہے: "16 خاص ہے کیوں کہ یہ واحد جفت عدد ہے اور 4 کا ضعف بھی ہے۔"
- گوپیکا کہتی ہے: "25 خاص ہے کیوں کہ یہ واحد عدد ہے جو 5 کا ضعف ہے۔"

@KTBC NOT TO BE REPUBLISHED

ریاضی بات چیت

- یلا ینکی کہتی ہے: ”43 خاص ہے کیوں کہ یہ واحد مفرد عدد ہے“۔
- رادھا کہتی ہے: ”43 خاص ہے کیوں کہ یہ واحد عدد ہے جو مربع عدد نہیں ہے“۔

ذیل میں کچھ خانے دیئے ہوئے ہیں، ہر خانے میں چار اعداد ہیں۔ ہر خانے میں موجود ہر عدد کے بارے میں بتایئے کہ وہ باقی اعداد کے مقابلے میں کیسے خاص ہے۔ اپنے ہم جماعتوں کے ساتھ تبادلۂ خیال کیجیے اور معلوم کیجیے کہ کس نے آپ کی طرح ہی وجوہات دی ہیں۔ کیا کسی نے مختلف وجوہات دی ہیں جو آپ کے ذہن میں نہیں آئیں؟

5	7
12	35

3	8
11	24

27	3
123	31

17	27
44	65

@KTBC NOT TO BE REPUBLISHED

ایک مفرد معمہ

ریاضی بات چیت

بائیں جانب کی شکل معمے کو دکھاتی ہے۔ دائیں جانب کی شکل معمے کا حل بتاتی ہے۔ سوچیے کہ معمے کو حل کرنے کے لیے اصول کیا ہو سکتے ہیں؟

			75
			42
			102
170	30	63	

5	5	3	75
2	3	7	42
17	2	3	102
170	30	63	

اصول

گرڈ کو مفرد اعداد سے اس طرح پر کیجیے کہ ہر ایک قطار کا حاصل ضرب ہر قطار کے دائیں طرف موجود عدد ہو اور ہر کالم کا حاصل ضرب کالم کے نیچے والا عدد ہو؟

			105
			20
			30
28	125	18	

			8
			105
			70
30	70	28	

			63
			27
			190
45	42	171	

			343
			660
			44
28	154	231	

©KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

خلاصہ

- اگر ایک عدد دوسرے عدد سے تقسیم ہوتا ہے تو دوسرا عدد پہلے کا جزو ضربی ہے۔ مثال کے طور پر 4 ، 12 کا جزو ضربی ہے کیوں کہ 12 کو 4 سے تقسیم کیا جاسکتا ہے (12 ÷ 4 = 3)۔
- **مفرد اعداد** (Prime numbers) وہ اعداد ہیں جیسے 2 3 5 7 11 ،.... جن کے صرف دو جزو ضربی ہیں یعنی 1 اور خود وہ عدد۔
- **مرکب اعداد** (Composite numbers) وہ ہوتے ہیں جیسے 4، 6، 8، 9... وغیرہ جن کے 2 سے زیادہ جزو ضربی ہیں، یعنی 1 اور خود کے علاوہ کم سے کم ایک جزو ضربی مثال کے طور پر 8 کا جز و ضربی 4 ہے اور 9 کا جز و ضربی 3 ہے، اس لیے 8 اور 9 دونوں مرکب اعداد ہیں۔
- ہر عدد جو 1 سے بڑا ہے اسے مفرد اعداد کے حاصل ضرب کے طور پر لکھا جاتا ہے۔ یہ اسے **مفرد اجزائے ضربی کی تحلیل** (Prime factorisation) کہا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$
- اضعاف کی ترتیب کے علاوہ مفردات میں اجزائے ضربی معلوم کرنے کا صرف ایک طریقہ ہے۔
- دو اعداد جن کے درمیان 1 کے علاوہ کوئی اور مشترک جزو ضربی نہیں ہوتا، **ہم مفرد** (Co-prime) کہلاتے ہیں۔
- یہ معلوم کرنے کے لیے کہ دو عدد ہم مفرد ہیں یا نہیں سب سے پہلے ہم ان کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کر سکتے ہیں۔ پھر اس میں دیکھ سکتے ہیں کہ کوئی مشترک جزو ضربی ہے یا نہیں۔ اگر کوئی مشترک جزو ضربی نہیں ہے تو وہ ہم مفرد ہیں ورنہ نہیں۔
- ایک عدد دوسرے عدد کا جزو ضربی ہوتا ہے جب پہلے عدد کی اجزائے ضربی کی تحلیل میں دوسرے عدد کی اجزائے ضربی کی تحلیل شامل ہو۔

© RBS NOT TO BE REPUBLISHED